

Physikalische Zeitschrift

Unter ständiger Mitarbeit für den referierenden Teil

von

Professor Dr. **M. Abraham**, Professor Dr. **L. Ambronn**, Professor Dr. **H. Boruttau**, Professor Dr. **A. Coehn**, Professor Dr. **Th. Des Coudres**, Professor Dr. **A. Johnsen**, Professor Dr. **W. Kaufmann**, Professor Dr. **F. Krüger**, Professor Dr. **H. Lorenz**, Professor Dr. **E. Meyer**, Professor Dr. **L. Rhumbler**, Professor Dr. **K. Schaum**, Professor Dr. **G. C. Schmidt**, Professor Dr. **K. Schwarzschild**, Professor Dr. **E. Wiechert**, Professor Dr. **E. Zermelo**.

Herausgegeben von

Dr. E. RIECKE und **Dr. H. TH. SIMON**

o. ö. Professor an der Universität Göttingen. o. ö. Professor an der Universität Göttingen

Redaktion: Dr. **H. BUSCH** in Göttingen.

FÜNFZEHNTER JAHRGANG.

1914.

Mit fünfzehn Tafeln.



Leipzig,

Verlag von S. Hirzel.

1914.

Autoren- und Sachregister.

Abkürzungen: (B.) = Besprechung, (N.) = 85. Naturforscherversammlung, (R.) = Referat, (V. u. R.) = Vorträge und Reden, (W.) = Referate wissenschaftlicher Kongresse, (Z. B.) = Zusammenfassende Bearbeitung.

B.

E.





H.

I.



L.



M.

N.



T.



Namensverzeichnis der „Personalien".

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 1. 1. Januar 1914. 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 2 am 3. Januar 1914.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Verwendung lichtelektrischer Kadmium- und Zinkzellen zur Photometrie des ultravioletten Sonnenlichtes.

Von J. Elster und H. Geitel.

Bereits im Jahre 1892[1]) hatten wir eine photoelektrische Vorrichtung angegeben, durch die wir die Intensität der ultravioletten Sonnenstrahlung in relativem Maße und zugleich den Transparenzkoeffizienten dieser Strahlung innerhalb der Erdatmosphäre bestimmten. Als lichtempfindlicher Körper diente dabei eine amalgamierte Zinkkugel von etwa 1 cm Durchmesser, als Meßinstrument ein in Volt geeichtes Blattelektroskop. Eine für genauere Messungen geeignete Form, bei der das Exnersche Elektroskop mit innerer Bernsteinisolation versehen wurde, und eine Spiegelskala ein parallaxenfreies Ablesen der Blättchenstellung ermöglichte, beschrieben wir einige Jahre später[2]); auch ersetzten wir bei diesem Instrumente, einem Vorschlage Gockels entsprechend, den Ebonitkondensator durch einen Luftkondensator aus zwei konzentrischen, durch Bernstein isolierten Metallzylindern. Zur Ablesung der Sonnenhöhe auf etwa $^1/_2{}^0$ genau diente ein Gradbogen nebst Libelle, am oberen Ende des innen geschwärzten, die Zinkkugel umgebenden Metallrohrs befand sich eine Verschlußklappe, die ermöglichte, nach Belieben dem Sonnenlichte Zutritt zu der Zinkkugel zu gewähren oder sie im Dunkeln zu halten.

Das Instrument kann durch Verfeinerung des elektrometrischen Teils ohne Zweifel noch weiter verbessert werden, indem man etwa wie Lenard[1]) kürzlich vorschlug, das Blattelektroskop durch ein Wulfsches Zweifadenelektrometer ersetzt. Man wird Lenard nur zustimmen können, daß hierdurch das Zinkkugelphotometer für den Gebrauch im Freiballon geeigneter wird.

Es sei hier beiläufig bemerkt, daß bereits seit mehreren Jahren die Firma Günther & Tegetmeyer in Braunschweig mit dieser Verbesserung versehene Instrumente ausgeführt hat. In Fig. 1 ist der Apparat in seiner neuesten Form dargestellt; die Figur ist wohl ohne weiteres verständlich.

Die Genauigkeit der Zahlenangaben erleidet indes ganz unabhängig von der Art des Elektro-

1) J. Elster u. H. Geitel, Wien. Ber. **101**, Abt. IIa, S. 703, 1892.

2) J. Elster u. H. Geitel, Diese Zeitschr. **5**, 238, 1904.

1) P. Lenard, Meteorol. Zeitschr. **30**, 269, Juni 1913.

meters eine erhebliche Einbuße durch die in freier Luft stets eintretende Empfindlichkeitsabnahme des Zinks. Es ist daher zur Erzielung einer einheitlichen Beschaffenheit der Zinkkugel notwendig, sie vor jeder einzelnen Messung frisch zu amalgamieren und mit trockenem Seidenpapier fest abzureiben. Nach einiger Übung gelingt es, die amalgamierte Fläche von Versuch zu Versuch mit nahe gleicher anfänglicher Lichtempfindlichkeit auszustatten. Bei längeren Beobachtungsreihen wird man vereinzelt aber doch immer einige Werte für die Strahlungsintensität des Sonnenlichts erhalten, die sich aus dem regelmäßigen Verlaufe des Zusammenhangs zwischen Lichtintensität und Sonnenhöhe, wie ihn die Lambertsche Formel fordert, ausordnen[1]).

Die Präzision des Instruments würde demnach wesentlich gewinnen, wenn es gelänge, die Empfindlichkeitsänderung des bestrahlten Metalls auszuschalten.

Alle Versuche nach dieser Richtung hin, bei welchen wir blanke oder amalgamierte Zinkkugeln oder Platten im Vakuum in mit aufgekitteten Quarzfenstern versehenen Glasrezipienten anordneten oder in Gefäßen aus Quarzglas mit eingekitteten Elektroden unterbrachten, führten nicht zu einer Beseitigung dieser Fehlerquelle. Wenn derartige Apparate kurz nach ihrem Abschmelzen von der Gaedepumpe ein Nachlassen ihrer Empfindlichkeit zunächst nur in geringem Maße erkennen ließen, so trat ein solches doch bereits nach Ablauf einiger Stunden deutlich hervor; dabei war die Ab-

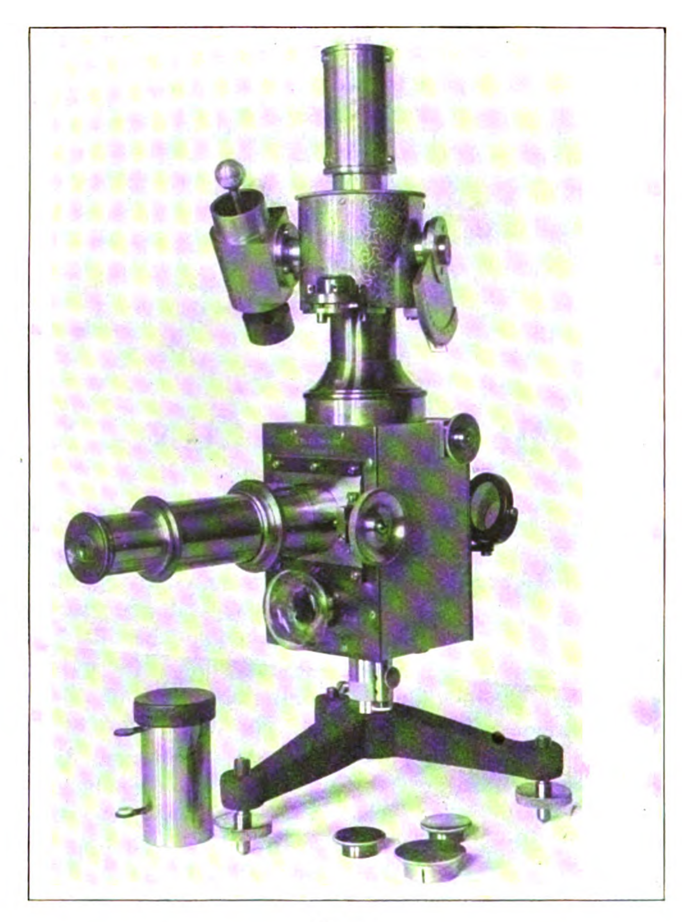


Fig. 1.

1) Handelt es sich nur darum, das Vorhandensein bestimmter Bereiche der ultravioletten Strahlen im Sonnenlichte festzustellen, so kann das von Lenard, l. c., vorgeschlagene Verfahren, das in der Verwendung geeigneter Lichtfilter (gewöhnliches Glas, Uviolglas, Kalkspat, Quarz, Flußspat) besteht, gute Dienste leisten, vorausgesetzt, daß das Sonnenlicht überhaupt Lichtstrahlen enthält, deren Wellenlänge wesentlich unter die Cornusche Grenze von 293 $\mu\mu$ herabsinkt. Bei dieser Methode wird man zwar von der Empfindlichkeitsabnahme der verwandten Metalle (*Zn*, *Al*, oxydiertes *Cu*) unabhängig, verzichtet aber von vornherein auf die Bestimmung der Transparenzkoeffizienten.

nahme der Empfindlichkeit gegenüber den langwelligeren Gebieten im Ultraviolett ganz besonders groß. Dies sind aber gerade jene Strahlengruppen, auf deren Auswertung es bei Bestimmung der ultravioletten Sonnenstrahlung ankommt. Offenbar werden diese Störungen durch Spuren eindringender Luft oder durch Verdampfung des Kittmaterials hervorgerufen. Auch Vorrichtungen derart, die gestatteten, die Zinkkugel im Vakuum, also ohne den Rezipienten öffnen zu müssen, frisch zu amalgamieren, erwiesen sich als nicht zweckentsprechend. Die Zinkkugel überzieht sich nämlich hierbei mit einer anfangs nur wenig Zink enthaltenden Quecksilberschicht, so daß die Kugel auch hier keine konstante Lichtempfindlichkeit zeigen kann. Dagegen führten Versuche mit Kadmium- und Zinkflächen, die durch Destillation im Vakuum gewonnen waren, zu dem erwähnten Ziele.

Herstellung der Zellen.

Die kugelförmigen Glaskörper, in denen die lichtempfindlichen Flächen durch Destillation erzeugt wurden, bestanden aus Uviolglas; die Anordnung der Elektroden (durchgehends eingeschmolzene Platindrähte) war dieselbe wie bei den Alkalimetallzellen. Es erwies sich als unnötig, die Rezipienten innen mit einer Silberschicht zu versehen, da sowohl destilliertes Kadmium wie auch destilliertes Zink vollkommen kohärente, am Glase anhaftende Häute bilden. Um sicher zu sein, daß bei der an die

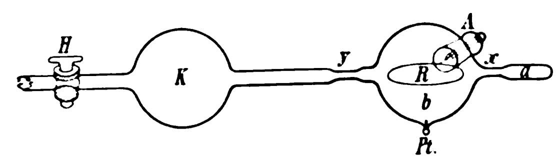


Fig. 2.

lichtempfindliche Schicht angelegten hohen negativen Spannung nicht ein Bruchteil des Stromes innen oder außen über das Glas zum Anodenringe *R* (vgl. Fig. 2) fließt, ist es notwendig, an den gefährdeten Stellen geerdete Schutzringe anzubringen[1]). Eine Nachwirkung nach voraufgegangener Belichtung zeigen die Kadmium- und Zinkzellen nicht; vgl. unsere frühere Arbeit in dieser Zeitschrift[2]).

1) Die inneren Schutzringe bestehen nach dem Vorschlage von **Frank** am besten aus innen eingeschmolzener dünnster Platinfolie, die äußeren aus aufgeklebten Stanniolringen. Den Kontakt mit dem Platinringe im Innern vermittelt ein durch das Glas durchgeschmolzener Platindraht, den Kontakt mit dem äußeren Ringe ein Lamettafaden.

2) J. **Elster** u. H. **Geitel**, Diese Zeitschr. **14**, 741, 1913.

Zur Fernhaltung von Quecksilberdämpfen und Fettdämpfen muß man zwischen Zelle und dem Hahn *H* der zur Luftpumpe führenden Leitung ein Kugelrohr *K* einschalten, in welchem reines metallisches Kalium zum Verdampfen gebracht wird, so daß sich die Wandungen der Kugel und die dieser unmittelbar benachbarten Rohransätze mit einer spiegelnden Schicht dieses Metalls überkleiden. Natürlich darf sich die Kugel nicht in unmittelbarer Nähe der Zink- oder Kadmiumzelle befinden, da sonst Kaliumdämpfe in diese eindringen könnten, wodurch eine nicht gewünschte photoelektrische Empfindlichkeit der Metallfläche auch gegenüber dem langwelligen Lichte hervorgerufen würde.

Der Rohransatz *a* enthält ein etwa erbsengroßes Stück Kadmium oder Zink (chem. rein); man umwickelt ihn mit einer doppelten oder dreifachen Lage von Asbestpappe und destilliert das Metall, nachdem mit der Gaedepumpe ein möglichst hohes Vakuum hergestellt ist, von *a* nach *b* hinüber. Die Teile der Glaswand, die frei von Metall bleiben sollen, werden durch Bestreichen mit der flatternden Flamme eines Bunsenbrenners heiß gehalten. Bei dieser Operation ist der Ansatz *A* etwas gefährdet, in welchen der Stiel des Anodenringes *R* eingeschmolzen ist; man schützt ihn daher zweckmäßig vor zu starker Erhitzung ebenfalls durch Umwicklung mit einer Lage Asbestpappe. Das durchgeschmolzene Platindrähtchen *Pt* vermittelt den Kontakt mit der durch Destillation gewonnenen Metallschicht. Nachdem die Zelle soweit fertiggestellt wurde, kann sie in bekannter Weise (vergl. die Herstellung von Kaliumzellen[1])) mit verdünntem Argon gefüllt und bei *y* abgeschmolzen werden.

Die Herstellung von Kadmiumzellen gelingt so ohne jede Schwierigkeit, da dies Metall im Vakuum leicht destilliert.

Bei der Behandlung des weniger flüchtigen Zinks sind einige Vorsichtsmaßregeln zu beachten. Vor allen Dingen darf die Einschnürung bei *x* nicht zu eng gewählt werden; ihr Lumen soll nicht unter 3 mm heruntersinken. Um ein Weichwerden des Ansatzröhrchens *a* zu verhüten, muß die Destillation des Metalls bei möglichst niedriger Temperatur, also bei sehr hohem Vakuum bewirkt werden; wir erzielten gute Resultate, wenn wir das Vakuum über glühendem Kalzium herstellten. Da zur Abscheidung des zur Füllung der Zelle bestimmten Argons aus der Luft zwischen dem

1) J. **Elster** u. H. **Geitel**, Diese Zeitschr. **12**, 612, 1911.

Hahne *H* und der Gaedepumpe ohnehin ein mit metallischem Kalzium beschicktes Quarzglasrohr[1]) angebracht werden muß, so hatte dies keine Schwierigkeit.

Versuche über das photoelektrische Verhalten der Zink- und Kadmiumzellen.

Die Zink- und Kadmiumzellen besitzen zwei bemerkenswerte Eigenschaften, auf denen die Möglichkeit beruht, sie gegenüber kurzwelligen Strahlen als photometrische Vorrichtungen zu verwenden: ihre lichtelektrische Empfindlichkeit ist konstant und der in ihnen ausgelöste Photostrom ist der Intensität des auffallenden Lichts proportional. In dieser Beziehung verhalten sie sich also wie die Alkalimetallzellen. Wir möchten dies durch einige Versuchsreihen belegen.

A. Versuche, die Konstanz der Lichtempfindlichkeit betreffend.

Bei der Prüfung der Zellen auf Konstanz ihrer Lichtempfindlichkeit diente als Lichtquelle eine Heraeussche Quarzquecksilberlampe (große Form), die bei 3,5 Ampere und 155 Volt Belastung eine indizierte Lichtstärke von etwa 3000 Kerzen besitzt. Das Licht dieser Lampe wurde (in Längsdurchsicht) durch einen Quarzkondensor von 6 cm Durchmesser auf die Metallschicht im Innern der Zelle konzentriert und der in ihr entwickelte Photostrom galvanometrisch gemessen.

Auch bei langer (bis 1 Stunde) fortgesetzter Belichtung unter angelegter Spannung war weder beim Kadmium noch beim Zink eine Abnahme der Empfindlichkeit zu erkennen.

Erste Reihe: Kadmium in verdünntem Argon. Belastung der Zelle 160 Volt. Eine Minute vor jeder Ablesung wurde die Quecksilberlampe auf 3,3 Ampere und 152 Volt einreguliert.

Zeit in Minuten	Strom in 10^{-8} Amp.	Zeit in Minuten	Strom in 10^{-8} Amp.
1	61,2	35	61,2
5	61,2	40	61,5
10	61,2	45	61,8
15	61,8	50	61,0
20	61,0	55	61,5
25	61,4	60	62,0
30	61,8		

1) Nach längerem Gebrauche zeigt ein mit Kalzium beschicktes Quarzglasrohr häufig Längsrisse. Man kann dies vermeiden, wenn man die Wandungen von einer direkten Berührung mit dem glühenden Kalzium schützt. Man füllt daher zweckmäßig die Kalziumspäne in ein probierglasförmiges, also unten geschlossenes Stahlrohr, das willig in das Quarzglasrohr hineinpaßt und durch Bäusche ausgeglühter Stahldrehspäne in federnder Lage gehalten wird.

Zweite Reihe: Zink in verdünntem Argon. Belastung der Zelle 40 Volt. Eine Minute vor jeder Ablesung wurde die Quecksilberlampe auf 3,3 Ampere und 163 Volt einreguliert.

Zeit in Minuten	Strom in 10^{-8} Amp.	Zeit in Minuten	Strom in 10^{-8} Amp.
1	80,0	35	80,0
5	80,2	40	80,2
10	80,0	45	79,0
15	80,0	50	80,9
20	79,8	55	80,1
25	81,5	60	80,0
30	80,0		

Ebensowenig zeigten sich vom Lichte unabhängige Empfindlichkeitsänderungen im Laufe von acht Tagen.

Bei den diesbezüglichen Versuchen blieben Zelle, Lampe und Quarzkondensor für die Dauer jeder Versuchsreihe in unveränderter Lage zueinander stehen. Nach Zündung der Lampe wurde dafür gesorgt, daß sie von Tag zu Tag mit nahe derselben Wattzahl brannte. War dies erreicht, so wurde die Ablenkung des Drehspulgalvanometers notiert. So ergaben sich für eine Kadmiumzelle folgende Zahlen:

Dritte Reihe: Belastung der Kadmiumzelle 20 Volt.

Datum	Strom in 10^{-9} Amp.	Belastung der Lampe		
		in Volt	Ampere	Kilowatt
20. VIII. 1912	79,8	138	3,5	0,483
21. VIII.	80,0	140	3,5	0,490
22. VIII.	79,5	145	3,3	0,478
23. VIII.	81,5	140	3,4	0,476
24. VIII.	82,5	141	3,5	0,493
25. VIII.	80,5	140	3,4	0,476
26. VIII.	80,0	143	3,5	0,500
28. VIII.	81,5	140	3,5	0,490

Für eine Zinkzelle fand sich bei analoger Anordnung:

Vierte Reihe: Belastung der Zinkzelle 20 Volt.

Datum	Strom in 10^{-9} Amp.	Belastung der Lampe		
		in Volt	Ampere	Kilowatt
2. IX. 1912	141,3	155	3,5	0,543
3. IX.	142,3	155	3,5	0,543
4. IX.	142,5	156	3,5	0,546
5. IX.	142,0	155	3,5	0,543
6. IX.	140,0	153	3,5	0,535
7. IX.	142,0	155	3,5	0,543
8. IX.	140,8	155	3,5	0,543
9. IX.	141,0	154	3,5	0,539

Also auch hier keine Änderung in der Zeit[1]).

1) Auch Lenard (Ann. d. Phys. **8**, 181, 1902) und Ladenburg (ibid. **12**, 558, 1903), sowie auch Küch und Retschinsky (ibid. **20**, 572, 1907) fanden in hohem Vakuum befindliche blanke Aluminiumscheiben ebenfalls von konstanter lichtelektrischer Empfindlichkeit.



In einer Beziehung machte sich indes ein unliebsamer Unterschied zwischen den Zink- und Kadmiumzellen einerseits und den Alkalimetallzellen andererseits bemerkbar. Passiert eine Alkalimetallzelle einmal versehentlich infolge zu hoher Belastung eine leuchtende Entladung, so bewirkt diese eine nur unbedeutende Änderung ihrer Empfindlichkeit. Bei den Zink- und Kadmiumzellen dagegen setzt eine eintretende Glimmentladung sie ganz bedeutend herab, und zwar leidet vor allem ihre Empfindlichkeit gegenüber den dem Violett benachbarten Gebieten im Ultraviolett. Beim Gebrauche der mit verdünntem Argon gefüllten Zink- und Kadmiumzellen hat man daher sorgfältig darüber zu wachen, daß die Belastung das Entladungspotential nicht erreicht.

Zellen, die kein Argon enthalten, bei denen vielmehr ein sehr hohes Vakuum über glühendem Kalzium hergestellt wurde, sind natürlich von diesem Fehler frei, da das Auftreten einer Glimmentladung in ihnen ausgeschlossen ist. Sie haben aber den Nachteil, daß sie wegen der geringen Intensität des Photostroms im Sonnenlichte ausschließlich nur mit stromanzeigendem Elektrometer verwandt werden können. Derartige Zellen zeigen von etwa 80 Volt ab Sättigungsstrom.

B. Versuche, betreffend die Proportionalität zwischen Photostrom und Lichtstärke.

Zunächst erwies sich in verschiedenen Entfernungen der Zink- und Kadmiumzellen von der Quecksilberlampe die Abnahme des lichtelektrischen Stroms dem Quadrat des Abstands umgekehrt proportional. So fand sich z. B. bei einem Versuche mit einer Zinkzelle in 1 m Entfernung von der Lampe die Ablenkung 106,0, in 2 m die Ablenkung 26,5, also in der doppelten Entfernung genau $^1/_4$ des Werts. Da das Licht durch das Uviolglas der Zelle filtriert wird, spielt die Absorption in der Luft keine Rolle.

Läßt man ferner vor der Quecksilberlampe (in Längsdurchsicht) eine Pappscheibe rotieren, in welcher ein Sektor von 90° angebracht ist, so wird, sobald sich die Scheibe mit genügender Geschwindigkeit dreht, die Erleuchtung der Flächeneinheit für das Auge auf den vierten Teil herabgesetzt. Nach früheren Versuchen an Alkalimetallzellen verhalten sich diese wegen der Trägheit des Meßinstruments dem intermittierenden Lichte gegenüber gerade wie das Auge, d. h. auch sie geben nur die mittlere Lichtintensität an.

Auch in dieser Beziehung zeigen die Zink- und Kadmiumzellen ein ganz analoges Verhalten.

Bei Verwendung einer Kadmiumzelle z. B. bewirkte das ungeschwächte Licht der Lampe im Mittel eine Ablenkung des Galvanometers von 45,9 Skalenteilen, das durch Intermittenz auf $^1/_4$ seiner Intensität geschwächte eine solche von 11,3 Skalenteilen, während 11,5 Skalenteile zu erwarten gewesen wären.

Eine Zinkzelle verursachte im ungeschwächten Lichte der Lampe eine Galvanometerablenkung von 172,5 Skalenteilen, in dem durch die rotierende Scheibe auf $^1/_4$ der Intensität gebrachten 43,1 Skalenteile, also fast genau $^1/_4$ des ersteren Werts. Bei Abschwächung des Lichts auf $^1/_6$ mittels eines rotierenden Sektors von 60° waren für dieselbe Zelle die entsprechenden Zahlen 186,5 und 31,0 gegen 31,1.

Angenäherte Bestimmung des optischen Schwerpunktes der Zink- und Kadmiumzellen.

Wegen der Konstanz ihrer Lichtempfindlichkeit und der Proportionalität des Photostroms mit der Lichtstärke eignen sich die Zink- und Kadmiumzellen aus Uviolglas gleich wie die Alkalimetallzellen zur Photometrie innerhalb derjenigen Spektralbereiche, in denen sie einen meßbaren Photoeffekt geben. Ja es läßt sich leicht übersehen, daß sie den Alkalimetallzellen bei photoelektrischen Messungen[1]) im Ultraviolett im allgemeinen vorzuziehen sind, sobald das zu untersuchende Licht nicht in spektraler Zerlegung angewandt werden kann.

Da die Alkalimetalle auf sichtbares Licht stark ansprechen, so müßte man, um das Ultraviolett zu isolieren, das erstere auf irgendeine Weise ausschalten.

Gesetzt es gäbe brauchbare Filter, die das sichtbare Licht allein absorbierten, ohne das Ultraviolett wesentlich zu schwächen, so würde man mittels Alkalimetallzellen aus Uviolglas unter Vorschaltung eines solchen Filters im Ultraviolett bis zum Beginn der Absorption im Uviolglase ebensogut photometrieren können, wie mit Zink- und Kadmiumzellen, indem man bei schwacher Intensität des Ultravioletts den Photostrom nicht am Galvanometer, sondern mittels eines stromanzeigenden Elektrometers mäße.

Die bis jetzt vorgeschlagenen ultraviolett-

1) Küch und Retschinsky (l. c.) benutzten eine mit der Quecksilberpumpe dauernd verbundene Aluminiumzelle zur Bestimmung der ultravioletten Strahlung des Quecksilberlichtes. Es liegt auf der Hand, daß auch die oben beschriebenen Zink- und Kadmiumzellen mit Vorteil zu dem gleichen Zwecke verwandt werden können.



durchlässigen Filter erfüllen indessen ihren Zweck noch recht unvollkommen, man würde daher in der umgekehrten Weise verfahren müssen, daß man zuerst den Photostrom mäße, den die gesamte Lichtintensität der zu untersuchenden Quelle erregt und dann nach Vorschaltung mehrerer, das Ultraviolett stufenweise absorbierenden Filter die allmähliche Abschwächung des Stroms bestimmte. Die Stromabnahme (nach Abzug des Reflexionsverlustes) würde für jedes Filter den Photoeffekt derjenigen Lichtart ergeben, die durch dies Filter von der noch vorhandenen Intensität zurückgehalten wird. Nun wird der Photostrom durch das an Ultraviolett arme Sonnenlicht an Alkalimetallzellen aus Uviolglas fast allein durch das sichtbare Licht unterhalten, so daß die Vorschaltung einer Platte aus gewöhnlichem Glase, die das Ultraviolett bis etwa 350 μμ zurückhält, kaum eine Abnahme des an einem nicht besonders empfindlichen Galvanometer leicht meßbaren Gesamtstroms erkennen läßt. Eine Vermehrung der Stromempfindlichkeit des Meßapparats nützt wenig, da die abzulesenden Stromstärken, deren Differenz bestimmt werden soll, bald beide über die Grenze des Meßbereichs hinausgehen würden.

Bei dem Zink und Kadmium sind die Bedingungen insofern günstiger, als der Photoeffekt bei dem ersteren Metall etwa im Violett, bei dem letzteren überhaupt erst im Ultraviolett merkliche Beträge erreicht, wenigstens bei den in den gebräuchlichsten Lichtquellen vorkommenden Intensitäten. In die zu messenden Stromstärken, durch deren Differenz man den Photoeffekt eines bestimmten, von einem Filter durchgelassenen Spektralbereichs mißt, geht demnach das sichtbare Licht von vornherein nicht, oder doch nur im kleinsten Maße ein.

Man kann daher bei den Zink- und Kadmiumzellen die strommessende Vorrichtung von weit höherer Empfindlichkeit wählen, als bei den Alkalimetallen, ohne befürchten zu müssen, daß die zu bestimmenden Photoströme den Meßbereich überschreiten.

Zur Verdeutlichung geben wir unten eine Tabelle wieder, in der die Schwächung des Photostroms durch drei Filter von verschiedener Durchlässigkeit für das Ultraviolett in Prozenten des Gesamtstroms für Kalium, Zink und Kadmium im Sonnenlicht und im Lichte der Quecksilberlampe aufgeführt ist. Hierbei dienten als Filter erstens eine Platte gewöhnlichen Fensterglases von 1,6 mm Dicke, die am Spektrum des Quecksilberlichts geprüft sich bis etwa 350 μμ als durchlässig erwies, zweitens eine Platte aus gleichem Material, aber 6,52 mm stark, die Strahlen von der Wellenlänge 390 μμ eben noch passieren ließ und drittens eine 10,58 mm starke Platte schwersten Flintglases. Diese ließ Strahlen von der Wellenlänge 390 μμ (äußerstes sichtbares Violett) nicht mehr durch, wohl aber solches von der Wellenlänge 405 μμ; man wird daher mit 400 μμ die Durchlässigkeitsgrenze dieses Filters nahe treffen. Wir hatten es so in der Hand, je nach Wahl des Filters die Strahlung bei 350 μμ, 390 μμ oder 400 μμ abschneiden zu lassen. Bei Abwesenheit jeden Filters nahmen wir als Grenze für die Durchlässigkeit des Uviolglases der Zelle (siehe unten) 224 μμ an. Aus der Differenz je zweier Angaben des Meßinstruments ließ sich so der auf die in der Tabelle angegebenen Wellenlängenbereiche entfallende Anteil des photoelektrischen Stroms (in Prozenten seines Gesamtbetrags) angenähert berechnen.

Tabelle.

a) Quecksilberlicht				b) Sonnenlicht (Sonnenhöhe = 26°)			
Wellenlängen-Intervall in μμ	*K*	*Zn*	*Cd*	Wellenlängen-Intervall in μμ	*K*	*Zn*	*Cd*
rot—400	46,2	0,02	0,0	rot—400	81,0	0,6	0,0
400—390	34,2	1,48	0,0	400—390	19,0	42,3	2,2
390—350	2,1	3,10	0,0	390—350	0,0	12,1	3,1
350—224	17,5	95,40	100,0	350—295	0,0	45,0	94,7

Verwendung der Zellen zur Photometrie der ultravioletten Sonnenstrahlung.

Für künftige Versuche, welche die Bestimmung des Transmissionskoeffizienten der Atmosphäre für die ultraviolette Strahlung der Sonne, sowie die Ermittlung ihrer Intensität in verschiedenen Jahreszeiten an demselben Orte der Erdoberfläche oder in verschiedenen Meereshöhen und Breiten zum Gegenstande haben sollen, möchten wir auf Grund der mitgeteilten Ergebnisse empfehlen, an Stelle des Zinkkugelphotometers ein solches zu wählen, bei welchem der lichtempfindliche Teil eine der oben beschriebenen Zink- oder Kadmiumzellen ist. In seinem Äußern würde der Apparat dem von uns vor kurzem angegebenen „lichtelektrischen Photometer für sichtbares Licht"[1]) gleichen und sich von diesem Instrumente nur dadurch unterscheiden, daß die Alkalimetallzelle durch eine Zink- oder Kadmiumzelle

1) J. Elster u. H. Geitel, Diese Zeitschr. **13**, 739, 1912.

ersetzt ist. Bei einem derartigen Apparat ist der Meßbereich nach kurzen Wellenlängen hin durch die Durchlässigkeit des Uviolglases für ultraviolettes Licht bestimmt.

Herr Prof. Giesel hatte die Freundlichkeit, wofür wir auch an dieser Stelle besten Dank sagen, mittels eines Quarzspektrographen die Absorption des Ultravioletts in dem Uviolglas unserer Zellen zu bestimmen. Das Glasrohr war von uns aus mehreren Proben als die für Ultraviolett durchlässigste ausgesucht und von Herrn Götze (Leipzig) zur Anfertigung der Zellen benutzt. Zu der spektrographischen Aufnahme diente das Frontstück einer zerbrochenen Zelle, dessen Glasdicke 0,4 mm betrug. Dieses Stück ließ infolge seiner geringen Dicke Strahlen bis 260 μμ ohne merkliche Schwächung hindurch. In dem Intervall von 260 bis 224 μμ war bei einer Expositionszeit von 30 Sekunden die Schwärzung der Quecksilberlinien im Negativ des Absorptionsspektrums deutlich geringer als in dem des ungeschwächten Lichts; es durchdrangen die Glasschicht aber selbst noch Strahlen von etwa 215 μμ Wellenlänge. Bei einer Expositionszeit von 120 Sekunden traten nämlich in dem Absorptionsspektrum die im Licht der Quarzlampe im Ultraviolett vorhandenen Linien in der Nähe von 215 μμ noch hervor. Je nachdem man also eine Zink- oder Kadmiumzelle benutzt, wird das wirksame Intervall zwischen 400 und 224 μμ oder zwischen 390 und 224 μμ liegen, dabei ist es nicht ausgeschlossen, daß selbst Strahlen von einer Wellenlänge zwischen 224 und 215 μμ noch eine merkliche Wirkung ausüben.

In dieser Begrenzung des Meßbereichs bei Verwendung einer Zinkzelle an Stelle einer Zinkkugel in freier Luft könnte ein Nachteil erblickt werden. Da die Zinkkugel von keinem das Ultraviolett absorbierenden Mittel (außer Luft) umschlossen ist, so reagiert sie auf noch kleinere Wellenlängen als 215 μμ. Indes ist zu bedenken, daß es nach den Messungen von Miethe und Lehmann[1]) nicht wahrscheinlich ist, daß im Sonnenlicht, soweit es uns zugänglich ist, Strahlen von erheblich kleinerer Wellenlänge als etwa 291 μμ überhaupt vorkommen. Nach ihren Versuchen bricht das Sonnenspektrum an klaren Tagen in Berlin, also nahe im Meeresniveau, bei genau der gleichen Wellenlänge ab, wie auf dem Monte Rosa, also in etwa 4560 m Höhe über dem Meere. Auch Dorno[2]) in Davos findet die gleiche Grenze, nach Dember[1]), der ebenfalls auf dem Monte Rosa beobachtete, liegt sie bei 280 μμ, also auch noch reichlich innerhalb des Meßbereichs des Instruments. Vorausgesetzt, daß das Sonnenlicht reicher an brechbaren Strahlen ist, als es die obigen Befunde vermuten lassen, so könnten solche jenseits 224 μμ erst in Höhen zur Wirkung gelangen, die mit einem bemannten Ballon schwerlich zu erreichen sein dürften. Nach Niederschrift dieser Zeilen erschien in dieser Zeitschrift (**14**, 1144, 1913) eine Abhandlung von A. Wigand, in welcher diese Vermutung durch Messungen im Freiballon bestätigt wird. Wigand findet spektrographisch bei einer Meereshöhe von 9000 m als äußerste im Sonnenlicht noch vorhandene Wellenlänge fast die nämliche Zahl wie Miethe und Lehmann in 4560 m Höhe, nämlich 291,18 μμ.

Die Ausrüstung des Apparats mit einer Zinkzelle gewährt den Vorteil, daß im Sonnenlicht als Meßinstrument ein Drehspulgalvanometer verwandt werden kann, dessen Empfindlichkeit bei einer Belastung der Zelle von etwa 80 bis 100 Volt 10^{-9} Ampere pro Skalenteil nicht zu übersteigen braucht.

Bei Verwendung einer Kadmiumzelle mißt man zwar von vornherein nur den rein ultravioletten Anteil der Sonnenstrahlung, hat dabei aber den Nachteil, daß man auf den Gebrauch eines stromanzeigenden Elektrometers angewiesen ist. Wir verwandten für diese Zwecke unser Einfadenelektrometer, das bei stabiler Aufstellung auch im Gelände und auf Reisen verwandt werden kann. Es ist bei diesen Messungen nicht nötig, dem Instrumente eine übertriebene Empfindlichkeit zu erteilen, $^1/_{25}$ Volt pro Skalenteil genügt, wenn man einen Xylolwiderstand[2]) von $4 \cdot 10^{10}$ Ohm als Nebenschluß benutzt. Es entspricht alsdann einer Ablenkung des Elektrometerfadens um 1 Skalenteil ein Strom von etwa 10^{-12} Ampere, eine Empfindlichkeit, die sich auch bei niedrigem Stande der Sonne als ausreichend erwies. Bei Beobachtungen im Freiballon wird es notwendig sein, in dem Instrument den freischwebenden Spinnfaden durch einen elastisch gespannten Quarzfaden (nach Wulf) zu ersetzen. Wie sich die photometrischen Messungen mit Alkalimetallzellen durch Anwendung einer Standardlichtquelle (Hefner-

1) Miethe u. Lehmann, Sitzgsber. d. K. Pr. Akadem. der Wiss. VIII. 1900.

2) C. Dorno, Licht und Luft des Hochgebirges. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn. S. 35. 1911.

1) H. Dember, Verhandl. „Isis". Dresden. Heft 2. 1912

2) Es hat sich herausgestellt, daß Xylolwiderstände auf die Dauer nicht frei von Nachwirkungen bleiben. Von den drei Widerständen dieser Art, die wir vor etwa 2 Jahren herstellten, ist nur einer, der oben benutzte, noch frei davon.



kerze in 1 m Entfernung) auf ein unveränderliches Maß zurückführen lassen, so würde sich für eine Zink- oder Kadmiumzelle das gleiche erreichen lassen bei Verwendung einer Quarzquecksilberlampe, die ausschließlich diesem Zwecke dient und deren Konstanz bei gleicher Belastung durch eine Natriumzelle kontrolliert wird.

Es sei noch dankend hervorgehoben, daß die bei der Prüfung der Zellen verwandte Quecksilberlampe aus Mitteln beschafft wurde, die uns die Jagorstiftung in Berlin zur Verfügung stellte.

Wolfenbüttel, im November 1913.

(Eingegangen 22. November 1913.)

Über die Magnetisierung von ferromagnetischen Körpern in Beziehung zur Annahme einer Nullpunktsenergie.[1] (Over de magnetisatie van ferromagnetische lichamen in verband met de aanname eener nulpuntsenergie.)

Von W. H. Keesom.

I. Über die spontane Magnetisierung.

§ 1. Einleitung. Daß die Quantentheorie auch auf die Rotationen der Gasmoleküle angewendet werden muß, ist zuerst von Nernst[2]) ausgesprochen. Seitdem haben die Bestimmungen von Eucken[3]) und die von Scheel und Heuse[4]) die von Kamerlingh Onnes[5]) ausgesprochene Vermutung bestätigt, daß die nach der genannten Anwendung zu erwartende Abnahme der spezifischen Wärme bei konstantem Volumen für Wasserstoff im Gaszustand bereits bei erreichbaren Temperaturen auftreten würde, und damit die Notwendigkeit jener Anwendung sehr deutlich gezeigt. Außerdem haben sie für eine mehr ins einzelne gehende Behandlung der Frage[6]) nach der Art, wie die Quantentheorie auf die molekularen Rotationen angewendet werden soll, wertvolle Ergebnisse geliefert.

Einstein und Stern[7]) finden, was den allgemeinen Verlauf betrifft, eine gute Übereinstimmung mit den Bestimmungen von Eucken unter der Annahme, daß die mittlere Rotationsenergie eines Moleküls bei der Temperatur T bestimmt wird durch die Formel, die Planck[1]) kürzlich für die mittlere Energie bei der Temperatur T eines Oszillators mit bestimmter Frequenz aufgestellt hat und in der die Annahme einer kinetischen Energie beim absoluten Nullpunkt enthalten ist. Als Frequenz wurde für das drehende Molekül die Zahl der Rotationen pro Zeiteinheit angenommen, so daß die Frequenz unmittelbar wieder mit der Energie durch eine Beziehung verbunden ist.

Obgleich die Übereinstimmung im großen Ganzen sehr befriedigend ist, gibt es doch bei gewöhnlichen und nicht sehr tiefen Temperaturen Unterschiede, die eine nähere Untersuchung über die Art, wie die Quantentheorie auf molekulare Rotationen angewendet werden soll, rechtfertigen. Einstein und Stern selber weisen bereits darauf hin, daß ihre Berechnungen nicht vollständig sind in dem Sinne, daß sie bei gegebener Temperatur nur eine einzelne Rotationsgeschwindigkeit als im Gase anwesend voraussetzen. Sackur[2]) war, als er unabhängig von Einstein und Stern, doch auf etwas andere Art, die Quantentheorie auch auf die Rotation von Molekülen anwendete, hierin bereits weiter gegangen, indem er die verschiedenen möglichen Rotationsgeschwindigkeiten in seine Betrachtungen aufnahm. Dasselbe tat Ehrenfest[3]) bei einer sich mehr an Planck anschließenden Anwendung der Regeln der statistischen Mechanik. Bei diesen beiden Arten der Behandlung wurde die Annahme der endlichen Energieelemente bzw. der endlichen Elementargebiete von gleicher Wahrscheinlichkeit auf jedes der rotierenden Elementarmoleküle für sich angewendet, und zwar in gleicher Weise, wie Planck es für einen Oszillator macht. Wo jedoch die Rotation eines Moleküls bei Abwesenheit einer richtenden Kraft wegen des Fehlens einer potentiellen Energie, die bei dieser Bewegung mitwirkt, sich prinzipiell von der Bewegung eines Planckschen Oszillators unterscheidet, da scheint mir die unmittelbare Übertragung der Planckschen Betrachtungen auf die Rotationsbewegung jedes der Moleküle für sich nicht sehr vor der Hand liegend[4]).

Ich meine, daß es näher liegt, den Betrag an Temperaturenergie (vgl. diese Zeitschr. **14**, 665, 1913, § 1), welche die Moleküle bei einer Temperatur T aus ihrer Rotation besitzen, her-

1) Übersetzt nach: Leiden. Commun. Suppl. Nr. 32.

2) W. Nernst, Zeitschr. f. Elektrochemie **17**, 270, 1911; W. Nernst und F. A. Lindemann, a. a. O. S. 825, siehe auch A. Einstein, Rapports conseil Solvay 1911, S. 432.

3) A. Eucken, Berl. Ber. 1912, S. 141.

4) K. Scheel und W. Heuse, Berl. Ber. 1913, S. 44; Ann. d. Phys. (4) **40**, 473, 1913.

5) Rapports conseil Solvay 1911, S. 301; Zeitschr. f. Elektrochem. **17**, 826, 1911. Vgl. auch H. Kamerlingh Onnes und W. H. Keesom, Math. Enc. V., 10, Leiden. Comm. Suppl. Nr. 23, § 57f.

6) Diese Frage ist auch von Bedeutung für die thermische Zustandsgleichung; vgl. Leiden. Comm. Suppl. Nr. 25, § 3f (Sept. 1912).

7) A. Einstein und O. Stern, Ann. d. Phys. (4) **40**, 551, 1913.

1) Siehe M. Planck, Wärmestrahlung, 2. Aufl., S. 140.

2) O. Sackur, Jahresber. d. Schles. Ges. f. vaterl. Kult., Febr. 1913.

3) P. Ehrenfest, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 451, 1913.

4) Vgl. jedoch S. 9, Fußnote 2.

zuleiten aus der Betrachtung des Gleichgewichts des Systems mit der schwarzen Strahlung von dieser Temperatur und dabei für diese die Plancksche Formel als gegeben zu betrachten, in der Art, wie dieses in meiner oben genannten Veröffentlichung für die Translationsbewegung im Gase geschehen ist. Einstein und Stern stützen sich gleichfalls auf die Betrachtung dieses Gleichgewichts. Die Einführung der Nullpunktsenergie bildet dabei dann eine neue Hypothese, die durch die Resultate gerechtfertigt wird.[1])

Anstatt nun die molekulare Rotationsbewegung, im Gase als Ganzes betrachtet, in die Rotationen der einzelnen Moleküle zu analysieren, kann man sie auch in ein System stehender Wellen nach Jeans und Debye zerlegen. Die so zutage tretenden elementaren Bewegungen stimmen in ihren Eigenschaften ganz mit einem Planckschen Oszillator bestimmter Frequenz überein. Es scheint mir, daß die Betrachtung des Gleichgewichts zwischen schwarzer Strahlung und molekularer Rotation in derselben Weise, wie es in dieser Zeitschrift **14**, 665—670, 1913, für die Translation geschah, dazu führt, daß auf jede solche Hauptschwingung in dem Systeme die Plancksche Formel angewendet werden muß. Dies geschieht in § 2.

Indem man den dort erhaltenen Ausdruck

1) Merkwürdig ist das von Ehrenfest l. c. erhaltene Resultat, daß mit seiner Distribution der Rotationsfrequenzen ohne die Annahme einer Nullpunktsenergie eine gute Vorstellung der Euckenschen Ergebnisse bei tiefen Temperaturen erhalten wird. Indessen ist in den Bestimmungen für den von ihm bei höheren Temperaturen gefundenen, nicht monotonen Verlauf der spezifischen Wärme keine Andeutung vorhanden und wird andererseits eine auf die Annahme einer Nullpunktsenergie gegründete weitere Untersuchung durch die auch auf anderem Gebiete seitdem zutage getretenen Andeutungen für deren Existenz gerechtfertigt. Vgl. M. Planck, a. a. O.; für die molekulare Translationsbewegung in Gasen: H. Kamerlingh-Onnes und W. H. Keesom, Mitteilung an den Wolfskehl-Kongreß, Göttingen 1913; W. H. Keesom, diese Zeitschr. **14**, 665 bis 670, 1913; für die freien Elektronen in Metallen: W. H. Keesom, diese Zeitschr. **14**, 670—675, 1913; bezüglich der Abweichungen vom Curieschen Gesetz bei paramagnetischen Stoffen: E. Oosterhuis, diese Zeitschr. **14**, 862, 1913; hinsichtlich der spontanen Magnetisierung von ferromagnetischen Stoffen: diese Mitteilung I; für die Abhängigkeit des molekularen magnetischen Moments ferromagnetischer Stoffe oberhalb des Curiepunktes von der Temperatur: diese Mitteilung II (im nächsten Heft); denen vielleicht als in der gleichen Richtung zeigend, obgleich vorläufig wenig zwingend, zugefügt werden kann: Das Verhalten der dielektrischen Konstanten von Äthyläther (siehe eine spätere Mitteilung), die Abweichung bei tiefen Temperaturen vom Becquerelschen Gesetze über die Breite von einigen Absorptionsbanden (vgl. J. Becquerel und H. Kamerlingh-Onnes, Leiden. Comm. Nr. 103, § 5, Februar 1908), das Verhalten der Reibungskoeffizienten für Gase bei tiefen Temperaturen, vgl. W. H. Keesom, Leiden. Comm. Suppl. Nr. 25, § 6 (September 1912), H. Kamerlingh-Onnes, C. Dorsman und Sophus Weber, Leiden. Comm. Nr. 134 a, b, c (März, April 1913).

für die Energie der Molekularrotation mit den experimentellen Resultaten für die spezifische Wärme von Wasserstoff vergleicht, bekommt man im allgemeinen eine Übereinstimmung, die gleich gut ist wie die von Einstein und Stern gefundene. Für gewöhnliche und nicht sehr tiefe Temperaturen, für welche die Resultate von Eucken durch Scheel und Heuse bestätigt worden sind, treten auch jetzt Abweichungen auf, die ebenso wie die von Einstein und Stern gefundenen nicht experimentellen Fehlern zugeschrieben werden können. Diese Abweichungen unterscheiden sich von den von Einstein und Stern gefundenen insoweit, als sie alle in gleicher Richtung gehen, nämlich so, daß der experimentelle Wert größer ist als der berechnete[1]) und daß sie gleichmäßig mit der Temperatur zunehmen. Diese Punkte scheinen zugunsten der in § 2 gemachten Voraussetzungen zu sprechen, insoweit es leichter erscheint, durch das „Auftreten eines neuen Freiheitsgrades" Rechenschaft zu geben von Abweichungen, die den erwähnten Verlauf zeigen, als von den Abweichungen, wie sie von Einstein und Stern gefunden werden. Dem steht jedoch gegenüber, daß die etwaige Ungleichheit der beiden Hauptträgheitsmomente, die in diesem Gebiete den Beitrag der Rotation zur spezifischen Wärme beherrschen, vorausgesetzt, daß das dritte Hauptträgheitsmoment so klein ist, daß in diesem Gebiete die Rotation um die entsprechende Achse noch keinen merklichen oder nur einen geringen Beitrag liefert, vielleicht auch Abweichungen wie die von Einstein und Stern bei der Annahme der Gleichheit jener Trägheitsmomente gefundenen zur Folge haben könnte[2]).

1) Dasselbe gilt für die von O. Sackur a. a. O. gefundenen Abweichungen.

2) Bemerkung bei der Korrektur: Auch müssen wir die Möglichkeit im Auge halten einer Kombination der Annahme einer Nullpunktsenergie mit der Annahme einer diskontinuierlichen Verteilung der Rotationsfrequenzen entsprechend derjenigen, welche Ehrenfest a. a. O. bei Abwesenheit von Nullpunktsenergie annimmt. Diese Kombination, welche nach einer Privatmitteilung von Ehrenfest auch schon betrachtet wurde, soll besonders jetzt geprüft werden, nachdem Eucken im Anhang zur deutschen Ausgabe der Verh. a. d. Conseil Solvay 1911, 403 (vgl. auch Bjerrum, Nernst-Festschrift, 90, 1912, und E. v. Bahr, Verh. d. D. physik. Ges., 710, 731, 1913) wichtige Gründe für die Annahme einer solchen diskontinuierlichen Verteilung abgeleitet hat aus Beobachtungen von Rubens und Aschkinass, Wied. Ann. **64**, 584, 1898, Rubens, Berlin, Sitz.-Ber., 513, 1913, E. v. Bahr, a. a. O., über ultrarote Absorptionsspektra von Gasen. Die zwei Annahmen: 1. kontinuierliche Verteilung der Frequenzen, z. B. nach § 2 dieser Mitteilung, und 2. diskontinuierliche Verteilung könnten als zwei Grenzfälle betrachtet werden, letztere für so kleine Dichten, daß die Moleküle zwischen zwei aufeinander folgenden Stößen ungestört eine große Zahl Umdrehungen machen, erstere für so große Dichten, daß die molekularen Rotationen fortwährend durch Stöße oder andere gegenseitige Einwirkungen gestört werden, so

Vor Einführung irgendeiner dieser neuen Hypothesen schien es mir wünschenswert, den in § 2 aufgestellten Ausdruck der Rotationsenergie an anderen Erscheinungen zu prüfen. Da nach der Theorie von Langevin die Rotationsenergie der Moleküle einen bestimmenden Einfluß auf die Magnetisierung von paramagnetischen Stoffen hat, kann diese dazu dienen. Oosterhuis, der mit gutem Erfolg die Quantentheorie unter Einführung einer Nullpunktsenergie nach Einstein und Stern zur Erklärung der Abweichungen anwandte, welche die Suszeptibilität einiger paramagnetischer Stoffe vom Curieschen Gesetze zeigt, war so freundlich, außer dem von Einstein und Stern gegebenen Ausdruck für die Rotationsenergie auch den in § 2 mitgeteilten zu prüfen[1]). Er fand, daß die Abweichungen mit Hilfe des zuletzt genannten Ausdrucks nicht viel besser dargestellt werden als mit Hilfe des einfacheren von Einstein und Stern. Eine deutliche Entscheidung zwischen beiden wurde nicht erhalten.

Dann habe ich gemeint, daß vielleicht die spontane Magnetisierung ferromagnetischer Stoffe noch ein empfindlicheres Kriterium für die Prüfung des in § 2 aufgestellten Ausdrucks für die molekulare Rotationsenergie würde liefern können. In § 3 wird zu diesem Zwecke das in § 2 erhaltene Resultat in die Theorie von Weiss für ferromagnetische Stoffe eingeführt, wobei zu bedenken ist, daß die molekulare Rotationsenergie durch die Anwesenheit eines richtenden Feldes geändert wird (§ 3b). In § 4 sind die Ergebnisse der Vergleichung mit den experimentellen Bestimmungen mitgeteilt. Daran schließen sich im Teil II (im nächsten Heft) einige allgemeine Bemerkungen an, wozu die Anwendung der Quantentheorie unter Einführung der Nullpunktsenergie auf ferromagnetische Stoffe, besonders auf den erregt-ferro-magnetischen Zustand führt. Dabei ist zu beachten, daß verschiedene jener allgemeinen Bemerkungen nicht von dem Spezialwert der Rotationsenergie abhängig sind, der in § 2 und 3 dafür aufgestellt ist, sondern nur von dem allgemeinen Verlauf jener Energie mit der Temperatur, wie dies in diesen Paragraphen dargetan wird. Inwieweit dies für jede Bemerkung der Fall ist, wird der Leser selbst für jeden Einzelfall leicht beurteilen können. —

daß die eigene Rotationsfrequenz des Moleküls sich nicht entwickeln kann. Die Tatsache, daß, wie E. v. Bahr a. a. O., 710, fand, bei größeren Dichten die Maxima und Minima im Absorptionsspektrum weniger ausgeprägt werden, entspricht der Annahme einer Superposition eines diskontinuierlichen Spektrums über ein kontinuierliches, derart, daß beim Übergehen zu größeren Dichten, infolge des kleiner werdenden Zeitintervalls zwischen zwei aufeinander folgenden Stößen oder im allgemeinen des zunehmenden Einflusses der gegenseitigen Einwirkungen, die Intensität des erstgenannten Spektrums abnimmt im Vergleich mit der des zweitgenannten. Für die in dieser Mitteilung behandelte Magnetisierung ferromagnetischer Körper kann man erwarten, daß die kontinuierliche Verteilung überwiegen wird.

1) E. Oosterhuis, diese Zeitschr. **14**, 862, 1913, § 7.

§ 2. Die Energie der molekularen Rotation bei Abwesenheit einer Richtkraft. Wenn in einer Gruppe von Molekülen in einem Gase die molekulare Rotationsgeschwindigkeit geändert wird, dann wird diese Änderung in der Bewegung aus diesem Zentrum der Gleichgewichtsstörung auf die übrigen Moleküle übertragen werden. Dasselbe gilt für einen festen Körper, in dem wir vorläufig die Moleküle frei drehend annehmen. Es unterliegt keinem Zweifel, daß für die Beschreibung der als ein molarer Prozeß betrachteten Fortpflanzung der erwähnten Gleichgewichtsstörung bei geeigneten vereinfachenden Voraussetzungen eine Differentialgleichung derselben Form wie bei der Fortpflanzung einer Wellenbewegung in einem elastischen Medium gelten wird.

Da auch die Randbedingungen[1]) übereinstimmen mit denjenigen, die bei der Fortpflanzung einer Wellenbewegung in einem elastischen Medium (eventuell einem Gas) gelten, so werden, was die Rotation betrifft, übereinstimmende Zustände stehender Wellenbewegung möglich sein, wie sie bei akustischen Bewegungen auftreten. Im besonderen wird z. B. die Anzahl der möglichen Hauptschwingungsweisen, deren Frequenz zwischen ν und $\nu + d\nu$ liegt, durch eine Formel wie Gleichung (3) (diese Zeitschr. **14**, 665—670, 1913), gegeben werden.

Die molekulare Rotation im Körper kann nun in ein System derartiger Wellenbewegungen zerlegt gedacht werden. Zur Bestimmung der Zahl jener Wellenbewegungen bei einer endlichen Zahl Moleküle setzen wir für diesen Fall wieder die angenäherte Gültigkeit der Debyeschen Methode voraus, nach welcher das Spektrum berechnet wird, ohne der Molekularstruktur Rechnung zu tragen, und dann an der Seite der hohen Frequenzen bei einem Wert ν_{max} abgeschnitten wird, der dadurch bestimmt wird, daß die Gesamtzahl jener Schwingungsarten der Anzahl der Freiheitsgrade gleichgesetzt wird.

Wir können uns denken, daß die Strahlungsenergie auf Molekularrotationen mittels des Strahlungsdruckes übertragen wird und können dementsprechend und analog wie bei der molekularen Translation (diese Zeitschr. **14**, 665—670, 1913; § 2) annehmen, daß wir es mit Energie-

1) Falls die Moleküle am Rande frei rotieren können, tritt dort ein Bauch auf; ist ihre Rotationsbewegung dort verhindert oder stark gedämpft, ein Knoten.



quanten im Werte von $\frac{1}{2} h\nu$ zu tun haben[1]), wenn ν die Frequenz der betrachteten Schwingungsart im Gase ist. Eine andere Annahme hinsichtlich des Koeffizienten von $h\nu$ würde außerdem für die allgemeinen Ergebnisse dieser Mitteilung keine Änderung herbeiführen.

Wie für die Translation (diese Zeitschr. **14**, 665—670, 1913; § 3) werden wir für die freie Rotation bezüglich der Fortpflanzungsgeschwindigkeit c der hier betrachteten Wellenbewegungen annehmen, daß sie für die kleinen Wellenlängen, welche die Hauptrolle spielen, bei Zuständen, die sich vom thermo-dynamischen Gleichgewichtszustand wenig unterscheiden, für jede Schwingungsart proportional ist der Quadratwurzel aus der Energie der betreffenden Schwingungsart $u_{r\nu}$[2]). Dann bekommen wir in Übereinstimmung mit dieser Zeitschr. **14**, 665—670, 1913; § 4:

$$u_{r\nu} = \frac{1}{2}\left\{\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} + \frac{1}{2} h\nu\right\}. \qquad (1)$$

Dies ist der Ausdruck, der auch von Einstein und Stern für die Rotationsenergie der „Frequenz" ν für einen Freiheitsgrad angenommen wird. Die hier gemachte Voraussetzung bezüglich c möge vorläufig weiter durch die Bemerkung gerechtfertigt werden, daß dadurch erhalten wird, daß bei hohen Temperaturen das Verhältnis der Energie eines Freiheitsgrades zum Werte $\frac{1}{2} kT$ sich dem Werte 1 nähert, was für diese freien Rotationen der Fall sein muß.

Wir werden in dieser Mitteilung, wo es nicht ausdrücklich anders vermerkt wird, voraussetzen, daß wir es mit Rotationen um zwei gleichwertige Achsen zu tun haben. Für die mittlere Rotationsenergie der beiden Freiheitsgrade finden wir dann

$$u_r = \frac{3}{\nu_{\max}^3}\int_0^{\nu_{\max}}\left\{\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1} + \frac{1}{2} h\nu\right\}\nu^2 d\nu \qquad (2)$$

während wir in Übereinstimmung mit Gleichung (5)[3]) und (7) (diese Zeitschr. **14**, 665—670, 1913) $c \sim u_r^{1/2}$ annehmen, so daß [vgl. Formel (3) diese Zeitschr. **14**, 665—670, 1913]

$$\nu_{\max} \sim u_r^{1/2} \qquad (3)$$

wird. Diese Voraussetzung bewirkt [bei Annahme einer Nullpunktsenergie wie in (1)], daß bei genügend hohen Temperaturen u_r in $k(T+A)$ übergeht, wo A eine Konstante ist, was Oosterhuis[1]) zur Erklärung des Verhaltens der Suszeptibilität verschiedener paramagnetischer Stoffe geeignet fand.

1) Vgl. auch P. Ehrenfest, a. a. O. S. 453 Fußnote 1.

2) Der Index r wird im folgenden anzeigen, daß die Größe sich auf die Rotationsenergie bezieht.

3) Hierin ist angenommen, daß im thermodynamischen Gleichgewichtszustand die Fortpflanzungsgeschwindigkeit für die verschiedenen Frequenzen dieselbe ist.

Wie in dieser Zeitschr. **14**, 665—670, 1913, kann man, wenn man

$$\xi = \frac{h\nu}{kT},\ x = \frac{h\nu_{\max}}{kT},\ \Theta = \frac{h\nu_{\max}}{k},\ \Theta_0 = \frac{h\nu_{\max 0}}{k} \qquad (4)$$

einführt, schreiben[2]):

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{u_r}{u_{r0}}\right)^{1/2} &= 1 + \frac{8}{x^4}\int_0^x \frac{\xi^3 d\xi}{e^{\xi}-1}\\ \frac{T}{\Theta_0} &= \frac{1}{x}\left(\frac{u_r}{u_{r0}}\right)^{1/2}\end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Bei Abwesenheit einer Richtkraft bestimmen diese Gleichungen u_r als Funktion von T.[3]) Darin ist die Rotationsenergie für $T = 0$

$$u_{r0} = \frac{3}{8} k\Theta_0. \qquad (6)$$

§ 3a. **Einführung der Quantentheorie in die Theorie von Weiss für den ferromagnetischen Zustand.** Wir wollen voraussetzen, daß die Einführung der Quantentheorie in die Statistik der Orientierungen der Elementarmagnete unter Einfluß des magnetischen Feldes nur die Änderung herbeiführt, daß in die von Langevin[4]) dafür erhaltenen Beziehungen für kT der jetzt geltende Wert u_r der Rotation eingeführt werden muß[5]).

1) E. Oosterhuis, diese Zeitschr. **14**, 862, 1913.

2) Die Einführung der Quantentheorie wird bei den Betrachtungen, die hier folgen, charakterisiert durch das Auftreten der Konstanten Θ_0. Diese hängt zusammen mit dem Trägheitsmoment des Moleküls oder desjenigen Teils von ihm, der frei rotiert, und zwar so, daß einem kleineren Wert dieses Trägheitsmomentes ein größerer Wert von Θ_0 entspricht und umgekehrt. So darf man erwarten, daß für Elemente mit einatomigen Molekülen Θ_0 relativ groß ist, und daß für Verbindungen mit schweren Molekülen mit relativ großer Ausbreitung Θ_0 relativ klein ist. Die Abweichungen von den Äquipartitionsgesetzen gehen mit dem parallel, was Oosterhuis hinsichtlich der Abweichungen der paramagnetischen Stoffe vom Curieschen Gesetz tatsächlich fand.

3) Geeignete Reihenentwicklungen für die erste der Gleichungen (5) sind für größere Werte von x

$$\left(\frac{u_r}{u_{r0}}\right)^{1/2} = 1 + \frac{8\pi^4}{15}\frac{1}{x^4} - 8\sum_{n=1}^{n=\infty} e^{-nx}\left(\frac{1}{nx} + \frac{3}{n^2x^2} + \frac{6}{n^3x^3} + \frac{6}{n^4x^4}\right),$$

für kleinere Werte von x:

$$\left(\frac{u_r}{u_{r0}}\right)^{1/2} = \frac{8}{3}\frac{1}{x}\left\{1 + \frac{1}{20}x^2 - \frac{1}{1680}x^4 + \frac{1}{90720}x^6 - \frac{1}{4435200}x^8 \ldots\right\}.$$

4) P. Langevin, Ann. Chim. Phys. (8) **5**, 70, 1905.

5) Bei der Anwendung auf feste Körper werden wir

Nach Langevin ist das magnetische Moment der Masseneinheit M_m unter der Wirkung des magnetischen Feldes H

$$M_m = n\mu \left\{ \frac{\mathrm{Ch}\,a}{\mathrm{Sh}\,a} - \frac{1}{a} \right\}; \qquad (7)$$

wo n die Zahl der frei rotierenden Molekularmagnete[1]) in der Masseneinheit, μ das molekulare magnetische Moment ist; a wird bestimmt durch

$$a = \frac{\mu H}{u_r}. \qquad (8)$$

Für den Wert von u_r, der durch das Magnetfeld geändert sein kann, sehe man diesen Paragraphen unter b.

Aus (7) und (8) ergibt sich für die Suszeptibilität paramagnetischer Stoffe, solange noch keine Sättigung[2]) bemerkbar zu werden beginnt,

$$\chi = \frac{n\mu^2}{3u_r}, \qquad (9)$$

eine Beziehung, die auch von Oosterhuis angenommen wurde.

Nach der Theorie von Weiss[3]) ist für den ferromagnetischen Zustand zu setzen:

$$H = H_e + H_m \qquad (10)$$

worin H_e das äußere Feld und

$$H_m = N_m I_m \qquad (11)$$

das Molekularfeld darstellt. Hier ist I_m die Magnetisierung pro Volumeneinheit $= \varrho M_m$, wenn $\varrho =$ der Dichte ist. Der Koeffizient des Molekularfeldes N_m wird von Weiss als konstant vorausgesetzt.

annehmen, daß die Moleküle frei rotieren können oder wenigstens so schwach an eine bestimmte Gleichgewichtsorientierung gebunden sind, daß der größte Zuwachs, den die potentielle Energie infolge des Ausweichens aus der Gleichgewichtsorientierung erleiden kann, noch klein ist im Vergleich mit der mittleren kinetischen Rotationsenergie, die das Molekül bei den Temperaturen hat, bei der wir die Magnetisierung betrachten. In Fällen, wo die Änderungen der potentiellen Energie in Betracht kommen, können kompliziertere Beziehungen auftreten. Wegen der Behandlung derartiger Fälle bei Annahme des Äquipartitionswertes für die Rotationsenergie siehe P. Weiss, C. R. **156** 1674, 1836, 1913.

1) Unter magnetischem Molekül verstehen wir in dieser Mitteilung fortan das elementare Teilchen, das frei als Ganzes rotiert und ein magnetisches Moment hat, wobei wir vorläufig unbeachtet lassen, ob es mit dem chemischen Molekül zusammenfällt oder nicht. Nach Weiss würde jedes chemische Molekül Fe_3O_4 3 magnetische Moleküle enthalten.

2) Es sei bemerkt, daß man bei Annahme einer Nullpunktsenergie das Auftreten der Sättigungserscheinungen bei tiefen Temperaturen erst bei höheren Werten von H erwarten wird, als nach der Theorie von Langevin, in der a durch den Wert von $\frac{H}{T}$ bestimmt wird.

3) P. Weiss, Journ. de Phys. (4) **6**, 661, 1906 (diese Zeitschr. **9**, 358, 1908). Les idées modernes sur la constitution de la matière (Conferences Paris 1912) S. 332.

Die spontane Magnetisierung σ, welche zu $H_e = 0$ gehört, wird nach der Konstruktion von Weiss in einem σ,a-Diagramm durch Bestimmung des Schnittpunktes der Kurve:

$$\sigma = n\mu \left\{ \frac{\mathrm{Ch}\,a}{\mathrm{Sh}\,a} - \frac{1}{a} \right\} \qquad (12)$$

mit der zum betrachteten Wert von T gehörigen Geraden

$$\sigma = \frac{u_r}{N_m \varrho \mu} a \qquad (13)$$

erhalten.

Ist

$$u_{r0} > \frac{N_m n \varrho \mu^2}{3}, \qquad (14)$$

so hat keine der Geraden (13) einen anderen Schnittpunkt mit der Kurve (12) als den Punkt $a = 0$. Bei der Annahme einer Nullpunktsenergie für die molekulare Rotation sind also ferromagnetische Stoffe, charakterisiert durch den Besitz eines Molekularfeldes nach Weiss, möglich, ohne daß bei ihnen die spezifisch ferromagnetischen Eigenschaften, nämlich spontane Magnetisierung, Hysteresis, remanenter Magnetismus, auftreten. Wir werden in § 6 (im nächsten Heft) hierauf näher zurückkommen.

Ist hingegen

$$u_{r0} < \frac{N_m n \varrho \mu^2}{3}, \qquad (15)$$

so gehört zu jeder Temperatur $T < T_c$, der Temperatur des Curiepunktes, welche durch

$$u_{rc} = \frac{N_m n \varrho \mu^2}{3} \qquad (16)$$

bestimmt wird ($u_{rc} =$ Rotationsenergie beim Curiepunkt), eine spontane Magnetisierung, die wir uns dann durch (12) und

$$\varrho = n\mu \cdot \frac{1}{3} \frac{u_r}{u_{rc}} \qquad (17)$$

bestimmt denken können.

b. Einfluß des Magnetfeldes auf die Rotationsenergie. Da die Rotationsenergie der Molekularmagnete nach der Quantentheorie abhängig ist von den in dem betrachteten Körper auftretenden Frequenzen, und da diese unter Einfluß des Magnetfeldes geändert werden können, kann auch die erwähnte Rotationsenergie vom Felde abhängig sein. Die Art der Abhängigkeit kann thermodynamisch vollständig hergeleitet werden, wenn die Energie bei Abwesenheit eines Feldes als Temperaturfunktion bekannt ist (vgl. § 2).

Die Wärme, die bei einer unendlich kleinen umkehrbaren Änderung einem ferromagnetischen Körper, dessen Zustand von T und M_m be-

stimmt gedacht ist, zugeführt werden muß, ist pro Masseneinheit[1])

$$dQ = dU_r - H dM_m, \qquad (18)$$

worin U_r ebenfalls auf die Masseneinheit bezogen wird, und H wie in diesem Paragraphen unter a) das totale auf jedes magnetische Molekül wirkende Feld vorstellt, wozu auch das Molekularfeld gerechnet wird.

Nach dem zweiten Hauptsatz ergibt sich hieraus

$$\left(\frac{\partial U_r}{\partial M_m}\right)_T = H - T\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_{M_m}. \qquad (19)$$

Entsprechend der Voraussetzung am Anfang dieses Paragraphen unter a) können wir schreiben

$$H = n u_{rm} f(M_m) \qquad (20)$$

wo $f(M_m)$ durch (7) und (8) bestimmt wird. Durch den Index $_m$ in u_{rm} wird darauf hingedeutet, daß die Rotationsenergie durch das Feld geändert ist; u_r wird wie in § 2 die Rotationsenergie bei Abwesenheit des Feldes bleiben. Mit $U_r = n u_{rm}$ geht (19) dann über in

$$\frac{1}{f(M_m)}\left(\frac{\partial u_{rm}}{\partial M_m}\right)_T = u_{rm} - T\left(\frac{\partial u_{rm}}{\partial T}\right)_{M_m}. \qquad (21)$$

Die allgemeine Lösung dieser partiellen Differentialgleichung ist:

$$\frac{u_{rm}}{T} = \varphi\left(T e^{-\int_0^{M_m} f(M_m)\, dM_m}\right). \qquad (22)$$

Als untere Grenze des Integrals ist 0 gewählt, weil die Funktion φ dadurch bestimmt werden kann, daß für $M_m = 0$ u_{rm} als Funktion von T durch Gleichung (5) gegeben ist. Man bekommt dann ein Paar Gleichungen zur Bestimmung von u_{rm}, wenn T und M_m gegeben sind. Diesen Gleichungen kann man folgende Form geben. Nennen wir $u_r{}^*$ und T^* solche Werte von u_r und T, die nach (5) zu einem bestimmten Werte von x gehören, so erhält man die folgenden Werte von u_{rm} und T

$$\left.\begin{aligned} u_{rm} &= u^*_r \cdot \frac{a}{\mathrm{Sh}\, a}\, e^{a \frac{M_m}{n\mu}} \\ T &= T^* \cdot \frac{a}{\mathrm{Sh}\, a}\, e^{a \frac{M_m}{n\mu}}. \end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

Hier ist die in (22) auftretende Integration[1]) außerdem ausgeführt. Man ersieht leicht, daß u_{rm} größer ist als das zu demselben Wert von T gehörige u_r (für $M_m = 0$); ferner, daß wenn $u_r{}^* = kT^*$ ist, u_{rm} gleich dem Werte von u_r (für $M_m = 0$) bei der Temperatur T ist.

Zur Bestimmung der spontanen Magnetisierung ist M_m in (23) zu ersetzen durch σ und ist zu bedenken, daß zwischen σ, a und u_{rm} nach (12) und (17) die Beziehungen

$$\frac{\sigma}{n\mu} = \frac{\mathrm{Ch}\, a}{\mathrm{Sh}\, a} - \frac{1}{a} = \frac{1}{3}\, a \cdot \frac{u_{rm}}{u_{rc}} \qquad (24)$$

bestehen[2]).

Die Berechnung kann so geschehen, daß bei bestimmtem Werte von $\frac{\sigma}{n\mu}$ der zugehörige Wert von T berechnet wird: (24) ergibt zu $\frac{\sigma}{n\mu}$ die Werte von a und $\frac{u_{rm}}{u_{rc}}$; nach (23) ist dann

$$u^*_r = u_{rm} \frac{\mathrm{Sh}\, a}{a}\, e^{-a \frac{\sigma}{n\mu}}; \qquad (25a)$$

nach (5) lehren die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{u^*_r}{u_{r0}}\right)^{\frac{1}{2}} &= 1 + \frac{8}{x^4}\int_0^x \frac{\xi^3 d\xi}{e^\xi - 1} \\ \frac{T^*}{\Theta_0} &= \frac{1}{x} \cdot \left(\frac{u^*_r}{u_{r0}}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}\right| \qquad (26)$$

bei gegebenem Θ_0 den Wert von T^* kennen, wonach T sich ergibt aus

$$T = T^* \cdot \frac{a}{\mathrm{Sh}\, a}\, e^{a \frac{\sigma}{n\mu}}. \qquad (25b)$$

§ 4. **Die spontane Magnetisierung von Magnetit und Nickel.** In Fig. 1 sind die Daten für die Vergleichung der Bestimmungen der spontanen Magnetisierung von Magnetit und Nickel mit den Beziehungen (23) bis (26) von § 3 vereinigt.

T_c ist die Temperatur des Curiepunktes. Die mit „Äquipartition“ bezeichnete Kurve ist nach (24) mit $u_{rm} = kT$ berechnet. Die beiden anderen Kurven sind der Fig. 1, Tafel I, von Leiden Comm. Nr. 114 von Weiss und Kamer-

1) Diese Gleichung wurde von mir aus der Betrachtung der Energie hergeleitet, die einem einzelnen der Molekularmagnete, deren Moment unveränderlich gedacht wird, zugefügt werden muß, wenn dessen Rotationsenergie und Orientierung bezüglich des Feldes H geändert wird. Dabei ist die ganze gegenseitige Wirkung der Moleküle aufeinander, wie bei Weiss, in Form des Molekularfeldes in H enthalten gedacht. Man bekommt für die zuzuführende Energie $du_r - H d\mu_H$, wenn $d\mu_H$ die Änderung der Komponenten des Magnetmomentes in der Richtung von H darstellt. Bildet man die Summe über die Masseneinheit, so bekommt man (18). Wegen einer mir von Prof. Lorentz gütigst mitgeteilten Herleitung, die mehr ins einzelne geht, siehe den Nachtrag.

1) Im Langevinschen M_m, a-Diagramm ist dieses Integral als der Inhalt der von der Kurve (7) und der M_m-Achse begrenzten Fläche abzulesen.

2) Aus Gleichung (23) ergibt sich, daß die Bestimmung des Curiepunktes nach Gleichung (16) wegen des Einflusses des Feldes auf die Rotationsenergie keine Änderung erleidet, was auch direkt zu verstehen ist.

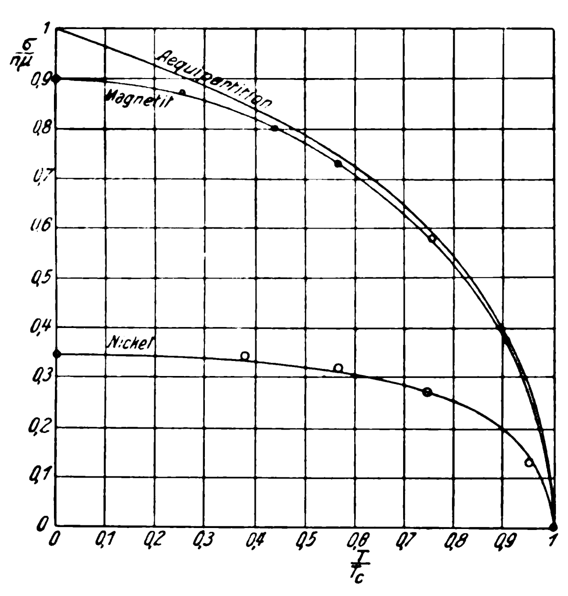


Fig. 1.

lingh-Onnes (Februar 1910[1])) entlehnt und stellen die Bestimmungen für Magnetit und Nickel dar[2]).

Die durch Kreise bezeichneten Punkte sind nach (23) bis (26) berechnet. Dabei ist angenommen[3]):

für Magnetit $\Theta_0 = 75$

für Nickel $\Theta_0 = 2100.$

Die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung für Magnetit ist als sehr befriedigend zu betrachten[4]). Dies spricht wohl dafür, daß die hier gemachte Anwendung der Quantentheorie in den Hauptzügen, besonders was die Annahme einer Nullpunktsenergie betrifft, der Wirklichkeit entspricht.

Für Nickel ist die Übereinstimmung etwas weniger gut[1]). Indessen wird sie wohl als eine Erhärtung der Hauptzüge der hier mitgeteilten Betrachtungen angesehen werden dürfen. Die Abweichungen können dann dem annähernden Charakter einiger der besonderen Annahmen in § 2 und 3 zugeschrieben werden.

Nimmt man die Voraussetzungen dieser Mitteilung hinsichtlich der Molekularrotationsenergie als in den Hauptzügen richtig an, so sind diese Resultate außerdem als eine schöne Bestätigung der Weissschen Theorie des Molekularfeldes aufzufassen.

Es ist bemerkenswert, daß bei Annahme einer Nullpunktsenergie die spontane Magnetisierung beim absoluten Nullpunkt, σ_0, nicht zusammenfällt mit der absoluten „Sättigungsmagnetisierung" $n\mu$, bei welcher alle magnetischen Momente parallel zueinander gedacht sind.

Bei den oben erwähnten Werten von Θ_0 findet man

$$\text{für Magnetit} \quad \frac{\sigma_0}{n\mu} = 0{,}906$$

$$\text{für Nickel} \quad \frac{\sigma_0}{n\mu} = 0{,}346.$$

Entsprechen diese Betrachtungen der Wirklichkeit, so wird dieses bei den Berechnungen der magnetischen Molekularmomente berücksichtigt werden müssen. Man findet mit den oben erwähnten Zahlen, indem man die Werte für die Sättigungsmagnetisierung[2]) bei tiefen Temperaturen Weiss und Kamerlingh-Onnes, Leiden Comm. Nr. 114, entlehnt, mit der dort angegebenen Korrektion für die Ausdehnung,

1) Eine Ablesung der Kurve für Magnetit, die in „Les idées modernes sur la constitution de la matière (Conférences Paris 1912) veröffentlicht ist, ergibt nur unbedeutende Unterschiede gegenüber den Ablesungen der Figur in Leiden Comm. Nr. 114.

2) Dabei sind die Werte von $\frac{\sigma_0}{n\mu}$ mit den weiter unten angegebenen Werten von Θ_0 berechnet.

3) Auffallend ist wiederum der große Unterschied in Θ_0 für einatomige Elemente und für Verbindungen, was einem derartigen Unterschied (im umgekehrten Sinne) im Trägheitsmoment entspricht. Es hängt mit diesen großen Werten von Θ_0, d. h. mit dem kleinen Trägheitsmoment, zusammen, daß die Rotationsenergie bei einatomigen festen Stoffen bei gewöhnlichen Temperaturen nur einen relativ kleinen Beitrag zur spezifischen Wärme liefert.

4) Aus der ursprünglichen Figur wurde für Magnetit abgelesen:

$\frac{T}{T_c}$	$\frac{\sigma}{\sigma_0}$ beob. $\times \frac{\sigma_0}{n\mu}$ ber.	$\frac{\sigma}{n\mu}$ ber.	Beob. — Ber.
0,253	$0{,}871^5$	0,873	$-\ 0{,}001^5$
0,439	$0{,}802^5$	0,800	$+\ 2^5$
0,565	$0{,}730^5$	0,733	$-\ 2^5$
0,756	$0{,}575^5$	0,581	$-\ 5^5$
0,906	$0{,}374^5$	0,377	$-\ 2^5$

Der Anschluß bei den höheren Temperaturen hätte durch eine andere Wahl von Θ_0 noch verbessert werden können. Dieses ist nicht geschehen, weil vermutlich in der Beobachtungskurve die Korrektion wegen der Wärmeausdehnung noch nicht angebracht ist. Wenn tatsächlich diese Korrektion noch nicht angebracht wäre, so fällt die Übereinstimmung zwischen Beobachtungen und Berechnungen wohl innerhalb der Genauigkeitsgrenzen der Messungen.

1) Für Nickel wurde abgelesen:

$\frac{T}{T_c}$	$\frac{\sigma}{\sigma_0}$ beob. $\times \frac{\sigma_0}{n\mu}$ ber.	$\frac{\sigma}{n\mu}$ ber.	Beob. — Ber.
0,381	0,332	0,341	$-\ 0{,}009$
0,567	$0{,}311^5$	0,320	$-\ 85$
$0{,}748^5$	$0{,}271^5$	$0{,}270^5$	$+\ 1$
0,955	$0{,}138^5$	0,127	$+\ 11^5$

Die etwa noch einzuführende Korrektion für die Wärmeausdehnung (siehe vorige Fußnote 4) würde hier die Abweichungen noch etwas vergrößern.

2) Hier wird angenommen, daß zwischen der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs und dem absoluten Nullpunkt nicht noch etwas Besonderes in der spontanen Magnetisierung auftritt. (Vgl. Leiden Comm. Nr. 114, § 1b.)

für das magnetische Moment per Grammolekül bzw. Grammatom: für Magnetit 24402, für Nickel[1]) 9734. Keiner von beiden Werten ist ein annähernd ganzes Vielfache des von Weiss angenommenen Wertes des Magnetons 1123,5. Bevor hieraus in dieser Hinsicht einigermaßen definitive Resultate hergestellt werden können, müssen jedoch die näheren Daten bezüglich der absoluten Werte der Sättigungsmagnetisierung besonders für Magnetit abgewartet werden[2]), die Weiss angekündigt hat, und werden auch Berechnungen, wie sie in dieser Mitteilung für Magnetit und Nickel geliefert sind, fur andere Stoffe (besonders für Eisen und Kobalt) ausgeführt werden müssen.

Nachtrag.

Die folgende Herleitung von Gleichung (18) dieser Mitteilung wurde mir von Prof. Lorentz gütigst mitgeteilt.

Die in diesem Nachtrag vorkommenden Verweise auf Paragraphen und Gleichungen beziehen sich auf Artikel V_{14}, „Elektronentheorie", in der Math. Enzyklopädie. Einige Bezeichnungen unterscheiden sich etwas von der in der vorstehenden Mitteilung benutzten.

Man kann sich bei der Betrachtung der Energie eines magnetisierten Körpers auf zweierlei Standpunkt stellen, und zwar annehmen:

A. Daß die Molekularmagnete tatsächlich permanente Magnete sind (daß also das magnetische Moment nicht dem Rotieren oder Zirkulieren von elektrischen Ladungen zu verdanken sein würde), oder auch

B. wie in § 48e, daß das magnetische Moment einer Rotation oder dem Zirkulieren elektrischer Ladungen um eine bestimmte Achse im Molekül zu verdanken ist.

In beiden Fällen kann man für die magnetische Energie setzen $\frac{1}{2}\int H^2 dS$, wo das Integral über den ganzen Raum genommen ist, den Raum innerhalb des Magneten mitgerechnet. H ist in den beiden Auffassungen A und B nicht dasselbe. In der Auffassung A muß man sich über die Magnete „Magnetismus" verteilt denken, und die magnetische Kraft suchen, die dieser Magnetismus verursacht. Hierzu kann dann noch die magnetische Kräft hinzutreten, die durch etwaige elektrische Strömungen verursacht wird. Bei der Auffassung B hat man es mit der Kraft H zu tun, die nach den Gleichungen der Elektronentheorie von zirkulierender Elektrizität verursacht wird.

Was das Molekularfeld angeht, so werden wir uns vorstellen, daß dieses von Kräftepaaren verursacht wird, die das eine Molekül auf das andere durch Wirkungen ausübt, die nicht zu den gewöhnlichen magnetischen gehören, und daß keine Rede davon ist, daß in der Auffassung B das Molekularfeld durch eine Induktionswirkung das magnetische Moment würde ändern können. Die von dem Molekularfeld herrührende Energie pro Volumeinheit kann geschrieben werden als

$$-\frac{1}{2}kM^2,$$

wenn kM das Molekularfeld vorstellt.

Wir folgen jetzt dem Gedankengang von § 52a. Wir betrachten also eine physikalisch unendlich kleine Kugel mit dem Volumen B innerhalb des magnetisierten Körpers. Das Feld in ihr, das von dem, was draußen liegt, verursacht wird, wird durch 2 angedeutet, das Feld, das dem innerhalb der Kugel befindlichen zuzuschreiben ist, durch 1.

Die 2 zuzuschreibende Energie innerhalb der Kugel sei Ba, die der Übereinanderlagerung von 2 und 1 zuzuschreibende Energie innerhalb der Kugel sei Bb, und die von 1 verursachte Energie innerhalb der Kugel sei Bc.

Bei der Berechnung der letzteren unterscheiden wir: Die Energie (Eigenenergie) jedes in B befindlichen Elementarmagnetes für sich; deren Summe sei Bp; die durch die Superposition der Felder der verschiedenen Elementarmagnete bewirkte Energie Bq.

Wir berechnen p und q für den ganzen Raum (wobei wir außerhalb von B nur Äther voraussetzen) und müssen dann von dieser Summe das subtrahieren, was die Elementarmagnete innerhalb der Kugel im auswendigen Raum an Energie liefern. Diese sei Br.

Dann ist

$$c = p + q - r.$$

Es sei weiter BU_r die Energie der (rotierenden) Wärmebewegung, die dem Richten der Teilchen widerstrebt. (U_r ist also hier pro Volumeinheit gerechnet.)

Dann ist die Gesamtenergie pro Volumeinheit:

$$U = a + b + p + q - r - \frac{1}{2}kM^2 + U_r.$$

Zu der eigenen Energie p ist die zu rechnen, welche der Konstitution des Elementarmagnetes und seinem eigenen Feld zu verdanken ist. Da in der Auffassung A sich an einem Elementar-

1) Diese Zahl ist weniger sicher wegen der besonders an der Seite der tiefen Temperaturen weniger guten Übereinstimmung von Beobachtung und Berechnung. (Vgl. Abschn. II, im nächsten Heft, Note zu § 5.)

2) Z. B. Leiden Comm. Nr 114 (Februar 1910), 769, Fußnote 1.

magnet nie etwas ändert, ist p dann eine absolute Konstante, die man außer Betracht lassen kann.

In der Auffassung B versteht man unter p die (magnetische und eventuell gewöhnliche kinetische) Energie, die zur Rotation um die Achse a (§ 48e) gehört. Diese Energie ist nicht in U_r aufgenommen gedacht. Da die Rotationsgeschwindigkeit durch Induktion geändert wird, ist p bei dieser Auffassung keine absolute Konstante.

Nach A wie nach B ist (§ 52a)

$$a = \frac{1}{2}\left(H + \frac{1}{3}M\right)^2, \quad r = \frac{1}{9}M^2.$$

Bei der Berechnung von b und q müssen wir zwischen A und B unterscheiden:

Auffassung A. Hierbei gelten Formeln, die mit denen übereinstimmen, die man für elektrisch polarisierte Teilchen erhält, nämlich

$$b = -\frac{1}{3}M\left(H + \frac{1}{3}M\right) \text{ [Gl. (150)]},$$

während bei der Berechnung von q für jedes Teilchen

$$-\frac{1}{2}(\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{h}_{i1})$$

genommen werden soll [Gl. (152)], wo $\boldsymbol{h}_{i1}$ die magnetische Kraft ist, die am Ort eines Teilchens von den anderen, innerhalb der Kugel B liegenden Teilchen verursacht wird, $\boldsymbol{m}$ das magnetische Moment dieses Teilchens, als Vektor gedacht, während $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$ das Skalarprodukt zweier Vektoren $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{b}$ vorstellen wird. Über alle Teilchen innerhalb B summierend kann man setzen

$$q = -\frac{1}{2}Mh_{i1}.$$

Auffassung B. Jetzt ist [Gl. (151)]

$$b = \frac{2}{3}M\left(H + \frac{1}{3}M\right).$$

Zur Berechnung von q muß man für jedes Teilchen nehmen:

$$\frac{1}{2}(\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{h}_{i1}) \text{ (vgl. § 52a, } \gamma).$$

Dies ergibt

$$q = \frac{1}{2}Mh_{i1}.$$

Weiter müssen wir bei dieser Auffassung B das Glied p noch näher betrachten. Für die Eigenenergie eines Magnets können wir schreiben (§ 48e)

$$\frac{1}{2}Qg^2,$$

aber weiter müssen wir bedenken, daß die Winkelgeschwindigkeit g nach Gleichung (140) sich von g_0 unterscheidet. Aus (140) ergibt sich

$$\frac{1}{2}Qg^2 = \frac{1}{2}Qg_0^2 - \frac{g_0\bar{k}\,|\boldsymbol{h}|\cos\vartheta}{c},$$

wenn wir die zweite Potenz des letzten Gliedes in (140) fortlassen (behielte man diese bei, so würde man einem Gliede Rechnung tragen, das noch kleiner ist als die Energie, die dem schwachen Diamagnetismus zuzuschreiben ist, der infolge des Feldes stets auftritt und über dem Paramagnetismus bzw. Ferromagnetismus superponiert ist). Zur Unterscheidung des Koeffizienten des Molekularfeldes ist die Größe k von (140) hier mit $\bar{k}$ bezeichnet.

Das Moment des Teilchens ist, wie man aus den Formeln von § 15 findet:

$$\frac{1}{c}g_0\bar{k},$$

so daß das letzte Glied im obigen Ausdruck

$$-(\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{h})$$

wird.

Hier ist $\boldsymbol{h}$ die ganze magnetische Kraft, die auf das Teilchen wirkt, d. h. die Langevinsche Kraft H (siehe weiter unten) jedoch mit Ausnahme des molekularen Feldes kM. Läßt man das konstante Glied $\frac{1}{2}Qg_0^2$ weg, so hat man also:

$$p = -M(\mathrm{H} - kM) = -\mathrm{H}M + kM^2.$$

Zusammenfassend bekommt man nach Auffassung A:

$$U = \frac{1}{2}\left(H + \frac{1}{3}M\right)^2 - \frac{1}{3}M\left(H + \frac{1}{3}M\right) - $$
$$- \frac{1}{2}Mh_{i1} - \frac{1}{9}M^2 - \frac{1}{2}kM^2 + U_r =$$
$$= \frac{1}{2}H^2 - \frac{1}{6}M^2 - \frac{1}{2}Mh_{i1} - \frac{1}{2}kM^2 + U_r.$$

Schreibt man

$$\mathrm{H} = H + \frac{1}{3}M + h_{i1} + kM$$

für die Gesamtkraft, die man in die Langevinsche Formel substituieren muß, so kann man schreiben:

$$U = \frac{1}{2}HB - \frac{1}{2}\mathrm{H}M + U_r,$$

wo B jetzt die magnetische Induktion vorstellt. Nach Auffassung B:

$$U = \frac{1}{2}\left(H + \frac{1}{3}M\right)^2 + \frac{2}{3}M\left(H + \frac{1}{3}M\right) - $$
$$- \mathrm{H}M + kM^2 + \frac{1}{2}Mh_{i1} - \frac{1}{9}M^2 - $$
$$- \frac{1}{2}kM^2 + U_r,$$

was mit Hilfe des oben gegebenen Ausdruckes für H wieder in der Form

$$U = \frac{1}{2} H B - \frac{1}{2} \mathrm{H} M + U_r$$

geschrieben werden kann.

Wir können die verschiedenen Glieder von H—H zu einem Gliede zusammenfassen und dafür $k'M$ schreiben, was man wohl zugeben wird, wenn man bedenkt, daß das Glied kM stark überwiegt. Dann ist also

$$\mathrm{H} = H + k'M.$$

Hiermit finden wir:

$$U = \frac{1}{2} H^2 - \frac{1}{2} k'M^2 + U_r.$$

Die bei einer unendlich kleinen Änderung auf den Körper ausgeübte Arbeit ist

$$H\,dB.$$

Die zuzuführende Wärme ist

$$dQ = dU - H\,dB.$$

Dieses gibt

$$dQ = H\,dH - k'M\,dM + dU_r - H\,dB,$$
$$= - H\,dM - k'M\,dM + dU_r,$$
$$= dU_r - \mathrm{H}\,dM,$$

einen Ausdruck, der mit Gleichung (18) der vorstehenden Mitteilung I übereinstimmt.

(Eingegangen 13. November 1913.)

Über eine bei konstanter Temperatur verlaufende, mit starker Wärmetönung und starker Änderung der Magnetisierbarkeit verknüpfte polymorphe Umwandlung.

Von Rudolf Ruer und Kiosuke Kaneko.

Die sogenannten ferromagnetischen Metalle — Eisen, Nickel und Kobalt — verlieren beim Erhitzen ihre Magnetisierbarkeit fast vollständig und nehmen sie beim Erkalten wieder an. Die Änderung der magnetischen Permeabilität findet selbst in schwachen Magnetfeldern nicht diskontinuierlich, sondern innerhalb eines Temperaturintervalls von einigen Graden statt. Da sie weiterhin mit einer sehr geringen Wärmetönung verknüpft ist, so hat man vielfach bezweifelt, daß es sich in diesen Fällen um eine (mit starker Änderung der magnetischen Permeabilität verknüpfte) polymorphe Umwandlung zweier Kristallarten ineinander handelt, und insbesondere soll nach der Auffassung von Pierre Weiss[1]) die mit der magnetischen Umwandlung verknüpfte Wärmetönung keine latente Wärme sein, sondern einer diskontinuierlichen Änderung der spezifischen Wärme ihren Ursprung verdanken.

Bei der Untersuchung der Eisen-Kobalt-Legierungen ergab sich, daß diese innerhalb eines bestimmten Konzentrationsbereichs eine polymorphe Umwandlung der γ- in die α-Form erleiden, welche mit einer starken Wärmetönung und starker Änderung der magnetischen Permeabilität verknüpft ist.

Zur Bestimmung der Umwandlungstemperatur benutzten wir zwei Drahtspulen von 10 cm Höhe, 9 cm innerem und 11 cm äußerem Durchmesser mit je etwa 900 Windungen in 10 Lagen[1]). Die Spulen waren so aufgestellt, daß ihr axialer Abstand etwa 35 cm betrug. Der zu untersuchende Regulus befand sich innerhalb der einen Spule in einem bifilar gewickelten elektrischen Ofen[2]). Um eine Erwärmung dieser Spule zu verhindern, war innerhalb derselben ein von kaltem Wasser durchflossener Hohlzylinder angebracht.

Ein Magnetometer mit Spiegelablesung war so zwischen den beiden Spulen aufgestellt, daß vor Einbringen des Regulus seine Nullage unverändert blieb, wenn durch die Spulen ein Strom geschickt wurde. Die zu den Versuchen gewählte Stromstärke betrug 0,2 Amp.

Der zu untersuchende zylindrische Regulus von ca. 20 mm Länge und 15 mm Durchmesser wurde in den mit Kieselgur gefüllten elektrischen Ofen gesetzt, seine Temperatur mit Hilfe eines Thermoelements und seine durch den Strom hervorgebrachte Magnetisierung durch den Ausschlag des Magnetometers gemessen. Temperatur und Magnetometerausschlag wurden in regelmäßigen Zeitintervallen (alle 15 Sekunden) gleichzeitig abgelesen.

Fig. 1 stellt den mit einer aus 55 Proz. *Fe*

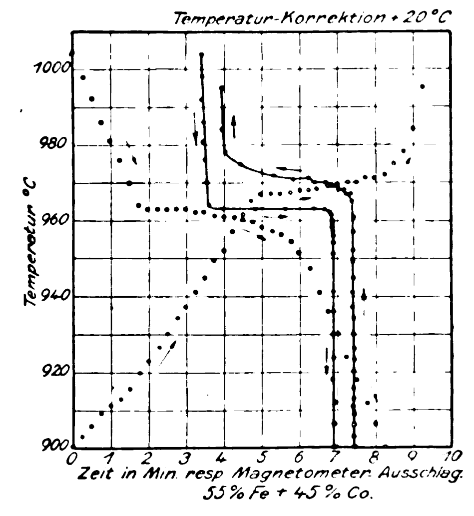


Fig. 1.

1) Diese Zeitschr. **9**, 358, 1908.

1) K. Lewkonja, Z. f. anorg. Chemie **59**, 293, 1908.
2) Honda u. Takagi, Science Reports of the Tôhoku Imperial University. Vol. I. Nr. 4, 1912.

und 45 Proz. *Co* bestehenden Legierung ausgeführten Abkühlungs- und Erhitzungsversuch graphisch dar. Die nicht ausgezogenen Kurven sind die Temperatur-Zeitkurven; die nach unten zeigenden Pfeile unterscheiden die Abkühlungskurve von der mit nach oben zeigenden Pfeilen versehenen Erhitzungskurve. Die ausgezogenen Kurven sind die Temperatur-Magnetisierungskurven. Auch hier gibt die Richtung der Pfeile an, ob eine Abkühlungs- oder eine Erhitzungskurve vorliegt. Für beide Arten von Kurven dient die Ordinatenachse als Temperaturachse; für die Temperatur-Zeitkurven ist auf der Abszissenachse die Zeit in Minuten, für die Temperatur-Magnetisierungskurven der Magnetometerausschlag in willkürlichen Skalenteilen aufgetragen.

Man erkennt, daß die erkaltende Legierung bei konstanter Temperatur (korrigiert 983° C) ihre Magnetisierbarkeit wieder annimmt. Es ist dies die gleiche Temperatur, bei der auf der Temperatur-Zeitkurve infolge der frei werdenden Umwandlungswärme ein Haltepunkt auftritt. Bei der Erhitzung tritt die Änderung der Magnetisierbarkeit bei etwas höherer Temperatur und nicht so diskontinuierlich auf wie bei der Abkühlung; doch findet sie innerhalb des gleichen Temperaturintervalls statt, in dem durch die Bindung der Umwandlungswärme ein verlangsamter Temperaturanstieg auf der Temperatur-Zeitkurve beobachtet wird.

Die Verhältnisse werden vielleicht noch deutlicher durch Fig. 2 veranschaulicht, in welcher die durch Fig. 1 wiedergegebenen Versuche nochmals dargestellt sind, mit dem Unterschiede jedoch, daß die Abszissenachse als Zeitachse dient, und daß auf der Ordinatenachse für die nicht ausgezogenen Temperatur-Zeitkurven die Temperatur in Celsiusgraden, für die ausgezogenen Magnetisierungs-Zeitkurven der Magnetometerausschlag in willkürlichen Skalenteilen aufgetragen ist. Sowohl bei der Abkühlung, wie bei der Erhitzung findet die starke Veränderung der magnetischen Permeabilität innerhalb der gleichen Zeit statt, während der sich auf den entsprechenden Temperatur-Zeitkurven ein Haltepunkt bzw. eine Periode verlangsamten Temperaturanstiegs zu erkennen gibt.

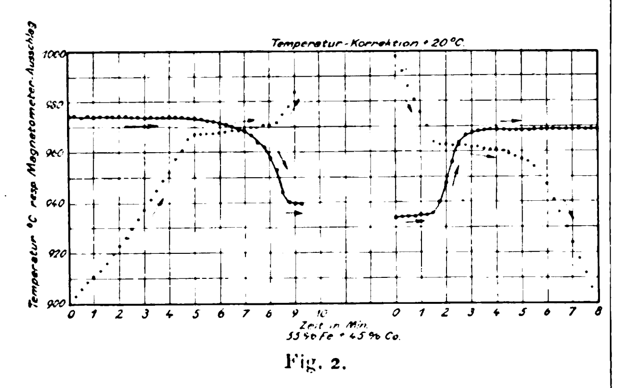
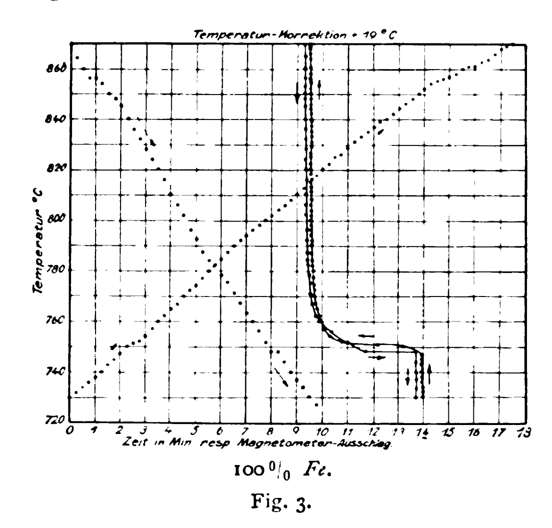


Fig. 2.

Das gleiche Verhalten zeigten Legierungen mit 60—40 Proz. *Fe* und 40—60 Proz. *Co*. Bei denjenigen Legierungen, welche ein abweichendes Verhalten zeigten, konnten diese Abweichungen ungezwungen auf durch die Umwandlung bewirkte Konzentrationsunterschiede innerhalb der einzelnen Teile der Reguli zurückgeführt werden.

Die bei der vorstehend beschriebenen Umwandlung auftretenden Wärmetönungen sind von einer ganz anderen Größenordnung als bei der β α-Umwandlung des Eisens, wie ein Vergleich von Fig. 1 mit Fig. 3, welche das



100 % *Fe*.

Fig. 3.

Verhalten eines Regulus von reinem Eisen unter analogen Bedingungen darstellt, erkennen läßt. Sie bewirken, besonders bei den Abkühlungsversuchen, eine Periode konstanter Temperatur, während der die Änderung der magnetischen Permeabilität vollständig vor sich geht. Auf diese Vorgänge ist die Theorie von Pierre Weiss nicht anwendbar. Wir haben es hier keineswegs mit einer bloßen Änderung der spezifischen Wärme zu tun, vielmehr mit einer bei konstanter Temperatur verlaufenden, mit starker Wärmetönung verknüpften polymorphen Umwandlung einer unmagnetischen Kristallart in eine ferromagnetische. Bezüglich näherer Einzelheiten sei auf die in „Ferrum" Bd. 11 S. 33 erschienene Abhandlung „Das System Eisen-Kobalt" verwiesen.

Aachen, Institut für theoretische Hüttenkunde und physikalische Chemie der Kgl. Technischen Hochschule.

(Eingegangen 23. November 1913.)



Das Verhalten der Wehneltelektrode in verschiedenen Gasen.

Von Karl Fredenhagen.

Nach der Elektronentheorie der metallischen Leitfähigkeit muß man erwarten, daß die Metalle bei hinreichend hohen Temperaturen Elektronen emittieren. Richardson[1]) hat eine Theorie des hiernach zu erwartenden Effekts gegeben und für ihn eine Formel entwickelt, welche zwei Konstante, die Elektronenzahl im Metall und den Potentialsprung an der Grenzfläche des Metalls enthält. Es ist nun bekannt, daß die Metalle in der Tat bei höheren Temperaturen Elektronen in merklicher Menge emittieren. Richardson, der sich um die Erforschung dieses Gebiets sehr verdient gemacht hat, sah in diesen zum Teil von ihm selbst herrührenden Messungen eine Bestätigung seiner Theorie und zeigte auch, daß sie der von ihm aufgestellten Formel gehorchten[2]). Bei Nachprüfung der Versuche von Richardson über die Elektronenemission der Alkalimetalle[3]) erhielt ich viel geringere Werte für ihre thermische Elektronenemission als sie von Richardson gefunden waren. Hieraus folgte, daß die von Richardson gemessenen Werte nicht dem von ihm gesuchten Effekt entsprechen konnten, sondern daß sie durch andere Ursachen bedingt oder zum mindesten beeinflußt sein mußten. Ich fand nun weiter, daß auch die von mir anfänglich gefundenen geringen Werte, obwohl sie schon um das mehr als 1 000 000 fache kleiner als die ursprünglichen Richardsonschen Zahlen waren, nicht konstant sind, sondern daß unter geeigneten Versuchsbedingungen die von einer gleich großen Oberfläche des Alkalimetalls abgegebene Elektronenmenge immer weiter und weiter abnimmt, und zwar ohne daß das Herannahen eines Grenzwertes bemerkbar wird. Versuche ähnlicher Art habe ich auch mit Zink, Wismut, Antimon und auch mit Kalzium in Hartglasröhren ausgeführt, und zwar mit dem Resultat, daß die auftretenden Ströme bei sorgfältiger sauberer Arbeitsweise und einem Vakuum von $< 1 \cdot 10^{-5}$ mm im Laufe von etwa 10—300 Minuten kleiner und kleiner wurden, bis schließlich bei der in Hartglasröhren erreichbaren Temperatur von 700° alle diese Metalle keine größeren Ströme gaben, als sie bei der gewählten Anordnung von dem Hartglas selbst abgegeben wurden. Mit dem Kohlenstoff haben Pring und Parker[4]) Versuche mit demselben Resultat ausgeführt. Das einzige Metall, dessen Verhalten als Stütze der Richardsonschen Theorie übrig blieb, war das Platin. Mit diesem Metall habe ich nur wenige eigene Versuche ausgeführt, aber ich habe an anderer Stelle dargelegt, daß das Platin für derartige Versuche außerordentlich ungeeignet ist und daß die über das Platin vorliegenden Messungen nur mit einer sehr geringen Wahrscheinlichkeit als eine Bestätigung der Richardsonschen Theorie gedeutet werden können[1]).

Mit diesen Ausführungen will ich nun keineswegs sagen, daß der von Richardson gesuchte Effekt überhaupt nicht existiert, sondern nur darauf hinweisen, daß die Auffindung und Bestimmung dieses Effekts außerordentlich durch den Umstand erschwert wird, daß bei höheren Temperaturen Elektronenemissionen sehr leicht auch durch andere Bedingungen verursacht werden. Es kommt noch hinzu, daß die Theorie über die Größe des zu erwartenden Effekts gar keine Anhaltspunkte gibt, so daß man, auch wenn man, wie es mir bei den Alkalimetallen gelungen ist, den Effekt auf das mehr als Hundertmillionenfache reduziert hat, nicht weiß, ob man wenigstens der Größenordnung nach in die Nähe des gesuchten Effekts gekommen ist. Das einzige Mittel, das es rechtfertigt, gemessene thermische Elektronenemissionen als Richardson-Effekte anzusprechen, besteht, wie mir scheint, darin, daß man zeigt, daß gleiche Oberflächen des betreffenden Metalls unter allen nur möglichen Versuchsbedingungen, vorausgesetzt natürlich, daß die Oberflächen rein bleiben, niemals geringere Ströme liefern, daß die Ströme von der Zeitdauer der Versuche unabhängig und daß sie eine eindeutige Funktion der Temperatur sind.

In letzter Zeit hat nun Richardson eine neue Arbeit über die Elektronenemission des Wolframs veröffentlicht[2]), in der er nach seiner Ansicht eine unwiderlegliche Bestätigung seiner Theorie gegeben hat. Richardson hat in dieser Arbeit den Nachweis geliefert, 1. daß die Elektronenemission nicht von einer Gasentbindung von seiten des Wolframs herrührt, 2. daß die Emission nicht durch eine chemische oder physikalische Wirkung zwischen den Gasmolekülen und dem Faden herrührt, 3. daß die Emission nicht durch einen Vorgang verursacht ist, der einen Verbrauch des Wolframs in sich schließt und 4. daß die Emission nicht auf der Wechselwirkung zwischen dem Wolfram und einem kondensierbaren Dampf beruht, der das Mac Leod-Manometer nicht beeinflußt und der

1) Phil. Trans. **201**, 497, 1903.
2) l. c.
3) Diese Zeitschr. **12**, 398, 1911 und Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **14**, 84, 1912.
4) Phil. Mag. (6) **23**, 192, 1912.

1) Ber. d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. **65**, 42, 1913.
2) Diese Zeitschr. **14**, 793, 1913.



bei der eingeschlagenen Versuchsanordnung nicht mit gemessen werden konnte.

Außer diesen von Richardson in Betracht gezogenen Elektronenemissionsursachen könnte noch, in der Art, wie ich es für die Wehneltelektrode gezeigt habe, eine sich selbst regenerierende Ursache in Frage kommen. Ob für das Vorhandensein einer solchen Ursache bei den untersuchten Wolframdrähten eine Wahrscheinlichkeit vorliegt, vermag ich ohne eigene Versuche nicht zu entscheiden. Es ist aber klar, daß die von Richardson angestellten Messungen eine solche Ursache nicht ausschließen, denn auch eine Wehneltelektrode würde in den vier von Richardson untersuchten Punkten das gleiche Resultat liefern, obwohl ihre Wirkungsweise nicht durch den Richardson-Effekt erklärt werden kann.

Es wäre zu begrüßen, wenn die Richardsonschen Folgerungen sich bestätigen würden und er wirklich den von ihm gesuchten Effekt einwandfrei gefunden hätte. Vorläufig aber wird man, zumal auch alle früher gemessenen Werte als Bestätigung der Theorie angesehen wurden, einige Skepsis haben müssen, und es scheint mir notwendig, daß Versuche abgewartet werden, ob Wolframdrähte verschiedener Herstellung und verschiedener Reinheit besonders bezüglich des bei ihrer Herstellung schwer zu vermeidenden Kohlenstoffgehalts den gleichen Effekt geben, ob der Effekt auch bei sehr langen Versuchsdauern konstant bleibt und ob die Temperaturabhängigkeit des Effekts eine der Theorie entsprechende ist.

Wenn wir nach den Ursachen fragen, durch welche bei erhitzten Stoffen außer durch den Richardson-Effekt Elektronenemissionen hervorgerufen werden, so wird man hierbei in erster Linie an Reaktionsphänomena denken, von denen ja die Versuche von Haber und Just[1]) gezeigt haben, daß sie sehr wohl befähigt sind, Elektronen zu emittieren. Ich möchte hierzu bemerken, daß es mir niemals gelungen ist, eine glühende Elektrode von hinreichend hoher Temperatur herzustellen, welche nicht gegenüber einer kalten Elektrode ein negatives Potential in der Größenordnung von 1—2 Volt besaß, und daß dieses wohl darauf zurückzuführen ist, daß bei hohen Temperaturen infolge der großen Reaktionsgeschwindigkeiten geringe chemische Umsetzungen kaum zu vermeiden sind.

Neben den Reaktionsvorgängen spielt die Gegenwart gelöster Gase eine große Rolle. Wilson[2]) hat schon nachgewiesen, daß die Elektronenemission des Platins durch Wasserstoff sehr vergrößert wird, und noch nicht veröffentlichte Versuche haben ergeben, daß die Elektronenemission der Alkalimetalle auch durch völlig neutrale Gase, wie z. B. Helium sehr stark vergrößert wird.

Außer den Metallen zeichnen sich nun bekanntlich die Oxyde der Erdalkalimetalle durch ein außerordentlich großes Elektronenemissionsvermögen aus, das von Wehnelt[1]) entdeckt und näher untersucht worden ist. Nach den Resultaten meiner Untersuchungen über die Elektronenemission der Alkalimetalle lag für mich die Frage nahe, ob sich nicht auch bei der Wirksamkeit der Erdalkalioxyde das Vorhandensein von Reaktionseffekten konstatieren ließe. Das Kalziumoxyd und die andern Oxyde, welche den Wehnelt-Effekt geben, sind an sich sehr wenig, die in den Oxyden vorhandenen Metalle dagegen außerordentlich reaktionsfähig. Besonders zu Sauerstoff besitzen die Erdalkalimetalle eine große Verwandtschaft. Wenn bei der Wirksamkeit der Wehneltelektrode die Oxyde, wie man es bisher annahm, unverändert bleiben, so scheint bei der geringen Reaktionsfähigkeit dieser Oxyde das Vorhandensein von Reaktionseffekten ausgeschlossen. Anders aber, wenn die Erdalkalimetalloxyde bei der Wirksamkeit der Oxydelektroden einer Zersetzung unterliegen. Es war also zu prüfen:

1. Ob bei den Bedingungen, unter denen die Erdalkalimetalloxyde wirksam werden, eine Zersetzung derselben eintritt.

2. Ob die in Freiheit gesetzten Erdalkalimetalle unter den vorhandenen Bedingungen Effekte der bei den Wehneltelektroden vorhandenen Größenordnungen geben.

Natürlich ist hierbei nicht an eine Zersetzung mit dauernder Trennung der Komponenten, sondern an eine vorübergehende Zersetzung zu denken, bei der sich die Komponenten sofort wieder vereinigen, wie es z. B. bei der Elektrolyse an einer unpolarisierbaren Elektrode geschieht. Nehmen wir an, daß wir eine unangreifbare Elektrode in einem elektrolytisch leitenden Oxyd, dessen metallischer Bestandteil eine sehr große Verwandtschaft zum Sauerstoff besitzt, in einer Sauerstoffatmosphäre kathodisch polarisieren, so wird das durch den Strom abgeschiedene Metall dauernd vom Sauerstoff wieder oxydiert werden, so daß es sich nur vorübergehend in Freiheit befindet. Es fragt sich nun, ob derartige Vorgänge an den Glühelektroden eintreten können. Ich hatte zunächst daran gedacht, daß eine solche Zersetzung der Oxyde durch den Spannungsabfall verursacht sein könnte, der bei elektrisch geheizten

1) Ann. d. Phys. (4) 36, 308, 1911.
2) Proc. Roy. Soc. 72, 272, 1908.

1) Ann. d. Phys. 14, 433, 1904.



Oxydelektroden in dem Oxydfleck vorhanden ist, der ja sozusagen parallel zu seiner metallischen Unterlage geschaltet ist. Diese Ansicht schien mir anfangs durch Versuche gestützt zu sein[1]), doch habe ich durch andere Versuche gezeigt, daß die Erdalkalioxyde auch wirksam bleiben, wenn ein solcher Spannungsabfall nicht vorhanden ist[2]).

Eine Zersetzung der Erdalkalimetalloxyde ist aber auch noch dadurch möglich, daß die Oxyde durch den durch das Vakuum von der Anode zur Kathode fließenden Strom eine Zersetzung erfahren, und zwar in der Art, daß auf der metallischen Unterlage die Erdalkalimetalle und an der Grenzfläche zum Vakuum Sauerstoff zur Abscheidung gelangt. Die abgeschiedenen elektrisch neutralen Metall- und Sauerstoffatome werden sich vermöge ihrer außerordentlich großen Affinität sofort wieder zu den Oxyden vereinen und hierbei nach Haber und Just die Emission von Elektronen veranlassen.

Diese Auffassung der Wirksamkeit der Wehneltelektrode führt zu einer Reihe von experimentell prüfbaren Folgerungen, die nicht zuzutreffen brauchten oder dürften, wenn ihre Elektronenemission ein rein thermischer Effekt des unverändert bleibenden Kalziumoxyds wäre.

1. Da die Elektronenemission durch die Wiedervereinigung des Kalziums mit dem Sauerstoff verursacht sein soll, wird man fordern müssen, daß auch dann Elektronen in großem Betrage in Freiheit gesetzt werden, wenn Kalzium und Sauerstoff unter irgend welchen anderen Bedingungen miteinander reagieren.

2. Da man nicht annehmen kann, daß die Wiedervereinigung der abgeschiedenen Metall- und Sauerstoffatome quantitativ erfolgt, sondern im Gegenteil zu berücksichtigen hat, daß von den in Freiheit gesetzten neutralen Stoffen ein Teil von der Elektrode fortdiffundiert, wobei die Fortdiffusion durch die angelegte Spannung noch beschleunigt werden kann, so wird man erwarten müssen, daß die Oxyde im Laufe der Zeit aufgebraucht werden. Ihre Lebensdauer wird dabei von der Gebrauchstemperatur, der Strombelastung sowie auch dem Vakuum abhängen.

3. Die Wirksamkeit einer Wehneltelektrode muß durch Gase und besonders durch solche, welche mit Kalzium oder Sauerstoff reagieren, stark beeinflußt werden.

Für die ersten beiden Punkte habe ich schon an anderer Stelle eine Reihe von experimentellen Bestätigungen erbracht[3]). Ich habe zeigen können, daß die Elektronenemission des metallischen Kalziums nur eine geringe ist, daß sie aber sofort sehr wesentlich zunimmt, wenn man dem Kalzium Gelegenheit gibt, mit Sauerstoff oder Wasserdampf zu reagieren. Ferner konnte ich zeigen, daß die Wirksamkeit einer Wehneltelektrode in einem Vakuum von weniger als $1 \cdot 10^{-5}$ mm ziemlich schnell abnimmt, daß diese Abnahme allein eine Folge der Strombelastung ist, und daß sie mit steigender Strombelastung zunimmt. Hält man eine Oxydelektrode längere Zeit auf höherer Temperatur, ohne sie mit Strom zu belasten, so nimmt ihre Wirksamkeit nach meinen Versuchen niemals ab, sondern steigert sich in der Regel. Wird sie dagegen belastet, so tritt, unter den von mir eingehaltenen Bedingungen ziemlich schnell, eine Abnahme ihrer Wirksamkeit ein. Ich möchte noch hinzufügen, daß bei einer frischen Oxydelektrode anfangs auch bei Strombelastung eine Steigerung ihrer Wirksamkeit eintreten kann, nämlich dann, wenn die aufgetragenen Oxydschichten dick sind und zu Beginn des Versuchs nicht in hinreichend inniger und gleichmäßiger Berührung mit der metallischen Unterlage stehen. Alsdann wird durch die mit dem Stromdurchgang verbundenen dauernden Umsetzungen ein besserer Kontakt mit der Unterlage und auch eine gleichmäßigere Verteilung des Oxyds herbeigeführt, so daß hierdurch größere Mengen des Kalziumoxyds an der Stromlieferung beteiligt werden. Mit weiter zunehmender Zeit muß jedoch auch in diesen Fällen eine Abnahme der Wirksamkeit eintreten.

Einen weiteren Beweis für das Stattfinden von chemischen Umsetzungen an einer belasteten Oxydelektrode fand ich darin, daß die als Unterlage für das Kalziumoxyd benutzten Metalle nach dem Verschwinden des Überzugs deutliche Veränderungen zeigten. Beim Platin waren Andeutungen der Bildung einer Kalziumlegierung bemerkbar, während bei Verwendung von Tantal Tantaloxyd entstand.

Diese letzten Punkte meiner damaligen Arbeit, der Aufbrauch der Oxydelektroden bei Belastung und die Veränderungen der metallischen Unterlagen haben inzwischen eine Bestätigung und einen beträchtlichen weiteren Ausbau durch Herrn A. Gehrts[1]) gefunden. Herr Gehrts schließt sich auch der von mir gegebenen Erklärung der Wirksamkeit der Oxydelektroden im wesentlichen an. Nur in einem, für das Resultat jedoch nicht sehr wesentlichen Punkte weicht er von der von mir gegebenen Erklärung ab. Während ich die Ansicht vertreten habe, daß in dem bei hohen Temperaturen elektrolytisch dissoziierten Kalziumoxyd durch den

1) Diese Zeitschr. **13**, 539, 1912.
2) Ber. d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. **65**, 42, 1913.
3) Ber. d. Kgl. Sächs. Ges. d. Wiss. **65**, 42, 1913.

1) Ber. d. Deutsch. Phys. Ges. **15**, 1046, 1913.



Stromdurchgang eine regelrechte Elektrolyse stattfindet, die zur Abscheidung von Kalzium- und Sauerstoffatomen führt, ist Gehrts der Ansicht, daß die Zersetzung des Oxyds nicht durch den von der Anode zur Kathode fließenden Strom bewirkt wird, sondern im wesentlichen „durch thermische Dissoziation zustande kommt", und zwar in folgender Weise: „Infolge der thermischen Dissoziation befindet sich das Kalziumoxyd, solange sich der Fleck in keinem elektrischen Felde befindet, in einem stationären Gleichgewichtszustand, bei dem ebensoviele Moleküle in ihre neutralen Komponenten zerfallen, wie sich wieder vereinigen. Bringt man den Fleck jedoch in ein elektrisches Feld, so wird ein Teil der Sauerstoffatome — infolge Anlagerung von Elektronen vermutlich als Ionen — durch den Strom mit zur Anode transportiert und es wird so die Oxydschicht im Laufe eines gewissen Zeitraumes aufgebraucht."

Herr Gehrts kommt also ebenso wie ich zu dem Schlusse, daß infolge der Strombelastung ein Aufbrauch der Oxydschichten stattfindet. Während jedoch von mir angenommen wird, daß das elektrische Feld auf die doch sicher vorhandenen elektrolytischen Ionen des Oxyds Kräfte ausübt, die zunächst eine Anhäufung derselben an den beiden Grenzschichten und bei Stromdurchgang — die Abgabe eines Elektrons ist einem Stromdurchgang äquivalent — eine Abscheidung in neutrale Atome bewirkt, nimmt Herr Gehrts an, daß das elektrische Feld auf die neutralen Atome der rein thermischen Dissoziation wirkt, wobei er die Annahme zu Hilfe nimmt, daß sich an die Sauerstoffatome Elektronen anlagern, so daß diese als Ionen durch den Strom zur Anode transportiert werden können. In ihren Konsequenzen besteht zwischen beiden Auffassungen kein wesentlicher Unterschied, doch glaube ich, daß die von mir gegebene die plausiblere sein dürfte. Darin, daß die angelegte Spannung die Fortdiffusion vorhandener Sauerstoffatome oder -moleküle begünstigt, stimme ich Herrn Gehrts ohne weiteres bei; es ist ja bekannt, daß angelegte negative Spannung die Entgasung eines Metalls begünstigt.

Ich habe auch darauf hingewiesen, daß das Fehlen einer Sättigung an einer Oxydelektrode im extremen Vakuum zum Teil durch diese Gasabgabe zu erklären ist, wobei freilich außerdem noch zu berücksichtigen ist, daß ein Sättigungsstrom an einer Oxydelektrode nach meiner Auffassung nur dann eintreten kann, wenn die Oxydschicht selbst völlig gesättigt ist, was um so größere Stromstärken und Spannungen erfordern wird, je dicker die Oxydschichten sind. Im Einklang hiermit fand ich bei meinen Messungen — siehe auch die weiter unten gegebenen Daten —, daß die von einer Oxydelektrode abgegebenen Ströme um so mehr zu einer Sättigung genügen, je dünner und gleichförmiger die Oxydschicht ist.

3. Die Beeinflussung der Wirksamkeit der Oxydelektrode durch Gase. Da ich über diesen Punkt bisher noch keine Versuche veröffentlicht habe, seien diese hier ausführlich wiedergegeben. Ein 0,1 mm starker Platindraht wurde mit einer Kalziumnitratlösung bestrichen, in der Flamme ausgeglüht und in dem an eine Molekularluftpumpe angeschlossenen Versuchsrohr von einem zylindrischen Drahtnetz umhüllt, das die Anode bildete. Bevor die Versuche begonnen wurden, wurde jeder Draht, um Unregelmäßigkeiten zu vermeiden, längere Zeit unter gleichzeitiger Strombelastung im Vakuum geglüht. Die Versuchsergebnisse sind in den nachfolgenden Kurven graphisch wiedergegeben. In den Kurven stellen die Ordinaten die Logarithmen der Ströme dar, während die Abszissen den Spannungen entsprechen. Die Versuche wurden stets bei drei, in einigen Fällen auch bei vier Temperaturen, nämlich bei 945, 1085, 1235 und eventuell bei 1340° aufgenommen[1]).

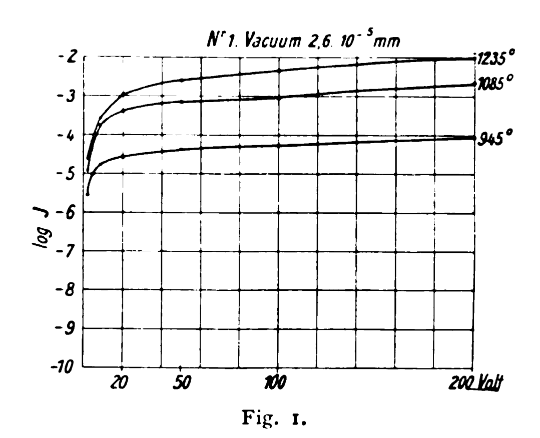


Fig. 1.

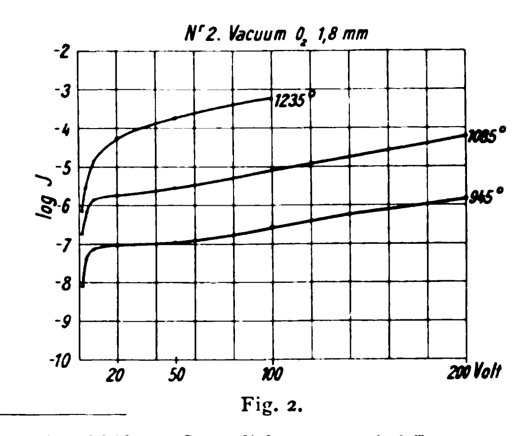


Fig. 2.

1) Bei höheren Stromdichten treten bei Gegenwart von Gasen leuchtende Entladungen auf, was in dieser Arbeit jedoch nicht besonders bemerkt ist.

Versuch 1 betrifft das Verhalten eines oxydbedeckten Platindrahtes in einem Vakuum von $2{,}6 \cdot 10^{-5}$ mm, Nr. 2, 3 und 4 das Verhalten desselben Drahtes in Sauerstoff von verschiedenem Druck, während Nr. 5 wieder im Vakuum, und zwar bei einem Druck von $9 \cdot 10^{-6}$ mm aufgenommen wurde. Der Vergleich der beiden im Vakuum aufgenommenen Versuche 1 und 5 ergibt weitgehende Ähnlichkeit, nur daß die Stromwerte des späteren Versuchs etwas geringer sind und mehr zur Sättigung neigen. Dies ist aber eine allgemeine Erscheinung, welche bei länger gebrauchten Oxydelektroden immer eintritt. Der Einfluß des Sauerstoffs geht aus den Kurven 2, 3 und 4 hervor. Wir sehen, daß Sauerstoff eine ganz wesentliche Herabsetzung der Ströme verursacht. Bei einem Sauerstoffdruck von 1,8 mm sind die Ströme bei einer Spannung von 20 Volt um mehr als das 100-fache kleiner als im Vakuum. Bei höheren Spannungen und gleichzeitig bei höheren Temperaturen wird dieser Unterschied wegen des sich überlagernden Einflusses der Stoßionisation geringer. Eine Vergrößerung des Sauerstoffdruckes bewirkt, wie die Kurven 3 und 4 zeigen, eine weitere außerordentlich große Verkleinerung des Effekts und gleichzeitig entsprechen die gefundenen Werte immer weniger dem Sättigungscharakter. Bei 83 mm Sauerstoffdruck, dem höchsten Druck, bei dem ich bisher Messungen ausgeführt habe, zeigt sich außerdem ein außerordentlich geringer Einfluß der Temperatur. Zwischen den drei höchsten der gemessenen Temperaturen ergibt sich bei geringen Spannungen kaum ein merklicher Unterschied.

Nach den Versuchen in Sauerstoff wurden solche in reinem Stickstoff ausgeführt, der sich gegen beide Komponenten des Kalziumoxyds im Vergleich zu Sauerstoff als relativ neutrales Gas verhält. Nr. 6 und 10 stellen zunächst wieder die Versuche im Vakuum dar. Der Vergleich beider Versuchsergebnisse zeigt, daß die Werte durch den Gebrauch geringer geworden sind, und daß die Sättigung eine etwas bessere ist.

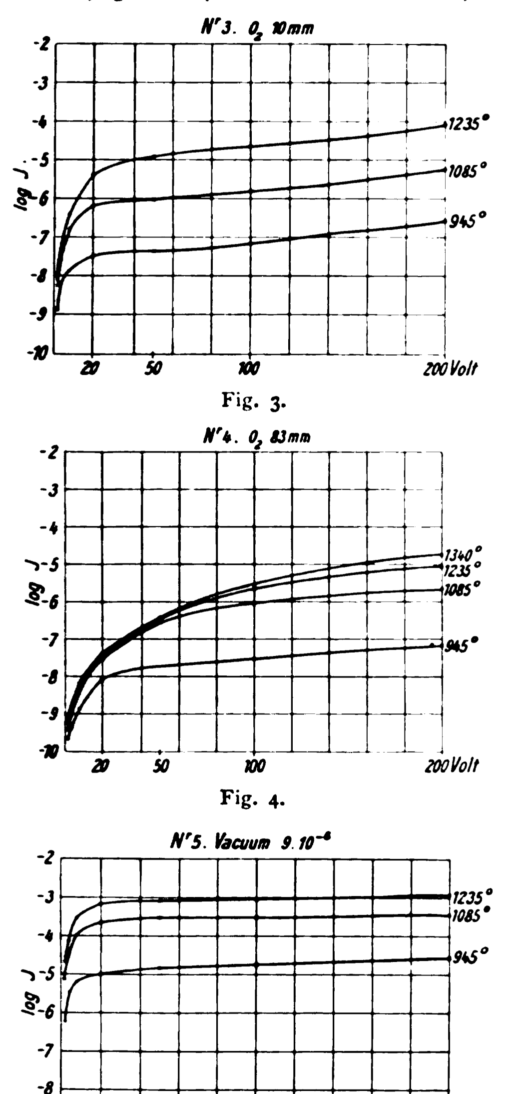


Fig. 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

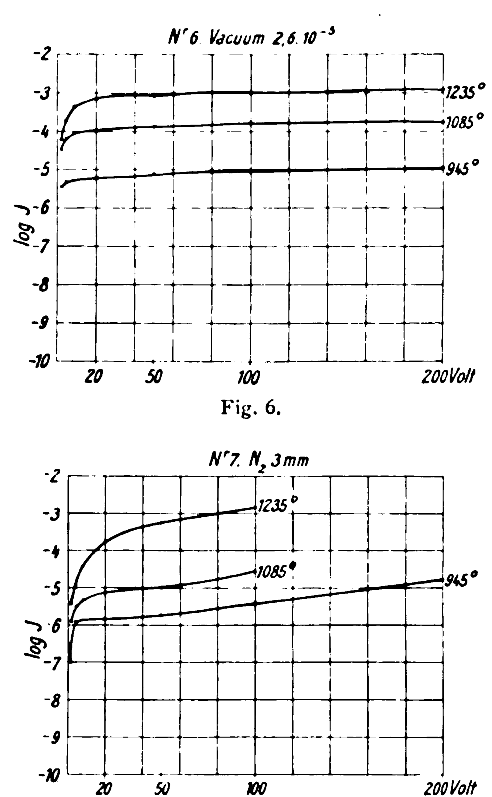


Fig. 6.

Fig. 7.

Nach meinen Erfahrungen würde dasselbe bei längerem Gebrauch der Elektrode im Vakuum eingetreten sein. Die Kurven 7, 8 und 9 zeigen, daß durch Stickstoff die Wirksamkeit der Oxydelektrode herabgesetzt wird, daß aber eine starke Temperaturabhängigkeit bestehen bleibt.

In direktem Anschluß an den Versuch 10 wurden mit der gleichen Elektrode Versuche in Wasserstoff ausgeführt. Nr. 10 gibt also das Verhalten der Oxydelektrode im Vakuum, die in den Versuchsreihen 11, 12 und 13 in Wasserstoff von verschiedenem Druck und in Versuchsreihe 14 wiederum im Vakuum untersucht wurde. Wir vergleichen wieder die zu Anfang und zum Schluß des Versuchs im Vakuum aufgenommenen Kurven. Hier fällt zunächst auf, daß die zum Schluß des Versuchs aufgenommene Kurve nicht nur eine erheblich bessere Sättigung zeigt, als die zu Beginn aufgenommene, sondern auch, daß die Ströme ganz erheblich größer geworden sind. Mir scheint dies darauf zurückzuführen zu sein, daß der Wasserstoff unter dem Einfluß

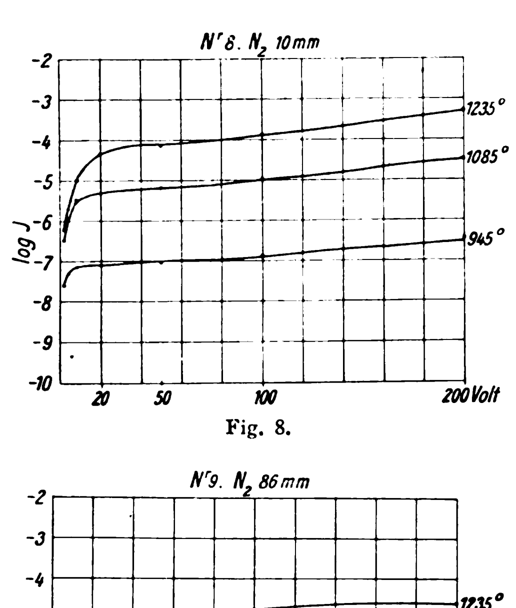


Fig. 8.

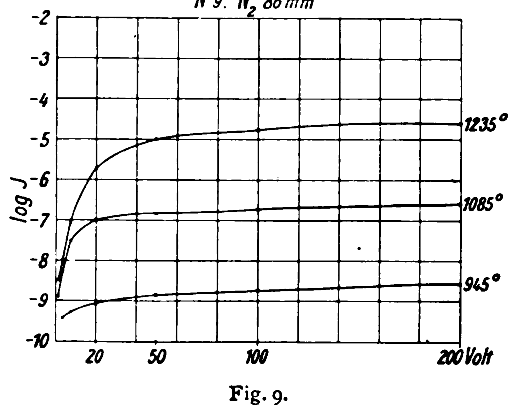


Fig. 9.

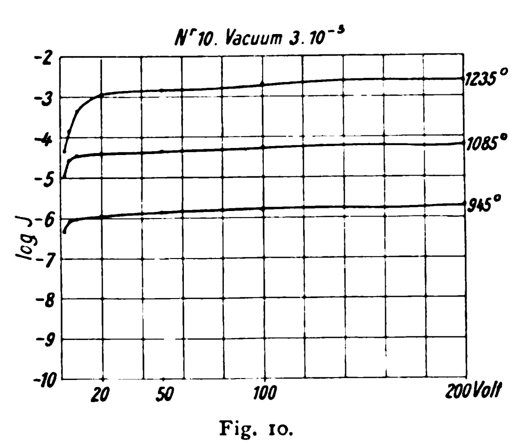


Fig. 10.

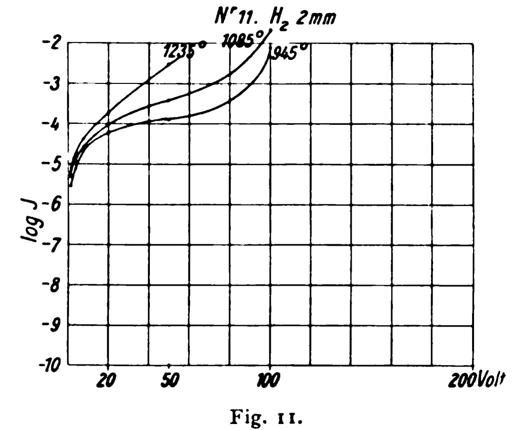


Fig. 11.

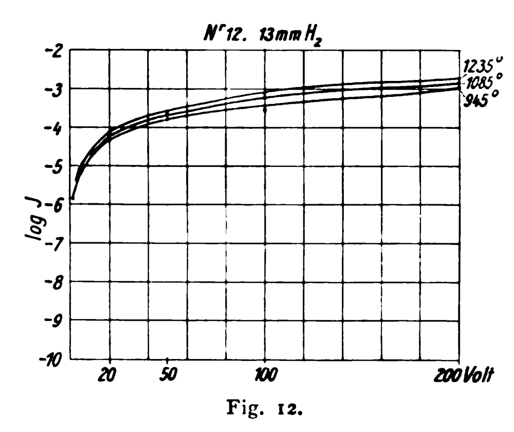


Fig. 12.

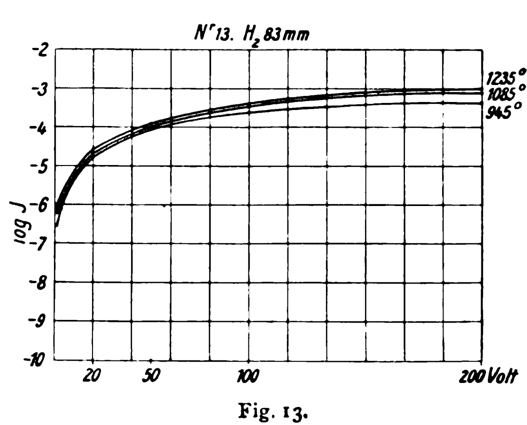


Fig. 13.

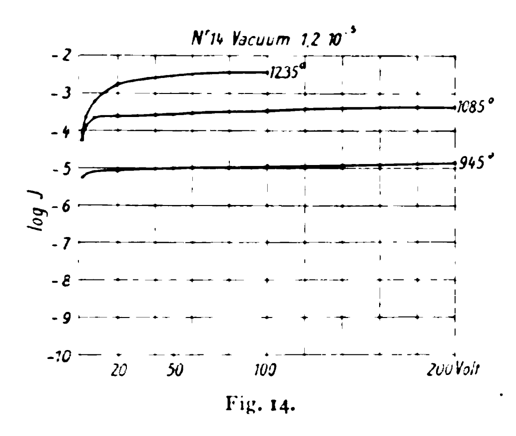


Fig. 14.

des Stromdurchganges mit dem Kalziumoxyd reagiert und daß hierdurch eine gleichförmigere Verteilung des Kalziumoxyds auf der Metalloberfläche herbeigeführt wird. Wie ich schon vorher darlegte, kann auf diese Weise einerseits mehr Oxyd zur Wirksamkeit gelangen, und andererseits wegen der gleichmäßigeren Verteilung auch eine bessere Sättigung eintreten. Der Einfluß des Wasserstoffes zeigt sich im Gegensatz zu dem des Sauerstoffes in einer Vergrößerung der Ausschläge. Bei geringem Druck macht sich der Einfluß der eintretenden Stoßionisation stark bemerkbar, bei höheren Wasserstoffdrucken wird dieser Einfluß geringer. Abgesehen hiervon erkennt man, daß durch den Einfluß des Wasserstoffes die Temperaturabhängigkeit der Elektrode wesentlich herabgesetzt und daß die Stromwerte für niedere Temperaturen durch den Wasserstoff erhöht, die bei höheren Temperaturen etwas erniedrigt werden im Vergleich zu den im Vakuum erhaltenen Werten.

Versuche über das Verhalten der Oxydelektrode in Wasserstoff wurden schon von Frank Horton[1]) angestellt. Er hat ebenfalls gefunden, daß ihre Wirksamkeit durch Wasserstoff gesteigert wird, fand aber, daß zugleich auch ihre Erschöpfung sehr viel schneller erfolgt. Dies letztere kann ich nach den bisher ausgeführten Versuchen nicht bestätigen. Daß die Oxydelektrode durch Wasserstoff beeinflußt und schnell reduziert wird, hat auch Herr Neubert[2]) gefunden. Nach seinen Angaben wird hierdurch aber die Wirksamkeit der Elektrode nicht erschöpft, trotzdem dem Aussehen nach alles Oxyd reduziert schien. Bei meinen Versuchen in Wasserstoff fand ich nach einer Belastung von einer Stunde trotz großer Stromentnahme in der Regel keine erhebliche Abnahme. Dies mag zum Teil durch die Bildung von Kalziumhydrür und durch die Löslichkeit des Wasserstoffs in dem Kalzium zu erklären sein, zum Teil aber wird man vorläufig auch das Ergebnis der folgenden Versuche zu berücksichtigen haben. Die Versuchsreihe 14 wurde sofort nach dem Abpumpen des Wasserstoffes aufgenommen, so daß die Elektrode in dem Zustand blieb, den sie in dem Wasserstoff angenommen hatte. Wurde die Elektrode hierauf in Luft oder Sauerstoff geglüht, so ergaben sich nach dem Abpumpen Werte, die von denen der Versuchsnummer 14 nicht sehr verschieden waren. Genauere Daten über einen derartigen Versuch sind in den Tabellen 1—5 gegeben. Ein mit Kalziumoxyd bedeckter Platindraht wurde zunächst längere Zeit im Vakuum geglüht, und gab nach etwa einer Stunde die Daten der Tabelle 1. Dann

Tabelle 1.
Vakuum von 1 · 10^{-5} mm.

Temperatur		945⁰	1085⁰	1235⁰
Angelegte Spannung in Volt	2	3,8 · 10^{-5}	7,9 · 10^{-5}	1,0 · 10^{-4}
	4	1,2 · 10^{-4}	2,3 · 10^{-4}	2,9
	8	2,3	6,5	8,1
	20	3,0	2,4 · 10^{-3}	5,3 · 10^{-3}
	50	3,7	3,0	7,2
	100	4,1	4,4	9,2
	200	4,7	> 8,0	> 1,9 · 10^{-2}

wurde käuflicher Wasserstoff von 83 mm Druck in den Apparat gelassen, die Elektrode eine Stunde lang mit einem Strom von 5 · 10^{-4} Amp. belastet, und alsdann Tabelle 2 aufgenommen.

Tabelle 2.
H_2 von 83 mm Druck.

Temperatur		945⁰	1085⁰	1235⁰
Angelegte Spannung in Volt	2	3,1 · 10^{-7}	6,1 · 10^{-7}	6,2 · 10^{-7}
	4	8,0	1,3 · 10^{-6}	1,3 · 10^{-6}
	8	3,0 · 10^{-6}	3,9	3,0
	20	2,1 · 10^{-5}	2,2 · 10^{-5}	2,1 · 10^{-5}
	50	1,0 · 10^{-4}	1,2 · 10^{-4}	1,2 · 10^{-4}
	100	3,3	4,1	4,3
	200	7,1	1,1 · 10^{-3}	1,2 · 10^{-3}

Tabelle 3.
Vakuum von 1 · 10^{-5} mm.

Temperatur		945⁰	1085⁰	1235⁰
Angelegte Spannung in Volt	2	7,4 · 10^{-6}	7,0 · 10^{-5}	1,1 · 10^{-4}
	4	1,1 · 10^{-5}	1,4 · 10^{-4}	2,9
	8	1,3	2,1	7,8
	20	1,6	2,6	1,4 · 10^{-3}
	50	1,9	3,1	1,8
	100	2,3	3,7	2,5
	200	2,7	5,0	7,0

1) Phil. Trans. **207**, 149, 1908.
2) P. Neubert, Dissertation. Leipzig 1913.

Nunmehr wurde abgepumpt, und nach Erreichung des Vakuums Tabelle 3 aufgenommen, deren Werte wegen der langen Belastung in Wasserstoff doch merklich kleiner als die der Tabelle 1 sind. Nunmehr wurde der Apparat mit Sauerstoff von 83 mm Druck gefüllt und die Elektrode hierin 10 Minuten geglüht. In dem Sauerstoff wurden die Werte der Tabelle 4

Tabelle 4.

O_2 von 86 mm Druck.

Angelegte Spannung in Volt / Temperatur	945^0	1085^0	1235^0	1340^0
2	—	$3,3 \cdot 10^{-10}$	$2,0 \cdot 10^{-9}$	$1,8 \cdot 10^{-9}$
4	$3,6 \cdot 10^{-10}$	$1,8 \cdot 10^{-9}$	3,9	3,0
8	$1,4 \cdot 10^{-9}$	3,6	$1,1 \cdot 10^{-8}$	9,0
20	2,8	7,1	$1,1 \cdot 10^{-7}$	$8,9 \cdot 10^{-8}$
50	4,0	$3,2 \cdot 10^{-8}$	$1,6 \cdot 10^{-6}$	$1,6 \cdot 10^{-6}$
100	5,4	5,2	7,5	$1,1 \cdot 10^{-5}$
200	$1,1 \cdot 10^{-8}$	9,4	$1,8 \cdot 10^{-5}$	5,0

und nach dem Abpumpen des Sauerstoffes Tabelle 5 aufgenommen. Ein Vergleich der

Tabelle 5.

Vakuum von $1 \cdot 10^{-5}$ mm.

Angelegte Spannung in Volt / Temperatur	945^0	1085^0	1235^0
2	$2,9 \cdot 10^{-6}$	$4,7 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$
4	4,3	8,7	2,9
8	5,0	$1,1 \cdot 10^{-4}$	8,3
20	6,0	1,3	$1,4 \cdot 10^{-3}$
50	7,2	1,5	1,7
100	8,8	1,8	2,1
200	$1,2 \cdot 10^{-5}$	2,2	2,6

sofort nach der Behandlung mit Wasserstoff aufgenommenen Tabelle 3 mit der nach darauffolgender Einwirkung von Sauerstoff erhaltenen Tabelle 5 zeigt ziemlich weitgehende Übereinstimmung, doch sind in Tabelle 3 die Stromwerte für die niederen Temperaturen etwa um die Hälfte größer als in Tabelle 5. Hiernach erscheint der Schluß möglich, daß sich die Elektrode, wenn sie in der geschilderten Weise mit käuflichem Wasserstoff behandelt wird, infolge der Gegenwart von Spuren von Wasserdampf und Sauerstoff wirksam wird. Sorgt man dafür, daß reiner Wasserstoff zur Verwendung kommt und daß Wasserdampf beseitigt wird, so wird sich diese Frage klären lassen. Mit derartigen Versuchen bin ich beschäftigt. Für die Praxis aber folgt aus diesen Versuchen schon jetzt, daß man, wenn man Oxydelektroden von großer Wirksamkeit und langer Lebensdauer haben will, zweckmäßig in einer Wasserstoffatmosphäre arbeitet.

Um zu sehen, ob ein Teil der beobachteten Änderungen daher rührt, daß die Elektronenemission des Platins durch die verschiedenen Gase verschieden beeinflußt wird, habe ich in den Versuchsnummern 16, 17 und 18 das Verhalten eines reinen, d. h. nicht mit Oxyd überzogenen Platindrahtes im Vakuum, in Sauerstoff und in Wasserstoff studiert. Aus den Versuchsdaten 15 folgt zunächst, daß die Emission des reinen Platindrahtes gegen die des oxydüberzogenen zu vernachlässigen ist. Die Versuchsdaten 16 und 17 zeigen, wie es ja schon be-

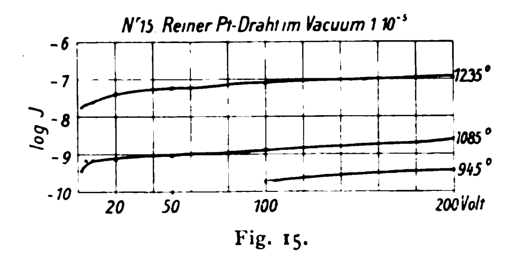


Fig. 15.

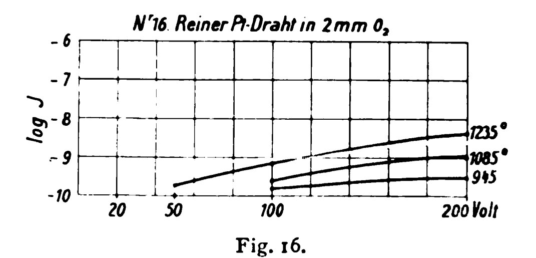


Fig. 16.

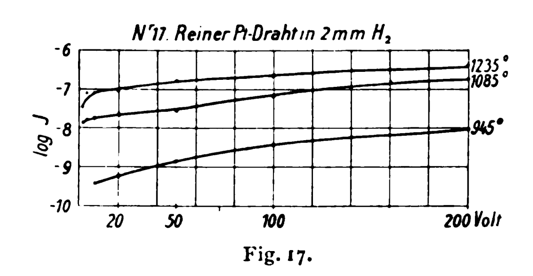


Fig. 17.

kannt ist, daß die Elektronenemission des Platindrahtes durch Sauerstoff stark herabgesetzt und durch Wasserstoff erhöht wird. Die auftretenden Ströme sind aber immer gering gegen die an der Oxydelektrode beobachteten, so daß der an der Oxydelektrode auftretende Einfluß der Gase durch eine Wirkung auf das Oxyd selbst erklärt werden muß.

Fassen wir die gewonnenen Resultate zusammen, so können wir den Einfluß der untersuchten Gase auf die Wirksamkeit der Wehneltelektrode im wesentlichen wie folgt charakterisieren:

1. Stickstoff setzt die Wirksamkeit herab, während die Temperaturabhängigkeit bestehen bleibt und vielleicht sogar in erhöhtem Maße zum Ausdruck kommt.



2. Sauerstoff setzt den Effekt stark herab und vermindert, namentlich bei höheren Drucken, wesentlich die Temperaturabhängigkeit.

3. Wasserstoff erhöht den Effekt und unterdrückt den Temperatureinfluß fast vollständig.

Eine Erklärung dieser Einflüsse kann ich nur mit einigem Vorbehalt geben, da die Versuche noch mancher Ergänzung bedürfen. Es scheint zunächst nach dem Einfluß des Stickstoffes, daß neutrale Gase den Effekt herabsetzen. Hierfür würde die von mir vertretene Auffassung insofern eine nicht unplausible Deutung liefern, als die Beimengung eines indifferenten Gases die Zahl der eintretenden Zusammenstöße zwischen Kalzium- und Sauerstoffatomen herabmindert. Den Einfluß des Sauerstoffes würde man so deuten können, daß durch ihn alle zur Abscheidung gelangenden Kalziumatome direkt am Orte ihrer Entstehung, d. i. an der Grenzfläche des Oxydfleckes auf der metallischen Unterlage wieder zu Oxyd oxydiert werden. Bei der Reaktion freiwerdende Elektronen müßten, um wirksam zu werden, die Kalziumoxydschicht durchsetzen, wozu sie nicht imstande sind. Das Fehlen des Temperatureinflusses würde dadurch zu erklären sein, daß bei hinreichend großer Konzentration des Sauerstoffes trotz erhöhter Leitfähigkeit des Oxydfleckes, nach wie vor alle zur Abscheidung gelangenden Kalziumatome an der metallischen Unterlage selbst oxydiert werden, so daß keine Erhöhung der Elektronenabgabe stattfinden kann.

Der Einfluß des Wasserstoffes liegt dem des Sauerstoffes entgegengesetzt. Wir können wohl annehmen, daß auch bei der Reaktion zwischen Wasserstoff und Sauerstoff Elektronen zur Abgabe gelangen. Da der Sauerstoff aber an der Grenzschicht zum Vakuum abgeschieden wird, so können alle entstehenden Elektronen auch zur Wirksamkeit gelangen. Das Fehlen des Temperatureinflusses beim Wasserstoff ist schwerer zu erklären. Man müßte annehmen, daß neben der reduzierenden Kraft und der depolarisierenden Wirkung des Wasserstoffes der Einfluß der erhöhten Leitfähigkeit des Oxydfleckes nicht zur Geltung kommt. Die Entscheidung, ob dies berechtigt ist, muß weiteren Versuchen überlassen bleiben. Diese müssen auch entscheiden, ob nicht, wie schon oben angedeutet, bei der Wirksamkeit der reduzierten Oxydelektrode in Wasserstoff auch die Löslichkeit dieses Gases und die Bildung von Kalziumhydrür eine wesentliche Rolle spielt.

Ich habe nun noch mit einigen anderen Gasen Versuche ausgeführt. Methan und Leuchtgas verhalten sich in ähnlicher Weise wie Wasserstoff, so daß es sich erübrigt, nähere Versuchsdaten zu geben. In derselben Richtung, aber ungleich stärker als Sauerstoff, wirkt Cyan. In Tabelle 6 gibt die Versuchsreihe 1 das Verhalten

Tabelle 6.

	Versuchsnummer	1	2	3	4	5
	Gasart	Vakuum	Cyan	Vakuum	Cyan	Vakuum
	Druck	$2,5 \cdot 10^{-5}$	0,2 mm	$6,0 \cdot 10^{-6}$	6,5 mm	$5 \cdot 10^{-5}$
Angelegte Spannung in Volt	0	$4 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$2,0 \cdot 10^{-6}$	$1,7 \cdot 10^{-9}$	$4,1 \cdot 10^{-8}$
	2	$2.4 \cdot 10^{-5}$	$1.3 \cdot 10^{-7}$	4,8	9,0	$7,2 \cdot 10^{-7}$
	4	7,2	3,2	8,8	$1,8 \cdot 10^{-8}$	$2,2 \cdot 10^{-6}$
	8	$2,7 \cdot 10^{-4}$	$1,2 \cdot 10^{-6}$	$2,6 \cdot 10^{-5}$	6,5	4,8
	20	$1,4 \cdot 10^{-3}$	1,6	0,6	$3,4 \cdot 10^{-7}$	$1,0 \cdot 10^{-5}$
	50	2,5	2,6	$6,0 \cdot 10^{-4}$	$2,2 \cdot 10^{-6}$	2,6
	100	3,0	$4,0 \cdot 10^{-5}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	6,2	3,6
	200	3,6	6,5	2,0	$1,2 \cdot 10^{-5}$	5,0

der Oxydelektrode im Vakuum wieder. Nr. 2 zeigt, daß bei einem Cyandruck von 0,2 mm die Ströme auf das mehr als 100 fache heruntergedrückt sind. Nr. 3 wurde erhalten, nachdem das Cyan wieder abgepumpt war. Die Ströme sind ganz wesentlich kleiner als bei Versuchsreihe 1, woraus folgt, daß das Cyan in dem Oxydfleck eine dauernde Veränderung hervorgerufen hat. Im Anschluß an Nr. 3 wurde Nr. 4 bei einem Druck von 6,5 mm Cyan, und Nr. 5 wiederum im Vakuum aufgenommen. Auch diese beiden letzten Versuchsreihen zeigen den großen Einfluß des Cyans und zugleich die bleibende Veränderung, die das Cyan in dem Kalziumoxydfleck hervorruft. Es muß noch erwähnt werden, daß Glühen in Sauerstoff die Elektrode nicht wieder zu regenerieren gestattet, was der Fall sein würde, wenn sich, wie bei Gegenwart von Öldämpfen, Kalziumkarbid gebildet hätte. In diesem Falle handelt es sich wohl um die Bildung des sehr beständigen Kalziumcyanamids.

Leipzig, Theoretisch-physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 19. November 1913.)

Registrierungen des Emanationsgehalts der Bodenluft in Potsdam mit dem Benndorf-Elektrometer[1]).

Von K. Kähler.

Die Bodenluft ist für die atmosphärische Elektrizität von großer Bedeutung. Vor allem Ebert hat auf die Zusammenhänge zwischen dem Gehalt des Bodens an radioaktiver Emanation und den atmosphärischen luftelektri-

1) Auszug aus der gleichnamigen Arbeit in den „Ergebnissen der Meteorologischen Beobachtungen in Potsdam im Jahre 1912", S. LVI—LXVI. Berlin, Behrend & Co. 1913.

schen und meteorologischen Erscheinungen hingewiesen. In München ist von Endrös[1]) auch die erste Registrierung ins Werk gesetzt worden, eine photographische mit Hilfe eines Ebertschen Quadrantenelektrometers und eines Bronson-Widerstandes, über den der Sättigungsstrom der Emanation zur Erde geleitet wurde. Diese Aufzeichnungen umfassen jedoch nur die Frühjahrsmonate des Jahres 1907, und ihre Ergebnisse sind wohl auch deswegen nicht als allgemein gültig anzusehen, weil sie inmitten der Stadt auf dem festen oberbayrischen Gesteinsboden gewonnen sind. Auf Anregung von Herrn Geheimrat Hellmann wurde deshalb im Sommer 1910 eine ähnliche Registrierung im leichten Potsdamer Sandboden eingerichtet. Statt der photographischen ist aber die bequemere mechanische mit dem erprobten Benndorf-Elektrometer gewählt worden.

An der Nordseite eines Wellblechhauses, das auf der waldumgebenen Wiese des Observatoriums für luftelektrische Zwecke errichtet ist, wurde ein 1,5 m tiefes, 0,45 m breites Loch in den grasbedeckten Boden gegraben und seitlich mit einem Zinkblechhohlzylinder ausgekleidet. In der Achse dieses Zylinders war ein 145 cm langer, 0,5 cm dicker Kupferdraht aufgehängt mittels eines Isolators von der Form, wie sie schon mit gutem Erfolg bei den Leitfähigkeitsregistrierungen der Außenluft angewandt wurden. Dieser Isolator ist auf einen Holzdeckel gesetzt worden, der luftdicht auf dem oberen Rand des Zinkhohlzylinders lag. Der Kupferdraht ging durch ein etwa 2 qcm großes Loch des Holzdeckels hindurch und war am Isolator durch eine lösbare Klemme befestigt. Von hier führte eine gegen das elektrische Feld der Erde geschützte Drahtverbindung durch die Außenluft und ein Loch des Wellblechhauses zur Nadel des Benndorf-Elektrometers, an dessen Quadranten mehrere Hundert Volt konstanter Spannung lagen. Die Elektrometeruhr lud automatisch alle viertel Stunden das System Elektrometernadel, Leitungsteile und Kupferdraht auf — 150 Volt auf, und der Abfall dieser Ladung wurde vom Elektrometer alle Minuten registriert. Natürlich ist zur Kontrolle häufig die Zerstreuung der Leitungsteile ohne den wirksamen Kupferdraht aufgezeichnet worden. Diese abzuziehende Korrektion ist gegenüber dem viel größeren Abfall des Meßdrahtes meistens ganz zu vernachlässigen und als konstant anzusehen. Nur bei ganz geringem Abfall des Systems ist die Korrektion angebracht worden.

Die Registrierung beschränkt sich auf die positiven Elektrizitätsträger, die in dem Meßraum gebildet werden. Die gleichzeitig vorhandenen negativen entladen sich an der geerdeten Metallwand. Nach den Versuchen von Ebert und Kurz[1]) ist anzunehmen, daß in der Bodenluft die beim Eintritt in den Meßraum vorhandenen, fertig gebildeten Träger bald durch Wiedervereinigung, Adsorption usw., wieder verschwinden und daß im Meßraum im wesentlichen sich Träger befinden, die von der Emanation neu erzeugt sind. Aus demselben Grunde werden die Träger größtenteils leichtbeweglich sein. Das geht auch aus der Bestimmung der Charakteristik hervor. Die an den Meßdraht gehenden Ladungen steigen bei schwachen Spannungen bis zu etwa 128 Volt, um dann bis 600 Volt konstant zu bleiben. Bei der langsamen vertikalen Luftströmung, die im Meßraum besteht, werden aber auch die meisten schwerbeweglichen Träger sich entladen müssen.

Aus der Bestimmung der Charakteristik folgt, daß nur bei den Spannungen von 150 bis zu etwa 128 Volt gesättigter Strom herrschte. Daraus ergibt sich die Notwendigkeit, nur die zu diesen Spannungen gehörigen Teile der Registrierkurve auszuwerten. Dies geschah in der Weise, daß die Anzahl der Minutenintervalle zwischen der Anfangslinie 150 und der Linie 128 Volt ausgezählt wurde, d. h. es wurde die Zeit t bestimmt, während welcher die Spannung um 22 Volt fiel. Diese Variable t schwankte im Registrierjahr von 1,3 bis zu 22 Minuten. Die Berechnung des Emanationsgehalts e hat dann zu erfolgen nach der Formel:

$$e = \frac{dV \cdot C}{300 \times m \times 60 \times t}.$$

Dabei ist $dV = 22$ Volt; m die Menge der wirksamen Bodenluft, 220500 cm³, wie sich leicht aus den Dimensionen des Meßraums ergibt; C, die Gesamtkapazität Leitungsteile + Zerstreuungsdraht, wurde mit einem Gerdienschen Kondensator zu 118 cm bestimmt. Davon fallen 16, wie Rechnung und Messung mit dem Kondensator zeigen, auf die wirksame Kapazität des Zerstreuungssystems.

Das erhaltene Kurvenmaterial umfaßt die Zeit vom Spätsommer 1910 bis zum Frühsommer 1912, zu welcher Zeit das Elektrometer zu anderen Zwecken verwandt werden mußte. Zur

1) L. Endrös, Messungen und Registrierungen der dem Erdboden entquellenden Emanationsmengen. Dissertation der Technischen Hochschule München. 1909.

1) H. Ebert u. K. Kurz, Registrierungen der luftelektrischen Zerstreuung in unmittelbarer Nähe des Erdbodens. Abh. d. Kgl. Bayr. Akad. d. Wiss. München, 1909.



Bearbeitung wählte ich den Zeitraum vom 1. Oktober 1910 bis dahin 1911 aus, weil für dieses Jahr auch Registrierungen des atmosphärischen Leitvermögens vorliegen. Jedoch mußte das Vierteljahr April bis Juni 1911 durch das entsprechende des Jahres 1912 ersetzt werden, da es dauernd Störungen aufwies und im Mittel nur ein Zehntel der zu erwartenden Ausschläge ergab. Der Grund hierfür ist uns nicht klar geworden. Die Störung wurde Ende Juni 1911 dadurch beseitigt, daß die ganze Meßvorrichtung mitsamt dem Zinkhohlzylinder herausgenommen und gereinigt wurde.

Naturgemäß ließen sich auch sonst Lücken in der Registrierung nicht vermeiden. Störungen durch Spinnen kamen vor allem in der warmen Jahreszeit vor, waren aber weit weniger zahlreich als bei den gleichzeitigen Registrierungen des atmosphärischen Leitvermögens. Dazu kamen noch die Lücken durch die unumgänglich nötigen häufigen Prüfungen der Isolation und des Abfalls der Leitungs- und Isolatorteile, die stets mehrere Stunden, hin und wieder auch tagelang vorgenommen wurden, um genau den Einfluß auf die Größe der Korrektion festzustellen. Bei der Bildung der Monatsmittel sind die Tage mit Lücken ganz fortgelassen worden; das waren je nach den Versuchen 3 bis 6 Tage im Monat. Ausgewertet wurde von den 4 Kurven jeder Stunde stets nur die erste. Das ist fast immer unbedenklich, weil schnelle Änderungen des Emanationsgehalts in Potsdam zu den Ausnahmefallen gehören.

Bei der Diskussion der gewonnenen Ergebnisse ist zu berücksichtigen, daß durch die Versuchsanordnung die natürlichen Verhältnisse offenbar gestört werden. Die feste Erde ist außen durch den Holzdeckel, innen durch den geräumigen Luftkondensator ersetzt. Dieser Meßraum steht mit der Atmosphäre durch das Loch im Holzdeckel in bequemer Verbindung, während sonst die engen Luftkanäle des Erdreichs das vermitteln. Wegen des eingesetzten Zinkhohlzylinders ist ferner eine seitliche Bewegung sowie vor allem ein seitliches Zufließen der Bodenluft unmöglich gemacht. Die Meßanordnung verhindert z. B. eine Untersuchung über den Einfluß, den die Durchlässigkeit des Erdbodens, der Frost, eine Schneedecke usw. ausübt, sowie über den Einfluß der Diffusion der Emanation in die Atmosphäre.

Um die Wirksamkeit der ganzen Anordnung zu erproben, wurden noch einige Versuche ausgeführt. Wenn der Zinkhohlzylinder am unteren Ende des Meßraums durch einen angelöteten Metalldeckel verschlossen wurde, hörte die große Zerstreuung bald auf und ging in die der Außenluft über, die bei der gewählten Empfindlichkeit des Elektrometers fast gar keinen Ausschlag mehr zur Folge hat. Es ist das ein Beweis dafür, daß die Bodenluft in der Tat aus dem unteren Boden in den Meßraum eintritt. Ferner wurde einige Tage hindurch der Zinkhohlzylinder herausgenommen. Der Ausschlag war während dieser Zeit bedeutend größer, offenbar weil jetzt auch von der Seite her die Emanation in den Meßraum dringt.

Absolute Werte des Emanationsgehalts in 0 bis $1^1/_2$ m Tiefe. Als Mittelwert eines Jahres (insgesamt 289 Tage) ergibt sich in Potsdam der Gehalt der Bodenluft bis zu $1^1/_2$ m Tiefe zu $0{,}22 \times 10^{-7}$ E. S. E. pro cm³. Der Boden unter der „Wiese" des Observatoriums ist reiner Sand, der im Jahre 1892 bei der Errichtung der Beobachtungswiese wegen einer Mulde des Geländes in einer Stärke von einigen Metern aufgeschüttet wurde. Endrös erhielt als Mittel von 4 Monaten (März bis Juni 1907) in München den sehr viel höheren Wert $1{,}2 \times 10^{-7}$ E. S. E., bei Einzelmessungen in München (Januar—März 1906) $0{,}9 \times 10^{-7}$ E. S. E., in Zusmarshausen (Schwaben, April 1905) $0{,}8 \times 10^{-7}$ E. S. E.; Gockel fand bei Einzelmessungen in Freiburg (Schweiz) sogar Werte von 2 bis 7×10^{-7} E. S. E. Man geht wohl nicht fehl in der Annahme, daß der steinige Boden auf der oberbayrischen Tiefebene und vor allem in der Schweiz radioaktiver ist als der brandenburgische Sand und daß sich daraus vor allem die großen Unterschiede in den absoluten Werten erklären. Der Potsdamer Mittelwert gilt für die Versuchsanordnung mit dem seitlichen Metallzylinder. Läßt man diesen fort, so erhöhen sich die absoluten Werte auf fast das Doppelte. Vielleicht kommt diese Zahl, also etwa $0{,}4 \times 10^{-7}$ E. S. E., dem wahren Wert der Potsdamer Emanation in etwa $^3/_4$ m Tiefe am nächsten. Es sei in diesem Zusammenhang wenigstens darauf hingewiesen, daß auch die Leitfähigkeit der Potsdamer atmosphärischen Luft auffallend klein ist, etwa $1{,}0 \times 10^{-7}$ E. S. E.

Nimmt man die Ladung eines Elektrizitätsträgers nach Millikan zu $\varepsilon = 4{,}9 \times 10^{-10}$ E.S.E. an, so würde dem Wert $0{,}22 \times 10^{-7}$ E. S. E. eine Trägerzahl von etwa 45 entsprechen. Die Emanation in $^3/_4$ m Tiefe ist also imstande, pro Sekunde und cm³ 45 Träger beiderlei Vorzeichens zu erzeugen. Das ist immer noch etwa das Hundertfache wie in der Außenluft, wo etwa nur alle 2 Sekunden 1 Trägerpaar pro cm³ gebildet werden kann. Zu beachten ist dabei, daß die für die Emanation der Bodenluft ge-

fundene Zahl nicht den Gehalt der gesättigten Tiefen darstellt — der Emanationsgehalt wird ja erst unterhalb 2 m Tiefe konstant —, sondern eher die Menge, die aus der gemessenen Tiefe in die Atmosphäre drängt. Endrös berechnet aus seinem Münchener Mittelwert die pro Sekunde erzeugte Trägerzahl der Emanation zu 306 ($\varepsilon = 3{,}4 \times 10^{-10}$) oder 212 ($\varepsilon = 4{,}9$).

Der höchste in Potsdam registrierte Stundenmittelwert war $0{,}500 \times 10^{-7}$ im Februar 1911, der tiefste $0{,}012 \times 10^{-7}$ April 1912. Das Verhältnis des größten zum kleinsten Wert ist also wie in München etwa 40:1.

Jährlicher Gang des Emanationsgehalts. Der Gehalt der ungesättigten Tiefen der Bodenluft an radioaktiver Emanation ist am stärksten im Sommer (September 0,27, Juni 0,26), am geringsten im Winter (Januar 0,16, November 0,18). Die vorhandenen Unregelmäßigkeiten im jährlichen Gang des einen untersuchten Jahres sind einmal auf den heißen Sommer und Frühherbst 1911 zurückzuführen, der die Werte erhöhte. Ferner war der Dezember 1910 viel zu mild. Die Frühjahrswerte sind höher als die Herbstwerte. Endrös fand in München während seiner Registrierzeit die tiefsten Werte im Dezember und Januar, die höchsten im April, also in guter Übereinstimmung mit Potsdam.

Die Erklärung der jährlichen Schwankung wird darin zu suchen sein, daß bei stärkerer Erwärmung des Bodens mehr Emanation aus den gesättigten Tiefen in die ungesättigten, und daher auch aus den ungesättigten Tiefen in die Atmosphäre tritt. Der Emanationsgehalt der ungesättigten Tiefen zeigt also denselben jährlichen Gang wie das elektrische Leitvermögen der Atmosphäre.

Täglicher Gang des Emanationsgehalts. Abgesehen von manchen Unebenheiten ergibt sich im wesentlichen eine doppelte Periode mit dem Hauptmaximum 7 Uhr abends, einem kleineren 6 Uhr morgens, dem Hauptminimum mittags und einem kleineren kurz nach Mitternacht. Ein Unterschied zwischen Sommer- und Wintertyp, wie ihn Endrös aus seinen Messungen ableitete, findet sich in Potsdam eigentlich nicht. Das Mittagsminimum tritt am meisten hervor im Herbst und Frühjahr, das Abendmaximum im Sommer und Herbst, das nächtliche Minimum im Winter, das Morgenmaximum ebenfalls im Winter sowie im Frühjahr.

Diese tägliche Schwankung des Emanationsgehalts zeigt eine bemerkenswerte Ähnlichkeit mit der des Potentialgefälles und vor allem mit der des Luftdrucks. Es kann, wie ein Vergleich mit den stündlichen Luftdruckänderungen derselben Tage zeigt, nicht die Rede davon sein, daß in den Tagesgängen Emanationsgehalt und Luftdruckänderung einander entgegengesetzt sind. Man wird die Ähnlichkeit nicht anders deuten können, als durch eine gemeinsame Ursache veranlaßt, und das kann wohl nur die Sonnenstrahlung in ihrer Wirkung auf den Erdboden und die untersten Luftschichten sein. Schon Endrös, dessen vier Frühjahrskurven ebenfalls das Mittagsminimum sowie die höheren Morgen- und Abendwerte erkennen lassen, hebt das hervor. Er führt die Schwankung allerdings in der Hauptsache auf die Temperaturunterschiede zwischen Boden und Luft zurück.

Die wichtigste Ursache der Schwankungen in den ungesättigten Tiefen wird die Luftbewegung im Erdboden, vor allem die Luftbewegung zwischen Atmosphäre und Boden sein. Wie weiter unten gezeigt werden wird, ist die Luftdruckänderung der Atmosphäre von allergrößtem Einfluß auf den Emanationsgehalt. Damit ist die Einwirkung der vertikalen atmosphärischen Luftströmungen erwiesen: aufsteigende Luft wirkt vermehrend, absteigende vermindernd. Nachts, wo die Luftbewegung eher von der Luft zur Erde geht, wird also der Emanationsgehalt kleiner sein als morgens und abends. Sonnenschein wirkt an sich wegen der aufsteigenden Luftströmungen vermehrend, denn die absoluten Werte des Emanationsgehalts an sonnigen Tagen sind höher als an trüben, und an den sonnigen Tagen läßt der mittlere tägliche Gang eines Monats fast stets eine Zunahme der Werte erkennen. Trotz dieser Wirkung der Sonne liegt mittags ein deutliches Minimum des Emanationsgehalts. Das wird seinen Grund in der starken Erwärmung des Erdbodens haben. Dadurch wird die Luft im Meßraum rasch verdünnt, so daß die erste Folge eine Abnahme der Emanation sein muß, die durch das langsame Nachdringen aus den gesättigten Tiefen nicht verhindert werden kann. Beim Nachlassen der Sonnenstrahlung wird dieses Nachdringen in die Erscheinung treten: daher das Hauptmaximum des Emanationsgehalts am Abend. Unter natürlichen Bedingungen werden die Schwankungen wohl nicht so ausgeprägt sein wie bei der Versuchsanordnung, aber doch in demselben Sinne vorhanden sein. Wichtig für diese Schwankung ist die Kenntnis der Luftdruckänderungen im Erdboden, die aber bisher noch nicht genügend bekannt sind.

Der Einfluß der atmosphärischen Luftdruckänderungen. Trotzdem im täglichen Gang Ähnlichkeit zwischen Emanationsgehalt und Luftdruckänderung besteht, sind



beide Elemente in allen Einzelschwankungen einander entgegengesetzt. Dieser Zusammenhang ist so regelmäßig, daß man die atmosphärischen Luftdruckschwankungen als die Hauptursache der Emanationsschwankungen ansehen muß. Die höchsten Werte des Emanationsgehalts treten in allen Monaten bei stark fallendem, die tiefsten bei schnell steigendem Barometer ein. Von insgesamt 82 starken Luftdruckänderungen waren nur 4 ohne Einwirkung auf den Emanationsgehalt. Man muß sich auch hier die Frage vorlegen, ob durch die Versuchsanordnung nicht die Verbindung zwischen Bodenluft und Außenluft zu sehr erleichtert ist. Es wird aber wohl nicht zu bezweifeln sein, daß auch in den natürlichen Bodenkanälen die Barometerschwankung der Atmosphäre von großem Einfluß ist, und daß sie auch hier die Hauptursache der Emanationsschwankungen bleibt. Nochmals sei betont, daß sie aber in den Mittelwerten verschwindet. Auch Endrös kam zu dem Ergebnis, daß ein Einfluß des Luftdrucks wohl vorhanden, aber durch andere Ursachen verdeckt sei. Von größter Einwirkung waren bei ihm plötzliche Luftdruckschwankungen, vor allem die Barographennasen. Das ließ sich in Potsdam nicht bestätigen. Die Zerstreuungsregistrierung ist für solche Untersuchungen anscheinend nicht so geeignet wie die photographische. Es ist aber auch wohl denkbar, daß die Bodenluft solchen plötzlichen Schwankungen nicht so schnell zu folgen vermag.

Der Einfluß der Windstärke. In München wurde ferner eine saugende Wirkung des Windes auf die Bodenluft festgestellt. Bei stärkerem Wind war der Emanationsgehalt größer. In Potsdam hat sich das ebenfalls nicht bestätigt, wenn es auch bisweilen zutreffen kann. Das wird aber nicht wundernehmen, weil die Luftbewegung am Meßort sehr gering ist. Schon in 2 m Höhe inmitten der „Wiese" herrscht im Mittel nur $^1/_7$ der Windstärke wie in 40 m Höhe. Am Erdboden, wo das Wellblechhaus und ein naher Zaun noch mehr abschirmen, wird kaum $^1/_{10}$ der normalen Luftbewegung vorhanden sein.

Bodenluftemanation und Leitvermögen der Atmosphäre. Aus der vielfachen Ähnlichkeit, die im täglichen Gang zwischen Potentialgefälle und Emanationsgehalt besteht, geht schon hervor, daß zwischen Bodenluftemanation und luftelektrischem Leitvermögen im einzelnen kein ähnlicher Gang vorhanden sein kann. Da während der Registrierzeit 1910/11 beide Elemente gleichzeitig aufgezeichnet wurden, ist es möglich, das im einzelnen zu verfolgen. So konnte in 8 Monaten an genau denselben normalen Tagen, für welche die Schwankung des Leitvermögens abgeleitet war[1]), auch der Gang des Emanationsgehalts der Bodenluft gebildet werden. In einigen Monaten war entgegengesetzter Gang; in anderen eher gleicher; manchmal vormittags gleicher, nachmittags entgegengesetzter usf.; kurz, es war kein regelmäßiger Zusammenhang aufzufinden. Die bearbeiteten Tage waren normal in bezug auf das Leitvermögen der Atmosphäre, nicht in bezug auf die Bodenluft, wo man vor allem Tage mit größeren Luftdruckschwankungen fortlassen müßte. So wird es sich auch erklären, daß in ihnen der tägliche Gang vielfach nicht so ausgeprägt ist wie in sämtlichen Tagen des Monats. Der heiße Sommer 1911 zeigt z. B. an den ausgesuchten Tagen in erster Linie eine deutliche Zunahme der absoluten Werte von Mitternacht über Mittag bis Mitternacht, der der tägliche Gang bloß aufgelagert ist. Das scheint ein Beweis für den Anstieg der Emanation an sonnigen Tagen. Die berechneten normalen Tage ergeben übrigens den jährlichen Gang des Emanationsgehalts, der ja mit dem des Leitvermögens übereinstimmt, ausgeprägter als die gesamten Tage.

Zusammenfassung. Durch die Potsdamer Registrierungen scheint bewiesen, daß die vertikale atmosphärische Luftbewegung, einschließlich der Luftdruckänderung, von größtem Einfluß auf den Emanationsgehalt der obersten Erdschichten, also auch auf den Zufluß der Emanation von unten und den Austritt in die Atmosphäre ist. Die Sonnenstrahlung begünstigt ebenfalls den Austritt, doch wird diese Wirkung von anderen Erscheinungen überdeckt. Ein Zusammenhang zwischen den Schwankungen des Emanationsgehalts und denen des atmosphärischen Leitvermögens ist daher wohl im jährlichen Gange, nicht aber im täglichen und in Einzelschwankungen vorhanden.

1) Vgl. Ergebnisse der Meteorologischen Beobachtungen in Potsdam im Jahre 1911, Fig. 2, und diese Zeitschr. 13, 1216, 1912.

Potsdam, November 1913.

(Eingegangen 14. November 1913).

Eine Bestimmung der Änderung des Gehaltes der Atmosphäre an Radiumemanation mit der Höhe.
(A Determination of the Variation with Altitude of the Radium Emanation Content of the Atmosphere.)

Von J. R. Wright und O. F. Smith.

Die Gegenwart radioaktiver Substanzen in der Atmosphäre ist zum ersten Male im Jahre

1900 von Elster und Geitel[1]) bündig nachgewiesen worden. Diese Forscher fanden damals, daß ein in der Atmosphäre exponierter negativ geladener Draht einen aktiven Niederschlag ansammelte. Später haben Bumstead[2]), Blanc[3]), Dadourian[4]) und andere Forscher gezeigt, daß der auf diese Weise gesammelte aktive Niederschlag ein Gemisch der aktiven Niederschläge von Radium und von Thorium ist. Den ersten Versuch, die wirklich in der Atmosphäre vorhandene Menge Radiumemanation zu bestimmen, machte Eve[5]) in der Weise, daß er den aktiven Niederschlag, der sich aus einem bestimmten Volumen Luft auf einem negativ geladenen Draht ansammelte, mit jenem verglich, der sich aus solcher Luft ansammelte, die eine bekannte Menge Radiumemanation enthielt. Die von Änderungen in den meteorologischen Verhältnissen herrührende Unsicherheit dieses Verfahrens ist indessen so groß, daß es kein genaues Mittel zur Bestimmung der wirklichen Menge Radiumemanation in der Luft bietet. Eve[6]) und Satterly[7]) machten von der Entdeckung Rutherfords[8]) Gebrauch, daß aus Kokosnußschalen hergestellte Holzkohle die Eigenschaft besitzt, Radiumemanation zu absorbieren. Dank dieser Eigenschaft erhielten sie direkte Bestimmungen des Gehaltes an Radiumemanation. Um dieses Ziel zu erreichen, schickten sie während einer gegebenen Zeit Luft mit einer bekannten Geschwindigkeit durch Röhren mit Kokosnußkohle, welch letztere die Emanation aus der Luft absorbiert. Gleichzeitig ließen sie Luft durch eine Lösung von Radiumbromid hindurchperlen, die eine bekannte Menge Radium enthielt, und sammelten die aus der Lösung und der Luft stammende Emanation in einer anderen Röhre mit Kokosnußkohle. Die in der Kohle absorbierte Emanation wurde dann durch Erhitzen auf Dunkelrotglut ausgetrieben, über Wasser in Aspiratoren gesammelt und schließlich in der Weise gemessen, daß sie in eine Ionisierungskammer geleitet wurde, die entweder mit einem Elektroskop oder mit einem Elektrometer verbunden war. Dann läßt sich die in einem gegebenen Volumen Luft enthaltene Emanation aus dem Verhältnis

$$\frac{\text{Emanation in einem bekannten Volumen Luft}}{\text{In einer bekannten Zeit in der Vergleichslösung erzeugte Emanation}}$$

berechnen, vorausgesetzt **1.** daß alle während der Expositionszeit von der Lösung erzeugte Emanation an die Kokosnußkohle abgeführt wird, und **2.** daß die Röhren mit der Kohle von der gesamten durch sie hindurchgehenden Emanationsmenge denselben Bruchteil absorbieren. Da es sich um eine Vergleichsmethode handelt, müssen die Bestimmungen von Änderungen der meteorologischen Verhältnisse unabhängig sein. Ashman[1]) und Satterly[2]) bestimmten die Emanationsmenge in der Atmosphäre nach einem anderen Verfahren. Sie schickten Luft durch Schlangenröhren, die in flüssige Luft eintauchten, und maßen dann die in der Röhre kondensierte Emanationsmenge. Zuvor hatten Rutherford und Soddy nachgewiesen, daß Radiumemanation sich bei einer Temperatur von -150^0 C kondensiert.

Eve in Montreal, Satterly in Cambridge und Ashman in Chicago erhielten für den Gehalt der Atmosphäre an Radiumemanation im Durchschnitt die nachstehenden Ergebnisse:

Eve:

60×10^{-12} Gramm *Ra* per Kubikmeter,

Satterly:

100×10^{-12} " " " " ,

Ashman:

96×10^{-12} " " " " .

So weit wir in Erfahrung bringen konnten, sind dies die einzigen quantitativen Bestimmungen des Gehaltes der Atmosphäre an Radiumemanation, die bisher ausgeführt worden sind. Durch Beobachtungen, die nach der Methode des aktiven Niederschlags angestellt worden sind, ist indessen dargetan worden, daß Radiumemanation überall in der Atmosphäre der Erde vorhanden ist. Die Quelle der Emanation ist ohne Zweifel das in der Erdkruste enthaltene Radium. Da die Halbwertperiode der Radiumemanation 3,86 Tage beträgt, ist zu erwarten, daß sie auf beträchtliche Entfernungen von ihrer Quelle aus fortgeführt werden wird, ehe ein großer Betrag ihrer Aktivität verloren gegangen ist. Beobachtungen von Eve[3]), Simpson und Wright[4]) und anderen Forschern lehren, daß selbst über der Mitte der großen Weltmeere die Luft eine beträchtliche Menge Radiumemanation enthält. Da Untersuchungen des Meerwassers dargetan haben, daß dessen Radiumgehalt sehr niedrig ist, muß die über dem Meere vorhandene Emanation zum größeren Teile vom Lande her durch Luftströmungen herbeigeschafft werden. Es entsteht ferner die

1) Diese Zeitschr. **2**, 560, 1901.
2) Sill. Journ. **18**, 1, 1904.
3) Phil. Mag. (6) **13**, 378, 1907.
4) Le Radium, 1908.
5) Phil. Mag. (6) **10**, 96, 1905.
6) Phil. Mag. (6) **14**, 724, 1907; **16**, 622, 1908.
7) Phil. Mag. (6) **16**, 584, 1908.
8) Nature **74**, 634, 1906.

1) Sill. Journ., 1908, S. 119,
2) a. a. O.
3) Phil. Mag. (6) **13**, 248, 1907; Terrestrial Magnetism, 1909.
4) Proc. Roy. Soc. (A) **85**, 175, 1911.

Frage: Wie weit wird die Emanation aufwärts getragen, ehe viel von ihrer Aktivität verloren geht? Die Diffusionsgeschwindigkeit der Emanation ist zu klein, als daß diese eine irgendwie erhebliche Höhe erreichen könnte, ehe sie den größten Teil ihrer Aktivität verliert; aber aufwärts gerichtete Luftströme können sie in verhältnismäßig große Höhen tragen. Trotzdem ist zu erwarten, daß die Menge der Radiumemanation in der Atmosphäre mit zunehmender Höhe abnimmt.

Flemming[1]) fand aus Ballonbeobachtungen, daß sich auf einem negativ geladenen Draht in einer Höhe von 3000 m ungefähr dieselbe Menge radioaktiven Niederschlages ansammelte wie an der Erdoberfläche. Saake[2]) und Gockel[3]) fanden an Beobachtungen, die sie nach demselben Verfahren auf Bergspitzen angestellt hatten, daß der aktive Niederschlag in großen Höhen größer war als auf Meereshöhe. W. Knoche[4]) erhielt ebenfalls in einer Höhe von 5200 m in den Kordilleren von Bolivia einen hohen Wert für den aktiven Niederschlag.

Die Methode des aktiven Niederschlages ist indessen für eine genaue Bestimmung des Gehaltes der Atmosphäre an Radiumemanation nicht geeignet, und es ist sehr zweifelhaft, ob die in verschiedenen Höhenlagen gefundenen Ergebnisse auch nur annähernd die Änderung mit der Höhe angeben. Rutherford[5]) begleitet in seinem Buche über Radioaktive Substanzen und ihre Strahlung seine Besprechung der Ergebnisse von Flemming, Saake und Gockel mit den Worten:

„Es folgt daraus nicht mit Notwendigkeit, daß die Luft in großen Höhen mehr Radium- oder Thoriumemanation enthält, denn die bei einer gegebenen Volumenverteilung der Emanation gesammelte Menge aktiver Materie wird vom Luftdruck und der Menge von Staub und anderen Kernen in der Atmosphäre abhängen"[6]).

Aus der vorstehenden Erörterung erhellt klar die Wichtigkeit einer quantitativen Bestimmung des Gehaltes der Atmosphäre an Radiumemanation in verschiedenen Höhen. Als die vorliegende Beobachtungsreihe begonnen wurde, war flüssige Luft in Manila nicht zu erhalten. Infolgedessen waren wir in unserer Wahl auf die Methode der Absorption in Kokosnußkohle beschränkt. Diese Methode eignet sich jedoch gut für die Gewinnung quantitativer Bestimmungen in verschiedenen Höhen, weil jede einzelne Beobachtung über die Emanation in der Luft gleichzeitig mit einer Bestimmung der aus einer Vergleichslösung von Radiumbromid gesammelten Emanation vorgenommen wird. Da die Methode eine vergleichende ist, werden Druckänderung und Kernbildung in der Atmosphäre auf die Endergebnisse keinen Einfluß haben. Dasselbe gilt für die Ionisierung, die durch die in die Prüfkammer eingeführte Emanation erzeugt wird. Infolgedessen muß die Methode eine genaue Bestimmung der Menge Radiumemanation ergeben, die in irgendeiner gegebenen Höhe in der Luft enthalten ist. Um Ergebnisse zu erhalten, welche die Änderung mit der Höhe allein angeben, würde man Beobachtungen von einem Ballon oder einem sonstigen Luftfahrzeuge aus anstellen müssen, aber die Schwierigkeiten, unter solchen Bedingungen Beobachtungen von langer Dauer auszuführen, sind praktisch unüberwindlich. Die einzige andere Möglichkeit war, Beobachtungen auf einem hohen Berggipfel anzustellen, der von umgebenden Gipfeln möglichst isoliert ist. In diesem Falle erhält man den Einfluß der Höhe nur insoweit, als die Luftströmungen horizontal oder eher absteigend als aufsteigend sind. Daß diese Bedingung während eines beträchtlichen Teiles eines jeden Tages annähernd verwirklicht ist, geht aus einer Untersuchung der Bewegung der einen Gipfel umgebenden Wolken hervor. Beobachtungen, die sich vom Spätnachmittag bis zum frühen Morgen erstrecken, würden ein ziemlich genaues Bild vom Radiumemanationsgehalt solcher Luft ergeben, die nicht kurz vorher mit der Erdoberfläche in naher Berührung gewesen ist. Der Mount Pauai, ein 2460 m hoher Berg im nördlichen Luzon, wurde als passender Ort für die Ausführung der Bestimmungen über den Emanationsgehalt in großer Höhe gewählt.

Die ganze Untersuchung, die Vorversuche nicht mit eingeschlossen, nahm einen Zeitraum von ungefähr zehn Monaten in Anspruch, von denen acht einer ausgedehnten Beobachtungsreihe in Manila gewidmet waren, das praktisch auf Meereshöhe liegt, während die Beobachtungen auf dem Mount Pauai einen Zeitraum von etwa zwei Monaten in Anspruch nahmen.

Die Anordnung der Apparatur und das Verfahren bei der Anstellung der Beobachtungen, das wir schließlich anwandten, waren von denen, die sowohl Eve als auch Satterly beschrieben haben, praktisch nicht verschieden. Einen Teil einer von Rutherford, Boltwood und Eve

1) Diese Zeitschr. **9**, 801, 1908.
2) Diese Zeitschr. **4**, 626, 1903.
3) Diese Zeitschr. **8**, 701, 1907.
4) Diese Zeitschr. **13**, 440, 1912.
5) Radioactive Substances and their Radiations, 1913, S. 631.
6) Die Übersetzung dieser Stelle habe ich nicht der inzwischen erschienenen deutschen Ausgabe entnehmen können, da mir diese noch nicht zugänglich gewesen ist. (D. Übers.)

hergestellten Vergleichslösung von Radiumbromid lieferte uns Herr Professor Eve in liebenswürdiger Weise. Diese Lösung enthält $6{,}28 \times 10^{-9}$ Gramm Radium im Kubikzentimeter. Bei den meisten unserer Versuche benutzten wir 0,1 cm^3 der Vergleichslösung, die wir auf 50 cm^3 verdünnten. Dadurch erhielten wir als unsere Vergleichseinheit eine Lösung, die $6{,}28 \times 10^{-10}$ Gramm Radium enthielt.

Wir benutzten für alle unsere Bestimmungen durchweg folgende Anordnung der Apparatur: Die zu untersuchende Luft wurde von außerhalb des Gebäudes durch eine Röhre mit Watte in eine Verteilungsflasche eingesogen. Von der Verteilungsflasche aus wurde die Luft in zwei genau gleiche Teile geteilt, von denen der eine durch den Zweig hindurchging, der das Radiumbromid enthielt, der andere durch den Zweig, den wir der Bequemlichkeit halber den „Luftemanationszweig" genannt haben.

Die Flasche, welche die Lösung von Radiumbromid enthielt, war so angeordnet, daß sie durch Eintauchen in eine $NaCl$-Lösung erhitzt werden konnte. Ein Kugel- sowie ein Zylinderkondensator waren hintereinander an der Flasche befestigt, um einen Verlust des Radiums während der Erwärmung zu verhindern. Obgleich mit ziemlicher Sicherheit festgestellt worden ist, daß die Luftfeuchtigkeit die Wirksamkeit der Kokosnußkohle als Absorptionsmaterial für die Emanation nicht beeinflußt, haben wir es doch noch für ratsam erachtet, die Luft gründlich zu trocknen, ehe sie die Kohle erreichte. Die Luft hat in Manila während des größeren Teiles des Jahres eine überaus hohe absolute Feuchtigkeit, und die Anwesenheit einer großen Feuchtigkeitsmenge in der Kohle ist sehr störend, wenn es ans Erwärmen der Röhren geht. Da anscheinend weder H_2SO_4 noch $CaCl_2$ die Emanation absorbiert, ließen wir die Luft zuerst durch eine Flasche mit H_2SO_4 und dann durch Röhren mit $CaCl_2$ hindurchgehen. Das meiste Wasser wurde der Luft durch die Säure entzogen, die ungefähr monatlich einmal erneuert wurde.

Die Röhren mit Kokosnußkohle.

Während aller unserer Bestimmungen in Manila war die Kokosnußkohle in Röhren aus Elektro-Quarzglas von 60 cm Länge mit einer gleichmäßigen Bohrung von 1,5 cm Durchmesser angeordnet. Diese Röhren wurden bis auf etwa 6 cm vom Ende ab mit fein gekörnter Kokosnußkohle gefüllt, so daß jede Röhre 70 Gramm faßte. Zwei dieser Röhren wurden in jedem Zweige der Versuchsanordnung hintereinandergeschaltet, so daß die Luft durch 140 Gramm Kohle hindurchgehen mußte, die eng zu einer ungefähr 96 cm langen Säule zusammengepackt war. Nach dem Ansammeln der Emanation wurden die Röhren, die hintereinander geschaltet gewesen waren, nebeneinander in einem elektrischen Röhrenofen zu heller Rotglut erhitzt. Wir stellten Proben über die relative Absorption der beiden Röhrengruppen an, ohne einen Unterschied zu entdecken. Für die Bestimmungen auf dem Mount Pauai benutzten wir Elektro-Quarzglasröhren von beträchtlich weiterer Bohrung, so daß 140 Gramm Kohle auf eine Säule von 48 cm zusammengepackt wurden.

Die Manometer.

Die Strömungsgeschwindigkeit der Luft durch die Röhren wurde mit Hilfe von Wassermanometern in Glaskapillaren gemessen. Die Manometer wurden für verschiedene Strömungsgeschwindigkeiten sorgfältig geeicht, und die zugehörige Kurve wurde aufgezeichnet. Der Fehler bei der Eichung und bei der Ablesung betrug zusammen nicht mehr als 2 v. H.

Die Saugpumpe.

Wir versuchten zuerst eine an die städtische Wasserleitung angeschlossene Filterpumpe, aber der Wasserdruck war ziemlich großen Schwankungen ausgesetzt, und wir waren gezwungen, die Filterpumpe durch eine Ölpumpe mit Motorantrieb zu ersetzen. Durch Einschalten einer großen Flasche zum Ausgleich und eines Quecksilberregulators in das System waren wir imstande, einen beinahe stetigen Luftstrom für jede gewünschte Zeitdauer zu erhalten. Die Strömungsgeschwindigkeit wurde mit Hilfe von Quetschhähnen reguliert, die wir zwischen der Pumpe und den Manometern anbrachten.

Das Elektroskop.

Der Untersuchungsapparat, den wir benutzten, war ein Aluminiumblatt-Elektroskop von Spindler & Hoyer mit daran befestigter Ionisirungskammer. An der einen Kante des Aluminiumblättchens ist in diesen Elektroskopen ein feiner Quarzfaden befestigt, der es ermöglicht, mit Hilfe des Ablesemikroskops sehr genaue Ablesungen zu erhalten. Die Ionisierungskammer war 38 cm lang bei einem Durchmesser von 7,8 cm, was einen Raum von annähernd 1820 cm^3 ergibt. Sie war mit einem Einlaß- und einem Auslaßrohr versehen, so daß die Kammer leicht ausgepumpt und mit der emanationshaltigen Luft neu gefüllt werden konnte. Das Elektroskop hatte mit der daran befestigten Ionisierungskammer eine elektrische Kapazität von 8,7 elektrostatischen Einheiten, und das Bereich der 100teiligen Skala erstreckte sich

annähernd von 368 bis 270 Volt. Die Spannung an dem Blättchen war daher ausreichend, um in einer Kammer von der benutzten Größe Sättigungsströme zu erzeugen. Der natürliche Verlust war fast absolut konstant und betrug 0,022 Skalenteile in der Minute.

Die Ionisierungskammer war dauernd durch die eine Öffnung mit einem Quecksilbermanometer und durch die andere Öffnung mit einer Geryk schen Ölpumpe und zwei Aspiratorflaschen verbunden, die alle parallel geschaltet waren, so daß jede von ihnen direkt mit der Kammer in Verbindung gesetzt werden konnte. Zwischen die Pumpe, die Aspiratoren und die Kammer waren zwei Röhren eingeschaltet, von denen die eine $CaCl_2$ und die andere P_2O_5 enthielt, so daß alle in die Kammer übergehende Luft gründlich getrocknet wurde.

Das Verfahren bei der Ausführung der Beobachtungen.

Bei Vergleichsmessungen ist es wesentlich, einen bestimmten Arbeitsgang einzuschlagen und während der ganzen Untersuchung durchgehends beizubehalten. Nach ein paar Vorversuchen nahmen wir folgendes Verfahren zur Aufnahme der Messungen für die angesammelte Emanation an: Die Luftemanationsröhren wurden nebeneinander an den einen Aspirator angeschlossen und auf helle Rotglut erhitzt, und zwar war die Temperatur bei den verschiedenen Bestimmungen praktisch dieselbe, da wir immer gleiche Stromstärken während gleicher Zeiträume durch den elektrischen Ofen schickten. Die Röhren wurden dann rasch, aber gründlich durchspült, bis der Aspirator bis zu einer bestimmten Marke gefüllt war. Die Luft, welche die Emanation enthielt, wurde dann durch die $CaCl_2$- und P_2O_5-Röhren in die Ionisierungskammer eingelassen; dabei achteten wir darauf, daß die Röhren zum Schlusse mit Luft gespült wurden, so daß alle Emanation in die Ionisierungskammer übergeführt wurde. Die Kammer war genügend geräumig hergestellt worden, um alles Gas aufzunehmen, das aus 140 Gramm Kohle ausgetrieben wurde, und noch reichlich Raum für die Spülluft zu bieten. Die Elektroskopablesungen wurden immer praktisch in demselben Teile der Skala vorgenommen; dabei begannen wir mit den Ablesungen möglichst nahezu 30 Minuten nach dem Einlassen der Emanation in die Kammer. Bei diesem Verfahren erzielten wir die Ablesungen immer auf demselben Teile der Kurve für das Abklingen der Radiumemanation, und dadurch wurden die Elektroskopablesungen direkt vergleichbar. Alsdann wurden die Röhren mit der Luftlösung erhitzt und die Radioaktivität des Gases dann in genau derselben Weise gemessen. Dabei wurde in jedem Falle eine Korrektion für das Abklingen der Emanation während des Zeitraumes angebracht, der zwischen dem Sammeln und der Untersuchung des Gases lag.

Bei den Arbeiten auf dem Mount Pauai war die Apparatur und deren Anordnung praktisch eine Wiederholung der in Manila benutzten. Es waren indessen eine oder zwei geringe Änderungen erforderlich. Um einen konstanten Luftstrom in den Röhren mit der Kohle zu erhalten, waren wir gezwungen, die Ölpumpe mit Motorantrieb durch eine Filterpumpe zu ersetzen. Unter einem konstanten Druck von 5 m Wasser setzte uns die Filterpumpe in den Stand, eine Strömung von einem Liter Luft in der Minute zu erhalten. Die größte Schwankung in der Strömungsgeschwindigkeit betrug nach den Angaben empfindlicher Wassermanometer, selbst bei 40 stündigem Betrieb, etwas weniger als 1,5 v. H. Der elektrische Röhrenofen, den wir bei unseren ersten Bestimmungen benutzt hatten, wurde durch einen Gebläseofen aus Kohle ersetzt, der es uns ermöglichte, die Röhren mit der Kohle zu heller Rotglut oder, so weit es sich mit dem Auge beurteilen ließ, auf dieselbe Temperatur zu erhitzen, die wir zuvor angewandt hatten. Während unserer ganzen Arbeit wurden die Röhren mit der Kokosnußkohle immer so lange erhitzt, bis praktisch alles erdenkliche Gas ausgetrieben war. Das von einer bestimmten Gewichtsmenge Kohle bei irgendeiner gegebenen Verteilung abgegebene Gasvolumen scheint praktisch konstant zu sein.

Der Gehalt der Atmosphäre an Radiumemanation.

Die Theorie, auf welcher die Berechnungen des Gehaltes der Atmosphäre an Radiumemanation beruhen, ist von verschiedenen Autoren, die den Gegenstand behandelt haben, ausführlich mitgeteilt worden. Sie läßt sich indessen sehr einfach auf die folgende Weise ableiten:

Wenn λ die radioaktive Konstante des Radiums und T die Expositionsdauer darstellt, wird λT die Emanation sein, die von einem Gramm Radium in der Zeit T erzeugt wird.

Wenn wir nun annehmen, daß die Emanation aus der Radiumbromidlösung so schnell beseitigt wird, wie sie gebildet wird, dann wird der Abklingungsfaktor nicht in die Rechnungen eingehen, da die Abklingungsgeschwindigkeit der aus dem Radiumbromid gesammelten Emanation dieselbe ist wie die der aus der Luft stammenden Emanation.

Wenn daher M die Radiummenge ist, die mit der Emanation in einem Kubikmeter freier Luft im radioaktiven Gleichgewicht steht, und

M' die Anzahl von Grammen Radium in der Lösung, dann ist

$$\frac{MV}{M'\lambda T} = \frac{d}{d_1},$$

wo V das Gesamtvolumen der untersuchten Luft, d der Elektroskopausschlag für die Emanation aus V Kubikmetern Luft und d_1 der Elektroskopausschlag für die Emanation aus M' Gramm Radium ist.

Wenn wir die Gleichung nach M auflösen, erhalten wir:

$$M = \frac{M'\lambda T}{V} \cdot \frac{d}{d_1}.$$

Eve gelangt durch ein Verfahren mehr mathematischer Natur zu demselben Ergebnis. Satterly vernachlässigte das Abklingen der Emanation aus der Luft während der Expositionszeit; dadurch kommt ein kleiner Fehler in seine Rechnungen hinein, und zwar ist dieser Fehler bei kurzen Expositionen fast zu vernachlässigen, bei Expositionen von 20 Stunden und darüber aber beträchtlich.

In der vorstehenden Erörterung ist die Annahme gemacht worden, daß vor Beginn einer Bestimmung alle Emanation, die sich zwischen den Bestimmungen in der Vergleichslösung angesammelt hat, beseitigt worden ist, sowie ferner, daß während des Versuches die Emanation ebenso schnell entfernt wird, wie sie gebildet wird. Sowohl Eve als auch Satterly nahmen bei ihren Untersuchungen an, daß dieses Ziel durch Durchperlen von Luft durch die Lösung bei Zimmertemperatur erreicht wurde. Daß diese Annahme nicht völlig berechtigt ist, zeigen Versuche, die wir angestellt haben, und deren Ergebnisse in Tabelle I angegeben sind.

Tabelle I.

Versuchsreihe	Datum	Expositionsdauer in Stunden	Vergleichslösung in Grammen $\times 10^9$	Elektrometerausschlag in Skalenteilen per Minute: für die während der Expositionszeit aus der Lösung angesammelte Emanation	Elektrometerausschlag in Skalenteilen per Minute: auf Grund 20-stündiger Beobachtung für eine Lösung mit $6{,}28 \cdot 10^{-10}$ Gramm Radium abgeleitet	Zustand der Lösung während der Exposition	Verfahren, das angewandt wurde, um die Lösung in den stationären Zustand zu versetzen.
I	28. Okt. 1912	3	3,14	1,063	1,448	siedend	Luft perlte 4 Stunden lang durch kalte Lösung.
	11. Nov. 1912	3	3,14	1,070	1,459		
					Mittel: 1,453		
II	30. Okt. 1912	3	3,14	0,751	1,023	siedend	Luft perlte eine Stunde lang durch siedende Lösung.
	31. „ 1912	3	3,14	0,880	1,201		
	4. Nov. 1912	3	3,14	0,688	0,938		
	6. „ 1912	3	3,14	0,797	1,089		
					Mittel: 1,063		
III	11. „ 1912	5	0,628	0,240	0,960	Zimmertemperatur	Luft perlte eine Stunde lang durch siedende und darauf zwei Stunden lang durch kalte Lösung.
	4. Dez. 1912	5	0,628	0,314	1,256		
	6. „ 1912	5	0,628	0,332	1,328		
	11. „ 1912	5	0,628	0,311	1,244		
	19. „ 1912	5	0,628	0,320	1,280		
	26. „ 1912	5	0,628	0,346	1,384		
	10. Jan. 1913	5	0,628	0,306	1,224		
	3. März 1913	5	0,628	0,333	1,332		
					Mittel: 1,251		
IV	26. Nov. 1912	5	0,628	0,388	1,552	siedend	Luft perlte eine bis anderthalb Stunden lang durch siedende Lösung.
	5. Dez. 1912	5	0,628	0,378	1,512		
	10. „ 1912	5	0,628	0,396	1,584		
	20. „ 1912	5	0,628	0,412	1,648		
	27. „ 1912	5	0,628	0,383	1,532		
	1. Jan. 1913	5	0,628	0,410	1,640		
					Mittel: 1,578		

Daß nicht alle Emanation durch mehrstündiges Durchperlen durch die kalte Lösung entfernt wird, zeigt eine Vergleichung der Ergebnisse in den Versuchsreihen I und II der Tabelle. Die Proben in der Reihe I zeigen die Ergebnisse der Versuche, alle angesammelte Emanation mittels Durchperlens von Luft durch die kalte Lösung auszuziehen, während wir bei den Bestimmungen, deren Ergebnisse in der Reihe II verzeichnet sind, die Luft eine Stunde lang durch die siedende Lösung hindurchperlen ließen. Da das Mittel aus den Ergebnissen der

Reihe I annähernd um 37 v. H. größer ist als das Mittel für die Reihe II, so ist es klar, daß durch das erste Verfahren nicht alle angesammelte Emanation beseitigt wurde. Infolgedessen beseitigten wir bei allen unseren Bestimmungen die angesammelte Emanation dadurch, daß wir Luft eine Stunde lang durch die siedende Lösung und darauf zwei Stunden lang durch die kalte Lösung hindurchperlen ließen.

Es genügt indessen nicht, einfach alle Emanation zu entfernen, ehe man eine Bestimmung beginnt, sondern es ist genau so notwendig, sicher zu sein, daß während einer Exposition die Emanation ebenso schnell entfernt wird, wie sie gebildet wird. Daß dies durch Durchperlenlassen von Luft durch kalte Lösung nicht erreicht wird, geht aus den Ergebnissen unserer Versuche hervor. Infolgedessen muß entweder die Lösung während der Bestimmungen sieden, oder man muß den aus der kalten Lösung beseitigten Bruchteil bestimmen. Da die Untersuchung des Emanationsgehaltes der Luft einen Zeitraum von mehreren Stunden in Anspruch nimmt, ist es unbequem, die Lösung während dieser ganzen Zeit sieden zu lassen, selbst dann, wenn man durch Verwendung von Kondensatoren die Möglichkeit, daß etwas von dem Radium tatsächlich übergeführt würde, gänzlich ausschließen kann. Wir bestimmten deshalb den Bruchteil der gesamten erzeugten Emanationsmenge, der durch das Durchperlen von Luft durch die kalte Lösung beseitigt wird, und erhielten so einen Reduktionsfaktor x, den wir bei unseren Rechnungen benutzten. Die Gleichung für das Äquivalent an Radium der Emanation in einem Kubikmeter Luft wird dann

$$M = \frac{x M' \lambda T}{V} \cdot \frac{d}{d_1}.$$

Den Wert des Faktors x für die während all unserer Bestimmungen herrschenden Bedingungen erhalten wir aus den in den Reihen III und IV der Tabelle mitgeteilten Ergebnissen, und zwar ist er numerisch gleich 0,792.

Die Ergebnisse der Beobachtungen über den Gehalt der Atmosphäre zu Manila an Radiumemanation, die sich über einen Zeitraum von ungefähr acht Monaten erstrecken, sind in Tabelle II angegeben.

Tabelle II.

Datum	Radium in der Vergleichslösung in Grammen $\times 10^9$	Expositionsdauer in Stunden	Elektroskopausschlag in Skalenteilen per Minute für die: Emanation in dem untersuchten Volumen Luft	Emanation aus der Vergleichslösung und aus dem gegebenen Volumen Luft	Emanation aus der Vergleichslösung allein	Strömungsgeschwindigkeit der Luft in Litern per Minute	Emanation per Kubikmeter, ausgedrückt durch ihr Äquivalent an Radium in Grammen $\times 10^{12}$
26. Juli 1912	3,14	20	0,139	2,258	2,009	0,33	64,10
3. Aug. 1912	3,14	21	0,110	1,650	1,540	0,33	66,10
12. Sept. 1912	3,14	20	0,450	3,668	3,218	0,33	130,30
18. „ 1912	3,14	20	0,226	3,334	3,108	0,33	67,81
23. „ 1912	3,14	20	0,326	4,032	4,569	0,33	79,60
16. Dez. 1912	0,628	20	0,531	1,285	0,754	0,50	87,60
23. „ 1912	0,628	20	0,774	1,658	0,884	0,50	108,00
2. Jan. 1913	0,628	20	0,526	1,267	0,741	0,50	87,44
8. „ 1913	0,628	20	0,706	1,437	0,731	0,50	120,10
16. „ 1913	0,628	10	0,136	0,533	0,399	0,50	42,37
20. „ 1913	0,628	15	0,864	1,521	0,657	0,50	129,00
22. „ 1913	0,628	5	0,096	0,314	0,218	0,50	54,81
24. „ 1913	0,628	5	0,096	0,319	0,223	0,50	53,54
26. „ 1913	0,628	20,5	0,282	0,982	0,700	0,50	50,25
30. „ 1913	0,628	20	0,285	0,593	0,308	0,50	114,80
4. Febr. 1913	0,628	5	0,053	0,173	0,120	0,50	54,96
10. „ 1913	0,628	20	0,676	1,062	0,546	0,50	154,00
12. „ 1913	0,628	20	0,472	1,354	0,882	0,50	66,54
17. „ 1913	0,628	20	0,581	1,541	0,960	0,50	75,26
11. März 1913	0,628	20	0,491	1,495	1,004	0,50	60,81
18. „ 1913	0,628	15	0,352	1,039	0,687	0,50	63,68
							Mittel: 82,48

Das Mittel aus allen während der Zeit vom Juli his einschließlich Februar erhaltenen Ergebnissen beträgt $82,48 \times 10^{-12}$ Gramm. Dieser Wert ist, wenn wir bei allen Bestimmungen denselben Korrektionsfaktor x anbringen, annähernd gleich dem Wert, den Satterly nach demselben Verfahren für Cambridge, und Ashman nach der Kondensationsmethode für Chicago gefunden



haben, aber beträchlich größer als der, den Eve für Montreal gefunden hat.

Die Ergebnisse der auf dem Mount Pauai vorgenommenen Beobachtungen sind in Tabelle III wiedergegeben.

Tabelle III.

Datum	Expositionsdauer in Stunden	Elektroskopausschlag in Skalenteilen per Minute für die Emanation aus				Radiumemanation per Kubikmeter Luft, ausgedrückt durch ihr Äquivalent an Radium in Grammen $\times 10^{12}$
		dem untersuchten Volumen Luft	der Vergleichslösung und dem gegebenen Volumen Luft	der Vergleichslösung allein	der Vergleichslösung bei 20 stündiger Exposition, multipliziert mit dem Abklingungsfaktor	
23. April 1913	20	0,042	0,455	0,413	0,480	12,65
25. „ 1913	20	0,044	0,313	0,269	0,311	21,13
28. „ 1913	20	0,087	0,462	0,375	0,455	28,84
1. Mai 1913	20	0,070	0,444	0,374	0,434	23,28
3. „ 1913	20	0,087	0,407	0,320	0,372	33,80
4. „ 1913	40	0,045	0,522	0,477	0,321	11,73
6. „ 1913	10	0,035	0,354	0,319	0,686	13,64
7. „ 1913	10	0,051	0,354	0,319	0,686	19,77
8. „ 1913	20	0,028	0,475	0,447	0,518	7,79
10. „ 1913	20	0,073	0,563	0,493	0,572	19,28
						Mittel: 19,18

Durch das Äquivalent an Radium ausgedrückt, ist der Mittelwert aus den zehn Bestimmungen vom Mount Pauai $19,18 \times 10^{-12}$ Gramm. Wir haben angenommen, daß der Reduktionsfaktor x für den Mount Pauai denselben Wert hat, wie wir ihn unter identischen Bedingungen in Manila gefunden haben. Die Annahme, daß der Reduktionsfaktor für die beiden Örtlichkeiten derselbe sein wird, mag indessen ungerechtfertigt sein, da sowohl die Lufttemperatur als auch der Atmosphärendruck an den beiden Orten beträchtlich verschieden ist. Die tiefere Temperatur wird den Reduktionsfaktor herabzusetzen streben, während die Druckabnahme vermutlich die entgegengesetzte Wirkung haben wird. Es ist bedauerlich, daß die uns zu Gebote stehende Zeit uns nicht gestattete, irgendwelche Bestimmungen dieses Faktors in der höheren Lage vorzunehmen.

Das Verhältnis zwischen dem Mittelwert des Emanationsgehaltes für Manila und jenem für den Mount Pauai ist, wie man sieht, annähernd 4:1. Der für den Mount Pauai erhaltene Höchstwert ist etwas niedriger als der bisher für Manila erhaltene Mindestwert. Da die in der Atmosphäre irgendeiner gegebenen Örtlichkeit enthaltene Radiummenge unzweifelhaft mit der Änderung der meteorologischen Bedingungen zwischen ziemlich weiten Grenzen schwankt, so ist kaum zu erwarten, daß für Beobachtungen, die sich über einen langen Zeitraum erstreckten, dieselbe Beziehung gelten würde. Aber die in der Höhe von 2460 m erhaltenen Werte sind so übereinstimmend niedriger als die in Manila, das praktisch auf Meereshöhe liegt, gefundenen, daß nur geringe Aussicht vorhanden zu sein scheint, zu bezweifeln, daß der Gehalt an Radiumemanation in der größeren Höhe geringer ist.

Das Bereich der Änderungen des Emanationsgehaltes an jeder der beiden Stationen ist annähernd dasselbe, und zwar ist das Verhältnis zwischen dem Höchstwert und dem Mindestwert annähernd 4:1. Diese Änderungen stehen ohne Zweifel in enger Beziehung zu den Änderungen der meteorologischen Bedingungen. Eine Vergleichung der vorstehenden Daten über die Emanationsmenge in der Atmosphäre mit den entsprechenden meteorologischen Daten lehrt bündig, daß eine Periode regnerischen Wetters unveränderlich von einer Abnahme des Emanationsgehaltes begleitet ist, während schönes Wetter, das von geringer Windstärke begleitet wird, einen verhältnismäßig hohen Wert liefert. Von hoher Windgeschwindigkeit begleitetes schönes Wetter liefert ebenfalls niedrige Werte für den Emanationsgehalt. Es hat sich ferner ergeben, daß Expositionen bei Tage einen viel kleineren Wert ergeben als die zur Nachtzeit vorgenommenen. Die meisten unserer Beobachtungen gelten indessen für Expositionen von zwanzig Stunden; sie wurden nämlich am Nachmittage begonnen und bis zum folgenden Morgen fortgesetzt. Infolgedessen müssen die für die beiden Örtlichkeiten gewonnenen Ergebnisse direkt vergleichbar sein.

Die Beobachtungen werden in Manila fortgesetzt, zu dem Zwecke, die zwischen den verschiedenen meteorologischen Faktoren und dem

Gehalt der Luft an Radiumemanation bestehenden Beziehungen möglichst vollständig zu bestimmen.

Zusammenfassung.

1. Es wurden nach der Methode der Absorption durch Kokosnußkohle quantitative Bestimmungen der in der Atmosphäre vorhandenen Menge Radiumemanation in Manila, 5 m über dem Meere, und auf dem Mount Pauai, 2460 m über dem Meere, ausgeführt.

2. Der Mittelwert der Emanationsmenge im Kubikmeter Luft, durch ihr Äquivalent an Radium ausgedrückt, wurde für Manila zu $82,48 \times 10^{-12}$ Gramm gefunden. Der für den Mount Pauai gefundene Mittelwert ist 19.18×10^{-12} Gramm. Das Verhältnis des Mittelwertes für Manila zu jenem für den Mount Pauai ist annähernd 4 : 1.

3. Die Emanationsmenge in der Atmosphäre an irgendeinem gegebenen Orte schwankte, wie sich ergeben hat, zwischen ziemlich weiten Grenzen, und zwar steht die Schwankung in enger Beziehung zu der Schwankung der meteorologischen Verhältnisse. Regnerisches Wetter, das von hoher Windgeschwindigkeit begleitet ist, liefert ausnahmslos niedrige Werte, während schönes Wetter mit niedriger Windgeschwindigkeit im allgemeinen verhältnismäßig hohe Werte ergibt. Es hat sich ferner herausgestellt, daß Expositionen bei Nacht viel höhere Werte liefern als Expositionen bei Tage.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 9. November 1913.)

Über Randwinkel und Ausbreitung von Flüssigkeiten auf festen Körpern.

Von Agnes Pockels.

Einleitung.

Die Beobachtungen, welche hier mitgeteilt werden sollen, stammen in der Hauptsache schon aus den Jahren 1897 und 1898 und wurden damals nicht publiziert, weil die zu verschiedenen Zeiten angestellten Randwinkelmessungen nicht befriedigend übereinstimmten. Ich habe zwar die Ursache dieser Widersprüche seither noch nicht aufklären können, und die Beobachtungen entbehren auch noch immer der erwünschten Vollständigkeit. Da indessen seit den Quinckeschen Beobachtungen von 1877 auf diesem Gebiete überhaupt wenig gearbeitet zu sein scheint und sich noch jetzt über die Benetzbarkeit von Glas durch Wasser so verschiedene Ansichten gegenüberstehen können, wie diejenigen von Lord Rayleigh[1]) und J. Aitken[2]), so dürfte es doch nicht überflüssig sein, die bisher von mir erhaltenen Ergebnisse zusammenzustellen.

Die Grundbedingung für die Brauchbarkeit derartiger Untersuchungen ist die Herstellung vollkommen reiner Oberflächen, und auf diese wurde daher mehr Wert gelegt als auf genaue Winkelmessung. Ehe man an die letztere herangeht, gilt es zunächst festzustellen, ob zwischen dem betreffenden Substanzpaare überhaupt ein Randwinkel existiert oder die Flüssigkeit sich auf dem festen Körper ausbreitet. Um die Oberfläche eines festen Körpers rein zu erhalten, bieten sich außer der von Quincke und Lord Rayleigh angewandten Reinigung durch starke Säuren zwei Wege dar: entweder Neubildung der Oberfläche durch Spaltung, Zertrümmerung oder Abfeilen, oder starke Erhitzung bis zur Rotglut. Die letztere Methode wurde auf Glas und Platina angewandt und soll zunächst beschrieben werden.

Herstellung reiner Oberflächen, Kontrollverfahren und Beobachtungsmethode.

Bei Glas erwiesen sich am geeignetsten Mikroskopdeckgläschen von $^1/_5$ mm Dicke, die ca. 4 Sekunden vertikal in einer Spiritusflamme leicht hin und her bewegt wurden, so daß sie eben anfingen am unteren Rande anzuschmelzen[3]). Bei etwas zu langem Aufenthalt in der Flamme freilich trat sehr leicht eine Verbiegung des Glases ein. Es wurde nur solches Glas zum Glühen benutzt, das bereits vorher dem Aussehen nach vollkommen rein und klar war, was durch wiederholtes festes Abreiben zwischen zwei Fingern mit Wasser und Seife oder auch Schlemmkreide und nachfolgendes Trockenreiben mit einem feinen Leinentuche erreicht wurde.

Vorher wurden auch bereits mit Stücken von Fensterglas ziemlich befriedigende Resultate erreicht, doch war bei diesen wegen der größeren Dicke eine viel längere Erhitzung notwendig, um die organische Verunreinigung der Oberfläche zu zerstören, und dabei zersprangen die Platten in den meisten Fällen.

Ob die Oberfläche eines metallischen oder mineralischen Körpers vollkommen rein oder durch fettige bzw. harzige Substanzen verunreinigt ist, erkennt man am leichtesten und sichersten, indem man den Körper in eine frisch gebildete Wasseroberfläche eintaucht, welche mit Lykopodium, Kohlenpulver oder nach dem Verfahren von H. Devaux[4]) mit Talk bestäubt ist.

1) Nature 86, 416 u. 90, 436.
2) Nature 86, 516 u. 90, 619.
3) A. Pockels, Naturw. Rundschau 13, 190 und Winkelmanns Handbuch der Physik I, S. 1186.
4) H. Devaux, Journ. d. Phys. 11, 699.

Ist der Körper nur im geringsten verunreinigt, so wird der schwimmende Staub beim Eintauchen abgestoßen. Es bildet sich um den festen Körper ein staubfreier Kreis, welche Erscheinung ich früher mit dem Namen „Lösungsstrom" bezeichnet habe[1]), da ich sie der Lösung der verunreinigenden Substanz in der Oberflächenschicht des Wassers zuschreibe. Das Ausbleiben des Lösungsstroms dagegen beweist absolute Reinheit der festen Oberfläche von Fett oder ähnlich wirkenden Substanzen.

Die auf obige Weise gewaschenen und mit Leinen getrockneten Glasplättchen sowie mit weichem Leder abgeriebenes Platinblech gaben nun stets einen starken Lösungsstrom; nach dem Glühen in der Flamme jedoch blieb derselbe vollständig aus.

Die Messung der Randwinkel geschah in folgender Weise. Die Glas- oder Platinplatte wurde auf eine zunächst horizontale Leiste gelegt, die um die Achse eines in Grade geteilten Quadranten drehbar war (eine feinere Teilung wäre zwecklos gewesen, da die aufeinanderfolgenden Beobachtungen doch meistens um einen Grad oder mehr voneinander abwichen). Als Lichtquelle diente eine Kerzenflamme mit horizontalem Spalt davor. Von der zu untersuchenden Flüssigkeit wurde nun ein Tropfen mittels eines durch Glühen gereinigten Drahtes auf die Platte gesetzt und diese solange in horizontaler Lage gelassen, bis die Ausbreitung des Tropfens beendet schien. Bei Wasser ist der richtige Zeitpunkt leider schwer festzustellen, da der Randwinkel hier nicht nur durch die Ausbreitung, sondern auch durch Verdunstung fortwährend verkleinert wird; ich beobachtete die Wassertropfen etwa nach einer halben Minute.

Auge und Lichtquelle wurden zunächst so eingestellt, daß das Bild der letzteren im Tropfen gerade am hinteren Rande desselben erschien, und dann die Leiste vorn so weit gehoben, bis das Spaltbild in der Platte mit demselben Tropfenrande zusammenfiel, indem während der Drehung das Auge mit Hilfe einer Visiervorrichtung in unveränderter Lage erhalten wurde.

Was so gemessen wird, ist der Randwinkel, bei welchem die betreffende Flüssigkeit stehen bleibt, wenn sie auf der Platte vordringt. Außerdem wurde aber stets noch derjenige Randwinkel untersucht, bis zu welchem sich der Tropfen zurückzieht, wenn er gewaltsam (mittels eines Drahtes) zu einer flachen Schicht ausgebreitet wurde.

Bei manchen Flüssigkeiten, wie Benzol, stimmen beide Winkel ganz oder sehr nahe überein. Der Tropfen gleitet dann leicht auf der festen Fläche hin, ähnlich wie Quecksilber auf Glas. Bei anderen Flüssigkeiten wieder, wie Wasser oder Glyzerin, zeigt das Verhalten beim Vordringen und Zurückziehen einen bemerkenswerten Unterschied; dieselben haften oder kleben gewissermaßen an dem festen Körper. Von einem eigentlichen Randwinkel kann man überhaupt nur in solchen Fällen sprechen, wo auch beim Zurückziehen ein solcher hervortritt und somit ein wenn auch nur langsames Gleiten stattfindet.

1) A. Pockels, Nature **43**, 437; Ann. d. Phys. (4) **8**, 854.

Beobachtungen an Glas und Platina.

1. Wasser.

Der Randwinkel des Wassers beim Vordringen auf geglühtem und wieder abgekühltem Glas betrug niemals mehr als 2^0, gewöhnlich 1^0, oft schien er gleich Null zu sein. Die Ausbreitung ist jedoch eine begrenzte bei etwas unregelmäßigem Rande. Der Randwinkel beim Zurückziehen ist = 0, d. h. reines Glas ist durch Wasser benetzbar.

Als Beispiele seien einige Messungen des Randwinkels an Glas angeführt. θ_v bedeutet den Randwinkel beim Vordringen, θ_z denjenigen beim Zurückziehen.

Fensterglas.

	Ungeglüht	Geglüht
θ_v	$27^0, 25^0, 22^0, 27^0$	$3-4^0, 1-2^0, 0^0, 1^0$
θ_z	wurde nicht beobachtet	$0^0, 0^0, 0^0, 0^0$

Deckgläschen.

	Ungeglüht	Geglüht
θ_v	$33^0, 25^0, 29^0, 24^0$	$1^0, 1^0, 2^0, 1\frac{1}{2}^0, 0^0$
θ_z	$13^0, 10^0, 19^0, 12^0$	$0^0, 0^0, 0^0, 0^0, 0^0$

Hier und bei den meisten anderen Flüssigkeiten sind auch die an nicht erhitzten Platten erhaltenen Winkel mit angeführt, um den Einfluß der Verunreinigung der festen Oberflächen erkennen zu lassen.

Man könnte nun erwarten, daß bei Wasser die Anomalie der Oberflächenspannung (Verminderung derselben durch Verunreinigung) einen beträchtlichen Einfluß auf den Randwinkel hätte, insofern als eine Abnahme der Oberflächenspannung die Ausbreitung befördern müßte. Es wurde daher Sorge getragen, daß die auf die Platte gebrachten Tropfen nur aus Gefäßen entnommen wurden, in welchen die Wasseroberfläche frisch gereinigt war.

Besonders hierüber angestellte Versuche ergaben jedoch bei mäßiger Anomalie kaum einen

merklichen Einfluß; erst starke Verunreinigung der Tropfenoberfläche durch Ölsäure, Palmitinsäure, Seife oder Mastix brachte einen solchen hervor, und zwar eine **Zunahme** des Randwinkels. Gereinigtes Provenceröl hatte keine merkliche Wirkung, solange die Wasseroberfläche nicht mit Öl gesättigt war; befanden sich jedoch kleine Öltröpfchen auf derselben, so trat eine ganz andere Erscheinung ein. Der Wassertropfen breitete sich zunächst stark aus, um sich dann sogleich wieder zusammenzuziehen, oder es fand eine verzweigte Ausbreitung statt. Die von dem Tropfen bedeckt gewesenen Stellen der Glasoberfläche erwiesen sich nach dem Zurückziehen als mit Öl verunreinigt; das Öl hatte also das Wasser vom Glase verdrängt.

Beim Behauchen zeigte sich auf geglühten Glasplatten stets ein transparenter, auf ungeglühten ein undurchsichtiger Niederschlag, entsprechend dem verschiedenen Randwinkel, und daß zugleich im ersten Falle der Lösungsstrom fehlte, im letzteren vorhanden war, beweist, daß es sich bei dem **Aitken**schen Hauchbildversuch tatsächlich um eine Reinigung des Glases durch das Bestreichen mit der Flamme handelt, wie dies **Lord Rayleigh** annimmt[1]). Ein weiterer Beweis gegen **Aitkens** Ansicht liegt noch darin, daß bei gleicher Dauer der Einwirkung der Flamme der Randwinkel bei dünnen Plättchen viel leichter zum Verschwinden gebracht wird als bei dem dickeren Fensterglase, das nicht auf so hohe Temperatur erhitzt wird, während Gase und Staubteilchen doch in beiden Fällen den gleichen Effekt hervorbringen müßten.

Auf frisch geglühtem Platinblech war gleich nach dem Abkühlen der Randwinkel θ_v des Wassers ebenfalls $< 2^0$, meist unmeßbar klein, und beim Zurückziehen $= 0$, während auf ungeglühtem, das mit weichem Leder abgerieben war, $\theta_v = 53—60^0$ und auch θ_z beträchtlich war.

Ein Unterschied gegenüber dem Verhalten auf Glas ist indessen der, daß auf Glas, wenn dasselbe nach dem Glühen an der Luft liegt, der Randwinkel nur langsam wiedererscheint, während er bei Platin viel schneller zunimmt. Nach 5—10 Minuten war hier θ_v schon merklich größer, nach einer halben Stunde schon beträchtlich — θ_z allerdings noch 0 —, ohne daß die Blechplatte beim Eintauchen in die Wasseroberfläche einen Lösungsstrom gegeben hätte. Einige Beobachtungen über den Einfluß der nach dem Glühen verflossenen Zeit auf den Randwinkel beim Vordringen auf Glas seien hier noch angeführt.

1) Nature **86**, 416.

Zeit	θ_v
Nach $^1/_2$ Minute	Höchstens 1^0, unregelmäßig ausgezackter Rand
Nach 10 Minuten	ebenso
Nach 3 Stunden	3^0, 4^0
Nach 24 Stunden	$3^1/_2{}^0$, 5^0

2. Glyzerin.

Dasselbe verhält sich gegen Glas und Platin ähnlich wie Wasser; reine Oberflächen sind durch dasselbe benetzbar, von verunreinigten zieht es sich zurück. Nur sind die Winkel im allgemeinen größer als bei Wasser und wegen der großen Viskosität die Einstellung auf den definitiven Wert langsamer, so daß zwischen dem Aufsetzen des Tropfens und der Ablesung mindestens $^1/_4$ Stunde verstreichen mußte.

	Glas		Platin
	ungeglüht	geglüht	geglüht
θ_v	27^0, 26^0	6^0, 5^0, 4^0	21^0, 18^0, 18^0
θ_z	8^0, 9^0	0^0, 0^0, 0^0	0^0, 0^0, 0^0

3. Weingeist, Terpentinöl, Petroleum[1]).

Diese Flüssigkeiten breiten sich auf reinen Glas- und Platinflächen unbegrenzt aus bis zur Erzeugung von Farben dünner Blättchen. Auf ungeglühten Platten fand ebenfalls in keinem Falle ein Zurückziehen statt; beim Vordringen wurde jedoch folgendes beobachtet.

Ungeglühtes Glas, θ_v.

Weingeist	0^0, unregelmäßige Ausbreitung
Terpentinöl	0^0, " "
Petroleum	5^0, 4^0, 8^0, 10^0

Ungeglühtes Platin, θ_v.

Weingeist	13^0, 20^0
Terpentinöl	begrenzte Ausbreitung bei unregelmäßigem Rande
Petroleum	15^0, 20^0

4. Benzol, Äthyläther, Schwefelkohlenstoff.

Der Randwinkel dieser Flüssigkeiten stellt sich sehr schnell auf seinen definitiven Wert ein, er ist daher beim Zurückziehen ebenso groß oder beinahe so groß als beim Vordringen, und die Tropfen gleiten auf der festen Fläche hin, ohne sie zu benetzen.

1) Das benutzte Petroleum war bestgereinigtes, im Handel als „Kaiseröl" bezeichnetes, das sich auf Wasser nicht ausbreitet, sondern linsenförmig stehen bleibt. Vgl. Wied. Ann. **67**, 674.

Glas.

Flüssigkeit	Ungeglüht	Geglüht
Benzol θ_v . .	10—15°	6° konst.
θ_z . .	9—11°	6° konst.
Äther θ_v . .		5—8°
θ_z . .		5—8°
CS_2 θ_v . . .	20°	11—14°
θ_z . . .	11°	11° konst.

Beim Äther verbreitete sich um den eigentlichen Tropfen noch eine dünne Schicht, während der Randwinkel des ersteren von 5° auf 8° stieg. Benzol hatte auf geglühtem Glas einen ganz konstanten Winkel (in der Tabelle ist es jedesmal durch „konst." bemerkt, wenn alle Beobachtungen den gleichen Winkel ergaben); als ich jedoch die Beobachtungen ein Jahr später wiederholte, betrug derselbe 9°, obgleich auch hier wieder alle Beobachtungen unter sich übereinstimmten und die Temperatur dieselbe war. Vielleicht könnte dies auf eine Verschiedenheit der Glassorte zurückzuführen sein.

Platina.

Flüssigkeit	Ungeglüht	Geglüht
Benzol θ_v . .	10°, 8°, 10°, 8°	4½°, 5°, 4°, 3½°, 4°
θ_z . .	4°, 5°	ebenso
Äther θ_v . . .		5—10°
θ_z . . .		5—10°
CS_2 θ_v . . .	10°, 10°	6—7½°
θ_z . . .		6—7½°

Die Winkel von Äther und Schwefelkohlenstoff auf Platin konnten teils wegen der raschen Verdunstung, teils wegen der zu großen Beweglichkeit der Tropfen, welche bei der Drehung der Platte sofort bergab liefen, nur annähernd geschätzt werden.

Es sei hier noch eine Erscheinung erwähnt, welche nur auf sehr reinen Oberflächen zu beobachten ist. Benetzt man eine geglühte Glas- oder Platinplatte teilweise mit Wasser und nähert derselben einen an einem Drahte hängenden Weingeisttropfen, so zieht sich die Wasserschicht zu einem Tropfen zusammen und wird, wenn man den Weingeisttropfen bewegt, scheinbar von diesem abgestoßen. Auch Benzol und Äther bringen durch die von ihnen ausgehenden Dämpfe eine mehr oder weniger vollständige Verdrängung des Wassers hervor. Wie weit nun der eigene Randwinkel des Benzols und anderer flüchtiger Flüssigkeiten durch diesen Dampfstrom bedingt ist, muß zunächst dahingestellt bleiben.

5. Öl, Ölsäure.

Die Beobachtungen an diesen Flüssigkeiten wurden wegen der langsamen Einstellung des definitiven Randwinkels eine Stunde nach dem Aufsetzen bzw. Ausbreiten des Tropfens gemacht. Das als gereinigtes Provenceröl bezeichnete Öl ist solches, welches durch wiederholtes Ausschütteln mit Alkohol soweit von freier Fettsäure befreit war, daß es sich auf reiner Wasseroberfläche nicht ausbreitete[1]).

Glas.

Flüssigkeit		Ungeglüht	Geglüht
Gewöhnl. Provenceröl	θ_v		33½°, 32°, 33½°
	θ_z		18°, 16°, 21°
Gereinigt. Provenceröl	θ_v	33°, 27°, 30°	27½°, 28½°, 29°, 27°
	θ_z	24°, 19½°, 22°	24°, 25°, 27°, 25½°
Ölsäure	θ_v . .	29°, 29°, 28°	33°, 30°, 29°, 29°
	θ_z . .	25°, 29°, 24°	26°, 27°, 27°, 28½°

Platin, geglüht.

Gereinigtes Provenceröl θ_v	25°, 27°
θ_z	13°, 16°
Ölsäure θ_v	25°, 24°
θ_z	18°, 13°

Während bei fast allen Flüssigkeiten das Glühen θ_v und θ_z einander näher bringt, war die Reinheit der Platte, wie man sieht, bei Öl und Ölsäure nicht von Bedeutung. Dagegen machte die Reinigung des Öls von freien Fettsäuren dasselbe wesentlich beweglicher, so daß man den Tropfen langsam über die Platte hingleiten lassen konnte, während er bei ungereinigtem Öl stark an derselben haftete.

Der besseren Übersicht wegen mögen die für geglühtes Glas und Platin gefundenen Mittelwerte in Graden nochmals in einer Tabelle zusammengestellt werden. Zur Berechnung derselben sind zum Teil noch mehr als die oben angeführten Beobachtungen verwendet worden.

Flüssigkeit	Glas		Platin	
	θ_v	θ_z	θ_v	θ_z
Wasser	< 1	0	< 1	0
Glyzerin	5	0	19	0
Gereinigtes Öl	28	25,3	26	14,5
Ungereinigtes Öl . . .	33	18,7		
Ölsäure	30,25	17,12	24,5	15,5
Terpentinöl	0	0	0	0
Petroleum	0	0	0	0
Weingeist	0	0	0	0
Äther	5	5	7½?	7½?
Benzol	6	6	4,1	4,1
Schwefelkohlenstoff . .	12,7	11	7	7

Bei Benzol auf Glas wurde der zuerst bestimmte kleinere Wert genommen; da dieser mit der auch für die übrigen Flüssigkeiten benutzten Glassorte erhalten war.

1) A. Pockels, Nature 50, 223; Wied. Ann. 67, 671.

Es ist wohl anzunehmen, daß außer den wenigen von mir bisher untersuchten Flüssigkeiten noch viele andere, besonders organische Stoffe an Glas ausgesprochene Randwinkel haben werden, und es leuchtet ein, daß diese bei Bestimmungen der Oberflächenspannung aus Steighöhen berücksichtigt werden müssen. Bei Wasser und wässerigen Lösungen darf man wohl, wenn die Kapillarröhre frisch ausgezogen oder gut gereinigt ist, von ihrer Benetzbarkeit überzeugt sein, doch Benzol und Ölsäure zum Beispiel werden gerade ein sehr reines Glasrohr von vornherein nicht benetzen, und es ist auch sehr fraglich, ob sich in allen Fällen durch längere Berührungsdauer oder Einreiben mit der Flüssigkeit eine Benetzung herbeiführen läßt. Für jede neue Flüssigkeit, deren Steighöhe man messen will, müßte daher zunächst der Randwinkel θ_z an Glas bestimmt werden, wovon ich bei den umfangreichen Beobachtungen von Walden und Swinne[1]) und anderen neueren Messungen nichts erwähnt finde.

Beobachtungen an anderen festen Stoffen.

Um noch andere Metalle außer Platina in den Bereich der Untersuchung zu ziehen, wurden Zink- und Kupferstreifen, bei denen selbstverständlich das Erhitzungsverfahren nicht anwendbar ist, durch Abfeilen von der alten Oberflächenschicht befreit. Hierzu durfte jedoch keine neue, noch ungebrauchte Feile genommen werden, sondern nur eine solche, die auf demselben Material schon längere Zeit abgebraucht war, da man sonst keine reine Oberfläche erhält. Das Prüfungsmittel für die Reinheit war auch hier der Lösungsstrom; doch brauchten nicht die Metallstreifen selbst eingetaucht, sondern nur die zuletzt erhaltenen Feilspäne auf eine reine Wasseroberfläche gestreut zu werden. Sinkt der Feilstaub sofort unter, so ist seine Oberfläche und somit auch diejenige der abgefeilten Platte rein; im anderen Falle schwimmen die Metallteilchen eine Zeitlang und stoßen sich vermöge ihrer Lösungsströme ab.

Die Randwinkel konnten auf den Kupfer- und Zinkstreifen nur angenähert ermittelt werden, denn infolge der Feilstriche erschien das Spaltbild ganz unscharf; doch wurde auf Polieren der Platte verzichtet, da bei allen Polierverfahren eine Verunreinigung schwer zu vermeiden ist. Folgendes sind die Resultate an den reinsten Oberflächen, welche ich durch Abfeilen erhalten konnte, in Graden.

1) Zeitschr. f. phys. Chem. **82**, 271, 1912 und **79**, 703, 1911.

Wasser auf Zink.

Zeit	θ_r	Mittel	θ_z
Sogleich nach dem Feilen .	0, 0, 4, 0, 5, 3, 0, 0, 3, 3	1,8°	0°
Nach einigen Minuten . .	6, 8	7°	0°
Nach 1/2 Std.	9, 10, 20, 18, 13, 10, 11, 10, 9	12,2°	0°
Nach mehreren Stunden	Im ersten Augenblick nach dem Aufsetzen über 30°, etwas später: 17, 14, 17, 14, 16, 15, 13, 20	15.7°	0°

Wasser auf Kupfer.

Zeit	θ_r	Mittel	θ_z
Sogleich nach dem Feilen . .	2, 3, 4, 0, 4, 1, 3, 3, 0, 0 5, 0, 0, 3, 3, 2	2,1°	0°
Nach 1/4 Stunde	20, 10, 15	15°	0°
Nach 1/2 Stunde	20, 25, 30, 25	25°	0°
Nach 1 1/2 bis 2 Stunden . . .	über 30	$>30°$	0°
Auf oxydiertem Kupfer	ca. 45	45°	0°

Die oxydierte Kupferplatte war durch Erhitzung in einer Alkoholflamme bis zum Anlaufen gleich nach dem Abfeilen hergestellt.

Wie man sieht, sind frisch abgefeiltes Zink und Kupfer durch Wasser benetzbar ($\theta_z = 0$) und bleiben dies auch noch nach Stunden, während θ_r, gerade wie bei geglühtem Platin, mit der Zeit rasch zunimmt. Diese, wie es scheint, besonders bei Metallen auftretende und schon von Quincke[1]) festgestellte schnelle Zunahme des Randwinkels beim Vordringen kann nicht wohl durch Verunreinigung mit festen oder flüssigen Substanzen verursacht sein, da sich diese erst nach viel längerer Zeit wieder einstellt. Es dürften hier vielleicht Schichten adsorbierter Gase eine Rolle spielen, wie dies bereits Waidele[2]) 1843 zur Erklärung der Moserschen Hauchbilder angenommen hatte.

Es mögen noch die Ergebnisse mit einigen anderen Flüssigkeiten folgen.

Flüssigkeit	Zink θ_r	Zink θ_z	Kupfer θ_r	Kupfer θ_z
Benzol	3°	$>0°$	0°	0°
Alkohol / Petroleum . . .	breiten sich aus		breiten sich aus	
Öl	11.5°	11,7°	14°	0°

Von Zink zogen sich Benzol- und Öltropfen zurück, von Kupfer nicht. Die Ölwerte sind Mittel aus je 4 bis 8 Beobachtungen.

1) Wied. Ann. **2**, 161, 1877.
2) Pogg. Ann. **59**, 255, 1843.

Einige Beobachtungen wurden auch an glatten Bruchflächen von Anthrazitkohle und westfälischer Steinkohle gemacht. Weingeist und Petroleum breiteten sich auf beiden Kohlenarten aus; mit Terpentinöl und Benzin wurde an westfälischer Kohle dasselbe beobachtet. Auch für Benzol war der Randwinkel $\theta_v = 0$. Bei Öl war $\theta_z = 0$, θ_v beinahe aber nicht ganz o, bei Wasser dagegen der Randwinkel beim Vordringen stets sehr groß und auch beim Zurückziehen > 0, so daß, besonders auf ganz frischen Bruchflächen, ein langsames Gleiten der Tropfen beobachtet werden konnte. Wasser verhält sich auf Kohle somit ähnlich wie auf verunreinigten Glasoberflächen.

Über den Randwinkel von gesättigten Lösungen an Kristallen der gelösten Salze wurde eine besondere Untersuchung ausgeführt, deren Ergebnisse seinerzeit veröffentlicht worden sind[1]). Sowohl Bruch- und Spaltflächen als frisch gebildete Kristallflächen von Steinsalz und Alaun waren stets durch die gesättigte Lösung des betreffenden Salzes benetzbar und θ_v meist gleich Null oder doch sehr klein, und es möge hier noch hinzugefügt werden, daß reines Wasser sich auf diesen und anderen löslichen Stoffen, wie Soda, Zucker, Borax, ebenfalls bis zum Verschwinden des Randwinkels ausbreitet und in den meisten Fällen rascher und energischer als die Lösung. Doch dürften im allgemeinen nur solche lösliche Stoffe durch das Lösungsmittel benetzt werden, welche die Oberflächenspannung des letzteren erhöhen; Kampfer und Salizylsäure zum Beispiel, welche die normale Oberflächenspannung des Wassers erniedrigen, werden von demselben nicht benetzt.

Von besonderem Interesse ist das Verhalten der Flüssigkeiten gegen Eis im Vergleich mit demjenigen auf Wasser. Daß Eis durch Wasser benetzbar ist, lehrt die alltägliche Erfahrung. Um auch θ_v zu untersuchen, wurden teils Bruchflächen eines zerschlagenen Eisblocks benutzt, teils reine, rasch erstarrte Wasseroberflächen. Sollten Winkel gemessen werden, so wurde, um eine ebene spiegelnde Fläche zu erhalten, in folgender Weise verfahren.

Ein flaches Messinggefäß wurde bis zum Rande mit Wasser gefüllt, die Oberfläche des letzteren durch Überlaufen gereinigt, darauf eine gut benetzte Glas- oder Messingplatte gelegt und, nachdem diese festgefroren, sie in der Hand solange wieder erwärmt, bis sie sich abschieben ließ. Dann wurde das Eis nochmals dem Froste ausgesetzt und dann im Goniometer Wasser von 0^0 darauf gebracht.

Sowohl auf diesen Flächen als auf Bruchflächen war der Randwinkel beim Vordringen sehr klein, wenn die Wassertropfen eine Temperatur nahe an 0^0 und das Eis eine wenig unter 0^0 liegende hatten. Den Randwinkel ganz zum Verschwinden zu bringen, wie auf Glas, gelang jedoch nicht, und wenn die Eisstücke sehr kalt waren, erreichte er Werte bis zu 10^0.

Mit anderen Flüssigkeiten wurde, meist auf Bruchflächen, folgendes beobachtet:

Äthylalkohol breitet sich rasch aus, indem er das Eis auflöst.

Äthyläther breitet sich aus (auf erstarrten Wasseroberflächen war nur $\theta_z = 0$).

Benzin (Benzol erstarrt natürlich sogleich) breitet sich zu Farben aus, wie auf flüssigem Wasser.

Reines Petroleum (das auf Wasser linsenförmig stehen bleibt) breitet sich weder aus noch zieht es sich zurück, was man als „neutrales Verhalten" bezeichnen kann. War dasselbe durch Harz oder anderweitig verunreinigt, so breitete es sich manchmal aus (ebenso wie auf Wasser).

Schwefelkohlenstoff (erstarrte Wasseroberfläche) verhielt sich neutral. (Auf Wasser Linsen).

Terpentinöl (erstarrte Wasseroberfläche) breitet sich langsam aus (auf Wasser zu Farben).

Gereinigtes Provenceröl (beide Methoden) breitet sich nicht aus und zieht sich nach gewaltsamer Ausbreitung langsam zurück. Randwinkel unregelmäßig.

Ungereinigtes Provenceröl, das sich auf Wasser zu Farben ausbreitet, verhielt sich ebenso (erstarrte Wasseroberfläche).

Ölsäure (Bruchflächen) zieht sich rascher zurück.

Theoretische Folgerungen.

Wenn, wie aus dem neutralen Verhalten des Wassers auf Eis zu schließen ist, der Aggregatzustand auf die Adhäsion keinen wesentlichen Einfluß hat, so ist es theoretisch verständlich, daß die meisten Flüssigkeiten sich auf Eis analog verhalten als auf Wasser. Bei Öl und Ölsäure indessen findet scheinbar eine Abweichung statt. Dieselben breiten sich zwar, wenn sie sehr rein sind, auf reiner Wasseroberfläche auch nicht oder nur vorübergehend aus; sie würden sich jedoch ausbreiten, wenn die Wasseroberfläche in der Umgebung des Tropfens normal bleiben könnte. Nur dadurch, daß sich um den aufgesetzten Öltropfen sofort eine „unsichtbare Ölschicht" (Lösungsstrom) verbreitet, welche die Oberflächenspannung um 18 Proz. erniedrigt, wird die Ausbreitung des Tropfens selbst verhindert.

Da nun auf Eis weder ein Lösungsstrom noch die rasche Verbreitung einer monomole-

1) Naturwiss. Rundsch. 14, 383, 1899.



kularen Ölschicht denkbar ist, die Eisoberfläche in der Umgebung des Tropfens vielmehr jedenfalls unverändert bleibt, so müßte man hier eine Ausbreitung des ganzen Öltropfens erwarten, welche jedoch nicht erfolgt.

Die Bedingung für die Ausbreitung einer Flüssigkeit (2) auf einer anderen (1) ist:

$$\gamma_1 > \gamma_2 + [\gamma_1' + \gamma_2' - 2\alpha],$$

wo γ_1, γ_2 die Oberflächenspannungen der freien Oberflächen, γ_1', γ_2' diejenigen der an die andere Flüssigkeit grenzenden Oberflächen sind, und 2α die Arbeit, welche von der gegenseitigen Adhäsion bei Vergrößerung der Grenzfläche um die Einheit geleistet wird[1]). Der Ausdruck in Klammern ist die totale Spannung der Grenzfläche. γ_2' ist, wenn (2) eine ölartige Flüssigkeit ist, gleich γ_2 zu setzen; ist auch $\gamma_1' = \gamma_1$, so vereinfacht sich die Ausbreitungsbedingung zu

$$2\alpha > 2\gamma_2,$$

oder in Worten: die Adhäsion muß größer sein als die Kohäsion des aufgesetzten Tropfens, wenn dieser sich auf der unteren Flüssigkeit ausbreiten soll. Ist umgekehrt die Kohäsion größer, so schwimmt der Tropfen mit Randwinkel, und $\alpha = \gamma_2$ bedeutet, daß sich derselbe bis zu unmerklichem Randwinkel verflacht, ohne sich jedoch über die ganze Fläche auszubreiten.

Für feste Unterlagen, wo γ_1 und $\gamma_1' = 0$ sind, gilt selbstverständlich auch diese einfache Beziehung[2]).

Für gereinigtes Öl auf Eis folgt also aus dem Zurückziehen des Tropfens $\gamma_2 > \alpha$, und dasselbe würde für Öl auf Wasser gelten, falls nicht der Aggregatzustand einen beträchtlichen Einfluß auf die wechselseitige Molekularattraktion zwischen den beiden Stoffen hat, was nicht wahrscheinlich ist.

Fällt nun ein Tropfen gereinigtes Provenceröl auf eine nicht zu große reine Wasseroberfläche, so wird in seiner Umgebung γ_1 sofort gleich 6,24 mg/mm oder 0,82 der normalen Oberflächenspannung des Wassers, und der Öltropfen bleibt linsenförmig liegen. Er beginnt aber sofort sich auszubreiten, sobald durch rasche Ausdehnung der Oberfläche die Spannung derselben etwas über 6,24, etwa auf 6,5 mg/mm erhöht wird. In diesem Augenblicke ist

$$\gamma_1 = \gamma_2 + [\gamma_1' + \gamma_2 - 2\alpha]$$

oder

$$\gamma_1 - \gamma_1' = 2\gamma_2 - 2\alpha.$$

1) Die von Lord Rayleigh in der Abhandlung „On the theory of surface forces“ Phil. Mag. 1890, Oktober u. November, S. 462, mit $2T_{12}'$ bezeichnete Energiegröße.

2) Man spricht zwar in gewissem Sinne auch von einer Oberflächenspannung fester Körper, doch da dieselbe sich nicht durch wirkliche Verkleinerung der Oberfläche betätigen kann, so kommt sie für die Ausbreitung eines auf der starren Fläche ruhenden Tropfens nicht in Betracht.

Schließt man nun aus der Nichtausbreitung des Öls auf Eis, daß die rechte Seite positiv ist, so muß es die linke auch sein, also $\gamma_1' <$ 6,5 mg/mm, d. h. man muß die Oberflächenspannung des Wassers unterhalb des Öltropfens ebenso klein (ebenso stark anomal) annehmen als neben dem Tropfen. Die früher von mir gemachten Beobachtungen über die mit der Zeit abnehmende Grenzflächenspannung Öl—Wasser[1]) wären dann so zu deuten, daß die sogleich nach dem Aufgießen des Öls gemessene Grenzflächenspannung bereits eine anomale ist, die dann durch die Wirkung von Nebenbestandteilen des Öls allmählich noch weiter erniedrigt wird.

Nach der von mir aufgestellten Hypothese, wonach Öle und viele andere sonst in Wasser unlösliche Stoffe sich bis zu einer gewissen Sättigungskonzentration in der Oberflächenschicht lösen und hierdurch die Oberflächenspannung erniedrigen, ist es ja eigentlich selbstverständlich, daß diese Lösung nicht nur in der Umgebung eines schwimmenden Tropfens, sondern auch unterhalb desselben vor sich geht und jede einen Öltropfen berührende Wasseroberfläche sofort mit Öl gesättigt ist. Führt man dagegen, wie W. B. Hardy[2]), H. Devaux[3]) und andere Physiker die Verminderung der Oberflächenspannung des Wassers auf die Ausbreitung unsichtbarer zusammenhängender Ölschichten zurück, so dürfte es schwierig sein, die Anomalie der Grenzfläche zu erklären. Man kann sich doch nicht vorstellen, daß unter der dicken Ölschicht noch eine besondere dünne von demselben Öl auf dem Wasser ruht! Es bleibt dann eben nur die Annahme übrig, daß die Adhäsion zwischen Öl und Wasser beträchtlich größer ist als diejenige zwischen Öl und Eis.

Wo ein bestimmter Randwinkel vorhanden ist, berechnet sich die einfache Adhäsion α aus

$$\alpha = \frac{\gamma(1 + \cos\theta)}{2}.$$

Dieselbe wäre also zum Beispiel

für Benzol—Glas

$$\frac{3{,}3\,(1 + \cos 6^0)}{2} = \frac{3{,}3 \cdot 1{,}9945}{2} = 3{,}29\,\frac{\text{mg}}{\text{mm}} = 32{,}2\,\frac{\text{dyne}}{\text{cm}},$$

für Äthyläther—Glas

$$\frac{2{,}1\,(1 + \cos 5^0)}{2} = 2{,}09\,\frac{\text{mg}}{\text{mm}} \text{ oder } 20{,}5\,\frac{\text{dyne}}{\text{cm}}.$$

1) A. Pockels, Wied. Ann. 67, 668, 1899.
2) W. B. Hardy, Proc. Roy. Soc. (A) 86, 610, 1912.
3) H. Devaux, Journ. de Phys. 11, 699, 1912.

für Schwefelkohlenstoff—Glas

$$\frac{3{,}8(1+\cos 12^0)}{2} = 3{,}75 \frac{\text{mg}}{\text{mm}} \text{ oder } 36{,}7 \frac{\text{dyne}}{\text{cm}},$$

für Öl—Glas

$$\frac{3{,}66(1+\cos 26{,}6^0)}{2} = 3{,}47 \frac{\text{mg}}{\text{mm}} \text{ oder } 34 \frac{\text{dyne}}{\text{cm}}.$$

Hierbei sind die von mir selbst bei einer Temperatur von ungefähr 10^0 durch das Abreißgewicht von Blechringen bestimmten Werte von γ zugrunde gelegt; für kleinere γ wird natürlich auch α entsprechend kleiner.

Übersicht der Hauptergebnisse über Benetzbarkeit.

Wasser benetzt: Eis, Glas, Metalle, lösliche Salze, welche seine Oberflächenspannung erhöhen, und überhaupt die meisten anorganischen Stoffe;
bildet Randwinkel an: Kohle, festem Benzol, Fetten, Harzen und vielen anderen organischen Substanzen.
Glyzerin benetzt: Glas, Platin.
Olivenöl benetzt: Kohle, Kupfer;
bildet Randwinkel an: Eis, Glas, Platin, Zink.
Ölsäure bildet Randwinkel an: Eis, Glas, Platin.
Benzol benetzt: Kohle, Kupfer;
bildet Randwinkel an: Glas, Zink, Platin.
Benzin, Petroleum, Terpentinöl } benetzen Eis, Glas, Platin, Kohle.
Schwefelkohlenstoff benetzt Eis;
bildet Randwinkel an: Glas, Platin.
Äthyläther benetzt: Eis, Kohle;
bildet Randwinkel an: Glas, Platin.
Alkohol benetzt: Eis, Glas, Platin, Zink, Kupfer, Kohle.

Es wäre zu wünschen, daß diese noch sehr unvollständige Untersuchung bald auf möglichst viele Flüssigkeiten und feste Körper ausgedehnt würde. Dies selbst zu tun, wird mir indessen wohl in den nächsten Jahren nicht gestattet sein.

(Eingegangen 7. November 1913.)

Über eine ponderomotorische Wirkung der elektromagnetischen Welle.

Von K. Schaposchnikow.

In dieser Mitteilung möchte ich auf die folgende ponderomotorische Wirkung der elektromagnetischen Welle aufmerksam machen: die Welle, den aktiven absorbierenden Körper passierend, bestrebt sich diesen Körper um die Achse, die dem Strahle parallel gerichtet ist, zu drehen. Diese mechanische Drehung ist der elektromagnetischen Drehung der Polarisationsebene immer entgegengesetzt gerichtet.

Denken wir uns ein Elektron (oder Ion), das eine erzwungene Schwingung unter dem Einfluß der elektrischen Kraft (X, Y, Z) der elektromagnetischen Welle vollzieht. Wenn seine Verschiebung aus der Gleichgewichtslage ξ, η, ζ ist, entsteht ein auf das Elektron wirkendes Drehmoment:

$$\mathfrak{m}_x = e(\eta \cdot Z - \zeta \cdot Y),\ \mathfrak{m}_y = e(\zeta \cdot X - \xi \cdot Z),\ \mathfrak{m}_z = e(\xi \cdot Y - \eta \cdot X),$$

wobei e die Ladung des Elektrons ist. Wenn in der Volumeneinheit N Elektronen mit den Ladungen $e_1, e_2 \ldots$ vorhanden sind und die entsprechende Verschiebungen derselben (ξ_1, η_1, ζ_1), $(\xi_2, \eta_2, \zeta_2) \ldots$ sind, so drückt sich das Drehmoment der Volumeneinheit folgendermaßen aus:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{M}_x = rZ - sY,\ \mathfrak{M}_y = sX - pZ, \\ \mathfrak{M}_z = pY - rX, \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

dabei sind

$$p = \sum_1^N e_i \xi_i,\ r = \sum_1^N e_i \eta_i,\ s = \sum_1^N e_i \zeta_i$$

die Komponenten der elektrischen Polarisation des Dielektrikums. P. Drude[1]) hat gezeigt, daß man die Theorie der Drehung der Polarisationsebene in aktiven isotropen Körpern befriedigend entwickeln kann, wenn die folgenden Größen für ξ, η, ζ angenommen werden:

$$\xi = \frac{1}{4\pi}\left\{\alpha X + \beta\left(\frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}\right)\right\}$$

$$\eta = \frac{1}{4\pi}\left\{\alpha Y + \beta\left(\frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z}\right)\right\}$$

$$\zeta = \frac{1}{4\pi}\left\{\alpha Z + \beta\left(\frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}\right)\right\},$$

wo α und β zwei Koeffizienten sind, die von der Wellenlänge des betrachteten Strahles abhängen. Summiert man die verschiedenen ξ, η, ζ in der Volumeneinheit, so ergibt sich für die elektrische Polarisation des Dielektrikums:

$$\left.\begin{aligned} p &= \frac{1}{4\pi}\left\{\varepsilon X + f\left(\frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y}\right)\right\} \\ r &= \frac{1}{4\pi}\left\{\varepsilon X + f\left(\frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z}\right)\right\} \\ s &= \frac{1}{4\pi}\left\{\varepsilon Z + f\left(\frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}\right)\right\}, \end{aligned}\right| \quad (2)$$

wobei $\varepsilon = \sum_1^N e_i \alpha_i$, $f = \sum_1^N e_i \beta_i$. Die Größen p, r, s in (1) eingesetzt, erhält man das gesuchte ponderomotorische Drehmoment.

Um näher auf diesen Fall einzugehen, be-

1) P. Drude, Göttinger Nachr. 1904, Heft 1; Lehrbuch d. Optik, S. 389, 1906.

trachten wir eine planparallele Schicht des aktiven Körpers, auf den, senkrecht zu dessen Oberfläche, die ebene elektromagnetische Welle fällt. Nimmt man die z-Achse parallel der Fortpflanzungsrichtung, so ergibt sich aus (2)

$$p=\frac{1}{4\pi}\left(\varepsilon X+f\frac{\partial Y}{\partial z}\right), r=\frac{1}{4\pi}\left(\varepsilon Y-f\frac{\partial X}{\partial z}\right), s=0.$$

Aus (1) folgt daher:

$$\mathfrak{M}_x=\mathfrak{M}_y=0, \mathfrak{M}_z=f\cdot\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{X^2+Y^2}{4\pi}\right).$$

Für den mittleren Wert pro Periode der Lichtwelle erhält man:

$$M=\frac{1}{T}\int_0^T\mathfrak{M}_z dt=f\frac{dw}{dz}, \qquad (3)$$

wo $w=\frac{1}{T}\int_0^T\frac{X^2+Y^2}{4\pi}dt$ der mittleren Energiedichte im Vakuum gleich ist. Die gefundene Größe M stellt das mittlere Drehmoment, das auf die Volumeneinheit des aktiven Körpers wirkt, dar. In den durchsichtigen Körpern ist die Funktion w von z unabhängig, daher $M=0$, d. h. kein ponderomotorisches Drehmoment vorhanden. In dem absorbierenden Körper ist dagegen $\frac{dw}{dz}$ von Null verschieden. Um den Sinn dieses Drehmomentes zu bestimmen, beachten wir, daß $\frac{dw}{dz}$ immer negativ, der Koeffizient f entweder positiv oder negativ ist, je nachdem die positive oder negative Drehung der Polarisationsebene vor sich geht. Wir sind nun zu dem Resultate gekommen, daß die mechanische Drehung der Drehung der Polarisationsebene immer entgegengesetzt gerichtet ist.

Die Konstante f (reine Zahl) ist in folgender Weise mit dem Winkel α der Drehung der Polarisationsebene pro Längeneinheit verknüpft[1]):

$$f=\frac{\lambda^2}{4\pi^2}\cdot\alpha, \qquad (4)$$

wo λ die Wellenlänge des betrachteten Strahles ist.

Aus der Theorie[2]) und dem Versuch[3]) folgt, daß die Größe α für das Absorptionsgebiet des Spektrums stark zunimmt. Die Vergrößerung des zweiten Faktors der Gleichung (3) bedingt daher die Vergrößerung des ersten.

Die Größe f kann aus der Gleichung (4) berechnet werden. Für die perpendikulär ihrer Symmetrieachse abgeschliffene Quarzplatte beträgt α nach Angaben von Gumlich für das gelbe Licht ($\lambda=0{,}0006$ mm) 21,7° pro 1 mm. In diesem Fall ergibt sich:

$$f=3\cdot 10^{-9}.$$

Dazu ist zu bemerken, daß Quarz in gelbem Lichte durchsichtig ist und eine verhältnismäßig kleine Polarisationsdrehung hat. Nimmt man dagegen die elektromagnetische Welle im Absorptionsgebiet, so muß die Größe f noch etwas zunehmen, was aus den Beobachtungsdaten von Gumlich auch zu ersehen ist.

Moskau, November 1913.

(Eingegangen 11. November 1913.)

1) P. Drude, Lehrbuch d. Optik, S. 400.
2) P. Drude, Lehrbuch d. Optik, S. 404.
3) J. Becquerel, C. R. **147**, 1281, 1908; L. H. Siertsema, Proc. Amst. **4**, 339, 1901.

Stroboskopische Methode zur Demonstration bzw. Messung geringerer Schlüpfung.

Von H. Starke.

Vor einer Reihe von Jahren habe ich in dieser Zeitschrift eine Anzahl von Demonstrationsversuchen beschrieben[1]), die stroboskopisch Phasendifferenzen von Wechselströmen im direkten Winkelmaß einem größeren Auditorium sichtbar zu machen erlauben. An der Achse des Wechselstromgenerators oder eines durch ihn betriebenen kleinen Synchronmotors wird eine runde schwarze Pappscheibe von ca. 20 cm Durchmesser befestigt, auf welcher ein schmaler radialer Streifen weißen Papiers aufgeklebt ist. Kontinuierlich beleuchtet, erscheint die rotierende Scheibe gleichmäßig weiß. Geschieht die Belichtung aber durch intermittierende Lichtblitze, welche im Tempo des Wechselstroms derart erfolgen, daß stets nach Ablauf einer vollen Periode ein neuer Blitz erscheint, so sieht man den weißen Radius unverändert an einer Stelle feststehen. Die taktmäßige Beleuchtung geschieht leicht durch Entladungsfunken einer Leidener Flasche, die an einen durch den Generator betriebenen Funkeninduktor geschaltet ist. Man sieht hierbei, da bei jeder halben Periode ein Funke auftritt, die schwarze Scheibe von einem weißen Durchmesser durchzogen, der je nach der Phase des Funkens eine verschiedene Lage hat. So sieht man den Durchmesser in drei um 120° auseinanderliegenden Richtungen, wenn man den Beleuchtungsfunken nacheinander mit den drei Phasen einer Drehstrommaschine erregt, man sieht den Durchmesser bei plötzlichen Belastungen der Maschine oder des Synchronmotors pendeln u. a. m.

Man kann mit dieser Methode auch die Schlüpfung eines asynchronen Motors sehr gut sichtbar machen. Befestigt man die Pappscheibe

1) Diese Zeitschr. **8**, 402, 1907.

an der Achse eines solchen, so sieht man bei Leerlauf den Durchmesser sich langsam mit einer der Schlüpfung entsprechenden Geschwindigkeit drehen. Bei Belastung des Motors erhöht sich die Geschwindigkeit dieser Drehung.

Wie ich inzwischen ersehen habe, ist diese Methode zur Schlüpfungsmessung bereits im Jahre 1896 von Herrn C. Michalke[1]) in der Elektrotechnischen Zeitschrift beschrieben worden. Als Beleuchtungsquelle wurde von ihm eine Wechselstrombogenlampe verwendet. Wenn damit auch das Prinzip der Methode also als bekannt anzusehen ist, so möchte ich doch hier den Hinweis mir erlauben, daß die Funkenbeleuchtung die Erscheinung zu einer viel schöneren macht, weil der radiale Streifen wegen der Kürze der Belichtungsdauer absolut scharf erscheint, während er im Wechselstrombogenlicht natürlich nur als verwaschenes Gebilde auftritt.

Für subjektive Beobachtung ist wegen des geringeren Strombedarfs anstatt der Funkenbeleuchtung noch vorzuziehen das direkte stroboskopische Anvisieren der rotierenden Pappscheibe durch eine zweite an einem kleinen Synchronmotor befestigte Scheibe, die nahe ihrem Umfang einen 1—2 cm weiten Ausschnitt hat. Der radiale Streifen erscheint auch hierbei sehr scharf und stillstehend oder drehend, je nachdem er durch einen synchronen oder asynchronen Motor angetrieben wird. Vor dem Projektionsapparat ist dies natürlich auch objektiv einem größeren Auditorium zu zeigen.

Greifswald, Physikalisches Institut der Universität, Oktober 1913.

(Eingegangen 5. November 1913.)

1) C. Michalke, Elektrotechn. Zeitschr. 17, 462, 1896.

VORTRÄGE UND REDEN.

Über die Brechung des Lichts beim Durchlaufen wirbelnder Gasmassen und über Sonnenflecken[1]).

Von W. H. Julius.

(Mit Tafel I.)

Die einfachen Versuche, die ich Ihnen vorzeigen möchte, beziehen sich auf eine im Jahre 1909 von mir vorgeschlagene Hypothese zur Erklärung der Lichtverteilung in Sonnenflecken und mehrerer Eigentümlichkeiten des Fleckenspektrums[2]). Neues auf physikalischem Gebiete zu bringen, beanspruchen diese Versuche nicht; sie sollen nur dazu dienen, die genannte Hypothese zu erläutern.

Der Grund aber, aus dem ich es wage Ihre Aufmerksamkeit heute wiederum auf dieses Prinzip der Strahlenkrümmung und der Dispersion zu lenken, ist ziemlich neu. Es scheint mir nämlich auf Grund der jüngsten Fortschritte der Sonnenforschung möglich, zu beweisen, daß Strahlenkrümmungen von einer Größenordnung, wie bei der optischen Erklärung der Sonnenflecken vorausgesetzt wird, in der Sonne tatsächlich vorkommen können und müssen.

Diese Beweisführung hier vorzutragen und Ihrer geschätzten Kritik zu unterbreiten, würde zu viel von der kostbaren Zeit unseres Kongresses in Anspruch nehmen. Gestatten Sie mir also, für die erforderliche Begründung gewisser Voraussetzungen auf eine Arbeit hinzuweisen, welche im Septemberheft des Astrophysical Journal[1]) erscheinen wird. Der Redaktion jener Zeitschrift spreche ich meinen verbindlichsten Dank dafür aus, daß sie es mir ermöglicht hat, schon jetzt eine Anzahl Sonderabdrucke der betreffenden Abhandlung hier zur Verfügung zu stellen.

Auf Grund verschiedener darin diskutierter Beobachtungsergebnisse setzen wir demnach folgendes voraus:

1. Die Photosphäre ist keine Wolkenschicht; die Sonnenmaterie ist gasig durchsichtig bis tief unter dem photosphärischen Niveau.

2. In dieser Gaskugel nimmt die Dichte von außen nach innen viel langsamer zu, als es der Fall sein würde, wenn auf der Sonne die allgemeine Gravitation die einzige radial wirkende Kraft wäre.

3. Die optische Dichte des Gasgemisches ist nach allen Richtungen hin sehr veränderlich wegen lokaler Verschiedenheiten der Temperatur, der Zusammensetzung und des Druckes. Die durchschnittliche Größe der unregelmäßigen Dichtigkeitsgradienten nimmt in den sichtbaren Schichten von außen nach dem Innern zu.

4. Der Sonnenrand entspricht dem Niveau, wo der mittlere Krümmungsradius horizontaler

1) Vortrag mit Demonstrationen, gehalten am 4. August 1913 während der fünften Tagung der internationalen Union für Sonnenforschung zu Bonn.

2) Diese Zeitschr. 11, 56, 1910; Proc. Roy. Acad. Amsterdam 12, 266, 1909.

1) „On the interpretation of photospheric phenomena." Astroph. Journ. 38, 129, 1913.

Lichtstrahlen in den unregelmäßigen Dichtigkeitsanordnungen ungefähr so groß ist, wie der Radius jenes Niveaus. Nur durch den Umstand, daß dort die optische Bildung des Sonnenrandes erfolgt, hebt sich jene Kugelfläche, welche man als „Sonnenoberfläche" oder „Photosphäre" anzudeuten pflegt, unter den übrigen Niveaus hervor. Durch irgendwelche Diskontinuität in den physikalischen oder chemischen Eigenschaften der Sonnenmaterie ist sie nicht gekennzeichnet.

Es sei *PP'* (Fig. 1) ein Teil der photosphärischen Kugelfläche, *CC'* ein so tief liegendes Niveau, daß dort die Materie weißes Licht ausstrahlt. Ein Punkt *M* in der Nähe von *PP'* erhält durchschnittlich aus den verschiedenen Richtungen so viel Licht einer bestimmten Wellenlänge, als durch die radii vectores der betreffenden „Bestrahlungsfläche" dargestellt wird[1]).

Die eigentümliche Lichtverteilung in dem Bilde eines typischen Sonnenfleckens kann nun folgendermaßen entstehen.

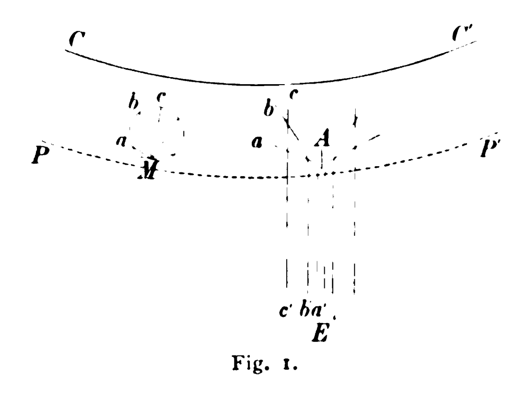


Fig. 1.

Es befinde sich irgendwo unterhalb dem Niveau *PP'* ein Gebiet, wo die optische Dichte ein Minimum ist und nach allen Seiten hin mit abnehmendem Gradienten wächst. (Der Fall würde z. B. eintreten, wenn das Gasgemisch um eine Achse *A* wirbelte.) Ob die Gradienten der optischen Dichte von Differenzen der Temperatur, der Zusammensetzung oder des Druckes herrühren, tut nichts zur Sache.

Wir fragen uns zunächst, wo die verschiedenen Lichtstrahlen herkommen, die parallel einer bestimmten Richtung *AE* das betrachtete Gebiet verlassen und die Erde treffen. Am stärksten abgelenkt wurden die aus den innersten Teilen des Gebietes austretenden Strahlen, wie *aa'*, weil in der Nähe von der Achse die Gradienten am steilsten sind. Wegen ihrer schiefen Einfallrichtung haben diese Strahlen geringe Intensität; sie entsprechen dem Kernschatten. Weniger abgelenkt sind die etwas weiter von der Wirbelachse austretenden Strahlen, wie *bb'*; ihre Intensität ist um so größer, je kleiner ihre Ablenkung; sie bilden den Halbschatten. Strahlen *cc'* endlich, die unabgelenkt an dem Wirbelgebiete vorbeigingen, besitzen die durchschnittliche, ihrer Austrittsrichtung entsprechende Intensität des Photosphärenlichtes[1]).

Wir wollen nun einen Luftwirbel mit nach außen abnehmendem Dichtegradienten experimentell hervorrufen, und zunächst zeigen, daß in ihm die Lichtstrahlen tatsächlich nach obigem Schema gebogen werden, d. h. um so stärker, je näher sie an der Wirbelachse vorbeigehen.

In diesem zylindrischen Messinggefäß (*ZZ'* Fig. 2) von 18 cm Durchmesser und ungefähr gleicher Länge, dessen Endflächen von zwei (mittels Ringen und Bolzen aufgeklemmten) 4 mm dicken Spiegelglasplatten gebildet werden, entsteht der Luftwirbel dadurch, daß mittels einer Gaedeschen Kapselpumpe Luft nahe tangential eingeblasen wird und nur genau in der Achse entweichen kann durch zwei in den Zentren der beiden Glasscheiben eingebohrte Löcher von 1,2 mm Durchmesser. Auf dem Wege zwischen Kapselpumpe und Zylinder durchströmt die Luft eine große (etwa 25 Liter fassende) Flasche, die den doppelten Zweck erfüllt, das Ausfließen gleichmäßiger zu machen und, indem ihr Boden mit einer Schicht konzentrierter Schwefelsäure bedeckt ist, die Luft zu trocknen. Der Luftstrom tritt sodann in eine an den Zylinder seiner ganzen Länge nach angelötete Kammer *k* und von dort durch einen langen Spalt mit tangential gerichteten Wänden (wie in Fig. 3 im Querschnitt angedeutet) in den Zylinder. Ein Überdruck im Zylinder von 20 bis 28 cm Quecksilber zeigte sich als zweckmäßig.

Das Bild des Kraters einer Bogenlampe wird mittels einer (in Fig. 2 nicht dargestellten) Kondensorlinse auf die kleine kreisrunde Öffnung in der Blende *P* projiziert. Die achromatische Linse L_1 bildet diese Öffnung ab in der Ebene *Q*, wo sich eine Irisblende befindet. Dahinter ist ein Projektionssystem L_2 auf-

1) Man vergleiche diese Zeitschr. **12**, 677, 1911 oder Handwörterbuch der Naturwissenschaften VII, 830.

1) Dies ist in der Hauptsache die früher (l. c.) gegebene Erklärung der Sonnenflecken. Ein Unterschied zwischen den damaligen und den jetzigen Vorstellungen besteht nur darin, daß ich damals nur die Strahlenbrechung in Gebieten außerhalb der Photosphäre berücksichtigte, während die späteren Untersuchungen uns gestatten, jetzt die optisch wirksamsten Wirbelgebiete an Stellen unterhalb der photosphärischen Fläche zu verlegen.

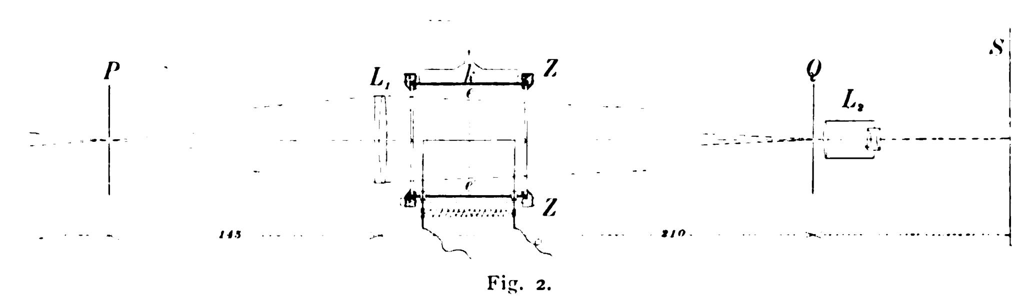


Fig. 2.

gestellt, das auf den Schirm S ein vergrößertes Bild von der Ebene ee' entwirft.

Findet im Zylinder Z keine Ablenkung der Lichtstrahlen statt, so vereinigt die Linse L_1 das ganze sie treffende Lichtbündel in ein scharfes Bildchen der Öffnung; das Bild des Kreises ee' erscheint auf dem Schirm S in gleichförmiger Helligkeit, auch wenn man das Irisdiaphragma Q den kleinen Lichtfleck eng umschließen läßt.

Anders gestaltet sich die Sache, wenn sich im Zylinder Gradienten der optischen Dichte vorfinden. Lichtstrahlen, die darin eine Ablenkung erfahren, gehen nicht mehr durch

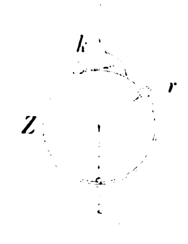


Fig. 3.

die Öffnung der Irisblende Q, so daß den Punkten, wo sie ee' passierten, im Bilde auf S dunkle Stellen entsprechen müssen.

In der Achse eines Wirbels ist der Druck ein Minimum; der Druckgradient nimmt nach außen ab. Das entsprechende Dichtigkeitsminimum ist aber unter den Bedingungen unseres Versuches so unbedeutend und die Dichtegradienten sind so klein, daß die Lichtstrahlen, die das Gas nur auf eine Strecke von 18 cm senkrecht zu den Gradienten durchsetzen, eine merkbare Ablenkung nicht erfahren[1]).

Wir wollen deshalb auf andere Weise ein viel tieferes Minimum der Dichte in der Wirbelachse erzeugen.

Zwischen den zugeschärften Enden zweier vertikal durch die Zylinderwand geführten starken Messingdrähte ist, gerade in der Wirbelachse, ein 16 cm langer, 0,25 mm dicker Platindraht ausgespannt. Da die Messingdrähte mittels Kautschukpfropfen in die Wand befestigt sind, kann man während des Versuchs ihre Enden bequem von außen her in jede gewünschte Stellung bringen. So wird z. B. der Platindraht fortwährend in gespanntem Zustande erhalten dadurch, daß die nach außen hervorragenden Enden der Messingdrähte mittels einer Spiralfeder zueinander hingezogen werden. Außerdem wirkt auf jeden Messingdraht eine Spiralfeder in einer zur Wirbelachse senkrechten Ebene; ihr wird durch eine Stellschraube entgegengearbeitet[1]), so daß man imstande ist, die beiden Enden des Platindrahtes beliebig einzustellen. Da die Messingdrähte elektrisch isoliert sein sollten, sind sie zum Teil mit Glasröhrchen umgeben, an denen die genannten mechanischen Verbindungen angreifen.

Wir schicken nun einen Strom von etwa 4 Ampere durch den Platindraht. Sogleich bilden sich die Dichtegradienten aus, und auf dem Schirm S erscheint ein kreisförmiger, tiefschwarzer Fleck (Fig. 5[2])).

Die peripheren Teile des Flecks werden durch das Fehlen der nur wenig abgelenkten Lichtstrahlen gebildet; denn sobald wir letzteren den Durchtritt gestatten, indem wir die Öffnung der Irisblende ein wenig größer als das Bildchen der Öffnung P machen, wird der schwarze Kreis kleiner. Er schrumpft immer mehr zusammen, je weiter wir die Irisblende Q öffnen, um schließlich in dem Mittelpunkte zu verschwinden, falls die Öffnung des projizierenden Linsensystems L_2 groß genug ist, um auch die am stärksten abgelenkten (aus dem Wirbelkern kommenden) Strahlen noch aufzunehmen.

Die charakteristische Lichtverteilung eines typischen Sonnenfleckens zeigt unser Fleck

1) Zwischen der Luft im Zylinder und der Außenluft muß natürlich irgendwo ein merklicher Dichtegradient bestehen. Er befindet sich fast ganz in dem kleinen Bohrloch, und da seine Hauptrichtung mit der Richtung der Lichtstrahlen zusammenfällt, findet keine Brechung statt.

1) Diese Spiralfeder und Stellschrauben sind in der Figur nicht dargestellt.

2) Die Figuren 5—10 befinden sich auf Tafel I.

noch nicht. Er ist gleichmäßig schwarz und ziemlich scharf begrenzt (siehe die photographische Aufnahme Fig. 5) ohne richtigen Halbschatten.

Das rührt daher, daß wir unserer Lichtquelle eine Haupteigenschaft der Sonne noch nicht beigelegt haben, nämlich die Eigenschaft, aus verschiedenen Richtungen verschieden starke Strahlung in das Wirbelgebiet hineinzusenden.

Denn in unserem Versuche wird der Sonnenkern durch die Linse L_1 vertreten, und von dieser sandte, da die Öffnung *P* sehr klein war, jeder Punkt nur „einen einzigen Strahl" (d. h. ein sehr enges Bündel) durch den Wirbelraum. Jedem Punkt der Kreisebene *ee'* war also auch nur ein Strahl zugeordnet; sobald dieser Strahl abgelenkt wurde und also die Öffnung *Q* nicht traf, erschien der betreffende Punkt dunkel. (Eine so enge Einschränkung der Bündel war nötig, damit auch die schwachen Richtungsänderungen der Lichtstrahlen in den äußeren Teilen des Wirbelgebietes sich noch kräftig bemerkbar machen sollten.)

Nun müssen wir aber beachten, daß die Analogie mit der Sonne erfordert, jedem Punkte der Ebene *ee'* mehrere Lichtstrahlen zuzuordnen, die je nach ihrer Richtung verschiedene Intensität besitzen sollen. Da wir aber in dem Versuchswirbel überhaupt nur über kleine Ablenkungen der Strahlen verfügen, dürfen die zu benutzenden Einfallsrichtungen nur wenig verschieden sein.

Wir ersetzen also die kleine Öffnung *P* durch eine größere von etwa 1 cm Durchmesser und schließen diese mit einem photographisch präparierten Glasscheibchen gleicher Größe, das in der Mitte vollkommen durchsichtig ist, nach dem Rande hin aber immer weniger Licht hindurchläßt (Fig. 4)[1]. Die Öffnung der Blende *Q* bleibt klein.

Die im Zylinder nicht abgelenkten Strahlen, welche *Q* durchsetzen, kommen aus dem Zentrum *c* (Fig. 4) von *P* und haben deshalb volle Intensität; es sind das alle Strahlen, die *ee'* außerhalb des Wirbelgebiets passierten. Jetzt kann aber auch abgelenktes Licht durch *Q* den Schirm *S* erreichen, nämlich die von der schwächer leuchtenden Zone *b* der Öffnung *P* herrührenden Strahlen; sie sind durch die äußeren Schichten des Wirbelgebiets gegangen und erzeugen auf dem Schirm das Licht der Penumbra (Fig. 6). Aus den inneren Teilen des Wirbelgebiets endlich würden nur solche Strahlen das Loch *Q* durchsetzen können, die aus einer Zone *a* der Öffnung *P* stammten. Wenn aber *a* schon außerhalb des Randes der Lichtquelle liegt, gibt es solche Strahlen nicht; das Innere des Wirbelgebiets erscheint also als schwarze Umbra im Bilde.

Die Grenze zwischen Umbra und Penumbra ist ziemlich scharf, denn sie entspricht dem Rande des Sonnenbildes; in der Penumbra muß die Lichtstärke nach außen hin zunehmen, wie aus ihrer Entstehungsweise ersichtlich; die äußere Begrenzung der Penumbra schließlich ist bedingt durch die Lage des äußersten merklichen Gradienten.

Verschiebt man die Öffnung *P* ein wenig in ihrer Ebene, so daß ein Punkt der Zone *b* auf die optische Achse unserer Aufstellung kommt und die Beleuchtung des Wirbelgebiets also unsymmetrisch wird, so verringert sich die mittlere Intensität des Bildes von *ee'* auf dem Schirm, und neben dem Flecken, der seine Gestalt einigermaßen ändert, erscheint ein Gebiet in der ursprünglichen, größeren Helligkeit, das sich also als „Facula" hervorhebt (siehe Fig. 7). Jetzt gibt es nämlich abgelenkte Strahlen, welche die unabgelenkten an Helligkeit übertreffen. Offenbar entspricht dieser Versuch dem Falle eines Sonnenfleckens, der sich exzentrisch auf der Scheibe befindet[1]).

Unser Apparat eignet sich zur Vorführung weiterer Experimente, die zum Teil nur physikalisches, zum Teil auch astrophysikalisches Interesse haben.

Zunächst wollen wir das photographisch präparierte Glasschirmchen in *P* wieder durch die kleine Öffnung ersetzen, d. h. wir beschränken die Beleuchtung auf das Mittelbündel größter Intensität.

Stellt man jetzt in *Q* eine Spiegelglasplatte mit einem aufgeklebten undurchsichtigen Scheibchen von solcher Größe, daß es das Bildchen der Öffnung *P* gerade auffängt, so zeigt das Bild von *ee'* den Wirbel als hellen Fleck auf dunklem Grunde: wir haben es in diesem Falle bloß mit einer Anwendung der Töplerschen Schlierenmethode zu tun.

Nun entfernen wir die Glasplatte mit dem Scheibchen und benutzen, wie anfangs, die Irisblende *Q* mit kleiner Öffnung. Außerdem wird in *P* wiederum das Glasschirmchen verschiedener Durchlässigkeit eingesetzt.

Unser Wirbelapparat ist um eine zentrale, vertikale Achse drehbar. Bringen wir ihn lang-

1) Die Verteilung der Durchsichtigkeit ist so gewählt, daß in dem vorliegenden Fall der kleinen Ablenkungswinkel eine möglichst gute Übereinstimmung erzielt wurde mit dem für große Ablenkungswinkel geltenden Gesetze, nach welchem die Beleuchtung eines Punktes *M* der wirklichen Photosphäre von der Richtung abhängt (vgl. Fig. 1).

1) Man vergleiche diese Zeitschr. 11, 64, 1910.

sam in solche Stellungen, daß die Wirbelachse immer größere Winkel mit der optischen Achse der Aufstellung bildet, so verkleinert sich der vertikale Durchmesser des schwarzen Flecks, während sein horizontaler Durchmesser wächst; das Gebilde erscheint allmählich weniger dunkel; es hellt sich besonders in der Mitte auf, wo das verkürzte Bild des Platindrahtes sichtbar wird[1]). Je weiter man die Drehung fortsetzt, desto weniger ausgeprägt zeigt sich der das Bild des Platindrahtes umhüllende dunkle Wulst (siehe die Fig. 8 und 9), was natürlich davon herrührt, daß die Lichtstrahlen immer kürzere Wege durch die Dichtigkeitsgradienten zurücklegen. (Entsprechend müssen auch die Sichtbarkeitsbedingungen eines Sonnenfleckens um so weniger günstig sein, je größer der Winkel zwischen der Gesichtslinie und der Längenachse des Gebiets minimaler Dichte ist.)

Wenn man den Apparat ziemlich schnell um die vertikale Achse hin und her bewegt, sieht man sehr schön, wie der Wirbel wegen der Trägheit der Luftmasse gestört wird, und sich nach Beendigung der Bewegung rasch wiederherstellt.

Auch kann man mittels des Apparates leicht die optischen Effekte studieren, die das Hinzutreten eines Gases von anderer brechenden Kraft hervorruft. Es ist zu dem Zwecke ein enges Glasrohr *r* (Fig. 3) mittels eines Kautschukpfropfens beweglich durch die Zylinderwand geführt, so daß man in der Lage ist, auf beliebige Stellen des Luftwirbels einen Kohlensäurestrom einwirken zu lassen. Der Strom stört den Wirbel mehr oder weniger, wird dann in ihn aufgenommen und mitgerissen. Die Gradienten der optischen Dichte, welche jetzt den verwickelten Strahlenlauf beherrschen (Fig. 10), rühren zum Teil von Temperaturdifferenzen, zum Teil von Verschiedenheiten in der Zusammensetzung des Gasgemisches her.

Selbstverständlich erhebt sich die Frage, ob die Bedingungen unserer Versuche derart seien, daß eine direkte Anwendung der Ergebnisse auf Sonnenphänomene gestattet ist. Dabei dürfte dann vielleicht zunächst das Bedenken hervortreten, man brauche, um einen wirklichen Sonnenflecken zu beobachten, nicht, wie bei dem Versuche, eine Irisblende mit enger Öffnung vor das Fernrohrobjektiv zu stellen. Der Einwand verschwindet aber sofort, wenn man beachtet, daß jedes denkbare Objektiv, und wenn sein Durchmesser mehrere Kilometer betrüge, für die Verhältnisse des Sonnenphänomens als sehr enge Öffnung gelten muß; denn man kann ruhig behaupten, daß von den verschieden gerichteten Strahlenbündeln, die aus dem Sonnenwirbel hervortreten, nur ein einziges das Fernrohrobjektiv trifft.

Eine zweite mögliche Einwendung wäre, daß zwar die besondere Einrichtung des Experiments, wobei das Glasschirmchen verschiedener Durchlässigkeit als Lichtquelle diente, einen Fleck mit Umbra und Penumbra auf den Schirm erscheinen ließ, daß aber die analoge Erklärung der Lichtverteilung in wirklichen Sonnenflecken eine viel stärkere Ablenkung der Lichtstrahlen, als im Versuche eintrat, voraussetzt. Man könne nun daran zweifeln, ob es möglich sei, daß in einem gasigen Medium die Richtung eines Lichtstrahls sich sogar um 90° ändert.

Dieser Zweifel wird sich stark vermindern, sobald man auf die große Ausdehnung der in Betracht kommenden Gasmassen Rücksicht nimmt. Auch ein schwach gekrümmter Lichtstrahl kann aus seiner ursprünglichen Richtung ganz bedeutend abgelenkt werden, wenn sich die Krümmung nur auf genügend lange Strecken in gleichem Sinne fortsetzt. Es kommt dabei nur auf die richtige Konfiguration der Dichteverteilung an; die Niveauflächen der Dichte sollen nämlich dem Verlaufe des Lichtstrahls auf lange Strecken so ungefähr folgen. Bei ganz unregelmäßiger Verteilung der Dichte wird dieser Fall natürlich kaum eintreten. Nur wenn durch irgendeine Ursache eine gewisse Regelmäßigkeit in der Anordnung der Materie geschaffen wurde — wie z. B. durch die gesetzmäßige Bewegung in einem Wirbelgebiete — können sich Stellen in dem Gase vorfinden, wo auf genügend langem Wege die Lichtstrahlen fortwährend in demselben Sinne gekrümmt werden. Nur dann ergeben sich die in unserer Fleckentheorie vorausgesetzten großen Ablenkungswinkel.

Damit ein Wirbelgebiet auf der Sonne als Sonnenflecken in die Erscheinung tritt, muß also noch eine gewisse Beziehung bestehen zwischen der Steilheit der Dichtegradienten (wovon die Krümmung der Lichtstrahlen abhängt) und der Ausdehnung des Gebiets (wodurch die Krümmung der Dichteniveaus bestimmt wird). Das Gebiet könnte zu klein, aber auch zu groß sein, um sich als Flecken zu zeigen. Bekanntlich gibt es in der Tat mehrere Andeutungen, welche die Existenz „unsichtbarer Flecken" vermuten lassen; man denke

1) Die bei der Drehung erfolgende Schiefstellung der zwei dicken Glasplatten verursacht eine Verschiebung des Bildes von *P* auf *Q*. Man muß also *Q* ein wenig verrücken, um die kleine Öffnung zentrisch im Bilde des Glasschirmchens zu behalten.

an die sogenannten verschleierten Flecken, an magnetische Felder außerhalb Sonnenflecken, an die Beziehungen zwischen Erdmagnetismus und Sonnenerscheinungen, usw.

Die Frage, ob unsere Versuchsergebnisse ohne weiteres zur Erklärung von Sonnenfleckenerscheinungen angewendet werden dürfen, muß zweifellos bejaht werden, insofern ein wesentlicher Unterschied zwischen den in Betracht kommenden Bedingungen der beiden Fälle nicht hervortritt.

Zum Schlusse seien noch zwei wichtige Themata kurz berührt, die aus dem hier vertretenen Gesichtspunkte später eingehender untersucht werden sollen: die unsymmetrische Fleckenverteilung und das Fleckenspektrum.

Im Jahre 1907 gelangte Mrs. Maunder[1]) auf Grund einer vielseitigen statistischen Bearbeitung der Greenwichscher Sonnenfleckenbeobachtungen aus dem Zeitintervall 1889 bis 1901 zu dem merkwürdigen Ergebnis, daß die gesamte Ausdehnung, und in höherem Maße noch die Anzahl der Sonnenflecken, auf der östlichen Sonnenhälfte entschieden größer als auf der westlichen sei. Es sah also aus, als ob die Erde einen ganz ausgesprochenen Einfluß auf die Fleckenverteilung ausübe, während man eine ähnliche Wirkung der anderen Planeten vergeblich suchte. Dieses Resultat war höchst wunderbar.

Schuster[2]) zeigte nun bereits, daß wegen der Rotation eine Bevorzugung der östlichen Sonnenhälfte über die westliche aus einer symmetrisch wirkenden Ursache hervorgehen könnte. Man brauche nämlich nur anzunehmen, jeder Sonnenflecken sei ein Gebilde, dessen wirkliche Größe allmählich wächst und schwindet, dessen Sichtbarkeit aber von der Mitte der Scheibe zum Rande hin abnimmt (abgesehen natürlich von der schon gehörig berücksichtigten perspektivischen Verkürzung), so veranlaßt die Rotation der Sonne eine ostwestliche Unsymmetrie zugunsten der östlichen Hälfte. (Den Beweis sehe man a. a. O.)

Unsere Fleckentheorie liefert nun sofort den Grund für die von Schuster vorausgesetzte, aber nicht weiter motivierte Sichtbarkeitszunahme eines Fleckens nach der Scheibenmitte hin. Wenn die Hauptrichtungen der Wirbelachsen meistens nur kleine Winkel mit den Sonnenradien bilden, wird die durchschnittliche Ablenkung derjenigen Lichtstrahlen, welche nach Austritt aus den Wirbelgebieten auf die Erde gerichtet sind, um so größer sein, und werden also die Flecken um so augenfälliger hervortreten, je dichter sich die Gebiete beim Zentrum der Scheibe befinden. (Vgl. oben S. 51, 2. Spalte.)

Obwohl durch die Schustersche Betrachtung viel von der sonst rätselhaften ost-westlichen Unsymmetrie der Fleckenverteilung aufgeklärt wird, so weisen doch gewisse Eigentümlichkeiten der von Mrs. Maunder erhaltenen Resultate darauf hin, daß die von Schuster gegebene Erklärung nicht ausreicht. Ich werde das an anderer Stelle des näheren ausführen und zeigen, daß nach weiteren Ursachen der Ungleichheit in dem Aussehen von Ost- und Westhälfte der Sonne gesucht werden muß. Dafür spricht auch das Ergebnis von Protuberanzenbeobachtungen. Evershed[1]) hat nämlich die durchschnittliche Ausdehnung und Häufigkeit der Protuberanzen an dem östlichen Sonnenrand größer als an dem westlichen gefunden.

Eine solche weitere Ursache der Unsymmetrie ergibt sich nun aus der folgenden Überlegung.

Wenn in der Tat sowohl das Leuchten der Protuberanzen als die Dunkelheit der Sonnenflecken Brechungseffekte sind, die um so stärker ausfallen, je kleiner der Winkel zwischen dem Visionsradius und der Längsachse der Gebiete minimaler (oder maximaler) optischer Dichte ist, so muß eine ost-westliche Unsymmetrie folgendermaßen entstehen. Aus Spektralbeobachtungen haben Deslandres, Adams, Pérot u. a. den Schluß gezogen, daß bei der Achsendrehung der Sonne die oberen Schichten den unteren voraneilen. Wenn das richtig ist, müssen sich die Wirbelachsen derart schief gegen die Meridianebenen stellen, daß sie in der östlichen Sonnenhälfte durchschnittlich kleinere Winkel mit dem Visionsradius bilden als in der westlichen Sonnenhälfte. Demzufolge sind dann die Erscheinungsbedingungen der Flecken und der Protuberanzen in der östlichen Hälfte günstiger als in der westlichen Hälfte.

Das zweite wichtige Thema, auf das wir hier nur flüchtig hinweisen können, betrifft die Eigentümlichkeiten des Sonnenfleckenspektrums.

Wenn man die obigen Ausführungen durch Berücksichtigung der anomalen Dispersion vervollständigt[2]) so stellen sich mehrere Eigenschaften von Linien des Fleckenspektrums als unmittelbare Folgen der Strahlenbrechung dar.

1) Maunder, Monthly Notices Roy. Astr. Soc. 67, 451, 1907.

2) Schuster, Proc. Roy. Soc. (A) 85, 309, 1911.

1) Nature 91, 281, May 15, 1913.

2) Diese Ergänzung scheint mir sehr wesentlich. Ich halte es sogar für möglich, daß die Dunkelheit der Sonnenflecken fast ausschließlich von der Brechung und der Zerstreuung des anomal dispergierten Lichts herrührt.

Zum Teil wurde das in der anfangs zitierten Arbeit aus dem Jahre 1909 schon gezeigt; aber die weitere Ausarbeitung, welche die Theorie durch die Einführung der anomalen Zerstreuung und die Verwertung von Ergebnissen neuerer Sonnenfinsternisbeobachtungen erfahren hat, ermöglicht eine tiefergehende Behandlung des Problems. Dabei ergibt sich z. B. eine Erklärung der merkwürdigen Verschiedenheit in dem Verhalten der Fleckenlinien, von denen bekanntlich viele stärker oder breiter, andere aber schwächer oder schmaler als im Photosphärenspektrum erscheinen.

Auch die von Evershed und neuerdings wiederum von St. John in einer ausführlichen, genauen Arbeit untersuchte Schiefheit der Fleckenlinien, welche diese Autoren als Dopplereffekt auffassen und radialer Bewegung zuschreiben, läßt sich bis in Einzelheiten als bloße Refraktionserscheinung deuten.

Derartige Folgerungen aus der Dispersionstheorie sind also in einer besonderen Arbeit näher zu begründen.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, Herrn Geh. Rat Prof. Kayser herzlichen Dank dafür abzustatten, daß er das Halten dieses Experimentalvortrags in seinem Institut in jeder Hinsicht gefördert hat. Meinem Assistenten, Herrn B. J. van der Plaats, möchte ich auch an dieser Stelle für seine vorzügliche Unterstützung bei der Vorbereitung und der Ausführung der Versuche verbindlichst danken.

Utrecht, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 20. Oktober 1913.)

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 85. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU WIEN.

Aus der Abteilung für Physik:

J. Traube (Charlottenburg), Über den kritischen Zustand.

Von Cailletet, Galitzine, Battelli u. a., namentlich aber von de Heen sind eine Reihe von Versuchen mitgeteilt worden, welche mit der Theorie von Andrews-van der Waals nur schlecht oder gar nicht im Einklang standen, und insbesondere de Heen und mich[1]) veranlaßten, jener Einphasentheorie bzw. Kontinuitätstheorie eine Zweiphasentheorie entgegenzustellen, welche auf der Annahme beruhte, daß die kritische Temperatur die Temperatur sei, bei welcher 2 Phasen (Gasonen und Fluidonen) in jedem Verhältnis miteinander mischbar wurden. Die Flüssigkeitsphase sollte nach dieser Theorie noch erhebliche Grade oberhalb der kritischen Temperatur fortbestehen, auch dann, wenn die charakteristischen Nebel längst verschwunden waren.

Experimentell war diese theoretische Frage von meinem Schüler Teichner[2]) geprüft worden. Derselbe hatte in das mit reinstem Chlorkohlenstoff gefüllte Versuchsröhrchen eine Anzahl stecknadelkopfgroßer Glasballons von verschiedener, genau bestimmter Dichte eingebracht. Das Rohr wurde in einem vortrefflich geeigneten Thermostaten erhitzt und es gelang bei sorgfältigster Temperaturregulierung die kritischen Erscheinungen ohne jede Nebel- oder Schlierenbildung eintreten zu lassen. Nach dem Verschwinden des Meniskus verteilten sich die Kügelchen entsprechend ihrer Dichte im Raume und zeigten mehrere Grade oberhalb der kritischen Temperatur noch stundenlang Dichtedifferenzen von mehr als 30 Proz. an.

Gegen diese Ergebnisse von Teichner ist nicht mit Unrecht darauf hingewiesen worden, daß selbst die kleinsten Mengen von Unreinheiten die kritischen Erscheinungen außerordentlich beeinflußen müßten und der Chlorkohlenstoff wegen seiner hohen kritischen Temperatur daher eine zu solchen Untersuchungen nicht sehr geeignete Flüssigkeit sei.

Kamerlingh-Onnes und Fabius[1]) haben mit reinster Kohlensäure die Versuche von Teichner nachgeprüft. Sie gelangten zwar qualitativ zu dem gleichen Ergebnis wie Teichner, insofern auch sie noch stundenlang nach dem Verschwinden des Meniskus mit der Kügelchenmethode Dichteunterschiede feststellen konnten; indessen diese Unterschiede waren ganz wesentlich geringer als bei Teichner und verschwanden sehr schnell, wenn man die kritische Temperatur nur um einige Zehntel Grade überschritt. Aus diesem Grunde glaub-

1) Traube, Ann. d. Phys. 8, 267, 1902 u. Zeitschr. f. anorgan. Chem. 38, 399, 1004.
2) Teichner, Ann. d. Phys. (4) 13, 595, 1904.

1) Kamerlingh Onnes und Fabius, K. Akad. Wetensch. Amsterdam, Juni 1907, und Commun. Phys. Lab. Leiden Nr. 98.



ten jene Forscher, an der älteren Theorie festhalten zu sollen.

Kamerlingh-Onnes und Fabius hatten in ihr Versuchsröhrchen 2 Thermoelemente eingeschmolzen. Diese Drähte gaben Veranlassung zu Bläschen- und Nebelbildung und bewirkten zweifellos einen schnelleren Ausgleich der Dichten.

Aus diesem Grunde veranlaßte ich meinen Schüler Hein, die Versuche von Teichner sowie Kamerlingh-Onnes und Fabius in dem früheren Thermostaten von Teichner mit Kohlensäure und schwefliger Säure als Versuchsflüssigkeiten wieder aufzunehmen. Die Versuche Heins, welche in der Zeitschr. f. physik. Chemie veröffentlicht wurden, sind mit größter Sorgfalt durchgeführt worden, die Kohlensäure enthielt höchstens $^1/_{40000}$ Unreinheiten.

Während beim Arbeiten mit lufthaltiger Kohlensäure und schwefliger Säure die Versuchsergebnisse völlig mit denen Teichners im Einklang standen, näherten sich die Ergebnisse mit reinsten Stoffen weit mehr denen der holländischen Forscher, wenngleich Schlieren und Nebel vermieden wurden, und auch noch 1° oberhalb der kritischen Temperatur bis etwa 1 Stunde nach dem Verschwinden des Meniskus noch Dichteunterschiede von einigen Prozenten beobachtet wurden.

Da Unreinheiten hiernach einen großen Einfluß auf die Dichteunterschiede ausüben, so muß zugegeben werden, daß die Versuche Teichners und die meisten der älteren Versuche anderer Forscher nicht mehr gegen die Einphasentheorie verwertet werden können.

Diese Versuche stehen ebensogut mit der Einphasen- wie Zweiphasentheorie in Einklang, aber es muß auch andererseits mit Nachdruck betont werden, daß man kein Recht hat, die bekannten Versuche von Mathias, Young u. a. (Dichtekurve usw.) zugunsten der Theorie von Andrews zu deuten; wie in meiner ausführlicheren Mitteilung in den Verh. d. D. physik. Gesellsch. dargetan wird, stehen alle diese Versuche auch im besten Einklang mit der Zweiphasentheorie. Heins Versuche haben aber nach anderer Richtung zu Ergebnissen geführt, die leicht zu deuten sind vom Standpunkte der Zweiphasentheorie, gar nicht oder äußerst schwer vom Standpunkte der Einphasentheorie.

Nach der letzteren Theorie sollten die kritischen Erscheinungen nur dann beobachtet werden, wenn die Füllung der Röhrchen gerade der kritischen Dichte entspricht. Die Tatsache, nach welcher auch bei anderen Füllungen das Verschwinden des Meniskus beobachtet wurde, suchte Stoletow durch die gewagte Hypothese zu erklären, daß in solchen Fällen das Verschwinden des Meniskus eine optische Täuschung sei. Es gelang aber Hein, 2 Füllungen mit reinster Kohlensäure herbeizuführen von dem Dichteverhältnis 1:1,7. In dem einen Röhrchen traten die kritischen Erscheinungen ganz unten ein, in dem anderen ganz oben. In dem Augenblick, in welchem der Meniskus unserem Auge unsichtbar wurde, verließen die Kügelchen die Meniskusebene und verteilten sich im Raume, indem sie zuerst in einer Schicht größter Reibung (Gasonen + Fluidonen) ganz langsam ihren Platz änderten, um beim Verlassen dieser mittleren — nebelfreien — Schicht in beschleunigtem Tempo nach oben oder unten sich fortzubewegen. Das sind Beobachtungen, die nur mit der Zweiphasentheorie in Einklang stehen. Hierher gehört auch der bereits von Gouy, Galitzine u. a. beobachtete, stark wechselnde Stand des Meniskus beim Verschwinden und Wiederauftreten desselben, die Beobachtungen der Nebel unterhalb und oberhalb der kritischen Temperatur, die weder durch die Hypothese von Donnan, noch diejenige von Smoluchowski hinreichend erklärt werden[1]), vor allem auch die Beobachtungen, welche dafür sprechen, daß selbst, wenn die Nebel verschwunden sind, die nebelbildende Materie unsichtbar fortbesteht. So beobachtete Lepkowski[2]) mit Hilfe des Kardioids-Ultramikroskops, daß an derselben Stelle, wo sich ein Nebelpunkt befunden hatte und beim Erwärmen verschwunden war, derselbe beim Abkühlen wieder auftrat. Bradley, Brown und Hale[3]) konnten in einer vortrefflichen Arbeit, die zur Zweiphasentheorie führte, feststellen, daß noch bei 38° in reinster nebelfreier Kohlensäure, welche über Quecksilber abgesperrt war, Vibrationen erzeugt werden konnten, welche zu Nebel- und Schlierenbildungen führten, und zwar ergossen sich die Nebel nach jener Stelle hin, wo sich ehedem der Meniskus befand. Hein sah bei Anwendung eines elektromagnetischen Rührers zunächst Nebel auftauchen bis zu jener Höhe, bis zu welcher der Elektromagnet den Eisenkern geschleudert hatte. Allmählich verschwanden die Nebel. Beim Abkühlen bildeten aber die wieder auftretenden Nebel dieselbe Grenzfläche wie ehedem.

1) Siehe meine ausführlichere Mitteilung in den Verh. d. D. phys. Ges.

2) Lepkowski, Zeitschr. f. physik. Chem. **75**, 608, 1910.

3) Bradley, Brown und Hale, Phys. Rev. **19**, 259, 1904; **26**, 470, 1909 und **27**, 90, 1908.

Auch gelang es Hein, beim Rühren den Meniskus bei tieferer Temperatur unter Nebelbildung zum Verschwinden zu bringen, wie ohne Rühren, ebenso wurde nach Ausgleich der Dichten bei reinster schwefliger Säure beim Abkühlen eine Differenzierung der Dichten durch Verteilung der Kügelchen im Raume beobachtet, bevor der Meniskus erschien usw. Alle diese Versuche finden eine einfache Deutung vom Standpunkte der Zweiphasentheorie.

Ganz besonders sei noch hingewiesen auf den Umstand, daß die Zustandsgleichung von van der Waals, wie ich zuerst und nach mir Jüptner[1]) gezeigt hat, zwar allgemein recht gut auf den homogenen Gas- und homogenen Flüssigkeits-, ja sogar auf den festen Zustand[2]) anwendbar ist, daß dieselbe aber auf den Übergang vom gasförmigen zum flüssigen Zustand nur für einatomige Stoffe (Argon, Quecksilber) anwendbar erscheint. Für Argon ist das Verhältnis der nach den idealen Gasgesetzen berechneten und der gefundenen kritischen Dichte der Theorie gemäß = 2,67 (Kühnen), die Volumgröße b bleibt konstant (Jüptner) und für Quecksilber ist die Verdampfungswärme tatsächlich $= \int \frac{a}{v^2} dv$ (Traube). Die Kontinuitätstheorie ist daher im allgemeinen nicht aufrecht zu erhalten. Es ist sogar anzunehmen, daß noch Fluidonen bei zu hohem Temperaturgrade oberhalb der kritischen Temperatur beständig sind. Selbst van der Waals nimmt neuerdings „Scheinassoziationen"[3]) an.

Wie ich über den Unterschied der Fluidonen und Gasonen denke, ergibt die folgende Diskussion[4]).

Diskussion.

Schames-Frankfurt a. M.: Ich möchte darauf hinweisen, daß die Assoziationshypothese, über die ich gestern sprach[5]), gerade die Erscheinungen erklärt, auf die der Herr Redner eben hingewiesen hat, und daß sie auch die van der Waalssche Gleichung selbst beim Übergang von der einen Phase zur anderen sehr gut anwendbar macht.

Vortragender: Ich vergaß zu bemerken, daß ich durchaus auch auf dem Standpunkt einer Assoziationshypothese stehe. Ich nehme gleichfalls an, daß die Fluidonen und Gasonen sich durch die verschiedene Komplexität ihrer Molekeln unterscheiden. Früher hatte ich geglaubt, daß die beiden Phasen in ihrer Verschiedenheit mit der Veränderlichkeit der Größe b von van der Waals im Zusammenhang ständen. Ich hatte mich zu der anderen Hypothese deshalb nicht entschließen können, weil die physikalische Chemie zwischen assoziierten und nicht assoziierten Flüssigkeiten unterscheidet. In Wirklichkeit habe ich aber nunmehr feststellen können, daß die sogenannten assoziierten Flüssigkeiten nur Flüssigkeiten sind von größerem Binnendrucke. Die Gleichung von Eötvös-Ramsay und die Troutonsche Regel kann man auch mit der Annahme in Einklang bringen, daß sämtliche Flüssigkeiten assoziiert sind. Dem Vortrage des Vorredners gestern habe ich leider nicht beigewohnt und kann seine Tragweite daher nicht beurteilen.

Seitz-Aachen: Ich habe vor vielen Jahren einmal die kritischen Erscheinungen von Lösungen untersucht, und da fand ich, daß das gelöste Salz bis einige Grade, 10 oder 20°, über dem kritischen Punkt gelöst blieb, und daß dann erst eine Kristallisierung stattfand. Ich schloß daraus, daß die Flüssigkeitsmoleküle noch oberhalb des kritischen Zustands fortbestehen und erst bei diesen Temperaturen verschwinden und sich in Dampfmoleküle verwandeln. Zugleich scheidet sich der gelöste Stoff aus.

Vortragender weist darauf hin, daß auch bereits entsprechende Beobachtungen von Hannay und Hogarth sowie Altschul gemacht worden sind.

(Eingegangen 13. November 1913.)

1) v. Jüptner, Zeitschr. f. physik. Chem. **64**, 709, 1908 und **73**, 372, 1910.

2) Siehe Verh. d. D. phys. Ges., l. c.

3) Van der Waals, Nobelpreisrede, Leipzig 1911, und A. G. van Ry, Dissertation, Amsterdam 1908, S. 83.

4) Ganz besonders sei noch hingewiesen auf die sehr beachtenswerten Ausführungen von P. de Heen, Bull. Akad. Roy. Soc. Belg. **9 10**, 859, 1908.

5) Diese Zeitschr. **14**, 1172, 1913.

F. Jentzsch (Wetzlar-Gießen), Beobachtungen an einem binokularen Mikroskop.

In der Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie habe ich (**30**, 299, 1913) ein binokulares Mikroskop beschrieben, das nicht den Zweck verfolgt, dem Benutzer ein stereoskopisches Bild zu vermitteln, sondern das ihm nur zu den Annehmlichkeiten und Vorteilen verhelfen soll, die das binokulare Sehen gegenüber dem beim Mikroskopieren sonst üblichen monokularen bietet.

Den äußeren Anblick des neuen Mikroskops, das von der Firma Ernst Leitz in Wetzlar hergestellt wird, gibt Fig. 1, den Strahlengang Fig. 2. Es gelangt ein einziges Objektiv zur Verwendung, hinter dem durch eine halbdurchlässige Silberschicht jeder einzelne Strahl des gesamten Strahlenbüschels

in zwei Teile gespalten wird. Durch Spiegelprismen werden diese zwei Okularen zugeführt, deren Abstand nach den Augen des Benutzers verstellt werden kann und die außerdem durch eine Einzelverstellung eine etwa vorhandene Refraktionsdifferenz der beiden Augen auszugleichen erlauben. Eine Beschränkung auf geringe Vergrößerungen findet nicht statt, vielmehr ist auch die Anwendung der stärksten Systeme möglich, also auch natürlich binokulare Ultramikroskopie. Alles Nähere über den Strahlengang, die technische Ausführung usw. findet man in der erwähnten Publikation.

Auch von der hygienischen Bedeutung des neuen Instruments, die für den praktischen Mikroskopiker vielleicht ausschlaggebend sein wird, will ich hier nicht sprechen. Ich habe sie eingehend in der Zeitschr. f. wiss. Mikroskopie behandelt.

Hier mögen nur einige Bemerkungen über die Art des Sehens durch ein solches Instrument mitgeteilt werden.

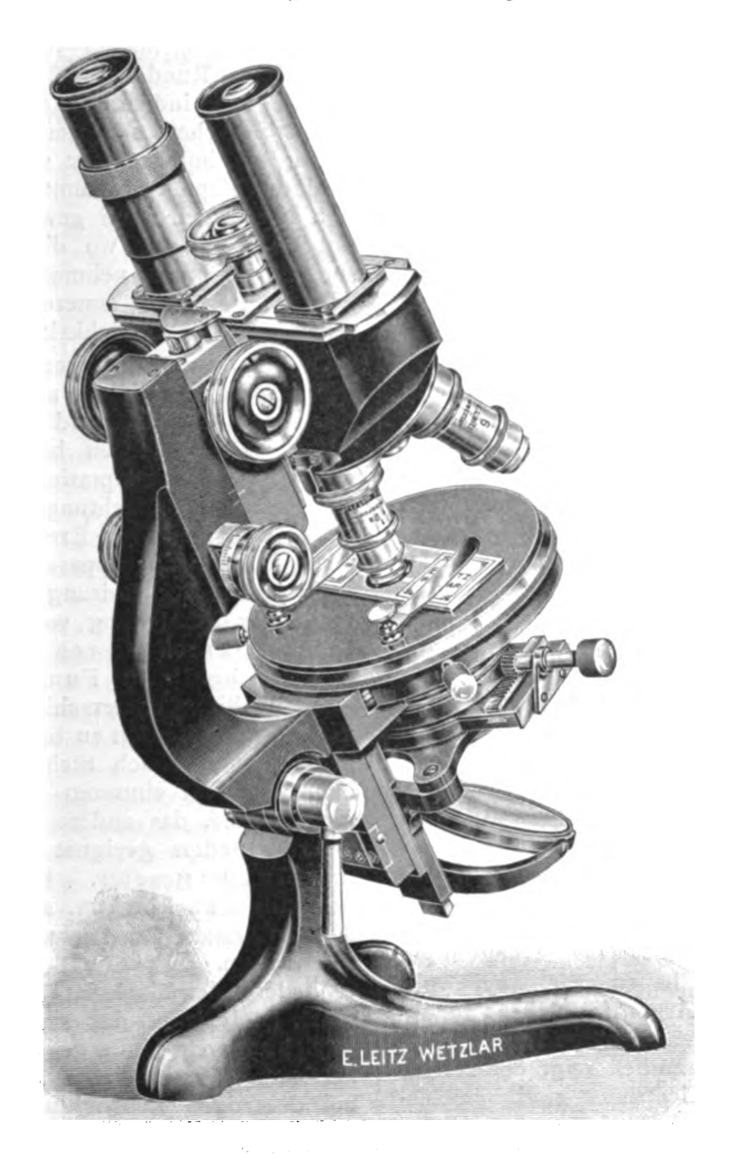
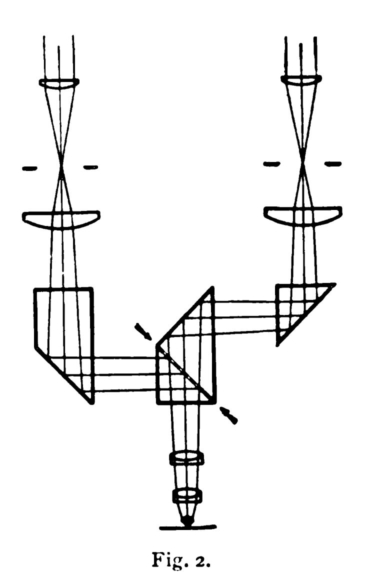


Fig. 1.

Von einem stereoskopischen Sehen im eigentlichen Sinne kann natürlich keine Rede sein, insofern ja die den beiden Augen gebotenen Bilder objektiv durchaus identisch sind. Andererseits lehrt der Augenschein, daß tatsächlich ein großer subjektiver Unterschied gegenüber der monokularen Beobachtungsweise besteht.


Fig. 2.

Und zwar liegt dieser Unterschied einmal darin, daß man bei binokularer Beobachtung besser sieht, und zwar direkt mehr Einzelheiten wahrzunehmen imstande ist als sonst, und ferner, daß dem optischen Eindruck eine eigentümliche Lebendigkeit innewohnt, die vorläufig mit dem Ausdruck „Vividität" belegt werden soll.

Die Überlegenheit des binokularen Sehens.

Die erstere Tatsache der inhaltsreicheren Beobachtung könnte auf den Gedanken bringen, daß etwa eine direkte Steigerung der Sehschärfe beim binokularen Sehen stattfindet. Es sprechen zwar einige Versuche dafür, doch habe ich versucht, mir dies auch noch in der folgenden Weise verständlich zu machen. Nach der Duplizitätstheorie von v. Kries (uns Physikern hauptsächlich aus den Arbeiten von Lummer bekannt) haben wir zwei vollständig verschiedene Arten des Sehens zu unterscheiden, das „Tagessehen" und das „Dämmerungssehen". Bekanntlich zeigt der Rezeptionsapparat unserer Netzhaut zwei verschiedene Einrichtungen, die Zapfen und die Stäbchen, von denen die ersteren hauptsächlich Farben und Farbunterschiede, die letzteren vorwiegend Helligkeitsunterschiede wahrzunehmen vermögen. Nach der Duplizitätstheorie sind die Zapfen das Organ für das Tagessehen unser „Hellapparat", und die Stäbchen unser „Dunkelapparat".

Oft wird nun gesagt: im gelben Fleck fehlen die Stäbchen, daher kommen beim direkten Sehen nur die farbtüchtigen Zapfen zur Geltung und die Stäbchen spielen ausschließlich eine Rolle bei indirektem Sehen, womöglich gar nur in der Dämmerung. Das ist in dieser Form nicht ganz richtig. Die Stäbchen verschwinden nämlich im Gebiet des direkten Sehens durchaus nicht ganz. Sie fehlen gar nicht in der ganzen Area centralis[1]), sondern nur in deren innerstem Fleck, der sog. Fovea centralis. Das ist ein Gebiet, dem im Außenraum ein Gesichtsfeld von ca. $1-1^1/_2$ Grad entspricht. Rund herum, jedoch ohne scharfe Grenze und individuell äußerst verschieden, treten Stäbchen auf, deren Zahl dann nach außen hin immer mehr wächst, während die Zahl der Zapfen abnimmt. Außerdem finden sich aber auch noch gewisse qualitative Unterschiede. Dort, wo die Stäbchen zurückzutreten beginnen, nehmen die Zapfen allmählich die Form der ersteren an, in der Fovea selbst geht die Ähnlichkeit am weitesten.

Beim gewöhnlichen Sehen (vielleicht sehr große Intensitäten ausgenommen) funktionieren Zapfen und Stäbchen **gleichzeitig.** Die Stäbchen besitzen nur ein viel größeres Dunkeladaptationsvermögen, so daß bei geringer Beleuchtungsintensität die Reizstärke wohl noch zur Erregung des Stäbchen- oder Dämmerungsapparats ausreicht, nicht mehr jedoch zur Reizung des Zapfenapparats (nach der Darstellung von Nagel[2])). Auch beim Mikroskopieren treten im allgemeinen beide in Funktion. Wir haben außer Helligkeitsunterschieden vor allem auch feine Farbdifferenzen zu beobachten. Da selten beide Augen gleich tüchtig sein werden, so kann der Fall eintreten, daß das eine Auge für die eine, das andere für die andere Aufgabe besonders geeignet ist. Ist man nun in Stand gesetzt, **beide** Augen gebrauchen zu können, so kann man auch die **optimalen Eigenschaften beider** Augen ausnutzen.

Jedem, der binokulare Instrumente viel benutzt, ist bekannt, daß sich die beiden Augen in viel höherem Maße gegenseitig unterstützen, als man das gemeinhin bemerkt. Es findet bei derartigen Beobachtungen nicht nur wie beim monokularen Beobachten ein ständiges Spiel der Akkommodation innerhalb des einzelnen Auges statt, wodurch in bekannter Weise das sog. Penetrationsvermögen des Instruments

1) Dieser Ausdruck wird neuerdings für zweckmäßiger erklärt als der sachlich gleichbedeutende „macula lutea", da es bei der gelben Farbe des sogenannten gelben Flecks sich nach Gullstrand um eine postmortale Veränderung handle.

2) H. v. Helmholtz, Handbuch der physiologischen Optik, 3. Aufl., 1911, 2. Band herausgegeb. von W. Nagel und J. v. Kries, S. 291.

erhöht wird, sondern die Aufmerksamkeit, das Aufnahmeorgan der zentralen Parteien wendet sich bald einem, bald dem andern Auge mehr zu, so daß etwa das hinsichtlich der Farben fein nuancierte Bild des einen Auges mit dem die feineren Konturen enthaltenden Bild des anderen Auges verschmolzen wird.

Der geschilderte Vorgang braucht nicht in dieser einfachen Weise vor sich zu gehen. Die Fähigkeiten unseres Gesichtssinns sind ja mit der Angabe der beiden Gruppen „Farbe“ und „Helligkeit“ nicht erschöpft. Vielmehr pflegt man bei einer Analyse des Gesichtssinns 1. Licht und Farbensinn zusammen zu fassen und ihnen 2. den optischen Raum- und Lagesinn, 3. das optische Auflösungsvermögen und 4. den optischen Formensinn anzureihen. Wenn auch bei den gewöhnlichen Gesichtswahrnehmungen alle diese „Sinne“ gleichzeitig zur Geltung kommen, so werden doch im allgemeinen immer gewisse Unterschiede hinsichtlich dieser verschiedenen Seiten des Gesichtssinns zwischen den beiden Augen eines Individuums vorhanden sein, ev. auch einfache Empfindlichkeitsunterschiede korrespondierender Netzhautstellen. Es sei hier nur daran erinnert, daß das ungeübte Auge im allgemeinen geringere Sehschärfe, dafür aber eine größere Lichtempfindlichkeit besitzt als das geübtere Auge[1]).

Alle diese Differenzen kommen naturgemäß bei binokularer Beobachtungsweise weniger zur Geltung als bei monokularer, so daß nunmehr einigermaßen verständlich erscheint, wie man mit einem binokularen Mikroskop unter Umständen besser beobachten kann, als mit einem monokularen. Übrigens gilt diese Betrachtung nicht nur für das Mikroskop, sondern auch für sehr viele andere Messungen durch optische Instrumente, vor allem bei den Photometern. In allen diesen Fällen läßt sich die Beobachtung direkt vergleichen mit dem normalen binokularen Fernsehen. Es entspricht der allgemeinen Erfahrung, daß die Fernsicht von einem isolierten Gipfel oder aus einem Ballon durch den Gebrauch beider Augen wesentlich gewinnt. Hierbei kommen allerdings noch die gleich zu besprechende binokulare Reizsummation und die Vividität in Betracht.

Die binokulare Reizsummation.

Sehr naheliegend ist weiter die Frage, ob etwa auch der allgemeine Helligkeitseindruck in beiden Augen vereinigt wird, so daß die zu erwartende Verdunklung gegenüber einem monokularen Instrument ausgeglichen wird. Nach meinem persönlichen Eindruck ist das der Fall. Ich verspüre beim Gebrauch beider Augen eine deutliche Steigerung des Helligkeitseindrucks gegenüber dem einäugigen Gebrauch des neuen Binokular-Mikroskops. Das ist sehr wesentlich, da ja von dem gesamten das Objektiv verlassende Licht in jedes Okular nur rund die Hälfte geleitet wird[1]). Ferner wird in den Prismen ein gewisser Prozentsatz absorbiert und geht durch Reflexion verloren. Der Augenschein lehrt aber, daß, wenn eine Verdunklung in dem neuen Binokular-Mikroskop gegenüber dem gewöhnlichen Mikroskop vorhanden ist, sie jedenfalls nicht so groß erscheint als die Rechnung ergeben würde. Augenscheinlich ist es mit der objektiven Feststellung bestimmter Beleuchtungsstärken bei einem optischen Instrument zu subjektivem Gebrauch nicht getan, da ja nur die Helligkeitsempfindung in Betracht kommt.

Bekanntlich hat man im gewöhnlichen Sehen mit zwei Augen die gleiche Helligkeitsempfindung wie mit einem Auge. Man kann sich leicht davon überzeugen, wenn man bei Betrachtung einer hellen Fläche das eine Auge schließt. Bei Beachtung der nötigen Vorsichtsmaßregeln bemerkt man dann keine Verdunklung. Bekanntlich weitet sich bei einem solchen Versuch die Pupille des offenbleibenden Auges, so daß die Vermutung nahe liegt, es würde hierdurch der Lichtverlust einfach ausgeglichen. Das kann aber nicht zutreffen! Denn bei der relativen Langsamkeit dieser Reflexbewegungen müßte sich doch wenigstens im ersten Moment ein leichter Schleier über das Bild legen. Der Versuch gelingt übrigens nur dann, wenn das Objekt eine solche Entfernung hat, daß es mit beiden Augen bequem und gut erkannt werden kann und auch die Versuchsperson nicht etwa gewöhnt ist, mit nur einem Auge zu sehen (was gar nicht so selten ist).

Das entgegengesetzte Resultat, daß nämlich die scheinbare Helligkeit einer Fläche größer ist, wenn man sie mit beiden Augen betrachtet, als wenn man nur ein Auge benutzt, ergibt sich meist, wenn man zwischen die Augen eine Blende so anbringt, daß das eine Auge nur einen Teil der Versuchsfläche übersieht. Bei der Verschmelzung der Gesichtsfelder erscheint dann der von beiden Augen gesehene Teil heller als der andere. Danach würde also binokulare Reizsummation auch im täglichen Leben vorhanden sein. Man findet diesen Versuch, der anscheinend auf

1) Beim Photometrieren ist das oft zu bemerken.

1) Das in der Silberschicht absorbierte Licht kann dabei vollständig vernachlässigt werden. Auch von einer theoretisch vorhandenen Färbung der Bilder durch die Dispersion des Silbers ist nichts zu bemerken.



Piper zurückgeht, auch in einem verbreiteten Lehrbuch der Physik beschrieben. Ich glaube aber nicht, daß er ausschlaggebend ist, da auf dem scheinbar verdunkelten Teil des Gesichtsfelds einfach eine Verschmelzung mit dem meist dunkleren Bilde der Blende selbst stattfindet.

Nach Aussage der modernen Physiologie soll eine binokulare Reizsummation nur beim dunkel adaptierten Auge stattfinden, beim Sehen im Hellen aber vollständig fehlen. Mir scheint demgegenüber, daß bei mittleren Helligkeiten doch wohl entschieden Übergänge vorhanden sind, und daß schon eine sehr gute Helladaptation dazu gehört, jede Summation der Reize vollständig auszuschließen. Vielleicht wird man überhaupt noch finden, daß die Zustände des Dämmerungssehens schon bei sehr viel größeren Intensitäten aufzutreten beginnen, als man sonst annimmt. Ich möchte an dieser Stelle nicht näher auf diese Frage in ihrer ganzen Tragweite eingehen, sondern nur betonen, daß nach meinen persönlichen Eindrücken die Sache bei dem neuen binokularen Mikroskop tatsächlich so liegt.

Eine Reizsummation innerhalb eines einzelnen Auges tritt bekanntlich auch bei Helladaptation an sehr kleinen Objekten auf, wenn deren Bild der Größe eines Empfindungselements nahe kommt. Hier ist die Helligkeit zunächst proportional zur Zahl der bedeckten Elemente, um nicht weiter zu wachsen, sobald die gereizte Fläche eine gewisse Größe überschreitet. Ich vermute nun, daß auch beim binokularen Sehen eine analoge Reizsummation (bei Helladaptation) stattfinden kann, sobald nur die gesehenen Objekte klein sind.

Damit wäre die Erscheinung erklärt, daß man in dem neuen Binokular-Mikroskop beim Gebrauch beider Augen eine deutliche Steigerung des Helligkeitseindrucks verspürt. — Andererseits ist es auch nicht ausgeschlossen, daß ein großer Teil dieser Steigerung auf Rechnung der viel allgemeineren Erscheinung der Vividität zu setzen ist.

Die Vividität.

Beim Gebrauch des neuen Instruments macht man im engsten Zusammenhang mit der eben besprochenen Reizsummation noch eine weitere Beobachtung, die zunächst gar nicht so einfach in Worte zu fassen ist. Am besten trifft man noch die Sache mit der Aussage: es sei alles viel „lebhafter, lebendiger" als sonst, so daß die Bezeichnung „Vividität" vielleicht geeignet dafür erscheinen mag.

Der Ausdruck „Vividität" ist von Richard Semon[1]) in die physiologische Terminologie eingeführt worden zur Charakterisierung der Lebendigkeit einer Wahrnehmung oder Vorstellung. Die Vividität einer Empfindung ist eine Eigenschaft von ihr, die von der Intensität deutlich verschieden ist, wenn sie auch nicht vollkommen unabhängig von ihr ist. Wir können nämlich eine Wahrnehmung von sehr geringer Intensität, z. B. ein fernes Licht in dunkler Nacht mit großer Lebhaftigkeit (Vividität) wahrnehmen, und umgekehrt kann der Eindruck hellstrahlenden Bogenlichts von sehr geringer Eindringlichkeit sein. Wir hören etwa die Tritte eines vorsichtig Heranschleichenden mit äußerster Lebhaftigkeit und Deutlichkeit, aber dabei immer als etwas durchaus Leises. Umgekehrt wäre das Fortissimo einer lärmenden Gartenmusik, die wir mit „halbem Ohr" hören, das Beispiel einer zwar intensiven, aber wenig vividen Empfindung. Der Unterschied scheint verwandt mit der Verschiedenheit aufmerksamen und unaufmerksamen Beobachtens, ist aber nicht damit identisch. Denn die größere Eindringlichkeit einer Wahrnehmung bei gleicher objektiver Intensität kann außer durch die Zuwendung der Aufmerksamkeit auch durch die Vermehrung der Reizpforten bedingt sein. Ein Konzert wird nicht leiser, wenn wir es nur mit einem Ohr hören, trotzdem haben wir das Bedürfnis, seine Lebhaftigkeit durch diotisches Hören zu steigern. Ebenso sehen wir mit zwei Augen zwar nicht immer intensiver, aber lebhafter als mit einem. Eine dahinzielende Bemerkung ist von E. Hering[2]) bereits 1862 gemacht worden, daß nämlich „im Vergleich zu dem einäugig Gesehenen das doppeläugig Gesehene sich ceteris paribus stets lebhafter ins Bewußtsein drängt".

Ich bin überzeugt, daß dies für die binokularen Instrumente aller Art gilt. So liegt z. B. der Vorteil der Prismen-Doppel-Fernrohre gegenüber den sog. Prismen-Monokles nicht allein in ihrer stereoskopischen Wirkung, die ja überhaupt nur bei verhältnismäßig nahen Gegenständen zur Geltung kommt, sondern wesentlich in der Vividität, d. h. der allgemeinen Steigerung der Lebhaftigkeit des Eindrucks, die das binokulare Sehen gegenüber dem monokularen mit sich bringt. Bei dem neuen Mikroskop ist dieser Vorteil in gleicher Weise wahrzunehmen.

Ich gehe nun noch etwas weiter und möchte die Vermutung äußern, daß in dem Eindruck

1) Herr Dr. Becher in Gießen machte mich freundlichst auf das Buch von Semon „Die mnemischen Empfindungen" (Leipzig 1909) aufmerksam (vergl. hauptsächlich S. 95—96, 238—241).

2) E. Hering, Beiträge zur Physiologie, 2. Heft, S. 93.

der Vividität auch ein Teil der Tiefenempfindung selbst enthalten ist, und zwar diejenigen ihrer psychologischen Faktoren, die nur beim binokularen Sehen auftreten. Denn die Tiefenempfindung ist bekanntlich nicht eine Funktion der Sinneseindrücke allein, sondern sie setzt sich zusammen aus eigentlich optischen Faktoren und aus solchen physiologischer und psychologischer Natur. Schaltet man in irgendeiner Weise die unmittelbare Tiefenwahrnehmung aus, bietet also den beiden Augen zwei identische Bilder (d. h. stellt man nach der von v. Rohr vorgeschlagenen Terminologie die synopische Augenstellung her), so können die verbleibenden physiologischen und psychologischen Faktoren doch noch eine Tiefenvorstellung (bzw. Tiefendeutung) hervorrufen.

Es handelt sich dabei um ein Abschätzen der Entfernung nach der Größe bekannter Gegenstände, ein Urteilen nach den Erscheinungen der Perspektive (Überdeckung, Schlagschatten, Intensität der Farben, sog. Luftperspektive) oder allen möglichen anderen Erfahrungstatsachen. Ferner sind als physiologische Faktoren das Gefühl der angespannten Akkommodation und die Konvergenz der Sehachsen zu erwähnen.

In dem neuen Instrument fallen nicht nur die rein optischen Vorbedingungen der Tiefenempfindung weg (die beiden Bilder sind identisch), sondern es sind auch die physiologischen Faktoren ausgeschaltet. (Die beiden Augen stehen parallel und sind auf unendlich bzw. ihren Fernpunkt akkommodiert.) Die psychologischen Begleiterscheinungen der Tiefenwahrnehmung können aber natürlich durch irgendwelche Umstände doch noch ausgelöst werden und so Anlaß zu einer gewissen Tiefenempfindung geben. Die Mehrzahl dieser akzessorischen Momente bei der Tiefenempfindung kommen schon beim monokularen Sehen in Betracht, einige treten aber nur bei binokularem Sehen auf. So liegt das auslösende Moment des Tiefeneindrucks für viele Beobachter einfach in der Tatsache, daß sie mit zwei Augen beobachten. Die bestimmte Erwartung, „jetzt werde ich räumlich sehen", genügt dann, um die scheinbare Erfüllung herbeizuführen. Die Suggestion, körperlich zu sehen, verbindet sich mit dem vivideren Eindruck, den das binokulare Mikroskop vermittelt, zu dem Eindruck größerer Plastik und Lebendigkeit, zu einer bisweilen überraschend starken Raumempfindung.

Stereoskopische Effekte.

So sicher auch eigentliche stereoskopische Wahrnehmung bei dem neuen Instrument ausgeschlossen ist und so entschieden auch die den Beschauer manchmal verblüffende Plastik bei starken Vergrößerungen rein psychologischer Natur ist, so kann doch unter Umständen bei ganz schwachen Vergrößerungen auch mit diesem binokularen Mikroskop richtiges stereoskopisches Sehen erzielt werden, und zwar sowohl orthoskopisches, wie pseudoskopisches, wenn nämlich die Augen des Beobachters zu den Okularen nicht zentriert sind. Man muß nur dafür sorgen, daß in jedes Auge nur die eine Hälfte der vom Objekt ausgehenden Strahlen gelangt. Und zwar müssen wegen der Bildumkehrung im Mikroskop die von der linken Hälfte des Objekts ausgehenden Strahlen ins rechte Auge geleitet werden und die von rechts kommenden ins linke, wenn man orthoskopische Wirkung erzielen will. Im umgekehrten Falle tritt die pseudoskopische Wirkung auf, d. h. Erhabenes sieht vertieft aus usw. Diese Verhältnisse sind von Abbe[1]) 1882 zuerst geklärt worden.

Wie die Fig. 3 zeigt[2]), hat man diese Abblendung in der hinteren Brennebene des Objektivs vorzunehmen. Man kann sie aber natürlich auch in ein Bild dieser Brennebene verlegen, als welches beim gewöhnlichen Mikroskop nur die Austrittspupille des ganzen Instruments zur Verfügung steht. Dort hätte man also, wie es Abbe auch getan hat, halbkreisförmige Blenden[3]) anzubringen, um alle ge-

1) E. Abbe, Über die Bedingungen der orthoskopischen und pseudoskopischen Wirkung in dem binokularen Mikroskop. 1882. Ges. Abhandl. I, S. 319—324.

2) Die Fig. 3 zeigt den Strahlengang im Mikroskop bei der Abbildung des Objektes QP in ein Auge, das exzentrisch zur optischen Achse in das Mikroskop sieht. Die von P ausgehenden Strahlen sind gestrichelt gezeichnet, die von Q ausgehenden ausgezogen. Beide Punkte werden auf der Netzhaut abgebildet, so daß das Gesichtsfeld also nicht eingeschränkt wird.

Von den 8 vom Objekt ausgehenden Strahlen kann man je zwei zusammenfassen, die vor dem Objekt parallel sind und sich also in der hinteren Brennebene des Objektivs schneiden müssen. Diese Brennebene wird durch das Okular in der Austrittspupille des ganzen Mikroskops abgebildet.

Steht das Auge des Beobachters exzentrisch, so werden durch seine Pupille einige Strahlen am Eintritt in das Innere des Auges gehindert, und zwar in der Figur alle, die durch die eine Hälfte der Brennebene des Objektivs hindurchgehen Das bedeutet aber, daß dann nur solche Strahlen zur Abbildung des Objekts PQ beitragen, die von ihm in ganz bestimmte Richtungen ausgehen. Bei dem Beispiel der Figur gelangen nur die schraffierten Teile des Strahlengangs ins Auge. Steht das andere Auge des Beobachters so, daß es die andere Hälfte der Strahlung aufnimmt, so erhalten die beiden Augen zwei perspektivisch verschiedene Bilder, und alle Vorbedingungen einer stereoskopischen Tiefenwahrnehmung sind gegeben. Ist unter dieser Voraussetzung das gezeichnete Auge ein rechtes, so erhält der Beobachter ein pseudoskopisches, ist es ein linkes, erhält er ein orthoskopisches Bild. (Wir denken uns dabei dem Beobachter gegenüber.)

3) Es ist vielleicht interessant, daß F. H. Wenham

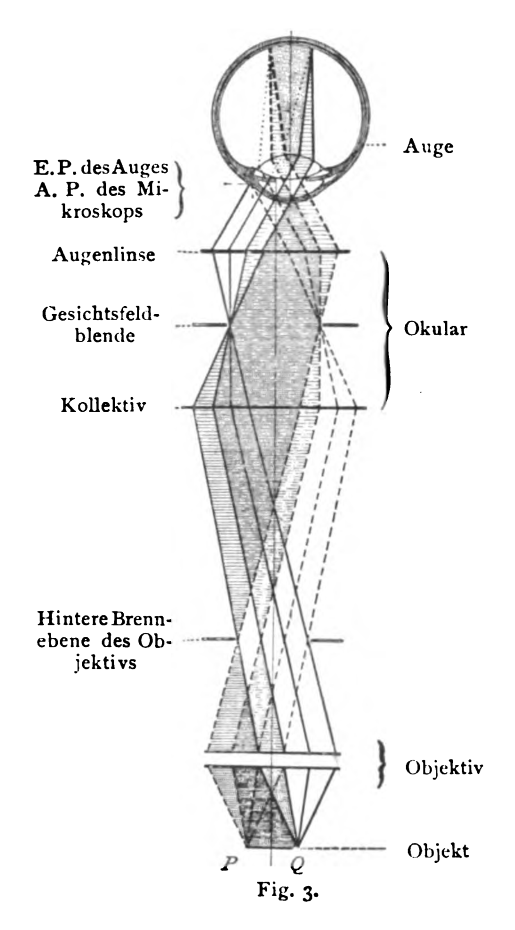


Fig. 3.

wünschten Effekte zu erzielen. Am gleichen Ort soll aber beim normalen Mikroskopieren die Eintrittspupille des Auges zu liegen kommen, so daß eine Behinderung des Auges unvermeidlich wäre, die denn z. B. beim Abbeschen stereoskopischen Okular auch eintritt. Für ein stereoskopisches Mikroskop wäre es deshalb vorteilhafter, zwischen Objektiv und Augenlinse ein weiteres Bild der Austrittspupille zu erzeugen und dort die Abblendung vorzunehmen. Man kann indessen diese notwendige Abblendung noch in anderer bequemerer Weise erzielen, wenn man die Pupille des menschlichen Auges selbst in besonderer Weise in den Strahlengang einschaltet. Bringt man nämlich die beiden Okulare in eine Entfernung voneinander, die etwas kleiner als der Augenabstand des Beobachters bei parallel gerichteten Augen ist, beobachtet aber trotzdem mit parallel gerichteten, gänzlich entspannten Augen, so muß man notwendigerweise orthoskopische Effekte wahrnehmen. Umgekehrt muß man pseudoskopische Effekte erwarten, wenn die Okulare etwas weiter auseinanderstehen, als dem mittleren Augenabstande entspricht. Diese Überlegung, die direkt aus den Abbeschen Anschauungen folgt, ist schon von A. C. Mercer[1]) angestellt worden. Die Beobachtung bestätigt dies auch bei schwachen Vergrößerungen durchaus. Bei stärkerer Optik wird der Okularkreis so klein, daß er (wohl wegen der Augenbewegungen) nicht mehr geteilt beobachtet werden kann, sondern daß man ihn entweder ganz oder gar nicht aufnimmt. Man kann die Erscheinung übrigens am besten im auffallenden Lichte wahrnehmen, da die Erzeugung von Schlagschatten zur Erhöhung der plastischen Wirkung ganz besonders geeignet ist.

Ich habe im vorstehenden einige Grenzgebiete gestreift, glaube aber doch, daß das, was ich vorgetragen habe, noch einigermaßen zum Gebiete des Physikers gehört. Ich schließe mit den Worten M. v. Rohrs in seinem Buche „Die binokularen Instrumente" (S. 20): Wenn unsere theoretische Optik, die bisher fast ganz ihre Tätigkeit einstellte, sobald die Beziehung des Bildes zum Instrument erledigt war, sich darauf besinnt, daß für den sehenden Menschen das Bild auch noch auf das Auge zu beziehen ist, wenn sie die alte Sehekunst aus der Rumpelkammer hervorholt, so werden auch die binokularen Instrumente in dem System der Optik ihre richtige Stellung erhalten.

bereits 1854 einen derartigen Vorschlag ausgesprochen hat (Quatern.-Journ. Micr. Soc. **2**, 132—134).

1) Mercer, Roy. Micr. Soc. **2**, 271, 1882.

(Eingegangen 16. November 1913.)

BESPRECHUNGEN.

A. Schuster, Ergebnisse der Physik während 33 Jahren (1875—1908). Vier Vorlesungen gehalten an der Universität Kalkutta im März 1908. Autorisierte deutsche Ausgabe von Guido Szivessy. gr. 8. VIII u. 160 S. mit 12 Textfiguren. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1913. M. 3.20, gebunden M. 4.—

Das vorliegende Buch ist eine Übersetzung der englischen Ausgabe von Vorlesungen, welche Arthur Schuster im Jahre 1908 gehalten und vor der Drucklegung der englischen Ausgabe (1911) dem damaligen Stand der Wissenschaft angepaßt hat. Sie sind historisch-kritischer Natur und schildern vor allem die Wandlungen der Anschauungen in dem betrachteten Zeitraum. Der Wert dieser Vorlesungen liegt darin, daß der Verfasser fast ausschließlich über selbst Gesehenes und Erlebtes be-

richtet und hierbei eine Art Glaubensbekenntnis ablegt über viele Fragen allgemeiner, oft mehr philosophischer und dabei doch praktisch sehr wichtiger Natur, wie über Wesen und Fruchtbarkeit verschiedener Methoden wissenschaftlicher Forschung, über den Wert von Hypothesen und Spekulationen, über die Gründe fur die Richtung der physikalischen Forschung zu verschiedenen Zeiten. Dadurch, daß diese Dinge nicht schematisch-abstrakt abgehandelt werden, sondern eingefügt in die historische Schilderung an den Stellen erscheinen, wo das Thema gewissermaßen von selbst dazu herausfordert, dadurch ferner, daß der Verfasser, der in der geschilderten Periode an dem Fortschritt der physikalischen Wissenschaft tätigen und hervorragenden Anteil hat, nicht nur objektiv geschichtliche Tatsachen vorführt, sondern uns auf Grund seiner eigenen Erinnerungen und Erfahrungen in die Anschauungen und das Milieu der physikalischen Laboratorien in vergangenen Jahrzehnten zurückversetzt, gewinnt die Darstellung ein besonders lebendiges Interesse.

Die erste Vorlesung gibt neben einer Darstellung des Standes der Physik um die Mitte der siebziger Jahre auch die Schilderung der zahlreichen Laboratorien, die Schuster in jenen Jahren besuchte, und in deren manchem er längere Zeit arbeitete.

Aus dieser Vorlesung sei ein pädagogisches Problem herausgegriffen, weil es auch hinsichtlich der Heranbildung des angehenden Physikers in den heutigen Instituten zu denken gibt.

Der Verfasser schildert die beiden Helmholtzschen Institute in Berlin. In dem alten, das ihm stets als das „Ideal eines Lehrinstituts" erschien, arbeitete er einige Zeit; das neuere lernte er gelegentlich eines Besuchs wenige Jahre später kennen. Er schildert zunächst die Vorteile, die neben manchen Unzuträglichkeiten, die Vereinigung der sämtlichen wissenschaftlich arbeitenden Studierenden in einigen wenigen Zimmern in dem alten Berliner physikalischen Institut mit sich brachte: „Wir profitierten nicht nur von den uns persönlich erteilten Ratschlägen, sondern auch von den Anregungen, welche unsere Kommilitonen erhielten, und hatten die Vorteile des Spezialstudiums eines Problems, ohne daß unsere allgemeine physikalische Bildung Not gelitten hätte, da wir für eine Anzahl verschiedenster Fragen interessiert wurden." Im Gegensatz dazu wird das kurz darauf erbaute neue Physikalische Institut der Berliner Universität geschildert, in dem das Prinzip eines eigenen Zimmers für jeden Studierenden durchgeführt war: „Infolgedessen fand Helmholtz nicht mehr Zeit, die Studierenden persönlich aufzusuchen und zu beratschlagen; diese arbeiteten jetzt ohne Verbindung, im allgemeinen ohne wissenschaftlichen Antrieb und hauptsächlich nur zu dem Zweck, eine für die Prüfung hinreichende Dissertation zu verfertigen. Diese Erfahrung zeigte mir, daß das noch vielfach beliebte System der abgeschlossenen Räumlichkeiten in einem wissenschaftlichen Laboratorium die Einsamkeit begünstigt und die gemeinsame Pflege wahren wissenschaftlichen Geistes nicht gestattet."

Seit jener Zeit ist freilich der Lehrgang des Physikers durch Einrichtung der Physikalischen Praktika erweitert worden. Man wird aber dennoch zugeben müssen, daß, wenn einerseits für exakte Arbeiten des reifen Physikers das Einzelzimmersystem eine Notwendigkeit ist, andererseits doch die von Schuster geschilderten Nachteile eben dieses Systems auch heute noch an den meisten Instituten bestehen hinsichtlich derjenigen Studierenden, welche ihre erste, oft ihre einzige wissenschaftliche Untersuchung ausführen.

Die zweite Vorlesung behandelt vornehmlich die Untersuchungen auf dem Gebiete der Elektrizität, die durch den Kampf zwischen der Äthertheorie und der Theorie der molekularen Struktur der Elektrizität gekennzeichnet sind.

Die dritte Vorlesung behandelt die Entdeckungen der Röntgenstrahlen und der Radioaktivität, den Zeeman-Effekt, den Michelson-Morleyschen Versuch und im Anschluß daran das Prinzip der Relativität.

Die vierte Vorlesung ist der geophysikalischen Forschung gewidmet.

So verlockend es schiene, noch manche der behandelten Punkte herauszuheben, so verbietet das doch der einem Referat zu ziehende Umfang. Bei der Lektüre des Buches wird jedenfalls der Leser eine Menge Anregungen finden, auch wenn er in manchem anderer Meinung ist, als der bewußt und offen subjektiv urteilende Verfasser.

A. Bestelmeyer.

H. Abraham et P. Sacerdote, Recueil de constantes physiques. 4. XVI u. 754 S. mit Figuren und 5 Tafeln. Paris, Librairie Gauthier-Villars. 1913. Gebunden Fr. 50.—

Das Buch kann am besten als der französische Landolt-Börnstein mit mehr rein physikalischer Orientierung charakterisiert werden. Die Verteilung des Stoffes unter eine große Zahl von sachverständigen Mitarbeitern, von denen jeder nur die ihm besonders liegenden Kapitel bearbeitet, und die Anordnung des Stoffes ist ähnlich wie in dem deutschen Werk. Es unterscheidet sich wie jenes scharf von den fortlaufend herausgegebenen „Jahrestabellen chemischer, physikalischer und technologischer Konstanten und Zahlenwerte". Das Erscheinen des französischen Werkes zeigt wieder, daß ein Nachschlagebuch mit gesichtetem und übersichtlich angeordnetem Zahlenmaterial neben jener fortlaufenden, aber mitunter unkritischen Sammlung unentbehrlich ist.

Die Sichtung geht in dem vorliegenden Werk so weit, daß nicht eine möglichst vollständige Wiedergabe aller sorgfältig bestimmten Konstanten angestrebt wird, sondern fast ausnahmslos nur eine einzige, von dem Bearbeiter des Kapitels für die zuverlässigste gehaltene Zahl angegeben wird, ein etwas gefährliches Prinzip. In der Tat sind, wie der Referent nach Stichproben in Abschnitten, die ihm vertraut sind, gesehen hat, öfters antiquierte Zahlen, zumeist französischer Provenienz angegeben worden, wo neuere und vertrauenswürdigere vorlagen; so z. B. bei den Verbrennungswärmen, wo für die Eichsubstanzen die Berthelotschen Daten aufgeführt sind und nicht die mit Hilfe der Reichsanstalt von Fischer und Wrede gefundenen. Dadurch wird der Zwiespalt zwischen vielen alten und moderneren organisch-thermochemischen Daten noch weiter künstlich konserviert. Die rein physikalischen Abschnitte sind moderner gehalten.

Die Anordnung des Stoffes und alles, was mit der Redaktion des Ganzen zusammenhängt, ist ausgezeichnet. So werden zum Beispiel die Formeln, Synonyma und Aggregatzustände, Kristallformen usw. aller in dem Werk berücksichtigten Stoffe gleich zu Anfang auf andersfarbigem Papier zusammen aufgeführt, wodurch viel Platz und viele Wiederholungen gespart werden; aber da die antiquierten Atomgewichte mit H 1 als Basis neben den modernen, auf O 16

bezogenen gegeben werden, weiß man nicht, mit welchen Atom- und Molekulargewichten gerechnet ist. Viel Platz wird ferner dadurch gespart, daß keine Zitate gegeben werden, sondern nur die Jahreszahl der Veröffentlichung; auch das hat für den Benutzer seine großen Schattenseiten; bei den thermochemischen Daten fehlt oft sogar der Name des Forschers.

Die ziemlich einseitige physikalische Orientierung ist schon bemerkt. Konstanten der elektrolytischen Dissoziation fehlen gänzlich; von den zugehörigen Wärmetönungen ist nur die alte Ostwaldsche Tabelle für anorganische Elektrolyte abgedruckt, die angenäherte Werte für die Summe von Verbindungs-, Lösungs- und Dissoziationswärme gibt.

Die eigentlichen Hilfstabellen für das Laboratorium (Reduktion von Gasvolumina, die oft gebrauchten Korrekturen für Wägungen, Thermometerablesungen u. dergl.) fehlen ebenfalls, wodurch das Buch an Handlichkeit sehr gewinnt.

Aus dem Gesagten geht der allgemeine Charakter des Werkes wohl deutlich genug hervor. Ein abschließendes und zusammenfassendes Urteil ist bei einem Buch von solchem Umfang und solcher Vielseitigkeit natürlich ausgeschlossen.

W. Roth-Greifswald.

E. H. Riesenfeld, Anorganisch-chemisches Praktikum. Qualitative Analyse und anorganische Präparate. Dritte Auflage. gr. 8. XIV u. 333 S. mit 18 Abbildungen im Text. Leipzig, S. Hirzel. 1913. Gebunden M. 6.—

Das vorliegende Buch zeigt, in welcher Weise der anorganisch-chemische Anfängerunterricht im chemischen Laboratorium der Universität Freiburg i. B. gehandhabt wird. Die Darstellung ist — das ist ja selbstverständlich — auf die moderne physikalisch-chemische Anschauungsweise gegründet und bis auf einige kleine Versehen, wie sie bei dem Umfange der Fachliteratur wohl unvermeidlich sind, einwandfrei. Im Unterricht hat sich die Anleitung, wie das Vorliegen der dritten Auflage beweist, offenbar bewährt. Der Physiker sei auf den vom Verfasser angegebenen „elektrolytischen Spektralbrenner" hingewiesen, bei dem durch die an zwei Elektroden auftretende Gasentwicklung Flüssigkeitsteilchen mitgerissen und so der Flamme zugeführt werden.

Werner Mecklenburg.

Auguste Hollard, La Théorie des Ions et L'Électrolyse. Deuxième Édition, entièrement refondue. VII u. 220 S. gr. 8. Paris, Librairie Gauthier-Villars. 1912. Geb. 5 Frs.

Das vorliegende Werk ist ein mit großem pädagogischen Geschick geschriebenes, ganz elementar gehaltenes Lehrbuch, das etwa den gleichen Inhalt hat wie die vielen andern Lehrbücher der Elektrochemie. Und doch läßt es sich mit keinem vergleichen, sondern ist eigen in Anlage und Durchführung. Zwar ist die — besonders deutsche — wissenschaftliche Literatur des letzten Dezenniums nicht immer genügend berücksichtigt, doch macht das wenig aus, denn die Fortschritte der Elektrochemie waren in dieser Zeit bekanntlich nicht groß. Ein Vorzug dieses Lehrbuches vor vielen anderen ist die Anschaulichkeit der Darstellung. Dies erreicht der Verfasser dadurch, daß er geeignet ausgewählte Vorlesungsexperimente beschreibt und die allgemeinen Theoreme an speziellen Beispielen ableitet und erörtert. Aus diesem Grunde wird das Buch auch deutschen Lesern und besonders Lehrern, die es zur Hand nehmen, vielen Nutzen bringen und sein Studium allen Freude machen. Riesenfeld.

C. Engler und H. v. Höfer, Das Erdöl. Seine Physik, Chemie, Geologie, Technologie und sein Wirtschaftsbetrieb. In fünf Bänden. Band I, 2. Abteilung: Die Chemie und Physik des Erdöls. gr. 8. XVII u. 264 S. Mit Tabellenbeilagen. Leipzig, S. Hirzel. 1913. M. 22.—

Der erste Teil des Werkes wurde bereits in dieser Zeitschrift **14**, 215, 1913 besprochen; der zweite, der soeben erschienen ist, steht dem ersten in keiner Weise nach. Alle Empfehlungen kann man also ohne weiteres auf ihn übertragen. Im 18. Kapitel, mit dem der neue Teil beginnt, ist die chemische Zusammensammensetzung und das physikalische Verhalten der Erdöle der einzelnen Länder und Fundorte zusammengestellt. 19 Tabellen, die in einem besonderen Bande dem Werke beigegeben sind, ergänzen das umfangreiche statistische Material, das hier geordnet und kritisch besprochen ist. Die nächsten drei Kapitel, die den 4. Teil des ganzen Werkes bilden, befassen sich mit den Verwandten des Erdöls: dem Erdwachs, Ozokerit (bearbeitet von J. Berlinerblau), dem Asphalt (bearbeitet von H. Köhler) und dem Erdgas (bearbeitet von Niels Hviid). Der im Verhältnis zum Petroleum geringeren wirtschaftlichen Bedeutung dieser Produkte entsprechend sind diese Kapitel etwas knapper gehalten. Sie enthalten alles Wesentliche, was über die Entstehung, Zusammensetzung und Eigenschaften dieser Stoffe bekannt ist, in klarer und leicht leslicher Darstellung. Die letzten Seiten berichten über die physiologische Wirkung und die medizinische Verwendung des Erdöls und seiner Verwandten. Sie wurden von dem bekannten, jüngst verstorbenen Göttinger Mediziner Ebstein verfaßt. Riesenfeld.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Erlangen Diplomingenieur Dr. Fr. Hauser für Physik, an der Universität Straßburg der Direktor der dortigen Hauptstation für Erdbebenforschung und des Zentralbureau der Internationalen seismologischen Assoziation Professor Dr. Oskar Hecker für Geophysik, an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Fritz Wirth für anorganische Chemie.

Ernannt: Der Privatdozent der Mathematik an der Technischen Hochschule Wien Dr. Hermann Rothe zum a. o. Professor an derselben Hochschule und der a. o. Professor an der Universität Tübingen Dr. Oskar Perrin zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Heidelberg.

Verliehen: Dem ord. Professor der darstellenden Geometrie an der Böhmischen Technischen Hochschule Prag Dr. Bedrich Procházka der Titel k. u. k. Hofrat, dem Privatdozenten der Chemie an der Universität Berlin Dr. Hermann Großmann der Titel Professor.

Vom Lehramt zurück: Der ord. Professor der Chemie an der Universität von Aberdeen Fras. Rob. Japp.

Gestorben: Der Professor der Chemie an der Universität Lemberg Dr. Ludwig Brunner.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

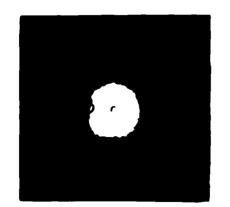


Fig. 4.

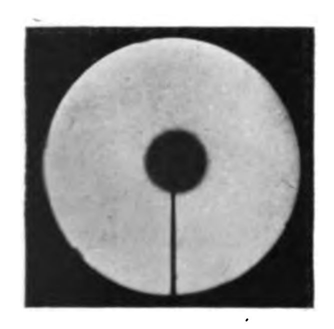


Fig. 5.

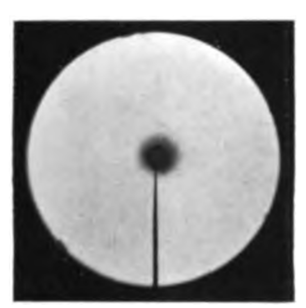


Fig. 6.

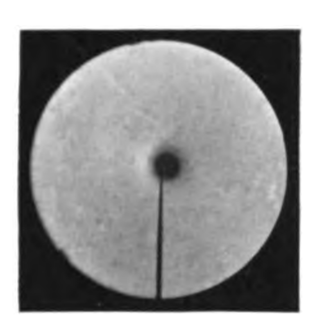


Fig. 7.

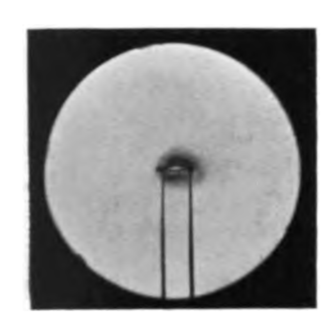


Fig. 8.

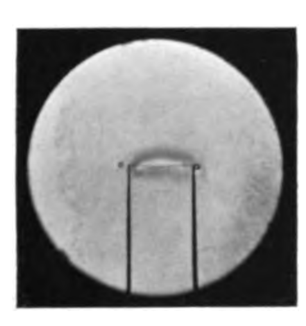


Fig. 9.

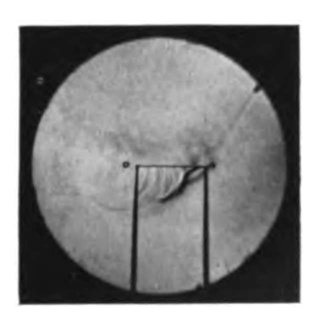


Fig. 10.

W. H. Julius, Über die Brechung des Lichts beim Durchlaufen wirbelnder Gasmassen und über Sonnenflecken.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 2. 15. Januar 1914. 15. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 3 am 17. Januar 1914.

INHALT:

Originalmitteilungen:

Besprechungen:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Das Ausbleiben des lichtelektrischen Effektes frisch geschabter Metalloberflächen bei völligem Ausschluß reaktionsfähiger Gase.

Von K. Fredenhagen.

Bei meinen Versuchen über die Abgabe negativer Elektronen von erhitzten Metallen fand ich, daß hierbei Reaktionseffekte eine wesentliche Rolle spielen, und ich stellte ferner fest, daß sich die Elektronenemission einer in einem abgeschlossenen Rohre erhitzten Kaliummenge auch noch nach tagelanger Versuchsdauer änderte. Zum Schlusse dieser Arbeit sprach ich die Vermutung aus, daß lichtelektrische Versuche unter ähnlichen Versuchsbedingungen Aufklärung über die Ursache des lichtelektrischen Effekts geben würden und stellte derartige Versuche in Aussicht[1]). Wie aus dem Zusammenhang hervorgeht, hatte ich hierbei den Gedanken, daß beim normalen lichtelektrischen Effekt, ebenso wie ich es für die sogenannte thermische Elektronenemission der Metalle und des Kalziumoxyds[2]) nachweisen konnte, Ursachen chemischer Art die ausschlaggebende Rolle spielen könnten. Bei den damaligen Versuchen selbst, die des lichtelektrischen Effektes wegen immer im Dunkeln ausgeführt werden mußten, fand ich, daß mit der Abnahme des Dunkeleffektes auch die lichtelektrische Wirksamkeit geringer zu werden schien. Doch ließen die Versuche wegen der hierfür ungünstigen Versuchsbedingungen keine exakten Schlüsse zu.

Inzwischen sind nun ähnliche Gedanken auch von anderen Autoren ausgesprochen worden. H. Greinacher weist zum Schlusse seiner Arbeit „Über den Einfluß der Glimmentladung auf den lichtelektrischen Effekt[1])" darauf hin, daß nach seinen Untersuchungen der Voltaeffekt und nach den von mir ausgeführten die Elektronenemission erhitzter Metalle und Oxyde auf chemische Reaktionen zurückgeführt werden müßte und sagt dann, daß die von ihm in der genannten Arbeit beschriebenen Versuche über den lichtelektrischen Effekt es vermuten lassen, daß man die Erklärungsweise auch hier in derselben Richtung suchen müsse. Ferner heißt es in der Arbeit von Pohl und Pringsheim „Über die lichtelektrische Elektronenemission[2])": „Manchmal will es uns so scheinen, als handle es sich bei dem ganzen normalen Effekt überhaupt um einen sekundären Vorgang, als entstamme die Energie der Elektronen dem Lichte nicht direkt, sondern auf dem Umwege über irgendeinen, vielleicht halbchemischen Prozeß in der gasbeladenen Oberflächenschicht des Metalls. Sicher ist wenigstens, daß für die Alkalimetalle chemische Vorgänge die Ausbeute an Elektronen im normalen Photoeffekt wesentlich erhöhen."

Ich glaube nun, daß die hier diskutierte Frage, wenn auch noch nicht allgemein, so doch

1) Verh. d. D. phys. Ges. 14, 384, 1912.
2) Leipziger Ber., math.-phys. Kl. 65, 42, 1913.

1) Verh. d. D. phys. Ges. 15, 797, 1913.
2) Diese Zeitschr. 14, 1112, 1913.

für das lichtelektrische Verhalten des Zinks durch Versuche, über die Herr Küstner in der nachfolgenden Arbeit berichten wird, eindeutig zugunsten der Mitwirkung einer chemischen Ursache entschieden ist. Als Einführung zu der Beschreibung dieser Versuche möchte ich in großen Zügen die Gesichtspunkte zusammenstellen, welche mich bei der Inangriffnahme der Frage leiteten.

Wenn man von dem Gesichtspunkte ausgeht, daß chemische Reaktionen bei dem lichtelektrischen Effekt eine Rolle spielen, so ist die einfachste Annahme, die man machen kann — auf die ich mich jedoch nicht festlegen möchte, und über deren Berechtigung Versuche entscheiden werden, mit denen ich beschäftigt bin — die, daß mit der Absorption des auffallenden Lichtes ein photochemischer Prozeß verbunden ist, und daß proportional dem erfolgenden chemischen Umsatz Elektronen emittiert werden, wie man es ja nach den Versuchen von Haber und Just annehmen kann[1]). Als photochemischer Prozeß kommt hierbei wohl in erster Linie die Reaktion des Metalles mit Sauerstoff oder Wasserdampf in Frage. Bevor jedoch Versuche nach dieser Richtung in Angriff genommen wurden, habe ich zunächst nachgesehen, ob nach den Ergebnissen der zahlreichen Arbeiten über den lichtelektrischen Effekt ein derartiger Gesichtspunkt überhaupt Aussicht auf Erfolg bieten konnte. Dies ist aber, wie wir im folgenden sehen werden, durchaus der Fall.

Daß Gase bei dem lichtelektrischen Effekt eine große Rolle spielen, ist eine allgemein anerkannte Tatsache; ich möchte nach dieser Richtung auf die Äußerung von Herrn Hallwachs, dem Entdecker des lichtelektrischen Effekts, gelegentlich der sich an den Vortrag des Herrn Pohl auf der Wiener Naturforscherversammlung anknüpfenden Diskussion verweisen[2]). Die Art, in der die Gase wirken, wird von den verschiedenen Autoren verschieden, abgesehen von den in der Einleitung erwähnten Stellen jedoch wohl ausschließlich in physikalischem Sinne gedeutet. Man denkt daran, daß die Gase den Effekt stören, daß sie ihn herabsetzen, nicht aber, daß sie ihn ursächlich hervorrufen.

Da nach einer Reaktionstheorie des lichtelektrischen Effekts fortgesetzt Gase verbraucht werden, war weiter zu prüfen, ob reaktionsfähige Gase überhaupt in so großer Konzentration vorhanden sind, daß die auftretenden Ströme in dem chemischen Umsatz ihre Ursache haben können. Nehmen wir an, daß pro Quadratzentimeter der Oberfläche des Metalls ein Strom von $1 \cdot 10^{-10}$ Amp. abgegeben wird, so würden etwa 4000 Jahre erforderlich sein, damit 1 mg Sauerstoff umgesetzt wäre. Der notwendige chemische Umsatz ist also außerordentlich klein, und da man bei den bisherigen lichtelektrischen Versuchen in der Regel weder im extremsten Vakuum noch mit Vermeidung aller Schliffe gearbeitet hat, so besteht wohl kein Zweifel, daß unter derartigen Versuchsbedingungen reaktionsfähige Gase in völlig ausreichender Menge vorhanden sind.

Die lichtelektrischen Ermüdungskurven, wie sie in letzter Zeit sehr schön von Hermann[1]) aufgenommen wurden, sind bekannt. Stellt man in einem Vakuum von etwa $1 \cdot 10^{-4}$ mm durch Schaben eine reine Oberfläche her und belichtet sofort nach dem Aufhören des Schabens, so hat man anfangs einen relativ großen Effekt, der im Laufe weniger Minuten auf einen um das Mehrfache geringeren Wert abfällt. Nach der bisher angenommenen Theorie kommt dieser „Ermüdung" genannte Abfall des Effekts dadurch zustande, daß man zu Beginn des Versuchs das reine Metall hat, das einen großen Effekt gibt, und daß im Laufe der Zeit die Oberfläche des Metalls durch Adsorption von Gasen und eventuell durch eintretende chemische Reaktionen so verändert wird, daß das Licht im Laufe der Zeit immer weniger auf reines Metall trifft, und daß die vom Licht ausgelösten Elektronen durch diese Oberflächenschichten zurückgehalten werden.

Diesen Abfall des lichtelektrischen Effekts können wir aber auch sehr gut im Sinne einer Reaktionstheorie deuten. Da, wie vorhin dargelegt, die bisher ausgeführten Versuche unter Bedingungen angestellt wurden, in denen reaktionsfähige Gase nicht hinreichend entfernt waren, so wird sofort nach Aufhören des Schabens, wenn man die reine Metalloberfläche hat, ein relativ großer chemischer Umsatz erfolgen, der mit einer relativ großen Emission von Elektronen verbunden ist. Durch diesen chemischen Umsatz wird sich aber auf der Metalloberfläche eine mit der Zeit an Stärke zunehmende, anfangs außerordentlich dünne Schicht ausbilden, welche das Metall mit zunehmender Dicke mehr und mehr vor dem chemischen Angriff schützt. Infolgedessen muß im Laufe der Zeit eine Verminderung der Elektronenemission stattfinden. Aus den aufgenommenen Kurven über den Abfall des lichtelektrischen Effekts geht entsprechend auch hervor, daß zu Anfang ein relativ schneller und später ein sehr langsamer Abfall des Effekts erfolgt. Es scheint mir, daß man zur Erklärung des späteren, sehr langsamen Abfalls auch daran denken muß, daß nach der Bildung der ersten schützenden Schicht

1) Ann. d. Phys. **36**, 308, 1911.
2) Diese Zeitschr. **14**, 1114, 1913.

1) Verh. d. D. phys. Ges. **14**, 557, 1912.



weitere Reaktionen erst erfolgen können, nachdem Gase durch diese hindurchdiffundiert sind.

Soweit ich sehe, sind also alle bekannten Tatsachen derart, daß sie die Annahme einer Reaktionstheorie zulassen. Es handelt sich also weiter darum, Versuche zu finden, welche imstande sind, zwischen beiden Theorien eine Entscheidung zu liefern. Der augenfälligste Unterschied zwischen beiden Theorien liegt darin, daß nach der alten Auffassung der lichtelektrische Effekt an der frisch geschabten Oberfläche eines Metalls in einem von reaktionsfähigen Gasen völlig befreiten Vakuum seinen maximalen Wert haben und behalten muß, während nach der Reaktionstheorie unter diesen Bedingungen überhaupt kein lichtelektrischer Effekt auftreten darf. Um einen entscheidenden Versuch ausführen zu können, war es notwendig, ein Vakuum herzustellen, in dem reaktionsfähige Gase außerordentlich viel weitgehender entfernt waren, als es bei den früheren Versuchen der Fall war, und eine Vorrichtung zu konstruieren, mit Hilfe deren dem Metall in diesem Vakuum jederzeit eine frische Oberfläche gegeben werden konnte.

Was zunächst den Schaber anbetrifft, so zeigte mir ein Vorversuch, daß es möglich war, einen völlig in Glas eingeschmolzenen, elektromagnetisch betätigten, hinreichend wirksamen Schaber zu konstruieren, und Herr Küstner, der die weiteren Untersuchungen mit großer experimenteller Geschicklichkeit durchgeführt hat, hat diesen Schaber so verbessert, daß es möglich ist, mit demselben in wenigen Minuten Tausende von Schabungen auszuführen und zwar so intensiv, daß man die abgeschabten Metallflitterchen deutlich sehen kann.

Die weitere Bedingung war ein außerordentlich weitgehender Ausschluß aller reaktionsfähigen Gase. Daß man bei Verwendung von gefetteten Hähnen und Schliffen nicht zu einem hinreichenden Vakuum gelangen kann, ist bekannt. Alle Dichtungen wurden daher mit Siegellack ausgeführt und bei den aufgekitteten Quarzplatten außerdem die Vorsicht angewandt, daß über der ersten üblichen Platte mit Hilfe eines Schliffes noch eine zweite Quarzplatte gesetzt und der Raum zwischen ihnen durch eine Luftpumpe evakuiert war. Über die Bedingungen, wie die Apparatur weiter zu gestalten war, geben meine Versuche über die Elektronenemission des erhitzten Kaliums die nötigen Richtlinien. Wurde ein Kaliumrohr an einer gut wirkenden Gaedepumpe evakuiert, bis das Vakuum ungefähr auf $1 \cdot 10^{-5}$ mm gesunken war, so erhielt ich z. B. bei einer Temperatur von 300^0 C und einer angelegten Spannung von ungefähr 100 Volt schwankende Ausschläge in der Größenordnung von etwa 20000 Skalenteilen. Solange der Apparat an der Pumpe blieb, war es trotz tagelanger Versuchsdauer nicht möglich, die Ausschläge konstant zu erhalten oder weitgehend zu verringern. Wurde der Apparat von der Pumpe abgeschmolzen, so wurden die Ausschläge merklich konstant und zugleich allmählich kleiner und kleiner, bis schließlich nach sehr langen Versuchsdauern sogar bei einer um 50^0 höheren Temperatur kaum noch meßbare Ausschläge übrigblieben[1]). Durch Versuche, welche ich demnächst veröffentlichen werde, fand ich weiter, daß die Herabsetzung des Effekts durch Glimmentladungen außerordentlich befördert wird, weil hierdurch einerseits die Entgasung der Glaswandungen und Metallteile und andererseits der Eintritt chemischer Reaktionen begünstigt wird. Aus diesen Versuchen folgt, daß das beste an einer Pumpe erreichbare Vakuum nicht ausreichend ist, um die reagierenden Gase hinreichend zu entfernen. Es wurde deshalb beschlossen, den Apparat von der Pumpe abzuschmelzen und mit einem Nebenrohr zu versehen, in dem metallisches Kalium destilliert und den Einwirkungen von Induktorentladungen ausgesetzt werden konnte.

Über die mit einem derartigen Apparat vorgenommenen Versuche über die lichtelektrischen Eigenschaften des Zinks wird Herr Küstner, wie schon erwähnt, in der nachfolgenden Arbeit berichten. Ich möchte hier nur erwähnen, daß es gelungen ist, auf diese Weise den lichtelektrischen Effekt des Zinks auf eine nicht mehr meßbare Größe, d. h. auf den weniger als tausendsten Teil des Betrages herabzudrücken, den der Effekt unter gewöhnlichen Versuchsbedingungen hat. Es sei auch bemerkt, daß es möglich gewesen ist, die vorhandenen Effekte im stetigen Übergange allmählich zu verringern und in den gleichen Versuchsrohren durch Zutritt von Gasen wiederum bis auf die ursprünglichen Werte zu vergrößern. Hierbei trat auch der Fall ein, daß die Konzentration der reaktionsfähigen Gase an der Metalloberfläche kleiner war, als dem Gleichgewicht mit dem Gasraum oder der Gashaut anderer nicht so weit entgaster Metallteile entsprach. Alsdann mußte der Effekt nicht wie bei den Ermüdungserscheinungen abnehmen, sondern im Gegenteil im Laufe der Zeit ansteigen.

Diese Resultate wurden bisher nur am Zink gewonnen. Weiteren Versuchen, mit denen wir beschäftigt sind, wird es vorbehalten sein, zu entscheiden, ob sich andere Metalle in gleicher Weise verhalten. Ich möchte hinzufügen, daß es mir nach neueren Versuchen über die Elek-

1) Verh. d. D. phys. Ges. **14**, 384, 1912.

tronenemission der Alkalimetalle, über die ich in kurzer Zeit berichten werde, sehr wohl möglich erscheint, daß besonders bei den Alkalimetallen auch noch andere Ursachen für den lichtelektrischen Effekt in Frage kommen. Wir sind gleichzeitig mit Versuchen beschäftigt, welche entscheiden sollen, ob es sich beim lichtelektrischen Effekt um photochemische Prozesse oder um auslösende Wirkungen des Lichts handelt.

Leipzig, Theoretisch-physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 12. Dezember 1913.)

Das Ausbleiben des lichtelektrischen Effektes frisch geschabter Zinkoberflächen bei völligem Ausschluß reaktionsfähiger Gase.

Von Hans Küstner.

Im Voraufgegangenen hat Herr Fredenhagen eine Theorie entwickelt, nach der das Zustandekommen eines lichtelektrischen Stromes in ursächlichem Zusammenhang mit dem Vorhandensein von reaktionsfähigen Gasen steht. Nach dieser Theorie wird der lichtelektrische Strom durch Reaktionen hervorgerufen, die sich, unter dem Einflusse des Lichtes, zwischen dem belichteten Metall und dem dieses umgebenden Gase vollziehen.

Nach dieser Theorie müssen folgende Fälle unterschieden werden:

1. In einem Vakuum, das völlig frei von reagierenden Gasen ist, kann zwischen einer Metalloberfläche, die durch Schaben in diesem Vakuum von Verunreinigungen jeder Art befreit worden ist, und ihrer Umgebung kein chemischer Umsatz stattfinden, es kann daher kein lichtelektrischer Strom entstehen.

In graphischer Darstellung, bei der die Zeit als Abszisse, der Strom als Ordinate aufgetragen wird, fällt hier das Diagramm des lichtelektrischen Stromes mit der Zeitachse zusammen. (Kurve 1 der Fig. 1.)

2. Es möge eine Metalloberfläche in einem von reaktionsfähigen Gasen nicht befreiten Vakuum durch Schaben von Verunreinigungen jeder Art befreit werden. Da sich die Gasadsorption in sehr kurzer Zeit vollzieht, so wird in dem kurzen Zeitraum zwischen letzter Schabung und Belichtungsbeginn eine verhältnismäßig kräftige Adsorption reaktionsfähiger Gase an der Metalloberfläche eingetreten sein. Unter dem Einflusse der Belichtung wird zwischen diesen und der Metalloberfläche eine starke Reaktion und daher eine kräftige Abgabe von Elektronen erfolgen, es wird also ein lichtelektrischer Strom entstehen. Durch diesen chemischen Umsatz bildet sich aber eine mit der Zeit an Stärke zunehmende Schicht aus, die das Metall mit zunehmender Dicke mehr und mehr vor dem chemischen Angriff und der Einwirkung des Lichtes schützt. Gleichzeitig findet eine Verminderung der Elektronenemission statt. Je dicker diese Schicht wird, desto längere Zeit wird das reaktionsfähige Gas brauchen, um durch sie hindurch zu diffundieren. Hierdurch wird der Abfall des Effekts noch mehr verlangsamt werden. (Ermüdung.)

In graphischer Darstellung entspricht das einer Kurve, die zuerst schnell, später langsamer gegen die Zeitachse konvergiert. (Kurve 2 der Fig. 1.)

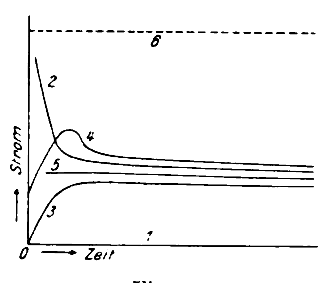


Fig. 1.

3. Befinden sich in unmittelbarer Nähe einer durch Schaben im Vakuum von Verunreinigungen jeder Art befreiten Metalloberfläche keine reaktionsfähigen Gase, wohl aber in einiger Entfernung von derselben, z. B. adsorbiert an anderen Metallteilen, so wird eine Diffusion der Gase nach dem Metall hin stattfinden. Entsprechend der an der Metalloberfläche herrschenden Konzentration reaktionsfähiger Gase wird die Stärke der Reaktion und mit ihr die Stärke des lichtelektrischen Stromes sein. Diese Diffusion der reaktionsfähigen Gase wird so lange dauern, bis ein Zustand des Gleichgewichts herrscht. Mit fortschreitender Reaktion wird aber wiederum eine Schichtbildung auftreten, die dem Zustandekommen einer Reaktion entgegenwirkt. Schließlich wird daher der lichtelektrische Strom — wie im zweiten Falle — ganz langsam abnehmen. (Erholung und anschließende langsame Ermüdung.)

In graphischer Darstellung entspricht das einer Kurve, die zuerst von Null ansteigt, dann ein Maximum erreicht und gegen die Zeitachse konvergiert. (Kurve 3 der Fig. 1.)

4. Befindet sich eine durch Schaben von Verunreinigungen befreite Metalloberfläche in einem Vakuum, das bei Belichtungsbeginn in der Nähe der Metalloberfläche bereits reaktionsfähige Gase von geringer Konzentration besitzt, während sich in einiger Entfernung solche von stärkerer Konzentration befinden, so wird bei

Belichtungsbeginn bereits eine Umsetzung an der Metalloberfläche und mit ihr ein lichtelektrischer Strom auftreten. Je nach der Stärke der Anfangskonzentration an der Metalloberfläche, und je nach der Geschwindigkeit, mit der sich die Diffusion der reaktionsfähigen Gase und die Ausbildung der Schicht vollzieht, ist es nun möglich, daß zunächst ein Ansteigen des Stromes erfolgt, dem sich ein Abfallen desselben anschließt, oder auch, daß die beiden einander entgegenwirkenden Vorgänge einander gerade soweit aufheben, daß weder ein Ansteigen noch ein Sinken des Stromes auftritt, sondern dieser konstant bleibt, bis die Schichtbildung ein allmähliches Sinken bewirkt.

In graphischer Darstellung entspricht die erste Annahme einer Kurve, die, von einem endlichen Werte ansteigend, ein Maximum erreicht, dann steil abfallt und schließlich allmählich gegen die Zeitachse konvergiert, die letzte Annahme einer Kurve, die zunächst parallel zur Zeitachse verläuft und in ihrem weiteren Verlaufe gegen diese konvergiert. (Kurven 4 und 5 der Fig. 1.)

In scharfem Gegensatze hierzu steht die alte Theorie, die einen ursächlichen Zusammenhang mit chemischen Umsetzungen leugnet und dem reinen Metall die Eigenschaft zuschreibt, unter dem Einflusse des Lichtes Elektronen auszusenden. Deshalb muß ein Metall, dessen Umgebung dauernd frei von reaktionsfähigen Gasen ist, einen konstanten lichtelektrischen Strom von maximaler Größe aussenden. In graphischer Darstellung entspricht das einer Parallelen zur Zeitachse. (Kurve 6 der Fig. 1.) Sind dagegen reaktionsfähige Gase anwesend, so tritt durch chemische Umsätze an der Oberfläche Schichtbildung auf, die die reine Oberfläche zerstört und, auf das Licht abhaltend, auf die Elektronen hemmend wirkend, Ermüdung hervorruft.

Das Ziel der vorliegenden Arbeit war es, nach möglichst vollkommener Entfernung aller reaktionsfähigen Gase aus der Versuchsanordnung zu untersuchen, ob der lichtelektrische Strom den Wert Null oder einen konstanten, maximalen Wert annehmen würde und so auf experimenteller Grundlage eine Entscheidung zugunsten der einen oder der anderen Theorie herbeizuführen.

Die Untersuchungen wurden an Zink ausgeführt. Die aufgezählten Kurventypen wurden in ausgeprägter Weise erhalten.

Versuche an anderen Metallen sind im Gange.

Die Versuchsanordnung.

Ein etwa 4 cm weites Glasrohr G (Fig. 2) trägt an seinem oberen Ende einen Schliff, auf den eine Quarzplatte Q von etwa 1,7 mm Dicke

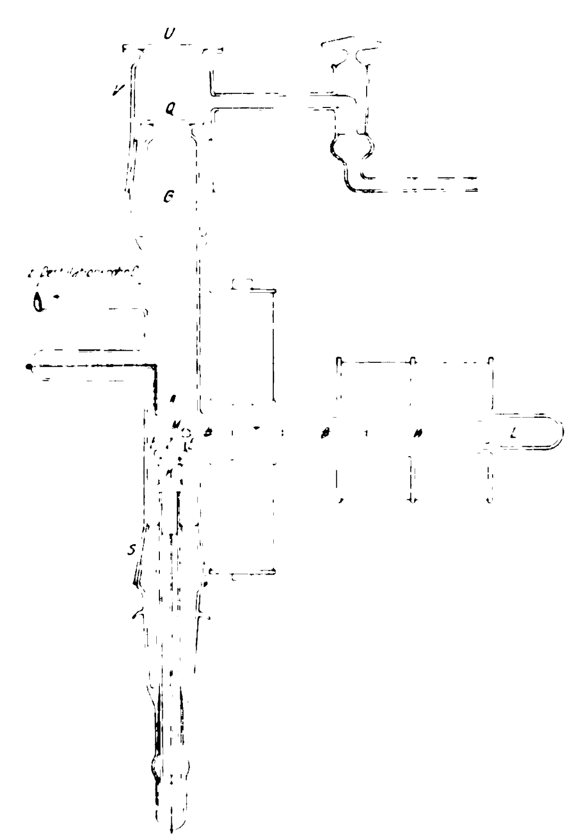


Fig. 2.

aufgesiegelt ist. Dieses Rohrende wird umschlossen durch ein Glasrohr V, das an seinem oberen Ende gleichfalls durch eine aufgesiegelte Quarzplatte U abgeschlossen ist; das Glasrohr V kann evakuiert werden, und durch dieses Vorvakuum wird die Anordnung vor Eindringen von Luft geschützt, falls die Dichtung der Quarzplatte Q den Druck einer Atmosphäre nicht abzuhalten imstande ist. Das untere Ende des Rohres G mündet in den Schliff S; sein Gegenschliff trägt in einer Messingklammer K die Zinkplatte Z. Der Durchmesser der Zinkplatte ist größer als der der Messingklammer, daher liegt diese im Schatten der Zinkplatte, sobald ultraviolette Strahlen durch die Quarzfenster auf das Zink fallen. Das Zink ist chemisch rein, im Vakuum destilliert und auf der Drehbank bearbeitet. Als andere Elektrode dient ein Ring aus Platinblech R, der in einigen Zentimetern Höhe über der Zinkplatte gehalten wird. Seitlich der Zinkplatte Z befindet sich ein Glasrohr L, das die Vakuumschabvorrichtung aufnimmt.

Es wurden zwei verschiedene Schabvorrichtungen benutzt. Im Prinzip waren beide gleich; doch wies die zweite einige Verbesserungen gegen die erste auf. Die Schabvorrichtung, mit der die ersten der in dieser Arbeit mitgeteilten Ver-

suche ausgeführt wurden, war folgendermaßen beschaffen:

Ein Stahlmesserchen M (Fig. 2), dessen geradlinige Schneide auf der Zinkplatte Z ruht, hat einen horizontalen Stiel B aus Messing. Dieser trägt zwei Eisenkerne: einen etwa 3 cm langen, T, dicht am Messerchen, und einen Hohleisenkern W von etwa 8 cm Länge in 12 cm Entfernung davon. Um das Glasrohr L, das das ganze System aufnimmt, sind von außen zwei Magnetspulen geschoben, die ihn umschließen, und wechselweise mit Strom beschickt werden können. Dadurch wird ein Hin- und Hergleiten des Messerchens auf dem Zink bewirkt. Vor dem Herunterrutschen von der Zinkplatte wird das Messerchen durch zwei Eisenstifte E geschützt, die in das Zink eingeschraubt sind. Unter und über dem dem Messerchen benachbarten Eisenkern T steht außerhalb des Glasrohres je ein Elektromagnet mit Eisenkern. Der untere dient dazu, den Schaber kräftiger auf das Zink zu ziehen und dadurch die Schabwirkung zu verstärken; mit Hilfe des oberen kann der ganze Schaber vom Zink weggehoben werden. Dies war deshalb erforderlich, weil sonst die durch Reibung zwischen Glasrohr L und äußerem Eisenkern W erzeugte Reibungselektrizität ihren Weg durch den Schaber, das Zink und die Meßeinrichtung zur Erde nahm und sich so störend geltend machte.

Nachdem durch das Anschlagen des Eisenkerns an die Glaswand beim Heben des Schabers das erste Rohr zerstört worden war, wurde ein neuer Schaber konstruiert, der zur Hebung keines Elektromagneten bedurfte, sondern dies selbsttätig besorgte. Dadurch wurden Stöße gegen die Glaswand vermieden. Auch glitt er auf einem Messingrohr, das geerdet werden konnte. Dadurch wurde jede Störung von Reibungselektrizität völlig beseitigt. Durch eine Führung, die ein Herabgleiten des Messerchens vom Zink verhinderte, wurden die ins Zink geschraubten Eisenstiftchen E unnötig. Eine eingehende Schilderung dieses Schabers würde jedoch über den Rahmen dieser Arbeit hinausgehen. Nur so viel soll über die Kraft des Schabers gesagt werden, daß sich in den seitlichen Ansatzrohren des Versuchsrohres Haufen von Zinkstaub vorfanden, die durch den Schaber dorthin geschleudert worden waren, und daß nach Beendigung der Versuche das Zink an den Stellen, an denen es geschabt war, eine deutlich sichtbare Vertiefung zeigte.

Betätigt wurde der Schaber zuerst durch eine Wippe, die die beiden Elektromagnete wechselweise mit Strom beschickte; hierbei konnte jede einzelne Schabung gezählt werden. Im folgenden wird unter einer Schabung ein einmaliges Gleiten des Schabers über das Zink verstanden werden. Später wurden die beiden Spulen durch einen Motorunterbrecher wechselweise betrieben; hier kann im folgenden nur die Zeit, während der geschabt wurde, angegeben werden.

Das Destillationsrohr D (Fig. 3), das zur Absorption der reaktionsfähigen Gase durch erhitztes Kalium unter dem Einfluß von Glimmentladungen dient, ist an das soeben beschriebene Versuchsrohr G angeschmolzen. Es besitzt die abgebildete Form. Nachdem das Kalium

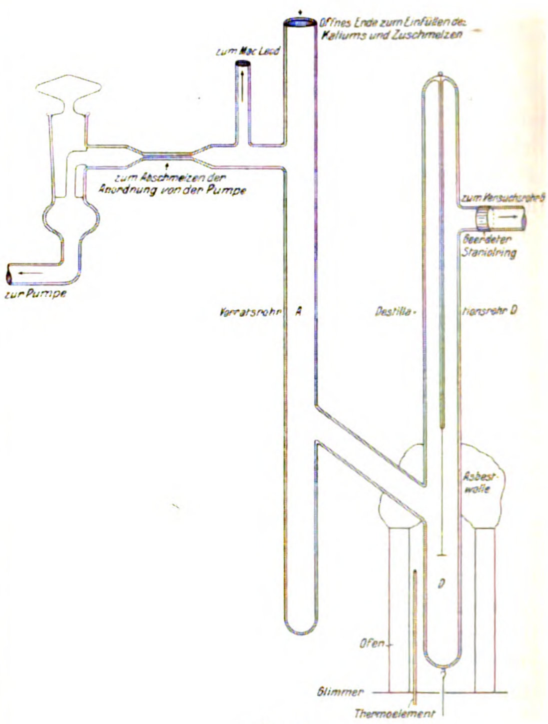


Fig. 3.

nach einer von Herrn Fredenhagen bereits früher ausführlich geschilderten Methode behandelt worden war[1]), wurde es in das Vorratsrohr A gebracht. War dieses oben zugeschmolzen, so konnte das Kalium durch einen elektrischen Ofen in das Destillationsrohr hinüberdestilliert werden. An einer zwischen Vorratsrohr und Pumpe vorgesehenen Abschmelzstelle konnte die Anordnung von der Pumpe getrennt werden. Das Mac Leod blieb auch nach dem Abschmelzen mit der Anordnung verbunden. Vor der Gaede-Quecksilberpumpe und dem Mac Leod saßen Kühlschlangen, die ständig in flüssige Luft tauchten, wodurch Quecksilberdämpfe ferngehalten wurden.

1) Fredenhagen, diese Zeitschr. **12**, 398, 1911.

Die Abbildungen stellen die ganze Anordnung der Übersicht halber in einer Ebene dar, was in Wirklichkeit nicht der Fall war.

Meßanordnung.

Zur Messung diente ein Quadrantenelektrometer mit Quarzfaden, dessen Nadel auf ein Potential von 200 Volt aufgeladen wurde. Die Empfindlichkeit des Elektrometers betrug alsdann $2{,}01 \cdot 10^{-3}$ Volt pro Skalenteil. Um Ströme messen zu können, wurden auswechselbare Widerstände von außerordentlich guter Konstanz verwendet. Diese waren selbst verfertigt. Eine Probemessung ergab innerhalb eines Zeitraumes von 12 Tagen eine Änderung von weniger als 3 Proz. Die fast stets gebrauchte Empfindlichkeit, auf die auch alle anderen reduziert sind, betrug $3{,}64 \cdot 10^{-11}$ Ampère.

Die Schaltung ist aus der Fig. 4 ersichtlich. Das eine Quadrantenpaar war ständig geerdet,

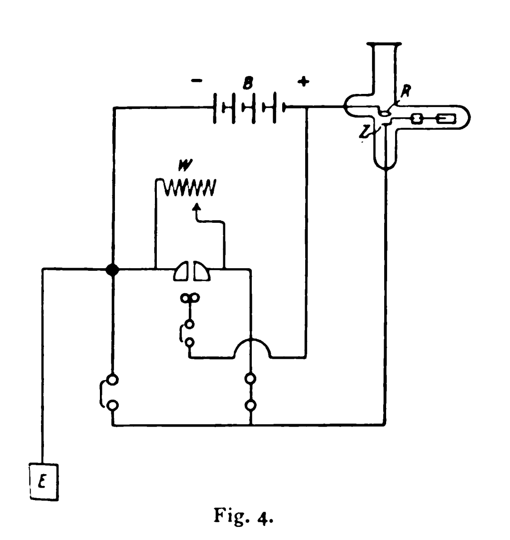


Fig. 4.

ebenso der negative Pol der Hochspannungsbatterie *B*. Diese bestand aus hundert kleinen Akkumulatoren. Ihr positiver Pol lag am Platinring *R*. Das andere Quadrantenpaar lag am Zink *Z*; beide Quadrantenpaare lagen an dem jeweils benutzten Widerstand *W* und konnten kurz geschlossen werden.

Als Quelle der ultravioletten Strahlen diente eine Quarz-Quecksilberlampe von Heraeus. Der Abstand der Lichtquelle vom Zink betrug etwa 75 cm. Die Lampe wurde mit einer Spannung von 220 Volt betrieben, die fast in allen Fällen einer Akkumulatorenbatterie, nur ausnahmsweise dem städtischen Netz entnommen wurde, da sich hierbei Schwankungen des lichtelektrischen Stromes geltend machten. Zum Öffnen und Schließen der Belichtung diente ein Blechvisier über dem Quarzfenster, das elektrisch vom Beobachtungsplatze aus bedient werden konnte. Die Quecksilberlampe brannte dauernd.

Die Meßmethode.

In den Gebieten der schnellen Änderung des lichtelektrischen Stromes mit der Zeit war es erforderlich, daß eine sehr genaue Registrierung der Zeit erfolgte, zu der der Strom gemessen wurde. Es wurde deshalb jede Ablesung am Elektrometer mit Hilfe eines Telegraphenapparats registriert. Registrierungsfehler eingerechnet, mögen die Angaben etwa auf eine Sekunde genau sein. Da die Schwingungsdauer 12,4 Sekunden betrug, der Strom aber oft schon nach Verlauf von anderthalb Minuten einen konstanten Wert angenommen hatte, so konnten im Gebiete stärkster Stromänderungen nur die Umkehrpunkte abgelesen werden. Die wahre Stromzeitkurve mußte dann zwischen ihnen verlaufen. Im Gebiete geringer Stromänderungen wurde die Zeit an einer Sekundenuhr abgelesen. Die durchschnittliche Genauigkeit betrug etwa $\pm$ 5 Sekunden.

Als Nullpunkt der Zeit bei den aufgenommenen Kurven dient die Zeit der letzten Schabung. Alle Kurven besitzen gleichen Maßstab. Auf der Abszisse ist die Zeit in Minuten, auf der Ordinate der lichtelektrische Strom in Skalenteilen dargestellt.

Die Messungen.

Die ersten Versuche gelangten mit dem zuerst beschriebenen Schaber zur Ausführung. Die Versuchsanordnung war nicht mit Kalium beschickt worden und wurde mit Hilfe der Gaedeschen Molekularpumpe evakuiert. Durch einen Kahlbaumschen Hahn wurde das System vor jeder Messung von der Pumpe abgeschlossen und diese abgestellt, da sich die Erschütterungen derselben als störend erwiesen. Bei diesen Versuchen war ein Manometer noch nicht angeschlossen, so daß die Entladungen eines Induktors als Kriterium für das Vakuum dienen mußten. Zuerst wurde durch diese Entladungen, die stets zwischen den Elektroden des Destillationsrohres *D* stattfanden, und durch das sich in die Nebenrohre erstreckende Glimmlicht reichlich Gas abgegeben; später hielt selbst nach längerem Induktorgange grünes Leuchten an.

Nachdem bereits reichlich Gas aus den Glaswänden ausgetrieben worden war, wurde nach 10 Schabungen Reihe 3 (Fig. 5) aufgenommen. Da die wahre Stromzeitkurve zwischen den Umkehrpunkten verlaufen muß, so ergibt sich eine Kurve steilen Anstieges, die erst nach einigen Minuten zu sinken beginnt. Zunächst lag die

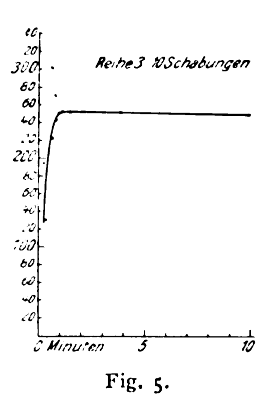


Fig. 5.

Befürchtung nahe, es könnte dieser Verlauf der Kurve durch das Abfließen einer statischen Ladung erzeugt sein, die durch die Reibung des Schabers an der Glaswand entstanden sein konnte und einen Ausschlag des Elektrometers in entgegengesetzter Richtung hervorrief, so daß der lichtelektrische Strom so lange kompensiert oder vermindert wurde, bis die Ladung ganz ihren Weg zur Erde gefunden hatte. Dann hätte aber auch der durch statische Ladungen erzeugte Strom wahrgenommen werden müssen, wenn nach Schaben, Schaberheben und Öffnen der Quadranten kein Licht eingeschaltet wurde. Trotz zahlreicher Beobachtungen, die sich alle vom Augenblick der letzten Schabung über mehrere Minuten erstreckten, also über Zeiträume, nach denen der lichtelektrische Strom längst seinen konstanten Wert angenommen hatte, konnte niemals auch nur der geringste Ausschlag wahrgenommen werden. Es ist also keinem Zweifel unterworfen, daß tatsächlich ein Ansteigen des Stromes beobachtet wurde.

Es mögen nun noch folgende Versuche mitgeteilt werden:

Nach erneutem Pumpen war das Vakuum so gut geworden, daß nach Anlegen eines Induktors von 5 cm Schlagweite an einer Parallelfunkenstrecke ein prasselndes Funkenband überging und sich im Rohre nur ab und zu ein grünliches Leuchten zeigte. Nach 20 Schabungen wurde Reihe 15 (Fig. 6) aufgenommen. Sie

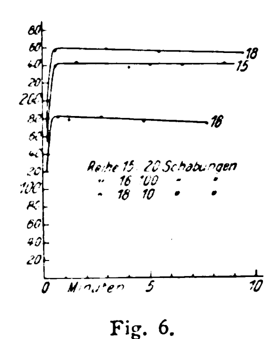


Fig. 6.

zeigt wieder einen deutlichen Anstieg der Stromzeitkurve mit anschließender Tendenz zur Ermüdung. Der Vorgang erklärt sich wohl am einfachsten dadurch, daß durch die Entladungen einerseits das Zink gasfrei gemacht worden war, weshalb an ihm keine Reaktion eintreten und kein lichtelektrischer Strom entstehen konnte, andererseits aber auch durch die Entladungen die vor diesen Versuchen noch nicht erhitzten Teile des Glasrohrs reaktionsfähige Gase abgegeben hatten, die nun allmählich zum Zink hinüberdiffundierten und dort durch chemische Umsetzung in der oben geschilderten Weise den lichtelektrischen Effekt hervorriefen. Mit 100 Schabungen folgte Reihe 16 (Fig. 6); auch sie zeigt einen starken Anstieg mit schwacher Ermüdung. Die nicht reproduzierte Reihe 17 mit 500 Schabungen deckt sich fast mit Reihe 18 (Fig. 6) mit nur 10 Schabungen. Reihe 19 brachte nichts Neues und ist deshalb auch nicht wiedergegeben.

Die Ströme der in Fig. 6 mitgeteilten Kurven unterscheiden sich um etwa 30 Proz. voneinander, und es könnte auf den ersten Blick fast so scheinen, als bestände ein Zusammenhang zwischen der Schabungszahl und der Stromstärke, derart, daß nach vielen Schabungen ein schwächerer Strom aufträte als nach wenigen. Daß ein solcher Zusammenhang in der Tat nicht besteht, beweist die nicht reproduzierte Reihe 17, die sich trotz ihrer 500 Schabungen fast ganz mit Reihe 18 (Fig. 6) deckt, während sie sonst noch niedriger als Kurve 16 (Fig. 6) verlaufen müßte. Viel wahrscheinlicher ist mir die Erklärung, daß durch das fortgesetzte Schaben Schichten des Zinks freigelegt werden, die reich an okkludierten Gasen sind, weil sie vor dem Schaben zu tief lagen, als daß die gasaustreibende Wirkung der Induktorentladungen bis zu ihnen gereicht hätte. Bei diesem Freiwerden reaktionsfähiger Gase durch das Schaben kann dann der Fall eintreten, daß der durch Diffusion bewirkte Anstieg durch die mit fortschreitender Reaktion eintretende Ermüdung gerade kompensiert wird. Ein Beispiel hierfür gibt Reihe 20 nach 100 Schabungen. Ohne Schwingungen auszuführen, die auf einen Anstieg des Stromes hingedeutet hätten, stellte sich das Elektrometer auf den konstanten Wert 274 ein, um alsbald langsam zu sinken; und auch bei den folgenden Kurven wurde nur der allmählich ermüdende Teil ohne vorangehendes Ansteigen beobachtet. Indessen wurde von der Wiedergabe all dieser Reihen abgesehen, da Beispiele dieser Art später gegeben werden sollen.

Nach Zerstörung des ersten Versuchsrohrs wurde ein zweites mit der verbesserten Schabvorrichtung benutzt. Gleichzeitig wurde ein Mac Leod und die rotierende Gaedesche Queck-

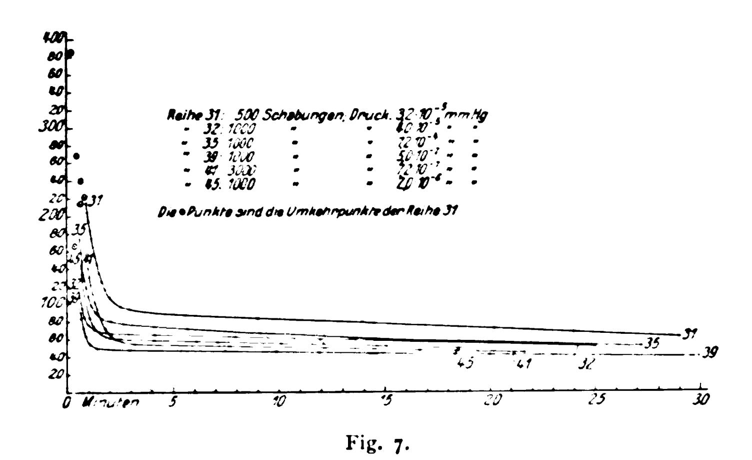


Fig. 7.

silberpumpe angeschlossen. Die Kühlschlangen wurden mit flüssiger Luft gekühlt. Unter diesen Bedingungen wurden alle weiteren Versuche ausgeführt.

Ohne Beschickung mit Kalium wurde das Vorratsrohr *A* zugeschmolzen und evakuiert. Die Pumpe wurde dauernd in Betrieb gehalten. Einer orientierenden Reihe nach 5000 Schabungen folgte Reihe 31 (Fig. 7) nach 500 Schabungen. Die Schabungszahl und Drucke dieser wie der anderen noch mitgeteilten Reihen sind aus der Fig. 7 ersichtlich. Alle Kurven zeigen eine starke Ermüdung.

Weder aus diesen Kurven, bei denen der Druck um das Tausendfache schwankt, noch aus den hier nicht mitgeteilten ist irgendwelcher Zusammenhang zwischen Druck, Stromstärke und Ermüdung zu ersehen. Vielmehr scheint gerade der Schluß berechtigt, daß bei hohem Vakuum, wo Stoßionisation nicht mehr in Frage kommt, selbst Druckschwankungen um mehr als das Mehrtausendfache ohne jeden Einfluß sowohl auf lichtelektrischen Effekt als Ermüdungserscheinung sind.

Da sich beim Zusammenblasen der Versuchsanordnung Wasserdampf niedergeschlagen hatte, so dürfte dieser als reagierendes Gas vor allem in Frage kommen.

Um am zweiten Rohre ebenso wie am ersten Erholung zu erhalten, wurde das Zink 20 Minuten lang zur Kathode einer Induktorentladung gemacht. Nach 1000 Schabungen ergaben sich Reihe 47 (Fig. 8) und, ohne weiteren Induktorgang, die in gleicher Figur wiedergegebenen Reihen. Druck und Schabungszahl gibt Fig. 8.

Alle drei Kurven sind genau vom gleichen Typ: zuerst steigen sie an, erreichen dann ein Maximum und fallen wieder langsam und immer langsamer ab. Erfolgt der Anstieg auch nicht so schnell wie bei den Reihen 3, 15, 16 und 18, bei denen der dritte Umkehrpunkt viel höher lag als der erste, so darf man die Kurven 47 bis 49 doch wohl als Zwischenstufen bei der Überführung des Ermüdungstyps in den Erholungstyp auffassen. Vor dem Induktorgang wiesen alle Kurven eine starke Ermüdung auf: im Rohre war viel Wasserdampf enthalten. Durch Reaktion wurde der lichtelektrische Strom

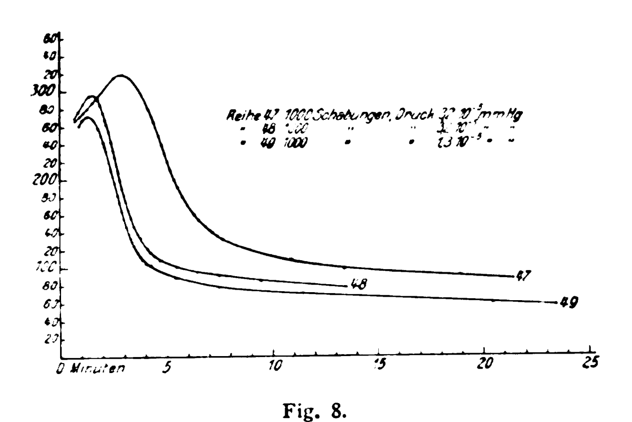


Fig. 8.

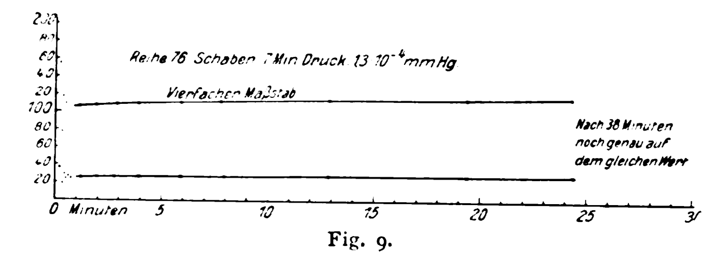


Fig. 9.

erzeugt, durch Schichtbildung trat Ermüdung ein. Durch die Entladungen sind aus den Glaswandungen neue Gase ausgetrieben. Durch Diffusion nimmt die Gaskonzentration an der Zinkoberfläche zu, und der Strom steigt so lange an, bis die Ausbildung einer schützenden Schicht Ermüdung eintreten läßt.

Es wurde nun das Vorratsrohr mit Kalium beschickt und abgeschmolzen; dann wurden unter Erhitzen des Kaliums auf 175^0 C und unter Anlegen von Glimmentladungen so lange Messungen ausgeführt, bis das Destillationsrohr einen Sprung erhielt. Da indessen die Ergebnisse, die mit diesem Rohre ausgeführt wurden, genau denen entsprechen, die nach der nächsten Kaliumfüllung erhalten wurden, so mögen sie vorläufig übergangen werden.

Nachdem das Kalium in der oben angeführten Weise behandelt und in das neue Vorratsrohr gebracht worden war, wurde dieses abgeschmolzen und evakuiert. Die nunmehr aufgenommenen Messungen zeigten Ermüdung wie früher. Das reagierende Gas wird auch hier Wasserdampf gewesen sein. Unter ständigem Weiterpumpen wurde dann das Destillationsrohr D 13 Stunden auf etwa 350^0 C erhitzt, um eine möglichst weitgehende Gasabgabe desselben zu erzielen. Nach seiner Abkühlung wurde Reihe 76 (Fig. 9) aufgenommen. Es ist hier schon eine weitgehende Absorption der reagierenden Gase durch das Kalium erfolgt, da die Kurve gar keine Ermüdung und nur noch eine ganz langsame Erholung zeigt.

Es wurde nunmehr das Kalium unter Erhitzen auf 400^0 C in das Destillationsrohr D hinüberdestilliert und die Anordnung von der Pumpe abgeschmolzen. Sofort anschließend wurde die hier nicht wiedergegebene Reihe 79 aufgenommen: nach 7 Minuten Schaben und bei einem Drucke, der während der Aufnahme zwischen 3,8 und $8,5 \times 10^{-3}$ mm Hg schwankte, stieg der Strom von 22,4 Skalenteilen in 39 Minuten um weniger als 8 Proz. Nachdem das Rohr einige Stunden ruhig gestanden hatte, wurde bei einem Druck von $1,9 \times 10^{-2}$ mm Hg nach 7 Minuten Schabung in Reihe 80 (Fig. 10) eine Kurve aufgenommen, deren Abweichungen von einer Parallelen zur Zeitachse, falls solche überhaupt vorhanden sind, innerhalb der Beobachtungsfehler liegen.

Um den lichtelektrischen Strom zum Verschwinden zu bringen, wurden Zink und Schaber von ihrer Erdung abgenommen. Das Kalium wurde auf 175^0 C erhitzt und der Glimmstrom angelegt. Als der Druck 8×10^{-4} mm Hg betrug, wurde der Induktor abgenommen und nach Wiederherstellung der Verbindungen geschabt. Nach 2 Minuten Schaben war nicht der geringste Ausschlag zu konstatieren. Bei der vorangegangenen Kaliumfüllung, deren Er-

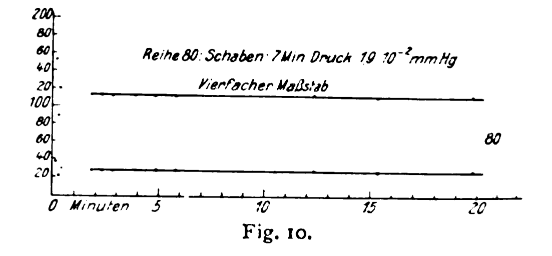


Fig. 10.

gebnisse oben übergangen worden waren, ergab sich nach Glimmentladungen im Nebenrohre bei $1,7 \times 10^{-3}$ mm Hg Druck und bei 1000 Schabungen kein Ausschlag; nach weiteren 1000 Schabungen nur ein einziger von 17,2 Skalenteilen, nach dem die Nadel sofort wieder in die Ruhelage zurückpendelte; nach 4500 Schabungen zeigte sich ein konstanter Ausschlag von 52 Skalenteilen.

Es ist von großem Interesse, daß es ohne weiteres möglich war, den Effekt ganz beliebig auftreten und verschwinden zu lassen. Wurde nämlich das Zink geerdet, so fanden infolge der Potentialdifferenzen, die zwischen ihm und den Polen des Induktors herrschten, trotz der Erdung des Verbindungsrohrs zwischen Destillationsrohr D und Versuchsrohr G Entladungen statt, infolge deren Teile des Rohrs, die wegen der Siegellackkittungen nicht hatten erhitzt werden können, Gase abgaben. Wie aus Versuchen hervorgeht, die hier nicht mitgeteilt werden können, war diese Gasabgabe so stark, daß sie die Absorption

durch das Kalium nahezu kompensierte. Nach Entladungen, bei denen das Zink geerdet gewesen war, konnte der lichtelektrische Effekt niemals beseitigt werden. Da Messungen nur dann vorgenommen werden konnten, wenn die Entladungen abgestellt waren, und da die Reaktionsfähigkeit des Kaliums ohne diese außerordentlich verringert ist, so blieben die nach Abstellen der Glimmentladungen noch abgegebenen Gase im Versuchsrohre und riefen am Zink Reaktionen hervor, die einen lichtelektrischen Effekt auslösten.

Zusammenfassung.

Die am Zink erhaltenen Resultate lassen sich dahin zusammenfassen:

1. Reine Zinkoberflächen geben bei Ausschluß reaktionsfähiger Gase keinen meßbaren lichtelektrischen Effekt. Dieser ist kleiner als ein Tausendstel desjenigen, der unter gewöhnlichen Versuchsbedingungen erhalten wird.

2. Bei Gegenwart reagierender Gase läßt sich die Ermüdung durch Reaktion mit adsorbierten Gasen erklären, die Erholung durch Diffusion reaktionsfähiger Gase nach dem Zink hin, wobei die Geschwindigkeit der Reaktion und mit ihr die Stärke des lichtelektrischen Stromes durch die Konzentration reaktionsfähiger Gase am Zink bedingt wird. Durch geeignetes Zusammenwirken beider Vorgänge kann der zeitliche Verlauf des lichtelektrischen Stromes auf das verschiedenartigste beeinflußt werden, wodurch die eingangs diskutierten Kurven entstehen. Diese konnten beliebig durch Variation der Versuchsbedingungen ineinander übergeführt werden. Diese Erscheinungen sollen später ausführlicher behandelt werden.

3. Der Druck neutraler Gase hat, soweit keine Stoßionisation in Frage kommt, keinen Einfluß auf die Größe des lichtelektrischen Effekts.

Ich erfülle die angenehme Pflicht, Herrn Professor Fredenhagen, dem ich die Anregung zu dieser Arbeit verdanke, für sein unermüdliches Interesse, das er ihr entgegenbrachte, meinen wärmsten Dank auszusprechen.

Herzlichen Dank auch Herrn G. Kadenbach, der mich bei so mancher experimentellen Schwierigkeit aufs freundlichste unterstützte.

Leipzig, Theoretisch-Physikalisches Institut der Universität, Dezember 1913.

(Eingegangen 12. Dezember 1913.)

Experimentelle Untersuchungen über den Debyeeffekt.

Von M. v. Laue und J. Steph. van der Lingen.

Nach Debyes Theorie des Temperatureinflusses auf die Interferenzerscheinungen bei Röntgenstrahlen[1]) nimmt mit wachsender Temperatur die Helligkeit der Interferenzpunkte ab; davon werden aber die dem einfallenden Strahl benachbarten Punkte im allgemeinen weniger beeinflußt, als die von ihm weiter entfernten. Der Zweck der zu beschreibenden Versuche war die qualitative Prüfung dieser Folgerung. Die andere Folgerung, daß sich die Lage und Schärfe der Punkte durch Temperaturveränderungen nicht beeinflussen läßt, haben schon frühere Versuche von de Broglie[2]) bestätigt.

Es kam dabei darauf an, zwei Exemplare desselben Kristalls bei verschiedenen Temperaturen, sonst aber unter möglichst gleichen Umständen zu untersuchen. Wir durchstrahlten sie daher gleichzeitig mit derselben Röhre in der gleichen kristallographischen Richtung; die Abstände von der Antikathode (50—60 cm) stimmten bei ihnen überein, desgleichen ihre Dicken und die Blenden, die übrigens zwecks Verkürzung der Expositionszeiten ziemlich groß, nämlich 3 mm im Durchmesser, gewählt waren. Der einzige Unterschied zwischen beiden Kristallen bestand darin, daß der eine in einem elektrischen Ofen saß, der eine dauernde Erwärmung auf 600° und darüber gestattete, der andere dagegen entweder auf Zimmertemperatur oder auch in einem mit flüssiger Luft gefüllten Dewargefäß war. Bei dem geheizten Kristall mußten die Röntgenstrahlen einige zur Wärmeisolation eingeschaltete Schichten Asbest durchdringen, im ganzen von $2^1/_2$ cm Dicke. Zur Ausgleichung der geringen Absorption, die sie dabei erfuhren, wurde auch bei dem anderen Kristall, wenn er sich auf Zimmertemperatur befand, eine solche Asbestschicht eingeschaltet. Saß er hingegen in einem Dewargefäß, so war die Absorption von den vier versilberten Glaswänden und der 3,6 cm dicken Schicht flüssiger Luft weit größer als die der genannten Asbestschicht und machte für die Expositionszeit schon sehr viel aus. Wir haben daher mit flüssiger Luft den Versuch nur einmal ausgeführt.

Figur 1, ein horizontaler Schnitt durch die Versuchsanordnung, zeigt die beiden Bleikästen I und II, welche je einen Kristall mit den zugehörigen Blenden und photographischen Platten enthalten, in ihrer Lage gegeneinander und die Röntgenröhre. In dem Kasten III werden

1) P. Debye, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 738, 1913.
2) M. de Broglie, vgl. z. B. Le Radium 10, 186, 1913.

andere Versuche (mit flüssigen Kristallen) angestellt. Figur 2 gibt einen senkrechten Durchschnitt durch den Heizofen; das von oben ein-

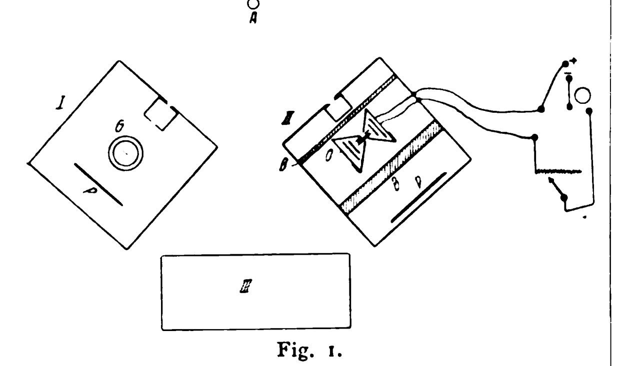


Fig. 1.

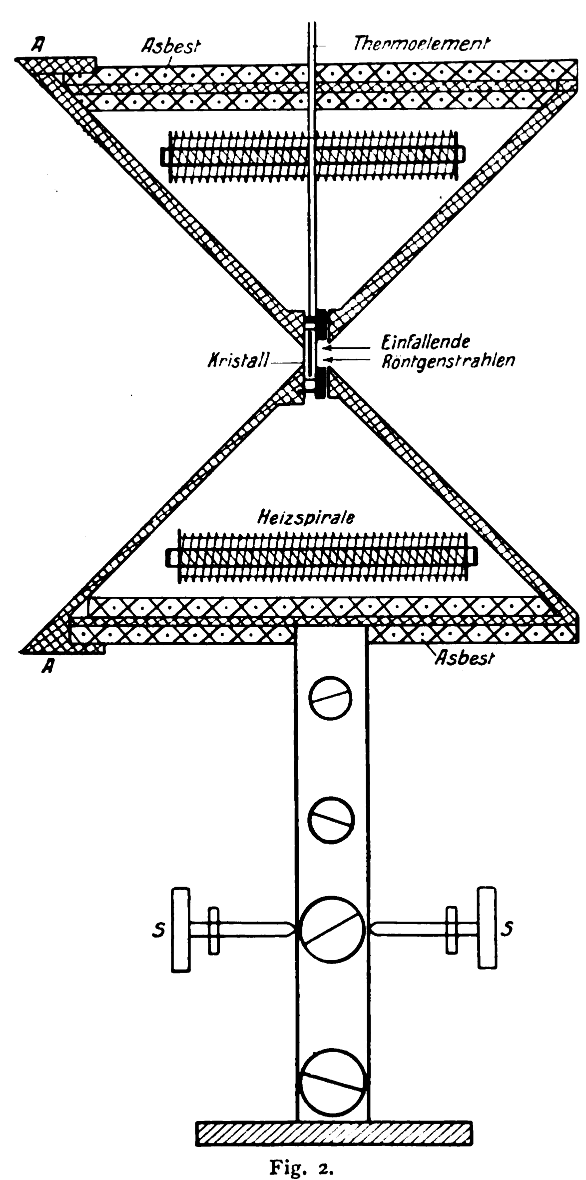


Fig. 2.

geführte, dicht an dem Kristall anliegende Thermoelement ist ein von der Physikalischen Reichsanstalt geeichtes Platin-Platinrhodiumelement[1]). Der Kristall konnte hier mit Hilfe der Schrauben S und der Drehung des Kegels AA, an welchem er festgeschraubt ist, in der üblichen Art mittels eines Fernrohres optisch eingestellt werden.

Die Röntgenröhren waren von der Firma E. Gundelach auf besonders starke Belastung hin gebaut. Sie vertrugen eine dauernde Belastung von 6 Milliamp., ohne sich in der Härte zu ändern[2]).

Durchstrahlt wurde Steinsalz, und zwar parallel einer vierzähligen Achse. Bei dem ersten Versuch damit war der eine Kristall auf Zimmertemperatur, der andere auf 320°; die Expositionszeit betrug 3 Stunden. Bei dem geheizten Kristall fanden sich keine Interferenzpunkte, während diejenigen, welche von früheren Untersuchungen her als die stärksten bekannt sind, bei den anderen schwach aber unverkennbar hervortraten. Bei einem zweiten Versuch waren die Temperaturen 320° und —190° (flüssige Luft). Trotz einer erheblich längeren Expositionszeit (über 8 Stunden) war bei dem wärmeren Kristall keine Spur von Interferenzpunkten zu finden, während sie bei dem abgekühlten wohl infolge der starken Absorption durch das Dewargefäß und die flüssige Luft schwächer waren als bei dem ersten Versuch bei Zimmertemperatur. Immerhin traten sie während des Entwickelns deutlich hervor, während sie beim Fixieren wie alle sehr geringen Schwärzungen der Platte wieder verschwanden. Trotzdem wir so das Bild nicht festhalten konnten, sind wir gegen eine Täuschung gesichert. Erstens nämlich gaben die Platte und der Film, der wie auch sonst während der Exposition unmittelbar vor ihr gestanden hatte, dieselben Punkte, zweitens bildeten diese wieder die wohlbekannte vierzählig-symmetrische Interferenzfigur am Steinsalz. Dieser Versuch scheint uns um so beweisender, da die Absorption der Röntgenstrahlen bei dem gekühlten Kristall, wie schon gesagt, ungleich größer war als bei dem erwärmten.

Sodann wurden zwei Glimmerstücke bei Zimmertemperatur und 400° miteinander verglichen; die Durchstrahlungsrichtung stand auf

1) Um zu prüfen, ob das Thermoelement die Temperatur des Kristalles richtig anzeigt, wurde einmal ein Stück Lithiumchlorid an dessen Stelle gesetzt, dessen Schmelzpunkt nach den Tabellen von Landolt und Börnstein zwischen 600 und 614° liegt. Nachdem der Ofen geheizt war, bis das Thermoelement 620° maß, und einige Zeit auf dieser Temperatur gelassen war, zeigte sich, daß Lithiumchlorid geschmolzen war.

2) Wir möchten der Firma E. Gundelach auch an dieser Stelle unseren Dank für ihr freundliches Entgegenkommen aussprechen.

ihren natürlichen Spaltflächen senkrecht. Nach 16stündiger Exposition waren bei beiden zahlreiche Interferenzpunkte deutlich zu sehen, doch fehlten viele der schwächeren Punkte, die beim kühleren Kristall zu sehen waren, völlig bei dem erwärmten; auch war der allgemeine Abfall der Helligkeit mit wachsendem Abstand vom einfallenden Strahl bei dem erwärmten erheblich stärker.

Wir schließen aus diesen Versuchen, daß — wenigstens qualitativ — die Debyesche Theorie den Temperatureinfluß richtig wiedergibt.

Diese Untersuchungen sind mit Hilfe der vom Institut international de physique Solvay und der Kgl. Preußischen Akademie der Wissenschaften gewährten Mittel durchgeführt. Wir möchten auch an dieser Stelle unserem Dank für diese Ausdruck geben.

Zürich, Physik. Institut der Universität, Dezember 1913.

(Eingegangen 9. Dezember 1913.)

Eine Bemerkung über die Interferenzfiguren hemiedrischer Kristalle. (A Note on the Interference Figures of Hemihedral Crystals.)

Von W. Lawrence Bragg.

Es ist oft bemerkt worden, daß die Röntgenstrahleninterferenzphotogramme mit einem Zinkblendekristall, wie sie ursprünglich Herr M. v. Laue und seine Mitarbeiter erhalten haben, keine Andeutung der hemiedrischen Natur dieses Kristalls aufweisen. Ein Photogramm, das aufgenommen wurde, während die einfallenden Strahlen senkrecht zu einer Würfelfläche (100) waren, zeigt eine vollkommene vierfache Symmetrie, obgleich die auf dieser Fläche senkrechte Symmetrieachse des Kristalls nur eine zweifache ist. Andererseits liefern Eisenpyrite unter ähnlichen Verhältnissen starke Anzeichen für die zweifache Natur der zu einer Würfelfläche senkrechten Achse; es zeigt sich eine ausgesprochene Abweichung von der vierfachen Symmetrie in der Intensität der Flecke in dem Photogramm. Herr Friedrich hat derartige Photogramme erhalten[1]), und ich habe einige, die denselben Punkt beleuchten.

Meines Erachtens ergibt sich eine einfache Erklärung für diese Tatsachen, wenn man den Bau dieser Kristalle betrachtet. Die Struktur der Zinkblende haben mein Vater und ich in unserer Arbeit über die Struktur des Diamants[2]) angegeben. Die Anordnung der Atome in Eisenpyriten habe ich in einer noch unveröffentlichten neueren Mitteilung an die Royal Society angegeben. In beiden Fällen stimmt die Symmetrie des Punktsystems mit jener des wirklichen Kristalls überein.

Die Hemiedrie der Zinkblende besteht darin, daß sie Achsen dreifacher Symmetrie besitzt, die polar sind. Die Fläche (111) am einen Ende einer solchen Achse ist von der Fläche (111) am andern Ende verschieden, obwohl in einem Kristall der holoedrischen Klasse diese Flächen identisch sein würden. Nach unserer Ansicht über die Struktur haben die zur Fläche (111) parallelen Ebenen des Kristalls die in Fig. 1 schematisch dargestellte Anordnung, bei

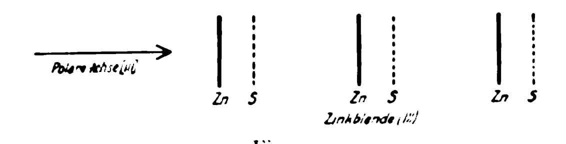


Fig. 1.

der solche Ebenen, die nur Zinkatome enthalten, und solche, die nur Schwefelatome enthalten, paarweise gruppiert sind.

Es ist klar, daß die zu diesen Ebenen senkrechte Achse eine polare ist. Trotzdem würden wir nach der Theorie erwarten, daß die Reflektion von Röntgenstrahlen an der Ebene $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ mit der Reflektion an der Ebene (111) identisch sein würde. Jede Ebene der Struktur reflektiert nur einen winzigen Bruchteil einer über sie hinweggehenden einfallenden Welle. Ein auftreffender Impuls wird von den Schwefelebenen als ein Wellenzug reflektiert und von den Zinkebenen als ein Wellenzug, der mit dem ersten nicht in Phase ist. Bei der Reflektion an der Fläche (111) wird die erste Gruppe ein wenig gegen die zweite in Phase verzögert, bei der Reflektion an der Fläche $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ eilt sie in Phase vor. In beiden Fällen aber werden sich die beiden Gruppen vereinigen und dieselbe Resultierende liefern.

Dies ist nur ein Beispiel für eine allgemeine Regel, nämlich dafür, daß die Flächen an den beiden Enden einer polaren Achse dieselbe Reflektion der Röntgenstrahlen liefern werden, vorausgesetzt, daß jedes einzelne Atom die Röntgenstrahlen ganz unabhängig von seinen Nachbaratomen beugt. Wir müssen ferner annehmen, daß die Phasendifferenz solcher Wellen, die an einem derartigen Paar von Zink- und Schwefelebenen reflektiert werden, nur von dem Unterschiede des durchlaufenen Weges abhängt, und daß die Natur des Atoms auf die Phase keinen Einfluß hat. In unserer obengenannten

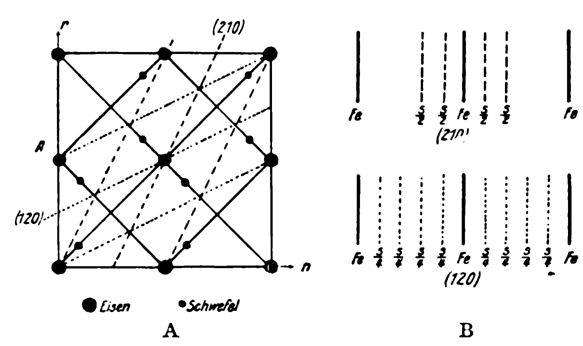
1) Vgl. v. Laue, diese Zeitschr. **14**, 1078, 1913.

2) W. H. Bragg and W. L. Bragg, „The Structure of the Diamond". Proc. Roy. Soc. A. **89**, 277, 1913.

Arbeit über die Eisenpyrite haben wir gezeigt, daß dies der Fall zu sein scheint.

Wir können daher nicht erwarten, irgendwelche Anzeichen für die hemiedrische Natur der Zinkblende zu finden.

Bei den Eisenpyriten ist die Hemiedrie nicht die Folge des Vorhandenseins polarer Achsen. Die Flächen mit den Indizes (120) und (210) würden identisch sein, wenn der Kristall holoedrisch wäre, aber die eigentümliche Symmetrie der Pyritklasse macht sie verschieden. Daß diese Verschiedenheit einer Verschiedenheit in der Anordnung der zu diesen beiden Flächen parallelen Ebenen entspricht, wird aus Fig. 2 ersichtlich.



Die Struktur von Eisenpyriten, auf eine Würfelfläche projiziert.

Fig. 2.

Die Figur zeigt die Anordnung von Eisen- und Schwefelatomen im Einheitswürfel, auf die Würfelfläche projiziert. Die beiden Achsen sind senkrecht zur Zeichnungsebene angenommen, und die Ebenen (120) und (210) sind daher die Ebenen senkrecht zu den in Fig. 2A durch diese Indizes bezeichneten Linien. Ihre Anordnung ist in Fig. 2B angegeben, und es ist ersichtlich, daß sie verschieden sind. Für die Ebenen (210) ist der Abstand, in dem sich ihre Anordnung wiederholt, doppelt so groß wie für die Ebenen (120). Wir haben daher allen Grund zu der Annahme, daß die Reflektion von Röntgenstrahlen seitens dieser beiden Formen verschieden sein wird.

Ich habe hier als Beispiel die beiden Strukturen benutzt, die wir tatsächlich der Zinkblende und den Eisenpyriten zuschreiben, aber die Beweisführung ist nicht von der Richtigkeit dieser Strukturen abhängig. Ich wollte nur zeigen, daß wir, falls unsere Annahmen richtig sind, keinerlei Unterschied in der Reflektion von Röntgenstrahlen an den Ebenen (hkl) und $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$ eines Kristalls finden werden. Es werden sich daher alle Kristalle, deren Hemiedrie auf der Differenzierung solcher entgegengesetzter Ebenen beruht, gegen die Röntgenstrahlen wie holoedrische verhalten. Falls der Kristall auch dann noch hemiedrisch ist, wenn wir entgegengesetzte Ebenen (hkl) und $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$ als identisch rechnen, so wird sich diese Hemiedrie in den Photogrammen zeigen. Beispielsweise werden Fluor, Zinkblende und Kuprit holoedrisch erscheinen, aber Pyrite und Ullmannit hemiedrisch. Diese Kristalle sind Beispiele der fünf Klassen des regulären oder kubischen Systems.

Universität Leeds, 21. November 1913.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 2. Dezember 1913.)

Nachtrag.

Seit der Niederschrift des Vorstehenden habe ich mit Hilfe des Röntgenstrahlen-Spektrometers die Ebenen (111) und $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ von Zinkblende sowie die Ebenen (120) und (210) von Eisenpyriten miteinander verglichen. Die erhaltenen Spektren liefern eine sehr überzeugende Bestätigung der von mir angeführten Beweisgründe; sie sind hier in Fig. 3 dargestellt. Unterschiede,

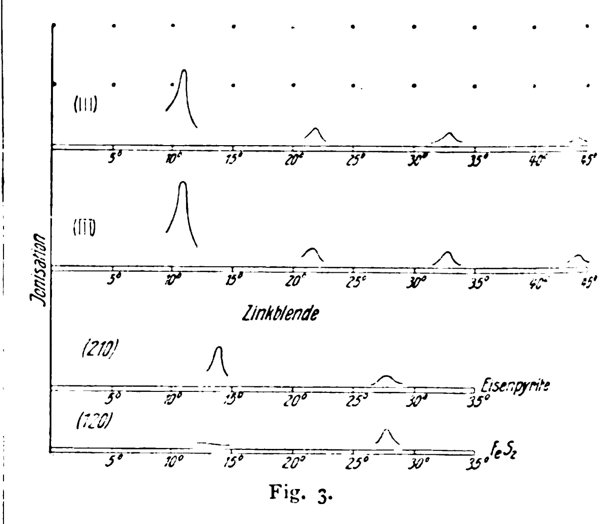


Fig. 3.

wie sie zwischen den von den Flächen (111) und $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ der Zinkblende erhaltenen Reflektionen bestehen, lassen sich durch Versuchsfehler erklären, denn aufeinanderfolgende Bestimmungen der von einer und derselben Fläche erhaltenen Spektren würden wahrscheinlich nicht besser untereinander übereinstimmen. Ich benutzte eine Kristallplatte von ungefähr 3×1 cm, die senkrecht zu einer Achse dreifacher Symmetrie geschnitten war, und trug dafür Sorge, daß die Flächen (111) und $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ des Schnittes in jeder Hinsicht so weit wie möglich identisch waren. Die Ähnlichkeit der in diesem Falle gewonnenen Ergebnisse bildet eine Stütze für die Ansicht, daß Flächen (hkl) und $(\bar{h}\bar{k}\bar{l})$ irgendeines Kristalls die Röntgenstrahlen in ähnlicher Weise reflektieren werden.

Andererseits zeigen die Spektren, die von den Flächen (210) und (120) der Pyrite herrühren, also von Flächen, die wegen der Hemiedrie dieser Kristalle verschiedenen Formen angehören, dementsprechend eine Verschiedenheit. Die Kurve, welche die Reflektion von der Fläche (210) wiedergibt, hat eine kräftige erste Spitze bei 13,8°, die Kurve für die Fläche (120) hat ihre erste Spitze bei 27,8°. Dies ist auf Grund der Struktur dieser Ebenen, wie sie in Fig. 2B angegeben ist, zu erwarten; die genannte Figur zeigt, daß die Versetzung bei den Ebenen (210) doppelt so groß ist wie bei den Ebenen (120). Es ist daher leicht verständlich, wieso mit Eisenpyriten aufgenommene Photogramme sehr starke Anzeichen der hemiedrischen Natur dieser Kristalle liefern, während die mit Zinkblende aufgenommenen keine derartigen Anzeichen liefern.

6. Dezember 1913.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 10. Dezember 1913.)

Über die Schärfe der mit Röntgenstrahlen erzeugten Interferenzbilder.

Von E. Schrödinger.

Die Herren Born und v. Kármán[1]) haben vor einiger Zeit ein dynamisches Modell für Kristalle des regulären Systems erdacht, welches das thermische Verhalten eines solchen Kristalls sehr gut wiederzugeben scheint, insbesondere die Beziehung zwischen den thermischen und den elastischen Eigenschaften. Es gelang an der Hand des Modells, nicht nur die Quantenformel für die spezifischen Wärmen in eine Form zu bringen, welche sich dem wahren Verlauf weit besser anschließt, als die ursprüngliche Einsteinsche Formel[2]), sondern auch die einzelnen Reststrahlenfrequenzen mit bemerkenswerter Genauigkeit aus den Elastizitätskonstanten der betreffenden Kristalle zu berechnen. Der wesentliche Fortschritt des Born-Kármánschen Modells bestand darin, daß nicht, wie in der ersten Einsteinschen Fassung, die Wärmeschwingungen der Atome als voneinander unabhängig und daher monochromatisch betrachtet wurden[3]). Vielmehr suchten sie den tatsächlichen Verhältnissen dadurch nahezukommen, daß sie die Atome nicht an ihre Mittellagen, sondern aneinander durch quasielastische Kräfte gekoppelt vorstellten. Hierdurch erhalten sie, statt eines monochromatischen, ein System mit einem ganzen Spektrum von Eigenschwingungen, und gerade hierin liegt seine Leistungsfähigkeit für die quantitativ richtige Wiedergabe der oben genannten Phänomene.

Es scheint mir nun, daß dieses Modell auch das geeignetste sein müßte, um den wahrscheinlichen Einfluß der Wärmebewegung auf die Interferenzerscheinungen zu beurteilen, die mit Röntgenstrahlen an regulären Kristallen erhalten werden. Schon die Rechnung, die Herr Debye[1]) an dem monochromatischen Modell durchgeführt hat, hat wertvolle Aufschlüsse geliefert und insbesondere den Zusammenhang aufgedeckt, der zwischen der ausgezeichneten Eigenschaft des Diamanten, in großen Raumwinkeln und sogar nach rückwärts Interferenzbilder zu liefern, und seiner geringen Kompressibilität besteht. Nun spielt im Debyeschen Endresultat gerade die Schwingungszahl der Atome die entscheidende Rolle. Es ist daher zu erwarten, daß der Übergang zu dem gewiß berechtigteren polychromatischen Modell das Resultat ändert, und, wenn die Änderung wesentlich ist, daß sie den Tatsachen besser entspricht.

In dieser Mitteilung wird zunächst ein eindimensionales Atomgitter mit eindimensionaler Wärmebewegung behandelt, da das dreidimensionale Problem, wenn man die Annahme der Unabhängigkeit der Atomschwingungen fallen läßt, ziemlich bedeutende mathematische Schwierigkeiten bietet. Das wesentlich neue Resultat der folgenden Überlegungen, nämlich, daß die Interferenzbilder mit steigender Temperatur immer breiter und verschwommener werden und allmählich in eine gleichmäßige Erhellung des Gesichtsfeldes übergehen, wird sicher auch beim Übergang zu drei Dimensionen erhalten bleiben. Ebenso halte ich zunächst noch an der statistischen Mechanik in ihrer gewöhnlichen Form fest, d. h. ich nehme Äquipartition der Energie an. Es ist aber vorauszusehen, daß gerade das hier zugrunde gelegte Modell die Berücksichtigung der Quantentheorie in der einfachsten und richtigsten Form ermöglichen wird, da es, wie die Arbeiten von Born und v. Kármán und Thirring gezeigt haben, das „elastische Spektrum" eines regulären Kristalls gut wiederzugeben scheint. Ich bin damit beschäftigt, die Theorie auf den dreidimensionalen Fall und unter Rücksicht auf die Quantenhypothese auszudehnen.

---

1) Born u. v. Kármán, diese Zeitschr. **13**, 297, 1912; **14**, 15 u. 65, 1913. Siehe auch Hans Thirring, diese Zeitschr. **14**, 867, 1913.

2) A. Einstein, Ann. d. Phys. **22**, 180 u. 800, 1907.

3) Bekanntlich hat Einstein selbst auf das Ungenügende des monochromatischen Modells für das Problem der spezifischen Wärmen hingewiesen; Ann. d. Phys. **34**, 170 u. 590, 1911; **35**, 679, 1911.

1) P. Debye, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 678 u. 738, 1913.

Im folgenden schließe ich mich in allen Äußerlichkeiten möglichst nahe an die Darstellung des Herrn Debye an, um den Vergleich zu erleichtern.

Auf der x-Achse eines ebenen Koordinatensystems liegen $2N+1$ Atome, deren Ruhelagen den konstanten Abstand a voneinander haben. In die Ruhelage des mittleren Atoms legen wir den Ursprung. Die Atome seien gezwungen, auf der x-Achse zu bleiben, sollen sich aber auf ihr infolge der Wärmebewegung aus ihren Ruhelagen entfernen. Je zwei Nachbaratome sollen eine Kraft aufeinander ausüben, welche im Abstand a verschwindet, der Abstandsänderung proportional, und zwar in größerem Abstand als a anziehend, in kleinerem Abstand abstoßend ist. Eines oder beide Randatome können wir uns in ähnlicher Weise elastisch an ihre Ruhelage gebunden denken; es kommt darauf übrigens nicht wesentlich an.

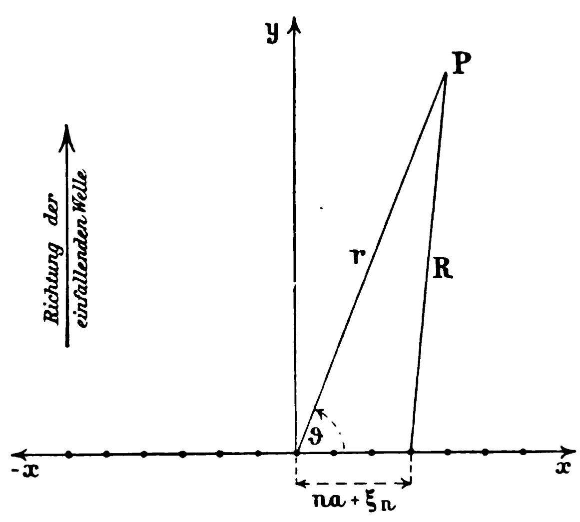


Fig. 1.

Jedes Atom enthalte nun einen elektrischen Resonator (gebundenes Elektron), der Schwingungen in der z-Richtung ausführt (senkrecht zur Zeichenebene). Diese Resonatoren sollen durch eine von der negativen y-Richtung her einfallende primäre ebene Welle angeregt werden, so daß alle dieselbe Phase haben, auch dann, wenn die Anregung etwa stoßweise erfolgt und ein solcher Stoß die Atome nicht in ihrer Ruhelage antrifft.

Wir wollen die (relative) Verteilung der Strahlungsintensität berechnen, welche die Atomresonatoren auf einem Kreis in der xy-Ebene hervorbringen, dessen Radius groß ist gegen die Länge der Atomreihe, und zwar unter Rücksicht auf die Wärmebewegung, d. h. die mittlere Intensität für die verschiedenen Konfigurationen, welche das Punktgitter nacheinander annimmt. Wir berechnen also zunächst die Intensitätsverteilung für eine bestimmte Konfiguration, sodann, nach den Gesetzen der statistischen Mechanik, die Wahrscheinlichkeit dieser Konfiguration und integrieren das Produkt über alle möglichen Konfigurationen. Dieses Verfahren rührt von Debye her und ist berechtigt, wenn

1. die Elektronenschwingungen sehr rasch erfolgen gegenüber den Lagenänderungen der Atome;

2. die Geschwindigkeit der letzteren klein ist gegen die Lichtgeschwindigkeit, so daß der Dopplereffekt zu vernachlässigen ist;

3. die Beobachtungsdauer so lang ist, daß sich während derselben alle Konfigurationen wirklich mit einer ihrer statistischen Wahrscheinlichkeit entsprechenden Häufigkeit realisieren.

Daß die ersten beiden Bedingungen erfüllt sind in dem Fall, auf welchen unsere Rechnung angewendet werden soll, davon überzeugt man sich leicht durch einige kurze Überschlagsrechnungen. Die dritte Bedingung ist nichts anderes als die Einschränkung, die alle Naturgesetze sich seit Boltzmann gefallen lassen müssen.

Die elektrische Amplitude der Strahlung eines Resonators von der Wellenlänge λ ist im Abstand R in der Äquatorebene proportional dem reellen Teil von

$$e^{-i\varkappa R}\, e^{i\varkappa ct}, \tag{1}$$

wobei

$$\varkappa = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{2}$$

gesetzt ist, c die Lichtgeschwindigkeit, t die Zeit und λ die Wellenlänge der Strahlung bedeutet. Außer einem konstanten Faktor unterdrücken wir dabei auch den reziproken Radius, der als langsam veränderliche Funktion für uns nicht in Betracht kommt.

Seien nun x, y und $r = \sqrt{x^2+y^2}$ die Koordinaten bzw. der Fahrstrahl zum Aufpunkt P. Wir betrachten nur Punkte, deren r sehr groß ist gegen $(2N+1)a$. Ferner sei ξ_n die Entfernung des $n$ten Atoms aus seiner Ruhelage, so daß seine x-Koordinate $na+\xi_n$ beträgt. Für dieses Atom wird dann

$$R = r - \frac{x}{r}(na+\xi_n), \tag{3}$$

wenn wir das Quadrat von $\frac{na+\xi_n}{r}$ gegen die Einheit vernachlässigen. Der $n$te Atomresonator erzeugt also im Punkte P die elektrische Amplitude

$$e^{i\varkappa ct}\, e^{-i\varkappa r}\, e^{i\varkappa \frac{x}{r}(na+\xi_n)}. \tag{4}$$

Setzen wir noch $\frac{x}{r} = \cos\vartheta$ und summieren über

alle n von $-N$ bis $+N$, so erhalten wir

$$e^{i\varkappa ct}\, e^{-i\varkappa r} \sum_n e^{i\varkappa \cos\vartheta (na + \xi_n)}. \qquad (5)$$

Einen Ausdruck, welcher der Intensität proportional ist, erhalten wir durch Multiplikation mit dem konjugiert komplexen Wert:

$$J = \sum_m \sum_n e^{i\varkappa a \cos\vartheta (n-m)}\, e^{i\varkappa \cos\vartheta (\xi_n - \xi_m)}. \qquad (6)$$

Der reelle Ausdruck J ist ein relatives Maß der Intensität auf einem großen Kreis um den Ursprung in ihrer Abhängigkeit vom „Beugungswinkel" ϑ.

Nun haben wir die Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Wertesystems ξ_n zu berechnen. Sei m die Atommasse und $f \cdot \xi$ die elastische Kraft, welche Nachbaratome im Abstand $a + \xi$ aufeinander ausüben, dann lautet die Bewegungsgleichung des $n$ten Atoms

$$\left.\begin{aligned} m\ddot{\xi}_n &= f(\xi_{n+1} - \xi_n) - f(\xi_n - \xi_{n-1}) \\ &= f(\xi_{n+1} + \xi_{n-1} - 2\xi_n). \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Dies gilt auch noch für $n = \pm N$, wenn wir die an sich bedeutungslosen Zeichen ξ_{N+1} und ξ_{-N-1} als Nullen lesen und die Randatome elastisch an ihre Ruhelagen binden. Die potentielle und die kinetische Energie des Systems haben die Werte

$$V = \frac{f}{2} \sum_n (\xi_{n+1} - \xi_n)^2 \qquad U = \frac{m}{2} \sum_n \dot{\xi}_n^2. \qquad (8)$$

Die Wahrscheinlichkeit dw, daß die ξ_n Werte zwischen ξ_n und $\xi_n + d\xi_n$ haben, beträgt also

$$dw = C e^{-\frac{f}{2kT}\sum_n (\xi_{n+1} - \xi_n)^2}\, d\xi_{-N} \cdots d\xi_{+N}. \qquad (9)$$

(k Boltzmannkonstante, T absolute Temperatur.) Den Proportionalitätsfaktor C werden wir später in bekannter Weise bestimmen. Wir erhalten nun die gesuchte mittlere Intensität J_m, indem wir die Ausdrücke (6) und (9) multiplizieren und nach allen ξ_n von $-\infty$ bis $+\infty$ integrieren:

$$J_m = C \sum_n \sum_m e^{i\varkappa a (n-m)\cos\vartheta} \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{f}{2kT}\sum_l (\xi_{l+1} - \xi_l)^2 + i\varkappa\cos\vartheta(\xi_n - \xi_m)} \cdot d\xi_{-N} \cdots d\xi_{+N}. \qquad (10)^{1)}$$

Die Auswertung des vielfachen Integrals gelingt sehr leicht, wenn man statt der ξ_n Normalkoordinaten einführt. Es ist bekanntlich immer möglich, $2N+1$ unabhängige Linearfunktionen der ξ_n, nennen wir sie $a_{-N}, a_{-N+1}, \ldots a_{N-1}, a_N$, anzugeben, derart, daß durch die Transformation

$$\xi_n = \sum_{i=-N}^{+N} \alpha_{ni}\, a_i \qquad (11)$$

die Ausdrücke (8) die Gestalt bekommen

$$U = \frac{m}{2} \sum_n \dot{a}_n^2 \quad V = \frac{f}{2} \sum_n p_n a_n^2. \qquad (12)$$

Die Bewegungsgleichungen (7) nehmen in den Normalkoordinaten a_n die Gestalt an

$$m\ddot{a}_n = -f p_n a_n. \qquad (13)$$

Jede mögliche Bewegung des Systems besteht also aus einer Superposition von Sinusschwingungen der Normalkoordinaten, wobei jede mit der ihr eigentümlichen Frequenz

$$\nu_n = \sqrt{\frac{f}{m}}\sqrt{p_n} \qquad (14)$$

schwingt. Auf die Bestimmung des Koeffizientenschemas der $(2N+1)^2$ Größen α_{ni} brauchen wir nicht einzugehen, sondern merken nur an, daß es die Bedingungen erfüllt

$$\sum_n \alpha_{ni}\alpha_{nk} \begin{matrix} = 0 & i \neq k \\ = 1 & i = k. \end{matrix} \qquad (15)$$

Mit der Transformation (11), unter Rücksicht auf die transformierte Gestalt der potentiellen Energie nach (12), verwandelt sich nun der Ausdruck (10) in den folgenden:

$$J_m = \Delta C \sum_m \sum_n e^{i\varkappa a (n-m)\cos\vartheta} \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{f}{2kT}\sum_l p_l a_l^2 + i\varkappa\cos\vartheta \sum_l a_l(\alpha_{nl} - \alpha_{ml})}\, da_{-N} \cdots da_{+N}. \qquad (16)$$

Δ ist die Funktionaldeterminante der ξ_n nach den a_n, d. i. die Determinante des Koeffizientenquadrats der α_{ni}. Das $2N+1$fache Integral zerfällt nun in ein Produkt von Integralen von der Gestalt

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{f p_l}{2kT} a_l^2 + i\varkappa\cos\vartheta\, a_l(\alpha_{nl} - \alpha_{ml})}\, da_l. \qquad (17)$$

Dieses Integral hat den Wert

$$\left(\frac{2\pi kT}{f p_l}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{kT}{2f}\varkappa^2\cos^2\vartheta \frac{(\alpha_{nl} - \alpha_{ml})^2}{p_l}}, \qquad (18)$$

und zwar auch dann, wenn $n = m$ ist.

Das vielfache Integral aus (16) erhalten wir, indem wir alle $2N+1$ Faktoren wie (18) multiplizieren. Das gibt

$$\left(\frac{2\pi kT}{f}\right)^{\frac{2N+1}{2}} \left(\prod_l p_l\right)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{kT}{2f}\varkappa^2\cos^2\vartheta \sum_l \frac{(\alpha_{nl} - \alpha_{ml})^2}{p_l}}. \qquad (19)$$

---

1) Unser Ausdruck unterscheidet sich von dem Debyeschen Ausdruck (5) (l. c., S. 682) nur durch den Wert der potentiellen Energie und dadurch, daß wir die Wärmebewegung auf die x-Achse beschränken.

Bevor wir dies in (16) eintragen, berechnen wir den Faktor C, indem wir (9) über alle Werte der Variablen integrieren und das Resultat der Einheit gleichsetzen. Natürlich führen wir ebenfalls die Normalkoordinaten ein:

$$1 = \Delta C \int_{-\infty}^{+\infty} \cdots \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{f}{2kT}\sum_l p_l a_l^2} da_{-N} \cdots da_{+N}. \quad (20)$$

Die Integrationen sind wieder unabhängig voneinander und man erhält leicht

$$\Delta C = \left(\frac{f}{2\pi kT}\right)^{\frac{2N+1}{2}} (\prod_l p_l)^{\frac{1}{2}}. \quad (21)$$

Indem wir jetzt (19) und (21) in (16) eintragen, erhalten wir

$$J_m = \sum_m \sum_n e^{i\varkappa a_0 (n-m)\cos\vartheta - \frac{kT}{2f}\varkappa^2 \cos^2\vartheta \sum_l \frac{(\alpha_{nl} - \alpha_{ml})^2}{p_l}}. \quad (22)$$

Unsere nächste Aufgabe wäre nun die Ausrechnung der Summen im Exponenten der e-Potenz. Dieselben lassen sich, wie hier nicht gezeigt werden soll, auf algebraischem Wege ermitteln, ohne daß Gleichungen von höherem als dem ersten Grade gelöst werden müssen. Der Gang der weiteren Rechnung wird aber äußerst unübersichtlich, weil die Bedingungen, unter denen die beiden Randatome stehen, die Rechnung wesentlich beeinflussen. Da aber die diesbezüglichen Annahmen physikalisch wohl ziemlich bedeutungslos sein dürften, gestatten wir uns mit Rücksicht darauf, daß N in Wirklichkeit jedenfalls eine sehr große Zahl ist, die Annäherung, jene Summen durch diejenigen Werte zu ersetzen, welche sie für eine unendliche Atomreihe annehmen. Dieses Verfahren, das übrigens auch die Herren Born und v. Kármán bei ihren Rechnungen an dem Punktgitter angewendet haben, ist vielleicht nicht vollkommen einwandfrei, erspart uns aber langwierige und uninteressante algebraische Überlegungen, die, wie ich glaube, jedes inneren Zusammenhanges mit dem vorliegenden physikalischen Problem entbehren.

Der Übergang vom endlichen auf das unendliche System ist in den zitierten Arbeiten von Born und v. Kármán ausführlich besprochen, wir können uns daher hier auf die notwendigsten Angaben beschränken. Das eigentümlichste an diesem Übergang ist dies: während bei endlichem N die Zahl der ξ_n und die Zahl der a_n natürlich immer genau gleich ist, unterscheiden sie sich, wenn der Ausdruck erlaubt ist, im transzendenten Fall der Größenordnung nach. Während nämlich das Wertsystem der ξ_n dann der abzählbar unendlichen Menge der ganzen Zahlen entspricht, gehen die Normalkoordinaten in ein Kontinuum über. An die Stelle der Abhängigkeit vom Index der Normalkoordinate tritt eine kontinuierliche Abhängigkeit von einer Variablen, die wir φ nennen werden. Während die endlichen Summen nach dem Index von ξ_n in unendliche Summen übergehen, erscheinen statt der Summen nach dem Index von a_n oder nach dem zweiten Index der α Integrale nach φ.

Das unendliche System homogener linearer Differentialgleichungen (7) läßt sich lösen durch den Ansatz

$$\left.\begin{aligned} \xi_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} a(\varphi, t)\cos n\varphi \, d\varphi + \\ + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} b(\varphi, t)\sin n\varphi \, d\varphi. \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

Er befriedigt dieselben, wenn a und b den partiellen Differentialgleichungen genügen

$$\left.\begin{aligned} m\frac{\partial^2 a}{\partial t^2} &= -4f\sin^2\frac{\varphi}{2}\cdot a, \\ m\frac{\partial^2 b}{\partial t^2} &= -4f\sin^2\frac{\varphi}{2}\cdot b, \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

auf welche man durch Einsetzen von (23) in (7) geführt wird. Jede Bewegung des Systems kann also als Superposition von Sinusschwingungen der kontinuierlichen Folge von Normalkoordinaten $a(\varphi, t)$ und $b(\varphi, t)$ angesehen werden, deren „Eigenfrequenz" als Funktion von φ zu betrachten ist,

$$\nu(\varphi) = 2\sqrt{\frac{f}{m}}\sin\frac{\varphi}{2}.$$

Das entsprechende p hat nach Analogie mit (14) den Wert

$$p(\varphi) = 4\sin^2\frac{\varphi}{2}. \quad (25)$$

Die Darstellung (23) entspricht der früheren Transformation (11). Der Umkehrung des Gleichungssystems (11) würde eine Fourierdarstellung der Funktionen $a(\varphi, t)$ und $b(\varphi, t)$ nach Kosinussen bzw. Sinussen der Vielfachen von φ entsprechen, in welcher $\frac{\xi_n + \xi_{-n}}{\sqrt{2\pi}}$ bzw. $\frac{\xi_n - \xi_{-n}}{\sqrt{2\pi}}$ die Fourier-Koeffizienten bilden. Aus (23) entnehmen wir, daß dem Koeffizientenschema der α_{ni} die Größen

$$\frac{\cos n\varphi}{\sqrt{2\pi}} \quad \text{und} \quad \frac{\sin n\varphi}{\sqrt{2\pi}} \quad (26)$$

entsprechen. In Analogie mit (15) gilt

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(\cos n\varphi\cos m\varphi+\sin n\varphi\sin m\varphi)\,d\varphi=0$$

für $n \neq m$ und

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(\cos^2 n\varphi+\sin^2 n\varphi)\,d\varphi=1,$$

welch letztere Relation natürlich durch geeignete Adjustierung des konstanten Faktors in (23) herbeigeführt werden mußte.

Für die $\sum_l \frac{(\alpha_{nl}-\alpha_{ml})^2}{p_l}$, deren Auswertung uns zur Betrachtung des transzendenten Problems bewogen hat, erhalten wir nun nach (26) und (25):

$$\sum_l \frac{(\alpha_{nl}-\alpha_{ml})^2}{p_l}$$

entspricht

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{(\cos n\varphi-\cos m\varphi)^2+(\sin n\varphi-\sin m\varphi)^2}{4\sin^2\frac{\varphi}{2}}\,d\varphi = S(n,m).$$

Obwohl sich das Integral S schlimmstenfalls auch direkt ausrechnen ließe, will ich doch den Weg andeuten, wie man es am raschesten findet. Indem man $\frac{\varphi}{2}$ als Integrationsvariable einführt, erhält man leicht

$$S(n,m)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{\sin^2(n-m)x}{\sin^2 x}\,dx.$$

Nun gibt die partielle Integration von $\frac{dx}{\sin^2 x}$

$$S(n,m)=\frac{n-m}{\pi}\int_0^{\pi}\frac{\sin 2(n-m)x\cos x}{\sin x}\,dx.$$

Durch Spaltung des Zählers findet man

$$S(n,m)=\frac{n-m}{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{\sin[2(n-m)+1]x}{\sin x}\,dx+\frac{n-m}{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{\sin[2(n-m)-1]x}{\sin x}\,dx.$$

Und von diesen beiden Integralen läßt sich zeigen, daß sie gleich sind, da ihre Differenz verschwindet. Daher ist jedes von ihnen auch gleich

$$\int_0^{\pi}\frac{\sin x}{\sin x}\,dx=\pm\pi,$$

je nach dem Vorzeichen von $n-m$. Somit ist

$$S(n,m)=|n-m|.$$

Diesen Wert tragen wir, wie vorgesehen, für die Summen im Exponenten von (22) ein und erhalten für die mittlere Intensität

$$J_m=\sum_m\sum_n e^{i\varkappa a\cos\vartheta(n-m)-\frac{kT}{2f}\varkappa^2\cos^2\vartheta|n-m|}.$$

Die Doppelsumme ist ausnahmslos über alle Werte von m und n (d. i. von $-N$ bis $+N$) zu erstrecken. Wir wollen zur Abkürzung setzen

$$\alpha=\varkappa a\cos\vartheta\quad \varepsilon=\frac{kT}{f}\varkappa^2\frac{\cos^2\vartheta}{2}, \tag{27}$$

also

$$J_m=\sum_m\sum_n e^{i\alpha(n-m)-\varepsilon|n-m|}. \tag{28}$$

Auf elementarem Wege, der nur durch die Achtung auf das Absolutzeichen etwas mühsam ist, findet man zunächst

$$\left.\begin{aligned}J_m=(2N+1)+\frac{(2N+1)e^{i\alpha-\varepsilon}}{1-e^{i\alpha-\varepsilon}}+\\+\cdot-\frac{[1-e^{(i\alpha-\varepsilon)(2N+1)}]e^{i\alpha-\varepsilon}}{[1-e^{i\alpha-\varepsilon}]^2}-\cdot.\end{aligned}\right\} \tag{29}$$

Der Punkt, welcher an Stelle des dritten und fünften Gliedes steht, bedeutet jedesmal den konjugiert komplexen Wert des vorhergehenden Gliedes. Der Ausdruck J_m ist also reell, wie es sein muß. Man hat nun noch die imaginären e-Potenzen in passender Weise zu reellen Winkelfunktionen zusammenzufassen; dabei ist es vorteilhaft, die ersten drei und die letzten zwei Glieder von (29) zu vereinigen. Eine etwas umständliche Rechnung liefert den endgültigen Ausdruck von J_m:

$$\left.\begin{aligned}J_m=&\frac{\frac{1}{2}(e^{\varepsilon}-e^{-\varepsilon})(2N+1)}{\frac{1}{2}\left(e^{\frac{\varepsilon}{2}}-e^{-\frac{\varepsilon}{2}}\right)^2+2\sin^2\frac{\alpha}{2}}-\\&-\frac{\left[\frac{1}{2}\left(e^{\frac{\varepsilon}{2}}-e^{-\frac{\varepsilon}{2}}\right)^2-(e^{\varepsilon}+e^{-\varepsilon})\sin^2\frac{\alpha}{2}\right]\left[(1-e^{-(2N+1)\varepsilon})+2e^{-(2N+1)\varepsilon}\sin^2\frac{2N+1}{2}\alpha\right]+\frac{1}{2}e^{-(2N+1)\varepsilon}(e^{\varepsilon}-e^{-\varepsilon})\sin\alpha\sin(2N+1)\alpha}{\left[\frac{1}{2}\left(e^{\frac{\varepsilon}{2}}-e^{-\frac{\varepsilon}{2}}\right)^2+2\sin^2\frac{\alpha}{2}\right]^2}.\end{aligned}\right\} \tag{30}$$

Diese etwas kompliziert gebaute Formel gibt zusammen mit (27) die Intensität des Beugungsbildes als Funktion des Beugungswinkels ϑ und der Temperatur T. Wir müssen uns nun mit der Diskussion dieser Formel befassen, und ich bemerke vorausgreifend, daß für alle diejenigen Werte von ε, welche überhaupt eine merkliche Änderung des Beugungsbildes durch die Wärmebewegung ergeben, nur der erste Term von (30) in Betracht kommt.

Für $\varepsilon = 0$ geht (30) in die gewöhnliche Gitterformel über:

$$J_m = \frac{\sin^2 \frac{2N+1}{2}\alpha}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}}, \tag{31}$$

und zwar nimmt der zweite Term diesen Wert an, während der erste verschwindet. Für kleine ε kommt also der zweite Term jedenfalls in Betracht. Sobald aber ε nur ein beträchtliches Vielfaches von $\frac{1}{2N+1}$ geworden ist, verschwindet umgekehrt der zweite Term gegen den ersten. Da sich nun herausstellen wird, daß auch dann die Struktur des Beugungsbildes sich nur um Beträge geändert hat, die kaum meßbar sein dürften, wenn N nur einigermaßen groß ist ($= 10^4$ oder 10^5), wollen wir uns die etwas mühsame Diskussion in dem Zwischengebiet von $\varepsilon = 0$ bis $\varepsilon = \frac{40 \text{ bis } 50}{2N+1}$ ersparen.

Wenn ε mindestens diesen Betrag hat, verschwindet die Potenz $e^{-(2N+1)\varepsilon}$ gegen 1 und wir können den zweiten Term spalten in den echten Bruch

$$\frac{\frac{1}{2}\left(e^{\frac{\varepsilon}{2}} - e^{-\frac{\varepsilon}{2}}\right)^2 - (e^{\varepsilon} + e^{-\varepsilon})\sin^2\frac{\alpha}{2}}{\frac{1}{2}\left(e^{\frac{\varepsilon}{2}} - e^{-\frac{\varepsilon}{2}}\right)^2 + 2\sin^2\frac{\alpha}{2}},$$

und einen zweiten Bruch, dessen Nenner derselbe ist, wie der des ersten Terms, und dessen Zähler gleich 1 ist. Der Zähler des ersten Terms ist aber mindestens von der Größenordnung $\varepsilon(2N+1)$, der erste Term übertrifft also den zweiten mindestens um das 40—50fache, nach unserer Annahme. Wir haben also jetzt nur mehr mit der einfacheren Formel

$$J_m = \frac{\frac{1}{2}(e^{\varepsilon} - e^{-\varepsilon})(2N+1)}{\frac{1}{2}\left(e^{\frac{\varepsilon}{2}} - e^{-\frac{\varepsilon}{2}}\right)^2 + 2\sin^2\frac{\alpha}{2}} \tag{32}$$

zu tun.

Untersuchen wir nun die Struktur des Beugungsbildes in der Nähe eines sekundären Maximums[1]), wie es, abgesehen von der Wärmebewegung, nach (31) an den Stellen

$$\alpha = 2n\pi, \quad n = \pm 1, \pm 2 \ldots$$

auftritt. Wenn wir uns auf die nächste Umgebung eines solchen Maximums beschränken, können wir ε als konstant ansehen. Wir setzen ferner in der Umgebung von $\alpha = 2n\pi$

$$\alpha = 2n\pi + \varepsilon z. \tag{33}$$

Dann ist z der Zuwachs des Beugungskosinus $\cos\vartheta$, und zwar in solchem Maß gemessen, daß $z = 1$ einen Zuwachs um den Bruchteil $\frac{\varepsilon}{2\pi}$ des Abstands zweier benachbarter Maxima (ebenfalls im „Kosinusmaß" gemessen) bedeutet. Sei zunächst ε immer noch klein gegen 1. Dann können wir in (32) die Potenzen und den Sinus entwickeln und beim ersten Glied abbrechen:

$$J_m = 2\frac{2N+1}{\varepsilon}\frac{1}{1+z^2}. \tag{34}$$

Die Funktion $\frac{1}{1+z^2}$ bestimmt also den Verlauf der Intensität innerhalb eines Beugungsbildes. Sie ist in Fig. 2 dargestellt.

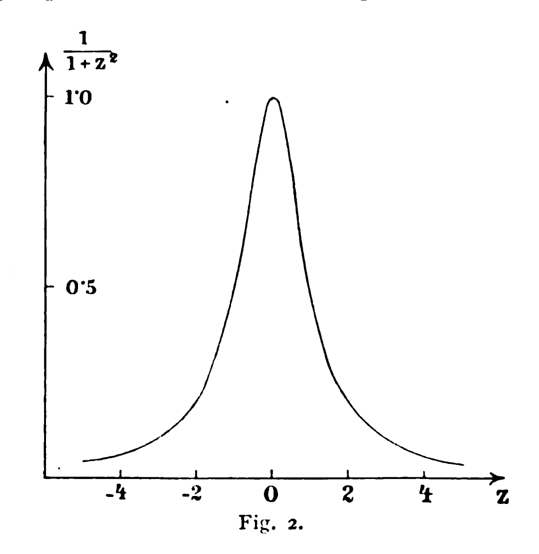


Fig. 2.

Für einen bestimmten Wert von z beträgt die Intensität einen ganz bestimmten Bruchteil der zentralen Intensität, z. B. für $z = 1$ genau die Hälfte, für $z = 3$ ein Zehntel. Einem bestimmten z entspricht aber nach (33) eine um so größere Entfernung vom zentralen Maximum, je größer ε, d. h. je höher die Temperatur. Definieren

1) Im primären Maximum verschwindet ε nach (27) mit $\cos\vartheta$. Dies hängt, wie überhaupt die Art der Abhängigkeit des ε vom Beugungswinkel ϑ damit zusammen, daß wir die Wärmebewegung der Atome auf die x-Achse beschränkt haben. Wir dürfen also auf diese Abhängigkeit für die physikalische Anwendung kein besonderes Gewicht legen.

wir also als die Ränder des Beugungsbildes zwei Stellen, wo die Intensität auf einen bestimmten Bruchteil, etwa auf 1 Proz. der zentralen Intensität, gesunken ist, so können wir sagen:

1. Die Beugungsbilder werden mit zunehmender Temperatur immer breiter und verschwommener, und zwar in annähernd symmetrischer Weise. Ihre in der angegebenen Weise definierte Breite ist der absoluten Temperatur proportional.

Der Koeffizient der quasielastischen Kraft f ist dabei als unabhängig von der Temperatur angesehen. Ferner

2. Die zentrale Intensität eines Beugungsbildes ist nach (34) umgekehrt proportional mit ε, also umgekehrt proportional der absoluten Temperatur.

3. Die gesamte Strahlungsmenge, die einem Beugungsbild zugesandt wird, ist unabhängig von der Temperatur.

Denn die zwischen ϑ und $\vartheta + d\vartheta$ ausgesandte Strahlung ist proportional mit $J_m\, d\vartheta$ und wir haben nach (27[1]) und (33)

$$d\vartheta = \frac{1}{\varkappa a \sin\vartheta}\, d\alpha = \frac{\varepsilon}{\varkappa a \sin\vartheta}\, dz,$$

also nach (34)

$$\int J_m\, d\vartheta = \frac{2(2N+1)}{\varkappa a \sin\vartheta} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{1+z^2}.$$

Da es sich nur um die nächste Umgebung eines Bildes handelt, kann $\sin\vartheta$ bei der Integration als konstant gelten. Wir dürfen dieselbe aber trotzdem von $-\infty$ bis $+\infty$ erstrecken, da die großen z ohnedies verschwindende Beiträge liefern. Wir erhalten also für die gesamte Lichtmenge in einem Beugungsbild

$$\int J_m\, d\vartheta = \frac{2\pi(2N+1)}{\varkappa a \sin\vartheta} \tag{35}$$

und dies ist unabhängig von ε. —

Wir haben nun noch den Beweis nachzutragen, daß für die kleinsten Werte von ε, welche wir betrachtet haben, etwa für $\varepsilon = \frac{50}{2N+1}$, die Beugungsbilder praktisch noch vollkommen scharf sind. Der Abstand von der Bildmitte beträgt in Bruchteilen des Abstands zweier benachbarter Bilder

$$\frac{\varepsilon z}{2\pi} = \frac{50 z}{2\pi(2N+1)}.$$

Nun ist schon für $z = 10$ die Intensität nach (34) auf weniger als 1 Proz. gesunken. Das Beugungsbild wird also praktisch gewiß nicht breiter erscheinen als

$$\frac{2\times 50\times 10}{2\pi(2N+1)} \times \left\{\begin{matrix}\text{Bilder-}\\ \text{abstand}\end{matrix}\right\} = \frac{159}{2N+1} \times \left\{\begin{matrix}\text{Bilder-}\\ \text{abstand.}\end{matrix}\right.$$

Wenn N nur eine halbwegs große Zahl ist (etwa gleich 10^4 oder 10^5), dürfte diese Verbreiterung wohl noch nicht wahrnehmbar sein. Übrigens sei ausdrücklich hervorgehoben, daß für einen numerisch bestimmten Wert von ε der Grad der Verwaschenheit der Beugungsbilder, soweit er von der Wärmebewegung herrührt, unabhängig ist von der Zahl der Gitterpunkte. Nur bedeutet eben die untere Grenze $\left(\varepsilon = \frac{50}{2N+1}\right)$, von der ab sich die Diskussion der Formel (30) so sehr vereinfacht, einen um so größeren Wert von ε, je kleiner die Zahl der Gitterpunkte. Sollte diese wirklich beträchtlich kleiner sein als wir annehmen, dann müßte eben auch der zweite Term von (30) der Diskussion unterzogen werden. Wir würden aber für denselben numerischen Wert von ε auch ungefähr denselben Grad von Unschärfe finden, wie jetzt, vorausgesetzt, daß N nicht so klein ist, daß schon die Beugungsbilder des ruhenden Gitters merklich verwaschen sind. —

Wenn ε mit der Einheit vergleichbar wird, dürfen wir in (32) nicht mehr e^ε durch $1+\varepsilon$ annähern, und man überzeugt sich leicht, daß die Ausdehnung der Beugungsbilder dann schon so groß wird, daß auch die Ersetzung von $\sin\frac{\alpha}{2}$ durch das Argument nicht mehr gestattet ist. Ferner müßten wir innerhalb eines solchen breiten verwaschenen Streifens auch die Abhängigkeit der Größe ε vom Beugungswinkel in Betracht ziehen. Wir wollen aber diesen Vorgang des vollständigen Verschwimmens der Bilder schon aus dem Grunde nicht näher verfolgen, weil eben die Art dieser Abhängigkeit in unserem vereinfachten eindimensionalen Problem gewiß nicht den Tatsachen entspricht, da sie lediglich davon herrührt, daß wir die Wärmebewegung auf die x-Achse beschränkt haben; wir wissen aber aus den oben zitierten Arbeiten des Herrn Debye, daß beim dreidimensionalen Gitter ein ganz anderer Richtungseffekt auftritt, welcher der verschiedenen Phase der Anregung in der Fortpflanzungsrichtung der primären Welle sein Entstehen verdankt.

Wir wollen nur noch anmerken, daß für große Werte von ε unser Resultat wieder mit dem Debyeschen zusammenkommt. Wenn ε ein erhebliches Vielfaches der Einheit ist, so erhalten wir aus (32)

$$J_m = 2N+1,$$

also eine gleichmäßige Erhellung von beträchtlich geringerer Intensität als die ursprüngliche in den ungestörten Maximis $[(2N+1)^2]$.

Die Diskussion der wirklich auftretenden

numerischen Werte von ε verschiebe ich bis zur Behandlung des dreidimensionalen Problems. Statt des Koeffizienten f der quasielastischen Kraft, der hier nach (27^2) die Größe des Temperatureffekts mitbestimmt, werden dann die makroskopisch beobachtbaren Elastizitätsmoduln des Kristalls eingeführt werden können und eine genauere Durchrechnung einzelner Fälle ermöglichen.

Es kann aber wohl keinem Zweifel unterliegen, daß die bis jetzt aufgestellten Gesetze auch für den dreidimensionalen Fall Geltung haben werden, freilich nur für genügend hohe Temperaturen, da wir die Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Konfiguration nach den Gesetzen der statistischen Mechanik ohne Rücksicht auf die Quantentheorie berechnet haben. Wir fassen unser vorläufiges Resultat zusammen:

Die mit Kristallgittern von Röntgenstrahlen erhaltenen Beugungsbilder müssen mit wachsender Temperatur immer breiter und verschwommener werden und allmählich in eine gleichmäßige Erhellung des Gesichtsfeldes übergehen.

Wien, 27. November 1913, II. Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 28. November 1913.)

Über die Magnetisierung von ferromagnetischen Körpern in Beziehung zur Annahme einer Nullpunktsenergie.
(Over de magnetisatie van ferromagnetische lichamen in verband met de aanname eener nulpuntsenergie.)

Von W. H. Keesom.

II[1]). Über die Suszeptibilität im erregt-ferromagnetischen Zustand.

§ 5[2]). Die Suszeptibilität von ferromagnetischen Stoffen oberhalb ihres Curiepunktes. Nach der Weissschen Theorie gehen die ferromagnetischen Stoffe oberhalb ihres Curiepunktes, bevor sie eventuell den paramagnetischen Zustand annehmen, in einen Zustand (eventuell in verschiedene Zustände) über, in welchem, wie unterhalb des Curiepunktes, die Magnetisierung ein Molekularfeld hervorruft. Dann tritt jedoch keine spontane Magnetisierung mehr auf, und das Molekularfeld entsteht nur dann, wenn es von einem äußeren Felde erregt wird. Wir nehmen in diesem Paragraphen an, daß Gleichung (15) für die Existenz eines Curiepunktes erfüllt ist. Für Zustände, in denen noch keine Sättigung merkbar zu werden anfängt[1]), folgt aus Gleichung (7), die dann in $M_m = {}^1/_3\, n\mu a$ übergeht, mit (8), (10), (11) und (16) für die spezifische Suszeptibilität (pro Masseneinheit)

$$\chi = \frac{n\mu}{3\,(u_r - u_{rc})}, \tag{27}$$

also

$$\chi^{-1} \backsim (u_r - u_{rc}). \tag{28}$$

In erster Annäherung, d. h. bei Äquipartition, wie in zweiter Annäherung, wenn in der Entwicklung des zweiten Gliedes der ersten Gleichung von (5) nach positiven Potenzen von x nur die zwei ersten Glieder in Betracht kommen[2]), geht (28) über in das Gesetz von Weiss für die Suszeptibilität oberhalb des Curiepunktes:

$$\chi^{-1} \backsim T - T_c. \tag{29}$$

In Figur 2 ist veranschaulicht, wie die Kurve, die χ^{-1} als Funktion der Temperatur darstellt, sich aus u_r als Funktion von T ergibt. Darin ist nach (5) $\Delta = \frac{2}{15}\,\Theta_0$.

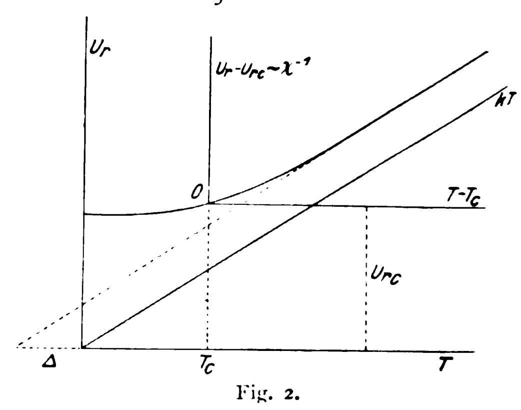


Fig. 2.

Für genügend hohe Temperaturen ist sie als Gerade zu betrachten. Die Annahmen des vorigen Abschnittes ergeben jedoch, daß in der Nähe von Θ χ^{-1} als Funktion von T, je nach dem Verhältnis von T_c zu Θ_0, mehr oder weniger gekrümmt ist. Merkbar ist diese Krümmung nur zu erwarten bei hohen Werten von Θ_0, wie bei den einatomigen ferromagnetischen Elementen.

Tatsächlich deuten nun die Bestimmungen von Weiss und Foex[3]) über Nickel, Eisen[4]) und Kobalt auf einen Verlauf von χ^{-1}, wie er in Figur 2 angegeben wird. Zwar stellen Weiss

1) Übersetzt nach Leiden, Commun. Suppl. Nr. 32b.

2) Die Paragraphen, Gleichungen und Figuren sind numeriert in Fortsetzung des ersten Abschnittes dieser Arbeit (diese Zeitschr. 15, 8, 1914).

1) Für diese Zustände kommt die in § 3b erörterte Änderung von u_r durch das Auftreten des Feldes nicht in Betracht.

2) Für $T > 1{,}2\,\Theta_0$ ist dieses der Fall mit einer Genauigkeit von 1 % für u_r und mit einer von 1 ‰ für $T > 4\,\Theta_0$.

3) P. Weiss und G. Foex, Arch. de Genève (4) 31, 89, 1911.

4) Vgl. für diesen Stoff jedoch A. Preuss, Diss. Zürich (Techn. Hochschule) 1912, S. 64.

und Foex χ^{-1}, wenigstens für ein bestimmtes Temperaturgebiet oberhalb des Curiepunktes, in Annäherung durch zwei Geraden dar, bemerken jedoch ausdrücklich, daß für Nickel z. B.[1]) die Neigung des Teiles der Kurve, der am dichtesten an O grenzt, keinen bestimmten Wert hat. Diesem entspricht, daß Honda und Takagi[2]) die χ^{-1}, T-Kurve für Nickel zwischen reichlich 400^{0} C und 550^{0} C schwach gekrümmt finden. Weiter schließt nach Honda und Takagi dieser Teil sich ohne Knick dem nahezu geraden Teil für höhere Temperaturen an. Außer dem Punkte bei der höchsten Temperatur hat die durch sie in Figur 1 Tafel I l. c. für Nickel[3]) gezeichnete χ^{-1}, T-Kurve ganz die Form, wie sie nach Figur 2 zu erwarten sein würde[4]).

§ 6. Die Möglichkeit des Bestehens ferromagnetischer Stoffe ohne Curiepunkt. In § 3a wurde bereits darauf hingewiesen, daß bei Annahme einer Nullpunktsenergie für die Molekularrotationen die Existenz ferromagnetischer Stoffe (Stoffe mit einem Molekularfeld), die keine spezifischen ferromagnetischen Eigenschaften zeigen, als möglich erachtet werden muß. Man wird solche Stoffe an erster Stelle unter denen zu suchen haben, die eine große Nullpunktsenergie der Rotation (kleines Trägheitsmoment), ein kleines magnetisches Molekularmoment, sowie ein schwaches Molekularfeld besitzen.

Aus (7) ergibt sich für Zustände, bei denen noch keine Sättigung merkbar zu werden beginnt, nach (8), (10) und (11) für die Suszeptibilität

$$\chi^{-1} \sim u_r - v, \quad \text{wenn} \quad v = \frac{N_m n \varrho \mu^2}{3} \qquad (30)$$

ist.

In Fig. 3 sind die verschiedenen Fälle vereinigt, die bei verschiedenen Werten der Konstanten v, verglichen mit u_{r_0}, möglich sind.

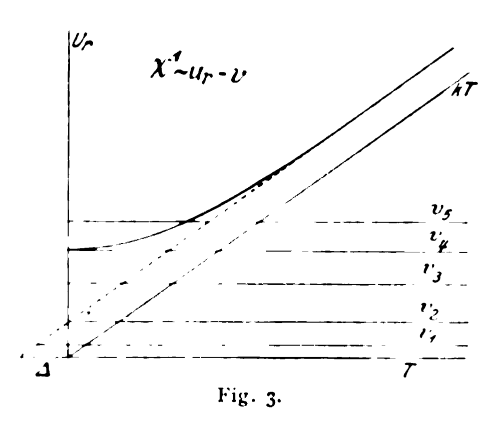


Fig. 3.

Dabei ist χ^{-1} für die verschiedenen Werte von v von der entsprechenden horizontalen Geraden aus zu messen. Denkt man bei konstant gehaltenem magnetischen Molekularmoment und konstant gehaltener Nullpunktsenergie das Molekularfeld von o ab zunehmend, dann bekommt man der Reihe nach die folgenden Fälle:

$v = v_1$. Bei genügend hohen Temperaturen ist $\chi(T + \Delta_1) =$ konst. (mit positivem Δ_1). Man würde diese Klasse von Stoffen quasi-paramagnetische nennen können: Die Anwesenheit des Molekularfeldes äußert sich, was die Suszeptibilität betrifft, nur darin, daß diese Stoffe vom Gesetz der korrespondierenden Zustände abweichen, das nach der von Kamerlingh Onnes und Perrier[1]) ausgesprochenen und von Oosterhuis[2]) bei seinen Betrachtungen als zutreffend gefundenen Vermutung für rein paramagnetische Stoffe (ohne Molekularfeld) mit konstantem magnetischen Moment gilt.

$v = v_2$. Der Stoff folgt über ein großes Temperaturgebiet dem Curieschen Gesetz ($\Delta_2 = 0$). Bei tiefen Temperaturen ist die χ^{-1}, T-Kurve gekrümmt, ohne daß ein Gebiet mit einem bestimmten Δ[3]) aufzuweisen ist.

$v = v_3$. Zustand von erregtem Ferromagnetismus, charakterisiert durch einen positiven Wert von Δ_3 in $\chi(T - \Delta_3) =$ konst. für genügend hohe Temperatur. Der Stoff besitzt jedoch keinen Curiepunkt.

---

1) Siehe S. 95 l. c., für Eisen S. 97, siehe auch besonders für Kobalt S. 101.

2) Kotaro Honda und Hiromu Takagi, Science Reports Tohoku University Sendai (I) 1, 229, 1913.

3) Etwas Derartiges finden sie für Kobalt und Eisen.

4) Die Beobachtungen von Weiss und Foex über die Suszeptibilität von Nickel oberhalb des Curiepunktes können bis zu 870^{0} C mit dem Werte $\Theta_0 = 2100$ von § 4 und dem magnetischen Moment des Grammatoms $= 8552$ genügend dargestellt werden. Letzterer Wert unterscheidet sich von dem in § 4 für den Zustand unterhalb des Curiepunktes hergeleiteten. Auf Grund vorläufiger Rechnungen erscheint es mir wahrscheinlich, daß für Nickel sowohl die spontane Magnetisierung unterhalb des Curiepunktes als auch die Suszeptibilität im erregt-ferromagnetischen Zustand oberhalb des Curiepunktes bis an die obenerwähnte Temperatur, nach den Messungen von Bloch, Diss. Zürich 1912, Techn. Hochschule, vermutlich sogar bis 1200^{0} C, durch einen Wert von Θ_0 und einen Wert des magnetischen Moments pro Atom wie auch durch einen Wert des Koeffizienten des Molekularfeldes dargestellt werden können. In einer späteren Mitteilung hoffe ich die Resultate weiterer Rechnungen hinsichtlich dieses Punktes mitzuteilen. Wenn diese zu einer Erhärtung der geäußerten Vermutung führen, dann wird damit die Bedeutung der Theorie des Weissschen Molekularfeldes (erweitert durch die in dieser Mitteilung gemachten Voraussetzungen hinsichtlich des Wärmegleichgewichts der Molekularrotationen) noch besonders erhöht.

1) H. Kamerlingh Onnes und A. Perrier, Leiden Comm. Nr. 124a (Dez. 1911), § 3; vgl. E. Oosterhuis, diese Zeitschr. 14, 867, 1913, Fußnote 4.

2) E. Oosterhuis, diese Zeitschr. 14, 862, 1913.

3) Vgl. E. Oosterhuis, a. a. O.

$v = v_4$. Gleichfalls kein Curiepunkt. Sieht man von Sättigungserscheinungen ab, so würde χ bei Annäherung an $T = 0$ stets größer werden. Bei einem derartigen Stoff oder einem, der sich hiervon wenig unterscheidet (v wenig kleiner als v_4), würde man zuerst das Auftreten von Sättigungserscheinungen bei tiefen Temperaturen erwarten.

$v = v_5$. Ferromagnetischer Stoff mit Curiepunkt.

§ 7. Zunahme des magnetischen Molekularmomentes mit der Temperatur. In den Betrachtungen dieser Mitteilung ist stets das magnetische Molekularmoment als konstant angenommen. Weiter ist bei diesen Betrachtungen stets angenommen, daß die magnetische Achse eine feste Achse im magnetischen Molekül sei. Die einfachste Voraussetzung hierüber ist wohl, daß das Elektron oder die Elektronen, deren Bewegung (z. B. in einer kreisförmigen Bahn) das magnetische Moment verursacht, im Molekül an einen festen Ort gebunden sind. Man kommt so zu der Vorstellung, daß ein magnetisches Molekül sein magnetisches Moment dem Umstande verdankt, daß es sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit um seine Achse dreht, die dann die magnetische Achse ist, während es ein oder mehr Elektronen trägt, die außerhalb der Achse gelegen sind. Solange die Rotationsgeschwindigkeit konstant ist und die erwähnten Elektronen denselben Abstand zur Achse behalten, ist das magnetische Moment konstant. Es liegt nun auf der Hand, zu fragen, ob vielleicht nicht diese Rotation (um die magnetische Achse) auch am molekularen Wärmegleichgewicht teilnimmt. Daß die Rotationsgeschwindigkeit sich von den tiefen Temperaturen aus über ein großes Temperaturgebiet nicht merklich ändert, würde dann auf einen großen Wert des sich auf diese Rotation beziehenden θ_0 deuten und würde einem besonders kleinen Trägheitsmoment um die betreffende Achse zuzuschreiben sein.

Kurz zusammenfassend würde ein magnetisches Molekül also ein Molekül (oder der Teil eines Moleküls) mit einem kleinen Trägheitsmoment um eine bestimmte Achse sein, so daß es mit Nullpunktsenergie mit großer Geschwindigkeit um diese Achse rotiert, und mit wenigstens einem Elektron, das an einen außerhalb der Achse gelegenen Ort im Molekül gebunden ist.

Nach dieser Auffassung bezüglich der Teilnahme der hier besprochenen Rotation am Wärmegleichgewicht wird bei höheren Temperaturen das magnetische Moment anfangen, erst langsam, dann schneller mit der Temperatur zuzunehmen. Tatsächlich ist Weiss[1]) auf Grund der Beobachtungen, z. B. für Magnetit, oberhalb des Curiepunktes, zur Vorstellung eines mit der Temperatur anwachsenden magnetischen Momentes gekommen. Ein Unterschied gegen die Weisssche Vorstellung besteht darin, daß Weiss eine sprungweise Zunahme des magnetischen Molekularmomentes nach rationellen Verhältnissen annimmt, während die obenerwähnte Auffassung mehr ein gleichmäßiges Anwachsen des magnetischen Molekularmomentes mit der Temperatur erwarten lassen würde. Eine nähere Untersuchung wird lehren müssen, ob die betreffenden Messungsergebnisse von Weiss und Foex auch nicht auf diese Weise, im besonderen unter Anwendung der Entwicklungen des § 3a für diese Rotationsenergie, dargestellt werden können.

Bedenkt man, daß wahrscheinlich bei anderen Stoffen die Trägheitsmomente um verschiedene Achsen sich nicht in dem Maße unterscheiden, wie dieses bei ferromagnetischen Stoffen der Fall zu sein scheint, und daß sich bei verschiedenen Verhältnissen der betreffenden Trägheitsmomente auch für paramagnetische Stoffe sehr verschiedene Fälle werden ergeben können; fügt man weiter die Möglichkeit hinzu, daß man es nach § 6 mit Stoffen zu tun haben kann, die wohl ein Magnetfeld, jedoch keinen Curiepunkt besitzen, so erscheint die Möglichkeit gegeben, noch verschiedene Fälle, die von Du Bois, Honda und Owen[2]) bei ihren Messungen über die Suszeptibilität von Elementen gefunden worden sind, und die nicht nach Oosterhuis mit der Annahme eines magnetischen Momentes ohne Molekularfeld vorgestellt werden können, zu interpretieren.

1) P. Weiss, Arch. de Genève (4) **31**, 402, 1911, § 12.

2) H. du Bois und K. Honda, Amst. Proc. Jan. 1910, S. 547; K. Honda, Ann. d. Phys. (4) **32**, 1027, 1910; Science Reports Tôhoku University Sendai **1**, 1, 1912; M. Owen, Amst. Proc. Dez. 1911, S. 637; Ann. d. Phys. (4) **37**, 657, 1912.

(Eingegangen 13. November 1913.)

Beitrag zur Theorie und Berechnung der optischen Elektronen und Ionen.

Von K. Kilchling.

Die Dispersion durchsichtiger Medien kann bekanntlich durch die Sellmeiersche Beziehung

$$n^2 = 1 + \sum \frac{D_m \lambda_m^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2} \tag{1}$$

dargestellt werden. λ_m ist die Wellenlänge der Eigenschwingung, bezeichnet also etwa das Maximum des Absorptionsgebiets. D_m ist kon-

stant und kann aus den experimentellen Daten der Dispersion berechnet werden. Das Summenzeichen erstreckt sich über so viele Glieder, als die Substanz Absorptionsgebiete hat. Zu jedem Absorptionsgebiet gehört ein λ_m und ein D_m. Im Ultraroten werden diese Konstanten nach allgemeinem Gebrauch statt mit m mit dem Index r, im Ultraviolett mit v versehen.

Durch Reihenentwicklung ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} n^2 = n_\infty^2 + \sum \frac{D_m \lambda_m^2}{\lambda^2 - \lambda_m^2} = \\ = n_\infty^2 + \sum \frac{M_m}{\lambda^2 - \lambda_m^2} \, . \end{aligned} \right| \tag{2}$$

Es ist darin

$$n_\infty^2 = 1 + \Sigma D_m \tag{3}$$

und

$$M_m = D_m \cdot \lambda_m^2, \tag{4}$$

n_∞^2 ist gleich der Dielektrizitätskonstanten der betreffenden Substanz.

R. Reiff[1]) gab auf Grund der Helmholtzschen Dispersionstheorie die erste Methode zur Berechnung von $\frac{e}{m}$, der spezifischen Ladung der die Absorption und Dispersion verursachenden optischen Elektronen des Moleküls. Ist die Zahl der Elektronen pro Molekül p, so kann $p \cdot \frac{e}{m}$ berechnet werden.

Die Reiffsche Theorie wurde von Drude[2]) ausgebaut.

Er fand

$$p \cdot \frac{e}{m} = \frac{\pi}{9660} \cdot \frac{M}{d} \cdot \frac{M_m}{\lambda_m^4} \, . \tag{5}$$

M ist das Molekulargewicht der betreffenden Substanz, d ihre Dichte.

Drude hat diese Beziehung auf eine Reihe von Stoffen angewandt, deren Dispersionskonstanten D_m, M_m, λ_m von Ketteler, Nichols, Paschen und Rubens gegeben waren. Merkwürdigerweise hat er die Berechnungen von Martens[3]), durch welche die von den vorerwähnten Autoren gefundenen Konstanten zum Teil berichtigt wurden, nicht berücksichtigt.

In der vorliegenden Arbeit sind die Daten von Martens zur Berechnung der $p \cdot \frac{e}{m}$ einer Anzahl Substanzen verwandt; die Drudeschen Werte von $p \cdot \frac{e}{m}$ sind jeweils zum Vergleich beigefügt.

H. A. Lorentz[4]) zeigte, daß die selektive Absorption im Ultravioletten durch Eigenschwingungen des negativen Elektrons verursacht ist, indem er nachwies, daß $\frac{e}{m}$ nahe $\frac{e}{m}$ für das negative Elektron ist. Über den Unterschied des optischen $\frac{e}{m}$ gegen den aus elektrischen und magnetischen Messungen gefundenen Wert ist in der von J. Koenigsberger und mir[1]) veröffentlichten Arbeit ein Erklärungsversuch gegeben.

Drude wies nach, daß p eine einfache Zahl und von der Größenordnung der im Molekül vorhandenen Valenzen ist. Seine Berechnungen ergaben ferner, daß die Absorption im Ultraroten durch Ionen verursacht ist.

Während Drude alle Berechnungen von $p \cdot \frac{e}{m}$ auf Dispersionsdaten stützte, haben J. Koenigsberger[2]) und ich eine Rechnungsmethode angewandt, welche gestattet, $p \cdot \frac{e}{m}$ direkt aus Absorptionsmessungen zu berechnen. Auch diese ist in der folgenden Arbeit angewandt worden.

I. Teil: Ultraviolett.

Flußspat. (Daten nach Martens.)

$$\lambda_v = 0{,}095 \cdot 10^{-4}$$
$$D_v = 0{,}678$$
$$M = 78$$
$$d = 3{,}18 \, .$$

$$\underline{p \cdot \frac{e}{m}} = 0{,}000325 \cdot \frac{78}{3{,}18} \cdot \frac{0{,}678}{0{,}00902 \cdot 10^{-8}} = \underline{6 \cdot 10^7} \, .$$

Drude (nach Paschen): $\underline{p \cdot \frac{e}{m} = 6{,}2 \cdot 10^7}$.

Ist $p = 4$ die Valenzsumme, so ist $\frac{e}{m} = 1{,}5 \cdot 10^7$, d. h. die Absorption ist durch die Resonanz von 4 Elektronen pro Molekül verursacht.

Steinsalz. (Daten nach Martens.)

$$\lambda_{v1} = 0{,}111 \cdot 10^{-4} \text{ (berechnet)}$$
$$\lambda_{v2} = 0{,}156 \cdot 10^{-4} \text{ („)}$$
$$D_{v1} = 0{,}855$$
$$D_{v2} = 0{,}318 \, .$$

$$\text{I.} \quad \underline{p \cdot \frac{e}{m} = 6{,}2 \cdot 10^7} \, .$$

$$\text{II.} \quad \underline{p \cdot \frac{e}{m} = 1{,}16 \cdot 10^7} \, .$$

Rubens und Nichols stellten die Dispersion nur mit einem Absorptionsgebiet im Ultra-

1) Wied. Ann. **55**, 83, 1895.
2) Ann. d. Phys. **14**, 677, 1904.
3) Ann. d. Phys. **6**, 603, 1901.
4) Versl. K. Ak. Wet. Amsterdam **6**, 506 u. 555, 1898.

1) Ann. d. Phys. **32**, 843, 1910.
2) Ann. d. Phys. **28**, 889, 1909; **32**, 843, 1910; K. Kilchling, Inaug.-Diss. Freiburg i. B. 1909.

violetten bei $\lambda_v = 0{,}127 \cdot 10^{-4}$ (berechnet) dar, und Drude berechnet hieraus:

$$p \cdot \frac{e}{m} = 6{,}28 \cdot 10^7.$$

Die Wellenlänge $0{,}127 \cdot 10^{-4}$ ist auf Grund der Martensschen Daten als ein Absorptionsschwerpunkt zwischen $0{,}111 \cdot 10^{-4}$ und $0{,}156 \cdot 10^{-4}$ aufzufassen.

Sylvin. (Martens.)

$\lambda_{v1} = 0{,}115 \cdot 10^{-4}$ (berechnet)
$\lambda_{v2} = 0{,}161 \cdot 10^{-4}$ („)
$D_{v1} = 0{,}672$
$D_{v2} = 0{,}244$.

I. $p \cdot \frac{e}{m} = 6{,}33 \cdot 10^7$

II. $p \cdot \frac{e}{m} = 1{,}18 \cdot 10^7$.

Drude (nach Rubens und Nichols):

$\lambda_v = 0{,}153 \cdot 10^{-4}$.

$$p \cdot \frac{e}{m} = 3{,}4 \cdot 10^7.$$

Quarz. (Martens in Winkelmann, Handbuch der Physik.)

$\lambda_v = 0{,}105 \cdot 10^{-4}$
$M_v = 0{,}0105 \cdot 10^{-8}$.

$$p \cdot \frac{e}{m} = 6{,}4 \cdot 10^7.$$

Drude (Rubens und Nichols):

$\lambda_v = 0{,}103 \cdot 10^{-4}$

$$p \cdot \frac{e}{m} = 7 \cdot 10^7.$$

Kalkspat hat nach Martens ein Absorptionsgebiet bei $0{,}106 \cdot 10^{-4}$. Die Konstanten der Dispersionsformel konnten nicht berechnet werden, da die Zugehörigkeit der experimentell bekannten Absorptionsstreifen im Ultrarot zum ordentlichen oder außerordentlichen Strahl nicht entschieden war.

II. Teil: Ultrarot.

Wie Drude l. c. gezeigt hat, sind Absorptionsstreifen im Ultrarot Ionen zuzuschreiben. J. J. Thomson[1]) hat für zwei ponderable Massen m_1 und m_2, die entgegengesetzt gleiche elektrische Ladungen E haben und gegeneinander schwingen, Bewegungsgleichungen aufgestellt, aus denen sich die Dispersionsformeln für durchsichtige Medien in der Sellmeierschen Gestalt ableiten lassen. Thomson hat in seinen Ausgangsgleichungen keine dämpfende Kraft berücksichtigt, so daß seine Dispersionsformeln die anomale Dispersion nicht darstellen.

1) Phil. Mag. (6) 7, 237, 1904; 11, 769, 1906.

Im folgenden sind nun die Bewegungsgleichungen unter Berücksichtigung einer dämpfenden Kraft aufgestellt. Thomson hatte die Beziehungen:

$$m_1 \cdot \frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} = -\frac{4}{3} \pi \varrho E x_1 \tag{6}$$

$$m_2 \cdot \frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} = +\frac{4}{3} \pi \varrho E x_2 . \tag{6a}$$

x_1 und x_2 sind die Ausweichungen der geladenen Massenteilchen m_1 und m_2 aus ihren Ruhelagen. Die quasielastischen Kräfte, welche die Teilchen in die Ruhelagen zurücktreiben, wären danach proportional den Ausweichungen x_1 und x_2. Da die quasielastische Kraft jedoch von der Masse m_1 zu der Masse m_2 wirkt, so hängt sie nicht von den Verschiebungen x_1 und x_2 ab, sondern von der relativen Verschiebung $x_1 - x_2$. Deshalb scheint es mir richtiger zu sein, den Gleichungen folgende Form zu geben:

$$m_1 \cdot \frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} = -\frac{4}{3} \pi \varrho E (x_1 - x_2) \tag{7}$$

$$m_2 \cdot \frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} = +\frac{4}{3} \pi \varrho E (x_1 - x_2) . \tag{7a}$$

Die Kräfte, welche auf die Teilchen wirken, sind danach die erregende Kraft X', die aus der Verschiebung resultierende quasielastische Kraft und die dämpfende Kraft, welche, da sie reibungsähnlich gedacht werden kann, proportional der Geschwindigkeit $\frac{\partial x}{\partial t}$ anzusetzen ist; r ist ein Proportionalitätsfaktor der Reibung.

Danach heißen die Grundgleichungen:

$$\left. \begin{aligned} & m_1 \cdot \frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} = \\ & = -X' \cdot E - \frac{4}{3} \pi \varrho E (x_1 - x_2) - r_1 \cdot \frac{\partial x_1}{\partial t} \end{aligned} \right\} \tag{8}$$

$$\left. \begin{aligned} & m_2 \cdot \frac{\partial^2 x_2}{\partial t^2} = \\ & = +X' \cdot E + \frac{4}{3} \pi \varrho E (x_1 - x_2) - r_2 \cdot \frac{\partial x_2}{\partial t} . \end{aligned} \right\} \tag{8a}$$

Setzt man in den Gleichungen (7) für E bzw. $+e_1$ und $-e_2$ und

$$x_1 = A_1 \cdot e^{2\pi i \mathfrak{p} t} \tag{9}$$

$$x_2 = A_2 \cdot e^{2\pi i \mathfrak{p} t}, \tag{9a}$$

so ist

$$\left. \begin{aligned} \varrho = \frac{3\pi m_1}{e_1 \cdot (1 + a_1)} \cdot \mathfrak{p}_1^2 = \frac{3\pi m_2}{e_2 \cdot (1 + a_2)} \cdot \mathfrak{p}_2^2 = \\ = \frac{3\pi m_1 \cdot m_2}{E \cdot (m_1 + m_2)} \cdot \mathfrak{p}_m^2 , \end{aligned} \right\} \tag{10}$$

wobei

$$a_1 = \frac{1}{a_2} = \frac{m_1}{m_2} . \tag{11}$$

Die Eigenschwingungszahlen $\mathfrak{p}_1$ und $\mathfrak{p}_2$ sind gleich und mit $\mathfrak{p}_m$ bezeichnet.

Die Amplituden x_1 und x_2 verhalten sich umgekehrt wie die ponderabeln Massen m_1 und m_2, so daß

$$-m_1 : m_2 = x_1 : x_2 = -a_1 = -\frac{1}{a_2}. \quad (12)$$

Nach Lorentz[1]) ist die Kraft des äußeren elektrischen Feldes des Lichtvektors X nicht ipentisch mit der erregenden Kraft X'. Vielmehr besteht die Beziehung:

$$X' = X + \frac{4}{3}\pi N E (x_2 - x_1), \quad (13)$$

wobei

$$X = \frac{4\pi N E}{\nu^2 - 1}(x_2 - x_1). \quad (14)$$

Darin ist ν der komplexe Brechungsexponent

$$\nu = n - i x', \quad (15)$$

N die Anzahl geladener Massenteilchen pro cm^3. Aus den Beziehungen (12), (13) und (14) ergibt sich

$$X' = 4\pi N E x_{1,2}(1 + a_{2,1}) \cdot \left[\frac{1}{\nu^2 - 1} + \frac{1}{3}\right]. \quad (16)$$

Endlich sind alle Werte in die Gleichungen (8) einzusetzen. Man erhält schließlich aus jeder der beiden Gleichungen:

$$n^2 - x'^2 - 1 = \frac{g\lambda^2(\lambda^2 - \lambda_m'^2)}{(\lambda^2 - \lambda_m'^2)^2 + g'^2\lambda^2} \quad (17)$$

$$2nx' = \frac{3 g_0 g_0' \lambda^3}{(\lambda^2 - \lambda_m'^2)^2 + g'^2 \lambda^2}. \quad (18)$$

Dabei ist abkürzungsweise gesetzt

$$g_0 = \frac{N E}{\varrho} \quad (19)$$

$$g_0' = r \cdot \frac{\lambda_m^2}{2\pi c_0 m}. \quad (20)$$

Zwischen g_0, g_0', g, g' und λ_m' bestehen folgende Beziehungen:

$$g = \frac{3 g_0}{1 - g_0} \quad (21)$$

$$g' = \frac{g_0'}{1 - g_0} \quad (22)$$

$$\lambda_m'^2 = \frac{\lambda_m^2}{1 - g_0}. \quad (23)$$

λ_m' hat keine physikalische Bedeutung und ist nur eine rechnerische Größe.

Durch die Substitution

$$\alpha = \frac{\lambda_m'^2 - \lambda^2}{g\lambda^2} \quad (24)$$

$$\beta = \frac{g'}{g \cdot \lambda} \quad (25)$$

ist

$$n^2 = \frac{\sqrt{(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha)^2 + \beta^2} + (\alpha^2 + \beta^2 - \alpha)}{2(\alpha^2 + \beta^2)} \quad (26)$$

$$x'^2 = \frac{\sqrt{(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha)^2 + \beta^2} - (\alpha^2 + \beta^2 - \alpha)}{2(\alpha^2 + \beta^2)}. \quad (27)$$

Die Beziehungen (17) bis (27) sind identisch mit den früher[1]) diskutierten.

1) l. c.

Anwendung auf die Berechnung von $p \cdot \frac{c}{m}$.

Der Index m bezeichnet im folgenden alle zu dem Absorptionsgebiet bei λ_m gehörigen Konstanten. Ersetzt man in (10) die Schwingungszahl $\mathfrak{v}_m$ durch $\frac{c_0}{\lambda_m}$, so ist

$$\lambda_m^2 = \frac{3\pi m_m c_0^2}{\varrho_m E_m (1 + a_m)}. \quad (28)$$

Mit Beziehung (19)

$$g_0 = \frac{N_m \cdot E_m}{\varrho_m} \quad (29)$$

ist

$$\lambda_m^2 = \frac{3\pi m_m c_0^2 g_0}{N_m \cdot E_m^2 (1 + a_m)} \quad (30)$$

oder

$$N_m = \pi \cdot \frac{g_0}{\lambda_m^2} \cdot \frac{m_m}{E_m^2 (1 + a_m)} \cdot 3 c_0^2. \quad (31)$$

Nun ist nach Drude die Dichte

$$d = \frac{N_m}{p_m} \cdot H \cdot M$$

oder mit (31)

$$d = \frac{3\pi \cdot g_0 m_m H M}{p_m \cdot \lambda_m^2 E_m E_m (1 + a_m)} \quad (32)$$

Der Faktor c_0^2 fällt dadurch heraus, daß E_m in elektrostatischem statt in elektromagnetischem Maße gemessen wird. Aus (32) ist

$$p_m \cdot \frac{E_m}{m_m} = \pi \cdot \frac{H}{E_m} \cdot \frac{M}{d} \cdot \frac{3 g_0}{\lambda_m^2} \cdot \frac{1}{1 + a_m}. \quad (33)$$

Da aber

$$\frac{3 g_0}{\lambda_m^2} = \frac{3 g_0}{\lambda_m'^2 (1 - g_0)} = \frac{g}{\lambda_m'^2}, \quad (34)$$

so ist

$$p_m \cdot \frac{E_m}{m_m} = \pi \cdot \frac{H}{E_m} \cdot \frac{M}{d} \cdot \frac{g}{\lambda_m'^2} \cdot \frac{1}{1 + a_m}. \quad (35)$$

Ist die Ladung E_m gleich dem Elementarquantum e, so ist

$$p_m \cdot \frac{e}{m_m} = \frac{\pi}{9660} \cdot \frac{M}{d} \cdot \frac{g}{\lambda_m'^2} \cdot \frac{1}{1 + a_m}. \quad (36)$$

Diese Beziehung unterscheidet sich von der früher von J. Koenigsberger und mir gegebenen durch den Faktor $\frac{1}{1 + a_m}$.

In die von Drude angegebene Form 1 ginge a entsprechend ein, so daß

1) J. Koenigsberger u. K. Kilchling, Ann. d. Phys. 28, 889, 1909; 32, 843, 1910.

$$p \cdot \frac{e}{m} = \frac{\pi}{9660} \cdot \frac{M}{d} \cdot \frac{D_m}{\lambda_m^2} \cdot \frac{1}{1+a} \qquad (37)$$

wäre.

Martens hat in der erwähnten Arbeit auch für die ultraroten Absorptionsgebiete die Konstanten D_m und λ_m berechnet.

Im folgenden ist $p\frac{e}{m}$ zunächst ohne a berechnet, dann mit a.

Steinsalz.

$D_r = 1,62$
$\lambda_r = 51,2 \cdot 10^{-4}$ (beob.)
$p \cdot \frac{e}{m} = 0,055 \cdot 10^4.$

Unter der Annahme, daß Na und Cl gegeneinander schwingen, erhält man

$$\text{für } Na\colon\ a_1 = \frac{23}{35,46} = 0,65,$$

$$\text{für } Cl\colon\ a_2 = \frac{1}{a_1} = \frac{35,46}{23} = 1,54$$

$$p\frac{e}{m}(Na) = \frac{0,055 \cdot 10^4}{1,65} = 0,0333 \cdot 10^4$$

$$p\frac{e}{m}(Cl) = \frac{0,055}{2,54} \cdot 10^4 = 0,0216 \cdot 10^4;$$

da für Wasserstoff $\frac{e}{m} = 0,966 \cdot 10^4$ ist, so müßte sich für Na der 23., für Cl der 35,46. Teil hiervon ergeben, also

$$p \cdot \frac{e}{m}(Na) = \frac{0,966}{23} \cdot 10^4 = 0,042 \cdot 10^4$$

$$p \cdot \frac{e}{m}(Cl) = \frac{0,966}{35,46} \cdot 10^4 = 0,0272 \cdot 10^4.$$

Sylvin.

$D_r = 1,93$
$\lambda_r = 61 \cdot 10^{-4}$ (beob.)
$p \cdot \frac{e}{m} = 0,064 \cdot 10^4.$

Annahme: Es schwinge K gegen Cl.

$$\text{Für } K\colon\ a_1 = \frac{39,1}{35,46} = 1,1$$

$$p \cdot \frac{e}{m} = \frac{0,064}{2,1} \cdot 10^4 = 0,0305 \cdot 10^4$$

$$\text{Für } Cl\colon\ a_2 = \frac{35,46}{39,1} = 0,91$$

$$p \cdot \frac{e}{m} = \frac{0,064}{1,91} \cdot 10^4 = 0,0335 \cdot 10^4,$$

statt elektrolytisch für K:

$0,966 \cdot 10^4 : 39,1 = 0,0247 \cdot 10^4,$

für Cl: $0,0272 \cdot 10^4.$

Flußspat.

$D_{r_1} = 0,16$
$\lambda_{r_1} = 24 \cdot 10^{-4}$ (beob.)
$p \cdot \frac{e}{m} = 0,0222 \cdot 10^4$

$D_{r_2} = 0,194$
$\lambda_{r_2} = 31,6 \cdot 10^{-4}$ (beob.)
$p \cdot \frac{e}{m} = 0,0155 \cdot 10^4$

$D_{r_3} = 4,527$
$\lambda_{r_3} = 40,52 \cdot 10^{-4}$ (ber.)
$p \cdot \frac{e}{m} = 0,22 \cdot 10^4$

Im folgenden ist versucht, zu entscheiden, welche ponderabeln Massen schwingen. Im Molekül ist offenbar keine andere Gruppierung der Massen möglich, als daß Ca und F_2 oder CaF und F gegeneinander schwingen.

Im ersten Fall ist für

$$Ca\colon\ a = \frac{40}{38} = 1,05, \quad \text{für } F_2\colon\ a = \frac{38}{40} = 0,95$$

$$\lambda_{r_1} = 24 \cdot 10^{-4}\ Ca\colon p \cdot \frac{e}{m} = \frac{0,0222}{2,05}\,10^4 = 0,0108 \cdot 10^4$$

$$F_2\colon\ p \cdot \frac{e}{m} = \frac{0,0222}{1,95}\,10^4 = 0,0114 \cdot 10^4$$

$$\lambda_{r_2} = 31,6 \cdot 10^{-4}\ Ca\colon p \cdot \frac{e}{m} = \frac{0,0155}{2,05}\,10^4 = 0,00755 \cdot 10^4$$

$$F_2\colon p \cdot \frac{e}{m} = 0,00795 \cdot 10^4$$

$$\lambda_{r_3} = 40,52 \cdot 10^{-4}\ Ca\colon p \cdot \frac{e}{m} = 0,107 \cdot 10^4$$

$$F_2\colon\ p \cdot \frac{e}{m} = 0,113 \cdot 10^4.$$

Im zweiten Fall ist für

$$CaF\colon\ a = \frac{59}{19} = 3,1 \qquad F\colon\ a = \frac{19}{59} = 0,322$$

$\lambda_{r_1} = 24 \cdot 10^{-4}$ CaF: $p \cdot \frac{e}{m} = 0,0054 \cdot 10^4$
F: $= 0,0168 \cdot 10^4$
$\lambda_{r_2} = 31,6 \cdot 10^{-4}$ CaF: $= 0,00378 \cdot 10^4$
F: $= 0,0117 \cdot 10^4$
$\lambda_{r_3} = 40\ 52 \cdot 10^{-4}$ CaF: $= 0,054 \cdot 10^4$
F: $= 0,166 \cdot 10^4.$

Nun ist elektrolytisch für

$$Ca\colon\ \frac{e}{m} = \frac{0,966 \cdot 10^4}{40} \cdot 2 = 0,0482 \cdot 10^4$$

$$F_2\colon\ \frac{e}{m} = \frac{0,966 \cdot 10^4}{38} \cdot 2 = 0,0508 \cdot 10^4$$

$$CaF\colon\ \frac{e}{m} = \frac{0,966 \cdot 10^4}{59} = 0,0164 \cdot 10^4$$

$$F\colon\ \frac{e}{m} = \frac{0,966\ 10^4}{19} = 0,0508 \cdot 10^4$$

Annahme I. Nimmt man an, daß die Schwingungen von Ca gegen F_2 die Absorption bei $\lambda_{r_1} = 24 \cdot 10^{-4}$ erzeugen, so hätte das zur

Folge, daß unter vier bis fünf Molekülen von CaF_2 eins ist, in welchem Ca gegen F_2 schwingt. Es ist nämlich für Ca das Verhältnis des optischen Wertes $p \cdot \frac{e}{m}$ zu dem elektrolytischen

$$= 0{,}0108 : 0{,}0482 = 1 : 4{,}46,$$

und entsprechend für F_2

$$= 0{,}0114 : 0{,}0508 = 1 : 4{,}46.$$

Dann könnte man annehmen, daß unter vier bis fünf Molekülen CaF_2 eins ist, in welchem CaF gegen F schwingt und die Absorption bei $\lambda_{r_2} = 31{,}6 \cdot 10^{-4}$ verursacht. Denn das Verhältnis der spezifischen Ladungen ist für CaF

$$= 0{,}00378 : 0{,}0164 = 1 : 4{,}35$$

und für F

$$= 0{,}0117 : 0{,}0508 = 1 : 4{,}35.$$

Annahme II. Wenn aber die Absorption bei $\lambda_{r_1} = 24 \cdot 10^{-4}$ durch Schwingungen von CaF gegen F verursacht wird, so käme auf drei Moleküle CaF_2 eins, das derartigen Schwingungen fähig ist, weil das Verhältnis der spezifischen Ladungen für CaF

$$= 0{,}0054 : 0{,}0164 = 1 : 3{,}03,$$

für F

$$= 0{,}0168 : 0{,}0508 = 1 : 3{,}02$$

ist.

Die Absorption bei $\lambda_{r_2} = 31{,}6 \cdot 10^{-4}$ könnte in diesem Falle verursacht sein durch ein schwingungsfähiges Molekül mit Ca und F_2 als schwingenden Massen auf sechs bis sieben Moleküle. Für Ca ist nämlich

$$p \cdot \frac{e}{m} : \frac{e}{m} = 0{,}00755 : 0{,}0482 = 1 : 6{,}4,$$

für F_2

$$= 0{,}00795 : 0{,}0508 = 1 : 6{,}4.$$

Die Entscheidung darüber, welche der beiden Annahmen den Vorzug verdient, kann auf Grund der berechneten Daten nicht getroffen werden.

Die Absorption bei $\lambda_{r_3} = 40{,}52 \cdot 10^{-4}$ kann nicht durch Schwingungen von Ca gegen F_2 und nicht durch solche von CaF gegen F erzeugt sein, denn es würde sich in beiden Fällen eine größere Zahl von schwingenden Ca- und F_2- bzw. CaF- und F-Gruppen pro Molekül ergeben, als die Zahl der Moleküle selbst beträgt.

Quarz (nach Martens in Winkelmanns Handb. d. Phys., II. Aufl., Bd. 6).

$$M_{r_1} = 47{,}391 \cdot 10^{-8},$$
$$\lambda_{r_1} = 8{,}85 \cdot 10^{-4} \text{ (ber.)},$$
$$p \cdot \frac{e}{m} = 0{,}574 \cdot 10^1,$$

$$M_{r_2} = 592{,}97 \cdot 10^{-8},$$
$$\lambda_{r_2} = 20{,}75 \cdot 10^{-4} \text{ (ber.)},$$
$$p \cdot \frac{e}{m} = 0{,}236 \cdot 10^1.$$

In diesem Falle ist möglich, daß Si gegen O_2 oder daß SiO gegen O schwingt.

Fall 1.

$$Si:\ a_1 = \frac{28{,}3}{32} = 0{,}88, \quad O_2:\ a_2 = \frac{32}{28{,}3} = 1{,}13.$$

Fall 2.

$$SiO:\ a_1 = \frac{44{,}3}{16} = 2{,}77, \quad O:\ a_2 = 0{,}361.$$

$\lambda_{r_1} = 8{,}85 \cdot 10^{-4}$,	$Si:\ p \cdot \frac{e}{m}$	$= 0{,}305 \cdot 10^4$,
	O_2:	$= 0{,}269 \cdot 10^4$,
$\lambda_{r_2} = 20{,}75 \cdot 10^{-4}$,	Si:	$= 0{,}125 \cdot 10^4$,
	O_2:	$= 0{,}111 \cdot 10^4$,
λ_{r_1},	$SiO:\ p \cdot \frac{e}{m}$	$= 0{,}152 \cdot 10^4$,
	O:	$= 0{,}422 \cdot 10^4$,
λ_{r_2},	SiO:	$= 0{,}0625 \cdot 10^4$,
	O:	$= 0{,}173 \cdot 10^4$.

Elektrolytisch ist $\frac{e}{m}$ für

Si:	$0{,}136 \cdot 10^4$	bei vier Ladungen,
O_2:	$0{,}1204 \cdot 10^4$	„ „ „
SiO:	$0{,}0435 \cdot 10^4$	„ zwei „
O:	$0{,}1204 \cdot 10^4$	„ „ „ .

Aus den Daten geht hervor, daß die Absorption bei $\lambda_{r_2} = 20{,}75 \cdot 10^{-4}$ durch Schwingungen von Si gegen O_2 in jedem Molekül verursacht ist. Die Übereinstimmung der optischen spezifischen Ladung mit der elektrolytischen ist eine gute. Si und O_2 haben je vier Ladungen.

Die Absorption bei $\lambda_{r_1} = 8{,}85 \cdot 10^{-4}$ ist aus den Zahlen nicht zu erklären, da sich ergeben würde, pro Molekül schwingen 3—4 (3,5) SiO gegen O oder 2—3 (2,4) Si gegen O_2; beides ist aber unmöglich.

Wasser.

Die Dispersionskonstanten des Wassers im Ultraroten konnten zum Teil nach den Absorptionsdaten von Aschkinass[1]) berechnet werden. Gegeben sind die Werte des Absorptionskoeffizienten ε, wobei ε definiert ist nach der Gleichung

$$D = \frac{I'}{I} = e^{-\varepsilon \cdot l}.$$

Um die Dispersionskonstanten und

$$\varepsilon = \frac{1}{l \cdot \log e} \cdot \log \frac{1}{D}$$

aus der Absorption nach dem früher[2]) gegebenen

1) Wied. Ann. **55**, 420, 1895.

2) Koenigsberger und K. Kilchling, Ann. d. Phys. **28**, 889, 1909 und **32**, 843, 1910.

Verfahren zu berechnen, sind die Werte $\varkappa'$ notwendig nach der Gleichung

$$D = \frac{I'}{I} = e^{-\frac{4\pi l \varkappa'}{\lambda}},$$

woraus

$$\varkappa' = \frac{\lambda}{4\pi \cdot l \cdot \log e} \cdot \log \frac{1}{D}$$

oder

$$\varkappa' = \frac{\lambda}{4\pi} \cdot \varepsilon.$$

Nach diesen Berechnungen hat Wasser je ein Absorptionsgebiet bei $\lambda_{r_1} = 3{,}09 \cdot 10^{-4}$ und $\lambda_{r_2} = 6{,}1 \cdot 10^{-4}$.

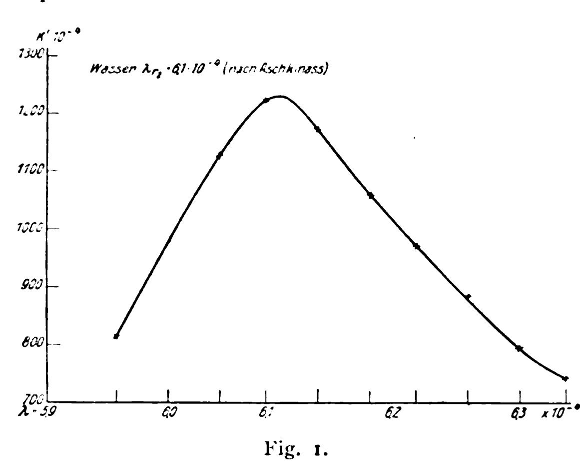


Fig. 1.

$\lambda_{r_2} = 6{,}100 \cdot 10^{-4}$,
$\lambda_{r_2}' = 6{,}100 \cdot 10^{-4} + 0{,}010 \cdot 10^{-4} = 6{,}110 \cdot 10^{-4}$.
Die früher (l. c.) beschriebenen Methoden zur Berechnung der Konstanten der Dispersion ergeben

I. nach längeren Wellen:

$$g = 0{,}0139,$$
$$g_0 = 0{,}00462,$$
$$g' = 0{,}346 \cdot 10^{-4},$$
$$g_0' = 0{,}344 \cdot 10^{-4};$$

II. nach kürzeren Wellen:

$$g = 0{,}0140,$$
$$g_0 = 0{,}0047,$$
$$g' = 0{,}347 \cdot 10^{-4},$$
$$g_0' = 0{,}345 \cdot 10^{-4};$$

$$p \cdot \frac{e}{m} = \frac{\pi}{9660} \cdot \frac{M}{d} \cdot \frac{g}{\lambda_m'^2} \quad \lambda_m' = 6{,}11 \cdot 10^{-4},$$

$$= \frac{3{,}14}{9660} \cdot \frac{18}{1} \cdot \frac{0{,}014}{37{,}33 \cdot 10^{-8}},$$

$$p \cdot \frac{e}{m} = 0{,}022 \cdot 10^4.$$

Bei Wasser ist möglich, daß H_2 gegen O mit je zwei Ladungen oder OH gegen H mit je einer Ladung schwingen.

Im ersten Falle ist für H_2:

$$a = \frac{2}{16} = 0{,}125,$$

und für O:

$$a = \frac{16}{2} = 8.$$

$p \cdot \frac{e}{m}$ für H_2 ist damit

$$= 0{,}0195 \cdot 10^4,$$

für O:

$$= 0{,}00244 \cdot 10^4.$$

Im zweiten Fall ist für H:

$$a = \frac{1}{17} = 0{,}059,$$

für OH:

$$a = 17.$$

$p \cdot \frac{e}{m}$ für H:

$$= 0{,}0207 \cdot 10^4,$$

für OH:

$$= 0{,}0012 \cdot 10^4.$$

Für Wasserstoff ist elektrolytisch

$$\frac{e}{m} = 0{,}966 \cdot 10^4$$

und für H_2 desgleichen; $\frac{e}{m}$ für O ist elektrolytisch $= 0{,}1204 \cdot 10^4$, für $OH = 0{,}0568 \cdot 10^4$.

Im ersten Falle ist für H_2 und für O gleich

$$p \cdot \frac{e}{m} : \frac{e}{m} = 1 : 4{,}95;$$

im zweiten Falle für H und für OH gleich $1 : 4{,}66$.

Ist die Absorption bei $\lambda_{r_2} = 6{,}1 \cdot 10^{-4}$ durch Schwingungen von H_2 gegen O bedingt, so kommt auf fünf Moleküle ein schwingungsfähiges; ist sie aber durch Schwingungen von H gegen OH verursacht, so ist unter vier bis fünf Molekülen ein schwingungsfähiges. Eine Entscheidung, welche Annahme größere Wahrscheinlichkeit hat, ist nicht möglich.

Wasser hat noch ein zweites gemessenes Absorptionsgebiet bei $\lambda_{r_1} = 3{,}09 \cdot 10^{-4}$.

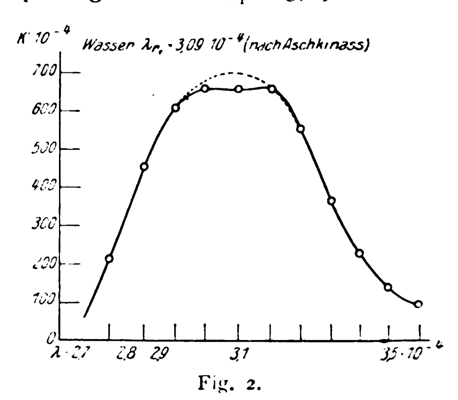


Fig. 2.

Die Kurve hat im Maximum eine Einsenkung. Um nun überhaupt rechnen zu können, mußte ich die Kurve plausibel korrigieren (gestrichelte Kurve im Maximum). Die Dispersionskonstanten sind nach der früheren Methode berechnet:

I. nach längeren Wellen

$$g = 0{,}0284\,,$$
$$g_0 = 0{,}0093\,,$$
$$g' = 0{,}657 \cdot 10^{-4}\,;$$

II. nach kürzeren Wellen

$$g = 0{,}0607\,,$$
$$g_0 = 0{,}0198\,,$$
$$g' = 1{,}34 \cdot 10^{-4}\,.$$

Diese Konstanten wurden nun durch Rückwärtsrechnen geprüft, d. h. es wurden gemessene Werte $\varkappa'$ mit Hilfe der Planckschen Formel

$$\varkappa'^2 = \frac{\sqrt{(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha)^2 + \beta^2} - (\alpha^2 + \beta^2 - \alpha)}{2\,(\alpha^2 + \beta^2)}$$

berechnet und verglichen. Es zeigte sich, daß die Konstanten für die zugehörige Seite der Absorptionskurve annähernd richtige Werte $\varkappa'$ ergaben, dagegen ganz falsche auf der anderen Seite. Die Annahme von Mittelwerten für die Konstanten, genommen aus den berechneten Werten, konnte wohl die Übereinstimmung auf der einen Seite bessern, verschlechterte sie aber auf der anderen im selben Maße. Die Gestalt der Kurven hängt nun ab von dem Verhältnis $\frac{g'}{g}$, welches aus $\varkappa_m'$ und λ_m' berechnet wird. Gerade die Ablesungen $\varkappa_m'$ und λ_m' sind aber bei der vorliegenden Kurve unmöglich hinreichend genau zu machen, da die Korrektur zu willkürlich erscheint. Es ist außerdem möglich, daß das Maximum bei $3{,}09 \cdot 10^{-4}$ in Wirklichkeit sich aus zwei Absorptionsgebieten zusammensetzt, die zu beiden Seiten von $3{,}09 \cdot 10^{-4}$ liegen. Dies würde eine Verschiedenheit des Abfalls der Kurve und damit auch eine Verschiedenheit der Konstanten g, g_0 und g' zur Folge haben. Jedenfalls ist auf Grund des vorliegenden Materials eine genaue Berechnung nicht möglich.

Zusammenfassung.

1. Für eine Reihe von Substanzen wurde eine Neuberechnung von $p \cdot \frac{e}{m}$ im Ultravioletten auf Grund verbesserter Dispersionsdaten vorgenommen. Diese Substanzen sind: Flußspat, Steinsalz, Sylvin, Quarz.

2. Die Thomsonsche Dispersionstheorie wurde durch Zusatz von Dämpfungskräften auf das Gebiet anomaler Dispersion ausgedehnt und die Erweiterung auf die Berechnung von $p \cdot \frac{e}{m}$ im Ultraroten angewandt.

3. Für Steinsalz, Sylvin, Flußspat, Quarz wurde $p \cdot \frac{e}{m}$ aus Dispersionsdaten im Ultraroten berechnet, für Wasser aus der Absorptionskurve.

Es wurde versucht, festzustellen, was für Massen gegeneinander schwingend die Absorption verursachen.

Im ganzen hat sich gezeigt, daß es wünschenswert ist, durch genaue Messungen die Gestalt der Absorptionskurven so genau und weit als möglich zu bestimmen.

Die folgende Zusammenstellung soll unter anderem die auffällige Übereinstimmung der Werte $p \cdot \frac{e}{m}$ der mineralogisch dem gleichen System angehörigen Substanzen zeigen.

Ultraviolett			Ultrarot		
Substanz	λ_{max}	$p \cdot \frac{e}{m}$	Substanz	λ_{max}	$p \cdot \frac{e}{m}$
CaF_2	$0{,}095 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^7$	CaF_2 . . .	$24 \cdot 10^{-4}$	$0{,}0222 \cdot 10^4$
				$31{,}6 \cdot 10^{-4}$	$0{,}0155 \cdot 10^4$
				$40{,}52 \cdot 10^{-4}$	$0{,}22 \cdot 10^4$
$NaCl$	$0{,}110 \cdot 10^{-4}$	$6{,}2 \cdot 10^7$	$NaCl$ . . .	$51{,}2 \cdot 10^{-4}$	$0{,}055 \cdot 10^4$
	$0{,}156 \cdot 10^{-4}$	$1{,}16 \cdot 10^7$			
KCl	$0{,}115 \cdot 10^{-4}$	$6{,}33 \cdot 10^7$	KCl . . .	$61 \cdot 10^{-4}$	$0{,}064 \cdot 10^4$
	$0{,}161 \cdot 10^{-4}$	$1{,}18 \cdot 10^7$			
SiO_2	$0{,}105 \cdot 10^{-4}$	$6{,}4 \cdot 10^7$	SiO_2 . . .	$8{,}85 \cdot 10^{-4}$	$0{,}574 \cdot 10^4$
				$20{,}75 \cdot 10^{-4}$	$0{,}236 \cdot 10^4$
			H_2O . . .	$6{,}1 \cdot 10^{-4}$	$0{,}022 \cdot 10^4$ (aus Absorptionsmessungen.)

Die gute Übereinstimmung der Werte $p \cdot \frac{e}{m}$ der verschiedenen Substanzen bei korrespondierenden Wellenlängen erstreckt sich auf die ultravioletten und zum Teil auch auf die ultraroten Eigenschwingungen. Drude, der nur im Ultravioletten gerechnet hat, findet sie nicht, da seine Werte infolge der Ungenauigkeit der verwendeten Konstanten schlechte Werte $p \cdot \frac{e}{m}$ liefern.

Nimmt man die erweiterte Thomsonsche Theorie als richtig an, so ist zu bedenken, daß jeder der Werte für Ultrarot als die Summe der $p \cdot \frac{e}{m}$-Werte der beiden schwingenden Ionen aufzufassen ist. Auf deren Wiedergabe ist in der Tabelle verzichtet, da nicht in allen Fällen entschieden ist, welcher Art die Ionen sind.

Havelock[1]) hat aus der Dispersionsformel von Maclaurin ebenfalls für Steinsalz $p \cdot \frac{e}{m}$ berechnet. Die Maclaurinsche Formel heißt

$$\frac{n^2-1}{n^2+a} = \frac{\varkappa-1}{\varkappa+a} + \frac{c_1}{\lambda^2-\lambda_1^2} + \frac{c_2}{\lambda^2-\lambda_2^2}.$$

Für Steinsalz ist

$$\lambda_v = 0{,}127 \cdot 10^{-4}$$

und

$$\lambda_r = 51{,}3 \cdot 10^{-4}.$$

Im Ultravioletten ist

$$p \cdot \frac{e}{m} = 4{,}06 \cdot 10^7.$$

Drude fand $6{,}28 \cdot 10^7$. $4{,}06 \cdot 10^7$ ist als ein Mittelwert zwischen den Werten $6{,}2 \cdot 10^7$ und $1{,}16 \cdot 10^7$ aufzufassen, die ich oben aus Martensschen Daten berechnet habe.

Im Ultraroten findet Havelock

$$p \cdot \frac{e}{m} = 0{,}0536 \cdot 10^4;$$

dieser Wert stimmt sehr gut überein mit dem oben aus Martensschen Zahlen zu $0{,}055 \cdot 10^7$ berechneten.

Es ist von Interesse, festzustellen, daß auch nach diesen Berechnungen, wie nach den früheren[2]), das optische $\frac{e}{m}$ der Elektronen kleiner ist als das nach den übrigen Verfahren bestimmte. In den früheren Arbeiten haben wir gefunden, $\frac{e}{m}$ ist optisch etwa $1{,}2 \cdot 10^7$. Nach den angegebenen Daten wäre es eher noch etwas kleiner, nämlich $1{,}17 \cdot 10^7$.

Neuerdings hat John Koch[3]) aus genauen Dispersionsmengen an Helium $p \cdot \frac{e}{m}$ berechnet zu $2{,}15 \cdot 10^7$ bei der berechneten Wellenlänge $0{,}0485 \cdot 10^{-4}$. Unter der Annahme, daß es im Heliumatom zwei locker gebundene Elektronen gibt, daß also $p = 2$ ist, ist $\frac{e}{m} = 1{,}08 \cdot 10^7$. Ferner gibt er für Wasserstoff folgende berechnete Daten: bei der Wellenlänge $0{,}0925 \cdot 10^{-4}$ ist $\frac{e}{m} = 1{,}05 \cdot 10^7$. Beide Werte sind beträchtlich niedriger als $1{,}78 \cdot 10^7$ und sind nahe gleich $1{,}17 \cdot 10^7$.

Freiburg, Dezember 1913.

(Eingegangen 17. Dezember 1913.)

1) Roy. Soc. Proc. (A) 86, 1911.
2) J. Koenigsberger und K. Kilchling, l. c.
3) Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik 9, Nr. 6, 1913.

Über Brownsche Bewegungen im Strahlungsfeld.

Von A. D. Fokker.

Bei den Diskussionen, die sich an die Vorträge anknüpften, die im April d. J. von der Kommission der Wolfskehl-Stiftung in Göttingen über die kinetische Theorie der Materie veranstaltet wurden, betonten einige Redner, man möchte doch gerne genau wissen, wieviel Energie einem im Strahlungsfelde frei beweglichen Elektron zuteil werden würde.

Diese Frage nach der mittleren kinetischen Energie, die ein freies Elektron, oder ein vollkommener Spiegel, oder ein willkürlicher Körper mit vollkommen spiegelnder Oberfläche bei seiner Brownschen Bewegung im Strahlungsfeld hat, habe ich in meiner Leidener Dissertation[1]) rechnerisch beantwortet.

Die angewandte Methode rührt von Einstein[2]) her; auch wurde der Weg von Lorentz[3]) gezeigt. Sie beruht darauf, daß man die auf das Elektron bzw. auf den Körper wirkende Kraft in zwei Teile zerlegen kann: in eine Strahlungsreibung, die der Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung proportional ist, und in eine schwankende, von der Geschwindigkeit unabhängige Kraft. Bezeichnet man erstere mit $-Qv$, und den Impuls der letzteren während eines sehr kleinen Zeitintervalls τ in der Richtung der X-, Y- und Z-Achse mit X, Y, Z, so findet man für die mittlere kinetische Energie:

$$\frac{1}{2}\overline{mv^2} = \frac{\overline{X^2}+\overline{Y^2}+\overline{Z^2}}{4Q\tau}.$$

Auch in anderer als der von Einstein benutzten Weise kann man diese Formel ableiten, indem man zeigt, daß bei der über die wirkende Kraft gemachten Annahme eine Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung unter den Elektronen stationär ist, bei der die mittlere kinetische Energie den angegebenen Betrag hat[4]). Wenn

1) Over Brownsche bewegingen in het stralingsveld, en waarschijnlijkheidsbeschouwingen in de stralingstheorie.
2) Einstein, diese Zeitschr. 10, 185, 1909; Einstein u. Hopf, Ann. d. Phys. 33, 1105, 1910.
3) Lorentz, Rapp. Réunion de Bruxelles, S. 37. 1911.
4) Vgl. Diss. IV, § 5, und einen in den Archives néerlandaises erscheinenden Auszug derselben.

man dem Körper nur einen Freiheitsgrad läßt, so fallen selbstverständlich im Zähler die Y^2 und Z^2 fort.

Man weiß, daß **Einstein** diese Formel benutzt hat, um, nachdem er für einen monochromatischen Spiegel die Reibungskraft unter Zugrundelegung der **Planck**schen Strahlungsformel berechnet hatte und dem Äquipartitionssatze gemäß, für die mittlere Energie $\frac{1}{2} kT$ eingesetzt hatte, zu folgern, daß das mittlere Impulsquadrat aus zwei Teilen bestände, von denen einer aus den ondulatorischen Interferenzschwankungen des Strahlungsfeldes erklärt werden konnte, der andere aber quantenartige Schwankungen im Felde erforderte.

Es wird jetzt umgekehrt $\overline{X^2}$ berechnet, und daraus die mittlere Energie gefolgert.

Man denke sich das Strahlungsfeld zerlegt in eine große Anzahl von einander durchkreuzenden Systemen ebener Wellen verschiedener Frequenzen n (d. h. Schwingungszahl in der Zeit 2π).

Das **Elektron** wird von jedem einzelnen elementaren System ebener Wellen zur Mitschwingung erregt. Jedoch bleibt es, zufolge seiner Ausstrahlung, in seiner Phase nicht π, sondern etwas weniger als π bei den erregenden Wellen zurück. Dadurch hat die Kraft, die es durch seine Schwingungsgeschwindigkeit vom Magnetfelde der Wellen erfährt, einen positiven Zeitmittelwert, das Elektron erfährt einen dauernden Strahlungsdruck. Und zwar erfährt es von einem Wellensystem, dem es entgegenläuft, einen größeren Strahlungsdruck als von einem gleichen System, von dem es überholt wird. Summiert man den Druck für alle Wellensysteme, die es im Strahlungsfelde gibt, so resultiert, unter Vernachlässigung von Gliedern mit $\frac{v^2}{c^2}$ für die Strahlungsreibung:

$$Qv = \frac{16\, e^4}{9\, c^6 m^2}\, v \int_0^\infty K_n\, dn\,.$$

Hier bezeichnet e die elementare elektrostatische Ladung des Elektrons, m seine Masse und in der üblichen Weise $2 K_n\, dn\, d\omega$ die Energie, die im Strahlungsfeld, mit Frequenzen zwischen n und $n + dn$, durch ein Flächenelement (gleich der Einheit) innerhalb eines zu ihm senkrechten Kegels mit Öffnung $d\omega$ fließt.

Aber das Elektron erfährt, bei einer erregten Elementarschwingung, nicht nur vom erregenden Wellensystem eine Kraft, sondern auch von allen anderen elementaren Wellensystemen. Jedes System gibt durch „Interferenz" mit den von den gesamten anderen Systemen erregten Schwingungen Anlaß zu einer Kraft, die im Mittel zwar gleich null ist, deren Zeitintegral über das Intervall τ aber positive und negative Schwankungen haben kann, deren quadratischer Mittelwert eben die Größe $\overline{X^2}$ ist, die wir brauchen. Die Berechnung liefert

$$\overline{X^2} = \frac{2^6 \pi^3 \tau}{3^2} \frac{e^4}{c^4 m^2} \int_0^\infty \frac{K_n^2}{n^2}\, dn\,.$$

Denselben Wert findet man für $\overline{Y^2}$ und $\overline{Z^2}$. Für das **Elektron** findet man also die **mittlere kinetische Energie der fortschreitenden Bewegung:**

$$\frac{1}{2} m\overline{v^2} = 3\pi^3 c^2 \frac{\int_0^\infty \frac{K_n^2}{n^2}\, dn}{\int_0^\infty K_n\, dn}\,. \tag{I}$$

Wenn man jetzt als Ausdruck für die experimentelle Kenntnis des Strahlungsfeldes die **Planck**sche Formel den weiteren Berechnungen zugrunde legt,

$$K_\nu = \frac{h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}\,,$$

und beachtet, daß, da $K_n\, dn = K_\nu\, d\nu$, auch $K_n = \frac{1}{2\pi} K_\nu$ ist, und weiter bei den Integrationen als unabhängige Variable wählt $x = \frac{h\nu}{kT}$, so findet man

$$\frac{1}{2} m\overline{v^2} = \frac{3}{8} kT \frac{\int_0^\infty \frac{x^4}{(e^x - 1)^2}\, dx}{\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1}\, dx}\,.$$

Die Proportionalität des Resultats mit kT kommt nicht nur durch die **Planck**sche Formel zustande, sie wird geliefert von **jeder** Strahlungsformel, die dem **Wien**schen Verschiebungsgesetze genügt.

Die Berechnung der Integrale liefert

$$\frac{1}{2} m\overline{v^2} = \frac{3}{2} kT \frac{\sum_1^\infty \frac{1}{q^4} - \sum_1^\infty \frac{1}{q^5}}{\sum_1^\infty \frac{1}{q^4}}\,,$$

$$\frac{1}{2} m\overline{v^2} = \frac{3}{2} kT \times 0{,}0417\,.$$

Das **Resultat** ist **24 mal kleiner** als der Äquipartitionssatz fordert.

Die mittlere Schwingungsenergie kommt nicht in Betracht. Wenn man dieselbe mit $\bar{\varepsilon}$ andeutet und mit kT vergleicht, so stellt sich für die Größenordnung das Verhältnis heraus:

$$\frac{\bar{\varepsilon}}{kT} (=) \frac{3}{4\pi} \frac{R\lambda^2 u}{kT},$$

worin u die Energiedichte der Strahlung, λ eine in Betracht kommende Wellenlänge, z. B. die maximaler Intensität, und R den Radius des Elektrons vorstellt. Für gewöhnliche Temperatur ist das Verhältnis von der Größenordnung 10^{-12}.

Für einen vollkommenen Spiegel mit nur einem Freiheitsgrad (senkrecht auf ihn selbst), ergab die Rechnung das der Formel (I) entsprechende Resultat

$$\frac{1}{2} \overline{m v^2} = \pi^3 c^2 \frac{\int\limits_0^\infty \frac{K_n^2}{n^2} dn}{\int\limits_0^\infty K_n \, dn} = \frac{1}{2} kT \times 0{,}0417,$$

und ebensoviel Energie fand ich für jeden Freiheitsgrad eines beliebigen Körpers mit spiegelnder Oberfläche.

Es stellt sich also heraus, daß ein Körper bei der Energieverteilung, wenn die Energie durch Strahlung übermittelt wird, weniger bekommt als bei direktem mechanischen Austausch, obwohl er an sich nichts Quantenhaftes, keine eigene Periodizität besitzt.

Zürich, 20. November 1913.

(Eingegangen 27. November 1913.)

Über die Temperatur inhomogener Flammen[1].

Von Hedwig Kohn.

Auf die von Kirchhoff und Bunsen entdeckte Erscheinung der Linienumkehr in der mit Metallsalzen gefärbten Bunsenflamme hat bekanntlich Féry[2]) eine einfache Methode zur Bestimmung der Flammentemperatur aufgebaut. Ein schwarzer Körper oder ein als solcher geeichter Nernstfaden wird dicht vor der gefärbten Flamme aufgestellt, so daß seine Strahlen den in der Flamme leuchtenden Dampf durchsetzen; Nernstfaden und Flamme werden auf den Spalt eines Spektrometers projiziert. Im Fernrohr desselben sieht man das kontinuierliche Spektrum des Fadens, von dem sich die vom Dampf emittierte Spektrallinie je nach der Intensität des Fadens bald hell, bald dunkel abhebt; bei einer bestimmten Helligkeit des Fadens verschwindet die Spektrallinie auf dem kontinuierlichen Grund („Umkehr"). Dies ist das Kriterium dafür, daß der Dampf ebensoviel Energie emittiert wie absorbiert. Für den Fall, daß der in der Flamme leuchtende Dampf ein sogenannter Temperaturstrahler ist, wird dann seine Temperatur, nach dem Kirchhoffschen Gesetz, gleich der schwarzen Temperatur des umkehrenden Nernstfadens[1]) für die Wellenlänge der betrachteten Spektrallinie sein. Die in dieser Weise bestimmte Flammentemperatur soll als „Umkehrtemperatur" bezeichnet werden.

Durch gleichzeitige Bestimmung der „Umkehrtemperatur" der mit Metallsalzen gefärbten Flamme des Bec Méker und ihrer thermischen Temperatur nach einem von den Strahlungseigenschaften des Dampfes unabhängigen Verfahren konnte ich zeigen, daß, im Intervall von 900—1800° C, die „Umkehrtemperatur" mit der wahren thermischen Temperatur der Flamme bis auf 5—10° identisch ist[2]). Hieraus folgt, daß die in der Flamme leuchtenden Dämpfe quantitativ dem Kirchhoffschen Gesetz gehorchen, auf welchem die Bestimmung der „Umkehrtemperatur" basiert, und somit innerhalb der untersuchten Grenzen als reine Temperaturstrahler zu betrachten sind. Von der Art des in die Flamme eingeführten Salzes muß daher die „Umkehrtemperatur" notwendig unabhängig sein; sie darf sich nicht ändern, wenn verschiedene Salze ein und desselben Metalles zur Färbung dienen oder, wenn verschiedene Metalle in die Flamme gebracht, die Umkehrmessungen also an verschiedenen Linien ausgeführt werden.

Zu diesem Resultat gelangte bereits Féry[3]), später E. Bauer[4]), dessen umfassende Messungen zeigten, daß die „Umkehrtemperaturen" zahlreicher Linien und Banden untereinander auf mindestens 5° übereinstimmen[5]); meine

1) Die vorliegende Arbeit schließt sich an die auf Veranlassung von Herrn Geheimrat O. Lummer und Herrn Professor E. Pringsheim ausgeführte Dissertation der Verfasserin: „Über das Wesen der Emission der in Flammen leuchtenden Metalldämpfe", Breslau 1913, an; ein Auszug aus der Dissertation wird demnächst in den Ann. d. Phys. veröffentlicht werden.

2) Ch. Féry, „Sur la température des flammes", Compt. rend. **137**, 909, 1903.

1) Die Helligkeit des ohne Vorwärmer brennenden Nernstfadens kann z. B. durch Variieren des Lampenstromes verändert werden; durch photometrischen Vergleich mit dem schwarzen Körper wird dann die schwarze Temperatur des Fadens als Funktion des Stromes ermittelt.

2) Die genaue Beschreibung dieser Messungen erfolgt in der Dissertation.

3) Ch. Féry, l. c. (1903).

4) E. Bauer, „Recherches sur le rayonnement", Thèses, Paris, Gauthier-Villars, S. 163, 1912; siehe auch „Sur le rayonnement et la température des flammes", Le Radium **6**, 7, 1909 und den Nachtrag zu diesem Aufsatz in der gleichen Zeitschrift (1909).

5) Die wahre thermische Flammentemperatur wird bei Bauer allerdings nicht gemessen.

eigenen Untersuchungen führten zu dem gleichen Resultat[1]).

Im Gegensatz zu diesen Ergebnissen stehen die Beobachtungen von Kurlbaum und G. Schulze[2]), welche einen Einfluß des in die Flamme eingeführten Salzes, also auch der chemischen Vorgänge in der Flamme auf die „Umkehrtemperatur" finden und daher schließen, daß möglicherweise Lumineszenzerscheinungen vorliegen. Im einzelnen gelangten sie zu folgenden Resultaten:

1. Für ein und dieselbe Spektrallinie erhält man verschiedene „Umkehrtemperaturen", wenn verschiedene Salze desselben Metalles in die Flamme eingeführt werden.

2. Für verschiedene Linien, also verschiedene Metalle, ergeben sich auch verschiedene „Umkehrtemperaturen", und zwar nehmen sie mit abnehmender Wellenlänge der Linie zu.

3. Die „Umkehrtemperatur" einer bestimmten Spektrallinie wird gesteigert, wenn man noch ein zweites Salz in die Flamme einführt, dessen Linie bei einer höheren Temperatur „umgekehrt" wird, als die des ursprünglich eingeführten Salzes.

Zu diesen Beobachtungen nimmt E. Bauer[3]) Stellung. Er erklärt die Resultate von Kurlbaum und Schulze aus der Temperaturinhomogenität der Flamme, welche bei einer Gesamtfärbung der Flamme, wie sie die genannten Autoren benutzten, eine wesentliche Rolle spielt. Er selbst umgeht diese Schwierigkeit, indem er nur engbegrenzte Zonen der Flamme färbt, außerdem noch einen schmalen Spalt zur Isolierung der aus einem bestimmten Flammenort kommenden Strahlen vor der Flamme anbringt. Der für seine Messungen dienende Mékerbrenner stand mit seiner 5 cm langen Längskante parallel zum Strahlengang. In die Mitte des Brennerrostes wurde ein kleines Stückchen des zu untersuchenden Salzes gelegt, so daß in der Flamme immer an der gleichen Stelle eine farbige Fackel von etwa einem Millimeter Durchmesser entstand. Diese Methode der Flammenfärbung benutzt Bauer auch, um die Verteilung der „Umkehrtemperatur" in der Flamme festzustellen[4]). Er mißt die „Umkehrtemperatur" von Punkt zu Punkt und bildet das arithmetische Mittel der erhaltenen Temperaturwerte. Die in dieser Weise berechnete „mittlere Umkehrtemperatur" der Flamme ist geringer als die gemessene „mittlere Umkehrtemperatur" einer im ganzen gefärbten Flamme. Hieraus schließt Bauer auf einen vorherrschenden Einfluß der heißeren Flammenzonen, der um so mehr ins Gewicht fallen wird, je schwerer das eingeführte Salz zu „reduzieren" oder zu „dissoziieren" ist, „weil dann die Konzentration der emittierenden und absorbierenden Teilchen, vor allem in den kälteren Flammenzonen, immer geringer wird". Die unter 3 angegebene Beobachtung von Kurlbaum und Schulze erklärt Bauer daraus, daß ein Rückgang der Dissoziation eines Salzes eintritt, sobald ein zweites vom gleichen Radikal hinzugefügt wird.

In der Tat zeigt eine von Bauer zusammengestellte Tabelle für die Bildungswärmen der von Kurlbaum und Schulze untersuchten Salze, daß diejenigen Salze schwerer zu reduzieren sind, bei denen die Messungen eine höhere „mittlere Umkehrtemperatur" ergeben haben (bei den Karbonaten ist die Bildungswärme der Oxyde angegeben, in welche ja die Karbonate in der Flamme übergeführt werden). Tabelle 1 gibt die Bauersche Zusammenstellung wieder.

Tabelle 1.

Salze	Bildungswärme in g-cal für ein Atom des Metalles.
Na_2CO_3	50 400
$LiCl$	93 400
Li_2CO_3	70 500
$NaCl$	97 300
$TlCl$	49 000
KCl	105 000
$RbCl$	> 105 000 (?)

Falls die Bauersche Deutung richtig ist, so müßte man die von Kurlbaum und Schulze beobachtete Abhängigkeit der „Umkehrtemperatur" bei Kenntnis der Temperaturverteilung in der Flamme aus der Emission und Absorption in den einzelnen Flammenschichten berechnen können. Hiermit beschäftigt sich die vorliegende Notiz.

Ich untersuchte zunächst, ob ich bei der Anordnung von Kurlbaum und Schulze deren Resultate wieder erhalten könnte.

An Stelle des Bec Méker wurde ein gewöhnlicher Teclu-Brenner in den Strahlengang gebracht, dessen Flamme einen 4—5 cm hohen dunklen Kegel hatte. Die Blende vor der Flamme wurde entfernt, die Färbung durch eine Salzperle erzeugt, und zwar wurde die Perle, wie bei Kurlbaum und Schulze, zwischen den äußeren Saum und den blauen Innenkegel der

1) Vgl. die Dissertation.

2) F. Kurlbaum und G. Schulze, „Temperatur nichtleuchtender mit Metallsalzen gefärbter Flammen". Verh. d. Deutsch. phys. Gesellsch. 8, 239, 1906.

3) E. Bauer, l. c., S. 159, 1912.

4) E. Bauer, l. c., S. 156, 1912. Die gleiche, für die Flamme des Bec Méker charakteristische Temperaturverteilung findet auch H. Schmidt, Inaug.-Diss., Berlin 1909. Die von mir benutzte Flamme hat eine ähnliche Verteilung, nur ist der Unterschied zwischen dem Temperaturmaximum im Flammensaum und dem Minimum in der Mitte nicht so erheblich wie bei Bauer und bei Schmidt; vgl. die Dissertation der Verfasserin.

Flamme eingeführt. Nur bei einer ganz bestimmten Anordnung beobachtete ich ein Ansteigen der „Umkehrtemperatur" mit abnehmender Wellenlänge der Spektrallinie, wenn nämlich die Perle in den dem Nernstfaden zugekehrten Flammenteil eingeführt wurde, und zwar so, daß die Strahlen des umkehrenden Nernstfadens durch den Kegel und somit auch durch die ihn begrenzenden kälteren Flammenzonen hindurchgehen mußten, also erst eine heißere, dann eine kältere Dampfschicht passierten. In diesem Falle stieg auch die „Umkehrtemperatur" an der *Li*-Linie, wenn noch andere Salze, die Linien von kürzerer Wellenlänge emittieren, in die Flamme eingeführt wurden. An den *D*-Linien wurde kein Einfluß durch fremde Salze beobachtet. Tabelle 2 zeigt die Ergebnisse der Messungen. Es ist T die „Umkehrtemperatur" an einer bestimmten Linie, $\pm \varDelta T$ die mittlere Abweichung einer Einstellung vom Mittelwert T.

Tabelle 2.

λ (Wellenlänge in μ)	Salz	T (abs.)	$\pm \varDelta T$
0,766	KCl	1965°	7°
0,670	$LiCl$	1921	4
0,589	$NaCl$	1953	1
0,535	$TlCl$	1980	5
0,421	$RbCl$	2003	5
0,670	$LiCl$	1901	4
	$+ NaCl$	1914	3
	$+ RbCl$	1924	2
	$+ KCl$	1931	3

Um nun zu untersuchen, ob sich auch rechnerisch die Abhängigkeit der „mittleren Umkehrtemperatur" von der Art des in die Flamme eingeführten Salzes aus der Temperaturinhomogenität erklären läßt, bin ich zunächst von einem möglichst einfach gewählten Beispiel ausgegangen.

Ich nehme an, daß die Strahlen der umkehrenden Lichtquelle nacheinander nur zwei verschieden temperierte Dampfschichten durchsetzen, zuerst eine heißere (Schicht 1), dann eine kältere (Schicht 2), so wie es der obigen Versuchsanordnung entspricht. Die heißere habe eine Temperatur von $T_1 = 2050^0$ abs., die kältere von $T_2 = 1900^0$ abs. Solch ein Temperaturunterschied von 150^0 besteht nach den Bauerschen Messungen z. B. zwischen den Temperaturen im Saum und in der Mitte der Flamme, ist also mit der Erfahrung vereinbar.

Die zu berechnende „mittlere Umkehrtemperatur" T der beiden Schichten ist die Temperatur, die die umkehrende (schwarze) Lichtquelle haben muß, damit der von den Schichten gemeinsam emittierte „Spektralstreifen" auf ihrem Spektrum gerade verschwindet. Dies tritt ein, wenn der vom betrachteten „Spektralstreifen" eingenommene Wellenlängenbezirk mit und ohne Anwesenheit der Dampfschichten die gleiche Intensität hat.

Im vorliegenden Falle haben wir es mit „unaufgelösten Linien" zu tun; denn trotz der Temperaturunterschiede in der Flamme waren keine Inhomogenitäten, wie z. B. Selbstumkehr, in den Linien zu sehen[1]). Bei der Berechnung der von den selektiv strahlenden Schichten emittierten (bzw. absorbierten und durchgelassenen) Energie ist daher nicht der innerhalb der „aufgelösten Spektrallinie" von Punkt zu Punkt variierende Wert des Emissionsvermögens E_λ (bzw. Absorptionsvermögens A_λ) zu benutzen, sondern es sind Integralwerte über die Breite der Linie von der Form $\int E_\lambda d\lambda$ (bzw. $\int A_\lambda d\lambda$) zu bilden, so wie es in der Arbeit von R. Ladenburg und F. Reiche „Über selektive Absorption"[2]) auseinandergesetzt wird. In dieser Arbeit werden zwei Arten von sogenannter „Gesamtabsorption" definiert, die bei der Absorption von selektiv strahlenden Körpern zu unterscheiden sind:

a) „Die ‚Gesamtabsorption schlechthin', die ein kontinuierliches Spektrum bzw. ein gewisser nicht unendlich schmaler Frequenzbereich desselben in dem betrachteten Körper erfährt",

b) „die ‚Linienabsorption', die das Licht einer Spektrallinie erleidet, das von einem, dem absorbierenden völlig gleichen leuchtenden Körper herrührt".

Es ist klar, daß die „Gesamtabsorption schlechthin" in unserem Falle bei der durch die 1. (heiße) Schicht, die „Linienabsorption" bei der durch die 2. (kalte) Schicht erfolgenden Absorption vorliegt.

Zur Bildung der oben genannten Integralwerte muß das Absorptionsvermögen oder der Extinktionskoeffizient des Dampfes als Funktion der Wellenlänge bekannt sein; diese Funktion liefert die Dispersionstheorie. Ladenburg und Reiche legen ihren Berechnungen die „gewöhnliche Drudesche Dispersionstheorie in der Bezeichnungsweise von Voigt" zugrunde. Bei den nun folgenden Ansätzen und Berechnungen wird der von Ladenburg und Reiche

1) Nur in diesem Falle hat es überhaupt einen Sinn, von einer „mittleren Umkehrtemperatur" zu sprechen, und ist es möglich, eine solche zu messen. Ist jedoch die Linie so weit aufgelöst, daß in ihr Inhomogenitäten wahrgenommen werden und auf Verschwinden der Ränder eingestellt werden kann, so bestimmt man keinen Mittelwert, sondern lediglich die „Umkehrtemperatur" derjenigen Flammenschicht, welche die breiteste Linie emittiert. Hierauf wird in einem folgenden Artikel näher eingegangen werden.

2) R. Ladenburg und F. Reiche, Sitz.-Ber. d. Schles. Ges. f. vaterl. Kultur, 1912; siehe auch Ann. d. Phys. **42**, 181—209, 1913.



eingeschlagene Weg vollkommen innegehalten werden; im allgemeinen werden auch dieselben Bezeichnungen benutzt werden. Es sind lediglich einige Spezialisierungen notwendig.

Der Schwerpunkt des betrachteten Spektralstreifens habe die Frequenz ν_0, seine Breite betrage 2δ, so daß also die Grenzen durch $\nu_0 - \delta$ und $\nu_0 + \delta$ gegeben sind. Innerhalb dieser Grenzen sei die Intensität der „umkehrenden" Lichtquelle konstant, und zwar für den Fall, daß die Linie gerade auf dem kontinuierlichen Grunde verschwindet, vom Betrage $\bar{\varepsilon}\, d\nu$ für jeden unendlich schmalen Frequenzbereich $d\nu$.

Bei Anwesenheit der Dampfschichten setzt sich die Intensität am betrachteten Spektralstreifen aus drei Anteilen zusammen:

I. Von der auf die absorbierende Dampfschicht auffallenden Intensität $\bar{\varepsilon}\, d\nu$ wird nach dem Biot-Lambertschen Absorptionsgesetz der Bruchteil

$$\bar{\varepsilon}\, d\nu \cdot e^{-2kl} \tag{1}$$

hindurchgelassen, wo k der Absorptionskoeffizient der Dampfschicht, l die Länge derselben in Richtung des Strahlenganges ist. Es sei im betrachteten Falle:

für Schicht 1: $k = k_1$,

„ „ 2: $k = k_2$.

Beide Schichten seien gleich lang. Für die von beiden Schichten hindurchgelassene Strahlung ergibt sich also durch Integration über die Breite der unaufgelösten Linie

$$\bar{\varepsilon}\int_{\nu_0-\delta}^{\nu_0+\delta} e^{-2k_1 l} \cdot e^{-2k_2 l}\, d\nu. \tag{2}$$

II. Die Schicht 1 läßt nach dem vorigen von einer auffallenden Intensität $\varepsilon(\nu)\, d\nu$ an jeder Wellenlänge innerhalb des betrachteten Bereichs den Bruchteil

$$\varepsilon(\nu)\, d\nu\, e^{-2k_1 l} \tag{3}$$

hindurch, absorbiert also den Bruchteil

$$\varepsilon(\nu)\, d\nu\, (1 - e^{-2k_1 l}). \tag{3a}$$

Ihr „Absorptionsvermögen" $A(\nu)$, definiert als der Quotient aus der absorbierten und auffallenden Energie, ist somit:

$$A(\nu) = 1 - e^{-2k_1 l}. \tag{4}$$

Bei der Annahme reiner Temperaturstrahlung ist daher die von der Schicht 1 emittierte Intensität, innerhalb des unendlich schmalen Bezirks $d\nu$

$$\varepsilon_1(\nu)\, d\nu \cdot A(\nu) = \varepsilon_1(\nu)(1 - e^{-2k_1 l})\, d\nu, \tag{5}$$

wenn $\varepsilon_1(\nu) \cdot d\nu$ das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers von der Temperatur der Schicht 1 ist.

Von dieser Intensität läßt Schicht 2 wiederum den Bruchteil

$$\varepsilon_1(\nu)(1 - e^{-2k_1 l}) \cdot e^{-2k_2 l}\, d\nu \tag{6}$$

hindurch. Der Integralwert der hindurchgelassenen Intensität ist, wiederum unter der Annahme, daß $\varepsilon_1(\nu)$ innerhalb des Spektralstreifens den konstanten Wert ε_1 hat:

$$\varepsilon_1 \int_{\nu_0-\delta}^{\nu_0+\delta} (1 - e^{-2k_1 l}) \cdot e^{-2k_2 l}\, d\nu. \tag{7}$$

III. Die von der 2. Schicht insgesamt emittierte Energie ist, wenn das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers von der gleichen Temperatur den konstanten Wert ε_2 hat, entsprechend dem Ansatz (5)

$$\varepsilon_2 \int_{\nu_0-\delta}^{\nu_0+\delta} (1 - e^{-2k_2 l})\, d\nu. \tag{8}$$

Demnach beträgt also die bei Anwesenheit der beiden Dampfschichten in den Bezirk des „Spektralstreifens" fallende Energie:

$$\left.\begin{aligned} &\bar{\varepsilon}\int_{\nu_0-\delta}^{\nu_0+\delta} e^{-2k_1 l} \cdot e^{-2k_2 l}\, d\nu + \varepsilon_1 \int_{\nu_0-\delta}^{\nu_0+\delta} (1 - e^{-2k_1 l}) \cdot \\ &\quad \cdot e^{-2k_2 l}\, d\nu + \varepsilon_2 \int_{\nu_0-\delta}^{\nu_0+\delta} (1 - e^{-2k_2 l})\, d\nu. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Die im kontinuierlichen Spektrum der „umkehrenden Lichtquelle" an der betreffenden Stelle herrschende Intensität ist:

$$\bar{\varepsilon}\int_{\nu_0-\delta}^{\nu_0+\delta} d\nu.$$

Die Bedingung für das Verschwinden der Linie ist also durch die Gleichung:

$$\left.\begin{aligned} &\bar{\varepsilon}\int_{\nu_0-\delta}^{\nu_0+\delta} e^{-2k_1 l} \cdot e^{-2k_2 l}\, d\nu + \varepsilon_1 \int_{\nu_0-\delta}^{\nu_0+\delta} (1 - e^{-2k_1 l}) \cdot \\ &e^{-2k_2 l}\, d\nu + \varepsilon_2 \int_{\nu_0-\delta}^{\nu_0+\delta} (1 - e^{-2k_2 l})\, d\nu = \bar{\varepsilon}\int_{\nu_0-\delta}^{\nu_0+\delta} d\nu \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

gegeben.

Statt des Absorptionskoeffizienten k soll der Extinktionskoeffizient $\varkappa$ eingeführt werden, dessen Abhängigkeit von der Frequenz ν in der Drudeschen Dispersionstheorie durch die Gleichung

$$n\varkappa = \frac{\varrho\nu'}{2n_0} \cdot \frac{\nu}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \nu^2 \cdot \nu'^2} \tag{11}$$

gegeben ist[1]).

Hierin ist:

ν_0 die Eigenfrequenz des schwingenden Elektrons,

ν' die Dämpfung desselben,

1) Vgl. z. B. W. Voigt, Magneto- und Elektrooptik, Leipzig 1908.

$\varrho = \frac{4\pi \mathfrak{N} e^2}{m}$, wo $\frac{e}{m}$ die spezifische Ladung der Elektronen, $\mathfrak{N}$ ihre Anzahl ist, schließlich

n_0 „der Berechungsquotient, der in der Umgebung von ν_0 herrschen würde, wenn die Elektronen dieser Gattung nicht vorhanden wären".

Zwischen k und $n\varkappa$ besteht die Beziehung:

$$k = n\varkappa \frac{\nu}{c} \tag{12}$$

(c = Lichtgeschwindigkeit).

Es soll nun noch die Größe:

$$\frac{\varrho \nu' l}{n_0 \cdot c} = \sigma \tag{13}$$

gesetzt werden, dann wird nach Gleichung (11)

$$2kl = \sigma \cdot \frac{\nu^2}{(\nu_0^2 - \nu^2)^2 + \nu^2 \nu'^2}. \tag{14}$$

Ferner wird noch, wie in der zitierten Arbeit:

$$\nu_0 - \nu = \mu,$$

gesetzt und, unter der Voraussetzung, daß die halbe Linienbreite δ sehr klein gegen $2\nu_0$ ist, (15)

$$\nu_0 + \nu = 2\nu_0.$$

Nach Gleichung (14) hängt k wesentlich von ϱ oder $\mathfrak{N}$, d. h. von der Zahl der schwingungsfähigen Gebilde und von ihrer Dämpfung ν' ab. Ich mache die Annahme, daß die Dämpfung in beiden Schichten gleich ist. Der hierdurch begangene Fehler ist vermutlich sehr gering, wenigstens ändert sich nach der Theorie von H. A. Lorentz, bei der sie durch die Zusammenstöße der Moleküle erklärt wird, ν' nur wie die Quadratwurzel aus der Temperatur. Dagegen sei im allgemeinen die Zahl der emittierenden Zentren in beiden Schichten verschieden und dementsprechend

$$\left.\begin{array}{ll} \text{in Schicht 1:} & \sigma = \sigma_1, \\ \text{„ „ 2:} & \sigma = \sigma_2. \end{array}\right\} \tag{16}$$

Die Bedingungsgleichung (10) geht unter Berücksichtigung von (14), (15), (16) über in

$$\left.\begin{array}{l} \bar{\varepsilon}\int\limits_{-\delta}^{+\delta} e^{-\frac{\sigma_1+\sigma_2}{4\mu^2+\nu'^2}} d\mu + \varepsilon_1 \int\limits_{-\delta}^{+\delta}\left(1 - e^{-\frac{\sigma_1}{4\mu^2+\nu'^2}}\right) \cdot \\ \cdot e^{-\frac{\sigma_2}{4\mu^2+\nu'^2}} d\mu + \varepsilon_2 \int\limits_{-\delta}^{+\delta}\left(1 - e^{-\frac{\sigma_2}{4\mu^2+\nu'^2}}\right) d\mu = \\ = \bar{\varepsilon}\int\limits_{-\delta}^{+\delta} d\mu \end{array}\right\} \tag{10a}$$

oder:

$$\left.\begin{array}{l} \bar{\varepsilon}\int\limits_{-\delta}^{+\delta}\left(1 - e^{-\frac{\sigma_1+\sigma_2}{4\mu^2+\nu'^2}}\right) d\mu = \\ = \varepsilon_1 \int\limits_{-\delta}^{+\delta}\left(1 - e^{-\frac{\sigma_1}{4\mu^2+\nu'^2}}\right) \cdot e^{-\frac{\sigma_2}{4\mu^2+\nu'^2}} d\mu + \\ + \varepsilon_2 \int\limits_{-\delta}^{+\delta}\left(1 - e^{-\frac{\sigma_2}{4\mu^2+\nu'^2}}\right) d\mu, \end{array}\right\} \tag{10b}$$

wofür ich

$$\bar{\varepsilon} \cdot A = \varepsilon_1 \cdot B + \varepsilon_2 \cdot C$$

schreiben will.

Jedes der drei auftretenden Integrale ist in folgender Weise zu zerlegen:

$$\int\limits_{-\delta}^{+\delta} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} - \int\limits_{-\infty}^{-\delta} - \int\limits_{+\delta}^{\infty} = R_1 - R_2 - R_3.$$

In erster Annäherung kann jedes der Integrale in (10b) durch das Teilintegral R_1 ersetzt werden (die Teilintegrale R_2 und R_3 sind nur als Korrektionsglieder für eine zweite Annäherung anzusehen und sollen hier unberücksichtigt bleiben).

Die nun zu berechnenden Teilintegrale R_1 werden durch partielle Integration in Besselsche Funktionen von der allgemeinen Form:

$$I_n(z) = \frac{i^{-n}}{\pi}\int\limits_0^{\pi} e^{iz\cos\varphi} \cdot \cos n\varphi \, d\varphi$$

übergeführt.

Für die einzelnen Integrale ergibt sich:

$$A = \pi \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\nu'^2} \cdot \frac{\nu'}{2} e^{-\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2\nu'^2}} \left[I_0\left(i \cdot \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2\nu'^2}\right) - \right.$$
$$\left. - iI_1\left(i \cdot \frac{\sigma_1+\sigma_2}{2\nu'^2}\right)\right],$$

$$B = -\pi \cdot \frac{\sigma_2}{\nu'^2} \cdot \frac{\nu'}{2} \cdot e^{-\frac{\sigma_2}{2\nu'^2}} \left[I_0\left(i\frac{\sigma_2}{2\nu'^2}\right) - \right.$$
$$\left. - iI_1\left(i \cdot \frac{\sigma_2}{2\nu'^2}\right)\right] + \pi\frac{\sigma_1+\sigma_2}{\nu'^2} \cdot \frac{\nu'}{2} \cdot$$
$$\cdot e^{-\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2\nu'^2}} \left[I_0\left(i\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2\nu'^2}\right) - iI_1\left(i\frac{\sigma_1+\sigma_2}{2\nu'^2}\right)\right],$$

$$C = \pi\frac{\sigma_2}{\nu'^2} \cdot \frac{\nu'}{2} e^{-\frac{\sigma_2}{2\nu'^2}} \left[I_0\left(i\frac{\sigma_2}{2\nu'^2}\right) - iI_1\left(i\frac{\sigma_2}{2\nu'^2}\right)\right],$$

wo I_0 und I_1 die Besselschen Funktionen 0. und 1. Ordnung sind.

Setzt man nun noch

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\sigma_1}{\nu'^2} = r_1, \\ \frac{\sigma_2}{\nu'^2} = r_2, \\ \frac{\sigma_1+\sigma_2}{\nu'^2} = r_1 + r_2, \end{array}\right\} \tag{18}$$

und führt die in (17) erhaltenen Werte in (10b) ein, so folgt:

$$\bar{\varepsilon}\pi(r_1+r_2)\frac{\nu'}{2}\cdot e^{-\frac{r_1+r_2}{2}}\left[I_0\left(i\cdot\frac{r_1+r_2}{2}\right)-iI_1\left(i\cdot\frac{r_1+r_2}{2}\right)\right]=$$
$$\varepsilon_1\pi\cdot\frac{\nu'}{2}\left\{(r_1+r_2)\,e^{-\frac{r_1+r_2}{2}}\left[I_0\left(i\frac{r_1+r_2}{2}\right)-iI_1\left(i\frac{r_1+r_2}{2}\right)\right]-r_2\cdot e^{-\frac{r_1}{2}}\left[I_0\left(i\frac{r_2}{2}\right)-iI_1\left(i\frac{r_2}{2}\right)\right]\right\}+\varepsilon_2\pi\frac{\nu'}{2}r_2e^{-\frac{r_1}{2}}\left[I_0\left(i\frac{r_2}{2}\right)-iI_1\left(i\frac{r_2}{2}\right)\right]. \qquad (19)$$

Die Auflösung nach $\bar{\varepsilon}$ ergibt

$$\bar{\varepsilon}=\frac{\varepsilon_1(r_1+r_2)\cdot e^{-\frac{r_1}{2}}\cdot S\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right)+(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\cdot r_2\cdot S\left(\frac{r_2}{2}\right)}{(r_1+r_2)\cdot e^{-\frac{r_1}{2}}\cdot S\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right)}=\varepsilon_1-(\varepsilon_1-\varepsilon_2)\frac{r_2}{r_1+r_2}\cdot e^{\frac{r_1}{2}}\frac{S\left(\frac{r_2}{2}\right)}{S\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right)}, \qquad (20)$$

wo

$$S=[I_0-iI_1]$$

ist.

Mit $\bar{\varepsilon}$ ist auch die „mittlere Umkehrtemperatur" der beiden verschieden temperierten Dampfschichten unter Annahme reiner Temperaturstrahlung ermittelt.

Man sieht unmittelbar, daß bei gleicher Temperatur der beiden Schichten, bei welcher

$$\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon$$

sei, beim Verschwinden der Linien

$$\bar{\varepsilon}=\varepsilon$$

sein muß.

Die gewöhnliche Bedingung für das Verschwinden der Linie bei homogener Temperatur ergibt sich also als Spezialfall aus Gleichung (20).

Bei einer Temperaturdifferenz der beiden Schichten ergibt sich für $\bar{\varepsilon}$ ein Mittelwert aus ε_1 und ε_2, und somit für die gemeinsame „Umkehrtemperatur" der Schichten ein Mittelwert aus ihren Temperaturen T_1 und T_2, welcher von r_1 und r_2, d. h. also von der Zahl der emittierenden und absorbierenden Zentren in beiden Schichten abhängt.

Die möglichen Werte von r_1 bzw. r_2 liegen etwa zwischen $r=0{,}2$ und $r=10^4$, wenn

$$\nu'\sim 10^{10}$$

gesetzt wird[1]), und wenn ρ zwischen 10^{20} und 10^{24} variiert[2]).

Zur Berechnung der „Umkehrtemperatur" in den einzelnen Fällen werde die Gleichung (20) in die Form:

$$\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_1}=1-\left(1-\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right)\cdot\frac{r_2}{r_1+r_2}\cdot e^{\frac{r_1}{2}}\cdot\frac{S\left(\frac{r_2}{2}\right)}{S\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right)} \qquad (20\,\mathrm{a})$$

gebracht.

Ich habe die Berechnungen an drei Wellenlängen ausgeführt, nämlich an der *Li*-, der *Na*- und der *Rb*-Linie.

Das Helligkeitsverhältnis $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ wird aus den Temperaturen[1])

$$T_1=2050^0\ \text{(abs.)},$$
$$T_2=1900^0$$

nach dem Wienschen Gesetz berechnet.

Durch Einsetzen verschiedener Werte für r_1 und r_2 in Gleichung (20a) wird das Verhältnis $\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_1}$ und somit die der Intensität $\bar{\varepsilon}$ entsprechende Temperatur, das ist die gesuchte „mittlere Umkehrtemperatur", wiederum nach der Wienschen Gleichung gefunden.

Die Werte für S bei verschiedenen Argumenten, ebenso die der Exponentialfunktion, werden den Tabellen von Jahnke-Emde entnommen, wozu noch bemerkt sei, daß für solche Argumente x der Besselschen Funktionen, die größer als 10 waren, die Grenzausdrücke

$$\lim_{x=\infty} I_0(ix)=\frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}},$$
$$\lim_{x=\infty} I_1(ix)=\frac{ie^x}{\sqrt{2\pi x}}$$

eingeführt wurden.

An den drei angegebenen Wellenlängen wurden die Berechnungen für drei verschiedene Fälle ausgeführt, für

1. $r_1=r_2=r$,
2. $r_1=2r_2$,
3. $r_1=10r_2$.

Bei Fall 2 und 3 wird also angenommen, daß in der kälteren Dampfschicht weniger emittierende Zentren geschaffen werden als in der heißen.

1) Vgl. R. Ladenburg und H. Senftleben, „Über die Absorption in Natrium-Flammen"; Die Naturwissenschaften, 1913.

2) Vgl. die Berechnungen von Ladenburg und Reiche, l. c., auf Grund der Untersuchungen von Gouy, sowie die Bestimmungen von ρ an *Na*-Flammen durch Hallo, Geiger, Ladenburg.

1) Siehe S. 100.

In jedem der drei Fälle wird außerdem der Wert von r_1 bzw. r_2 zwischen den möglichen Grenzen variiert. In den Tabellen 3, 4, 5 werden für die drei verschiedenen Fälle die Werte r_1, r_2, $\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_1}$ und die sich hieraus an der Wellenlänge $\lambda = 0{,}589\,\mu$ ergebenden „mittleren Umkehrtemperaturen" $\bar{T}$ zusammengestellt. Die graphische Darstellung ist in den drei Kurven der nebenstehenden Figur gegeben. Die „mittleren Umkehrtemperaturen" sind als Ordinaten, die Werte von r_1 als Abszissen eingetragen.

Jede der Kurven zeigt, daß mit wachsendem r, also zunehmender Konzentration, die „mittlere

Tabelle 3.

$T_1 = 2050^0$, $\lambda = 0{,}589\,\mu$,
$T_2 = 1900^0$, $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = 0{,}385$.
$r_1 = r_2 = r$,

r	$\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_1}$	$\bar{T}$
0,2	0,677	1986°
0,4	0,665	1983
0,8	0,643	1978
2,0	0,605	1968
4,0	0,583	1962
6,0	0,575	1960
10,0	0,571	1959
20,0	0,570	1958
> 20,0 (d. h. ∞)	0,565	1957

Tabelle 4.

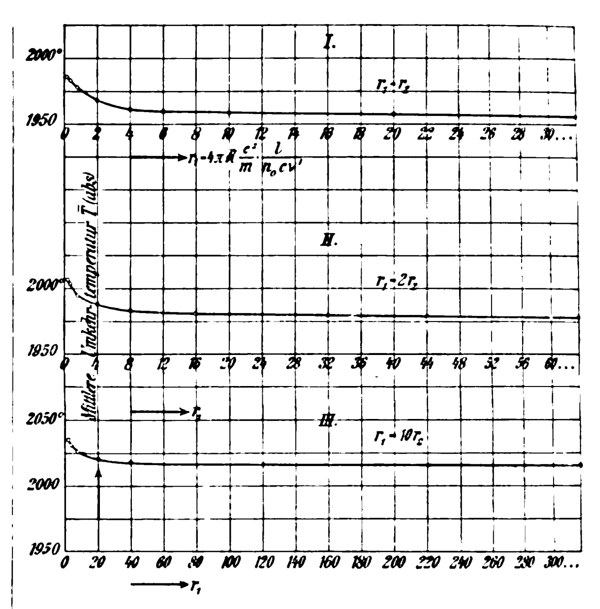
$r_1 = 2r_2$.

r_1	$\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_1}$	$\bar{T}$
0,4	0,770	2007°
0,8	0,752	2004
1,6	0,717	1995
4,0	0,686	1988
8,0	0,663	1983
16,0	0,657	1981
32,0	0,650	1980
44,0	0,649	1979
> 44,0 (∞)	0,645	1978

Tabelle 5.

$r_1 = 10 r_2$.

r_1	$\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon_1}$	$\bar{T}$
2	0,910	2036°
4	0,898	2032
8	0,873	2027
11	0,865	2026
20	0,838	2021
40	0,829	2018
120	0,819	2017
220	0,817	2016
> 220 (∞)	0,814	2016



Umkehrtemperatur" abnimmt, jedoch bald einen Grenzwert erreicht. Dies gilt sowohl, wenn die Konzentration der emittierenden Zentren in beiden Schichten die gleiche, wie wenn sie verschieden ist. Hierdurch lassen sich also die Kurlbaum-Schulzeschen Beobachtungen erklären. Denn sind für ein Salz die Werte von r_1 und r_2 kleiner als für ein anderes, so zeigt seine Linie eine höhere „Umkehrtemperatur" an[1]). So lange man annimmt, daß für die verschiedenen betrachteten Linien oder Salze das Verhältnis der in beiden Zonen herrschenden Dampfdichten das gleiche ist, auch wenn die Absolutwerte derselben verschieden sind, kann, nach der angestellten Berechnung, die Differenz der „mittleren Umkehrtemperaturen" nur bis 30° betragen, im Falle 3 sogar im Maximum nur 20°; allerdings ist dabei vorausgesetzt, daß die wirklichen Temperaturen in den beiden Schichten sich nur um 150° unterscheiden.

Stellt man sich aber auf den Bauerschen Standpunkt, nach welchem die Zahl der Zentren in der kalten Zone im Verhältnis zu derjenigen in der heißen Zone um so geringer wird, je schwerer ein Salz zu reduzieren ist, so kommen für das schwer zu reduzierende Salz Annahmen über die Dampfdichtenverteilung wie im Fall 2 oder 3 (also Kurve II oder III), für das leichter zu reduzierende wie in Fall 1 (Kurve I) in Betracht, und dann kann die Differenz der „mitt-

1) Hiernach muß auch die „mittlere Umkehrtemperatur" abnehmen, wenn man bei einer inhomogenen Flamme die Dampfdichte erhöht; bei aufgelösten Linien und Einstellen auf Verschwinden der Ränder bleibt dagegen die „Umkehrtemperatur" konstant; vgl. Anm. 1, S. 100 und die diesbezüglichen Messungen in der Dissertation.

leren Umkehrtemperatur" bis 79° betragen. (Bei meinen Beobachtungen, Tabelle 2, beläuft sich die größte Differenz auf 82°.) Wenn für die Linie, die dem Fall 1 gehorcht, z. B. $r_1 = -r_2 = 10$ geworden, also der Grenzwert erreicht ist, und dann für eine andere Linie, für die Fall 3 in Betracht kommt, r_1 ebenfalls $= 10$, aber r_2 erst $= 1$ ist, so beträgt der Unterschied 65°. Und wenn schließlich für die beiden betrachteten Linien die Werte der Dampfdichten immer größer und größer werden, so bleibt doch eine Differenz der „mittleren Umkehrtemperaturen" von etwa 60° bestehen.

Der Einfachheit halber habe ich hier die einzelnen Fälle, auch insofern sie sich mit dem Vergleich der „Umkehrtemperaturen" an zwei verschiedenen Linien beschäftigen, an den für die Wellenlänge der *D*-Linien geltenden Kurven diskutiert. Ich möchte aber darauf hinweisen, daß, auch wenn die Dampfdichten für zwei verschiedene Linien als gleich angenommen werden, also r_1 und r_2 für beide gleich sind, ein kleiner Unterschied, bis 10°, zwischen den „mittleren Umkehrtemperaturen" besteht, und zwar wieder in dem Sinne, daß zur kürzeren Wellenlänge die höhere Temperatur gehört. Dieser Unterschied resultiert lediglich aus der verschiedenen Neigung der Isochromaten an den betreffenden Wellenlängen, die zur Berechnung von T mit Hilfe von T_1 und $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}$ dienen; diese Erscheinung kann aber, wie die Rechnung zeigt, auch nur dann zum Ausdruck gelangen, wenn Temperaturinhomogenitäten in der Flamme vorliegen.

Selbstredend sind die in die Berechnung eingeführten Größen zum Teil nur willkürlich gewählt[1]); es sollte ja auch nur untersucht werden, ob sich die Abhängigkeit der „Umkehrtemperatur" überhaupt durch die Temperaturinhomogenitäten erklären läßt, für einen quantitativen exakten Beweis müßte die Zahl der Teilchen in den Schichten anderweitig gemessen und in zweiter Linie aus den beobachteten „mittleren Umkehrtemperaturen" nach den hier aufgestellten Beziehungen berechnet werden. Auch wäre bei der Berechnung der kontinuierliche Temperaturübergang von einer Schicht in die andere zu berücksichtigen. Eventuell könnte uns dann auch umgekehrt die experimentelle Bestimmung der „mittleren Umkehrtemperatur" bei Kenntnis der Temperaturverteilung in der Flamme Aufschluß über die Verteilung der emittierenden Zentren in der inhomogenen Flamme geben, speziell bei dem Nebeneinanderbestehen verschiedener Dämpfe.

Zusammenfassend zeigen die vorliegenden Beobachtungen und Berechnungen, daß man die Resultate der Kurlbaum-Schulzeschen Messungen:

Abhängigkeit der „Umkehrtemperatur" der Flamme von der Art des eingeführten Salzes und Änderung der „Umkehrtemperatur" einer bestimmten Spektrallinie bei Hinzufügen eines zweiten Salzes,

auch bei Annahme reiner Temperaturstrahlung befriedigend erklären kann. Denn die berechnete „mittlere Umkehrtemperatur" einer inhomogenen Flamme, das ist die Temperatur, die man aus der Emission und Absorption in den verschieden temperierten Flammenzonen mit Hilfe des Kirchhoffschen Satzes und der Dispersionstheorie erhält, ist eine Funktion der Dichte der leuchtenden Zentren und hängt daher in der Tat nach der plausiblen Annahme Bauers über die verschiedene Reduzierbarkeit der verschiedenen Salze von der Art des in die Flamme eingeführten Salzes ab.

Breslau, Physikal. Institut der Universität, November 1913.

(Eingegangen 22. November 1913.)

1) So ist z. B. die Dämpfungskonstante ν' als unabhängig von der Dampfdichte eingeführt worden, ferner wurde auch für verschiedene in derselben Flamme leuchtende Salze immer der gleiche Wert von ν' benutzt.

Über die Thermokräfte von Leitern mit kleiner Elektronenzahl.

Von A. Weißenberger.

P. Cermak[1]) hat auf der Naturforscherversammlung in Wien 1913 über einen interessanten Demonstrationsversuch berichtet, der es ermöglicht, den Peltiereffekt der Systeme Eisen-Konstantan, Platin-Platinrhodium, Nernststift-Platin zur Projektion geeignet darzustellen. Bei Gelegenheit von Versuchen über die Thermokräfte von Leitern hohen Widerstandes, mit denen ich seit etwa 2 Jahren beschäftigt bin[2]), habe ich auch den Peltiereffekt der Kombination Platin-Nernststift nach einer etwas anderen Methode bei etwa 2200° festgestellt, die hier nebst anderen Resultaten der Untersuchung, deren Veröffentlichung sich möglicherweise noch etwas hinziehen wird, kurz angegeben sein soll.

Durch den horizontal gelagerten geraden Nernststift mit vorgeschaltetem Eisenwiderstand wurde der zur gewöhnlichen Leuchttemperatur erforderliche Strom einer 220-Voltleitung geschickt, so daß der zuvor erwärmte Stift zu der üblichen Leuchttemperatur erhitzt wurde. Mit

1) P. Cermak, diese Zeitschr. **14**, 1178, 1913.
2) Inzwischen sind Messungen der Thermokraft des Nernstbrenners von J. Shearer, Phys. Rev. **34**, 238, 1912 veröffentlicht worden.



einem möglichst nahe an den Stift gebrachten Metallschirm wurde das Licht des Glühstiftes bis auf 2—3 mm an den beiden Enden abgeblendet. Das Licht ging dann durch eine grüne und blaue Glasscheibe, damit die Helligkeitsunterschiede, die bei kleineren Wellenlängen stärker von der Temperatur abhängen, deutlicher beobachtet werden konnten, und durch eine Mattscheibe. Zuletzt wurden die Strahlen durch ein flaches Biprisma so gebrochen, daß die Enden des Stifts direkt nebeneinander erschienen und somit leichter verglichen werden konnten. Bei Stromdurchgang entstand infolge des beträchtlichen Peltiereffekts eine Verdunkelung bzw. ein helleres Aufleuchten des einen Endes gegenüber dem anderen. Hierbei entsprach der Unterschied in der Helligkeit dem Lichtverlust durch 2 Objektträger, mithin etwa 12 Proz. Bei Kommutieren des Stromes kehrte sich der Effekt um. Die Richtung des Peltiereffekts entsprach auch dem Zeichen nach der von mir gemessenen Thermokraft von Nernstmasse gegen Platin.

Eingehende Messungen, die a. a. O. veröffentlicht werden sollen, an neuen noch ungebrannten und älteren gebrannten Nernststiften ergaben, daß die Thermokraft pro Grad von Nernststift gegen *Pt* an ungebrannten ziemlich konstant bleibt, bei gebrannten dagegen ansteigt. Die Stifte wurden teils in einer glasierten Porzellanröhre über dem Bunsenbrenner, teils im elektrischen Ofen erhitzt; die Thermokräfte wurden anfangs nach der Kompensationsmethode, später mit Elektrometer von J. Elster und H. Geitel[1]) gemessen.

Ungebrannter Stift (matte Oberfläche) im elektrischen Ofen:

$\frac{T_1+T_2}{2}$	T_1-T_2	$\frac{dE}{dT}$
485	60	—400 Mikro-Volts
664	104	470
690	76	540
790	85	540
868	105	520
950	70	530
1061	66	530

Gebrannter Stift (längere Zeit in der Lampe verwandt, mit glänzender Oberfläche) im elektrischen Ofen:

$\frac{T_1+T_2}{2}$	T_1-T_2	$\frac{dE}{dT}$
546	37	—530
756	27	580
885	38	730
988	35	780
1163	35	1020

Das Vorzeichen der Thermokraft ist das gleiche wie von *Fe* gegen *Cu*, also negativ (im Sinne der Bezeichnung der Phys. Techn. Reichsanstalt und von J. Koenigsberger und J. Weiss[1]). Wie bereits J. Shearer[2]) in seiner kurzen Mitteilung bemerkt, gelingt es bei der Heizung des Stiftes direkt über dem Bunsenbrenner kaum konstante Werte zu erhalten. In der Gasflamme zeigen sich vielmehr einige interessante Erscheinungen, die a. a. O. behandelt werden sollen. Zu bemerken ist noch, daß beim Nernststift ebensowenig wie bei den noch zu besprechenden Auerstiften, Magnesiastäbchen und Quarzröhrchen irgendwelche Nachwirkungserscheinungen der Thermokraft auftreten, welche auf Polarisation und damit auf elektrolytische Leitung hinweisen könnten, wie ich sie an Glas fand. Die Masse des Auerglühstrumpfes, die wir der Deutschen Gasglühlicht-Gesellschaft verdanken und die von der A. E. G., Abteilung Nernstlampen, in Stifte mit eingepreßten Platindrähten geformt wurde, gibt etwas größere Thermokräfte als der Nernststift und zeigt außerdem eine deutlichere Temperaturabhängigkeit derselben. Materialverschiedenheiten sind bemerkbar.

$\frac{T_1+T_2}{2}$	T_1-T_2	$\frac{dE}{dT}$
773	94	—862 Mikro-Volts
910	57	1240
1010	60	1370
1090	160	1600
1105	65	1780
1143	115	2100
1142	33	2200

Wesentlich ist bei allen diesen Versuchen vollkommene Isolation, am besten Luft, was durch freies Hängen der Stifte im Ofen erreicht wird. Die Platin-Platinrhodiumdrähte müssen ihre Verbindungsstelle genau am Stifte haben.

Quarzglas zeigt über 800° eine Thermokraft desselben Zeichens, bei tieferen Temperaturen tritt eine Erscheinung auf, die a. a. O. ausführlicher besprochen wird.

$\frac{T_1+T_2}{2}$	T_1-T_2	C
827	100	—542 Mikro-Volts
866	68	547
990	47	495

Beim Auer- und Nernststift wurde wiederholt das Fehlen jeglicher Polarisation bei ganz rascher Umschaltung festgestellt. Auch stellt sich bei allen obenerwähnten Substanzen mit der Tempe-

1) J. Elster und H. Geitel, diese Zeitschr. **10**, 664, 1909.

1) J. Koenigsberger und J. Weiss, Ann. d. Phys. **35**, 1, 1911.
2) J. Shearer, loc. cit.

raturdifferenz sofort die thermoelektrische Kraft ein, die von derselben Art ist, wie bei Metallen. Epidot, der eisenhaltig ist, zeigt eine entgegengesetzte Thermokraft etwa + 1000 MV, entwässert etwa + 500 MV.

Ganz anderer Natur sind die thermoelektrischen Erscheinungen an Glas. In dickwandige Kapillaren von Natronglas wurden an den Enden $Pt - PtRh$ Elemente eingeschmolzen. Das Glas samt Zuführungsdrähten wurde in einer mit ausgeglühter Asbestwolle gefüllten Kupferröhre über dem Bunsenbrenner erhitzt. Es wurde immer, was ausdrücklich bemerkt sei, bei Temperaturen gearbeitet, höher als diejenigen, bei denen die elektrolytische Leitung allein hervortritt und das auselektrolysierte Glas noch isoliert. Die Thermokräfte, durch Kompensation gemessen, waren im allgemeinen kleiner als die im Elektroskop beobachteten, wie folgende Tabellen zeigen:

Mit Kompensation.			Mit Elektroskop.		
$\frac{T_1 + T_2}{2}$	$T_1 - T_2$	$\frac{dE}{dT}$	$\frac{T_1 + T_2}{2}$	$T_1 - T_2$	$\frac{dE}{dT}$
500°	31	1740 MV	520°	18	2300 MV
541	23	2500	570	63	3900
585	42	1700	646	44	3300
600	25	1950	663	43	2300

Aus allen meinen Beobachtungen ergibt sich als Mittel der Kompensationsmessungen —1800 MV, der elektrostatischen —2900 MV.

Im weiteren Verfolg dieser Erscheinung ergab sich tatsächlich eine Polarisationskraft des Glases, die zwar auch bei elektrostatischer Potentialmessung nicht ganz ausblieb — wegen der Kompensationsmessung der Temperatur und anderen Gründen —, dagegen bei Stromschluß durch das Galvanometer sehr viel leichter zustande kommen konnte.

Die Messung dieser auf der Ionisation des Glases beruhenden elektromotorischen Gegenkraft erfolgte nach zwei verschiedenen Methoden:

I. Wurde der Bunsenbrenner unter dem Glasstück rasch von dem einen zum anderen Ende verschoben, so mußte sich das Temperaturgefälle innerhalb meßbarer Zeit (ca. 40 Sekunden) umkehren und mit ihm der Ausschlag im Elektroskop, wenn er der metallischen Thermokraft durch Null hindurch folgte. Das Elektroskop zeigte jedoch diesen regelmäßigen Gang nicht, wie er an den übrigen Materialien tatsächlich beobachtet wurde. Der Ausschlag eilte vielmehr der Temperaturdifferenz weit voraus, bei Temperaturgleichheit im Glas hatte man einen maximalen Ausschlag, entgegengesetzt der jeweils vernichteten Thermokraft. Erst allmählich gewann die neu sich bildende Thermokraft wieder die Oberhand und drängte die Polarisation zurück bzw. überwog sie. Dies konnte nach jeder Richtung beliebig oft wiederholt werden. Ähnlich verhält sich Disthen.

Zur Erklärung dieser Erscheinung kann man sich vielleicht vorstellen, daß die Thermoelektrizität des Glases ausschließlich durch Elektronen des Kieselsäuregerüstes hervorgerufen wird. Durch diese elektromotorische Kraft werden die Alkaliionen[1]) des Glases verschoben, ihre Konzentration wird geändert und ruft damit eine Gegenspannung hervor. Diese Gegenspannung wird erst bei Verminderung der Temperaturdifferenz merkbar und kann dann auf das Elektroskop seine größte Wirkung ausüben, wenn im Stabe selbst keine Thermokraft mehr vorhanden ist.

II. Die Polarisation konnte bei diesen hohen Temperaturen in der gewöhnlichen Weise mit dem Elektroskop gemessen werden, indem Spannungen von 0,07 bis 72 Volt an die Enden des Glasstabes angelegt wurden, und zwar durch die sonst als Thermoelemente dienenden Pt-Drähte. Durch einen momentan wirkenden Umschalter konnte der Primärstrom ausgeschaltet und das Elektroskop an die Glasstabenden angelegt werden. Bei ca. 40 Volt erhält man eine Polarisation: 0,29 Volt, die von da ab konstant zu bleiben scheint. Nach allgemeiner Ansicht genügt das Vorhandensein einer Polarisationsspannung von 0,1 Volt zum Nachweis elektrolytischer Leitung.

Beim Nernststift und den Stiften aus der Auermasse bemühte ich mich vergebens, eine ähnliche Erscheinung zu finden. Daher kann man annehmen, daß die Elektrizitätsleitung im Nernststift und Auerstift im wesentlichen metallisch ist; die von M. Bose[2]) im Vakuum beobachteten Veränderungen können zum Teil entweder auf einer sekundären geringen Elektrolyse oder auf Sauerstoffabspaltung infolge der hohen Temperatur beruhen.

Die Versuche wurden auf Veranlassung von Herrn J. Koenigsberger unternommen; die genaueren Daten, auch die Widerstandswerte und Erörterungen über die theoretischen Beziehungen zwischen Thermokraft und Leitfähigkeit insbesondere auch das Auftreten eines Maximums der Thermokraft, sollen in einer Dissertation veröffentlicht werden.

1) Vgl. E. Warburg, Ann. d. Phys. **40**, 327, 1913, und Wied. Ann. **21**, 644, 1884.
2) M. Bose, Ann. d. Phys. **9**, 164, 1902.

Freiburg i. Br., Math.-phys. Institut der Universität, November 1913.

(Eingegangen 27. November 1913.)

Nachträgliche Antwort auf eine Frage von Herrn Reißner.

Von A. Einstein.

Unbegreiflicherweise habe ich eine Frage, die Herr Reißner[1]) in der Diskussion zu meinem Gravitationsvortrage an mich gerichtet hat, total mißverstanden und unrichtig beantwortet, trotzdem die Frage klar gestellt war. Letztere sei zunächst wiederholt[2]):

„Herr Einstein hat von den ablenkenden Einflüssen der Schwerefeldes auf die Schwingungsenergie des Lichtstrahls gesprochen. Ich möchte nun Herrn Einstein bitten, sich noch über ... die Einwirkung des Schwerefeldes auf seine eigene statische Feldenergie zu äußern.

In der nicht linearen Einsteinschen Potentialgleichung, der erweiterten Laplaceschen, kann ja, wie Herr Einstein gezeigt hat, das eine Glied als Gravitationswirkung der statischen Feldenergie gedeutet werden. Wie läßt es sich nun weiter plausibel machen, bzw. wie kommt es mathematisch heraus, daß die statische Energie des reinen Gravitationsfeldes, trotzdem sie Trägheit und Schwere besitzt, die weiteren Attribute der ponderablen Masse, ponderomotorische Kräfte aufzuweisen, nicht besitzt? Oder auch, wie kommt es heraus, daß das Feld ein statisches bleibt, trotzdem eine Feldenergie des leeren Raumes der Schwere unterliegt? Wie wäre die besondere Art von Energie zu kennzeichnen, die der ponderablen Masse im Gegensatz zu anderen Energieformen eigentümlich ist?"

Zunächst erinnere ich daran, daß unbedingt gefordert werden muß, daß Materie und Energie zusammen den Erhaltungssätzen des Impulses und der Energie genügen. Es kommt dies darauf hinaus, daß die Existenz einer Gleichung von der Form (9b) zu fordern ist, d. h. von der Form

$$\sum \frac{\partial}{\partial x_\nu}(\mathfrak{T}_{\sigma\nu} + \mathfrak{t}_{\sigma\nu}) = 0. \qquad (9b)$$

Nimmt man nämlich an, daß ein System bezüglich Materie und Gravitationsfeld endlich ausgedehnt ist, so erhält man aus (9b) durch Integration über den ganzen von dem System eingenommenen (dreidimensionalen) Raum die vier Gleichungen

$$\frac{d}{dt}\left\{\int(\mathfrak{T}_{\sigma 4} + \mathfrak{t}_{\sigma 4})\,dV\right\} = 0,$$

d. h. Gleichungen von der gewohnten Form der Erhaltungssätze. Es dürfte für die Erhaltungssätze kaum eine andere vierdimensional symmetrische Ausdrucksform geben als (9b).

An Gleichung (9b) läßt sich aber schon das von Herrn Reißner geäußerte Bedenken anknüpfen. Nach (9b) haben die Impulsgleichungen des statischen Schwerefeldes bei Abwesenheit materieller Vorgänge die Gestalt

$$\frac{\partial \mathfrak{t}_{\sigma 1}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{t}_{\sigma 2}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{t}_{\sigma 3}}{\partial z} = 0.$$

Dabei erscheint das Gleichgewicht im statischen Schwerefelde auf das Gleichgewicht ausschließlich von Flächenkräften zurückgeführt, während doch im Schwerefelde eine Art von Volumkräften existieren sollte, indem nach den Grundvoraussetzungen der Theorie zu erwarten wäre, daß das Schwerefeld auf seine eigenen „energetischen Komponenten" $\mathfrak{t}_{\sigma\nu}$ ebenso wirke wie auf die entsprechenden energetischen Komponenten $\mathfrak{T}_{\sigma\nu}$ der Materie.

Es ist indessen zu bemerken, daß aus der Möglichkeit einer derartigen Darstellung nichts folgt über die physikalische Natur der ins Auge gefaßten Wirkungen. Die Möglichkeit einer solchen Darstellung sagt eben nichts anderes aus, als daß der Impulssatz gilt. Wenn Herr Reißner sagt, daß die Existenz einer Energiedichte eines statischen Gravitationsfeldes eine Impulsabgabe des Schwerefeldes an sich selbst zur Folge haben müsse, wenn der Grundgedanke der Theorie nicht preisgegeben werden solle, so stimme ich ihm bei. Aber diese Impulsabgabe muß durch die Wirkungen (Impulsabgabe) von Druckkräften kompensiert sein, da sonst der Impulssatz verletzt wäre. Im Impulssatz des Schwerefeldes sind Volumkräfte und Flächenkräfte nicht trennbar, und es verlangt der Impulssatz die Zurückführbarkeit aller Kräfte auf Flächenkräfte[1]).

Andererseits muß aber von der Theorie verlangt werden, daß die energetischen Komponenten des zu einem abgeschlossenen System gehörigen Schwerefeldes zu der schweren Masse des ganzen Systems genau so beitragen wie die energetischen Komponenten der das System konstituierenden Materie. Diese Bedingung erfüllt die Theorie tatsächlich, wie aus dem folgenden hervorgeht.

In einen vorher gravitationsfreien Raum $\left(\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\sigma} = 0\right)$ legen wir ein statisches materielles

1) Diese Zeitschr. 14, 1265, 1913.

2) Ich unterdrücke hier die Fußbemerkung, weil durch das hier Wiederholte die aufgeworfene Frage genügend klar fixiert wird.

1) In der Elektrostatik darf z. B. aus der Darstellbarkeit der auf die Materie wirkenden Kräfte durch die Maxwellschen Spannungen nicht geschlossen werden, daß auf die Materie tatsächlich keine Volumkräfte wirken; es handelt sich vielmehr um eine bloße Art der Darstellung, welche die Gültigkeit des Reaktionsprinzips evident macht.

System Σ, dessen energetische Komponenten zum Teil zu dem Gravitationsfelde gehören, das die Teile von Σ erzeugen. Die Gleichungen des Gravitationsfeldes (7b) lauten, wenn

$$\sum_{\beta\mu} \sqrt{-g}\, \gamma_{\alpha\beta}\, g_{\sigma\mu} \frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta} = G_{\alpha\sigma\nu}$$

gesetzt wird:

$$\sum_\alpha \frac{\partial G_{\alpha\sigma\nu}}{\partial x_\alpha} = \varkappa\,(\mathfrak{T}_{\sigma\nu} + \mathfrak{t}_{\sigma\nu})\,.$$

Die Größen $G_{\alpha\sigma\nu}$ können hierbei in gewissem Sinne als die Komponenten der Feldstärke der Gravitation bezeichnet werden. Da alle zeitlichen Ableitungen in unserem Falle verschwinden sollen, folgt hieraus durch Integration über das Innere einer geschlossenen Fläche folgendes System von dem Gaußschen Satze entsprechenden Gleichungen

$$\int (G_{1\sigma\nu} \cos(nx) + G_{2\sigma\nu} \cos(ny) + \\ + G_{3\sigma\nu} \cos(nz))\, d\sigma = \varkappa \int (\mathfrak{T}_{\sigma\nu} + \mathfrak{t}_{\sigma\nu})\, dV,$$

wobei n die Richtung der auf dem Flächenelement $d\sigma$ nach außen gezogenen Normalen und dV das Raumelement bedeutet. Wählt man als Grenze des Integrationsraumes eine das System Σ nebst seinem Gravitationsfelde umschließende Fläche, so daß sie bis auf Vernachlässigbares die ganze Gravitationsenergie des Feldes einschließt, so sieht man, daß die Anzahl der eine unendlich ferne Fläche durchsetzenden „Kraftlinien der Gravitation" nur von dem Integral auf der rechten Seite der betreffenden Gleichung abhängt. In dem uns interessierenden Falle ist übrigens, wie sich aus den Impulssätzen dartun läßt, bei passender Wahl des Bezugssystems die rechte Seite nur im Falle $\sigma = \nu = 4$ von Null verschieden.

Aus dem Gesagten folgt, daß die Stärke des Gravitationsfeldes in großer Entfernung von Σ außer von der Entfernung nur von

$$\int (\mathfrak{T}_{44} + \mathfrak{t}_{44})\, dV,$$

d. h. nur von der Gesamtenergie von Σ (Energie der Materie + Gravitationsenergie) abhängt[1]). Entsprechendes gilt auch von der ponderomotorischen Wirkung, welche das durch Σ erzeugte Gravitationsfeld auf einen in genügender Entfernung von Σ befindlichen Massenpunkt P ausübt.

Ein solcher materieller Punkt P wirkt aber auf Σ zurück, und zwar wegen (9b) derart, daß die Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung gewahrt bleibt. Die von P auf Σ durch Gravitation ausgeübte gesamte Kraftwirkung hängt also außer von der relativen Lage von Σ und P und von der Masse von P nur von der Gesamtenergie von Σ ab. Damit ist der verlangte Nachweis geführt.

In den Grundlagen der Theorie ist übrigens nicht nur die Forderung enthalten, daß die **schwere** Masse eines abgeschlossenen statischen Systems nur durch die Gesamtenergie bestimmt sei, derart, daß das Gravitationsfeld in analoger Weise zur Gesamtmasse beiträgt wie die Materie. Es muß vielmehr Entsprechendes auch für die **träge** Masse des Systems gelten. Daß dies merklich der Fall ist, ergibt sich in folgender Weise.

Zunächst bemerken wir, daß $\frac{1}{\sqrt{-g}}(\mathfrak{T}_{\sigma\nu} + \mathfrak{t}_{\sigma\nu})$ bezüglich linearer Transformationen ein gemischter Tensor ist (bezüglich des Index σ kovariant, bezüglich des Index ν kontravariant).

Es sei nun $\mathfrak{A}_{\sigma\nu}$ ein beliebiger gemischter Tensor solcher Art. Dann ist $\sum_\nu \frac{\partial \mathfrak{A}_{\sigma\nu}}{\partial x_\nu}$ ein kovarianter Vektor, oder, was dasselbe ist

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \sum \frac{\partial \mathfrak{A}_{\sigma\nu} \sqrt{-g}}{\partial x_\nu} - \sum \mathfrak{A}_{\sigma\nu} \frac{\partial \lg \sqrt{-g}}{\partial x_\nu}.$$

Nun ändert sich aber $\sqrt{-g}$ bei Vornahme einer linearen Transformation nur um einen konstanten Faktor. Daher ist $\frac{\partial \lg \sqrt{-g}}{\partial x_\nu}$ ein kovarianter Vierervektor, und ebenso das zweite Glied des obigen Ausdruckes. Daraus folgt, daß auch die vier Größen

$$\frac{1}{\sqrt{-g}} \sum_\nu \frac{\partial \mathfrak{A}_{\sigma\nu} \sqrt{-g}}{\partial x_\nu}$$

einen kovarianten Vierervektor bilden.

Andererseits ist das Produkt des vierdimensionalen Raumelementes $d\tau$ mit $\sqrt{-g}$ ein Skalar. Hieraus folgt, daß auch

$$d\tau \sum_\nu \frac{\partial \mathfrak{A}_{\sigma\nu} \sqrt{-g}}{\partial x_\nu}$$

ebenfalls ein kovarianter Vektor ist. Gleiches gilt auch von dem Integral dieser Größe über einen beliebigen vierdimensionalen Raumteil.

Wir setzen nun über die $\mathfrak{A}_{\sigma\nu}$ folgendes voraus:

1. Alle $\mathfrak{A}_{\sigma\nu}$ mögen für (positiv und negativ) unendlich große x_1, x_2, x_3 verschwinden.

1) Dabei ist allerdings Radialsymmetrie des Feldes im Unendlichen stillschweigend vorausgesetzt. Diese läßt sich erzielen, wenn man das Bezugssystem so wählt, daß im Unendlichen das Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit gewahrt ist (berechtigtes Bezugssystem im Sinne der ursprünglichen Relativitätstheorie).

2. Die Summe $\sum_\nu \frac{\partial \mathfrak{A}_{\sigma\nu}}{\partial x_\nu}$ soll nur in einem endlichen Bereich von x_4 von Null verschieden sein, für kleinere und größere Werte von x_4 aber verschwinden.

Unter diesen Voraussetzungen hat das Integral

$$\int d\tau \sum_\nu \frac{\partial \mathfrak{A}_{\sigma\nu} \sqrt{-g}}{\partial x_\nu}$$

erstreckt über alle Werte von x_1, x_2, x_3 und zwischen zwei Werten t_1 und t_2 von x_4, welche das in (2) angegebene Wertintervall einschließen, den Wert

$$\int\int\int \mathfrak{A}_{\sigma 4} \sqrt{-g}\, dx_1\, dx_2\, dx_3 \Big|_{t_1}^{t_2} = I_\sigma \Big|_{t_1}^{t_2}.$$

Nach dem oben Gesagten ist nun dies Integral, über einen bestimmten vierdimensionalen Raumteil erstreckt, ein kovarianter Vierervektor. Es behält diese Eigenschaft, wenn man das Integrationsgebiet um Gebiete erweitert, in denen der Integrand verschwindet. Daraus geht hervor, daß auch das zuletzt betrachtete Integral ein Vierervektor ist. Das gleiche wird für das dreidimensionale Integral gelten,

$$I_\sigma = \int \mathfrak{A}_{\sigma 4} \sqrt{-g}\, dV,$$

solange man sich für alle in Betracht kommenden Bezugssysteme bei der ins Auge gefaßten dreidimensionalen Integration innerhalb eines vierdimensionalen Bereiches befindet, in welchem allenthalben

$$\sum_\nu \frac{\partial \mathfrak{A}_{\sigma\nu}}{\partial x_\nu} = 0$$

ist. Hieraus ziehen wir, indem wir für $\mathfrak{A}_{\sigma\nu}$ den Tensor $\frac{1}{\sqrt{-g}}(\mathfrak{T}_{\sigma\nu} + \mathfrak{t}_{\sigma\nu})$ setzen, den Schluß, daß die vier dreidimensionalen Integrale

$$I_\sigma = \int (\mathfrak{T}_{\sigma 4} + \mathfrak{t}_{\sigma 4})\, dV,$$

erstreckt über ein abgeschlossenes (vollständiges) System Σ, einen kovarianten Vierervektor bilden.

Es ist klar, daß die drei ersten Integrale I_1, I_2, I_3 die Impulskomponenten (mit negativem Vorzeichen), das letzte (I_4) die Gesamtenergie von Σ darstellen. Daraus geht hervor, daß die Trägheitseigenschaften eines abgeschlossenen Systems (dieses als Ganzes betrachtet) dieselben sind wie diejenigen eines materiellen Punktes von beliebig kleiner Masse. Wir haben nur noch zu untersuchen, wie die „Masse" des Systems mit den angegebenen Integralen zusammenhängt. Bezeichnen wir mit I_σ^* den kovarianten Impuls-Energievektor eines materiellen Punktes von der Masse m, so ist[1])

$$I_\sigma^* = m \sum_\nu g_{\sigma\nu} \frac{dx_\nu}{ds},$$

wobei

$$ds^2 = \sum g_{\mu\nu}\, dx_\mu\, dx_\nu$$

gesetzt ist. Wir haben vorausgesetzt, daß das Schwerefeld im Unendlichen verschwinde, d. h. daß die $g_{\mu\nu}$ im Unendlichen konstant seien. Wir können also das Bezugssystem so wählen, daß die $g_{\mu\nu}$ überall im Unendlichen die Werte

$$\begin{matrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c^2 \end{matrix}$$

annehmen, wobei c eine Konstante ist. Wir wählen das Bezugssystem ferner derart, daß das System Σ als Ganzes, sowie der mit ihm äquivalente materielle Punkt, relativ zum Bezugssystem in Ruhe sei, d. h. daß I_1, I_2, I_3 sowie I_1^*, I_2^*, I_3^* verschwinden. Dann ergibt sich

$$I_4 = \int (\mathfrak{T}_{44} + \mathfrak{t}_{44})\, dV,$$
$$I_4^* = mc.$$

Diese beiden Größen sind einander gleich zu setzen, wobei I_4 die Bedeutung der „Ruheenergie" U_0 hat. Es ist also

$$m = \frac{U_0}{c}.$$

Die Trägheit eines abgeschlossenen Systems Σ ist also durch seine Ruheenergie vollkommen bestimmt.

Im vorstehenden ist gezeigt, daß die energetischen Komponenten des Gravitationsfeldes zur Schwere und Trägheit eines Systems genau so beitragen wie die energetischen Komponenten materieller Gebilde.

---

1) Vgl. die Broschüre „Entwurf einer Verallgemeinerung der Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation". B. G. Teubner, 1913, § 2.

(Eingegangen 11. Dezember 1913.)

BESPRECHUNGEN.

P. Zeeman, Researches in Magneto-Optics. With Special Reference to the Magnetic Resolutions of Spectrum Lines. gr. 8. XIV u. 219 S. mit 74 Figuren. London, Macmillan and Co. Ltd. 1913. 6.— s. net.

In einer Reihe von Publikationen, bezeichnet Science Monographs, gibt der oben genannte Verlag einer Anzahl Autoren Gelegenheit, sich in zusammenhängender Darstellung über Gebiete zu äußern, in denen sie längere Zeit und besonders erfolgreich gearbeitet haben. In dem vorliegenden sechsten Stück dieser Reihe faßt Professor Zeeman das Wesentlichste aus seinen über etwa 20 Jahre erstreckten Untersuchungen über magnetooptische Probleme zusammen, wobei ganz von selbst das von ihm entdeckte wundervolle Phänomen, das für alle Zeit seinen Namen trägt, die magnetische Beeinflussung von Spektrallinien, in den Mittelpunkt der Darstellung rückt.

Einen erfolgreichen Entdecker in umfassender Weise über seine Arbeiten zu hören, bietet jederzeit einen eigenartigen Reiz. In der freieren Form wird Raum für so manche Bemerkung, die uns Blicke in den Entwicklungsgang der Untersuchungen, die leitenden Gesichtspunkte, die Vorstufen des Erfolges gewährt, während die knappe Art der wissenschaftlichen Spezialabhandlung dergleichen meist zurückzudrängen nötigt. Das Zeemansche Buch bringt mancherlei Ergänzungen der früheren allbekannten Darstellungen in dieser Richtung, und so wirkt in ihm Persönlichkeit und Gegenstand in anregender Weise zusammen.

Der „Zeeman-Effekt" bezeichnet anerkanntermaßen einen Markstein auch in der Entwicklung der allgemeinen Optik. Durch ihn hat sich die zuvor nur vermutete Rolle der Elektronen bei den Vorgängen der Emission, Absorption, Dispersion so weit feststellen und entwickeln lassen, als gegenwärtig nur immer denkbar erscheint, und die Aussichten, die seine weitere Erforschung für die Klärung unserer Anschauungen über die innersten Vorgänge der ponderablen Atome und Moleküle bietet, sind die hoffnungsvollsten. Und in der schlichten und bestimmten, aber vom inneren Feuer der wissenschaftlichen Begeisterung durchglühten Darstellung gestaltet sich von selbst das Bild eines Forschers, der in seinem Gegenstand aufgeht, ihm in rastloser Arbeit immer neue Seiten abgewinnt, der in Entdeckerfreude niemals das Werkzeug gewissenhaftester Prüfung aus der Hand legt, und bei einem durchaus gesunden und kräftigen Selbstgefühl jedes Vorgängers und Mitarbeiters Leistungen weitherzig anerkennt. So wird jeder aufmerksame Leser aus dem Buch Anregung und Genuß schöpfen.

Was die Auswahl und Anordnung des Stoffes angeht, so ist sie die folgende:

Kap. 1. Moderne Spektroskope und ihre auflösende Kraft. Kap. 2 und 3. Magnetische Zerlegung von Emissions- und Absorptionslinien. Kap. 4. Kompliziertere Zerlegungen und ihre Beziehungen zu den Seriengesetzen. Kap. 5. Begleiterscheinungen der Zerlegungen: zirkulare und lineare magnetische Doppelbrechung. Kap. 6. Die Intensitätsverhältnisse der Schwingungskomponenten. Kap. 7. Dissymmetrische Zerlegungen und Verschiebungen von Spektrallinien durch das Magnetfeld. Kap. 8. Magnetische Erscheinungen auf der Sonne. Kap. 9. Absorptions- und Polarisationseffekte in gegen das Magnetfeld geneigten Richtungen. Kap. 10. Beziehungen zwischen der magnetischen Zerlegung der Spektrallinien und der Konstitution der Materie.

Die wertvollen Untersuchungen des Verfassers zum magnetooptischen Kerr-Effekt haben sich hiernach leider dem Gesamtplan des Buches nicht einfügen lassen und sind daher nicht aufgenommen worden. Im übrigen gibt das Werk aber einen schönen und vollständigen Überblick über die Zeemanschen epochemachenden Arbeiten. Voigt.

L. Prandtl, Abriß der Lehre von der Flüssigkeits- und Gasbewegung (Abdruck aus dem Handwörterbuch der Naturwissenschaften, Band IV.) Lex. 8. VI u. 57 S. mit 124 Abbildungen. Jena, Gustav Fischer. 1913. M. 1.60

Es ist noch gar nicht so lange her, da konnte man es in verschiedenen flugtechnischen Werken lesen, nur die Praxis der Flugtechnik, bestenfalls gute Laboratoriumsversuche, könnten für die Fortschritte auf diesen Gebieten etwas erreichen. Die Theorie sei ganz unzulänglich, und was als hydrodynamische oder aerodynamische Theorie gelte, habe mit den Vorgängen in wirklicher Flüssigkeit oder in der Luft nicht das geringste zu tun. — Dieser Standpunkt hatte seine Berechtigung, denn in der Tat, die Voraussetzungen, von denen man früher in der Hydromechanik ausging, und auf die man ein kunstvolles mathematisches Gebäude errichtete, waren eben dieser mathematischen Behandlungsmöglichkeit zuliebe so vereinfacht, daß einige der bezeichnendsten Eigenschaften einer natürlichen Flüssigkeit hinwegfallen mußten. — Das ist nun glücklicherweise anders geworden unter dem befruchtenden Einflusse der Praxis des Flugwesens. Hier brauchte und fand man wirkliche Resultate, und die Theorie kam diesem Bedürfnis allmählich nach Freilich mit anderen, neuen Methoden, die der Wirklichkeit mehr abgelauscht waren als die bisherigen.

Ein ganz besonderes Verdienst um die Ausbildung dieser neuen Hydrodynamik hat sich Prof. Prandtl erworben, insbesondere durch seine Theorie der Wirbelablösung in den Grenzschichten bei kleiner Reibung. Es ist hauptsächlich dadurch ermöglicht worden, die alten theoretischen Methoden den wirklichen Verhältnissen anzupassen. In der vorliegenden Schrift, die als Sonderabdruck eines Artikels aus dem Handwörterbuch der Naturwissenschaften erschienen ist, gibt nun Prof. P. eine Zusammenfassung der ganzen Hydrodynamik vom modernen Standpunkt aus. Bei aller Kürze reicht die Darstellung doch erheblich über den Rahmen einer Enzyklopädie hinaus. Sehr dankenswert sind besonders die beigefügten Beispiele, welche deutlich den heute erreichten engen Zusammenschluß von Theorie und Praxis bekunden. Der Inhalt gliedert sich im wesentlichen zunächst in die Kinematik und Dynamik der Flüssigkeit (wobei besonders die knappe und doch klare Fassung einzelner wichtiger Begriffe, wie beispielsweise „Zirkulation" und „Wirbel", hervorgehoben sei). Weiter folgt die ziemlich ausführliche Behandlung einiger bedeutsamer technischer Probleme, die vielfach auch durch die Wiedergabe der bekannten Laboratoriumsversuche des Verfassers und von anderen Forschern illustriert werden. Von allgemeinerem Interesse ist hier das Kapitel über Flüssigkeitswiderstand und Auftrieb, in dem die neueren Arbeiten von Kutta, v. Kármán und des Verfassers kurz, aber das Wesentliche heraushebend, besprochen werden. Ein Anhang gibt eine

Übersicht über die wichtigsten hydro- und aerodynamischen Meßinstrumente.

Der zweite kürzere Teil des Buches beschäftigt sich mit den Gasbewegungen (wenn die Kompressibilität nicht vernachlässigt werden darf). Hier interessieren besonders die Strömungen in Düsen und die mehrdimensionalen Probleme (nach des Verfassers Arbeiten) sowie die Erscheinungen bei fliegenden Geschossen (Mach und andere). Erwähnt sei noch die dankenswerte Literaturangabe am Schlusse eines jeden Abschnittes.

Für einen jeden, der sich mit den modernen Fragen der Hydro- und Aerodynamik beschäftigt, wird die Schrift ein wertvolles Hilfsmittel zur raschen Orientierung sein. A. Pröll.

A. Guillet, Propriétés cinématiques fondamentales des vibrations. Conférences faites en 1911 aux candidats au certificat de physique générale. Notes par M. M. Aubert. gr. 8. 405 S. mit 103 Figuren. Paris, Librairie Gauthier-Villars. 1913. Fr. 16.—

Der erste Teil des Buches enthält eine ausführliche Kinematik der schwingenden Bewegungen. Ausgehend von der geradlinigen sinusförmigen Schwingung werden die gedämpfte Schwingung und die Zusammensetzung von Schwingungen in gleicher und zueinander senkrechter Richtung besprochen. Man vermißt hier vielleicht einen Hinweis auf die nicht sinusförmige Bewegung und die Fouriersche Reihe. Es folgen die fortschreitende, transversale Schwingung und in einem längeren Abschnitt die Interferenzerscheinungen bei Strahlen mit verschiedenem Gangunterschied. Der zweite Teil des Buches handelt von der Wellenbewegung, besonders von den elastischen (Schall-)Wellen, wobei auch auf die Elastizitätskoeffizienten näher eingegangen wird.

Die Darstellung ist rein deduktiv; den Ausgangspunkt bildet meist eine mathematische Formel oder ein einfaches kinematisches Modell. Es folgen dann aber Anmerkungen, Beispiele aus der Physik, oder kleine Aufgaben, so daß auch der Anschaulichkeit genügend Rechnung getragen wird.

Da es bisher fast gar keine zusammenfassende Werke über das wichtige Spezialgebiet der Schwingungen gibt, wird das Buch vielen willkommen sein. H. Barkhausen.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule München Dr. Kurt Braß für chemische Technologie.

Ernannt: Der Privatdozent Professor Dr. Franz Feist an der Universität Kiel zum a. o. Professor für Chemie an derselben Hochschule, der Privatdozent Professor Dr. August Becker an der Universität Heidelberg zum etatsmäßigen a. o. Professor der theoretischen Physik ebenda, der Lektor an der Universität Münster Professor Dr. Joseph Plaßmann zum ord. Honorarprofessor für Astronomie ebenda, der Privatdozent der angewandten Chemie an der Universität Halle Professor Dr. Ernst Erdmann zum ord. Honorarprofessor daselbst, der a. o. Professor und erste Assistent am chemisch-technischen und elektro-chemischen Institut der Technischen Hochschule Darmstadt Dr. Bernhard Neumann zum ord. Professor der anorganisch-chemischen Technologie an der Technischen Hochschule Breslau, der Privatdozent für Geschichte der chemischen Theorien an der Böhmischen Universität Prag Dr. Jan Stanislav Sterba-Böhm zum a. o. Professor an derselben Hochschule, der a. o. Professor an der Universität Straßburg Kaiserlicher Geh. Regierungsrat Dr. Hugo Hergesell zum ord. Professor der Meteorologie an der Universität Berlin, der Privatdozent für Meteorologie und Klimatologie an der Böhmischen Universität Prag Dr. Stanislav Hanzlik zum a. o. Professor ebendaselbst, der Privatdozent für Keramik an der Böhmischen Technischen Hochschule Prag Dr. Ottokar Kallauner zum a. o. Professor für chemische Technologie an der gleichen Hochschule.

Neues Ordinariat: Zur Entlastung des ord. Professors Geheimrat Dr. Max Planck wird an der Universität Berlin ein zweiter Lehrstuhl für theoretische Physik errichtet, für den der a. o. Professor an der Universität Zürich Dr. Max v. Laue ausersehen ist.

Verliehen: Dem Hauptobservator am Astrophysikalischen Observatorium bei Potsdam Professor Dr. Paul Kempf und dem ord. Professor der Mathematik an der Universität Halle Dr. August Gutzmer der Titel Geh. Regierungsrat, dem Chemiker Dr. phil. Nikodem Caro in Berlin der Titel Professor.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Mathematik an der Universität Jena Geheimer Rat Dr. Johannes Thomae, der ord. Professor der Physik und Maschinenkunde an der landwirtschaftlichen Akademie Bonn Geh. Reg.-Rat Dr. Eberhard Gieseler.

Gestorben: Der a. o. Professor der Astrophysik an der Universität Berlin und Hauptobservator am Astronomisch-Physikalischen Observatorium bei Potsdam Dr. Julius Scheiner, der Privatdozent für Chemie an der Universität Würzburg Dr. Kurt Langheld, der ord. Professor der mathematischen Physik an der böhmischen Universität Prag Hofrat Dr. Franz Koláček, der frühere Direktor des Kais.-russ. meteorologischen und magnetischen Observatoriums in Peking Hofrat Dr. Hermann Fritsche in Riga.

Angebote.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT



No. 3. 1. Februar 1914. 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 4 am 31. Januar 1914.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Formel- und Einheitszeichen [1]).

Von K. Strecker.

In den letzten Jahren sind auf dem Gebiete der Formel- und Einheitszeichen von den dazu berufenen Körperschaften einige wichtige Beschlüsse gefaßt, andere vorbereitet worden [2]). Es scheint zweckmäßig, jetzt, am Jahresschluß, zusammenzustellen, was endgültig beschlossen und was mit guter Aussicht auf Annahme vorgeschlagen worden ist.

I. Formelzeichen.

Der Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen (AEF) hat schon vor einiger Zeit die nachfolgende Liste veröffentlicht (diese Zeitschr. **14**, 169, 1913); sie enthält 32 endgültig angenommene Zeichen [3]).

Formelzeichen des AEF.

*Länge	l
*Masse	m
*Zeit	t
Halbmesser	r
Durchmesser	d
Wellenlänge	λ
Körperinhalt, Volumen	V
*Winkel, Bogen	$\alpha, \beta, \ldots$
*Voreilwinkel, Phasenverschiebung	φ
Geschwindigkeit	v
*Fallbeschleunigung	g
Winkelgeschwindigkeit	ω
*Umlaufzahl, Drehzahl (Zahl der Umdrehungen in der Zeiteinheit)	n
*Wirkungsgrad	η
Druck (Druckkraft durch Fläche)	p
Elastizitätsmodul	E
*Temperatur, absolute	T
* „ vom Eispunkt aus	t
Wärmemenge	Q
Spezifische Wärme	c
Spezifische Wärme bei konstantem Druck	c_p
Spezifische Wärme bei konstantem Volumen	c_v
Wärmeausdehnungskoeffizient	α
*Magnetisierungsstärke	$\mathfrak{J}$
*Stärke des magnetischen Feldes	$\mathfrak{H}$
*Magnetische Dichte (Induktion)	$\mathfrak{B}$
*Magnetische Durchlässigkeit (Permeabilität)	μ
*Magnetische Aufnahmefähigkeit (Suszeptibilität)	$\varkappa$
*Elektromotorische Kraft	E
*Elektrizitätsmenge	Q
*Induktivität (Selbstinduktionskoeffizient)	L
*Elektrische Kapazität	C

1) Anmerkung der Redaktion: Wir glauben im Interesse aller Leser und Mitarbeiter zu handeln, wenn wir ihnen in nachstehendem Aufsatz, dessen Abdruck aus der Elektrotechnischen Zeitschrift uns der Verfasser und die Schriftleitung auf unsere Bitte hin in dankenswerter Weise gestattet haben, die bisherigen Ergebnisse der verdienstvollen Vereinheitlichungsbestrebungen des Ausschusses für Einheiten und Formelgrößen (AEF) zur Kenntnis bringen. An unsere Mitarbeiter richten wir die Bitte, in Zukunft bei ihren Arbeiten für die Physikalische Zeitschrift diese Zeichen zu benutzen, und hoffen, daß diese Bitte nicht vergeblich sein wird, wenn auch dazu der Einzelne durch Verzicht auf seine gewohnte Schreibweise manchmal ein Opfer bringen muß. Wir glauben aber, daß sich dieses Opfer reichlich dadurch lohnt, daß durch die Verwendung einheitlicher Zeichen die Lektüre der Abhandlungen außerordentlich erleichtert, und damit die Verbreitung der darin mitgeteilten Gedanken und Ergebnisse, die ja im eigensten Interesse der Verfasser liegt, erheblich gefördert wird.

2) Vgl. Neesen, diese Zeitschr. **14**, 167, 1913.

3) Die Formelzeichenliste des AEF ist in kleiner Aus-

Diejenigen Zeichen, die am linken Rande der Zusammenstellung einen Stern tragen, sind auch von der Internationalen Elektrotechnischen Kommission (IEC) angenommen worden; mit den anderen Zeichen dieser Liste hat sich die IEC nicht beschäftigt. Die drei Zeichen in Fraktur, $\mathfrak{J}$, $\mathfrak{H}$, $\mathfrak{B}$, werden wohl später durch die gleichen Buchstaben in lateinischer Kursivschrift ersetzt werden, J, H, B; diese Zeichen hat die IEC bereits angenommen.

Nach einem vom AEF angenommenen Satz (vgl. diese Zeitschr. **14**, 167, 1913) ist die Celsiustemperatur, wenn sie in einer Formel mit der Zeit zusammentrifft, durch ϑ zu bezeichnen; die IEC hat diesen Satz dahin erweitert, daß die absolute Temperatur durch Θ, die Celsiustemperatur durch ϑ bezeichnet wird.

Zu dieser Liste treten zunächst die durch internationalen Beschluß angenommenen

Elektrischer Strom	I
Elektrischer Widerstand	R.

Der AEF hat ferner eine Liste B aufgestellt (seine Liste A war im wesentlichen die obige angenommene Liste), welche ebenfalls a. a. O. in dieser Zeitschrift abgedruckt ist. Sie enthält mehrere Größen aus der Ingenieurmechanik, die hier von geringerer Wichtigkeit sind und daher zunächst außer Betracht bleiben. Diese Liste B ist gegenwärtig noch Vorschlag.

Aus der Liste B des AEF.

Fläche	F
Kraft	P
Trägheitsmoment	J
Zentrifugalmoment	C
Reibungsziffer	μ
Schwingungszahl in der Zeiteinheit	n
Mechanisches Wärmeäquivalent	J
Innere Energie	U
Entropie	S
Lichtstärke	J

Dazu kommen zwei Größen, die in der Liste A enthalten waren, aber noch nicht angenommen worden sind, die Arbeit und die Gaskonstante; ferner enthält die Liste B noch eine wichtige, in dem vorstehenden Verzeichnis nicht aufgeführte Größe, die Leistung.

Für die Arbeit hat man sich jetzt auf ein Zeichen geeinigt; der AEF hatte dafür A vorgeschlagen, und die IEC hat dieses Zeichen angenommen; es wird in der weiter unten mitgeteilten Liste der IEC aufgeführt.

Für die Leistung wird bekanntlich in Deutschland L gebraucht; in den anderssprachigen Ländern verwendet man P (von puissance, power), was aber bei uns Kraft bedeutet. Da L nun gleichzeitig die Induktivität ist, beide Größen aber häufig und nebeneinander gebraucht werden, wird L für die Leistung nicht beibehalten werden können. Es wird nun, entsprechend dem Gebrauch bei den Maschineningenieuren, dafür N vorgeschlagen werden.

Die Gaskonstante ist R. Diese Größe wird aber auf verschiedenen Gebieten in verschiedener Weise benutzt; die Chemiker und Physiker definieren sie so, daß sie für alle Gase denselben Zahlenwert hat, die Ingenieure in anderer Weise so, daß ihr Wert von einem Gas zum andern wechselt. Über diesen Punkt muß noch eine Verständigung erzielt werden.

Außer den schon besprochenen Größen hat die IEC noch für mehrere andere Zeichen festgesetzt; der AEF wird diese demnächst in einer Liste C veröffentlichen. Hier möge die Liste der IEC in französischer Fassung mit deutscher Übersetzung mitgeteilt werden.

Aus der Formelzeichenliste der IEC.

Énergie	W	Energie
Travail	A	Arbeit (elektr. und mechan.)
Période	T	Dauer der Periode
Fréquence	f	Frequenz (bei Wechselstrom)
Pulsation	ω	Kreisfrequenz
Résistivité	ϱ	Spezif. Widerstand
Conductance	G	Leitwert
Induction électrostatique	D	Elektrostatische Induktion
Constante diélectrique	ε	Dielektrizitätskonstante
Inductance mutuelle	M	Gegeninduktivität
Flux magnétique	Φ	Magnetfluß

Es ist die Möglichkeit offen gehalten worden, für Frequenz das Zeichen ν und für Leitwert statt G ein anderes Zeichen zu wählen[1]).

Außerdem hat die IEC noch für die Größen Reluktanz (magnet. Widerstand), Reaktanz und Impedanz Zeichen aufgestellt; diesen Vorschlägen hat sich der AEF nicht angeschlossen.

II. Einheitszeichen.

Der AEF hat einen Entwurf über die Einheitszeichen veröffentlicht, dessen neueste Fassung in der „ETZ", 1913, S. 308, abgedruckt ist. Diese Fassung unterliegt noch der Beratung. Aus dem Entwurf des AEF sind eine große Zahl Einheitszeichen in die Liste der IEC übergegangen, die im September dieses Jahres endgültig angenommen worden ist. Der

gabe (20×9 cm) und in Plakatform (75×60 cm) erschienen. Sie kann von der Geschäftsstelle des Elektrotechnischen Vereins, Berlin SW 11, Königgrätzer Str. 106, bezogen werden. Preise: kleine Ausgabe das Stück 2 Pf., mindestens 20 Pf.; Plakat das Stück 25 Pf., Versandkosten für 1 Stück 35 Pf., für 4 Stück 45 Pf.

1) Der AEF spricht sich für Beibehaltung von f und G aus.



AEF wird voraussichtlich im gleichen Sinne beschließen. Diese Zeichen[1]) sind die folgenden:

Ampere	A
Volt	V
Ohm	Ω[2])
Coulomb	C
Joule	J
Watt	W
Farad	F
Henry	H
Voltcoulomb	VC
Wattstunde	Wh
Voltampere	VA
Amperestunde	Ah

Zur Bildung der Zeichen für Teile und Vielfache dieser Einheiten werden folgende Vorsätze benutzt:

m für Milli-
k „ Kilo-
μ „ Mikro- oder Mikr-
M „ Mega- oder Meg-

also

Milliampere	mA
Kilowatt	kW
Mikrofarad	μF
Megohm	*M*Ω

Der AEF hat außerdem als Einheit des Leitwerts das Siemens und als Zeichen S festgesetzt; die IEC wird diese Einheit dem in San Francisco 1915 zusammentretenden internationalen Elektrotechniker-Kongreß zur Annahme empfehlen.

Das Kilowatt als Einheit der Leistung, sowohl der mechanischen als der elektrischen, ist vom AEF bereits früher angenommen worden („ETZ" 1912, S. 963); auf der letzten Jahresversammlung des Verbandes Deutscher Elektrotechniker ist beschlossen worden, das Kilowatt in diesem Sinne vom 1. Januar 1914 an allgemein zu gebrauchen („ETZ" 1912, S. 909).

Als Zeichen für die Einheiten der Länge, der Fläche, des Raumes und der Masse gelten nach den amtlichen Festsetzungen, dem Entwurfe des AEF und dem Beschluß der IEC:

m; km; dm; cm; mm; μ = 0,001 mm[3]).
a; ha; m²; km²; dcm²; cm²; mm².
l; hl; dl; cl; ml; m³; km³; dcm³; cm³; mm³.
g; t; kg; dg; cg; mg.

Die Einheitszeichen sollen nur nach reinen Zahlenausdrücken, nicht in Formeln verwendet werden; bei Formeln gebraucht man den Einheitsnamen entweder unverkürzt oder in einer aus mehreren Buchstaben gebildeten Abkürzung.

1) Die Einheitszeichen sind gerade, die Formelzeichen Kursiv-Buchstaben.

2) Als Zeichen für Ohm wird von der IEC O und Ω wahlweise empfohlen; Ω soll nicht mehr als Zeichen für Megohm benutzt werden. Das vom AEF früher empfohlene ϴ wird zurückgezogen.

3) Das in der Physik häufig gebrauchte μμ ist unrichtig gebildet; es sollte mμ heißen.

(Eingegangen 12. Januar 1914.)

Bemerkungen zu der Einsteinschen Gravitationstheorie.

Von Gustav Mie.

1. Einleitung. In seiner interessanten Arbeit „Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie usw."[1]) sagt Herr Einstein, er habe mit der Einführung einer veränderlichen Lichtgeschwindigkeit „den Rahmen der gegenwärtig als Relativitätstheorie bezeichneten Theorie durchbrochen", und stellt auch fernerhin seine Theorie mehrfach in Gegensatz zu der „alten Relativitätstheorie". Obwohl jemandem, der sich gründlich in die Abhandlung vertieft, klar werden mag, inwiefern Herr Einstein von einer neuen Relativität sprechen kann, so wird doch vermutlich ein oberflächlicherer Leser durch die zitierten Aussprüche zu der falschen Ansicht geführt werden, daß es sich hier wirklich um einen Bruch mit der bisherigen Relativitätstheorie handle. Es ist deswegen jedenfalls nicht ohne Interesse, wenn ich im folgenden mit Hilfe der Methoden, die ich kürzlich in einer größeren Arbeit über die Theorie der Materie[2]) im strengsten Anschluß an die Minkowskische Auffassung des Relativitätsprinzips entwickelt habe, eine allgemeine Theorie der Gravitation mit Tensorpotential aufstelle, die die Einsteinsche Theorie als einen Spezialfall in sich schließt. Die von mir angewandten Methoden haben den Vorteil, daß sie im Gegensatz zu den recht unübersichtlichen Formeln Einsteins klar durchsichtige Ausdrücke liefern. Auf diese Weise wird es dann möglich, die Einsteinsche Theorie in ihrem Wesen besser zu erfassen, insbesondere über die sog. Verallgemeinerung des Relativitätsprinzips Klarheit zu bekommen, und außerdem sie mit der kürzlich von mir selber vorgeschlagenen Gravitationstheorie[3]) und mit der davon

1) A. Einstein u. M. Großmann, Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation. Als Sonderdruck erschienen bei B. G. Teubner. 1913.

2) G. Mie, Ann. d. Phys., Abhandlung I: **37**, 511, 1912; Abhandlung II: **39**, 1, 1912; Abhandlung III: **40**, 1, 1913.

3) G. Mie, l. c., III, S. 25 ff.

nur ziemlich wenig abweichenden Nordströmschen Theorie[1]) zu vergleichen.

2. Allgemeine Theorie der Gravitation mit einem Tensorpotential. Der wesentliche Unterschied der Einsteinschen Gravitationstheorie gegen die meinige ist, daß sie das Gravitationsfeld nicht mit Hilfe eines Vierervektors beschreibt, sondern mit Hilfe einer Raum-Zeit-Größe dritten Ranges, die sich zum Tensor, also der Größe zweiten Ranges, gerade so verhält, wie der Vierervektor, die Größe ersten Ranges, zum Skalar, der Größe nullten Ranges. Da der Tensor 10 Komponenten hat, so hat bei Einstein das Gravitationsfeld 40 Komponenten, die sich alle leicht überblicken lassen, wenn man immer je vier einer Tensorkomponente zuordnet, wie die vier Komponenten eines Vierervektors zu einem Skalar. Es sei mir erlaubt, der Anschaulichkeit wegen eine solche Größe einen Tensorenvektor zu nennen. Ich werde die räumlichen Komponenten dieses Tensorenvektors alle mit $\mathfrak{g}$, die zeitlichen Komponenten mit $i \cdot u$ bezeichnen (vgl. Theorie der Materie III, S. 28). Die vier Komponenten, die zu der mit (μ, ν) numerierten Tensorkomponente gehören, lauten also: $\mathfrak{g}_{\mu\nu x}$, $\mathfrak{g}_{\mu\nu y}$, $\mathfrak{g}_{\mu\nu z}$, $i \cdot u_{\mu\nu}$. Die Indizes μ, ν haben die Werte von 1 bis 4 zu durchlaufen, und dabei ist $\mathfrak{g}_{\mu\nu} = \mathfrak{g}_{\nu\mu}$, $u_{\mu\nu} = u_{\nu\mu}$. Außer dem Tensorenvektor $(\mathfrak{g}_{\mu\nu}, i u_{\mu\nu})$ führe ich gleich noch einen zweiten ein, den ich durch die Buchstaben $\mathfrak{f}$ und w bezeichnen will (l. c. III, S. 28), also: $(\mathfrak{f}_{\mu\nu}, i w_{\mu\nu})$. Durch diesen zweiten Tensorenvektor soll das Gravitationsfeld ebenso gut zu beschreiben sein, wie durch den ersten; sie sollen beide in einer ähnlichen Beziehung zueinander stehen, wie elektrische Feldstärke und elektrische Verschiebung oder wie elastische Spannung und elastische Deformation. Im idealen Vakuum, d. h. unendlich weit entfernt von aller Materie, soll $(\mathfrak{f}_{\mu\nu}, i w_{\mu\nu}) = (\mathfrak{g}_{\mu\nu}, i \cdot u_{\mu\nu})$ sein. Außer dem Tensorenvektor, als welchen wir beliebig einen der eben genannten nehmen dürfen, gehört zur vollständigen Beschreibung des Ätherzustandes im Gravitationsfeld noch eine vierdimensionale Tensorgröße, die ich mit $\omega_{\mu\nu}$ bezeichnen will, und die man das Gravitationspotential nennen darf. Auch die Dichtigkeit der schweren Masse muß in dieser Theorie eine Tensorengröße sein, ich will ihre Komponenten $h_{\mu\nu}$ nennen und zunächst noch gar keine näheren Annahmen darüber machen, wie sie sich aus den Zustandsgrößen, durch die der materielle Körper charakterisiert ist, berechnen. Ich stelle nun die folgenden 50 Gleichungen für die 50 Größen $\mathfrak{g}_{\mu\nu}$, $i \cdot u_{\mu\nu}$, $\omega_{\mu\nu}$ auf, durch die das Gravitationsfeld vollständig beschrieben wird (vgl. l. c. III, S. 28):

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{g}_{\mu\nu x} &= \frac{\partial \omega_{\mu\nu}}{\partial x} \\ \mathfrak{g}_{\mu\nu y} &= \frac{\partial \omega_{\mu\nu}}{\partial y} \\ \mathfrak{g}_{\mu\nu z} &= \frac{\partial \omega_{\mu\nu}}{\partial z} \\ u_{\mu\nu} &= -\frac{\partial \omega_{\mu\nu}}{\partial t} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathfrak{f}_{\mu\nu x}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{\mu\nu y}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{\mu\nu z}}{\partial z} + \frac{\partial w_{\mu\nu}}{\partial t} = -\varkappa \cdot h_{\mu\nu}. \quad (2)$$

Die Größe $\varkappa$ ist eine universelle Konstante, die von Einstein ebenso bezeichnet wird, während ich in der „Theorie der Materie" dafür den Buchstaben γ gesetzt habe. Da die Gleichungen (1) und (2) die Lorentzsche Transformation zulassen, ist das Relativitätsprinzip in dieser Theorie erfüllt. Die Gleichungen (1) sind übrigens äquivalent mit den folgenden:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{g}_{\mu\nu x}}{\partial t} + \frac{\partial u_{\mu\nu}}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial \mathfrak{g}_{\mu\nu y}}{\partial t} + \frac{\partial u_{\mu\nu}}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial \mathfrak{g}_{\mu\nu z}}{\partial t} + \frac{\partial u_{\mu\nu}}{\partial z} &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \omega_{\mu\nu}}{\partial t} + u_{\mu\nu} = 0. \quad (4)$$

Multipliziert man die Gleichungen (2) mit den $u_{\mu\nu}$, die Gleichungen (3) mit den $\mathfrak{f}_{\mu\nu x}$, $\mathfrak{f}_{\mu\nu y}$, $\mathfrak{f}_{\mu\nu z}$ und addiert alles, so bekommt man mit Benutzung von (4):

$$\operatorname{div} \sum u_{\mu\nu} \cdot \mathfrak{f}_{\mu\nu} + \sum \mathfrak{f}_{\mu\nu} \cdot \frac{\partial \mathfrak{g}_{\mu\nu}}{\partial t} + \\ + \sum u_{\mu\nu} \cdot \frac{\partial w_{\mu\nu}}{\partial t} - \varkappa \cdot \sum h_{\mu\nu} \cdot \frac{\partial \omega_{\mu\nu}}{\partial t} = 0.$$

Die Summenzeichen sind hier so zu verstehen, daß sowohl über μ, wie auch über ν von 1 bis 4 zu summieren ist, gerade als ob die mit μ, ν und die mit ν, μ numerierten Größen verschiedene Größen wären. Die Summe $\Sigma u_{\mu\nu} \cdot \mathfrak{f}_{\mu\nu}$ liefert einen gewöhnlichen dreidimensionalen Vektor, den man als den Energiestrom betrachten darf (vgl. l. c. III, S. 29). Es läßt sich dann leicht zeigen, daß das Energieprinzip erfüllt ist, wenn es einen vierdimensionalen Skalar H gibt, der eine Funktion sämtlicher den Ätherzustand bestimmenden Größen ist, darunter auch der Größen $\mathfrak{g}_{\mu\nu}$, $u_{\mu\nu}$, $\omega_{\mu\nu}$, aus dem sich der andere Tensorenvektor des Gravitationsfeldes $(\mathfrak{f}_{\mu\nu}, i \cdot w_{\mu\nu})$ folgendermaßen ableiten läßt:

1) G. Nordström, diese Zeitschr. **13**, 1126, 1912; Ann. d. Phys. **40**, 856, 1913. Inzwischen hat Herr Nordström eine zweite, ganz andere Theorie aufgestellt, die ich am Schluß dieser Arbeit kurz besprechen werde.

$$\mathfrak{f}_{\mu\nu x}=\frac{\partial H}{\partial \mathfrak{g}_{\mu\nu x}},\quad \mathfrak{f}_{\mu\nu y}=\frac{\partial H}{\partial \mathfrak{g}_{\mu\nu y}},\quad \mathfrak{f}_{\mu\nu z}=\frac{\partial H}{\partial \mathfrak{g}_{\mu\nu z}},\quad w_{\mu\nu}=-\frac{\partial H}{\partial u_{\mu\nu}} \qquad (5)$$

und der außerdem noch die folgenden Differentialgleichungen erfüllt:

$$\frac{\partial H}{\partial \omega_{\mu\nu}}=-\varkappa\cdot h_{\mu\nu}. \qquad (6)$$

Der Beweis für diese Behauptung ist außerordentlich einfach, er geht genau so, wie der für den entsprechenden Satz in der Gravitationstheorie mit skalarem Potential (l. c. III, S. 29, 30) und ich brauche ihn deswegen hier nicht noch einmal herzuschreiben.

Bei allen Differentiationen in (5) und (6) hat man übrigens die Größen mit dem Index (μ, ν) von denen mit dem Index (ν, μ) formell als verschieden zu betrachten.

Die Größe H ist nichts anderes als die Ruhdichte der Energie (oder was dasselbe ist, die Ruhdichte der trägen Masse), sie spielt in der allgemeinen Theorie der Materie ganz die Rolle der Hamiltonschen Funktion pro Volumeneinheit, ich nenne sie deswegen meistens kurzweg die Hamiltonsche Funktion.

Wir wollen nun die Kraft berechnen, die ein Massenteilchen in einem äußeren Schwerefeld $(\mathfrak{g}_{\mu\nu},\ i\cdot u_{\mu\nu})$ erfährt. Die Rechnung läßt sich für das Gravitationsfeld mit Tensorenpotential in genau derselben Weise durchführen wie für das Gravitationsfeld mit skalarem Potential (l. c. III, S. 35—40). Voraussetzung der Rechnung ist, daß in dem Raum, welcher das von dem Massenteilchen erfüllte Volumen umgibt, das Verhältnis des Vektors $(\mathfrak{f}_{\mu\nu},\ i\cdot w_{\mu\nu})$ zu dem Vektor $(\mathfrak{g}_{\mu\nu},\ i\cdot u_{\mu\nu})$ als konstant betrachtet werden darf. Für die schwere Masse des Teilchens ergibt die Rechnung eine Größe mit den folgenden 10 Komponenten:

$$m^{g}_{\mu\nu}=\int_{V} h_{\mu\nu}\cdot dV. \qquad (7)$$

Das Integral ist über das ganze von dem Massenteilchen erfüllte Volumen V zu erstrecken. Die Kraft, die das Teilchen erfährt, berechnet sich durch die Doppelsumme:

$$\mathfrak{P}=\varkappa\cdot\sum_{1}^{4}{}_{\nu}\sum_{1}^{4}{}_{\mu}\,\mathfrak{g}_{\mu\nu}\cdot m^{g}_{\mu\nu}. \qquad (8)$$

3. Unmöglichkeit der Identität von schwerer und träger Masse. Da die Dichte der trägen Masse identisch ist mit der Energiedichte, welche die Komponente (4, 4) eines symmetrischen Tensors ist, den ich kurz den Energietensor nennen will, so kann man von einer Identität oder einer Wesensgleichheit der beiden Massen nur dann reden, wenn auch die schwere Masse in der Form eines Tensors auftritt, eines Tensors, der völlig identisch sein soll mit dem Energietensor. Wir haben soeben ganz allgemein die Form der Grundgleichungen kennen gelernt für eine Theorie, in welcher die Dichtigkeit der schweren Masse ein Tensor ist: $(h_{\mu\nu})$. Bezeichnen wir nun die Komponenten des Energietensors mit $T_{\mu\nu}$, so lautet das Prinzip von der Identität der schweren und der trägen Masse:

$$h_{\mu\nu}=T_{\mu\nu}. \qquad (9)$$

Wenn dieses Prinzip erfüllt wäre, so wären für einen ruhenden materiellen Körper (ein vollständiges stationäres System) nach dem Laueschen Satz[1]) alle Komponenten $m^{g}_{\mu\nu}$ der schweren Masse gleich Null, mit Ausnahme von m^{g}_{44}, und zwar wäre $m^{g}_{44}=m_i$, wenn ich die träge Masse des Körpers m_i nenne (inertia). Die Schwerkraft, die der Körper in dem Schwerefeld $(\mathfrak{g}_{\mu\nu},\ i\cdot u_{\mu\nu})$ erfährt, wäre dann also:

$$\mathfrak{P}=\varkappa\cdot\mathfrak{g}_{44}\cdot m_i.$$

Es wären demnach in einem und demselben Schwerefeld die Gravitationskräfte auf verschiedene Körper, die denselben Bewegungszustand haben, streng proportional mit ihren trägen Massen.

Es läßt sich jedoch leicht zeigen, daß die Identität $h_{\mu\nu}=T_{\mu\nu}$, die das besprochene Prinzip verlangt, unmöglich ist. Ich werde beweisen, daß sich keine Funktion H von den $\omega_{\mu\nu}$ finden läßt, welche die Differentialgleichungen (6) in der von dem Prinzip der Identität beider Massen vorgeschriebenen Form:

$$\frac{\partial H}{\partial \omega_{\mu\nu}}=-\varkappa T_{\mu\nu} \qquad (10)$$

erfüllte.

Wäre die Gleichung (10) erfüllt, so müßte auch gelten:

$$\frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial \omega_{\varkappa\lambda}}=\frac{\partial T_{\varkappa\lambda}}{\partial \omega_{\mu\nu}}. \qquad (11)$$

Nun habe ich in meiner Arbeit über die Theorie der Materie [Teil III, S. 34, Gl. (105)] gezeigt, daß man den Energietensor sehr einfach mit Hilfe einer Größe Φ hinschreiben kann, die ähnlich wie H eine Funktion des Ätherzustandes in dem betreffenden Raum-Zeitpunkt ist. Allerdings hat man, wenn man mit Φ rechnet, andere Größen zur Beschreibung des Ätherzustandes zu wählen, als beim Rechnen mit H. Ich will die richtig gewählten Größen, ohne Rücksicht auf ihre physikalische Bedeutung, einfach nach ihrer Zusammengehörigkeit mit den vier Koordinatenachsen ordnen und sie

1) M. v. Laue, Das Relativitätsprinzip, 2. Aufl., S. 209. Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn. Braunschweig 1913.

mit x_1, x_2, x_3, x_4; y_1, y_2, y_3, y_4; z_1, z_2, z_3, z_4 usf. bezeichnen. Dann lassen sich die Komponenten des Energietensors durch das folgende Schema darstellen:

$$\left.\begin{aligned} T_{11} &= \Phi - \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \cdot x_1 - \frac{\partial \Phi}{\partial y_1} \cdot y_1 - \cdots \\ T_{21} &= \quad - \frac{\partial \Phi}{\partial x_1} \cdot x_2 - \frac{\partial \Phi}{\partial y_1} \cdot y_2 - \cdots . \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

Nennen wir die Zustandsgrößen, mit denen wir bei Benutzung der Funktion H rechnen: $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$; $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \eta_4$; $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4$ usf., so folgt aus der Definition von Φ [Theorie der Materie, Teil III, Formel (98) und (93) auf S. 32 und 30] folgende Differentialgleichung:

$$\frac{\partial}{\partial \omega_{\mu\nu}} H(\xi_1, \xi_2, \ldots, \omega_{11}, \omega_{12}, \ldots) = \\ = \frac{\partial}{\partial \omega_{\mu\nu}} \Phi(x_1, x_2, \ldots, \omega_{11}, \omega_{12}, \ldots).$$

Durch Differentiation von (12) ergibt sich demnach, wenn man (10) benutzt:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\varkappa} \cdot \frac{\partial T_{11}}{\partial \omega_{21}} &= -T_{21} + \frac{\partial T_{21}}{\partial x_1} \cdot x_1 + \frac{\partial T_{21}}{\partial y_1} \cdot y_1 + \cdots \\ \frac{1}{\varkappa} \cdot \frac{\partial T_{21}}{\partial \omega_{11}} &= \qquad \frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} \cdot x_2 + \frac{\partial T_{11}}{\partial y_1} \cdot y_2 + \cdots . \end{aligned}$$

Es ist aber leicht zu sehen, daß

$$\frac{\partial T_{11}}{\partial x_1} \cdot x_2 + \frac{\partial T_{11}}{\partial y_1} \cdot y_2 + \cdots = \\ = \frac{\partial T_{21}}{\partial x_1} \cdot x_1 + \frac{\partial T_{21}}{\partial y_1} \cdot y_1 + \cdots .$$

Demnach folgt aus der Gleichung (10) auch:

$$\frac{\partial T_{11}}{\partial \omega_{21}} + \varkappa \cdot T_{21} = \frac{\partial T_{21}}{\partial \omega_{11}}. \qquad (13)$$

Gleichung (11) und Gleichung (13) können nur dann gleichzeitig erfüllt sein, wenn $T_{21} = 0$ ist. Genau derselbe Beweis läßt sich für jedes beliebige $T_{\mu\nu}$ führen ($\mu \neq \nu$). Es ergibt sich also aus dem Prinzip der Identität beider Massen die Folgerung, daß alle Komponenten des Energietensors außer der Diagonale gleich Null sind. Das wäre aber nur dann möglich, wenn der Energietensor in Wirklichkeit ein Skalar wäre. Damit ist die Unmöglichkeit des Prinzips der Identität beider Massen bewiesen.

Das Prinzip der Identität von schwerer und träger Masse ist auch in einer Theorie, in welcher das Gravitationspotential und die Dichte der schweren Masse vierdimensionale Tensoren sind, unmöglich.

In der Tat lehrt ein Blick auf die Formeln (15), (18) sowie (19) auf S. 16 und 17 der Einsteinschen Abhandlung, daß auch in der Einsteinschen Theorie der Tensor der Dichtigkeit der schweren Masse, der in den Formeln (15) und (18) zu finden ist, durchaus verschieden von dem Energietensor ist, der in (19) angegeben wird. Es ist also ein Irrtum, wenn Herr Einstein in der zitierten Abhandlung von einer „physikalischen Wesensgleichheit der schweren und der trägen Masse" in seiner Theorie spricht und von der Gültigkeit der „Äquivalenzhypothese", nach welcher „die Identität der trägen und der schweren Masse exakt erfüllt ist".

Immerhin besteht aber noch die Möglichkeit, daß die träge und die schwere Masse für große aus Molekülen zusammengesetzte Körper einander streng proportional gemacht werden können, indem man eine Reihe von Hilfsannahmen macht, die dazu führen, daß in dem Integral über das ganze Volumen des zusammengesetzten Körpers die Abweichungen in den einzelnen Elementarteilchen sich gerade gegenseitig kompensieren. Es scheint mir, als ob Herr Einstein in seinem Wiener Vortrag[1]) in der Tat nur noch an diese Möglichkeit gedacht hat, als er die Gleichheit der trägen und der schweren Masse für „abgeschlossene Systeme" postulierte (§ 2, Postulat 2).

An und für sich ist es allerdings wohl ziemlich gleichgültig, ob man auf eine solche etwas künstliche Art die beiden Massen für abgeschlossene Systeme mathematisch genau gleich bekommt, oder ob sie nur angenähert gleich sind, wenn man einmal im Prinzip die Identität der beiden Massen aufgegeben hat, womit denn doch eigentlich zugleich auch die Gedanken über allgemeine Relativität der Bewegungen, von denen Herr Einstein in seinem Vortrage so ausführlich gesprochen hat, aufgegeben sind.

Da indessen Herr Einstein so sehr großes Gewicht darauf legt, daß in seiner Theorie der Satz von der Gleichheit beider Massen wenigstens für abgeschlossene Systeme noch gelte, so sind wir genötigt, bei einer Besprechung seiner Theorie näher auf diesen Satz einzugehen.

4. Spezielle Annahmen der Einsteinschen Theorie. Herr Einstein braucht in seiner zitierten Arbeit für die Komponenten des Gravitationspotentials die Bezeichnung $g_{\mu\nu}$. Die Größen, die wir [Gl. (1)] mit $\omega_{\mu\nu}$ bezeichnet haben, unterscheiden sich von den $g_{\mu\nu}$ nur um einen konstanten Faktor:

$$g_{\mu\nu} = -2\varkappa \cdot \omega_{\mu\nu}. \qquad (14)$$

In einer Gegend, die von aller Materie unendlich weit entfernt ist, also im idealen Vakuum, soll der Tensor $(g_{\mu\nu})$ in den Skalar -1 degenerieren, sollen also seine einzelnen Komponenten die folgenden Werte annehmen:

1) Diese Zeitschr. 14, 1249, 1913.

$$\begin{matrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{matrix}$$

Ich setze die Lichtgeschwindigkeit im idealen Vakuum nach Minkowski stets gleich 1. Um zu der speziellen Einsteinschen Theorie zu kommen, muß man die folgenden Annahmen machen:

1. Die Hamiltonsche Funktion H soll sich in zwei Summanden zerlegen lassen, $H = H_e + H_g$, die alle beide von den Komponenten des Gravitationspotentials, also von den Größen $g_{\mu\nu}$ abhängen, von denen aber der zweite H_g außerdem nur noch die Komponenten des Tensorenvektors des Gravitationsfeldes $(\mathfrak{g}_{\mu\nu}, i \cdot u_{\mu\nu})$ enthält und der erste H_e nur noch die übrigen Zustandsgrößen, z. B. die elektromagnetischen Feldgrößen usw.

2. Die Form der Abhängigkeit der Größe H_e von den $g_{\mu\nu}$ soll durch den folgenden Ausdruck gegeben sein:

$$\left.\begin{aligned} H_e &= \sqrt{g_{11} X_{11} + g_{22} X_{22} + \cdots + 2 g_{12} X_{12} + \cdots)} \\ H_e &= \sqrt{\textstyle\sum^{\mu} \sum^{\nu} g_{\mu\nu} \cdot X_{\mu\nu}}, \end{aligned}\right\} \quad (15)$$

wo die $X_{\mu\nu}$ nicht mehr die $g_{\mu\nu}$ enthalten, sondern nur die anderen Zustandsgrößen des Äthers. Die $X_{\mu\nu}$ bilden die Komponenten eines vierdimensionalen Tensors, H_e ist dann ein vierdimensionaler Skalar.

3. Der Tensor $(X_{\mu\nu})$ soll sich im Fall der Ruhe des betrachteten materiellen Teilchens auf einen Tensor reduzieren, dessen sämtliche Komponenten außer X_{44} Null sind. Wir wollen diesen Wert X^0_{44} nach Einstein durch $-\varrho^2$ bezeichnen:

$$X^0_{44} = -\varrho^2.$$

Die Größe ϱ ist also ein vierdimensionaler Skalar. Bewegt sich das Teilchen mit der Geschwindigkeit $\mathfrak{q}$, so definieren wir in der üblichen Weise als den Vierervektor der Geschwindigkeit folgende Größe $\mathfrak{B}$:

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{\mathfrak{q}_x}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}, \quad \mathfrak{B}_2 = \frac{\mathfrak{q}_y}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}, \quad \mathfrak{B}_3 = \frac{\mathfrak{q}_z}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}},$$

$$\mathfrak{B}_4 = \frac{i}{\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}}, \quad \mathfrak{B}_1^2 + \mathfrak{B}_2^2 + \mathfrak{B}_3^2 + \mathfrak{B}_4^2 = -1.$$

Aus dem Relativitätsprinzip folgt dann ohne weiteres, daß die Komponenten des Tensors $(X_{\mu\nu})$ im Falle der Bewegung des betrachteten Teilchens die folgenden Werte annehmen:

$$X_{\mu\nu} = +\varrho^2 \cdot \mathfrak{B}_\mu \cdot \mathfrak{B}_\nu. \quad (16)$$

Der erste Summand der Hamiltonschen Funktion hat demnach den Wert:

$$\left.\begin{aligned} H_e &= \varrho \cdot \\ &\cdot \sqrt{(g_{11} \cdot \mathfrak{B}_1^2 + g_{22} \cdot \mathfrak{B}_2^2 + \cdots + 2 g_{12} \cdot \mathfrak{B}_1 \mathfrak{B}_2 + \cdots)} \\ H_e &= \varrho \cdot \sqrt{\textstyle\sum^{\mu} \sum^{\nu} g_{\mu\nu} \cdot \mathfrak{B}_\mu \cdot \mathfrak{B}_\nu}, \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

H_e und ϱ sind vierdimensionale Skalare, ebenso auch der Wurzelausdruck in Gl. (16), es ist also:

$$\textstyle\sum^{\mu} \sum^{\nu} g_{\mu\nu} \cdot \mathfrak{B}_\mu \cdot \mathfrak{B}_\nu = -g^0_{44}. \quad (18)$$

4. Der zweite Summand der Hamiltonschen Funktion H_g soll eine homogene Funktion zweiten Grades der Komponenten des Tensorenvektors $(\mathfrak{g}_{\mu\nu}, i u_{\mu\nu})$ sein. Setzen wir der Einfachheit halber für die Größen $\mathfrak{g}_{\mu\nu x}$, $\mathfrak{g}_{\mu\nu y}$, $\mathfrak{g}_{\mu\nu z}$, $i u_{\mu\nu}$ die Zeichen: $\mathfrak{g}_{\mu\nu 1}$, $\mathfrak{g}_{\mu\nu 2}$, $\mathfrak{g}_{\mu\nu 3}$, $\mathfrak{g}_{\mu\nu 4}$, so soll also H_g ein Ausdruck von der folgenden Form

$$H_g = \frac{1}{2} \cdot \sum_{\varkappa, \mu, \lambda, \nu, \alpha, \beta} G_{\varkappa\mu\lambda\nu\alpha\beta} \cdot \mathfrak{g}_{\varkappa\lambda\alpha} \cdot \mathfrak{g}_{\mu\nu\beta}, \quad (19)$$

sein, wo über jeden der sechs Indizes einzeln von 1 bis 4 zu summieren ist. Die Koeffizienten $G_{\varkappa\mu\lambda\nu\alpha\beta}$ sind Funktionen des Gravitationspotentials, also der Größen $g_{\mu\nu}$, über die wir bestimmte Festsetzungen treffen müssen, um die Einsteinsche Theorie zu bekommen.

5. Wir nennen den Tensor $(\gamma_{\mu\nu})$, der durch die folgenden Gleichungen definiert ist:

$$\left.\begin{aligned} g_{1\nu} \cdot \gamma_{1\nu} + g_{2\nu} \cdot \gamma_{2\nu} + g_{3\nu} \cdot \gamma_{3\nu} + g_{4\nu} \cdot \gamma_{4\nu} &= 1 \\ g_{1\mu} \cdot \gamma_{1\nu} + g_{2\mu} \cdot \gamma_{2\nu} + g_{3\mu} \cdot \gamma_{3\nu} + g_{4\mu} \cdot \gamma_{4\nu} &= 0 \\ \mu \neq \nu \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

den zu $(g_{\mu\nu})$ reziproken Tensor. Es sei ferner:

$$g = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{vmatrix} \quad (21)$$

Dann läßt sich $\gamma_{\mu\nu}$ berechnen als die zu $g_{\mu\nu}$ adjungierte Unterdeterminante von g, dividiert durch g[1]). Wir wollen nun festsetzen:

$$G_{\varkappa\mu\lambda\nu\alpha\beta} = 2\varkappa \cdot \sqrt{g} \cdot \gamma_{\varkappa\mu} \cdot \gamma_{\lambda\nu} \cdot \gamma_{\alpha\beta}. \quad (22)$$

5. Die Grundgleichungen der Einsteinschen Theorie. Ehe wir den Ausdruck, der sich nach den eben gemachten Festsetzungen für H ergibt, in die allgemeinen Gleichungen (1) und (2) gemäß (5) und (6) einführen, wollen wir einige einfache Formeln notieren, die sich ohne weiteres aus den Definitionsgleichungen (20) der $\gamma_{\mu\nu}$ ergeben, und die für die folgenden Rechnungen sehr bequem sind. Durch Differentiation von (20) nach irgendeiner Koordinate x_β ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned} g_{1\lambda} \cdot \frac{\partial \gamma_{1\nu}}{\partial x_\beta} + g_{2\lambda} \cdot \frac{\partial \gamma_{2\nu}}{\partial x_\beta} + g_{3\lambda} \cdot \frac{\partial \gamma_{3\nu}}{\partial x_\beta} &+ \\ + g_{4\lambda} \cdot \frac{\partial \gamma_{4\nu}}{\partial x_\beta} &= \\ -\left(\gamma_{1\nu} \cdot \frac{\partial g_{1\lambda}}{\partial x_\beta} + \gamma_{2\nu} \cdot \frac{\partial g_{2\lambda}}{\partial x_\beta} + \gamma_{3\nu} \cdot \frac{\partial g_{3\lambda}}{\partial x_\beta} \right. &+ \\ \left. + \gamma_{4\nu} \cdot \frac{\partial g_{4\lambda}}{\partial x_\beta}\right) & \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

sowohl für $\lambda = \nu$, wie für $\lambda \neq \nu$.

1) Das Vorzeichen von g ist bei mir positiv. Bei

Wir schreiben nun die 4 Gleichungen (23) für einen bestimmten Wert ν hin, indem wir der Reihe nach $\lambda = 1, 2, 3, 4$ setzen, multiplizieren jede Gleichung mit $\gamma_{\mu\lambda}$, wo μ eine zweite konstante Zahl ist, die von ν verschieden oder auch gleich ν sein darf, und addieren dann. Es ergibt sich:

$$\frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta} = -\sum^{\varkappa}\sum^{\lambda} \gamma_{\mu\lambda}\cdot\gamma_{\varkappa\nu}\cdot\frac{\partial g_{\varkappa\lambda}}{\partial x_\beta}. \qquad (24)$$

Differenzieren wir (20) nach irgendeinem g_{mn}, wobei wir g_{mn} und g_{nm} als verschiedene Variable behandeln, so erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_1^4{}^{\varkappa} g_{\varkappa\lambda}\cdot\frac{\partial \gamma_{\varkappa\nu}}{\partial g_{mn}} = 0, \quad \lambda \neq n \\ &\sum_1^4{}^{\lambda} g_{\varkappa n}\cdot\frac{\partial \gamma_{\varkappa\nu}}{\partial g_{mn}} + \gamma_{m\nu} = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (25)$$

Hält man ν fest, multipliziert die vier Gleichungen für $\lambda = 1, 2, 3, 4$ mit $\gamma_{\mu\lambda}$ und addiert, so erhält man:

$$\frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial g_{mn}} + \gamma_{m\nu}\cdot\gamma_{\mu n} = 0. \qquad (26)$$

Endlich wollen wir die Determinante g nach g_{mn} differenzieren, wobei wir auch wieder g_{mn} und g_{nm} als verschiedene Variable behandeln:

$$\frac{\partial g}{\partial g_{mn}} = g\cdot\gamma_{mn}. \qquad (27)$$

Aus (27) folgt:

$$\frac{\partial \sqrt{g}}{\partial g_{mn}} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{g}\cdot\gamma_{mn}. \qquad (28)$$

Nach diesen Vorbereitungen berechnen wir nun zuerst den Tensorenvektor ($\mathfrak{k}_{mn}$, $i\cdot w_{mn}$) und darauf den Tensor der schweren Masse h_{mn}.

Ich werde die vier Größen $\mathfrak{k}_{mnx}$, $\mathfrak{k}_{mny}$, $\mathfrak{k}_{mnz}$, $i\cdot w_{mn}$ der Einfachheit halber $\mathfrak{k}_{mn1}$, $\mathfrak{k}_{mn2}$, $\mathfrak{k}_{mn3}$, $\mathfrak{k}_{mn4}$ nennen. Man bekommt dann nach (5) und (19):

$$\mathfrak{k}_{mn\alpha} = \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{g}_{mn\alpha}} = \sum_{\mu\nu\beta} G_{m\mu n\nu\alpha\beta}\cdot\mathfrak{g}_{\mu\nu\beta}.$$

Dabei sind wieder die $\mathfrak{k}_{mn}$ und $\mathfrak{k}_{nm}$ sowohl als auch die $\mathfrak{g}_{mn}$ und $\mathfrak{g}_{nm}$ als verschiedene Variable betrachtet, nach der Differentiation aber ist $G_{m\mu n\nu\alpha\beta} = G_{\mu m\nu n\beta\alpha}$ gesetzt. Schreiben wir nun nach (1) und (14):

$$\mathfrak{g}_{mn\beta} = -\frac{1}{2\varkappa}\cdot\frac{\partial g_{mn}}{\partial x_\beta},$$

so finden wir mit Benutzung der Formeln (22) und (24):

$$\mathfrak{k}_{mn\alpha} = \sum_1^4{}^{\beta} \sqrt{g}\cdot\gamma_{\alpha\beta}\cdot\frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial x_\beta}. \qquad (29)$$

Einstein sind einige Vorzeichen anders als bei mir, weil er $x_4 = t$ setzt, während ich $x_4 = it$ setze.

Es ist derselbe Tensorenvektor, der bei Einstein in der Differentialgleichung des Gravitationsfeldes (15) und (18) auf S. 16 und 17 auftritt. Es ist leicht zu sehen, daß man H_g in folgender Form schreiben kann:

$$H_g = \frac{1}{2}\sum_{mn\alpha} \mathfrak{k}_{mn\alpha}\cdot\mathfrak{g}_{mn\alpha}. \qquad (30)$$

Wir gehen nun zur Berechnung von h_{mn} über. Nach (6) und (14) ist:

$$h_{mn} = -\frac{1}{\varkappa}\,\frac{\partial H}{\partial \omega_{mn}} = +2\cdot\frac{\partial H}{\partial g_{mn}}. \qquad (31)$$

Da $H = H_e + H_g$, so zerfällt auch h_{mn} in zwei Summanden: $h_{mn} = h^e_{mn} + h^g_{mn}$. Nach (16) und (17) ist:

$$\left.\begin{aligned} h^e_{mn} &= \frac{\varrho\cdot\mathfrak{B}_m\cdot\mathfrak{B}_n}{\sqrt{\sum_{\mu,\nu} g_{\mu\nu}\cdot\mathfrak{B}_\mu\cdot\mathfrak{B}_\nu}} \\ h^e_{mn} &= \frac{\varrho}{\sqrt{-g^0_{44}}}\cdot\mathfrak{B}_m\cdot\mathfrak{B}_n. \end{aligned}\right\} \qquad (32)$$

h^e_{mn} hat also die Form $h^e_{mn} = h\cdot\mathfrak{B}_m\cdot\mathfrak{B}_n$, wo $h = \varrho/\sqrt{-g^0_{44}}$ ein vierdimensionaler Skalar ist. Um (32) mit dem Einsteinschen Ausdruck für h^e_{mn} zu vergleichen, setze ich (Einstein, Gleichung 1″, S. 6):

$$\sqrt{\sum_{\mu,\nu} g_{\mu\nu}\cdot dx_\mu\cdot dx_\nu} = ds;$$

ist ferner dV ein Volumenelement in dem betrachteten Raum-Zeitpunkt, so ist das Ruhvolumen dV' des Massenteilchens, das das Volumen dV erfüllt:

$$dV' = \frac{dV}{\sqrt{1 - \mathfrak{q}^2}},$$

und ich definiere:

$$dm = \varrho\cdot dV' = \varrho\cdot\frac{dV}{\sqrt{1 - \mathfrak{q}^2}}.$$

Ferner setze ich nach Einstein (S. 10):

$$dV_0 = \sqrt{g}\cdot\frac{dV}{\frac{ds}{dt}}$$

und

$$\varrho_0 = \frac{dm}{dV_0} = \frac{\varrho}{\sqrt{g}\cdot\sqrt{1 - \mathfrak{q}^2}}\cdot\frac{ds}{dt}.$$

Man hat dann:

$$h^e_{mn} = \varrho_0\cdot\sqrt{g}\cdot\frac{dx_m}{ds}\cdot\frac{dx_n}{ds}$$

oder wenn man nach Einstein (S. 10) setzt[1]):

$$\Theta_{mn} = -\varrho_0\cdot\frac{dx_m}{ds}\cdot\frac{dx_n}{ds},$$

1) Ich nehme das Vorzeichen Minus, damit Θ_{44} positiv wird

so hat man:

$$h^{e}_{mn} = -\sqrt{g}\cdot\Theta_{mn} \qquad (33)$$

in Übereinstimmung mit Gleichung (15) und (18) bei Einstein.

Ich berechne nun den zweiten Summanden von h_{mn}. Nach (19) und (31) ist:

$$h^{g}_{mn} = \sum_{\varkappa,\mu,\lambda,\nu,\alpha,\beta} \frac{\partial G_{\varkappa\mu\lambda\nu\alpha\beta}}{\partial g_{mn}}\cdot \mathfrak{g}_{\varkappa\lambda\alpha}\cdot\mathfrak{g}_{\mu\nu\beta},$$

wo

$$G_{\varkappa\mu\lambda\nu\alpha\beta} = 2\varkappa\cdot\sqrt{g}\cdot\gamma_{\varkappa\mu}\cdot\gamma_{\lambda\nu}\cdot\gamma_{\alpha\beta}.$$

Bei der Differentiation ist zwischen g_{mn} und g_{nm} zu unterscheiden. Die Formeln (26) und (28) ergeben:

$$\begin{aligned}\frac{\partial G_{\varkappa\mu\lambda\nu\alpha\beta}}{\partial g_{mn}} = {} & \varkappa\cdot\sqrt{g}\cdot\gamma_{mn}\cdot\gamma_{\varkappa\mu}\cdot\gamma_{\lambda\nu}\cdot\gamma_{\alpha\beta} - \\ & - 2\varkappa\cdot\sqrt{g}\cdot\gamma_{\alpha n}\cdot\gamma_{m\beta}\cdot\gamma_{\varkappa\mu}\cdot\gamma_{\lambda\nu} - \\ & - 2\varkappa\cdot\sqrt{g}\cdot(\gamma_{\alpha\beta}\cdot\gamma_{\lambda n}\cdot\gamma_{m\nu}\cdot\gamma_{\varkappa\mu} + \\ & + \gamma_{\alpha\beta}\cdot\gamma_{\varkappa n}\cdot\gamma_{m\mu}\cdot\gamma_{\lambda\nu}).\end{aligned}$$

Setzt man ferner:

$$\mathfrak{g}_{\varkappa\lambda\alpha} = -\frac{1}{2\varkappa}\cdot\frac{\partial g_{\varkappa\lambda}}{\partial x_\alpha}, \qquad \mathfrak{g}_{\mu\nu\beta} = -\frac{1}{2\varkappa}\cdot\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\beta},$$

und beachtet man, daß $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$, $\gamma_{\mu\nu} = \gamma_{\nu\mu}$, so findet man mit Hilfe der Formeln (24):

$$\left.\begin{aligned} h^{g}_{mn} = {} & -\frac{\sqrt{g}}{4\varkappa}\cdot\sum_{\mu,\nu,\alpha,\beta}\gamma_{mn}\,\gamma_{\alpha\beta}\cdot\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\alpha}\cdot\frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta} + \\ & + \frac{\sqrt{g}}{2\varkappa}\cdot\sum_{\mu,\nu,\alpha,\beta}\gamma_{\alpha m}\cdot\gamma_{\beta n}\cdot\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\alpha}\cdot\frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta} + \\ & + \frac{\sqrt{g}}{\varkappa}\cdot\sum_{\mu,\nu,\alpha,\beta}\gamma_{m\nu}\cdot\gamma_{\alpha\beta}\cdot\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\alpha}\cdot\frac{\partial \gamma_{\mu n}}{\partial x_\beta},\end{aligned}\right\} \qquad (34)$$

oder auch nach Formel (23):

$$\begin{aligned} h^{g}_{mn} = {} & -\frac{\sqrt{g}}{4\varkappa}\cdot\sum_{\mu,\nu,\alpha,\beta}\gamma_{mn}\cdot\gamma_{\alpha\beta}\cdot\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\alpha}\cdot\frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta} + \\ & + \frac{\sqrt{g}}{2\varkappa}\cdot\sum_{\mu,\nu,\alpha,\beta}\gamma_{\alpha m}\cdot\gamma_{\beta n}\cdot\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\alpha}\cdot\frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta} - \\ & - \frac{\sqrt{g}}{\varkappa}\cdot\sum_{\mu,\nu,\alpha,\beta}g_{\mu\nu}\cdot\gamma_{\alpha\beta}\cdot\frac{\partial \gamma_{m\nu}}{\partial x_\alpha}\cdot\frac{\partial \gamma_{\mu n}}{\partial x_\beta}.\end{aligned}$$

Diese letzte Form benutzt Einstein, er faßt die beiden ersten Summanden zusammen und nennt ihre Summe: $-\sqrt{g}\cdot\vartheta_{mn}$ [Einstein, S. 15, Formel (13)] und schreibt:

$$h^{g}_{mn} = -\sqrt{g}\cdot\left(\vartheta_{mn} + \frac{1}{\varkappa}\cdot\sum_{\mu,\nu,\alpha,\beta}\gamma_{\alpha\beta}\cdot g_{\mu\nu}\cdot\frac{\partial \gamma_{m\nu}}{\partial x_\alpha}\cdot\frac{\partial \gamma_{\mu n}}{\partial x_\beta}\right). \qquad (35)$$

In den Bezeichnungen von Einstein geschrieben, ist also die Dichte der schweren Masse im ganzen:

$$h_{mn} = -\sqrt{g}\cdot\left(\Theta_{mn} + \vartheta_{mn} + \frac{1}{\varkappa}\cdot\sum_{\mu,\nu,\alpha,\beta}\gamma_{\alpha\beta}\cdot g_{\mu\nu}\cdot\frac{\partial \gamma_{m\nu}}{\partial x_\alpha}\cdot\frac{\partial \gamma_{\mu n}}{\partial x_\beta}\right). \qquad (36)$$

Nimmt man dazu Formel (29):

$$\mathfrak{t}_{mn\alpha} = \sum_\beta \sqrt{g}\cdot\gamma_{\alpha\beta}\cdot\frac{\partial \gamma_{mn}}{\partial x_\beta},$$

so sieht man sofort, daß die Einsteinsche Fundamentalgleichung (15) und (18) auf S. 16 und 17 nichts anderes ist als unsere Gleichung (2):

$$\sum_\alpha \frac{\partial \mathfrak{t}_{mn\alpha}}{\partial x_\alpha} = -\varkappa\cdot h_{mn}.$$

Die Einsteinsche Gravitationstheorie ist ein Spezialfall der in Abschnitt **2** dargestellten allgemeinen Theorie der Gravitation mit Tensorpotential. Sie fügt sich also in den Rahmen der gewöhnlichen Relativitätstheorie vollkommen ein.

6. Der Energietensor. Um den Energietensor aufzustellen, fügt Einstein zu den in Abschnitt **4** aufgezählten Annahmen eine weitere Nebenannahme hinzu, die uns im weiteren Verlauf unserer Untersuchung besonders wichtig werden wird. Wir wollen einen neuen Vierervektor $\mathfrak{W}$ folgendermaßen definieren:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{W}_\nu &= \frac{\partial H_e}{\partial \mathfrak{V}_\nu} = \frac{\varrho\cdot\sum_\mu g_{\mu\nu}\cdot\mathfrak{V}_\mu}{\sqrt{\sum_\mu\sum_\nu g_{\mu\nu}\cdot\mathfrak{V}_\mu\cdot\mathfrak{V}_\nu}}, \\ \mathfrak{W}_\nu &= \frac{\varrho}{\sqrt{-g_{44}{}^0}}\cdot\sum_{1}^{4}{}_\mu\, g_{\mu\nu}\cdot\mathfrak{V}_\mu.\end{aligned}\right\} \qquad (37)$$

Die neue Nebenannahme Einsteins ist nun:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial x}(\mathfrak{W}_\mu\cdot\mathfrak{V}_1) + \frac{\partial}{\partial y}(\mathfrak{W}_\mu\cdot\mathfrak{V}_2) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z}(\mathfrak{W}_\mu\cdot\mathfrak{V}_3) - i\cdot\frac{\partial}{\partial t}(\mathfrak{W}_\mu\cdot\mathfrak{V}_4) = \\ &= -\varkappa\cdot\sum_{m,n}\mathfrak{g}_{mn\mu}\cdot h^{e}_{mn} = \\ &= \sum_{m,n}\frac{\partial H_e}{\partial g_{mn}}\cdot\frac{\partial g_{mn}}{\partial x_\mu}.\end{aligned}\right\} \qquad (38)$$

Diese Nebenannahme bezeichnet Einstein als den „Impuls-Energie-Satz". Sie findet sich in seiner Abhandlung auf S. 10 als Gleichung (10) und hat hier die Form:

$$\sum_{\mu,\nu}\frac{\partial}{\partial x_\nu}(\sqrt{g}\cdot g_{\sigma\mu}\cdot\Theta_{\mu\nu}) - \frac{1}{2}\cdot \sum_{\nu}\sqrt{g}\cdot\frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\sigma}\cdot\Theta_{\mu\nu} = 0.$$

Beachtet man, daß zufolge unserer Gleichungen (32) und (33):

$$\mathfrak{W}_\sigma \cdot \mathfrak{V}_\nu = -\sqrt{g} \cdot \sum^\mu g_{\sigma\mu} \cdot \Theta_{\mu\nu},$$

und nach (31) und (33):

$$\frac{\partial H_e}{\partial g_{\mu\nu}} = -\frac{1}{2} \cdot \sqrt{g} \cdot \Theta_{\mu\nu},$$

so sieht man sofort, daß diese Gleichung mit (38) identisch ist.

Nimmt man (38) als richtig an, so findet man leicht, daß die Komponenten des folgendermaßen definierten Tensors:

$$\left. \begin{array}{l} T_{\alpha\alpha} = \mathfrak{W}_\alpha \cdot \mathfrak{V}_\alpha + H_g - \sum^\mu \sum^\nu \mathfrak{g}_{\mu\nu\alpha} \cdot \mathfrak{t}_{\mu\nu\alpha}, \\ T_{\alpha\beta} = \mathfrak{W}_\alpha \cdot \mathfrak{V}_\beta - \sum^\mu \sum^\nu \mathfrak{g}_{\mu\nu\alpha} \cdot \mathfrak{t}_{\mu\nu\beta} \end{array} \right| \quad (39)$$

die Differentialgleichungen befriedigen:

$$\frac{\partial T_{\alpha 1}}{\partial x} + \frac{\partial T_{\alpha 2}}{\partial y} + \frac{\partial T_{\alpha 3}}{\partial z} - i \cdot \frac{\partial T_{\alpha 4}}{\partial t} = 0, \quad (40)$$

zum Beweise braucht man die Gleichungen (38), (1), (2), (5), (6). Der Tensor (39) ist also der Energietensor, die Gleichungen (40) sind die Impuls-Energie-Gleichungen. Eine kleine Rechnung zeigt, daß die Gleichungen (40) identisch sind mit den Gleichungen (19) auf S. 17 bei Einstein:

$$\sum_{\mu,\nu} \frac{\partial}{\partial x_\nu} \left(\sqrt{g} \cdot g_{\sigma\mu} \cdot (\Theta_{\mu\nu} + \vartheta_{\mu\nu})\right) = 0.$$

$$(\sigma = 1, 2, 3, 4.)$$

In einem gravitationsfreien Raum, wo $g_{\nu\nu} = -1$, $g_{\mu\nu} = 0$, $\mathfrak{g}_{\mu\nu\alpha} = 0$, nehmen die Komponenten des Energietensors die folgenden Werte an:

$$T_{\alpha\alpha}' = -\varrho \cdot \mathfrak{V}_\alpha^2, \quad T_{\alpha\beta}' = -\varrho \cdot \mathfrak{V}_\alpha \cdot \mathfrak{V}_\beta.$$

Der auf S. 17 eingeführte Tensor $(X_{\mu\nu})$ unterscheidet sich also nach Gleichung (16) im gravitationsfreien Raum von dem Energietensor $(T_{\mu\nu}')$ nur durch den Faktor $-\varrho$,

$$X_{\mu\nu} = -\varrho \cdot T_{\mu\nu}'.$$

Zerlegt man die Komponenten des Energietensors in derselben Weise wie $H = H_e + H_g$ in zwei Summanden

$$T_{\alpha\beta} = T_{\alpha\beta}^e + T_{\alpha\beta}^g,$$

wo

$$T_{\alpha\beta}^e = \mathfrak{W}_\alpha \cdot \mathfrak{V}_\beta$$

und

$$T_{\alpha\beta}^g = -\sum_{\mu,\nu} \mathfrak{g}_{\mu\nu\alpha} \cdot \mathfrak{t}_{\mu\nu\beta},$$

bzw.

$$T_{\alpha\alpha}^g = H_g - \sum_{\mu,\nu} \mathfrak{g}_{\mu\nu\alpha} \cdot \mathfrak{t}_{\mu\nu\alpha},$$

so bemerkt man leicht, daß aus (16) und (37) der Satz folgt:

$$H_e = T_{11}^e + T_{22}^e + T_{33}^e + T_{44}^e. \quad (41)$$

Die Nebenannahmen der Einsteinschen Theorie (16) und (38) ergeben, daß der Teil H_e der Hamiltonschen Funktion, der die Feldstärke der Gravitation nicht enthält, identisch wird mit der Summe der Diagonalglieder des von der Feldstärke der Gravitation freien Teiles des Energietensors. (Schluß folgt im nächsten Heft.)

(Eingegangen 28. Dezember 1913.)

Über das elektrische Analogon des Zeeman-Phänomens.

Von Antonino Lo Surdo.

Seit dem letzten Sommer war ich bemüht, die angeblich in einer Vakuumröhre von der Kathode her rückgehenden positiven Strahlen durch Beobachtung des Doppler-Effekts nachzuweisen.

Es zeigte sich dabei, daß bei sehr dünnen, einfach zylindrischen Röhren die Wasserstofflinien als in merkwürdiger Weise aufgelöst vorkamen; die Erscheinung war sogar eine recht deutliche, wenn die Röhren zur Achse des Kollimators senkrecht lagen.

Als nun Prof. Stark in der Nature vom 4. Dezember die Entdeckung des elektrischen Analogons des Zeeman-Effekts bekannt machte, war mir klar, daß ich eben dieselbe Erscheinung beobachtet hatte. Die der Entstehung des Phänomens günstigen Bedingungen wurden in der Weise bei meinen Versuchen erfüllt, daß in dünnen Röhren der Potentialabfall in einem engen Raume, dicht an der Kathode, vor sich geht.

In der Tat, bei Benutzung einer Kalkspatplatte, konnte ich leicht feststellen, daß, wie durch Starks sinnreiche Anordnung[1]), in jeder Vakuumröhre, wenn nur der innere Durchmesser genügend klein ist, die H_γ-Wasserstofflinie in fünf Komponenten aufgelöst sich zeigt. Die mittleren Komponenten schwingen dabei dem Felde senkrecht, die äußeren aber parallel dazu.

Dies gilt, wie leicht zu verstehen, für transversale Beobachtung. Es gestattet aber meine Methode, den longitudinalen Effekt ohne jede Schwierigkeit zu untersuchen. Dann werden nur drei unpolarisierte Komponenten wahrgenommen.

1) J. Stark, Sitz.-Ber. der Kgl. Preuß. Akademie d. Wissensch. 47, 932, 1913.

Florenz, Physikalisches Institut der K. Hochschule, den 4. Januar 1914.

(Eingegangen 7. Januar 1914.)

Theoretisches über das elektrische Analogon des Zeemanphänomens.

Von Antonio Garbasso.

Die Spektrallinien, die von einem ionisierten Gase emittiert werden, lösen sich in je drei bzw. fünf Komponenten auf, wenn die Träger in einem starken elektrischen Felde sich befinden.

Im zweiten Falle schwingen die mittleren Komponenten dem Felde senkrecht, die äußeren aber parallel dazu.

Zur Beobachtung werden nach Stark die durch Glimmentladung gebildeten Träger in ein sekundäres Feld eingeführt. Man kann aber, nach Lo Surdo, die Erscheinung an dünnen Röhren sehr leicht beobachten; bei solchen Röhren geht nämlich der Potentialabfall in einem engen Raume dicht an der Kathode vor sich.

Durch J. J. Thomsons Modell der materiellen Atome ist der neue Effekt in keiner Weise darzustellen. Setzt man voraus, wie es W. Voigt vor zwölf Jahren getan[1]), daß die Raumdichte ϱ der elektrischen Verteilung in der positiven Kugel eine bloße Funktion des Abstandes r vom Mittelpunkte ist, so nehmen die Bewegungsgleichungen die Form

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{4\pi e}{m}\cdot\left[\frac{\varrho_0}{3}\cdot r + \frac{1}{4}\cdot\left(\frac{d\varrho}{dr}\right)_0\cdot r^2 + \cdots\right]\cdot\frac{x}{r},$$

an.

Zur Erklärung des Zeemanphänomens muß man aber

$$\left(\frac{d\varrho}{dr}\right)_0 = 0$$

setzen, und dadurch, unter Vernachlässigung höherer Glieder, werden die Gleichungen zu

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{4\pi e}{m}\cdot\left[\frac{\varrho_0}{3}\cdot r + \frac{1}{10}\cdot\left(\frac{d^2\varrho}{dr^2}\right)_0 r^3\right]\cdot\frac{x}{r}.$$

Es ist nun leicht, zu beweisen, daß diese Gleichungen eben die Entstehung eines Dubletts bedingen, dessen beide Komponenten aber nach derselben Seite der ungestörten Linie verschoben erscheinen.

Zur Erklärung des Stark-Lo Surdoschen Effekts hätte man also, wie leicht zu sehen, etwa dreierlei Wasserstoffatome anzunehmen, was wohl als unwahrscheinlich zu bezeichnen wäre.

Bohrs Theorie des Rutherfordschen Modells gestattet dagegen, die Entstehung und Lage der äußeren Komponenten zu berechnen.

Geht die Erscheinung der Lichtemission in einem elektrischen Felde vor sich, so muß man die Bohrschen Gleichungen[1])

$$W_n = \frac{2\pi^2 m e^4}{n^2 h^2},$$

$$\omega_n = \frac{4\pi^2 m e^4}{n^3 h^3},$$

$$a_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m e^2},$$

durch die neuen Gleichungen

$$W_n = \frac{2\pi^2 m e^4}{n^2 h^2} \pm 3\varepsilon,$$

$$\omega_n = \frac{4\pi^2 m e^4}{n^3 h^3} \pm \frac{6}{nh}\cdot\varepsilon,$$

$$a_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m e^2} + \frac{n^4 h^4}{4\pi^4 m^2 e^6}\,\varepsilon$$

ersetzen. Hier ist mit ε die während der Wiederbildung des Atoms vom äußeren Felde geleistete Arbeit gemeint.

Nach der dritten von diesen Gleichungen löst sich jede mögliche Bahn in zwei solche auf: die gestörten Bahnen müssen aber, wie eine einfache Überlegung lehrt, der ungestörten sehr nahe liegen. Wir dürfen also die beim Überspringen des Elektrons vom äußeren Felde (F) geleistete Arbeit durch die dritte der Bohrschen Gleichungen berechnen.

Damit werden die Frequenzen des der elektrischen Kraft parallelschwingenden Dubletts zu

$$\nu_{q,p} = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3}\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{q^2}\right) \pm \frac{3}{h}(\varepsilon_p - \varepsilon_q),$$

und es ist

$$\varepsilon_p - \varepsilon_q = \frac{F c h^2}{4\pi^2 m e^2}(q^2 - p^2).$$

Für ein Feld von 13000 Volt/cm, und für die Wasserstofflinie H_β berechnet sich hieraus die Breite des dem Felde parallelschwingenden Dubletts zu etwa 2 Å.-E., Professor Stark gibt 3,6 Å.-E. an.

1) W. Voigt, Ann. d. Phys. (4) 4, 197, 1901.

1) N. Bohr, Phil. Mag. (6) 26, 1, 1913.

Florenz, Physikalisches Institut der K. Hochschule, den 4. Januar 1914.

(Eingegangen 7. Januar 1914.)

Über ein Modell zur Erklärung der Lichtemission.

Von E. Gehrcke.

§ 1. Lenard hat schon vor längerer Zeit die Ansicht aufgestellt, daß das Leuchten der Phosphore dadurch zustande kommt, daß aus dem Atom ein Elektron auf größere Weite hin



entfernt wurde, welches dann unter Verbrauch der disponiblen, potentiellen Energie Schwingungen um seine alte Gleichgewichtslage vollführt. Diese Ansicht kann man versuchen, auf das Leuchten der Gase zu übertragen: Das Leuchten eines Wasserstoffatoms z. B. soll darin bestehen, daß ein Elektron in seine Gleichgewichtslage zurückkehrt und dabei Pendelungen um diese ausführt. Eine solche Vorstellung wird aber nur dann von Nutzen sein, wenn sie imstande ist, auch die Serienformeln wiedergeben. Herrn Bohr[1]) ist kürzlich eine formelle Ableitung der Serienformeln gelungen. Welches im einzelnen die notwendigen physikalischen Voraussetzungen sind, die zu diesen Formeln hinführen, dürfte bisher noch nicht feststehen. Ich versuche hier auf einfacherem Wege als Bohr zum Ziel zu kommen. Dabei mache ich folgende allgemeine Voraussetzung: Wenn ein Elektron durch irgendeine Ursache kinetische Energie $\frac{m}{2}v^2$ relativ zum Atomkern besitzt, und wenn diese Energie zur Erzeugung von ν Schwingungen pro Sekunde verbraucht wird, so soll immer $\frac{m}{2}v^2 = h\nu$ sein. Diese Beziehung ist anscheinend durch die Versuche an den sekundären Elektronenstrahlen von ultraviolettem Licht, Röntgen- und γ-Strahlen einigermaßen sichergestellt; ob sie notwendig einen Widerspruch gegen die klassische Mechanik und Elektrodynamik darstellt, ist eine Frage, die hier nicht näher erörtert zu werden braucht[2]).

Ferner nehme ich an, daß das Elektron in einem gewissen Abstand r_1 vom positiven Kern seine stabile Lage hat, in die es nach erfolgter Elongation wieder hinstrebt. Hierin steckt die Annahme einer besonderen Kraft, die das Elektron verhindert, dem positiven Kern unbegrenzt nahe zu kommen. Ich vermag an sich keine Schwierigkeit darin zu erblicken, eine solche Kraft anzunehmen, da die Kräfte der Materie wohl kaum lediglich elektromagnetisch erklärbar sein dürften. Nun soll aber die Rückkehr des Elektrons in die Lage r_1 nicht aus jeder beliebigen Entfernung erfolgen können, sondern nur aus bestimmten Entfernungen $r_2, r_3, r_4 \cdots$. Die Entfernungen $r_1, r_2, r_3 \cdots$ sollen Vielfache eines gewissen, kleinen Abstandes r_0 sein, derart, daß

$$r_p = p^2 r_0, \tag{1}$$

wo p eine ganze Zahl ist. Dann sei z. B., um einen bestimmten Fall vor Augen zu haben, $r_1 = 4r_0$, $r_2 = 9r_0 \cdots$, wie in nachstehender Figur angenommen; das Elektron der Ladung

+e -e r_0 r_1 r_2 r_3 r_4

$-e$ kann dann also, wenn es aus seiner gewöhnlichen Lage, die in der Entfernung r_1 liegt, verschoben wurde, von r_2 oder r_3 oder r_4 usw. nach r_1 zurückkehren, nicht aber aus den Zwischenlagen. Es wird beim Rückgang in die Entfernung r_1 kinetische Energie aus dem Verlust an potentieller gewinnen; diese wird beim Auftreffen in r_1 in Schwingungsenergie verwandelt. $+e$ sei die Ladung des positiven Atomkerns.

Nun werde die Schwingungsfrequenz unter diesen Voraussetzungen berechnet. Wenn das Elektron aus der beliebigen Entfernung r_p in die Lage r_1 zurückkommt, so hat es den Energiebetrag:

$$T = \frac{e^2}{r_1} - \frac{e^2}{r_p}$$

in Form von kinetischer Energie gewonnen. Wir setzen dann allgemein gemäß Gleichung (1):

$$r_1 = q^2 r_0, \tag{1a}$$

wo q eine ganze Zahl $< p$, so daß

$$T = \frac{e^2}{r_0}\left[\frac{1}{q^2} - \frac{1}{p^2}\right]. \tag{2}$$

Dieser Energiebetrag T steht zur Erzeugung von Schwingungen im Abstand r_1 zur Verfügung und wird nun auf Grund der Fundamentalannahme auf S. 124 links:

$$T = h\nu. \tag{3}$$

Dies gibt zusammen mit (2)

$$\nu = \frac{e^2}{h r_0}\cdot\left[\frac{1}{q^2} - \frac{1}{p^2}\right]. \tag{4}$$

Man fragt jetzt: was ist r_0? — Ein Elektron, welches nach r_0 käme — dies mag nur unter besonderen Umständen geschehen — würde dort eine kinetische Energie vom Betrage

$$T_0 = \frac{e^2}{r_0} = \frac{m}{2}v_0^2 \tag{5}$$

haben, falls es auf seinem Wege noch keine Energie verloren hat, und falls in unendlicher Entfernung die kinetische Energie $= 0$ ist. Wenn ein in dieser Entfernung r_0 ankommendes Elektron den positiven Kern mit seiner ganzen Geschwindigkeit umkreisen würde, so wäre

1) N. Bohr, Phil. Mag. **26**, 1, 1913.

2) Ein Modell von dieser Beziehung läßt sich vielleicht durch Analogie mit den ponderomotorischen Kräften gewinnen, welche ein Wechselstrommagnet auf einen Metallring ausübt (Versuche von E. Thomson); auch hier ist die abstoßende Wirkung um so größer, je größer die Frequenz; vgl. ferner Swann, Phil. Mag. **25**, 534, 1913.

$$v_0 = 2\pi r_0 \cdot \nu_0, \tag{6}$$

wo ν_0 die Schwingungszahl des Umlaufs ist. Wenn andererseits wie früher

$$\frac{m}{2} v_0^2 = h \cdot \nu_0, \tag{7}$$

so folgt aus (5) und (7)

$$\frac{e^2}{r_0} = h\nu_0.$$

Somit kann man Gleichung (4) auch schreiben:

$$\nu = \nu_0 \cdot \left[\frac{1}{q^2} - \frac{1}{p^2}\right]. \tag{8}$$

Man erkennt, daß ν_0 eine Grundfrequenz des Atoms ist, die unter Umständen realisiert werden mag, wenn ein Elektron der Geschwindigkeit v_0 tangential an einem positiven Kern im Abstand r_0 vorbeifliegt; in diesem Falle würde es vom positiven Kern festgehalten werden können, den es mit der Schwingungszahl ν_0 umkreist. Es ist für unsere Betrachtungen ohne Bedeutung, ob bei diesem Vorgang Strahlung ausgesandt wird oder nicht. Man kann im Anschluß an Bohr auch annehmen, daß trotz der Rotation des Elektrons keine Strahlung emittiert wird. Diese Annahme macht keine Schwierigkeit, wenn man sich vorstellt, daß im Abstand r_0 vom positiven Kern kein Äther vorhanden ist, daß also hier eine Zone ätherlosen Vakuums liegt; dann wird, da die Maxwellschen Gleichungen naturgemäß auf den Äther Bezug haben, Rotation des Elektrons möglich sein, und doch keine Strahlungsenergie auf das Äthermedium übertragen werden. Diese Vorstellung eines Äthervakuums, welches ein materielles Atom charakterisiert, erscheint mir physikalisch eher zulässig, wie die umgekehrte Vorstellung, nach welcher der die Materie umgebende Raum leer sein soll.

Ferner folgt aus (5), (6) und (7):

$$\nu_0 = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3}, \tag{9}$$

$$r_0 = \frac{h^2}{2\pi^2 m e^2}, \tag{10}$$

$$\nu = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3}\left[\frac{1}{q^2} - \frac{1}{p^2}\right]. \tag{11}$$

Letztere Formel (11) gibt in Übereinstimmung mit Bohr die Balmersche Serie. Für r_0 findet man den Wert $1{,}1 \cdot 10^{-8}$ cm, also ungefähr die Hälfte eines Wasserstoffmoleküldurchmessers. Die Grundentfernung r_0, auf welche hier alles zurückgeführt ist, kann daher als Durchmesser eines H-Atoms interpretiert werden.

Physikalisch sagt Gleichung (11) aus:

Wenn man ein H-Atom hat, das so beschaffen ist, daß ein bei r_p befindliches Elektron nach r_1 zurückkehrt ($q = 2$), so sendet es diejenige Spektrallinie aus, deren Schwingungszahl Gleichung (11) angibt, also eine der Linien H_α, H_β, $H_\gamma \ldots$. Wenn dagegen ein H-Atom so beschaffen ist, daß r_2 die Endlage eines von r_p kommenden Elektrons ist ($q = 3$), so sendet es eine Spektrallinie der Paschenschen ultraroten Serie aus, die ebenfalls Gleichung (11) angibt.

Die Serienlinien kommen also in diesem Modell dadurch zustande, daß ein Elektron aus einem Atom in gewisse, ausgezeichnete, ganzzahlige Vielfache des Atomdurchmessers entfernt worden ist und von da in seine ursprüngliche Lage zurückfällt. Ein in mancher Beziehung analoges Bild dieses Vorganges ist ein auf verschiedene Stufen einer Leiter gehobener und von dort frei herabfallender Ball: der Ball wird am Boden verschieden schnelle Auf- und Abbewegungen ausführen, wenn man ihn aus verschiedenen Höhen herabfallen läßt.

Es ist klar, daß auf obiger Grundlage auch komplizierter gebaute Modelle für andere Elemente als Wasserstoffatome angegeben werden können.

§ 2. Ferner kann man, wie dies in analoger Weise bereits Warburg[1]) für die Bohrsche Theorie getan hat, den Einfluß eines elektrischen Feldes auf die Schwingungen in obigem Atommodell unter bestimmten Voraussetzungen angeben.

Es werde ein äußeres elektrisches Feld der Stärke F vorausgesetzt, in dem sich ein parallel F bewegtes Atom, entsprechend der Versuchsanordnung von Stark[2]), befinden möge. Dann ist die einfachste physikalische Annahme, die man machen kann, die, daß die Strecke r_p stets parallel F ist. Diese Annahme würde besagen, daß die Bewegung im Äther (oder das äußere Feld?) die Dipole: positiver Kern — Elektron richtet, so daß sich die Elektronen entweder diesem Felde entgegen oder mit ihm nach ihrer Ruhelage (im Abstand r_1 der obigen Figur) zurückbewegen. Nunmehr ist

$$T = \frac{e^2}{r_1} - \frac{e^2}{r_p} \mp eF \cdot (r_p - r_1).$$

Setzt man wieder $T = h\nu'$, wo ν' die durch das elektrische Feld veränderte Frequenz bedeutet, so folgt:

$$\delta\nu = \nu' - \nu = \mp \frac{eF}{h}(r_p - r_1).$$

1) E. Warburg, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 1259, 1913.

2) J. Stark, Berl. Ber. 1913, S. 937. Die hier angegebene Schwingung des Lichts bezieht sich vielleicht auf die Polarisationsebene, vielleicht aber auf den elektrischen Vektor?

Aus Gleichung (1) und (1a) folgt hieraus

$$\delta\nu = \mp \frac{c r_0}{h}(p^2 - q^2)\cdot F. \qquad (12)$$

Dies ist die Warburgsche Formel, bis auf den numerischen Faktor $\frac{p^2 - q^2}{p^2} \cdot 2$, der, zu Warburgs Formel hinzugefügt, (12) ergibt.

Die betreffende Spektrallinie wird hier durch das Feld nach Rot und nach Violett verschoben. Der Betrag der Verschiebung stimmt der Größenordnung nach mit dem von Warburg berechneten überein. Die verschobenen Linien müssen, da die Schwingungen vermutlich parallel F erfolgen, geradlinig polarisiert sein, die Polarisationsebene senkrecht zum Felde F. Dies ist nach der neuesten Entdeckung von Stark[1]) offenbar der Fall für die am stärksten verschobenen Linien in elektrisch beeinflußten Kanalstrahlen. Für die anderen Linien wird man versuchen, die gemachte Annahme über den Rückkehrweg des Elektrons zu modifizieren. Man könnte etwa annehmen, daß nur unter ganz bestimmten Winkeln gegen die Bewegungsrichtung des (Kanalstrahlen-)Atoms ein Zurückfallen des Elektrons aus den Entfernungen r_p stattfindet. Dann würde sich eine Aufsplitterung in mehrere Komponenten ergeben; die Polarisationen derselben würden die Schwingungsrichtungen auf dem Atom bestimmen lassen. — Wenn diese Annahmen zutreffen, so sollte in Richtung der Bewegung kein mit Polarisationen verbundener, elektrischer Feldeinfluß vorhanden sein, sofern die Elektronen nur längs oder unter bestimmten Winkeln zum Felde F in ihre Gleichgewichtslage zurückfallen können; denn dann werden die ersteren in der Richtung von F gar nicht, die zweiten aber ohne bevorzugte Polarisationsrichtung strahlen. Auch diese Folgerungen sind augenscheinlich im Einklang mit der Erfahrung.

Wenn leuchtende Teilchen keine gemeinsame Geschwindigkeitskomponente von bestimmter Richtung haben, so sollte keine Polarisation und keine Aufspaltung, sondern eine Verbreiterung der Linien eintreten. Dies ist beobachtet worden bei den durch elektrische Schwingungen erregten Linien in der positiven Lichtsäule.

Für den Zeemaneffekt führt dieses Atommodell auf die Lorentzsche Theorie, im Gegensatz zu der Theorie von Bohr (vgl. Warburg, l. c.).

§ 3. Im Anschluß an das Vorstehende läßt sich auch darlegen, wie die Wärmestrahlung (Temperaturstrahlung) in einem Gase erfolgen kann. Zu diesem Zwecke möge ein Schwarm von Atommodellen wie das obige betrachtet werden. Wir setzen dann voraus, daß jedes Atom sein Elektron in relativer Ruhe in einem gewissen Abstand (vgl. oben) hält, wenn es nicht strahlt; sobald aber das Atom eine plötzliche Geschwindigkeitsänderung erfährt, soll Strahlung emittiert werden, indem dann das Elektron Schwingungen gegen den Atomkern vollführt. Stößt z. B. ein Atom der Geschwindigkeit v auf eine vollkommen elastische Wand, und zwar in senkrechter Richtung, das Elektron hinter sich herziehend, so wird die Geschwindigkeit des Elektrons relativ zum positiven Atomkern vor dem Stoß $= 0$, nach dem Stoß $= 2v$ sein, es wird daher, wie oben, Schwingungsenergie

$$\frac{m}{2}(2v)^2 = h\nu \qquad (13)$$

die Folge des Stoßes sein; hier ist m die Masse des Elektrons. Um die Betrachtungen zu vereinfachen, sei folgendes Beispiel ins Auge gefaßt: Eine große Anzahl von Gasatomen sei in einer Kugel vom Radius 1 cm im Temperaturgleichgewicht befindlich. Dann möge plötzlich der Radius der die Atome umschließenden Kugel sehr groß gemacht werden[1]). Hierdurch wird, wenn die Kugelwände vollkommen elastisch und glatt sind, bewirkt, daß alle Atome nur senkrechte Stöße gegen die Wand vollführen, und daß die Erzeugung der gesamten Wärmestrahlung dauernd nur durch Stöße gegen die Wand ausgelöst wird; die gegenseitigen Stöße der Atome untereinander sind jetzt so selten, daß wir von ihnen absehen dürfen; die Geschwindigkeitsverteilung in dem Gase ist dieselbe wie vorher. Wenn die Zahl derjenigen Atome, welche die Kugeloberfläche in der Zeiteinheit unter Erzeugung von Schwingungsenergie treffen, und deren Geschwindigkeiten zwischen v und $v + dv$ liegen, mit dN bezeichnet wird, so wird die Strahlung dE_ν dieser Atome pro Zeiteinheit unter Berücksichtigung von (13):

$$dE_\nu = h\nu \cdot dN.$$

Nun ist dN nicht etwa gleich der Zahl der Atome, deren Geschwindigkeiten zwischen v und $v + dv$ liegen, sondern kleiner, aus dem Grunde, weil nicht alle Atome in der Zeit 1 die Wand der Kugel treffen können; die schnellen Atome werden die Wand öfter treffen als die langsamen. Daher ist die Anzahl dN der in der Zeit 1 strahlenden Atome von der Geschwindigkeit v zu setzen:

$$dN \sim v \cdot dN_v,$$

1) Vgl. vorige Seite, Anm. 2.

1) Dies kann z. B. dadurch geschehen, daß die (evakuierte) Kugel vom großen Radius schon vorher da war, und daß die kleine in ihrem Mittelpunkt befindliche Kugel plötzlich platzt.



wo dN_v die Anzahl sämtlicher Atome der Geschwindigkeit v, auch der nichtstrahlenden, bedeutet. Somit folgt:

$$dE_\nu \sim h\nu \cdot v\, dN_v. \qquad (14)$$

Die Größe dN_v ist, wie ich früher auseinandersetzte[1]), schwerlich die Maxwellsche $\left(\sim v^2 \cdot e^{-\frac{v^2}{\beta^2}} \cdot dv\right)$, weil diese die Strahlung vernachlässigt; nur für Moleküle eines Gases, welches trotz seiner Temperatur nicht strahlt, sollte die Maxwellsche Verteilung der Geschwindigkeiten exakt gelten. Ich habe versuchsweise eine Geschwindigkeitsverteilungsfunktion der Form:

$$dN_v \sim \frac{v^4 \cdot dv}{e^{a v^2} - 1} \qquad (15)$$

vorgeschlagen, welche dem Einfluß der Strahlung Rechnung zu tragen sucht[2]). Aus dieser Funktion kann man an Hand thermodynamischer Betrachtungen die richtige Spektralgleichung ohne die Annahme von Energiequanten gewinnen, worauf ich früher hinwies. Nun sei wieder die Gleichung (15) als gültig vorausgesetzt; dann folgt aus (14)

$$dE_\nu \sim \frac{h\nu \cdot v^5\, dv}{e^{a v^2} - 1}.$$

Berücksichtigt man nunmehr die Grundgleichung (13), so folgt:

$$\frac{dE_\nu}{d\nu} \sim \frac{\nu^3}{e^{\text{const.}\,\nu} - 1}. \qquad (16)$$

Dies ist die richtige, d. h. experimentell bestätigte Abhängigkeit der Strahlungsenergie eines im Temperaturgleichgewicht befindlichen Hohlraumes von der Frequenz ν.

Man sieht hieraus, daß das obige Atommodell dazu dienen kann, sich von den verschiedensten Vorgängen ein anschauliches Bild zu machen, sofern die Gleichung $\frac{m}{2} v^2 = h\nu$ als gültig vorausgesetzt wird. In der inneren Widerspruchslosigkeit dieses Modells wird man einen Vorzug, aber natürlich keine Garantie für die Richtigkeit hinsichtlich seiner Anwendung auf Molekularvorgänge erblicken dürfen.

1) E. Gehrcke, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 669, 1913.
2) Die Abhängigkeit der Größe dN_v von der Temperatur läßt sich mathematisch schwieriger formulieren, da die mechanische Definition der Temperatur $\vartheta \sim \bar{v}^2$ nicht streng, sondern wegen der Strahlung nur angenähert gelten kann.

(Eingegangen 9. Dezember 1913.)

Raumgitterschwingungen und spezifische Wärmen mehratomiger fester Körper. I.

Von Hans Thirring.

Die Quantentheorie hat in den Arbeiten von P. Debye[1]) und Born und v. Kármán[2]) Beziehungen zwischen den spezifischen Wärmen fester Substanzen und den elastischen Konstanten geliefert, die, soweit sich bisher überblicken läßt, mit der Erfahrung in guter Übereinstimmung stehen. Leider ist das experimentelle Material, das die Berechnungen verifizieren könnte, noch recht mangelhaft; speziell für die Born- und Karmansche Theorie, die ja eigentlich nur für einatomige reguläre Kristalle gilt, liegen gleichzeitig Beobachtungen über die spezifische Wärme bei tiefen Temperaturen und die Elastizitätskonstanten nur für das Kupfer vor — und auch da sind die Messungen noch nicht als zuverlässig zu betrachten[3]). Dabei wäre eine möglichst genaue quantitative Prüfung gerade der Born- und Kármánschen Theorie sehr interessant, einerseits wegen ihres Zusammenhangs mit der Quantenhypothese, und andererseits, weil sie aus der Theorie der Raumgitterschwingungen hervorgeht, also auf einer Vorstellung beruht, die seit der Laueschen Entdeckung der Röntgeninterferenzen die sicherste Basis für die Molekulartheorie fester Körper zu werden verspricht.

Ich habe also, um möglichst viele Substanzen zur Prüfung der Born- und Kármánschen Theorie heranziehen zu können, in einer vor kurzem erschienenen Arbeit[4]), in welcher ich die von diesen beiden Autoren angegebenen Formeln bis zu den numerischen Werten durchrechnete, außer für Cu auch noch für $NaCl$ und KCl Werte der spezifischen Wärmen bei tiefen Temperaturen angegeben, obwohl die genannte Theorie nur für einatomige Substanzen Gültigkeit beansprucht. Bei diesen Rechnungen habe ich die Raumgitterpunkte mit Molekülen $NaCl$ und KCl besetzt, statt mit einzelnen Atomen, wie es sich aus den Röntgeninterferenzen und auch schon aus der elementaren Theorie des Dulong-Petitschen Gesetzes ergibt. Außerdem waren die zur Berechnung verwendeten Werte gewisser Konstanten, z. B. der Boltzmannschen Konstante k nicht ganz einwandfrei, so zwar, daß die hieraus resultierenden Fehler den durch die oben erwähnte Annahme gemachten größtenteils kompensierten, immerhin kann man aber die l. c. angegebenen

1) P. Debye, Ann. d. Phys. **39**, 789, 1912.
2) Born und v. Kármán, diese Zeitschr. **13**, 297, 1912; **14**, 15, 65, 1913.
3) W. Voigt, Berl. Ber. 1884, S. 16.
4) H. Thirring, diese Zeitschr. **14**, 867, 1913.

Werte der spezifischen Wärmen nur als ganz grobe Annäherungen betrachten.

Ich will nun, statt erst die Rechnung mit den richtigen Werten zu wiederholen, im folgenden zeigen, wie man die Born- und v. Kármánsche Theorie der spezifischen Wärmen auf mehratomige Substanzen übertragen kann. Es erfordert dies nur eine rechnerische Umformung gewisser Gleichungen, da ja die Fundamentalformel [Gl. (50), S. 308, l. c.] für mehratomige Körper auch noch gilt. Dadurch ergibt sich dann die Möglichkeit der Prüfung an vier weiteren Substanzen, nämlich $NaCl$, KCl, CaF_2 und FeS_2, wobei sich herausstellen wird, daß bei Berücksichtigung der Änderung der Elastizitätskonstanten mit der Temperatur die Übereinstimmung der gerechneten mit den beobachteten Werten so gut wird wie bei der Nernst-Lindemannschen und der Debyeschen Formel. Dabei ist zu betonen, daß bei sämtlichen gerechneten Substanzen die Resultate völlig eindeutig aus den vorhandenen Daten folgen. In der Nernst-Lindemannschen Formel steckt hingegen noch ein willkürlicher Parameter ν, der so gewählt wird, daß die berechneten Kurven sich an die beobachteten möglichst gut anschließen, wobei allerdings für $NaCl$, KCl und KBr der betreffende ν-Wert mit der Reststrahlenfrequenz übereinstimmt.

§ 1. Die Schwingungen des zweiatomigen Raumgitters.

Born und v. Kármán gehen bekanntlich von den Differentialgleichungen der Schwingungen ihres Raumgitters aus, deren Integrale die Form haben:

$$u_{l,m,n} = u e^{i(2\pi\nu t + l\varphi + m\psi + n\chi)}, \qquad (1)$$

wobei die Schwingungszahl ν mit Wellenlänge und Fortpflanzungsrichtung der Schwingung, die durch die Größen φ, ψ, χ gegeben sind, verknüpft ist durch die Dispersionsgleichung

$$\Delta(\varphi, \psi, \chi, \nu) = 0, \qquad (2)$$

die in Form der dreigliedrigen Determinante, Gleichung (16), l. c., auftritt. Die Frage nach der Verteilung der Eigenschwingungen über das akustische Spektrum beantworten nun Born und v. Kármán mit dem Satze:

In gleiche Phasenbezirke $\Delta\varphi\,\Delta\psi\,\Delta\chi$ fällt die gleiche Zahl von Eigenfrequenzen.

Wenn man dann jeder einzelnen Schwingung den Planckschen Wert der mittleren Energie zuerteilt, folgt für die Gesamtenergie der Ausdruck

$$E = N_g \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{k=1}^{3} \int\int\int_0^{2\pi} f(\nu_k)\, d\varphi\, d\psi\, d\chi \qquad (3)$$

mit

$$f(\nu) = \frac{\frac{R}{N}\beta'\nu}{e^{\beta'\frac{\nu}{T}} - 1}. \qquad (4)$$

Dabei ist N_g die Zahl der Gitterpunkte und ν_1, ν_2, ν_3 sind die drei Wurzeln von (2), also Funktionen von φ, ψ, χ. Das Integral (3) läßt sich natürlich in geschlossener Form nicht auswerten, wohl aber läßt sich, wie ich a. a. O. zeigte, $\frac{dE}{dT} = c_v$ durch Reihenentwicklung als Funktion der in (2) vorkommenden Größen, nämlich der Temperatur, der Gitterkonstanten, der Atommasse und der Elastizitätskonstanten berechnen. Man erhält so für die spezifische Wärme pro Grammatom den Ausdruck:

$$\left. \begin{aligned} c_v = 3R\Big\{1 - \frac{B_2}{2!} I_1\left(\frac{\beta'}{T}\right)^2 + \\ + 3\frac{B_4}{4!} I_2\left(\frac{\beta'}{T}\right)^4 - 5\frac{B_6}{6!} I_3\left(\frac{\beta'}{T}\right)^6 + \cdots\Big\}, \end{aligned} \right\} (5)$$

wobei R die Gaskonstante, $\beta' = \frac{h}{k}$ der Quotient der beiden Strahlungskonstanten ist, die B_i die Bernoullischen Zahlen sind und die I_k durch die Gleichung definiert werden:

$$I_k = \frac{1}{3}\frac{1}{(2\pi)^3} \int\int\int_0^{2\pi} s_k\, d\varphi\, d\psi\, d\chi. \qquad (6)$$

Darin ist wieder $s_k = \nu_1^{2k} + \nu_2^{2k} + \nu_3^{2k}$ die Potenzsumme der drei Wurzeln der Dispersionsgleichung (2). Die s_k lassen sich bekanntlich rational durch die symmetrischen Grundfunktionen, i. e. die Koeffizienten der einzelnen Potenzen von ν^2 in (2) ausdrücken, und sind, wie sich herausstellt, Funktionen von φ, ψ, χ, die sich integrieren lassen.

Man erkennt also aus (5) und (6), daß es bei der Berechnung der spezifischen Wärme von Kristallen im wesentlichen auf die s_k, d. h. auf die Bestimmung der eben erwähnten Koeffizienten in (2) ankommt. Es läßt sich also lediglich durch Aufstellung der betreffenden Dispersionsgleichung die Theorie auf jedes Raumgitter übertragen, für das der Ansatz (3), oder was damit gleichbedeutend ist, der Born- und v. Kármánsche Satz von der Verteilung der Eigenfrequenzen gilt. Dies ist nun, wie aus einer soeben erschienenen Arbeit von D. A. Goldhammer[1]) hervorgeht, ganz allgemein für beliebige Kristalle der Fall.

Wir wollen im folgenden die Rechnung

1) D. A. Goldhammer, diese Zeitschr. **14**, 1185, 1913.

durchführen für ein kubisches Gitter, das mit zweierlei verschiedenen Massenpunkten besetzt ist, das also der Struktur der regulär kristallisierenden Haloidsalze $NaCl$ und KCl entspricht. Die naheliegendste Vorstellung, die man sich über die Lagerung der Atome für reguläre zweiatomige Substanzen machen kann, ist die in Fig. 1 dargestellte.

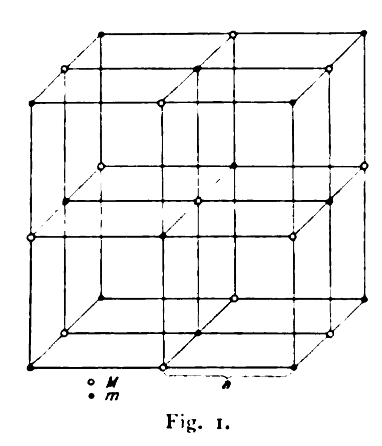


Fig. 1.

Daß diese Vorstellung für $NaCl$ und KCl tatsächlich auch zutrifft, scheint durch die Untersuchungen von W. L. Bragg[1]) über die Reflexion von Röntgenstrahlen an Kristallflächen ziemlich sicher gestellt zu sein.

Die Koordinaten der einzelnen Gitterpunkte sind bei geeigneter Wahl der Achsen:

$$\left.\begin{aligned} x_{l,m,n} &= la, \\ y_{l,m,n} &= ma, \\ z_{l,m,n} &= na. \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Dabei ist ein Gitterpunkt (l, m, n) mit einem Atom von der Masse M besetzt, wenn $l+m+n$ eine gerade Zahl ist, und mit einem Atom m, wenn $l+m+n$ eine ungerade Zahl ist. Bei einer Deformation des Gitters denken wir uns ganz konform mit Born und v. Kármán zwischen je zwei Gitterpunkten quasielastische Kräfte wirksam, die Null sind für die der Ruhelage entsprechenden Entfernungen, bei Vergrößerung dieser Distanz anziehend und bei Verkleinerung abstoßend wirken. Diese Kräfte sind natürlich für unmittelbar benachbarte Atome am stärksten und nehmen für entfernter liegende Punkte sehr rasch ab, so daß Born und v. Kármán bei ihrem Ansatz nur die Einwirkung der 18 nächsten Nachbarn eines Atoms in Rechnung ziehen, und auch da noch bei den Punkten in der Entfernung $a\sqrt{2}$ die durch Verschiebung senkrecht zur Verbindungslinie entstehenden Kräfte unberücksichtigt lassen[2]). Diese Vernachlässigung muß eingeführt werden, einerseits, weil sonst die rechnerischen Schwierigkeiten zu groß würden, andererseits, weil sich sonst der von Born und v. Kármán mit glücklichem Griff eingeführte Zusammenhang zwischen den sonst unbekannten quasielastischen Kräften und den Elastizitätskonstanten nicht herstellen ließe. Da man sich über die Größe der dadurch herbeigeführten Ungenauigkeit von vornherein keine Rechenschaft geben kann, mag diese Vernachlässigung vielleicht als der schwächste Punkt der Theorie betrachtet werden, und irgendwelche Diskrepanzen mit der Erfahrung wird man wohl auf Rechnung dieser Ungenauigkeit schieben müssen. Da nun aber, wie sich später herausstellen wird, die Übereinstimmung mit der Erfahrung eine sehr gute ist, wird man den vereinfachten Ansatz a posteriori wohl als gerechtfertigt betrachten können.

Bezeichnen wir dann die Verschiebungen parallel den Achsen eines Punktes M mit U, V, W, und eines Punktes m mit u, v, w, so geht der Bornsche Ansatz für die auf ein Atom wirkende Kraft [a. a. O., Gl. 10)] über in:

$$\begin{aligned} X_{l,m,n} = {} & \alpha\,(u_{l+1,m,n} + u_{l-1,m,n} - 2U_{l,m,n}) + \\ & + \beta\,(u_{l,m+1,n} + u_{l,m-1,n} + u_{l,m,n+1} + \\ & \quad + u_{l,m,n-1} - 4U_{l,m,n}) + \\ & + \gamma\,(U_{l+1,m,n+1} + U_{l+1,m+1,n} + \\ & \quad + U_{l+1,m,n-1} + U_{l+1,m-1,n} - \\ & \quad - 4U_{l,m,n} + U_{l-1,m,n-1} + \\ & \quad + U_{l-1,m+1,n} + U_{l-1,m,n-1} + \\ & \quad + U_{l-1,m-1,n} - 4U_{l,m,n} + \\ & \quad + V_{l+1,m+1,n} + V_{l-1,m-1,n} - \\ & \quad - V_{l+1,m-1,n} - V_{l-1,m+1,n} + \\ & \quad + W_{l+\;,m,n+1} + W_{l-1,m,n-1} - \\ & \quad - W_{l+1,m,n-1} - W_{l-1,m,n+1}) \end{aligned} \qquad (8)$$

mit zwei analogen Gleichungen für $Y_{l,m,n}$ und $Z_{l,m,n}$. Ferner:

$$\begin{aligned} X_{(l,m,n)} = {} & \alpha\,(U_{l+1,m,n} + U_{l-1,m,n} - 2U_{l,m,n}) + \\ & + \beta\,(U_{l,m+1,n} + U_{l,m-1,n} + U_{l,m,n+1} + \\ & \quad + U_{l,m,n-1} - 4u_{l,m,n}) + \\ & + \gamma'\,(u_{l+1,m,n+1} + u_{l+1,m+1,n} + \\ & \quad + u_{l+1,m,n-1} + u_{l+1,m-1,n} - \\ & \quad - 4u_{l,m,n} + u_{l-1,m,n+1} + \\ & \quad + u_{l-1,m+1,n} + u_{l-1,m,n-1} + \\ & \quad + u_{l-1,m-1,n} - 4u_{l,m,n} + \\ & \quad + v_{l+1,m+1,n} + v_{l-1,m-1,n} - \\ & \quad - v_{l+1,m-1,n} - v_{l-1,m+1,n} + \\ & \quad + w_{l+1,m,n+1} + w_{l-1,m,n-1} - \\ & \quad - v_{l+1,m,n-1} - v_{l-1,m,n+1}) \end{aligned} \qquad (8')$$

mit zwei analogen Gleichungen.

Dabei bedeutet $X_{l,m,n}$ mit $l+m+n =$ einer geraden Zahl die Kraft in der x-Richtung auf ein Atom M, und $X_{(l,m,n)}$ mit $l+m+n =$ einer ungeraden Zahl die Kraft auf ein Atom m. α und β beziehen sich in beiden Gleichungstripeln auf die quasielastischen Kräfte, die zwi-

1) W. L. Bragg, Proc. Roy. Soc. London 89, 265, 1913.

2) a. a. O., S. 300, 1912.

schen einem großen und einem kleinen Atom wirksam sind, γ hingegen auf die Wirkung zwischen zwei Atomen M im Abstand $a\sqrt{2}$ und γ' auf die Wirkung zwischen zwei Atomen m im gleichen Abstand. Man wird also diese beiden Größen von vornherein als verschieden betrachten müssen.

In Analogie mit den Gleichungen (13)[1]) Born und v. Kármáns wird man ferner schließen müssen:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= a(C_{11} - C_{12} - C_{44}), \\ 2\beta &= a(C_{44} - C_{12}), \\ 2(\gamma + \gamma') &= a(C_{44} + C_{12}). \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

Diese Gleichungen gestatten nur die Berechnung der Summe $\gamma + \gamma'$ aus den elastischen Konstanten, während in den folgenden Formeln γ und γ' getrennt vorkommen. Man ist also, um weiter rechnen zu können, gezwungen, irgendwelche (jedenfalls ziemlich vage) Vermutungen über das Verhältnis $\gamma : \gamma'$ anzustellen, das man etwa, wenn es sich um Gravitations- oder elektrische Kräfte handelte, gleich dem Verhältnis der Massen- bzw. Ladungsquadrate zu setzen hätte. Da dies nun keineswegs der Fall ist, habe ich es bei unserer völligen Unkenntnis der intermolekularen Kräfte für besser gehalten, für die Ausrechnung $\gamma = \gamma'$ zu setzen, weil man ja auch im allgemeinen durchaus nicht konstatieren kann, daß bei Körpern mit schweren Atomen die Teilchen fester aneinander gebunden sind, als bei den anderen. Gerade die sehr harten Körper, wie Diamant, Quarz u. a. enthalten verhältnismäßig sehr leichte Atome. Immerhin muß zugegeben werden, daß diese Notwendigkeit, das Verhältnis $\gamma : \gamma'$ willkürlich festzusetzen, noch als eine Lücke der Theorie zu betrachten ist, die jedoch darum nicht zu schwer ins Gewicht fällt, weil selbst für beliebige Werte dieses Verhältnisses zwischen 0 und ∞ das Schlußresultat für die spezifischen Wärmen nur zwischen gewissen nicht sehr weiten Grenzen schwankt.

Durch Einsetzen von $M\ddot{U}_{l,m,n}$ für $X_{l,m,n}$ und $m\ddot{u}_{l,m,n}$ für $X_{(l,m,n)}$ in (8) und (8′) erhält man die Differentialgleichungen für die Gitterschwingungen, die sich durch die Ansätze integrieren lassen:

$$\left.\begin{aligned} U_{l,m,n} &= U e^{i(2\pi\nu t + l\varphi + m\psi + n\chi)}, \\ u_{l,m,n} &= u e^{i(2\pi\nu t + l\varphi + m\psi + n\chi)}, \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

mit vier analogen Gleichungen.

Durch Einsetzen in die (8) und (8′) entsprechenden Differentialgleichungen erhält man ein System von sechs homogenen linearen Gleichungen für U, V, W und u, v, w, deren Säkulargleichung lautet:

$$\begin{vmatrix} A_1 - 2\pi^2 M\nu^2 & B_3 & B_2 & C_1 & 0 & 0 \\ B_3 & A_2 - 2\pi^2 M\nu^2 & B_1 & 0 & C_2 & 0 \\ B_2 & B_1 & A_3 - 2\pi^2 M\nu^2 & 0 & 0 & C_3 \\ C_1 & 0 & 0 & A_1' - 2\pi^2 m\nu^2 & B_3' & B_2' \\ 0 & C_2 & 0 & B_3' & A_2' - 2\pi^2 m\nu^2 & B_1' \\ 0 & 0 & C_3 & B_2' & B_1' & A_3' - 2\pi^2 m\nu^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (11)$$

Darin bedeuten:

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= \alpha + 2\beta + 2\gamma\,(2 - \cos\varphi\cos\psi - \\ &\qquad - \cos\varphi\cos\chi), \\ A_1' &= \alpha + 2\beta + 2\gamma'\,(2 - \cos\varphi\cos\psi - \\ &\qquad - \cos\varphi\cos\chi), \\ B_1 &= 2\gamma\sin\psi\sin\chi, \\ B_1' &= 2\gamma'\sin\psi\sin\psi, \\ C_1 &= -\alpha\cos\varphi - \beta(\cos\psi + \cos\chi) \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

mit A_2, A_3 usw. durch zyklische Vertauschung der φ, ψ, χ. Wir wollen von hier an die oben erörterte Annahme $\gamma = \gamma'$ machen, so daß wir im weiteren Verlauf der Rechnung die Striche bei den A und B weglassen können.

Gleichung (11) ist die Dispersionsgleichung für das zweiatomige Raumgitter und liefert zu jedem Wertetripel φ, ψ, χ, das eine bestimmte Wellenlänge und Fortpflanzungsrichtung angibt, sechs im allgemeinen verschiedene Schwingungszahlen ν. Born und v. Kármán haben seinerzeit die analoge Gleichung für das eindimensionale Modell einer zweiatomigen Punktreihe aufgestellt und daran gewisse Vermutungen über das Spektrum des dreidimensionalen Gitters geknüpft[1]), die sich zum Teil bestätigen, so daß eine etwas eingehendere Diskussion von (11) nicht ohne Interesse sein dürfte.

Wir wollen wieder die von Born und v. Kármán betrachteten Grenzschwingungen bestimmen, die den Werten für φ, ψ, χ entsprechen:

$$\begin{matrix} 0\,0\,0 & \pi\,0\,0 & 0\,\pi\,0 & 0\,0\,\pi \\ 0\,\pi\,\pi & \pi\,0\,\pi & \pi\,\pi\,0 & \pi\,\pi\,\pi. \end{matrix}$$

Für diese Werte reduziert sich die Gleichung 6. Grades in ν^2 (11) auf quadratische Gleichungen, so daß man sie ohne weiteres auflösen kann. Wegen der Gleichwertigkeit der drei Achsen beim regulären Kristall geben von den acht angegebenen Wertetripeln nur vier verschiedene Schwingungen, nämlich:

$$0\,0\,0 \quad \pi\,0\,0 \quad 0\,\pi\,\pi \quad \pi\,\pi\,\pi.$$

Beim einatomigen Gitter stellt jedes dieser

1) a. a. O., S. 301, 1912.

1) a. a. O., S. 304, 1912.

Tripel eine der folgenden mit I bis IV bezeichneten Schwingungen dar:

I. (o o o) Verschiebung des ganzen Systems ohne Deformation.

II. (π o o) Eine Welle in der Richtung einer Achse mit der Wellenlänge $2a$.

III. (o, $\pi\pi$) Eine Welle, normal zu einer Achse, und unter 45^0 gegen die beiden anderen fortschreitend, Wellenlänge $2a\frac{1}{\sqrt{2}}$.

IV. ($\pi\pi\pi$) Eine Welle, die in der Richtung einer Würfeldiagonale fortschreitet, mit der Länge $2a\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Beim zweiatomigen Gitter sind die Beziehungen nicht ganz so einfach, weil die ψ, φ, χ nur dann den Richtungskosinus der Wellennormale proportional sind, wenn alle Größen U, V, W und u, v, w vom selben Vorzeichen sind, was, wie sich gleich herausstellen wird, nicht für alle Lösungen von (11) der Fall ist. Wir wollen zunächst die Wurzeln von (11) für die oben angegebenen vier Wertetripel bestimmen, für welche wegen (12) die Größen B sämtlich verschwinden, so daß unsere Determinante die Gestalt annimmt:

$$\begin{vmatrix} A_1-2\pi^2M\nu^2 & 0 & 0 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2-2\pi^2M\nu^2 & 0 & 0 & C_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3-2\pi^2M\nu^2 & 0 & 0 & C_3 \\ C_1 & 0 & 0 & A_1-2\pi^2m\nu^2 & 0 & 0 \\ 0 & C_2 & 0 & 0 & A_2-2\pi^2m\nu^2 & 0 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 & 0 & A_3-2\pi^2m\nu^2 \end{vmatrix} = 0. \tag{13}$$

Durch leichte Umformung erkennt man, daß diese Determinante in das Produkt der drei zweigliedrigen zerfällt:

$$\begin{vmatrix} A_1-2\pi^2M\nu^2 & C_1 \\ C_1 & A_1-2\pi^2m\nu^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} A_2-2\pi^2M\nu^2 & C_2 \\ C_2 & A_2-2\pi^2m\nu^2 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} A_3-2\pi^2M\nu^2 & C_3 \\ C_3 & A_3-2\pi^2m\nu^2 \end{vmatrix} = 0. \tag{14}$$

Man sieht ferner aus (12), daß für ooo und $\pi\pi\pi$:

$$A_1 = A_2 = A_3; \quad C_1 = C_2 = C_3$$

und für πoo und o$\pi\pi$:

$$A_1 + A_2 = A_3; \quad C_1 + C_2 = C_3$$

wird. Man erhält deswegen für jedes der beiden erstgenannten Wertetripel zwei Lösungen für ν^2 und für jedes der beiden anderen vier Lösungen, und zwar:

für ooo:

$$\nu_1 = 0, \quad \nu_2 = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{(M+m)(\alpha+2\beta)}{2mM}},$$

für $\pi\pi\pi$:

$$\nu_1, \qquad \nu_2 \quad \text{(wie oben)},$$

für πoo:

$$\begin{matrix}\nu_3 \\ \nu_4\end{matrix} = \frac{1}{2\pi\sqrt{Mm}}\sqrt{(M+m)(\delta+4\gamma) \pm \sqrt{(M+m)^2(\delta+4\gamma)^2+4Mm[(\alpha-2\beta)^2-(\delta+4\gamma)^2]}},$$

$$\begin{matrix}\nu_5 \\ \nu_6\end{matrix} = \frac{1}{2\pi\sqrt{Mm}}\sqrt{(M+m)\delta + \sqrt{(M+m)^2\delta^2+4Mm(\alpha^2-\delta^2)}}, \tag{15}$$

und für o$\pi\pi$:

$$\nu_3, \quad \nu_4, \quad \nu_5, \quad \nu_6 \quad \text{(wie oben)},$$

dabei bedeutet:

$$\delta = \alpha + 2\beta + 4\gamma = a(C_{11} + C_{44} - C_{12})\ [1]. \tag{16}$$

An diesen Lösungen mag im ersten Moment einiges auffällig erscheinen: zunächst daß für o o o eine von Null verschiedene Schwingungszahl auftritt, daß ferner für π o o zwei longitudinale und zwei transversale Wellen vorhanden sind, daß die Lösungen für π o o und für o$\pi\pi$ zusammenfallen usw. Die Verhältnisse werden aber sofort klar, wenn man die sechs homogenen linearen Gleichungen in U, V, W und u, v, w betrachtet, deren Säkulargleichung (11) ist. Die Lösung $\nu = 0$ braucht als trivial wohl nicht besprochen zu werden. Für $\nu = \nu_2$ werden die eben erwähnten Gleichungen, wenn man für die A und B ihre Werte aus (12) einführt und die entsprechenden Kürzungen vornimmt:

$$MU + mu = 0,$$

1) Nicht zu verwechseln mit der von Born und v. Kármán eingeführten Größe δ, die sie später gemäß der oben besprochenen Vereinfachung $= 0$ setzen.

$$MV + mv = 0,$$
$$MW + mw = 0.$$

U und u, V und v, W und w haben entgegengesetztes Vorzeichen, zwei benachbarte Gitterpunkte schwingen in entgegengesetzter Phase; diese Lösung, kombiniert mit dem Wertetripel 0 0 0 für $\varphi\psi\chi$, stellt also nicht eine Schwingung nach I, sondern nach Kategorie IV dar. Umgekehrt erhält man auch für das Wertetripel $\pi\pi\pi$ und $\nu = 0$ Gleichungen, die bedingen, daß U und u .... verkehrtes Vorzeichen haben, so daß also eine reine Verschiebung nach I resultiert.

Es stellen also die Lösungen

$$\left.\begin{matrix} 0\,0\,0 \\ \pi\pi\pi \end{matrix}\right\} \nu_1$$

und

$$\left.\begin{matrix} 0\,0\,0 \\ \pi\pi\pi \end{matrix}\right\} \nu_2$$

je ein Paar identischer Schwingungen dar. Ebenso läßt sich zeigen, daß die zu denselben ν-Werten gehörigen Lösungen für $\pi 0 0$ und $0 \pi\pi$ jedesmal dieselben Schwingungen darstellen, und zwar:

für ν_3 eine longitudinale Schwingung nach II,
„ ν_4 „ transversale „ „ III,
„ ν_5 „ longitudinale „ „ III,
„ ν_6 „ transversale „ „ II.

Man sieht demnach, daß die Anzahl der Grenzschwingungen dieselbe geblieben ist wie beim einatomigen Gitter, nämlich fünf, abgesehen von $\nu = 0$. Für $M = m$ gehen Gleichung (15) über in:

$$\left.\begin{aligned} \nu_2 &= \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\alpha + 2\beta}{m}}, \\ \nu_3 &= \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\alpha + 4\gamma}{m}}, \\ \nu_4 &= \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{2\beta + 4\gamma}{m}}, \\ \nu_5 &= \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\alpha + \beta + 2\gamma}{m}}, \\ \nu_6 &= \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\beta + 2\gamma}{m}}. \end{aligned}\right\} \quad (17)$$

Diese Gleichungen sind natürlich ganz identisch mit den von Born und v. Kármán aufgestellten [l. c., Gl. (20)], wenn man die dort auftretenden Größen δ gemäß der wiederholt erwähnten Annahme $= 0$ setzt (außerdem tritt in den zitierten Gleichungen noch der Faktor 2π auf, weil Born und v. Kármán unter ν die Schwingungszahl in 2π sec verstehen).

Für Substanzen, die aus nicht sehr verschieden schweren Atomen bestehen, wie z. B. KCl, werden demnach auch die numerischen Werte der aus den neuen Formeln (15) gerechneten Grenzschwingungszahlen von den bei Born und v. Kármán angegebenen nur wenig abweichen. Selbst für $NaCl$ (23 : 35,5) sind die durch die zweiatomige Rechnung herbeigeführten Änderungen, wie die folgende Tabelle zeigt, ganz unwesentlich.

Tabelle 1.

Grenzschwingungen für Steinsalz.

	nach (15)	nach (17)	beob.
λ_2	83,4 μ	85,5 μ	
λ_3	54,4	58,7	54 μ
λ_4	82,6	77,8	
λ_5	66,5	67,4	87
λ_6	111	110	

Es sind hier die den einzelnen Grenzschwingungen entsprechenden Reststrahlenwellenlängen angegeben. Die in der dritten Spalte enthaltenen Werte stimmen mit den von Born und v. Kármán in ihrer Tabelle angeführten Zahlen nicht vollkommen überein, obwohl sie aus genau derselben Formel berechnet sind; das kommt daher, daß die der Rechnung zugrundegelegten Materialkonstanten (die weiter unten bei den spezifischen Wärmen ausführlich verzeichnet sind), nicht genau dieselben sind, wie die von den beiden genannten Autoren verwendeten. — Die Übereinstimmung mit den aus den Reststrahlen- und Dispersionsbeobachtungen gewonnenen Werten ist eine gute.

Wie schon angedeutet, haben Born und v. Kármán auf Grund ihres eindimensionalen Modells die Vermutung ausgesprochen, daß sich für Raumgitter vom Typus Fig. 1 zwei getrennte Spektralbereiche ergeben werden, wobei die Grenzschwingungen des einen die ultraroten und jene des anderen die ultravioletten Eigenfrequenzen des festen Körpers liefern würden. Tatsächlich ergeben sich, wie sofort gezeigt werden wird, stark divergierende Werte unter den ν_1 bis ν_5, wenn m gegen M sehr klein ist, das wäre etwa der Fall für ein Gitter, dessen Punkte abwechselnd mit Atomen und Elektronen besetzt ist. Wenn wir uns also diesmal einen einatomigen Kristall, etwa Cu, nach Fig. 1 gebaut vorstellen, so daß die Punkte M Cu-Atome, die Punkte m Elektronen darstellen, dann könnten die Formeln (15) die ultraroten und ultravioletten Eigenfrequenzen des Kupfers liefern. Denn wenn wir $m : M$ gegen 1 vernachlässigen, dann gehen Gleichung (15) über in

$$\left.\begin{aligned} \nu_2 &= \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{\alpha+2\beta}{2m}}, \\ \nu_3 &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2(\delta+4\gamma)}{m}}, \\ \nu_4 &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(\delta+4\gamma)^2-(\alpha-2\beta)^2}{M(\delta+4\gamma)}}, \\ \nu_5 &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2\delta}{m}}, \\ \nu_6 &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\delta^2-\alpha^2}{M\delta}}. \end{aligned}\right\} \quad (15')$$

Von diesen fünf Frequenzen sind ν_2, ν_3, ν_5 sehr groß, so daß sie einer ultravioletten Schwingung entsprechen, während ν_4 und ν_6 ins Ultrarot fallen. Die numerischen Werte der aus (15′) folgenden Eigenwellenlängen für *Cu* sind:

$$\lambda_3 = 2670 \text{ Å.},$$
$$\lambda_5 = 1900 \text{ Å.},$$
$$\lambda_4 = 82.5\ \mu,$$
$$\lambda_6 = 116\ \mu,$$

Man sieht also ganz deutlich, wie aus den elastischen Konstanten und den Molekül- und Elektronenmassen ganz eindeutig Grenzschwingungen hervorgehen, von denen ein Paar im Ultrarot und ein Paar im Ultraviolett liegen. Leider existieren über die Eigenfrequenzen von *Cu* keine Angaben, so daß man nicht nachprüfen kann, ob die Sache auch quantitativ stimmt. — In den Formeln (15′) ist übrigens auch die von Haber[1]) angegebene Beziehung angenähert erfüllt, wonach die Eigenfrequenzen in den beiden Gebieten sich so verhalten, wie die Quadratwurzeln aus den Atom- und Elektronenmassen.

Trotzdem es nun im ersten Augenblick recht bestechend erscheint, daß man mit Hilfe der Raumgittervorstellung imstande ist, Eigenfrequenzen des festen Körpers zu rechnen, die gerade dort liegen, wo man sie nach der Dispersionstheorie zu erwarten hat, möchte ich doch auf dieses Resultat kein großes Gewicht legen, weil die Elektronenschwingungen wahrscheinlich intraatomistische Vorgänge sind und sich durch das einfache Schema Fig. 1 wohl nicht darstellen lassen werden.

1) F. Haber, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 1117, 1911.

(Schluß folgt im nächsten Heft.)

(Eingegangen 20. Dezember 1913.)

Aus der Annahme unabhängiger Lichtquanten folgt die Wiensche Strahlungsformel.

Von G. Krutkow.

Herr M. Wolfke hat in einer „Zur Quantentheorie" betitelten vorläufigen Mitteilung[1]) die Plancksche Strahlungsformel unter Voraussetzung einer atomistischen Struktur der Strahlung abgeleitet. Wie bekannt, wurde hingegen von Planck bei seinen Ableitungen dieser Strahlungsformel die letztere Voraussetzung nicht gemacht[2]). Andererseits hat Einstein die Grundvorstellungen seiner Lichtquantentheorie mit Hilfe der Wienschen Strahlungsformel gewonnen[3]). Berechnet man nämlich mit Hilfe dieser Formel die Abhängigkeit der Entropie einer Strahlung (von der Schwingungszahl ν und der Energie E_ν) von dem Volumen, so wird für die Differenz der Entropien des Volumens v und v_0 erhalten:

$$S - S_0 = \frac{E_\nu}{\beta\nu}\log\frac{v}{v_0}\ ^{4)}.$$

Wendet man nun den Einsteinschen Kunstgriff an[5]), d. h. berechnet aus dieser Entropiedifferenz die relative Wahrscheinlichkeit, so wird erhalten:

$$W = \left(\frac{v}{v_0}\right)^{\frac{E_\nu}{\beta k \nu}}\ ^{6)};$$

(k ist hier die auf ein Molekül bezogene Gaskonstante, β die zweite Konstante der Wienschen Strahlungsformel:

$$\varrho_\nu = \alpha\nu^3 e^{-\beta\frac{\nu}{T}}).$$

Dieser Ausdruck kann nun so interpretiert werden: die Strahlung setzt sich zusammen aus unabhängigen Lichtquanten von der Größe $\beta k\nu$. Aus der Planckschen Strahlungsformel berechnet sich dagegen — wie bekannt — eine wesentlich kompliziertere Abhängigkeit der Entropie vom Volumen, die nicht mehr der relativen Wahrscheinlichkeit einer Verteilung von unabhängigen Quanten über die Räume v und v_0 entspricht.

Ehrenfest hat auf folgendes hingewiesen[7]):

1) M. Wolfke, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 1123, 1215, 1913.
2) Man vergleiche insbesondere die §§ 141—143 der zweiten Auflage der Planckschen „Wärmestrahlung" mit § 148 der ersten.
3) A. Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 132, 1905.
4) A. Einstein, l. c., S. 139.
5) P. und T. Ehrenfest, Encykl. d. math. Wiss. IV 32, S. 84.
6) A. Einstein, l. c., S. 143.
7) In einem Vortrage, gehalten im April 1911 vor der Petersburger physikalischen Gesellschaft; auch P. Ehrenfest, Ann. d. Phys. **36**, 91, 1911.

stellt man die Grundannahmen der Einsteinschen Lichtquantentheorie zusammen:

(I.) Ein Resonator von der Schwingungszahl ν kann nur die Energiewerte haben: $0, h\nu, 2h\nu, \ldots$,

(II.) Diese Energiewerte kommen durch Aneinanderlagerung elementarer, voneinander unabhängiger Energiebeträge $h\nu$ zustande,

(III.) Existenz der Lichtquanten im materiefreien Raume

und berücksichtigt das Plancksche Verfahren zur Ableitung seiner Strahlungsformel, so kann man sich überzeugen, daß die Einsteinsche Theorie sich nicht nur durch die Annahme (III), sondern schon durch Annahme (II) von der Planckschen trennt[1]). Auf dasselbe wurde auch von Natanson hingewiesen[2]). Joffé hat auch mehrmals die Überzeugung ausgesprochen, daß man bei Annahme einer atomistischen Struktur der Strahlung zur Planckschen Strahlungsformel nur mittels einer Assoziation der Lichtquanten kommen kann[3]).

Man durfte vermuten: aus den Annahmen der Einsteinschen Lichtquantentheorie folgt die Wiensche Strahlungsformel.

Auch die Betrachtung der Einsteinschen Schwankungen[4]) liefert eine Stütze für diese Vermutung. Betrachtet man nämlich ein ebenes, die Schwingungszahl ν vollkommen reflektierendes Molekül, das nur senkrecht zu seiner Ebene beweglich ist und die mittlere Energie $\frac{kT}{2}$ besitzt, und setzt für das mittlere Quadrat der Impulsschwankung, die von der Strahlung während der Zeit τ dem Molekül mitgeteilt wird:

$$\frac{1}{c}\varrho_\nu h\nu \cdot d\nu \cdot \tau,$$

was aus der Lichtquantentheorie folgt, so wird die Wiensche Strahlungsformel erhalten.

Wir wollen aber nun noch explizit zeigen, daß ein den Grundannahmen (I) und (II) der Lichtquanten- oder besser Lichtatomtheorie[5]) genügendes kombinatorisches Verfahren wirklich die Wiensche und nicht die Plancksche Strahlungsformel liefert.

Um unsere Wahrscheinlichkeitsansätze präzis formulieren zu können, wollen wir ein Urnenschema wählen. Wir werden die „Resonatorenterminologie" gebrauchen; man kann aber „Resonator" durch „Eigenschwingung" ersetzen.

§ 1. Das Urnenschema und seine Deutung. In einer Urne befindet sich die große Zahl Kugeln P. N von diesen Kugeln, die wir „farbige" Kugeln nennen wollen, haben alle Farben des Spektrums und repräsentieren die Resonatoren aller Schwingungszahlen. Auf die Farbe $(\nu, \nu + d\nu)$ entfallen N_ν Kugeln (Resonatoren), so daß

$$N = \sum_\nu N_\nu .$$

Die übrigen $P - N$ Kugeln sollen etwa schwarz sein.

Wir machen nun P Züge, wobei wir nach jedem Zuge die gezogene Kugel nach Anschreibung ihrer Farbe in die Urne zurücklegen. Das $p$malige Erscheinen einer Kugel von der Farbe $(\nu, \nu + d\nu)$ soll bedeuten, daß das Schwingungszahlenintervall $(\nu, \nu + d\nu)$ p Quanten $h\nu$ erhält. Das Erscheinen einer schwarzen Kugel liefert keinen Beitrag zur Quantenzahl. Diese Kugeln sind nur eingeführt, um die Variabilität der Gesamtquantenzahl zum Ausdruck zu bringen. Es ist nämlich, auch bei gegebener Totalenergie, die Gesamtquantenzahl nicht gegeben, sondern variiert bei jeder Verwandlung der Strahlung, z. B. bei Überführung einer bestimmten Energiemenge aus dem roten Teil des Spektrums in den violetten.

Unser Schema genügt den Annahmen (I) und (II) der Einsteinschen Lichtatomtheorie:

(I.) Eine bestimmte „farbige" Kugel kann $0, 1, 2, \ldots$ mal erscheinen; ein Resonator von der Schwingungszahl ν kann nur die Energiewerte besitzen: $0, h\nu, 2h\nu, \ldots$

(II.) Wir rechnen jedes Erscheinen einer farbigen Kugel als besonderes Ereignis an und haben es so eingerichtet, daß diese Ereignisse „unabhängige Ereignisse" sind; die Energiewerte kommen durch Aneinanderlagerung der unabhängigen Energiebeträge $h\nu$ zustande.

Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Kugel von der Farbe $(\nu, \nu + d\nu)$ gezogen wird, d. h. das Intervall $(\nu, \nu + d\nu)$ ein Quant $h\nu$ erhält, ist $\frac{N_\nu}{P}$; die Wahrscheinlichkeit des Erscheinens einer schwarzen Kugel ist $1 - \frac{N}{P}$.

§ 2. Die Wahrscheinlichkeiten. Wir wollen die vorgegebene Totalenergie des Resonatorensystems erst später als Nebenbedingung hinschreiben, wie man es in der Gasstatistik gewohnt ist. Hier müssen wir also noch voraussetzen, daß ein Intervall $(\nu, \nu + d\nu)$ auch eine

1) P. Ehrenfest, l. c., S. 110 und 113.

2) L. Natanson, diese Zeitschr. 12, 659, 1911.

3) A. Joffé, Ann. d. Phys. 36, 534, 1911; siehe auch Journ. d. Russ. Phys.-Chem. Ges. 1910, 1912.

4) A. Einstein, Verh. d. D. Phys. Ges. 11, 482, 1909; A. Einstein und L. Hopf, Ann. d. Phys. 33, 1105, 1910.

5) Wir unterscheiden die Plancksche Theorie von der Einsteinschen durch die Bezeichnungen „Lichtstufentheorie" für die erstere, „Lichtatomtheorie" für die zweite.

beliebig große Zahl von Quanten $h\nu$ besitzen kann. Unser Schema aber liefert als maximale Quantenzahl, die ein Schwingungszahlenintervall erhalten kann, P — die Zahl der Züge. Wir müssen also P ins Unendliche wachsen lassen.

Die Wahrscheinlichkeit, daß bei den P Zügen P_0 schwarze Kugeln gezogen werden, ferner ω_1 Kugeln von der Farbe 1, ω_2 von der Farbe 2 usw., d. h. die Wahrscheinlichkeit der durch die ω_ν gegebenen Verteilung der Quanten über die Schwingungszahlen ist:

$$W = \frac{P!}{P_0!\,\omega_1!\,\omega_2!\ldots\omega_\nu!\ldots}\left(1-\frac{N}{P}\right)^{P_0}\cdot\left(\frac{N_1}{P}\right)^{\omega_1}\left(\frac{N_2}{P}\right)^{\omega_2}\cdots\left(\frac{N_\nu}{P}\right)^{\omega_\nu}\cdots \qquad (a)$$

Läßt man nun P ins Unendliche gehen, so wird, wie aus der Theorie der Schwankungen bekannt ist[1]), W gleich:

$$W = e^{-(N_1+N_2\ldots+N_\nu+\ldots)}\frac{N_1^{\omega_1}N_2^{\omega_2}\ldots N_\nu^{\omega_\nu}\ldots}{\omega_1!\,\omega_2!\ldots\omega_\nu!\ldots} \qquad (a_1)$$

oder:

$$W = \prod_\nu e^{-N_\nu}\frac{N_\nu^{\omega_\nu}}{\omega_\nu!}. \qquad (a_2)$$

Es zerfällt also die „polychromatische" Wahrscheinlichkeit in ein Produkt „monochromatischer". Der Faktor

$$e^{-N_\nu}\frac{N_\nu^{\omega_\nu}}{\omega_\nu!}$$

ist die Wahrscheinlichkeit, daß das Intervall $(\nu, \nu + d\nu)$ ω_ν Quanten erhält[2]). Läßt man das bedeutungslose e^{-N_ν}, das nur bewirkt, daß die Summe der W gleich 1 wird, weg, so kann gegenübergestellt werden:

Plancksche Lichtstufentheorie

$$\frac{(N_\nu+\omega_\nu-1)!}{(N_\nu-1)!\,\omega_\nu!}\ ^{3)},$$

Einsteinsche Lichtatomtheorie

$$\frac{N_\nu^{\omega_\nu}}{\omega_\nu!}. \qquad (a_3)$$

Ist uns bekannt, daß ω_ν Quanten in das Intervall $(\nu, \nu + d\nu)$, d. h. auf die N_ν Resonatoren fallen, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß der erste Resonator $\omega_{\nu 1}$ Quanten erhält, der zweite $\omega_{\nu 2}$ usw., gegeben durch

$$w = \frac{\omega_\nu!}{\omega_{\nu 1}!\,\omega_{\nu 2}!\ldots\omega_{\nu N_\nu}!}\left(\frac{1}{N_\nu}\right)^{\omega_\nu}. \qquad (b)$$

An dieser Formel sieht man die Analogie mit der gewöhnlichen Molekülkombinatorik am deutlichsten.

Ehrenfest[1]) hat den Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit angegeben, die zur Wienschen Spektralformel führt. Es werden die N_ν Resonatoren des Intervalls $(\nu, \nu + d\nu)$ (unter der Voraussetzung (I)) über die Punkte 0, $h\nu$, $2h\nu$, ... der „Energielinie" verteilt. Die Grundlagen der Planckschen Formel sind, wie bekannt, die folgenden[2]): die Punkte 0, $h\nu$, $2h\nu$, ... müssen mit gleichen Gewichten A belegt werden. Die Wahrscheinlichkeit einer Verteilung:

$$a_0,\ a_1,\ a_2,\ \ldots \qquad (\Sigma a_r = N_\nu)$$

ist

$$\mathfrak{W} = \frac{N_\nu!}{a_0!\,a_1!\,a_2!\ldots}A^{N_\nu}.$$

Um die Wiensche Strahlungsformel abzuleiten, muß man die konsekutiven Punkte mit den Gewichten belegen:

$$\frac{1}{0!},\quad \frac{1}{1!},\quad \frac{1}{2!},\quad \ldots$$

$$\mathfrak{W} = \frac{N_\nu!}{a_0!\,a_1!\,a_2!\ldots}\left(\frac{1}{0!}\right)^{a_0}\left(\frac{1}{1!}\right)^{a_1}\left(\frac{1}{2!}\right)^{a_2} \qquad (c)$$

Wir werden nun die Formel (c) aus unseren Formeln (b) und (a_3) herleiten.

Bezeichnen wir die N_ν Zahlen $\omega_{\nu 1}$, $\omega_{\nu 2}$, ... $\omega_{\nu N_\nu}$ der Formel (b) mit α, β, γ, ... und fragen nach der Wahrscheinlichkeit $\mathfrak{w}$, daß **irgendein** Resonator α Quanten hat, **irgendein** anderer β Quanten usw., wobei

$$\alpha + \beta + \gamma + \ldots = \omega_\nu$$

gegeben ist, so wird $\mathfrak{w}$ erhalten durch Multiplikation von w (b) mit der Zahl der Permutationen aus N_ν Elementen. Sind in der Reihe

$$\alpha,\ \beta,\ \gamma,\ \ldots$$

a_0 Zahlen gleich 0, a_1 gleich 1, a_2 gleich 2 usw., d. h. haben a_0 Resonatoren die Energie 0, a_1 die Energie $h\nu$ usw., so ist diese Zahl der Permutationen gleich:

$$\frac{N_\nu!}{a_0!\,a_1!\,a_2!},$$

also

$$\mathfrak{w} = \frac{N_\nu!}{a_0!\,a_1!\,a_2!}\,\frac{\omega_\nu!}{(0!)^{a_0}(1!)^{a_1}(2!)^{a_2}\ldots}\left(\frac{1}{N_\nu}\right)^{\omega_\nu}.$$

---

1) L. v. Bortkewitsch, Das Gesetz der kleinen Zahlen, Leipzig 1898, S. 1; M. v. Smoluchowski, Boltzmann-Festschrift 1904, S. 626.

2) Das kann auch direkt abgeleitet werden: die Wahrscheinlichkeit, daß bei den P Zügen ω_ν und nur ω_ν Kugeln von der Farbe ν gezogen werden, ist:

$$\frac{P!}{\omega_\nu!\,(P-\omega_\nu)!}\left(\frac{N_\nu}{P}\right)^{\omega_\nu}\left(1-\frac{N_\nu}{P}\right)^{P-\omega_\nu},$$

und das gibt für $\lim P = \infty$:

$$e^{-N_\nu}\frac{N_\nu^{\omega_\nu}}{\omega_\nu!}.$$

3) Hier bedeutet ω_ν gewiß nicht eine Zahl der Quanten. M. Planck, Wärmestrahlung, II. Aufl., §§ 141—143.

1) P. Ehrenfest, l. c., S. 108.

2) M. Planck, Vorles. über die Theorie d. Wärmestrahlung, II. Aufl., S. 122, 136.

Dieser Ausdruck findet sich schon in der zitierten Abhandlung von Natanson[1]). Multiplizieren wir noch $\mathfrak{w}$ mit der Wahrscheinlichkeit, daß ω_ν Quanten den N_ν Resonatoren zufallen, d. h. mit (a_3), so wird der von Ehrenfest angegebene Ausdruck erhalten:

$$\mathfrak{W} = \frac{N_\nu!}{a_0!\, a_1!\, a_2! \ldots} \left(\frac{1}{0!}\right)^{a_0} \left(\frac{1}{1!}\right)^{a_1} \left(\frac{1}{2!}\right)^{a_2} \cdot \qquad (c)$$

§ 3. Herleitung der Wienschen Strahlungsformel. In üblicher Weise finden wir die wahrscheinlichste Verteilung bei gegebener Totalenergie E, wenn wir die Verteilung ω_ν bestimmen, die $\log W$ (a_2) zu einem Maximum macht bei der einzigen Nebenbedingung:

$$E = \sum_\nu E_\nu = \Sigma \omega_\nu \cdot h\nu .$$

Ist Λ der Lagrangesche Multiplikator dieser Nebenbedingung, so wird erhalten:

$$\frac{\omega_\nu}{N_\nu} = e^{-\Lambda h \nu}.$$

$\frac{\omega_\nu}{N_\nu}$ ist die mittlere Zahl der Quanten, die auf einen Resonator der Schwingungszahl ν fallen. Die mittlere Energie dieses Resonators ist:

$$\bar{U}_\nu = h\nu \frac{\omega_\nu}{N_\nu} = h\nu \cdot e^{-\Lambda h \nu} .$$

Damit haben wir die Wiensche Strahlungsformel gewonnen. Λ läßt sich wohl am besten bestimmen, wenn man zu unserem System ein ideales Gas hinzufügt und unsere Nebenbedingung ersetzt durch die Gesamtenergie des zusammengesetzten Systems. Der Multiplikator dieser Nebenbedingung ist bekannt:

$$\Lambda = \frac{1}{kT}.$$

Gehen wir zur Energiedichte $\rho_\nu d\nu$ über, indem wir etwa von der Resonatorenterminologie zur Eigenschwingungsterminologie übergehen und für N_ν setzen: $\frac{8\pi\nu^2}{c^3} d\nu$, oder die Plancksche Beziehung[2]) heranziehen:

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \bar{U}_\nu,$$

so erhalten wir durch Integration die Gesamtenergie E und die Gesamtquantenzahl Z:

$$E = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{6 \cdot (kT)^4}{h^4},$$

$$Z = \frac{8\pi}{c^3} \cdot \frac{2(kT)^3}{h^3}.$$

1) L. Natanson, l. c., S. 661, Formel (11); H. A. Lorentz, diese Zeitschr. **11**, 1253, 1910; A. Sommerfeld, diese Zeitschr. **12**, 1066, 1911.

2) Planck, Vorles. über die Theorie d. Wärmestrahlung, I. Aufl., S. 124, Formel (194).

Das Verhältnis $\frac{E}{Z}$ ist das mittlere $h\nu$

$$\overline{h\nu} = \frac{E}{Z} = 3kT$$ [1]).

§ 4. Unser Schema muß radikal verändert werden, wenn man die Plancksche Formel erhalten will. Es darf nicht mehr der Annahme (II) genügen. Hat ein Resonator die Energie $2h\nu$, so bedeutet es gar nicht, daß er ein Lichtatom und dann noch eins erhalten hat. Will man die Grundlagen der „Lichtatomtheorie" festhalten, so muß man, wie Joffé bemerkt hat[2]), eine Assoziation der Quanten einführen. Man sieht das leicht ein, wenn man der Planckschen Formel die Gestalt gibt:

$$\frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} h\nu \sum_{r=1}^{\infty} e^{-r\frac{h\nu}{kT}}. \qquad (1)$$ [3])

Für die mittlere Energie des „Lichtmoleküls" erhält man leicht wieder $3kT$. Hingegen ist das mittlere $h\nu$ (Lichtatom) nach der Planckschen Formel gleich:

$$\overline{h\nu} = 0{,}9000 \ldots \times 3kT \qquad (2)$$ [4]).

Man könnte natürlich auch versuchen, den aus (1) bestimmten Assoziationsgrad aus besonderen Wahrscheinlichkeitsansätzen abzuleiten.

Zusammenfassend können wir sagen:

Sind die Annahmen (I) und (II) gemacht, so folgt aus ihnen mit Notwendigkeit die Wiensche und nicht die Plancksche Strahlungsformel.

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 143, 1905.
2) A. Joffé, Ann. d. Phys. **36**, 530, 1911.
3) Jun Ishiwara, diese Zeitschr. **13**, 1144, 1912.
4) H. A. Wilson, Phil. Mag. **20** (6), 123, 1910.

Leiden, Dezember 1913.

(Eingegangen 6. Januar 1914.)

Zur Frage der Intensitätsverteilung in den Röntgenstrahlen-Interferenzphotographien.

Von J. Kern.

Die obige Frage ist in letzter Zeit mehrfach erörtert worden. In dieser Zeitschrift haben die Herren Ewald, Ornstein und v. Laue zu ihr Stellung genommen.

Herr Ewald kommt (diese Zeitschr. **14**, 470, 1913) zu dem Resultat, daß unter Voraussetzung eines kontinuierlichen Spektrums von beschränkter Ausdehnung dessen Intensität innerhalb dieses Bereiches wenig variiert, die Zahl der Wellenlängen, die innerhalb dieses Bereiches Reflexionen 1-, 2-, . . . $p$ter Ordnung liefern, proportional dem Molekülreichtum der reflektieren-

den Kristallebene ist. Dieser Einfluß der Moleküldichte dürfte jedoch nur von sekundärer Bedeutung sein, da bei der geringen Ausdehnung der Spektra und der Schwächung der Reflexionen höherer Ordnungen durch Wärmebewegung (siehe Debye, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 857, 1913) in Wirklichkeit bei keiner Ebene mehr als zwei Ordnungen von Reflexionen beobachtbare Intensitäten haben dürften.

Auf einem ganz anderen Wege kommt Herr Ornstein (diese Zeitschr. **14**, 1230, 1913) zu demselben Resultat. Er berücksichtigt, daß nicht nur diejenige Wellenlänge, die der Beziehung $p\lambda = 2d\cos\vartheta$ genügt, sondern auch die ihr nahe benachbarten etwas zur Intensität in der Reflexionsrichtung beitragen, und integriert daher über ein schmales, $\lambda = \frac{2d\cos\vartheta}{p}$ umgebendes Bereich.

Herr v. Laue hat schließlich (diese Zeitschr. **14**, 1286, 1913) die Ableitung von Herrn Ornstein einer Kritik unterzogen. Er zeigt folgendes: Berücksichtigt man, daß bei der Reflexion von einer Ebene auch die der Reflexionsrichtung nahe benachbarten Richtungen noch merkbare Intensitäten zeigen, und daß bei der wirklichen Beobachtung die in diesem ganzen sehr kleinen Öffnungswinkel befindliche Energie gemessen wird, so ergibt sich allerdings für eine Ebene Proportionalität zur Molekülzahl N. Summiert man aber über alle n Parallelebenen, so erhält man Proportionalität zu Nn, d. i. zur Gesamtzahl der beleuchteten Moleküle, und vom Einfluß der Moleküldichte bliebe höchstens in dem von Herrn Ewald angedeuteten Sinn etwas übrig. Hierzu ist jedoch zu bemerken, daß Herr v. Laue die Integration über λ nicht ausgeführt hat.

Herr H. A. Lorentz hat nun in seiner Leidener Vorlesung Formeln für die Intensität der Flecken abgeleitet, die alle drei auszuführenden Integrationen berücksichtigen. Ich will in Anlehnung an diese Formeln zeigen, daß die Schwärzung der Flecken proportional dem Quadrat des Molekülreichtums der reflektierenden Kristallebene ist, und zwar werde ich dieses Resultat sowohl für Fraunhofersche Rechnungsweise als unter Berücksichtigung der Endlichkeit der Entfernungen Lichtquelle — Kristall — Aufpunkt ableiten.

I. Unendliche Entfernungen Lichtquelle — Kristall — Aufpunkt [1]).

Auf das kubische in der in Fig. (1) angedeuteten Weise orientierte Raumgitter (Gitterkonstante a) falle in der Richtung der x-Achse eine primäre ebene Röntgenerregung auf.

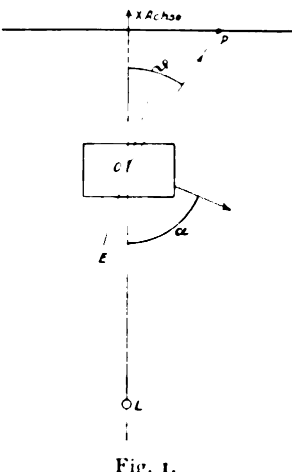


Fig. 1.

Der beleuchtete Teil des Kristalls sei parallelepipedisch; die Zahl der beleuchteten Moleküle in der X-, Y-, Z-Richtung N_1, N_2, N_3; ihre Gesamtzahl daher:

$$N_1 \cdot N_2 \cdot N_3 = Z.$$

Die Entfernungen $LO = l$, $OP = l'$ seien sehr groß (so daß wir Fraunhoferisch rechnen dürfen). Die Richtungscos. von OP seien u, v, w; die Polarkoordinaten von P in bezug auf O: l', ϑ, φ. Dann ist die Intensität in P:

$$S = \frac{\sin^2 \frac{1}{2} N_1 K a (1-u)}{\sin^2 \frac{1}{2} K a (1-u)} \cdot \frac{\sin^2 \frac{1}{2} N_2 K a v}{\sin^2 \frac{1}{2} K a v} \cdot \frac{\sin^2 \frac{1}{2} N_3 K a w}{\sin^2 \frac{1}{2} K a w},$$

worin $K = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Wählt man jetzt P so, daß es ein Maximum der Ordnungen $h_1 h_2 h_3$ — oder was dasselbe ist — der Reflexionspunkt von der Kristallebene $h_1 h_2 h_3$ ist, nennt man die dieser Reflexion entsprechende Wellenlänge $\lambda_0 \left(= 2d \sin\frac{\vartheta}{2}\right)$, und integriert man über ein kleines, λ_0 umgebendes Bereich sowie einen kleinen, OP umgebenden Öffnungswinkel, so erhält man:

$$I = \iiint \frac{i\,\psi}{l^2} S \sin\vartheta \, d\vartheta \cdot d\varphi \cdot dK.$$

Darin bedeutet i die spezifische Intensität von λ,

1) Aus einem Gespräch mit Herrn Debye erfahre ich, daß er dieselbe Frage in einer demnächst in den Annalen erscheinenden Abhandlung (inzwischen erschienen: Ann. d. Phys. (4) **43**, 49, 1914. D. Red.) erwähnt hat. Er gibt dort auch eine Ableitung der Lorentzschen Formel. Ich werde dieselbe daher hier nur andeuten.

ψ ist identisch mit der Laueschen Richtungsfunktion.

Durch Einführung geeigneter neuer Integrationsvariabeln, Bestimmung der Integrationsgrenzen und Berücksichtigung der Konstanz von ϑ und i innerhalb des kleinen Integrationsbereiches erhält man hieraus:

$$I = \frac{8\pi^3 i_0 \psi^2}{l^2 a^3 K_0^2 (1 - \cos\vartheta)} Z \qquad (1)$$

oder auch

$$I = \frac{2\pi i_0 \psi^2 \lambda_0^2}{l^2 a^3 (1 - \cos\vartheta)} Z. \qquad (2)$$

Dies ist die von Herrn Lorentz abgeleitete Formel.

Es seien nun $h_1 h_2 h_3$ die Millerschen Indizes von E, α der Winkel der Ebenennormalen mit der x-Achse, d der Abstand der nächstbenachbarten Parallelebene. Es ist

$$\vartheta = \pi - 2\alpha, \qquad \cos\vartheta = -\cos 2\alpha.$$

Das einfallende Spektrum sei kontinuierlich und erstrecke sich von 0 bis ∞, wobei natürlich merkbare Intensitäten nur in einem kleinen — etwa eine Oktave umspannenden — Bereich vorhanden sein können. Wir bezeichnen jene Wellenlänge, die der Reflexion p ter Ordnung entspricht, mit $\lambda_0^{(p)}$, die ihr entsprechende spezifische Intensität mit $i_0^{(p)}$. Ferner setzen wir: $\frac{2\pi\psi^2}{l^2} Z =$ einer Konstanten C.

Es ist $\lambda_0^{(p)} = \frac{2d\cos\alpha}{p}$, und wir erhalten aus (2):

$$I = \frac{C}{a^3} \cdot \frac{4d^2\cos^2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}\left(i_0^{(1)} + \frac{i_0^{(2)}}{2^2} + \frac{i_0^{(3)}}{3^2} + \cdots\right)^{1)}$$
$$= \frac{C}{a^3}\left(i_0^{(1)} + \frac{i_0^{(2)}}{2^2} + \cdots\right) d^2,$$

oder unter Berücksichtigung von

$$d = \frac{a}{\sqrt{h_1^2 + h_2^2 + h_3^2}}:$$

$$I = \frac{C}{a} \frac{1}{(h_1^2 + h_2^2 + h_3^2)} \sum_{p=1}^{p=\infty} \frac{i_0^{(p)}}{p^2}, \qquad (3)$$

also:

Die Intensität des Fleckes in der photographischen Platte ist proportional dem Quadrat des Molekülreichtums der reflektierenden Ebene.

Diese Aussage ist jedoch cum grano salis zu nehmen. Der Faktor $\sum \frac{i_0^{(p)}}{p^2}$ kann nämlich bei einem einigermaßen unregelmäßigen Spektrum für verschiedene Ebenen ganz verschiedene Werte annehmen und die glatte Proportionalität mit dem Quadrat des Molekülreichtums erheblich stören, so daß es selbst eintreten kann, daß molekülarme Ebenen viel stärker reflektieren als molekülreiche[1]). Wie Herr Wagner gezeigt hat (diese Zeitschr. **14**, 1232, 1913) kommen jedenfalls noch Reflexionen zweiter Ordnung in Betracht, doch könnten bei der langen Expositionsdauer der Röntgenogramme auch noch Reflexionen dritter Ordnung die Intensität beeinflussen. Die Schlüsse aus den Schwärzungen der Flecken auf die Kristallstruktur sind daher stets in dieser Richtung zu prüfen. Benutzt man wie Bragg eine sehr annähernd monochromatische Strahlung, so fallen natürlich diese Bedenken weg.

Berücksichtigt man noch die Schwächung der Intensität der Laue-Interferenzbilder durch Wärmebewegung, so wird obige Formel in einer Weise modifiziert, die die molekülreichen Ebenen noch mehr begünstigt. Nach Debye tritt bekanntlich infolge der Wärmebewegung der Moleküle mit wachsender Temperatur einerseits eine Intensitätsvermehrung des Hintergrundes, andererseits eine Schwächung der Intensität des Laue-Interferenzbildes auf, die durch Multiplikation desselben mit dem Faktor e^{-M} gegeben ist.

Dabei ist in unseren früheren Bezeichnungen:

$$M = \frac{4\pi^2 kT}{f} \cdot \frac{2(1 - \cos\vartheta)}{\lambda_0^{(p)2}} = \frac{4\pi^2 kT}{f} \frac{p_2}{d^2} =$$
$$= \frac{4\pi^2 kT}{f a^2} (h_1^2 + h_2^3 + h_3^2) p^2,$$

und es lautet (3) jetzt:

$$I = \frac{C}{a} \frac{1}{(h_1^2 + h_2^2 + h_3^2)} \sum_{p=1}^{p=\infty} \frac{i_0^{(p)}}{p^2} e^{-\left(\frac{4\pi^2 kT}{f a^2}\right)(h_1^2 + h_2^2 + h_3^2) p^2}. \qquad (4)$$

Wir haben also erhalten:

1. Die Kristallebenen reflektieren proportional dem Quadrat ihres Molekülreichtums und einem Faktor der von der Intensitätsverteilung des Spektrums und der Wärmebewegung abhängt.

2. Die Größe des Exponenten ihres Debyeschen Schwächungsfaktors ist umgekehrt proportional dem Quadrat ihres Molekülreichtums, so daß der Einfluß der Wärmebewegung um so schwächer ist,

1) Der Ansatz, daß man die Reflexionen der verschiedenen Ordnungen so behandeln kann, als ob sie nicht interferieren würden, ist bekanntlich dadurch zu rechtfertigen, daß bei der Integration über eine zur Intensitätsmessung erforderliche Zeit und Mittelwertsbildung die sin-Produkte ungleicher Frequenzen Null ergeben.

1) Vermutlich ist allerdings bei den Röntgenphotographien, mit seltenen Ausnahmen, nur die „zerstreute" Strahlung wirksam, die ein regelmäßig verlaufendes Spektrum besitzt.



je molekülreicher die betreffende Ebene ist. (Vgl. hierzu M. v. Laue, Deuxième Conseil de Physique Solvay 1913.)

Der Faktor C unserer Formel enthält Z, d. i. die Gesamtzahl der beleuchteten Moleküle, so daß Proportionalität mit dieser für alle Flecken in gleicher Weise besteht; hinzu tritt jedoch für jeden Fleck noch der von uns berechnete, durch die Indizes der reflektierenden Ebene bestimmte Faktor.

Die obigen Formeln wurden für eine punktförmige Antikathode abgeleitet, doch ist es leicht ersichtlich, daß sie sich ohne weiteres auf eine Antikathode von nicht zu großer Ausdehnung anwenden lassen, wenn man dieselbe als ein Aggregat von Punkten auffaßt. Auch die Spezialisierung auf ein kubisches Raumgitter von besonderer Orientierung gegen den einfallenden Strahl ist für das Resultat von keiner Bedeutung. Eine andere Frage ist es, wie dasselbe durch Berücksichtigung der Endlichkeit der Entfernungen Lichtquelle—Kristall—Aufpunkt modifiziert werden könnte. Wir werden daher unser Resultat auch unter dieser Annahme ableiten.

II. Endliche Entfernungen Lichtquelle—Kristall—Aufpunkt.

Hier würde eine exakte Ausführung der Rechnung auf große Schwierigkeiten stoßen[1]). Man kann jedoch wesentliche Vereinfachungen einführen, wenn man sich auf Ebenen von nicht sehr großer Molekülarmut beschränkt. In diesem Falle kann man, um die Amplitude in P zu erhalten, die durch Zusammenwirken der Moleküle einer Kristallebene entsteht, das Problem behandeln, wie das der Reflexion von einem Spiegel. Man kann in E eine Einteilung in Fresnelsche Zonen ausführen und zeigen, daß für P nur die erste Zone AA' (Fig. 2), deren Fläche $= \frac{\pi}{\cos\alpha}\frac{ll'\lambda}{l+l'}$ ist, in Betracht kommt. Es ergibt sich dann für die von einer Ebene herrührende Amplitude:

$$\frac{A\psi n}{(l+l')}\cdot\frac{2\pi}{\cos\alpha}\sin K(ct-l-l'),$$

worin n die Moleküldichte der Ebene E angibt. Berücksichtigt man nun die übrigen, zu E parallelen Ebenen des Kristalls, berücksichtigt man ferner wiederum, daß es in P ein λ_0 gibt, das die Maximalintensität liefert, daß es aber

1) Die Rechnung unter Berücksichtigung der Endlichkeit der Entfernung Antikathode—Kristall, wobei jedoch die Entfernung Kristall—Aufpunkt als ∞ angenommen wird, findet sich in der Arbeit von M. v. Laue und F. Tank: „Gestalt der Interferenzpunkte bei Röntgenstrahleninterferenzen", Ann. d. Phys. **41**, Heft 5). Durch Berücksichtigung der Endlichkeit beider Entfernungen würde sich die Rechnung sehr komplizieren.

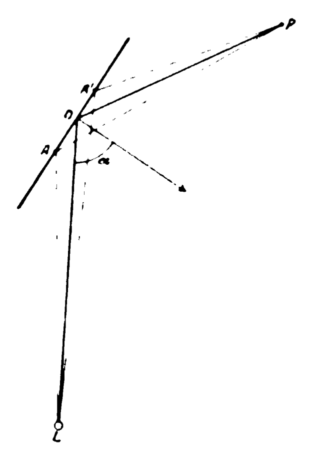


Fig. 2.

einer Integration über λ bedarf, um die Totalintensität in P zu erhalten, so ergibt sich nach Lorentz:

$$I_P = \frac{4\pi^3 i n^2 s \psi^2}{K^2(l+l')^2\cos^3\alpha\cdot\triangle}, \qquad (5)$$

worin s die Zahl, $\triangle$ den kürzesten Abstand der Parallelebenen bedeutet.

Führt man hierin für $s\triangle \ldots D$, d. i. die Dicke des Kristalls in der Richtung der Ebenennormalen ein und für $K\ldots$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\triangle\cos\alpha},$$

so erhält man:

$$I_P = \frac{4\pi i\psi^2}{(l+l')^2}\cdot\frac{D}{\cos\alpha}\cdot n^2. \qquad (6)$$

$\frac{D}{\cos\alpha}$ ist eine langsam veränderliche Gestaltsfunktion, man kann also auch hier:

$$\underline{I_P \sim n^2}$$

setzen.

Berechnet man die gesamte in dem durch das von L ausgehende Lichtbündel erzeugten Fleck befindliche Energie, so ergibt sich mit — hier gestatteter — Vernachlässigung der am Rande abgebeugten Energie:

$$E_F = \frac{4\pi^3 i\psi^2}{(l+l')^2}\frac{DF}{\cos\alpha}\cdot n^2 \;{}^{1)}.$$

Nennt man den Querschnitt des Bündels in O Σ, so wird:

$$F = \frac{(l+l')^2}{l^2}\Sigma$$

und:

$$E_F = \frac{4\pi^3 i\psi^2}{l^2}D\cdot\frac{\Sigma}{\cos\alpha}n^2 = \frac{4\pi^3 i\psi^2 V}{l^2}\cdot n^2,$$

1) Innerhalb des Fleckes ist I_P bis auf Größen zweiter Ordnung konstant.

(V = beleuchteter Teil des Kristalls) — also wie nach der Anmerkung selbstverständlich auch proportional zu n^2.

(Eingegangen 26. Dezember 1913.)

Über einige Erscheinungen beim Durchgang von harten Röntgenstrahlen durch Körper.[1])

Von J. Laub.

Es sei gestattet, im folgenden einige Beobachtungen kurz zu beschreiben, die, wenn sie auch qualitativer Natur sind, mit Rücksicht auf die zur Diskussion stehenden Probleme, ein gewisses Interesse haben[2]).

Vor einiger Zeit wurde in einer Notiz in dieser Zeitschrift (**14**, 1209, 1913) von mir darauf hingewiesen, daß dicke Schwefel- und Holzkohlenplatten eine sehr homogene, harte Eigenstrahlung emittieren. Es wurde ferner auch die Vermutung ausgesprochen, daß diese Strahlen vielleicht beim Durchgang durch Materie Interferenzerscheinungen zeigen. Um diese Vermutung zu prüfen, ließ ich zuerst Röntgenstrahlen, die durch Holzkohle (Kahlbaum) gegangen sind, auf eine photographische Platte fallen. Es war mir von Anfang an klar, daß irgendwelcher Erfolg nur dann zu erwarten war, wenn die Platten ziemlich stark sind. Denn ich konnte mich überzeugen, daß die homogene Eigenstrahlung der Kohle und des Schwefels mit der Dicke sehr stark zunimmt[3]). Ist es also richtig, daß die Röntgenstrahlen — wenigstens die Eigenstrahlen — eine Wellenlänge von 10^{-9} cm besitzen, wie es ja aus den grundlegenden Versuchen der Herren Friedrich, Knipping und Laue folgt, so war es nicht ausgeschlossen, daß die sehr kräftigen homogenen Eigenstrahlen, auch bei der Durchquerung amorpher Körper, insbesondere, wenn sie große Strecken zu durchwandern haben, interferenzartige Bilder liefern.

Als ich nun Kohlenplatten von etwa 5 mm Dicke den Röntgenstrahlen aussetzte, konnte ich trotz stundenlanger Exposition weder bei der Anwendung von harten, noch von weichen Röhren irgendwelche Beugung oder Interferenzerscheinung finden. Auf der Platte war nur der scharf umgrenzte Durchstoßungspunkt der Primärstrahlen zu sehen. Bemerkt muß werden, daß ich mit dem Elektrometer bei den dünnen Kohlenplatten eine homogene Eigenstrahlung nicht feststellen konnte.

Daraufhin wurden gleich Platten von 3 cm Dicke gewählt.

Die Kohlen und die photographischen Platten befanden sich in einem Bleikasten, dessen Wände 1 cm dick waren. Die Röntgenstrahlen hatten zuerst ein Diaphragma von 1 cm Durchmesser zu passieren, ferner zwei Öffnungen von 5 mm Durchmesser. Sämtliche Blenden waren in 1 cm dicke Bleischeiben gebohrt, so daß alles auf das sorgfältigste geschützt war. Der Abstand Antikathode—bestrahlter Körper betrug 30 cm

bestrahlter Körper — erste photographische Platte 2 cm,
bestrahlter Körper — zweite photographische Platte 4 cm,
bestrahlter Körper — dritte photographische Platte 6 cm.

Zur Anwendung gelangten Rapidröhren mit Wasserkühlung von Müller. Der Induktor wurde mit 110 Volt und 4 Amp. gespeist; zur Unterbrechung des Primärstroms diente ein Quecksilberturbinenunterbrecher. Als Aufnahmematerial wurden Lumière-Platten (Plaques radiographiques X) gebraucht, die mir hier allein zur Verfügung standen. Von Anfang an habe ich große photographische Platten (13—18) genommen. Die ersten Versuche sind mit einer harten Röhre ausgeführt worden.

Bereits nach einer Belichtungszeit von 100 Minuten erhielt ich auf der Platte ein Bild, das lebhaft an die bekannte „Haloerscheinung erinnert". In der Mitte ist der Durchstoßungspunkt der Primärstrahlen zu sehen, an den sich ein Kreis von abnehmender Schwärze anschließt, dann kommt ein heller scharfer Ring, dann ein breiter dunkler Ring und zum Schluß ein scharfer heller Ring[1]). Der Versuch wurde dreimal wiederholt.

Daraufhin ist eine 9 cm dicke Kohlenplatte der Wirkung von sehr harten Röntgenstrahlen ausgesetzt worden und außerdem wurde der Durchmesser der Blenden auf 2 mm verkleinert. Ich war sehr überrascht, nach einer Belichtungszeit von 100 Minuten auf der photographischen Platte folgendes zu sehen:

---

1) Erscheint aus äußeren Gründen verspätet. (D. Red.)

2) Ich veröffentliche meine Beobachtungen auch deshalb schon jetzt, weil ich weitere klärende Versuche erst nach Monaten vornehmen kann.

3) Anmerkung bei der Korrektur: Daß die harten Eigenstrahlen mit der Dicke des Körpers zunehmen und bei sehr dünnen Platten sich der Beobachtung entziehen ist leicht erklärlich. Denn damit eine meßbare Eigenstrahlung entsteht, muß eine bestimmte Energiemenge von den auslösenden Primärstrahlen an den Körper abgegeben werden, was bei harten Röntgenröhren nur dann eintreten kann, wenn die Primärstrahlen größere Strecken durchlaufen. Ist die emittierende Platte sehr dünn, so wird sehr wenig von den durchgehenden harten Primärstrahlen absorbiert und es entsteht auch eine verschwindend kleine Anzahl von Eigenstrahlen.

1) Es ist mir leider vorläufig unmöglich, hier eine Photometrierung der Photographien vorzunehmen.



Den Durchstoßungspunkt der Primärstrahlen umgeben von einem „Halo", ähnlich wie bei der Kohle von 3 cm und in einer Entfernung von 18 mm eine genaue Wiederholung des ersten Bildes, mit dem Unterschiede, daß der zweite Fleck kleiner und weniger intensiv war. Der Versuch wurde zweimal wiederholt, und zwar jedesmal mit drei hintereinander gestellten photographischen Platten. Eine Verlängerung der Expositionszeit auf 300 Minuten hat an der Erscheinung nichts geändert, nur waren die Flecke viel stärker geschwärzt als früher.

Ferner wurde eine 2 cm dicke Schwefelplatte den harten Röntgenstrahlen ausgesetzt. Auf der Platte waren außer dem Durchstoßungspunkte noch drei Flecke (Kreise), aber ohne Ringe zu sehen.

Um nun zu sehen, wie sich Metalle verhalten beim Durchgang von harten Röntgenstrahlen, habe ich Versuche mit einer Zinkplatte von der Dicke 0,6 mm, Kupfer 0,2 mm und Aluminium von 1 mm gemacht, wobei folgendes gefunden wurde: Der Durchstoßungspunkt ist umgeben von einem hellen Ring, von dem sich dunkle Striche in Form eines Sterns anschließen.

Die gefundenen Erscheinungen möchte ich auf Ablenkungen und Beugungen, die die ausgelösten Eigenstrahlen durch die Atome erleiden, zurückführen.

Folgende Tatsachen scheinen darauf hinzuweisen, daß die oben beschriebenen Beobachtungen hauptsächlich durch sekundäre Strahlen hervorgerufen werden, die durch die primären beim Durchgang durch den Körper ausgelöst werden.

a) Die Photographien wurden bei der Durchstrahlung der Kohle und des Schwefels mit harten Röhren erhalten, die harten Strahlen sind es aber auch, die in *C* und *S* eine sehr homogene Eigenstrahlung auslösen.

b) Bei den sehr dicken *C*- und *S*-Platten, die eine sehr intensive Eigenstrahlung emittieren, waren auch die Bilder sehr stark ausgeprägt.

c) Wurden hinter die erste photographische Platte dünne Glasscheiben gesetzt, so waren dadurch die Bilder bei Kohle und Schwefel auf den weiteren Platten fast ungeschwächt, entsprechend der großen Durchdringungsfähigkeit der Eigenstrahlung des *C* und *S*. Die bei der Durchstrahlung des *Zn* und *Cu* erzeugten „Sterne" waren sehr matt.

Buenos-Aires, Departemento de Fisica del Instituto Nacional del Profesorado Secundario, 1. Oktober 1913.

(Eingegangen 14. November 1913.)

Die optische Anisotropie der flüssigen Kristalle.

Von D. Vorländer.

(Mitteilung aus dem Chemischen Institut der Universität Halle a. S.)

An den flüssigen, oft gut entwickelten stäbchenförmigen Kristallen und an den flüssigen Kristallplatten von vielen organischen Verbindungen konnte ich mit den Hilfsmitteln, die auch bei festen Kristallen angewendet werden, nachweisen, daß die flüssigen Kristalle im allgemeinen eine Ähnlichkeit miteinander haben. Trotz der verschiedenen inneren Reibung der Flüssigkeiten und trotz der sehr verschiedenen Zusammensetzung der Substanzen als Alkalisalze, Säuren, Ester, Ketone, Azokörper, Azoxyverbindungen u. a. bleiben bestimmte Formen der flüssigen Kristalle die gleichen. Soweit die Untersuchung reicht, sind die flüssigen Kristalle organischer Verbindungen sämtlich optisch einachsig in ihren primären Formen. An dem umfangreichen Material von rund 900 chemischen Verbindungen, unter denen etwa 400 neue kristallinisch flüssige Substanzen aufgefunden wurden, ließ sich ermitteln, daß jener optisch einachsigen Form der flüssigen Kristalle bis zu einem gewissen Grade die Form der chemischen Moleküle[1]) entspricht: die Moleküle derjenigen Substanzen, welche optisch anisotrope flüssige Kristalle liefern, haben eine möglichst langgestreckte „lineare" Gestalt[2]). Es ergab sich ferner, daß außer der Gestalt auch die energetische, im besonderen die polare Beschaffenheit der chemischen Moleküle als wesentlich für den flüssig-kristallinen Zustand der Substanzen einzusetzen ist[3]). Man darf sagen, daß die Beziehungen zwischen Molekül und Kristall bei den Flüssigkeiten viel deutlicher zutage treten, als bei den festen kristallinischen Stoffen[4]), wenn auch bei den flüssigen Kristallen die geometrischen Verhält-

1) Da in kristallographischen und physikalischen Abhandlungen das Wort „Molekül" oft so viel bedeutet als „Kristallmolekül" im Sinne von Kristall-Elementarteilchen, so habe ich mit dem Ausdruck „chemisches Molekül" betonen wollen, daß ich das Wort Molekül nur im chemischen Sinne, und somit ohne Berücksichtigung der äußeren kristallinen oder amorphen Gestaltung des Stoffes anwende.

2) Vorländer, Ber. d. chem. Ges. **40**, 1970, 1907; **41**, 2035, 1908; „Kristallinisch-flüssige Substanzen", Stuttgart 1908.

3) Vorländer, Ber. d. chem. Ges. **43**, 3133, 1910; **43**, 3209, 1913.

4) Vgl. W. Voigt, Wied. Ann. **60**, 368, 1897; E. Riecke, Ann. d. Phys. (4) **3**, 545, 1900; Groth, Einleitung in die chemische Kristallographie, Leipzig 1904; Beckenkamp, Kinetische Kristalltheorie, phys.-med. Ges. Würzburg, 1911.

nisse dürftig sind oder fast gänzlich fehlen. Nach meinen Versuchen muß eine Theorie der flüssigen Kristalle die gleiche molekulare Grundlage haben, wie jede Theorie der festen Kristalle: Die langgestreckten chemischen Moleküle bilden durch Parallelrichtung, Aneinanderreihung und Nebeneinanderstellung Molekülbündel oder Molekülgruppen, die einerseits die polymorphen Verschiedenheiten hervorbringen, anderseits als Kristallkeime oder Kristallelementarteile wirken und schließlich die flüssigen, optisch einachsigen Kristalle erzeugen. Dabei mag wohl der Zusammenhalt der Moleküle in den flüssigen Molekülgruppen bzw. Kristallelementarteilen etwas weniger fest, und die Vereinigung der Molekülgruppen in den flüssigen Kristallen etwas lockerer sein, als bei den festen Stoffen.

Die angebliche Zweiachsigkeit von Kristalltropfen.

Im Gegensatz zu den oben skizzierten Ergebnissen meiner Versuche stehen einige Angaben von O. Lehmann, nach denen „die flüssigen Kristalle des *p*-Azoxyphenetols wahrscheinlich der sphenoïdischen Klasse des monoklinen Kristallsystems angehören (Achsenschiefe 60°, Schiefe der Indikatrix 45°)[1]." Dazu wird auf eine Abhandlung in den Annalen der Physik (4) **2**, 671, 678 und 696 [1900] hingewiesen. Wenn man nun diese und alle anderen Abhandlungen Lehmanns durchsucht — eine nicht sehr leichte Arbeit —, so findet man eine öftere Wiederholung jener Angabe und zur Begründung das folgende Verhalten von Kristalltropfen des *p*-Azoxyphenetols[2]):

„Der Umstand, daß in allen Fällen ein mehr oder minder dunkles Kreuz parallel den Nicoldiagonalen zu erkennen ist, weist jedenfalls darauf hin, daß die Symmetrie der Moleküle dem monosymmetrischen, nicht dem asymmetrischen System entspricht. Das rhombische System ist ausgeschlossen durch die schiefe Lage der Hauptschwingungsrichtungen gegen die Molekülkanten bei der obersten und untersten Molekülschicht, und optisch einachsige Systeme sind schon deshalb ausgeschlossen, weil sich keine Lage der flüssigen Kristalle auffinden läßt, in welcher dieselben einfach brechend wären."

An einer Stelle (diese Zeitschrift 13, 555, 1912) sagt Lehmann über das Verhalten der Tropfen im Magnetfelde:

„Die Segmente der sehr engen Farbenringe, die man anfänglich in der Nähe des Zentrums in den gelben Sektoren in dem Tropfen beobachtet (Fig. 11), werden mit zunehmender magnetischer Kraft immer weiter, und schließlich erscheint die ganze helle Scheibe in bunten Farben. Wäre, wie D. Vorländer u. a. annehmen, die Substanz optisch einachsig, so müßten die Tropfen nach Aufrichtung der Moleküle dunkel erscheinen, d. h. das schwarze Kreuz müßte sich immer mehr verbreitern, bis es schließlich die ganze Scheibe einnimmt. In Wirklichkeit ist genau das Gegenteil der Fall. Das Kreuz wird immer schmäler, eventuell verdreht wie in Fig. 12, und schließlich ganz unregelmäßig, während die Scheibe selbst hell mit unregelmäßig verteilten bunten Farben leuchtet."

Ein Blick auf die von Lehmann beigegebenen Figuren[1]) läßt erkennen, daß es sich um stark zirkular-polarisierende und pleochroitische Präparate handelt. Lehmann hat das an sich inaktive *p*-Azoxyphenetol durch Zusatz von Kolophonium bzw. Zucker u. a. optisch zirkular infiziert[2]). Die sämtlichen Farberscheinungen und Farbänderungen sind eine Folge von Pleochroismus und Zirkularpolarisation der Präparate; sie haben mit dem monosymmetrischen Kristallsystem und mit den „Molekülkanten" nichts zu tun. Lehmann hat über die Gestalt der Moleküle, obgleich er viel darüber geschrieben und gezeichnet hat, niemals etwas ermittelt. Ebenso sind für die Messung der „Achsenschiefe" und „Schiefe der Indikatrix" nicht die geringsten experimentellen Unterlagen in seinen Arbeiten enthalten. Was von Lehmann als Segmentfärbung der Tropfen beschrieben wird, habe ich an einheitlichen pleochroitischen, flüssigen Kristallplatten im konvergenten, polarisierten Licht beobachtet (diagonale Quadrantenfärbung) und als optisch einachsig nachgewiesen[3]).

Mag auch die Struktur jener Tropfen noch vielfach rätselhaft erscheinen, mit der Einachsigkeit der Kristalle des Azoxyphenetols ist das optische Verhalten der Tropfen wohl vereinbar.

Die angebliche Zweiachsigkeit von flüssigen Kristallplatten.

Im Jahre 1909 hat F. Wallerant eine kurze Mitteilung veröffentlicht „sur les liquides cristallisés biaxes"[4]). Er betrachtet *p*-Azoxyanisol zwischen zwei Glasplatten einmal beim Erhitzen und Schmelzen der festen Kristalle, ein andermal beim Erstarren und Abkühlen der amorphen Schmelze im konvergenten polarisierten Licht. Dann schreibt er über die Achsenbilder:

„Dans le premier cas, on voit des arcs de lemniscates colorées des plus nettes et une branche d'hyperbole, ligne neutre qui traverse le champ quand on peut tourner la préparation; dans la seconde orientation, la normale à la lame est moins inclinée sur l'un des axes optiques dont le pôle est sur le bord du champ et autour duquel tourne

---

1) O. Lehmann, Die Welt der flüssigen Kristalle, Leipzig 1911, S. 223 und 224; Flüssige Kristalle, Leipzig 1904, S. 60 und 61.

2) Ann. d. Phys. (4) **2**, 671, 1900.

1) Z. B. Ann. d. Phys. **2**, Tafel III und IV, Fig. 5, 8 und 9, 1900.

2) Vgl. Vorländer und Janecke, Zeitschr. f. phys. Chem. **85**, 697, 1913.

3) Zeitschr. f. phys. Chem. **83**, 723, 1913; W. Voigt, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 649, 1912; M. E. Huth, Diss., Halle 1909.

4) Compt. rend. **148**, 1291, 1909.

la ligne neutre. La seule différence constatée entre ces phénomènes et ceux fournis par les corps solides consiste en ce que les lignes neutres sont moins accentuées, ce qui provient d'irrégularités dans l'orientation."

Selten hat mich eine Mitteilung so überrascht wie die vorstehende. Unabhängig von Wallerant hatte ich gleichfalls das *p*-Azoxyanisol für sich und in Mischungen zwischen zwei Glasplatten auf Achsenbilder geprüft[1]) und war zu ganz anderen Resultaten gekommen: reines *p*-Azoxyanisol liefert beim Abkühlen der amorphen Schmelze keine Achsenbilder im flüssig-kristallinischen Zustande weder in dickeren noch in dünneren Platten zwischen Objektträger und Deckglas. Auch die künstliche Aufrichtung der kristallinisch flüssigen Platte durch mechanische Bearbeitung (Schieben, Klopfen, Drücken usw.) gelingt nicht bei dem *p*-Azoxyanisol. Dagegen beobachtet man Achsenbilder bei Präparaten des Azoxyanisols, welche durch Erhitzen während 5 Minuten auf 250° etwas braun gefärbt und zersetzt sind. Auch kann man die flüssigen Kristalle des Azoxyanisols in dünnen Platten (0,1—0,02 mm) durch Zusätze von Säuren u. a. aufrichten und teilweise ordnen[2]); gleichwohl bleiben sie trüb und wegen ihrer großen Dünnflüssigkeit immer etwas ungeordnet. Um die Knickungen flüssiger Kristalle zu studieren, habe ich vielfach andere liquokristalline Substanzen durch Zusatz von Azoxyanisol oder Azoxyphenetol dünner flüssig gemacht. Niemals entsteht eine zweiachsige flüssige Kristallplatte, sondern die an den Azoxyanisol-Präparaten zu beobachtenden Interferenzfiguren von flüssigen Kristallen entsprechen alle den optisch einachsigen Kristallen. Die Versuche sind mit demselben Resultat während der letzten Jahre oft wiederholt worden. Ich habe daher keinen Zweifel, daß die zweiachsigen flüssigen Kristalle des Azoxyanisols Wallerants ebenso in das Bereich der Irrtümer gehören, wie die monoklinen Kristalltropfen Lehmanns. Entweder hat Wallerant statt der flüssigen Kristalle unter dem Polarisationsapparat die feste Phase des Azoxyanisols beobachtet, die mit ihren zweiachsigen schönen Interferenzfiguren leicht zwischen die flüssigen Kristalle gerät — auch flüssige Pseudomorphosen der festen Kristalle sind vorhanden —, oder er hat die zum Teil wenig bekannten Interferenzfiguren von einachsigen Doppelplatten, welche bei vielen flüssigen Kristallen und besonders leicht bei den dünnflüssigen Azoxyanisol-Mischungen auftreten[1]), für optisch zweiachsig gehalten. Die „lignes neutres" und die eigenartigen Formen der durch Knickung der einachsigen flüssigen Kristalle entstehenden Interferenzfiguren können bei Drehung der Präparate und bei unvollständigen Bildern eine Ähnlichkeit mit zweiachsigen Formen aufweisen.

Lehmann hat Beobachtungen über Interferenzfiguren an flüssigen Kristallplatten seiner Präparate im konvergenten polarisierten Licht nicht angestellt. Er behauptet aber unter Hinweis auf die oben zitierte Mitteilung Wallerants, die Platten seien in Wirklichkeit zweiachsig, aus Molekülblättchen zusammengesetzt, deren „Molekülhauptachsen (Blättchenachsen) senkrecht zum Glase stehen, während die Nebenachsen völlig regellos gerichtet sind"[2]). Die Flächen der blättchenförmigen Moleküle sollen sich miteinander und mit der Glasfläche parallel richten, während Parallelrichtung der Kanten nicht stattfindet.

„Vielleicht genügt schon die thermische Bewegung, die Orientierung der Kanten zu einer unregelmäßigen und beständig wechselnden zu machen, während sie nicht zu hindern vermag, daß die Flächen parallel bleiben." „Hierauf weist namentlich eine von Ch. Mauguin (Compt. rend. **154**, 1359, 1912) gemachte Beobachtung über scintillierende Aggregatpolarisation bei pseudoisotropem *p*-Azoxyanisol hin, welches in Wirklichkeit optisch zweiachsig ist"[3]).

Man erkennt, daß diese Betrachtungen über die Natur der von mir als einachsig erwiesenen flüssigen Kristallplatten von Lehmann nur deswegen gemacht werden, um damit die angebliche Zweiachsigkeit des Azoxyanisols und Azoxyphenetols in Übereinstimmung zu bringen. Mauguin führt aber das Azoxyanisol nicht als zweiachsig an, sondern er stellt es in seiner Abhandlung ganz richtig mit den von mir entdeckten Estern als einachsig hin. Irgendwelche experimentelle Begründung für die Molekülblättchen hat Lehmann nicht geliefert. Meine Untersuchungen ergeben keinen Anhalt, daß die Blättchenform der Moleküle für die Entstehung flüssiger Kristalle wesentlich ist. Man kann ja blättchenförmige Moleküle leicht darstellen, deren Teile nach allem, was wir davon wissen, in einer Ebene liegen (Polysubstitutionsprodukte des Benzols). Ich habe gefunden, daß die flüssig-kristallinische Phase regelmäßig verschwindet, sobald die lineare Struktur durch Verzweigung in der Ebene sich

1) Zeitschr. f. phys. Chem. **61**, 169, 1907; Ber. **41**, 2048, 1908; Vorländer und Hauswaldt, Nova acta, Halle 1909.

2) Zeitschr. f. phys. Chem. **75**, 642, 1911; Däumer, Diss., Halle 1912.

1) Vorländer, Ber. d. chem. Ges. **41**, 2051, 1908; E. Dorn, Ann. d. Phys. (4) **29**, 553, 1909; Vorländer und Hauswaldt, a. a. O.

2) O. Lehmann, Verh. d. Naturwiss. Ver. Karlsruhe, 25. Bd., 1913; diese Zeitschr. **14**, 1130, 1913; Welt d. flüssigen Kristalle, S. 200.

3) Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 417, 1913.

der Blättchenstruktur nähert. Die Entstehung der einachsigen flüssigen Platten kann deshalb nicht in der Weise gedeutet werden, wie es Lehmann getan hat, sondern ich vertrete die Ansicht, daß jene nachweisbar langgestreckten Moleküle und Molekülbündel sich infolge ihrer polaren Beschaffenheit senkrecht auf die Ebene der Unterlage stellen, die aus Glas, Platin, Quarz (amorph, kristallisiert, senkrecht oder schief zur Achse geschnitten) oder auch aus Wasser bestehen kann. Wesentlich ist, daß solche flüssige Kristallplatten auf nur einer Ebene aufliegen und dabei vollständig klar und optisch leer sein können.

Die scintillierende Bewegung von Teilchen hängt mit der Zweiachsigkeit nicht zusammen; sie ist wohl eine Folge von ungleicher Erwärmung und von äußerer Erschütterung der kristallinischen Flüssigkeit. Bei der ultramikroskopischen Betrachtung liegen die Teilchen ganz friedlich da und bewegen sich nicht[1]).

Wenn die Energie der Moleküle imstande wäre, flüssige, optisch zweiachsige Kristallplatten zu bilden, so müßten solche Platten in zahlreichen Fällen beim Aufrichten, Knicken, Fließen und Schieben der Kristalle auch zur Beobachtung gelangen, zumal an dünnflüssigen Platten, deren Kristalle sich ziemlich unabhängig von der Adsorptionskraft der Unterlage entwickeln. Die zweiachsigen Platten erscheinen aber dort nicht. Die flüssigen Kristalle können bis zu Winkeln von 22—45° geknickt[2]) werden, auch schief zur Ebene der Unterlage stehen, und sie bleiben trotzdem einachsig. Wenn sie in Form von langen Blättchen oder Stäbchen parallel der Unterlage in beliebiger Richtung wachsen, so zeigen sie stets grade Auslöschung und keine konoskopischen Interferenzfiguren. Optisch zweiachsige Verzerrungen der einachsigen Kristalle treten natürlich auf bei kapillarer Spannung und Pressung von sehr zähflüssigen Kristallen (kristallinischen Harzen) zwischen Glasplatten, oder sekundär bei flüssigen Kristallen mittlerer Zähigkeit (Cholesterylchlorid, Mischungen von Cholesteryläthylkarbonat mit Cholesterylphenylurethan u. a.) durch senkrechten Schlag oder Stoß auf die einachsige Platte. Eine flüssige Kristallplatte kann in der Wärme, wenn die Kristalle noch dünner flüssig sind, einachsig sein, aber mit zunehmender Zähigkeit durch mechanische Einflüsse beim Erkalten zweiachsig werden. Dickere Platten sind oft einachsig, während dünnere Platten des gleichen Präparats zweiachsig werden.

1) Vorländer, Ber. d. chem. Ges. **41**, 2048, 1908; Zeitschr. f. phys. Chem. **85**, 701, 1913; Mauguin, a. a. O.

2) Die Winkel ergeben sich annähernd aus den Interferenzfiguren; Vorländer und Hauswaldt, a. a. O.

Daß die optisch einachsigen flüssigen Kristallplatten keinem Kristallsystem angehören oder überhaupt keine Kristalle sein sollen, wie Lehmann meint[1]), weil man unendlich viele Symmetrieebenen durch die Achse legen könne, vermag ich nicht anzuerkennen. Die Lehmannschen Ausdrücke „halbisotrop" oder „halbanisotrop" sind mystisch. Wir haben in den auf ruhendem Wasser sich bildenden, fast klaren Platten von Eis, deren optische Achsen senkrecht zur Wasseroberfläche stehen, das schönste Beispiel aus dem verwandten Gebiete der festen Kristalle; solchen Eisplatten fehlt ebenso wie den flüssigen Kristallplatten eine bestimmte, durch Wachstum oder Spaltbarkeit kenntliche Gestaltung in der Richtung der Nebenachsen. Kristallinisch ist und bleibt das Gebilde, solange es seine Gestalt der molekularen Energie zu verdanken hat. Die Messungen von E. Dorn[2]) haben eine vollständige Übereinstimmung im optischen Verhalten zwischen meinen Präparaten und den festen einachsigen Kristallplatten ergeben; allerdings können daraus Schlüsse bezüglich der Nebenachsen nicht gezogen werden. Unter günstigen Bedingungen bilden sich nach meinen Beobachtungen flüssige Kristalle mit beinahe geraden Kanten und Winkeln von deutlich tetragonalem Habitus[3]).

Charakter der Doppelbrechung; Stäbchen und Blättchen.

Zwischen dem positiven oder negativen Charakter der Doppelbrechung und der Struktur der festen Kristalle sind Beziehungen bisher nicht aufgedeckt worden. Anders liegen die Verhältnisse bei den flüssigen Kristallen. Ich konnte zeigen, daß kristalline optische Aktivität bei flüssigen Kristallen negativen Charakter bedingt, und daß alle anderen flüssigen Kristalle — mögen sie molekular optisch aktiv oder inaktiv sein — optisch positiv sind[4]). Dieses Ergebnis scheint mir für unsere Kenntnis von der kristallinen Struktur der Materie nicht unwesentlich zu sein. Es läßt sich in Zusammenhang

1) Ann. d. Phys. (4) **35**, 196, 1911; Welt d. flüssigen Kristalle, Leipzig 1911, S. 200.

2) E. Dorn und W. Lohmann, Ann. d. Phys. (4) **29**, 533, 1909; E. Dorn, diese Zeitschr. **11**, 777, 1910; E. Lehmann, Diss., Halle 1910; Baestlein, Diss., Halle 1912; W. Kreide, diese Zeitschr. **14**, 979, 1913.

3) Vorländer, Zeitschr. f. phys. Chem. **57**, 363, 1906 und **61**, 167, 1907.

4) Zeitschr. f. phys. Chem. **61**, 166, 1907; **75**, 641, 1911; **83**, 424; **85**, 691 und 697, 1913; Ber. d. chem. Ges. **41**, 2049, 1908; **43**, 3131, 1910; E. Dorn, diese Zeitschr. **11**, 777, 1910.

bringen mit den Resultaten der Arbeiten von O. Wiener[1]) über lamellare Doppelbrechung und Stäbchendoppelbrechung: bei der lamellaren oder Schichten-Doppelbrechung ist der Charakter der Doppelbrechung nach der Theorie Wieners stets negativ, bei der Stäbchen-Doppelbrechung aber positiv. Nimmt man an, daß die Molekülgruppen und Molekülbündel, welche den kristallinen Charakter der Flüssigkeiten ausmachen, in ihrer Größe sehr klein sind im Vergleich zur Wellenlänge des Lichts, und daß sie in ihrer Form der Gestalt der langgestreckten, chemischen Moleküle folgen, so würde sich in Übereinstimmung mit meinen chemischen und optischen Untersuchungen die Stäbchen-Form für die Kristallelementarteile aller nicht zirkular polarisierenden flüssigen Kristalle ergeben. Die Molekülgruppen der optisch aktiven flüssigen Kristalle müßten dagegen eine andere Form haben, die mehr einem Scheibchen oder Blättchen ähnelt. Da ein und dieselbe chemische Verbindung bzw. das gleiche chemische Molekül beide Formen zu bilden vermag, in der einen kristallinisch flüssigen Phase inaktive, einachsige Kristalle von positivem Charakter, in der anderen kristallinisch flüssigen Phase aktive einachsige Kristalle von negativem Charakter, so muß man folgern, daß nur die verschiedene Anordnung der chemischen Moleküle in der Molekülgruppe bzw. in dem Kristallelementarteil den Wechsel des optischen Charakters hervorbringt. Es kann nicht ein und dasselbe chemische Molekül im einen Augenblick die Form eines Stäbchens und im nächsten Augenblick die eines Blättchens oder Scheibchens haben. Aber für den Kristallelementarteil ist das wohl möglich. Die Umwandlung der einen in die andere Form verläuft ohne jegliche Änderung in der Lage der Achse der flüssigen Kristallplatte, wie die optische Untersuchung ergibt. Daher ist die Änderung in der Struktur des Kristallelementarteils beim Übergang vom optisch positiven zum negativen Charakter etwa so denkbar, daß sich die lang gestreckten Moleküle unter Bewahrung der aufrechten, zur Ebene der Unterlage senkrechten Achsenstellung schraubengängig und parallel zueinander verschieben; die Kristallelementarteile erhalten die Gestalt einer mit sehr geringer Ganghöhe ansteigenden Schnecke und wirken dadurch optisch als Blättchen. Stäbchen und Blättchen können aus den gleichen, langgestreckten Molekülen zusammengesetzt sein trotz ihrer verschiedenen Form: Die langen Moleküle haben sich im Falle der Stäbchen überwiegend in der Richtung und parallel der Hauptachse aneinander gereiht, so daß das Gebilde optisch einem Rotationsellipsoid mit verhältnismäßig langer Rotationsachse entspricht; im Falle der Blättchen haben sich dieselben Moleküle zwar auch parallel der Hauptachse, aber doch überwiegend in der Richtung der Nebenachsen nebeneinander gestellt, so daß das Gebilde optisch einem Rotationsellipsoid mit verhältnismäßig kurzer Rotationsachse gleichkommt.

Ich habe gefunden, daß die optische Aktivität der flüssigen Kristalle eine Folge ist der optischen Aktivität bzw. der Asymmetrie der Moleküle. Trotzdem können die molekulare Aktivität und die kristalline Aktivität von einer und derselben Substanz ganz verschieden sein, sowohl beim Vergleich der amorphen Flüssigkeit mit den flüssigen Kristallen, als auch beim Vergleich der flüssigen Kristalle verschiedener polymorpher Phasen miteinander. Es gibt Differenzen von etwa 50 bis 10000° zwischen dem molekularen und dem kristallinischen spezif. Drehungsvermögen[1]). Man ersieht daraus, wie notwendig der Unterschied von anisotropen Kristallen und anisotropen Molekülen ist; wenn man beide identifiziert, so wird der große Unterschied im Drehungsvermögen unverständlich. Auch eine Gleichstellung der flüssigen Kristalle mit gepreßten Gläsern, Tonerdefasern[2]) u. a. ist ausgeschlossen: im Gegensatz zu diesen durch äußere Zustandsänderungen anisotrop gestalteten Stoffen, steckt das kristallinische Wesen bei Flüssigkeiten wie bei festen Stoffen in der inneren Struktur und in der Energie der chemischen Moleküle.

1) Diese Zeitschr. 5, 332, 1904; Leipz. Ber. 61, Juli 1909.

1) Vorländer, Ber. d. chem. Ges. 41, 2036, 1908; Zeitschr. f. phys. Chem. 75, 648, 1911; 85, 691, 1913; Kasten, Diss., Halle 1909; M. E. Huth, Diss., Halle 1909; Vieth, Diss., Halle 1910; diese Zeitschr. 11, 526, 1910; 12, 546, 1911; H. Franke, Diss., Halle 1912; Lenk, Diss., Halle 1913; F. Stumpf, diese Zeitschr. 11, 780, 1910; Diss., Göttingen 1911.

2) H. Wislicenus und Jost, Koll.-chem. Zeitschr. 2, 2. Suppl. 9; 6, 17, 87, 1910; H. Ambronn, ebenda, 6, 4. Heft, 1910.

(Eingegangen 30. Dezember 1913.)

Die Transformation eines Hochfrequenzstroms auf die dreifache Frequenz.

Von H. Rukop und J. Zenneck.

Vor einiger Zeit hat der eine von uns eine Methode zur Verdreifachung der Frequenz eines Wechselstroms mit Hilfe eines Lichtbogens an-

gegeben[1]). Zweck des folgenden ist die Feststellung des Wirkungsgrads, welchen diese Methode bei einer primären Frequenz von 4000/sec. und 8000/sec. ergibt.

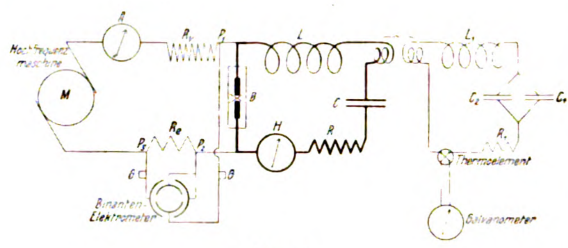


Fig. 1.

1. Die **Versuchsanordnung** (Fig. 1) war die folgende. Den Strom lieferte eine Hochfrequenzmaschine M des elektrotechnischen Instituts für maximal 10000 Perioden/sec., die von der Compagnie de l'industrie électrique et mécanique in Genf nach den Patenten von Thury gebaut war. Sie gab bei der von uns benutzten Erregung 150 Volt für die Periodenzahl $N = 4000$/sec. und 300 Volt für $N = 8000$/sec. In dem Speisestromkreis lag das Hitzdraht-Amperemeter A und ein induktiver oder Ohmscher Vorschaltwiderstand R_v, außerdem ein praktisch induktionsloser Schniewindt-Widerstand R_e. Der Selbstinduktionskoeffizient von R_e war durch eine Resonanzmethode besonders bestimmt worden und ergab sich so klein, daß die Induktanz auch noch bei der Periodenzahl 8000/sec. kleiner als $^1/_2$ Proz. des Ohmschen Widerstands blieb.

Der Lichtbogen B brannte in einer wassergekühlten Kammer zwischen zwei Homogenkohlen von 20 mm Durchmesser, deren Abstand fein reguliert und von außen abgelesen werden konnte.

Das Binanten-Elektrometer (Zeiger-Binant von der Firma H. Bartels in Göttingen), das zur Leistungsmessung diente, war in der aus Fig. 1 ersichtlichen Weise geschaltet; die in die Zuleitungen zu demselben gelegten Glühlampen G dienten nur als Sicherungen.

Parallel zum Bogen lag der Schwingungskreis, der außer der Selbstinduktion L und der Kapazität C (beide variabel) den ebenfalls variabeln induktionsfreien Widerstand R und das Präzisions-Hitzdraht-Amperemeter H enthielt. Daß die Angaben des letzteren im Bereich der verwendeten Perioden praktisch unabhängig von der Frequenz waren, wurde ausdrücklich kontrolliert.

Der Resonanzkreis C_1 (C_2), L_1, R_1, in dem sich ein Brandessches Thermoelement befand, war mit dem Schwingungskreis CLR ganz lose gekoppelt und konnte entweder auf die Frequenz N der Maschine (C_2 zugeschaltet) oder die Frequenz $3N$ des Schwingungskreises CLR (C_2 abgeschaltet) abgestimmt werden.

2. Die **Leistungsmessung**[1]). Die von der Maschine dem Schwingungskreis und Lichtbogen zugeführte Leistung ergibt sich bei der beschriebenen Anordnung aus dem Ausschlag des Binanten-Elektrometers. Bezeichnet $V_2 = J_S \cdot R_e$ (J_S = Speisestrom) die Spannung zwischen den Punkten P_2 und P_3, V_1 diejenige zwischen den Punkten P_1 und P_2, so ist der Ausschlag des Elektrometers

$$\sim \int V_1 V_2 \, dt = \sim \int J_S V_1 \, dt,$$

d. h. $\sim$ der Leistung, die dem Schwingungskreis und Bogen von der Maschine geliefert wird.

Schwierigkeiten macht beim Gebrauch des Binanten-Elektrometers die unvermeidliche Unsymmetrie zwischen den beiden Nadelhälften und den beiden Binanten[2]). Diese hat zur Folge, daß sowohl im Falle $V_1 = 0$ (bzw. $V_2 = 0$) ein Ausschlag zustande kommen kann, der von der Größe von $V_{2\,\mathrm{eff}}$ (bzw. $V_{1\,\mathrm{eff}}$) abhängt, und daß überhaupt der Ausschlag bei demselben $\int V_1 V_2 \, dt$ verschieden wird, je nach den absoluten Werten von $V_{1\,\mathrm{eff}}$ und $V_{2\,\mathrm{eff}}$. Um dadurch entstehende Fehler zu vermeiden, wurde vor allem die Nullstellung der Nadel äußerst sorgfältig so eingestellt, daß die Nadel für $V_2 = 0$ bei Steigerung von $V_{1\,\mathrm{eff}}$ auf 350 Volt keinen Ausschlag zeigte. Dann wurde das Elektrometer mit 50periodigem Wechselstrom geeicht, und zwar für dieselben Spannungen V_1 und V_2, die nachher bei den Hochfrequenzmessungen zur Verwendung kamen. Die Eichkurven (Fig. 2), die man unter diesen Umständen für verschiedene Verhältnisse von $V_{1\,\mathrm{eff}} : V_{2\,\mathrm{eff}}$ bekam, zeigten

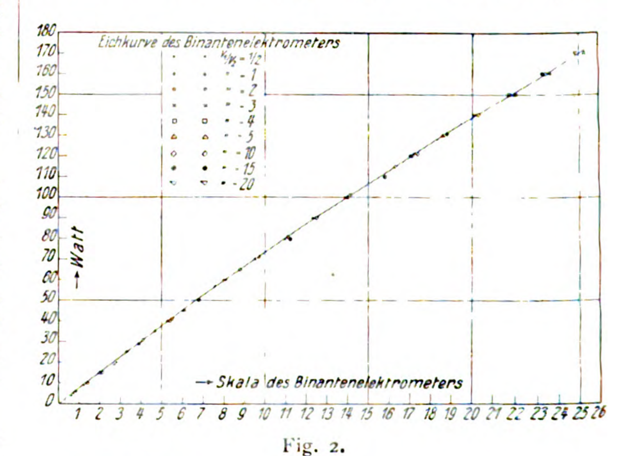


Fig. 2.

1) J. Zenneck, diese Zeitschr. **13**, 953. 1912.

1) Vgl. M. Reich, Jahrb. d. drahtl. Tel. **5**, 176, 1911.
2) Vgl. E. Mayer, diese Zeitschr. **14**, 394, 1913.

Tabelle I.

4000 Perioden/sec. 150 Volt, R_v = Ohmscher Widerstand, $C = 0{,}12\,\mu F$, $L = 1{,}45\,mH$.
Bei Luft: $l = 0{,}6$ mm, $J_S = 2{,}6$ Amp.
Bei Wasserstoff usw.: $l = 0{,}7$ mm, $J = 3{,}4$ Amp.

	$\mathfrak{R}$	1,4	4,4	6,8	9,3	11,8	14,3	17,3	19,8	22,3	24,8	27,3	29,8	40,8	51,8	62,5	80,5
Wirkungsgrad in Proz.	Luft	7,7	18,6	21,8	24,3	26,4	28,4	28,4	27,8	27,2	28,6	29,8	27,8	22,7	19,1	16,4	14,2
	Wasserstoff trocken	6,5	13,8	10,5	19,0	20,3	20,1	20,1	19,9	21,2	20,3	18,8	19,5	17,3	16,0	12,5	12,7
	mit Benzoldampf	6,5	13,8	18,3	20,4	20,4	20,8	20,7	22,0	20,3	20,6	20,4	20,5	17,8	16,3	12,8	12,1
	mit Wasserdampf	6,1	13,1	18,1	19,2	20,8	19,7	19,5	18,0	18,1	17,9	18,3	17,4	15,1	15,4	14,1	11,0

dann allerdings eine nur sehr geringe Abhängigkeit von den Werten der Spannungen $V_{1\,eff}$ und $V_{2\,eff}$. Da die Abweichungen zwischen denselben unter ganz extremen Verhältnissen nicht mehr als 2 Proz. betrugen, so wurden die verschiedenen Eichkurven zu einer mittleren Eichkurve, der in Fig. 2 ausgezogenen, vereinigt, und es wurde diese den Messungen tatsächlich zugrunde gelegt.

Die Leistung im Schwingungskreis wurde in der Weise bestimmt, daß der äquivalente Widerstand $\mathfrak{R}$ des ganzen Schwingungskreises (H, R, C, L ohne Lichtbogen) in üblicher Weise[1]) für die benutzten Frequenzen gemessen wurde. Die Leistung im Schwingungskreis ist dann $= \mathfrak{R} J^2_{eff}$, wenn J_{eff} den im Hitzdrahtinstrument H abgelesenen Strom bedeutet.

Der Strom J enthält nun außer dem eigentlichen transformierten Strom J_3 von der Frequenz $3N$ auch noch eine Komponente J_1 von der Maschinenfrequenz N. Für den Wirkungsgrad der Transformation kommt aber nur in Frage die Leistung $\mathfrak{L}_3$ des Stromes von der Frequenz $3N$ im Verhältnis zu der gesamten von der Maschine an den Schwingungskreis und Lichtbogen abgegebenen Leistung $\mathfrak{L}$. Es ist also die Leistung $\mathfrak{L}_1$ von J_1 von der gesamten Leistung im Schwingungskreis abzutrennen. Zu diesem Zweck wurde in dem Resonanzkreis $L_1 C_1 R_1$ der Stromeffekt (A_1), gemessen einmal wenn der Kreis auf die Frequenz N, und dann (A_3), wenn er auf die Frequenz $3N$ abgestimmt war. Da durch Änderung von R_1 dafür gesorgt wurde, daß der äquivalente Widerstand des Resonanzkreises für die Frequenzen N und $3N$ derselbe war, so bestanden die Beziehungen

$$\frac{9A_1}{A_3} = \frac{J_1{}^2{}_{eff}}{J_3{}^2{}_{eff}}.$$

Aus der Gesamtleistung des Schwingungskreises $\mathfrak{R} J^2_{eff} = \mathfrak{R}(J_1{}^2{}_{eff} + J_3{}^2{}_{eff})$ ergibt sich also die Leistung $\mathfrak{L}_3$ des Stromes von der Frequenz $3N$ zu

1) Vgl. z. B. J. Zenneck, Lehrb. d. drahtl. Tel., II. Aufl., S. 142. — $\mathfrak{R}$ ist im folgenden stets in Ohm angegeben.

$$\mathfrak{L}_3 = \mathfrak{R} J^2_{eff} \cdot \frac{A_3}{A_3 + 9A_1}.$$

Der für die Praxis in Betracht kommende Wirkungsgrad ist augenscheinlich das Verhältnis $\mathfrak{L}_3 : \mathfrak{L}$; dieses ist in den folgenden Tabellen (mit Ausnahme der Vorversuche) als Wirkungsgrad η angegeben. Besser als durch diesen Wirkungsgrad würde die Fähigkeit des Bogens zur Erregung eines Stromes von der Frequenz $3N$ charakterisiert werden durch das Verhältnis $\frac{\mathfrak{L}_3}{\mathfrak{L} - \mathfrak{L}_1}$, bei dem also von der Gesamtleistung die Leistung des untransformierten Maschinenstromes, der in dem Zweige CLR fließt, in Abzug gebracht ist.

3. Vorversuche. Einfluß der Lichtbogenatmosphäre.

Vor allem wurde untersucht, wie sich der Bogen in verschiedenen Atmosphären verhält, und es wurde zu diesem Zweck durch die Lichtbogenkammer außer Luft auch noch Wasserstoff (käuflicher Bombenwasserstoff), der durch Schwefelsäure getrocknet war, ferner solcher, der durch Benzol, und endlich solcher, der durch Wasser geströmt war, hindurch geleitet. Außerdem wurde der Bogen in die vorher mit Luft ausgespülte Kammer eingeschlossen (im folgenden als „eingeschlossener Bogen“ bezeichnet).

Dabei zeigte sich folgendes:

a) Der Wirkungsgrad war für alle Belastungen des Schwingungskreises am größten beim eingeschlossenen Bogen; die Wasserstoffatmosphäre war noch am günstigsten, wenn sie mit Benzol gemischt war [vgl. Tabelle I[1]), in welcher überall die günstigste Bogenlänge und Speisestromstärke benutzt war[2])].

1) In Tabelle I und II ist L_1 noch nicht abgetrennt. Der „Wirkungsgrad“ ist also in diesen Tabellen $= \frac{L_1 + L_3}{L}$.

2) Wenn man einige Zeit mit einer Atmosphäre von Wasserstoff, der durch Benzol geleitet war, gearbeitet und nun die Kammer mit Luft ausgespült hatte, stieg der Wirkungsgrad für kurze Zeit erheblich an, z. B. bei Kreis 4 (Tabelle VII) bei einer Belastung von 25 Ohm auf ca. 47 Proz., um nach kurzer Zeit auf den in Tabelle VII angegebenen normalen Wert zurückzugehen. Es liegt nahe

Tabelle II.

4000 Perioden/sec., 150 Volt, R_v = Ohmscher Widerstand, Luft. $C = 0{,}12\ \mu F$, $L = 1{,}45\ mH$, $\Re = 14{,}8$. — 4000 Perioden/sec., Luft. $C = 0{,}066\ \mu F$, $L = 2{,}65\ mH$, $\Re = 16{,}6$.

l	J_S	η Proz.	l	J_S	η Proz.	l	J_S	η Proz.	l	J_S	η Proz.
0.8 mm	3,9	18,9	0,6 mm	4,0	17,6	0,4 mm	4,0	18,2	0,4 mm	4,0	14,8
0.8 „	3,6	18,2	0,6 „	3,6	19,7	0,4 „	3,6	17,9	0,4 „	3,6	17,0
0,8 „	3,2	21,8	0,6 „	3,2	22,2	0,4 „	3,2	20,8	0,4 „	3,2	19,0
0.8 „	2,8	23,0	0,6 „	2,8	24,8	0,4 „	2,8	22,2	0,4 „	2,8	21,6
			0,6 „	2,4	24,8	0,4 „	2,4	22,8	0,4 „	2,4	21,3
						0,4 „	2,0	25,0	0,4 „	2 0	22,7
									0,4 „	1,6	24,3

4000 Per., R_v = Ohmscher Widerstand, $C = 0{,}12\ \mu F$, $\Re = 14{,}8$, Wasserstoff rein. — 4000 Perioden/sec., 150 Volt, R_v = Ohmscher Widerstand, Wasserstoff mit Benzol. $C = 0{,}12\ \mu F$, $L = 1{,}45\ mH$, $\Re = 19{,}8$.

l	J_S	η Proz.	l	J_S	η Proz.	l	J_S	η Proz.	l	J_S	η Proz.
0,5 mm	3.8	18,4	1,0 mm	4.8	20,7	0,8 mm	3,6	22,4	0,6 mm	4,0	21,5
0,5 „	3,4	17,6	1,0 „	4.4	17,6	0,8 „	3,3	21,6	0,6 „	3,6	20,9
0,5 „	3,0	18,3	1,0 „	4,2	18,7	0,8 „	3,0	22,8	0,6 „	3.2	21,8
			1,0 „	3,8	18,8	0,8 „	2,8	22,4	0,6 „	2,8	21,4
0,3 „	4,0	15,4	1,0 „	3.5	21,2						
0,3 „	3,6	16,9									
0,3 „	3,2	16,2									
0,3 „	2,8	16,5									

8000 Perioden/sec., 300 Volt, R_v = Ohmscher Widerstand. Wasserstoff mit Benzol. $C = 0{,}033\ \mu F$, $L = 1{,}32\ mH$, $\Re = 31{,}6$.

l	J_S	η Proz.	l	J_S	η Proz.	l	J_S	η Proz.	l	J_S	η Proz.
1,0 mm	2,0	2,7	0,8 mm	2,0	2,0	0,6 mm	2,0	5,3	0,4 mm	2,0	4,1
1,0 „	1,4	ink.	0,8 „	1,6	3.3	0,6 „	1,6	9,5	0,4 „	1.6	11.2
1,0 „	1,2	19,2	0,8 „	1,4	8,1	0,6 „	1,4	12,2	0,4 „	1,2	14,4
1,0 „	1,0	27,2	0.8 „	1,2	18,4	0,6 „	1.2	17.8	0,4 „	1,0	26,6
1,0 „	0,8	30,4	0,8 „	1,0	29,3	0.6 „	1,0	31,0			

b) Während der Wirkungsgrad bei eingeschlossenem Bogen mit Erhöhung des Speisestroms stets stark abfällt, war er bei Wasserstoff, der durch Benzol geleitet war, für die Frequenz 4000/sec. von der Stärke des Speisestroms nur wenig abhängig. Bei der Frequenz 8000/sec. trat der Einfluß der Speisestromstärke in ähnlicher Weise wie bei Luft hervor (vgl. Tabelle II).

c) Die Schwingungen waren bei Bogen in Wasserstoff mit Benzol viel weniger stabil als bei eingeschlossenem Bogen. Ebenso war die Stabilität des Lichtbogens bei den zur Verfügung stehenden Spannungen für die Wasserstoffatmosphäre auf ein viel engeres Gebiet von Bogenlänge und Speisestromstärke beschränkt, als für den eingeschlossenen Bogen.

Auf Grund dieser Erfahrungen wurden die weiteren Versuche mit dem eingeschlossenen Bogen gemacht.

anzunehmen, daß der samtartige Überzug, der sich beim Arbeiten in Benzoldampf auf den Kohlen zeigt, dabei eine Rolle spielt.

4. Versuche mit dem eingeschlossenen Bogen. Frequenz des Primärstromes 4000/sec.

a) In Tabelle III sind die Resultate für drei verschiedene Schwingungskreise bei Ohmschem Widerstand R_v in der Speiseleitung zusammengestellt. Der Speisestrom war in allen drei Fällen so gewählt, daß der Wirkungsgrad einen maximalen Wert bekam. Die Zahlen für alle drei Kreise zeigen, daß für eine bestimmte Belastung des Schwingungskreises ein Maximum des Wirkungsgrades existiert.

Dieses Maximum fällt im Gebiet der verwendeten Kapazitäten um so günstiger aus, je größer die Kapazität im Schwingungskreise ist.

b) Für praktische Zwecke kann natürlich nur induktiver Vorschaltwiderstand in der Speiseleitung in Frage kommen. Eine Verbesserung des Wirkungsgrades nach der bisherigen Festsetzung, bei der der Energieverbrauch in der Speiseleitung nicht in Betracht gezogen ist, — etwa infolge Änderung der Schwingungsform — wird durch Verwendung von induktivem statt

Tabelle III.

$C = 0{,}066\ \mu F$, $L = 2{,}65\ mH$, 4000 Perioden/sec., 150 Volt, R_v = Ohmscher Widerstand, $l = 0{,}6$ mm, $J_S = 2{,}0$ Amp., Luft.

$\mathfrak{R}$	9,1	11,6	14,1	16,6	19,1	22,1	24,6	27,1	30,3	32,8	35,3	37,8	48,8	50,8	69,8
$\mathfrak{L}$	78	84	86	86	88	87	88	88	88	88	88	86	86	84	84
$\mathfrak{L}_3$	17,3	18,7	21,3	20,5	19,5	20,9	19,6	17,9	19,0	17,3	17,2	16,2	8,4	7,9	5,6
$\mathfrak{L}_1$	0,7	0,9	1,1	1,1	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,1	1,1	1,2	1,0	1,6	2,0
η Proz.	22,1	22,3	24,8	23,8	22,2	24	22,3	20,3	21,6	19,7	19,6	18,8	9,8	9,4	6,7

$C = 0{,}12\ \mu F$, $L = 1{,}45\ mH$, 4000 Perioden/sec., 150 Volt, R_v = Ohmscher Widerstand, $l = 0{,}6$ mm, $J_S = 2{,}2$ Amp., Luft.

$\mathfrak{R}$	1,4	4,3	6,8	9,3	11,8	14,8	17,3	19,8	22,3	24,8	27,3	29,8	40,8	51,8	62,5	80,5
$\mathfrak{L}$	66	68	80	84	88	88	88	89	92	90	88	87	88	85	82	82
$\mathfrak{L}_3$	4,9	12,2	17,5	19,3	21,8	23,3	23,2	22,9	23,2	23,9	24,1	21,9	18	13,5	10,2	8
$\mathfrak{L}_1$	0,2	0,5	0,9	1,1	1,4	1,7	1,8	1,8	1,8	1,9	2,1	2,3	2,0	2,7	3,0	3,6
η Proz.	7,4	17,9	21,9	23,0	24,8	26,5	26,4	25,7	25,2	26,6	27,3	25,2	20,5	15,8	12,4	9,7

$C = 0{,}22\ \mu F$, $L = 0{,}80\ mH$, 4000 Perioden/sec., 150 Volt, R_v = Ohmscher Widerstand, $l = 0{,}6$ mm, $J_S = 2{,}2$ Amp., Luft.

$\mathfrak{R}$	1,0	3,5	6,4	8,9	11,4	14,4	16,9	19,4	21,4	24,4	26,4	29,4	40,4	52,1	62,1	80,1
$\mathfrak{L}$	72	76	86	88	88	90	91	93	94	90	90	90	90	86	84	85
$\mathfrak{L}_3$	4,0	13,1	18,0	21,4	24,1	26,6	26,9	25,1	25,3	24,2	24,1	20,2	15,2	11,9	6,9	4,9
$\mathfrak{L}_1$	0,2	0,7	1,4	1,9	2,2	2,4	2,6	2,9	3,2	3,3	3,5	3,5	4,6	5,6	4	5,5
η Proz.	5,5	17,2	21,0	24,3	27,3	29,5	29,5	27,0	27,0	26,8	26,7	22,4	17,7	14,2	8,1	5,8

Ohmschem Widerstand unter sonst gleichen Umständen nicht erreicht (vgl. z. B. Tabelle IV);

Tabelle IV.

4000 Perioden/sec., 150 Volt, $C = 0{,}22\ \mu F$, $L = 0{,}80\ mH$, $l = 0{,}6$ mm, Luft, $J_S = 2{,}2$ Amp.

1. Ohmscher, 2. induktiver Widerstand.

	Ohmscher Widerstand			Induktiver Widerstand		
$\mathfrak{R}$	14,4	19,4	24,4	14,4	19,4	24,4
$\mathfrak{L}$	75	78	78	79	82	83
$\mathfrak{L}_3$	20,3	21,7	21,6	19,5	20	19
$\mathfrak{L}_1$	1,9	2,6	2,8	2,7	3,5	3,5
η Proz.	27,1	27,8	27,6	24,7	24,3	22,8

der Wirkungsgrad wurde sogar etwas verschlechtert. Die große Bedeutung des induktiven Vorschaltwiderstands liegt aber darin, daß die Konstanz erheblich größer ist, und insbesondere darin, daß die Bogenlänge und die Speisestromstärke in ein Gebiet getrieben werden kann, das einen viel günstigeren Wirkungsgrad liefert, aber bei Ohmschen Vorschaltwiderstand wegen Unstabilität des Bogens nicht zugänglich ist.

Wie der Wirkungsgrad von der Bogenlänge und dem Speisestrom abhängt, zeigen die Kurven von Fig. 3. Wie sehr der Wirkungsgrad bei dem Schwingungskreis mit der größten Kapazität durch Verwendung von induktivem Vorschaltwiderstand und dadurch ermöglichtem kleinem Speisestrom gesteigert wurde, ist aus Tabelle V zu entnehmen.

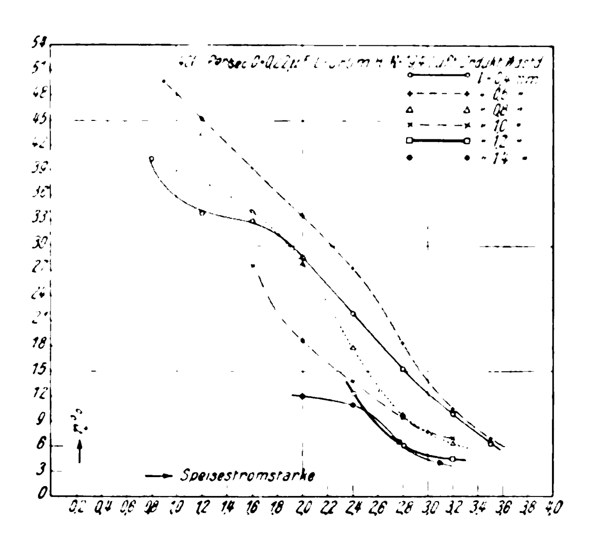


Fig. 3.

Tabelle V.

4000 Perioden/sec., 150 Volt, $C = 0{,}22\ \mu F$, $L = 0{,}80\ m H$, $R_v =$ induktiver Widerstand, $l = 0{,}6$ mm, $J_S = 1{,}2$ Amp.

$\mathfrak{R}$	1,4	3,9	6,4	8,9	11,4	14,4	16,9	19,4	21,9	24,4	26,9	29,4	40,4	51,4	61,4	79,4
$\mathfrak{L}$	40	40	40	40	43	50	52	54	56	60	64	64	60	60	60	61
$\mathfrak{L}_3$	2,0	5,4	8,5	10,9	13,1	16,1	18,2	18,8	20,6	23,2	23,8	25,3	22,9	19,9	18,1	5
$\mathfrak{L}_1$	0,3	0,8	1,3	1,9	2,5	3,3	3,8	4,2	4,9	5,3	5,9	6,4	8,4	9,8	10,2	10,4
η Proz.	5,0	13,5	21,3	27,2	30,5	32,2	35	34,8	36,8	38,7	37,2	39,6	38,2	33,2	30,2	8,3

Dasselbe mit $l = 0{,}4$ mm, $J_S = 1{,}0$ Amp.

$\mathfrak{R}$	14,4	19,4	24,4	29,4	40,4
$\mathfrak{L}$	45	50	50	50	51
$\mathfrak{L}_3$	13,8	17,7	21,1	23,1	24,9
$\mathfrak{L}_1$	3,6	4,0	5,4	6,3	8,3
η Proz.	30,6	35,4	42,2	46,2	48,7

Bei höherer Belastung des Schwingungskreises löschte der Bogen.

5. **Versuche mit eingeschlossenem Bogen.** Frequenz des **Primärstromes** 8000/sec. Von den für diese Frequenz verwendeten Schwingungskreisen besaß

Kreis 1 eine Kapazität von 0,033 μF (Flintglas) und 2,2 Ohm äquivalentem Widerstand[1])
„ 2 „ „ „ 0,066 „ „ „ 1,5 „ „ „
„ 3 „ „ „ 0,1 „ (Glimmer) „ 1,0 „ „ „
„ 4 „ „ „ 0,2 „ „ „ 1,2 „ „ „

a) Die Abhängigkeit des Wirkungsgrads von der Bogenlänge und der Speisestromstärke ergab sich hier von derselben Art wie bei der Frequenz 4000/sec.: man erhielt eine Steigerung des Wirkungsgrades mit abnehmendem Speisestrom und im allgemeinen auch mit Verkleinerung der Bogenlänge (Fig. 4 und 5).

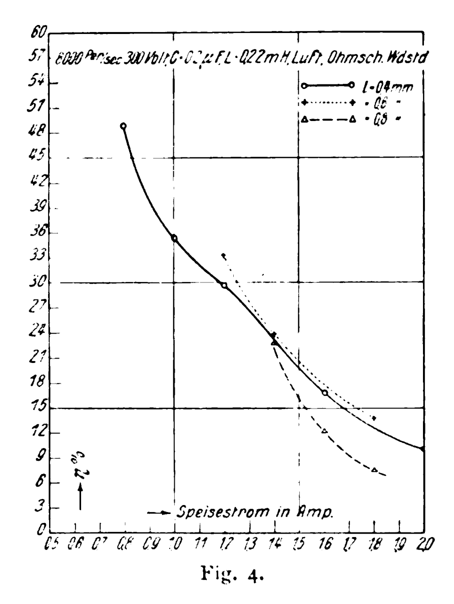


Fig. 4.

b) Bei Ohmschem Widerstand in der Speiseleitung wiederholte sich ferner die schon bei 4000 Perioden/sec. gemachte Beobachtung, daß der größte Wirkungsgrad bei dem Kreis mit der größten Kapazität erzielt wurde. Die darauf bezüglichen Zahlen sind der Tabelle VI bzw. Fig. 6 zu entnehmen. Der rasche Abfall des

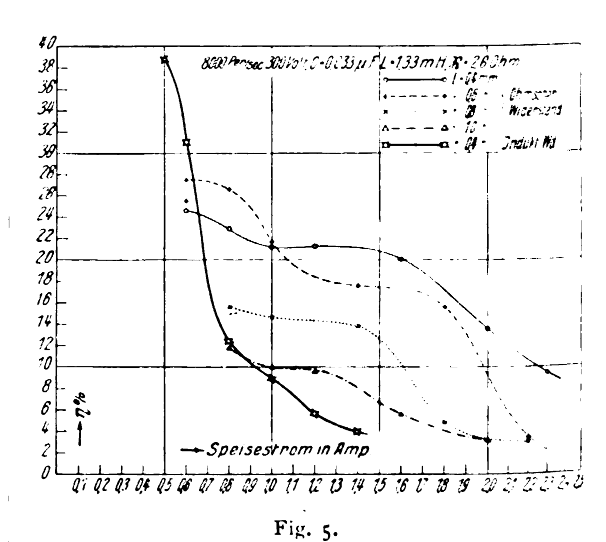


Fig. 5.

Wirkungsgrades bei den Kreisen 1, 3 und 4 bei Überschreitung eines Widerstandes von ca. 40 Ohm erklärt sich tatsächlich durch einen Übergang der stabilen Schwingungsform in eine wenig stabile.

c) Wesentlich anders liegen die Verhältnisse

1) Ohne R (Fig. 1) und den Widerstand des Hitzdrahtinstruments H.

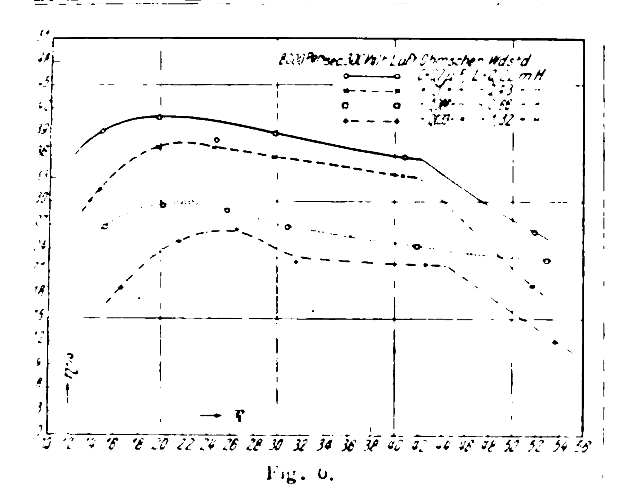


Fig. 6.

Tabelle VI.

8000 Perioden/sec., 300 Volt, R_v = Ohmscher Widerstand.

$C = 0{,}033\ \mu F$, $L = 1{,}32\ mH$, $l = 0{,}4$ mm, $J_S = 0{,}9$ Amp.

$\mathfrak{R}$	16,6	21,6	26,6	31,6	42,6	53,6
$\mathfrak{L}$	28	28	29	31	32	34
$\mathfrak{L}_3$	5,3	6,95	7,7	6,9	7,0	4,1
$\mathfrak{L}_1$	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,7
η Proz.	18,9	24,8	26,5	22,2	21,8	12,0

$C = 0{,}066\ \mu F$, $L = 0{,}66\ mH$, $l = 0{,}4$ mm, $J_S = 0{,}9$ Amp.

$\mathfrak{R}$	15,2	20,2	25,9	30,9	41,9	52,9
$\mathfrak{L}$	30	31	33	34	35	33
$\mathfrak{L}_3$	8,0	9,1	9,5	9,1	8,5	7,4
$\mathfrak{L}_1$	0,8	0,8	1,1	1,3	1,6	1,9
η Proz.	26,7	29,3	28,8	26,7	24,3	22,4

$C = 0{,}1\ \mu F$, $L = 0{,}43\ mH$, $l = 0{,}4$ mm, $J_S = 0{,}9$ Amp.

$\mathfrak{R}$	14,7	19,7	24,7	29,9	40,7	51,7
$\mathfrak{L}$	30	32	34	37	36	36
$\mathfrak{L}_3$	9,4	11,8	12,55	13,3	12,0	6,9
$\mathfrak{L}_1$	1,0	1,4	1,75	2,2	2,7	3,1
η Proz.	31,4	36,9	36,9	35,8	33,3	19,1

$C = 0{,}2\ \mu F$, $L = 0{,}22\ mH$, $l = 0{,}4$ mm, $J_S = 0{,}9$ Amp.

$\mathfrak{R}$	14,9	19,9	24,9	29,9	40,9	51,9
$\mathfrak{L}$	33	36	38	38	35	35
$\mathfrak{L}_3$	12,9	14,7	14,4	14,7	12,5	9,1
$\mathfrak{L}_1$	5,0	6,8	7,6	8,5	8,5	8,9
η Proz.	39,1	40,8	37,8	38,7	35,7	26

bei **induktivem** Vorschaltwiderstand in der Speiseleitung, wie Tabelle VII und Fig. 7 zeigen[1]).

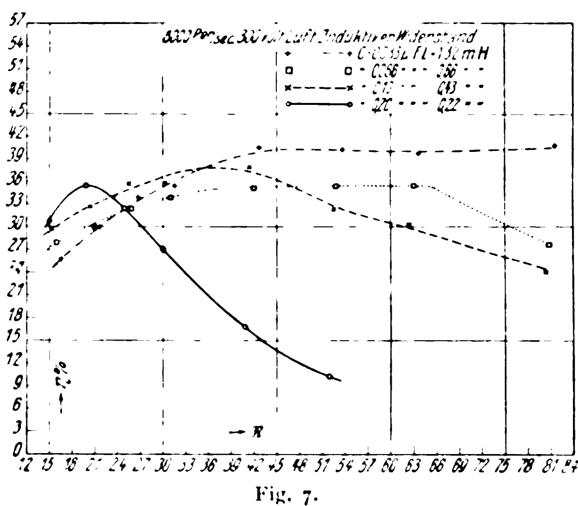


Fig. 7.

Hier sind die maximal erreichbaren Wirkungsgrade bei den vier Kreisen nur wenig verschieden, aber der Wirkungsgrad fiel bei Steigerung der Belastung um so weniger ab, je kleiner die Kapazität war.

Tabelle VII.

8000 Perioden/sec., 300 Volt, R_v = induktiver Widerstand.

$C = 0{,}033\ \mu F$, $L = 1{,}32\ mH$, $l = 0{,}4$ mm, $J_S = 0{,}5$ Amp.

$\mathfrak{R}$	16,6	21,6	26,6	31,6	42,6	53,6	63,6	81,6
$\mathfrak{L}$	14	15	16	17	18	20,5	21	20,5
$\mathfrak{L}_3$	3,6	4,5	5,44	6,01	7,3	8,27	8,35	8,4
$\mathfrak{L}_1$	0,2	0,3	0,3	0,4	0,6	0,7	0,9	1,0
η Proz.	25,7	30	33,9	35,3	40,5	40,2	39,7	40,9

$C = 0{,}066\ \mu F$, $L = 0{,}66\ mH$, $l = 0{,}4$ mm, $J_S = 0{,}5$ Amp.

$\mathfrak{R}$	15,9	20,9	25,9	30,9	41,9	52,9	62,9	80,0
$\mathfrak{L}$	16	19	20	21	22	22,5	22,5	22,5
$\mathfrak{L}_3$	4,5	5,7	6,45	7,1	7,7	8,0	8,0	6,20
$\mathfrak{L}_1$	0,85	1,1	1,25	1,6	2,0	2,3	2,6	3,2
η Proz.	28,0	30,0	32,3	33,8	35,0	35,5	35,4	27,5

$C = 0{,}1\ \mu F$, $L = 0{,}43\ mH$, $l = 0{,}4$ mm, $J_S = 0{,}6$ Amp.

$\mathfrak{R}$	15,4	20,4	25,4	30,4	41,4	52,4	62,4	80,4
$\mathfrak{L}$	20	22	23	25	25	25	25	24
$\mathfrak{L}_3$	5,95	7,3	8,25	8,95	9,5	8,1	7,6	5,8
$\mathfrak{L}_1$	1,0	1,3	1,5	2,0	2,6	3,0	3,4	4,0
η Proz.	29,8	32,7	35,8	35,8	38,0	32,4	30,5	,1

1) Die in den Figuren 6 und 7 bzw. den Tabellen VI und VII angegebenen Wirkungsgrade lassen sich zum Teil für kleine Belastungen noch um mehrere Prozent erhöhen, indem zu jeder Belastung die günstigste Bogenlänge und Speisestromstärke sorgfältigst ausprobiert wird. Bei Aufnahme der Messungsserien war Bogenlänge und Speisestrom so gewählt worden, daß man die ganze Serie unter konstanten Bedingungen aufnehmen und die Schwingungen mehrere Stunden lang stabil halten konnte.

$C = 0{,}2\ \mu F,\ L = 0{,}22\ mH,\ l = 0{,}4$ mm,
$J_S = 0{,}9$ Amp.

$\mathfrak{R}$	14,9	19,9	24,9	29,9	40,9	51,9
$\mathfrak{L}$	38	37	38	37	36	36
$\mathfrak{L}_3$	11,6	13,1	12,3	10,0	6,1	3,7
$\mathfrak{L}_1$	4,5	5,3	7,0	8,2	8,7	9,5
η Proz.	30,5	35,4	32,4	27,0	16,9	10,2

Bei dem Kreis mit der kleinsten Kapazität ließ sich die Belastung außerordentlich hoch (auf ca. 80 Ohm) steigern, ohne daß ein Abfall des Wirkungsgrades eintrat.

Mit der Verkleinerung der Kapazität im Schwingungskreise stieg auch die Konstanz der Schwingungen in hohem Maße; sie war bei dem Kreis 1 mit der kleinsten Kapazität so ausgezeichnet, wie man sie beim Arbeiten mit dem Lichtbogen nur selten antrifft.

c) Tatsächlich lagen die Verhältnisse bei dem Kreis 1 so, daß das System: Induktiver Vorschaltwiderstand R_v — Selbstinduktion L — Kapazität C nahezu in Resonanz war mit der Frequenz der Maschine. Es ist im höchsten Grade wahrscheinlich, daß die günstigen Verhältnisse dieses Kreises eine Folge dieses Resonanzfalles waren, daß also die Realisierung dieses Resonanzfalles anzustreben ist.

Zu bedenken ist aber, daß in diesem Falle bei einem Ausgehen des Bogens der Strom und die Spannung weit über den normalen Wert ansteigen können. Es sind also Vorkehrungen zu treffen, welche die Maschine, die Kondensatoren und Meßinstrumente dagegen sichern. Bei der niederen Spannung, welche die Maschine für die Frequenz 4000 sec. gab, kam bei den Versuchen ein Ausgehen des Bogens doch gelegentlich vor, so daß wir mit Rücksicht auf die Maschine bei dieser Frequenz es nicht wagten, diesen Resonanzfall zu realisieren.

6. Zusammenfassung. Bei den Versuchen wurde der Einfluß der Bogenatmosphäre, der Bogenlänge, der Speisestromstärke, der Kapazität und der Belastung des Schwingungskreises untersucht. Als günstigster Fall ergab sich bei einem Bogen, der in eine ursprünglich mit Luft gefüllte Kammer eingeschlossen war, und bei induktivem Vorschaltwiderstand in der Speiseleitung für eine primäre Periodenzahl von 4000 sec. ein Wirkungsgrad von ca. 49 Proz., für eine primäre Frequenz von 8000 sec. ein Wirkungsgrad von ca. 41 Proz.

Der Wirkungsgrad würde sich etwas kleiner ergeben haben, wenn bei Berechnung desselben die Verluste in dem induktiven Vorschaltwiderstand der Speiseleitung mit berücksichtigt worden wären; doch beträgt der Unterschied bei einigermaßen verständigem Bau dieses induktiven Vorschaltwiderstandes höchstens einige wenige Prozent. Andererseits würde sich der Wirkungsgrad etwas größer ergeben haben, wenn die Belastung im Schwingungskreise nicht durch Ohmschen, sondern durch Strahlungswiderstand hervorgerufen worden wäre[1]).

Die bei den Versuchen verwendeten Leistungen sind sehr klein gewesen, bei einigermaßen gutem Wirkungsgrad nicht mehr als 50 Watt. Die Ausdehnung der Versuche auf sehr viel größere Energiemengen unter Anwendung höherer Spannungen und eines auf den Bogen wirkenden magnetischen Wechselfeldes von der Periode des Maschinenstroms haben wir wegen der Übersiedelung nach München aufgeben müssen. Diese Versuche sollen aber hier, sobald die nötigen Apparate beschafft sind, in Angriff genommen werden. — —

Für die Überlassung der Hochfrequenzmaschine und anderer Apparate sind wir dem Direktor des Elektrotechnischen Instituts der Technischen Hochschule Danzig, Herrn Professor Dr. Roeßler, zu großem Danke verpflichtet, den wir ihm auch an dieser Stelle aussprechen möchten.

1) Bei demselben Verhältnis $\mathfrak{J}_{3\,\mathrm{eff}} : \mathfrak{J}_{1\,\mathrm{eff}}$ würde dann $\mathfrak{L}_3 : \mathfrak{L}_1$ günstiger als bei Ohmschen Widerstand.

München, Dezember 1913.

(Eingegangen 24. Dezember 1913.)

Eine kalorimetrische Meßanordnung.

Von E. Bompiani und G. Rümelin.

1. Der Zweck dieser vorläufigen Mitteilung ist der Nachweis, daß man bei kalorimetrischen Messungen Widerstandsthermometer nicht nur dann vorteilhaft anwendet, wenn es sich um Erzielung der höchsten erreichbaren Meßgenauigkeit handelt[1]), wobei schwer zu behandelnde Instrumente nicht zu umgehen sind; bei Anwendung von Drehspulgalvanometern normaler Empfindlichkeit und Pt-Thermometern z. B. in der von der Firma Heraeus für technische Zwecke angefertigten Form lassen sich bereits Meßgenauigkeiten erzielen, die die mit Hg-Thermometern erreichbare übertreffen. Zu Untersuchungen über Reaktionswärmen bei Temperaturen, die von der Zimmertemperatur abweichen, ist vor einiger Zeit im hiesigen Institut[2]) eine Kalorimeteranordnung konstruiert und benutzt worden. Im folgenden soll eine viel einfachere, bequem zu bedienende Vorrichtung, die demselben Zweck

1) Jaeger und v. Steinwehr, Ann. d. Phys. 21, 23, 1906.
2) E. Bose, Gött. Nachr. 1906, 278.

dient, beschrieben werden, welche der früheren Anordnung wohl überlegen ist.

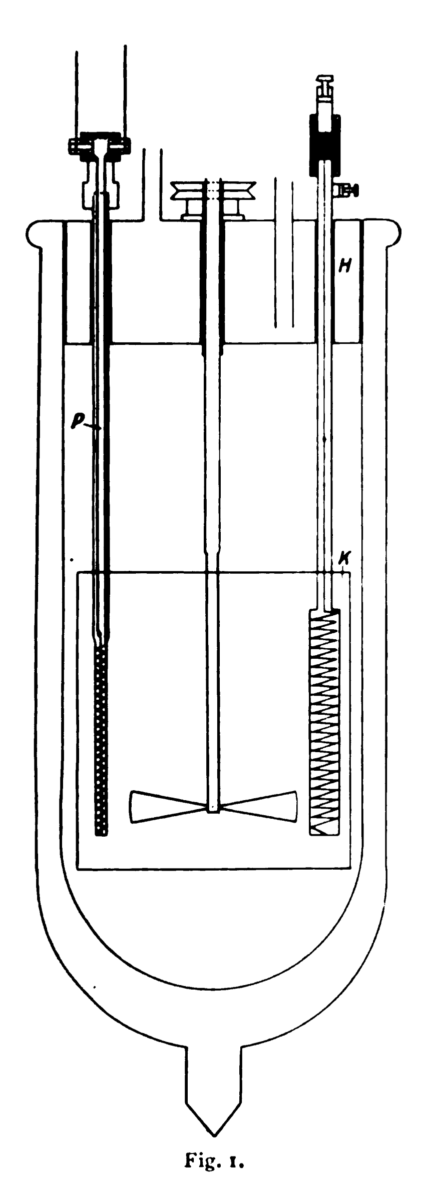


Fig. 1.

2. Das Kalorimetergefäß K (siehe Fig. 1) von etwa 1 Liter Kapazität ruht auf Korkschneiden im Innern eines großen zylindrischen Dewargefäßes. Damit die in dasselbe eintauchenden Teile (Rührer, Pipetten, Heizspule zur Bestimmung der Wärmekapazität) keine Wärme durch Leitung fortnehmen, ist der Raum über dem Kalorimetergefäß durch einen in die Öffnung des Dewargefäßes eingepaßten „Heizkork" H verschlossen, ein Kasten aus Messing, durch den Wasser hindurchströmt. Die eintauchenden Teile sind durch Röhren, die in den Heizkork eingesetzt sind, mit thermischem Kontakt hindurchgeführt. Die Temperatur des durch den Heizkork fließenden Wassers muß ganz wenig ($1-2^0$ C) höher als die des Kalorimeters einreguliert werden, um den Temperaturgang des letzteren infolge der Strahlung in für die Messungen ausreichendem Maße herabzudrücken. Die Zirkulation des Wassers durch den Heizkork bewirkt eine Prytzsche Schlauchpumpe, die Regulierung der Temperatur erfolgt durch elektrische Heizung. Als Rührer wurde vorläufig ein Turbinenrührer benutzt.

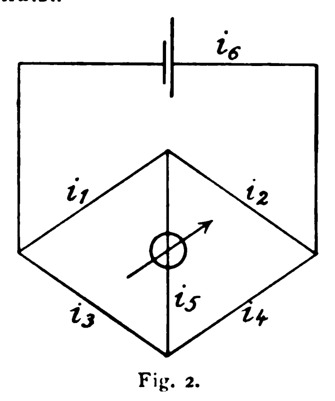


Fig. 2.

Der Widerstand des *Pt*-Thermometers P wurde in der Wheatstoneschen Brücke gemessen. Zwei Zweige der Brückenanordnung werden durch einen Stöpselrheostaten von Siemens & Halske gebildet; der vierte Widerstand, mit dem die Nullstellung bei Änderung der Temperatur rasch nachzustellen ist, besteht aus einem Präzisionskurbelrheostaten derselben Firma.

Während eines Versuchs ging der Meßstrom dauernd durch die Brückenanordnung; es wurde nicht kommutiert, um das Galvanometer in kurzen Intervallen ablesen zu können.

3. Benutzen wir die in vorstehendem Schema (Fig. 2) gebrauchten Bezeichnungen. Es ist allgemein:

$$\frac{i_5}{i_6} = \frac{w_1 w_4 - w_2 w_3}{w_5(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_3)(w_2 + w_4)}.$$

w_1 sei der Thermometerwiderstand, also variabel. Es ist ferner

$$\frac{\partial(i_5/i_6)}{\partial w_1} = \frac{(w_2 + w_4)\{w_5(w_3 + w_4) + w_3(w_2 + w_4)\}}{\{w_5(w_1 + w_2 + w_3 + w_4) + (w_1 + w_3)(w_2 + w_4)\}^2}.$$

In der Nähe der Nullstelle der Brücke ist, wenn das Übersetzungsverhältnis p durch $w_3 = p w_1$ und $w_4 = p w_2$ eingeführt wird,

$$\frac{\partial(i_5/i_6)}{\partial w_1} = \frac{p}{p+1} \cdot \frac{w_2}{w_5(w_1 + w_2) + w_1 w_2 (1 + p)}.$$

Bei einer Änderung von w_1 ändert sich natür-

lich auch der Hauptstrom i_6, der durch die Verzweigung fließt. Bei geringen Änderungen der Temperatur, die wir bei der Empfindlichkeitsbetrachtung voraussetzen, können wir diese Änderung vernachlässigen. Ist E die Empfindlichkeit des verwendeten Galvanometers in Skalenteilen/Amp., a der Ausschlag, also $da = E\,di_5$, so wird mit dieser Vernachlässigung

$$\frac{\partial a}{\partial w_1} = E \cdot i_6 \frac{p}{p+1} \frac{w_2}{w_5(w_1+w_2)+w_1w_2(1+p)}.$$

Man findet ebenso

$$\frac{\partial a}{\partial w_3} = -\frac{1}{p}\frac{\partial a}{\partial w_1}.$$

Führt man die Temperatur ϑ durch

$$w_1 = w_0\,(1 + \alpha\vartheta + \beta\vartheta^2)$$

ein, so ergibt sich die Temperaturempfindlichkeit der Anordnung zu

$$\frac{\partial a}{\partial \vartheta} = E\,i_6 \frac{p}{p+1} \frac{w_2 w_0(\alpha + 2\beta\vartheta)}{w_5(w_1+w_2)+w_1w_2(1+p)}.$$

4. Folgende Zahlenangaben mögen die von uns gewählten Versuchsbedingungen veranschaulichen:

$w_0 = 50{,}00$ Ohm, $w_2 = 56{,}00$ Ohm,
$\alpha = 3{,}927 \cdot 10^{-3}$, $w_5 = 10000$ „
$\beta = -6{,}18 \cdot 10^{-7}$, $p = 178{,}4$,
$\vartheta = 45^0$ $i_6 = 0{,}04$ Amp.
$1/E = 3{,}6 \cdot 10^{-10}$ Amp./mm bei 2200 mm Skalenabstand.

Hieraus ergibt sich, übereinstimmend mit der beobachteten Empfindlichkeit

$$\frac{\partial a}{\partial \vartheta} = 700\ \text{mm}/^0\text{C}; \quad -\frac{\partial a}{\partial w_3} = 22\ \text{mm/Ohm}.$$

Es folgen die bei einem beliebig herausgegriffenen Versuch gemachten Ablesungen; es wurden durch elektrische Heizung 98,8 cal. bei 45^0 Kalorimetertemperatur entwickelt, das Galvanometer in Intervallen von 30 Sekunden vor und nach der Zufuhr elektrischer Energie in der Nähe der Nullstelle abgelesen; zwischen der letzten Ablesung der Vorperiode und der ersten der Nachperiode liegen 4 Minuten:

Vorperiode $w_3 = 10587{,}0$ Ohm	Nachperiode $w_3 = 10590{,}4$ Ohm
502,5	502,5
3,0	3,0
2,5	3,0
3,0	3,0
2,6	2,5
2,7	2,0
2,8	1,3
3,0	0,9
3,1	0,3
3,0	499,9
	9,3
	8,7

Nullpunkt bei 500,0.

Durch Ausgleichung der Beobachtungen findet man für die Zunahme des Galvanometerausschlags + 0,11 und die Gangkorrektion + 1,61 mm. w_3 wurde um 3,40 Ohm vermehrt; dies entspricht einem Ausschlag von 74,8 mm, so daß der wegen Wärmeaustauschs korrigierte, der korrigierten Temperaturerhöhung entsprechende Galvanometerausschlag 76,6 mm wird, der eine Temperaturerhöhung von $0{,}1098^0$ C bedeutet.

Es ergibt sich aus der Betrachtung der Zahlen, daß 1^0 Temperaturerhöhung des Kalorimeters über die Temperatur, bei der es im Wärmegleichgewicht ist, einen Gang von etwa $0{,}01^0$/min hervorruft. Beim Wärmegleichgewicht, das sich durch Nachregulieren der Temperatur des Heizkorks erhalten läßt, läßt sich der Gang noch sehr viel kleiner machen; beispielsweise änderte sich bei 77^0 C im Kalorimeter die Temperatur um weniger als $0{,}01^0$ in 12 Minuten.

Über Anwendungen der hier skizzierten Anordnung soll a. a. O. berichtet werden; die Versuche mußten aus äußeren Gründen abgebrochen werden, ehe es möglich war, eine Reihe von Messungen durchzuführen.

Herrn Geheimrat Voigt danken wir für die Beschaffung und Überlassung wertvoller elektrischer Hilfsmittel.

Göttingen, Dezember 1913.

(Eingegangen 21. Dezember 1913.)

Die Eigenschaften von Selenblöcken. (The Properties of Selenium Blocks.)

Von A. M. Tyndall und G. W. White.

Man hat allgemein angenommen, daß sich die Wirkung des Lichtes bei der Änderung des elektrischen Widerstandes des Selens durch die Änderung des spezifischen Widerstandes in der kleinen Schicht erklären lasse, in welche das Licht an der belichteten Oberfläche eindringt. Das heißt: Bei Selenzellen erster Art, bei denen der Widerstand in einer zur Richtung des Lichtes senkrechten Richtung gemessen wird, besteht die Wirkung des Lichtes darin, den Widerstand des einen von zwei parallelen Leitern zu verändern, und bei Zellen zweiter Art, bei denen man den Widerstand in der Richtung der Belichtung mißt, besteht die Wirkung des Lichtes darin, den Widerstand des einen von zwei hintereinander geschalteten Leitern zu verändern. Man hat daher vermutet, daß zur Herstellung einer merklich empfindlichen Zelle zweiter Art die Dicke der Selenschicht in der Richtung des Lichtes außerordentlich klein sein müsse, so wie bei den Zellen



wie sie Uljanin[1]) und Fritts[2]) verfertigt haben. Bei Versuchen mit derartigen Zellen fanden wir, daß die vorgenannte Bedingung nicht notwendig war, denn die Widerstandsänderung bei der Belichtung war selbst dann merklich, wenn die Schichtdicke mehrere Millimeter betrug. In einer kupfernen Form ließen wir Selenwürfel kristallisieren. Durch Anpressen von Elektroden aus feinem Kupferdrahtnetz oder aus Glasplatten mit einem halbdurchsichtigen Platinniederschlag konnte jeder Würfel als Zelle beider Arten benutzt werden. Bei Verwendung desselben Selenpräparats und Belichtung derselben Fläche ließen sich dann die beiden Arten miteinander vergleichen. Wir hofften, auf Grund dieser Vergleichung die „wirksame Eindringungstiefe des Lichtes im Selen" ermitteln zu können.

Die Widerstandsänderung bei der Belichtung war in allen Fällen viel größer, wenn der Block als Zelle zweiter Art benutzt wurde, und es ergab sich für die „wirksame Tiefe" ein unmöglicher Wert. [Dies steht im Gegensatz zu den theoretischen Entwicklungen von Sperling[3]).] Beispielsweise war bei einem Selenwürfel von 1 cm Kantenlänge zwischen Elektroden aus Kupferdrahtnetz die Widerstandsänderung in einer zur Belichtung senkrechten Richtung 3,6 v. H., während die Änderung in der Richtung der Belichtung 18,2 v. H. betrug. Der Einfluß des Drahtnetzes auf die Lichtstärke wurde kompensiert.

Die unerwartete Erscheinung, die sich hier zeigte, war eine hochempfindliche Zelle zweiter Art, und die Wirkung des Lichtes auf die beiden Arten ließ sich nicht durch die Änderung des spezifischen Widerstandes innerhalb einer dünnen Schicht an der belichteten Oberfläche erklären.

Wir haben nachgewiesen, daß sich die Wirkung des Lichtes nicht auf eine beträchtliche Tiefe im Selen übertrug. Mit Rücksicht auf die hohe Empfindlichkeit dicker Zellen zweiter Art, die zuweilen 40 v. H. überstieg, muß ein großer Teil des Widerstandes zwischen den Elektroden an den Elektroden selbst belegen sein. Die nachgenannten Eigenschaften von Selenblöcken lassen vermuten, daß dieser Widerstand die Form eines Übergangswiderstandes annimmt.

1. Wir ließen einen Würfel kristallisieren und feilten die Fläche, die in Berührung mit der einen Elektrode war, sorgfältig. Die ersten paar Feilstriche verursachten eine gewaltige Zunahme des scheinbaren Widerstandes, und fortgesetztes Feilen ergab eine allmähliche Änderung. Der Block war durchweg leitend und lichtempfindlich.

1) Uljanin, Wied. Ann. **34**, 241, 1888.
2) Fritts, Proc. Amer. Assoc. 1884.
3) Sperling, Beiträge zur Kenntnis der Selenzellen. Göttingen 1908.

2. Der scheinbare Widerstand von Blöcken war in sehr hohem Maße von der Natur der Elektroden abhängig. Ein Würfel hatte zwischen Stanniolelektroden einen Dunkelwiderstand von 46000 Ohm. Als die Elektroden durch solche aus Kupferfolie ersetzt wurden, wurde der Widerstand 88000 Ohm, und mit Elektroden aus Kupferdrahtnetz wurde der Widerstand 157000 Ohm. Diese Tatsache kann in der Änderung des „Übergangswiderstandes" ihre Erklärung finden.

3. Der Widerstand zwischen zwei Flächen und die Lichtempfindlichkeit einer Fläche waren davon abhängig, welche Oberfläche während der Kristallisierung mit dem Selen in Berührung war.

4. Die Blöcke zeigten die üblichen charakteristischen Eigenschaften der Selenzellen, wie die Abhängigkeit des Widerstandes von der angelegten Spannung, von der Stromrichtung und von dem Drucke der Elektroden, und es ist bezeichnend, daß alle diese Eigenschaften bei „Kristallkontakten" ihr Ebenbild haben. Hierauf hat zuerst Brown[1]) hingewiesen. Bemerkenswert ist ferner, daß Streintz[2]) die vorstehenden Eigenschaften von „Kristallen" durch das Vorhandensein eines hohen Widerstandes an der Berührungsstelle mit der Elektrode erklärt hat.

Bei Belichtung verschiedener Teile einer Zelle erster Art, die aus zwei auf Glas befestigten parallelen Drähten bestand, welche durch Selen verbunden waren, ergab sich, daß das Licht einen verhältnismäßig starken Einfluß an den Elektroden hatte.

Hiernach scheint es, daß bei allen Selenzellen die Wirkung des Lichtes zum großen Teile, aber nicht ganz und gar, darin besteht, eine Widerstandsänderung an den Berührungsstellen der Elektroden mit dem Selen herbeizuführen.

Die ausführlichere Arbeit werden wir demnächst a. a. O. veröffentlichen.

1) Brown, Phys. Rev. 1913, S. 245.
2) Streintz, diese Zeitschr. **12**, 845, 1911.

Universität Bristol.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 5. Dezember 1913.)

Die Messung der Niederschlagselektrizität durch das Galvanometer[1]).

Von Friedrich Herath.

Von Elster und Geitel[2]) wurde schon gegen Ende der achtziger Jahre des verflossenen

1) Auszug aus der gleichnamigen Inaugural-Dissertation.
2) Elster und Geitel, Met. Zeitschr. **5**, 95—100 und Wien. Ber., Kl. 2a, 421—450, 1890.

Jahrhunderts eine einwandfreie Versuchsanordnung zur Messung der Niederschlagselektrizität geschaffen, die dann durch Gerdien[1]), Kähler[2]), Benndorf[3]), Simpson[4]) und Baldit[5]) im Prinzip beibehalten und lediglich technisch vervollkommnet wurde.

Diese in den Hauptpunkten gut übereinstimmenden Beobachtungen ergaben Konvektionsströme, die für Landregen von der Größenordnung 10^{-16} bis 10^{-14} Amp/cm²-Auffangfläche waren, für Gewitterregen und Böen bis 10^{-12} stiegen.

Bei Vergrößerung der Auffangfläche — in unserem Falle bis 25 m² — mußte man daher zu Strömen gelangen, die durch das Galvanometer bequem meßbar sind. Eine größere Präzision der absoluten Werte und eine bessere Ermittlung der Momentanwerte ließ sich hierdurch erwarten.

Wenn zugleich eine automatische Registrierung der Ströme und eine ebensolche der Niederschlagsintensität vorgesehen wurde, so konnte durch fortlaufende Beobachtungen noch die Tropfengröße als drittes Element hinzugenommen werden.

Dieser Anregung von Herrn Geheimrat Prof. Dr. L. Weber entsprechend, habe ich die folgenden Messungen ausgeführt.

Versuchsanordnung.

1. Niederschlagselektrizität.

Auf dem genügend freien Flachdache des Magnetischen Observatoriums zu Kiel wurde eine 25 m² große Auffangfläche aus dünnem Gewebe isoliert aufgehangen. Von hier führte ein Kabel durch ein im Kellergeschoß aufgestelltes Galvanometer zu einer guten Erdung. Fallen nun Niederschläge, so geben sie ihre Ladung an die Auffangfläche ab, von wo sie durch Kabel und Galvanometer, das einen entsprechenden Ausschlag zeigt, zur Erde abfließt.

Zur Verminderung der mit einer starren, etwa aus Blech bestehenden Auffangfläche verknüpften mechanischen und Isolationsschwierigkeiten wurde die Auffangfläche aus leichtem, feinmaschigem Zeug hergestellt, ringsum eine Flaggenleine eingenäht und das Ganze mittels S-Haken an 6 Standpunkten ausgespannt.

Von besonderer Wichtigkeit war es natürlich, die Befestigung der Auffangfläche zugleich tadellos isoliert zu gestalten. Die zu diesem Zwecke einzuschaltenden Isolatoren wurden, gestützt auf die Erfahrungen von Elster und Geitel[1]), H. Schering[2]) und A. Gockel[3]), folgendermaßen hergestellt:

In einen an seiner Mantelfläche mit Nuten versehenen Hartgummizylinder A (Fig. 1) sind Ringe eingedreht, durch deren starke Köpfe B_1

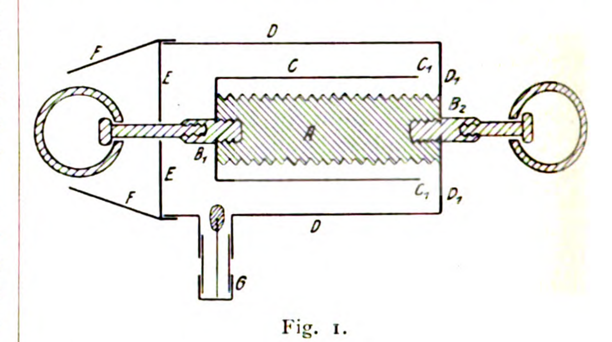


Fig. 1.

und B_2 die Metallzylinder C und D angepreßt werden. Letzterer ist durch den Deckel E, der B_1 frei hindurchragen läßt, abgeschlossen.

Um ein Auftreffen von Niederschlägen auf diese Öffnung zu verhindern, wodurch die isolierende Wirkung des Hartgummistabes ausgeschaltet würde, ist an den Deckel E noch der Schutzmantel F angesetzt. Ferner ist in den äußeren Metallzylinder D noch der Rohrstutzen G eingelötet, durch den metallisches Natrium als Trocknung der im Isolator abgeschlossenen Luft eingeführt werden kann.

Die so isolierte Auffangfläche steht durch eine blanke Golddrahtlitze in leitender Verbindung mit dem nach dem Galvanometer führenden Kabel. Zur Verhinderung einer Überleitung auf den Bleimantel ist das Ende des letzteren mit folgender Isoliervorrichtung versehen:

Der Kupferdraht des Kabels B (siehe Fig. 2) wurde mit dem starken Messingdraht M verlötet und Isolierschicht und Bleimantel so vom Kabel abgelöst, daß erstere ca. 1 cm über den Bleimantel hervorragte. Dann wurde über das Kabel der Korkstopfen K_1 geschoben, auf den der Glaszylinder G_1 aufgesetzt war. Hierauf wurde Paraffin P eingegossen, in dasselbe noch der kleinere Glaszylinder G_2 eingesetzt und

1) H. Gerdien, Münch. Ber., math.-nat. Kl. **33**, 367—379, 1903; diese Zeitschr. **4**, 837—842, 1903; Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik **1**, 24—39, 1904.

2) Veröffentl. d. Kgl. Preuß. Met. Inst. zu Potsdam Nr. 213; K. Kähler, Ergebn. d. Registr. d. Niederschl.-Elektr. zu Potsdam im Jahre 1908; diese Zeitschr. **9**, 258, 1908; Met. Zeitschr. **27**, 326—330, 1910.

3) H. Benndorf, Wiener Ber., Kl. 2a, 94—98, 1910.

4) G. C. Simpson, Proc. Roy. Soc. of London, Ser. A, 82, 1909; diese Zeitschr. **11**, 408, 1910.

5) M. Baldit, Le Radium, 153, 1911.

1) Elster und Geitel, diese Zeitschr. **3**, 305—310 (306), 1902.

2) H. Schering, Inaug.-Diss. Göttingen, 1904; diese Zeitschr. **5**, 451—452, 1904.

3) A. Gockel, diese Zeitschr. **6**, 328—329, 1905.

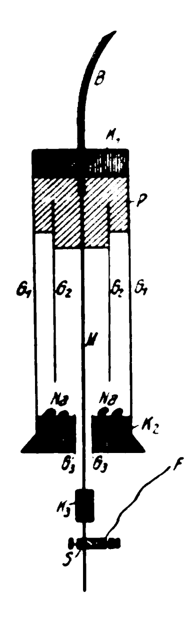


Fig. 2.

schließlich G_1 und G_2 noch mit einer Paraffinschicht überzogen. An dem noch offenen Ende von G_1 kann der Korken K_2 mit metallischem Natrium als Trockenmittel so eingeschoben werden, daß der Messingstab M durch die in der Mitte befindliche Öffnung noch frei hindurchragen kann. Um nun den dadurch geschaffenen Raum, solange keine Messungen vorgenommen werden, völlig von der Außenluft abzuschließen, wird jedesmal nach Beendigung der Beobachtungen der Korken K_3 in die mit dem Glasrohr G_3 verkleidete Öffnung geschoben. Endlich finden wir am Messingstab M noch die Klemmschraube S, durch die mittels der Golddrahtlitze F die metallische Verbindung mit der Auffangfläche hergestellt ist.

Das Kabel führt nun zu dem im Registrierraum aufgestellten Drehspulengalvanometer (System Deprez-d'Arsonval, Siemens-Halske). Endlich waren Galvanometer und Erde durch einen Kupferdraht leitend verbunden. Die Galvanometerausschläge (Empfindlichkeit: 1 mm Ausschlag bei 1 m Skalenabstand $= 8 \times 10^{-10}$ Amp.) wurden mit dem Töpferschen Registrierapparat photographisch aufgezeichnet, wobei sich der Streifen in der Sekunde um 0,079 mm fortbewegte.

Es erübrigt noch, hervorzuheben, daß Versuche angestellt wurden, die ergaben, daß durch die bei vorstehender Anordnung event. in Betracht kommenden Fehlerquellen (mangelhafte Isolation, Lenard-Effekt, Influenzwirkungen) die Resultate nicht gefälscht werden.

2. Niederschlagsintensität.

Um die Beziehungen zwischen Niederschlagselektrizität und Niederschlagsstärke aufzudecken, mußten auch kleine zeitliche Änderungen der letzteren registriert werden.

Als Auffanggefäß diente ein dem Hellmannschen Stationsregenmesser ähnlicher Zinkblechtrichter mit einer oberen Öffnung von 192 mm. Derselbe ist, um auch nichtflüssige Niederschläge nach unserer Methode messen zu können, doppelwandig. Sobald nun derartige Niederschläge zu erwarten waren, wurde in den dadurch geschaffenen Hohlraum Wasser von 5° C eingefüllt, das bei seiner hohen Wärmekapazität ausreicht, um die während der Zeit einer Messung (1 Stunde) in den Trichter gefallenen Eiskristalle zum Schmelzen zu bringen, ohne daß man infolge der geringen Wärmedifferenz zwischen Auffanggefäß und umgebender Luft fürchten mußte, daß die Resultate durch Verdunstung merklich gefälscht würden.

Das Ausflußrohr des Auffangtrichters führt in einen wetterfesten Holzkasten und ist ähnlich wie bei Gallenkamp[1]) mittels eines Gummischlauches mit dem **S**-förmigen Abtropfrohr verbunden. Der hier abfallende Tropfen trifft einen kleinen Glaszylinder, der an einem Wagebalken mit Gegengewicht befestigt ist, drückt diesen nieder und schließt dadurch so lange einen elektrischen Stromkreis, bis er in einen weiteren Trichter abfallt, durch den er den Holzkasten wieder verläßt.

Die Registrierung erfolgte auf dem gleichen Streifen aus lichtempfindlichem Negativpapier, auf dem sich die Niederschlagselektrizität aufzeichnete, und zwar wurde an den Rand derselben das Bild einer Einfadenlampe als vertikale, ca. 1 cm lange Gerade markiert.

Bei einem Durchmesser der oberen Öffnung des Auffangtrichters von 192 mm und bei einem Gewicht der vom Abtropfrohr abfallenden Tropfen von 0,124 g entspricht 1 Tropfen einer Regenhöhe von 0,00428 mm. Man ersieht aus diesen Werten, daß bei diesem Regenmesser sich schon geringe Intensitätsänderungen bemerkbar machen müssen.

Um aber auch sehr ergiebigen Niederschlägen gerecht werden zu können, kann die Aufsaugfläche durch Aufsetzen einer Blende verkleinert werden. Zwei solcher Blenden stehen zur Verfügung, bei deren Verwendung ein vom Ausflußrohr abfallender Tropfen einer Niederschlagshöhe von 0,0112 bzw. 0,0175 mm entspricht.

3. Tropfengröße.

Die Messungen der Größe der Regentropfen

1) W. Gallenkamp, Met. Zeitschr. **22**, 1—10, 1905.

wurden nach der von J. Wiesner[1]) ausgearbeiteten und von A. Defant[2]) verbesserten Absorptionsmethode vorgenommen.

Ergebnisse der Beobachtungen.

1. Tropfengröße.

Unter diesem Titel sollen die Ergebnisse der Beobachtungen der Tropfengröße für sich allein, also ohne eventuelle Beziehung zu den anderen Messungselementen betrachtet werden.

Mit Ausnahme eines Nebelrieselns, bei dem das Gewicht eines Tropfens 0,024 mg nicht überschritt, kann man alle Messungen mit „Landregen" bezeichnen, d. h. es waren Regenfälle, die mehrere Stunden andauernd über größeres Gebiet sich erstreckten und aus einer meist gleichmäßigen Wolkendecke fielen.

Teilt man Defant folgend die Tropfen in Gruppen, in denen immer die Tropfen von kleinerem Gewichtsunterschied als 0,025 mg zusammengefaßt werden, so findet man, daß die Höchstzahl der Tropfen auf die Gruppe 0,000 bis 0,024 mg Gewicht entfällt, d. h. bei vorliegenden Messungen befinden sich die kleinsten Tropfen den größeren gegenüber in bedeutender Überzahl. Überhaupt nimmt im allgemeinen die Tropfenzahl mit wachsendem Radius ab. Damit im Widerspruch stehen die Messungen Defants, bei dem die Höchstzahl der Tropfen auf die Gruppe von 0,025—0,074 mg Gewicht trifft. Doch läßt sich dies folgendermaßen erklären: Während vorliegende Messungen in den Wintermonaten (13. November 1912 bis 11. März 1913) vorgenommen wurden, beobachtete Defant lediglich im Sommerhalbjahr. Infolge der während dieser letzteren Zeit erfolgenden starken Bestrahlung der Erdoberfläche durch die Sonne wird diese stark erwärmt. Auch die Temperatur der unteren Schichten der Atmosphäre nimmt zu und es bilden sich daher oft aufsteigende Luftströme von bedeutender Geschwindigkeit. Wie nun Lenard[3]) feststellt, genügt für Tropfen bis zu 0,5 mm Durchmesser eine Geschwindigkeit von 3,5 m/sec für die Vertikalkomponente, um dieselben schwebend zu erhalten, ein Wert, der bei 1 mm Durchmesser auf 4 m/sec und bei 2 mm auf 5,9 m/sec steigt. Vergleichen wir endlich in der Defantschen Abhandlung Tabelle II, die die Verteilung der Tropfengröße für „ruhige Regen" wiedergibt, mit Tabelle III, in der die Guß- und Gewitterregen zusammengestellt sind, so finden wir, daß auch hier wieder bei den turbulenten Regen sich das Verhältnis der kleinen zu den großen Tropfen sehr zugunsten der letzteren geändert hat, was ebenfalls durch die Wirkung der aufsteigenden Luftströme, die ja bei Gewittern leicht 8 m/sec Aufstieggeschwindigkeit erreichen, Erklärung findet. Den augenfälligsten Beweis für diese Ansicht liefert Tabelle III der Lenardschen Abhandlung, in der sowohl Winter- wie Sommerbeobachtungen sich vorfinden. Für die Monate mit geringer Bodenerwärmung, also schwacher Vertikalluftströme liegt auch hier das Maximum der Tropfenzahl bei der kleinsten Größenklasse und wandert dann bei den Messungen an Sommertagen zu den nächsthöheren Gruppen vor.

Noch eine weitere Tatsache läßt sich aus dem vorhandenen Material ablesen. Vergleicht man nämlich die Verteilung der Tropfengrößen mit den zur Zeit des Niederschlags herrschenden Windverhältnissen, so ergeben sich folgende Beziehungen:

Bei Regen mit dem Prädikat „Windstille", wodurch zum Ausdruck gebracht werden soll, daß nur eine minimale Luftbewegung vorhanden war, erreichen die Tropfen ein Höchstgewicht von 0,823 mg. Mit wachsender Windstärke nimmt die Zahl der großen Tropfen zu; doch findet sich nicht, wie man vielleicht vermuten möchte, mit dem Prädikat „Sturm" das Maximum. Diesem begegnet man vielmehr da, wo eine sonst gleichmäßige Luftbewegung durch Böen unterbrochen wird. Auch für diese Erscheinung findet sich eine Erklärung. In den Wirbeln der Böen nämlich werden die einzelnen Tropfen mit solcher Wucht aneinander geschleudert, daß die Oberflächenspannung und andere einer Vereinigung entgegenwirkende Kräfte dagegen nicht in Betracht kommen und Verschmelzung zweier oder mehrerer Tropfen erfolgt. Solche Wirbel entstehen natürlich auch dort, wo Luftmassen, die infolge ungleicher Erwärmung verschiedene Aufstieggeschwindigkeiten besitzen, aneinander stoßen. Dieser Umstand muß auch bei der vorher diskutierten Frage über die veränderte Lage des Maximums der Tropfenzahl bei Sommer- und Winterbeobachtungen mit in Rechnung gezogen werden, wenngleich hier die Wirbel nur eine untergeordnete Rolle spielen dürften.

Endlich stellt A. Defant als Hauptresultat seiner Abhandlung den Satz auf: Es verhalten sich die Gewichte der am häufigsten vorkommenden Tropfen zueinander wie 1:2:3:4:6:8:16 usw., wobei die Hauptmaxima im Verhältnis 1:2:4:8 stehen.

Dieser Satz, der aus der von ihm aufge-

1) J. Wiesner, Sitz.-Ber. d. Wien. Akad. math.-nat. Kl., Abt. I, 1397—1434, 1895.

2) A. Defant, Sitz.-Ber. d. Wien. Akad. math.-nat. Kl. 2a, **114**, 585—646, 1905. Referat: Met. Zeitschr. **22**, 321—324, 1905.

3) Ph. Lenard, Über Regen. Met. Zeitschr. **21**, 248—262, 1904.

stellten Tabelle unmittelbar abzulesen ist, findet durch vorliegende Messungen keineswegs Bestätigung; denn es finden sich die Häufigkeitsmaxima weder bei allen Regen bei denselben Größengruppen, noch läßt die Summe aller Beobachtungen eine derartige Schlußfolgerung zu.

2. Regenelektrizität.

Auf Grund der in 30 Beobachtungsreihen vorgenommenen Registrierungen und der Messung von 25000 einzelnen Tropfengrößen lassen sich folgende Sätze aufstellen:

1. Regentropfen können sowohl positive wie negative Ladung besitzen.

2. Der durch die Niederschläge erzeugte positive Konvektionsstrom pro cm^2 Horizontalauffangfläche ist bei Landregen meist von der Größenordnung 10^{-15} Amp. und greift nur selten in die nächsthöhere bzw. -tiefere über.

3. Die Maximalwerte der negativen Ströme erreichen nie die der positiven, auch greifen sie nie in die Größenordnung 10^{-14} Amp./cm^2 über.

4. Die Zahl der Messungen mit einerlei (positivem) Vorzeichen ist gegenüber den Messungen mit Zeichenwechsel im Überschuß.

5. Bei ruhigen Landregen ist die Ladung fast immer positiv. Oftmalige Zeichenwechsel der Regenelektrizität treten nur gleichzeitig mit Böen auf.

6. Der Übergang vom positiven zum negativen Zeichen ist immer mit einem momentanen Nachlassen der Regenstärke verbunden.

Die in 5. und 6. aufgestellten Befunde könnte man vielleicht durch folgende Überlegung erklären:

Keine Bedenken dürften sich wohl gegen die Annahme einer dichten Schar gegen die Erdoberfläche positiv geladener Tropfen in einer Höhe von 1000 bis 2000 m über dem Erdboden erheben. Tritt nun plötzlich ein starker Windstoß auf, so kann derselbe, wie oben dargetan wurde, mehrere Tropfen zur Vereinigung zwingen. Hierbei wird es nun nicht selten vorkommen, daß neu entstandene Tropfen, da mit wachsendem Radius die Oberflächenspannung abnimmt, bei zunehmender Fallgeschwindigkeit sehr bald zerreißen. Hierbei wird infolge der Influenzwirkung des Potentialgefälles der große Tropfen positive Ladung erhalten, während die kleinen von ihm am oberen Ende abspringenden Tröpfchen negativ elektrisch werden. Der große positiv elektrische Tropfen gelangt natürlich rascher zur Erde, als der kleine negativ geladene. Erstere verursachen eine bedeutende Regenintensität und positiven Galvanometerausschlag. Alsdann gelangen auch die kleinen negativen Tropfen zur Erde, wodurch die Aufzeichnung des Nachlassens der Niederschlagsstärke und der negative Elektrizitätswert ihre Erklärung finden.

7. Die von den Niederschlägen herabgebrachten positiven Elektrizitätsmengen sind in bedeutendem Überschuß gegenüber den negativen, und zwar ist die Zahl der positiven Einheiten 15 mal größer als die der negativen.

8. Ganz entsprechende Verhältnisse finden wir bei der Verteilung der Zeit, in der positiver, negativer und ungeladener Regen fiel. Unter der Bezeichnung „keine Ladung" ist natürlich nur zu verstehen, daß kein Ausschlag des Galvanometers aus der Registrierkurve ersichtlich war, daß es sich also während dieser Zeit nur um Ströme handelte, die kleiner als $0{,}5 \times 10^{-15}$ Amp./cm^2 waren. Diese Fälle traten nur äußerst selten ein.

Insgesamt wurde während 45697 Sekunden positiv geladener Regen beobachtet, während 3479 negativer und während 1353 Sekunden ungeladener Regen. Positiver Regen fiel demnach 13 mal so lang wie negativ geladener.

9. Positiv elektrischer Regen enthält in der Regel in der Gewichtseinheit mehr Ladung als negativer. So kann bei positiver Ladung das cm^3 Wasser von 0,1 bis 6 El.-St.-Einheiten enthalten, während die Werte bei negativem Vorzeichen nur zwischen 0,1 und 0,6 El.-St.-E./cm^3 schwanken.

Leider war der Winter 1912/13 in Kiel sehr arm an Schneefällen. Die wenigen Registrierungen gestatten aber keine Schlußfolgerungen von größerer Allgemeinheit.

Weidenberg b. Bayreuth, Dezember 1913.

(Eingegangen 10. Dezember 1913.)

Feststellung einer Priorität in der Gravitationstheorie.

Von G. Jaumann.

In der Diskussion zu dem Einsteinschen Vortrage über das Gravitationsproblem bei der Naturforscherversammlung in Wien, welche mir erst durch die Publikation in dieser Zeitschr. **14**, 1262, 1913, näher bekannt wurde, bemerkt Herr Mie, vielleicht ohne mich angreifen zu wollen, aber in symptomatischer Weise, er halte



es für notwendig, daß es gesagt werde, daß Abraham der erste gewesen ist, der einigermaßen vernünftige Gleichungen für die Gravitation aufgestellt hat.

Hierzu möchte ich bemerken, daß ich acht Monate vor der ersten Publikation Abrahams[1]) eine Gravitationstheorie publiziert habe, welche die Gravitationserscheinungen durch eine sehr einfache differentielle Nahewirkungsgleichung beschreibt, welche organisch eingefügt ist in das System von differentiellen Nahewirkungsgleichungen, durch welches ich den größten Teil der physikalischen und einen kleinen Teil der chemischen Erscheinungen auf Grund der Voraussetzung der Kontinuität der Materie und der undulatorischen Natur aller Strahlenarten ohne jede zusätzliche Voraussetzung oder nachträgliche Annahme dargestellt habe.

Die Unterschätzung und das Schweigen, womit alle meine experimentellen und theoretischen Arbeiten seit mehr als 20 Jahren übergangen werden, konnte ich mir erklären durch die allgemeine Überschätzung der Korpuskular- bzw. Elektronentheorien, welche meiner Ansicht nach lediglich verdienstvolle Arbeitshypothesen sind. Aber wenn man von einigermaßen „vernünftigen" Theorien spricht, darf meine Theorie nicht vergessen werden, ja sie ist von diesem Gesichtspunkte ganz zweifellos die erste, welche den Anspruch hat, beachtet zu werden, liegen doch gegen alle Relativitätstheorien, so elegant sie sich mathematisch präsentieren, vom Standpunkt der physikalischen „Vernunft" auch bei allergrößter Vorurteilslosigkeit schwere Bedenken vor.

1) Jaumann, Wiener Ber. **120**, 436 ff., März 1911; Abraham, diese Zeitschr. **13**, 1, Dezember 1911.

Der Grundgedanke meiner Gravitationstheorie ist, daß die Poissonsche Differentialgleichung das Rudiment einer physikalischen Nahewirkungsgleichung ist und durch Hinzufügen der Fluxion einer physikalischen Variablen, und zwar der totalen Fluxion erster Ordnung des Gravitationspotentials selbst zu einem physikalischen Nahewirkungsgesetze, welches also auch die zeitliche Fortpflanzung der Gravitationswirkungen darstellt, vervollständigt werden muß.

Dieser fundamentale Gedanke lag vor meiner Publikation den Physikern ebenso fern, als er nach meiner Publikation denselben naheliegt. Die Abrahamsche Theorie wurde direkt hierdurch angeregt, „psychologisch" natürlich. Die Abrahamsche Gleichung entsteht nämlich aus der Poissonschen Gleichung durch Hinzufügen einer Fluxion des Gravitationspotentials, allerdings der partiellen Fluxion zweiter Ordnung.

In allen anderen Beziehungen besteht zwischen meiner Theorie und der Abrahamschen Theorie nicht die geringste Verwandtschaft. Meine Gravitationstheorie hat beträchtliche Erfolge durch Eröffnung von durch Beobachtungen kontrollierbaren Erklärungsmöglichkeiten für alle von den Astronomen konstatierten oder wahrscheinlich gemachten anomalen Gravitationserscheinungen aufzuweisen[1]). Die relativistischen Gravitationstheorien bieten nichts, was die Astronomen brauchen könnten.

1) Vgl. die ausführliche Mitteilung Wien. Ber. **121**, 95, Januar 1912, referiert Beibl. **37**, 260, 1913.

Brünn, 18. Dezember 1913.

(Eingegangen 20. Dezember 1913.)

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 85. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU WIEN.

Charles G. Barkla (Edinburg), Charakteristische Röntgenstrahlungen.

Substanzen, welche von Röntgenstrahlen durchsetzt werden, emittieren dreierlei sekundäre Strahlungen. Eine dieser Strahlungen ist ähnlich der primären und besteht aus der zerstreuten Röntgenstrahlung; eine zweite ist ebenfalls eine Röntgenstrahlung, aber in ihrer Beschaffenheit sehr verschieden von derjenigen der primären; die dritte endlich ist eine Strahlung schnell bewegter Elektronen, ähnlich derjenigen der β-Strahlen radioaktiver Substanzen. — Diese Mitteilung beschäftigt sich mit der zweiten Art von Strahlungen.

1. Die Strahlung ist eine homogene Strahlung, deren Absorbierbarkeit für das besondere sie emittierende Element charakteristisch ist. Weder eine Änderung in der Absorbierbarkeit, noch in der Intensität der primären Strahlung beeinflußt die Qualität dieser sekundären Strahlung, und bei einer Untersuchung vermittels sukzessiver Absorptionen findet man, daß sie aus Strahlen von nur einer Durchdringungsfähigkeit besteht — im Gegensatz zu der heterogenen primären Strahlung. Eine chemische Verbindung des ausstrahlenden Elements mit anderen Elementen scheint die Qualität der emittierten Strahlung nicht zu beeinflussen;

die Strahlung wird also nicht von Valenzelektronen ausgesandt. Diese Tatsachen können sehr leicht bei Versuchen mit den Elementen ***Fe, Cu, Zn*** usw. und bei Elementen von benachbartem Atomgewicht beobachtet werden; sie gelten ganz allgemein, obwohl man in manchen Fällen bei den Versuchen besondere Vorsichtsmaßregeln anwenden muß.

2. Die Durchdringungsfähigkeit der charakteristischen Strahlung wächst mit dem Atomgewicht des strahlenden Elements. Je höher das Atomgewicht, desto kürzer ist die Wellenlänge der für das betreffende Element charakteristischen X-Strahlung.

3. Die charakteristische Strahlung wird in einer Substanz nur dann erregt, wenn sie einer X-Strahlung von stärker durchdringender Art — oder einer Strahlung von kürzerer Wellenlänge — ausgesetzt wird. Diese Regel ist einfach eine Erweiterung des Stokesschen Fluoreszenzgesetzes. Die Kenntnis dieser Regel setzt uns in den Stand, die Strahlung von einer ausgedehnten Reihe von Elementen zu untersuchen.

4. Alle beobachteten charakteristischen Strahlungen zerfallen in zwei Reihen (*K*- und *L*-Reihe). Die Strahlung jeder dieser beiden Reihen wird durchdringender (von kürzerer Wellenlänge), je höher das Atomgewicht des Elements ist. Eine Ausnahme von dieser Regel konnte in keiner Reihe nachgewiesen werden. Es ist höchst wahrscheinlich, daß jedes Element seine charakteristischen Strahlungen hat, obgleich die experimentellen Methoden noch nicht vollkommen genug sind, das für alle Elemente nachzuweisen. Es ist ebenso höchst wahrscheinlich, daß es auch noch nicht beobachtete Strahlungen anderer Serien gibt.

5. Die charakteristische Strahlung wird gleichmäßig nach allen Richtungen rund herum um die strahlende Substanz ausgesandt und ist unabhängig von der Fortpflanzungs- und Polarisationsrichtung der erregenden primären Strahlung. Es ist daher eine unabhängige oder nachfolgende Bewegung der Elektronen, welche die charakteristische Strahlung hervorruft.

6. Die Intensität der von einer primären Strahlung von gegebener Intensität hervorgerufenen charakteristischen Strahlung variiert mit der Absorbierbarkeit der primären Strahlung nach einem bestimmten Gesetz.

7. Die Emission der charakteristischen Strahlung wird von einer besonderen Absorption der erregenden primären Strahlung begleitet. Die Änderung der Absorption der primären Strahlung mit der Wellenlänge scheint einfach von einer Beziehung zwischen der Wellenlänge und denjenigen der charakteristischen Strahlungen der absorbierenden Substanz abzuhängen.

8. Die Emission der charakteristischen Strahlung wird von einer besonderen Emission von Elektronen begleitet — der korpuskularen sekundären Strahlung der strahlenden Substanz.

9. Die partielle Transformation einer primären Strahlung in eine charakteristische Strahlung wird vom Verlust der gesamten ionisierenden Kraft der primären und aller sekundären Strahlungen begleitet — das bedeutet die Transformation der Energie in eine noch nicht beobachtete Form. Die durch eine X-Strahlung hervorgerufene Ionisation ist also kein richtiges Maß für die Absorption dieser Strahlung.

10. Eine charakteristische Strahlung verursacht während des Durchgangs durch Materie die Ausstoßung von Elektronen aus einigen der getroffenen Atome; die Geschwindigkeit des Ausstoßens ist dabei nur von der Durchdringungsfähigkeit dieser Strahlung abhängig; je durchdringender die Strahlung ist, um so größer ist die Ausstoßungsgeschwindigkeit. Eine ähnliche Beziehung gilt, wie sich zeigen läßt, für das Licht. Benutzt man die Plancksche Formel $\frac{1}{2} mv^2 = hn$ zur Berechnung der Frequenz n und der Wellenlänge und die Werte von Whiddington für die Ausstoßungsgeschwindigkeit, so findet man die Wellenlängen λ der charakteristischen Strahlungen (*K*-Reihe) für verschiedene Elemente, wie folgt:

Al-Strahlung	(*K*-Reihe)	. . .	$\lambda =$	$5{,}9 \cdot 10^{-8}$	cm
Ca-	„	„ . . .		2,73	„
Cr-	„	„ . . .		1,6	„
Cu-	„	„ . . .		1,08	„
Rh-	„	„ . . .		0,41	„
Ag-	„	„ . . .		0,375	„
Ce-	„	„ . . .		0,22	„

11. Alle Versuche deuten darauf hin, daß die Erscheinung eine solche der Fluoreszenz ist — vielleicht in ihrer einfachsten Form —, wobei die charakteristische X-Strahlung aller Wahrscheinlichkeit nach ebenso homogen ist wie das Licht einer gewöhnlichen Spektrallinie. Im Gegensatz zu der leuchtenden Fluoreszenz entsteht die Emission an einem Teile des Atoms, der durch keine physikalischen Mittel, soweit sie zu unserer Verfügung stehen, angreifbar ist.

12. Die charakteristische X-Strahlung wird auch durch korpuskulare Strahlen (β-Strahlen) erregt, wenn diese eine Geschwindigkeit haben, die größer ist als eine bestimmte kritische Ge-

schwindigkeit. Diese kritische Geschwindigkeit ist gleich der Emissionsgeschwindigkeit der Korpuskeln, die von Körpern ausgehen, welche der X-Strahlung ausgesetzt sind. — Es ist wahrscheinlich, daß dies in fundamentaler Weise mit dem Stokesschen Gesetz verknüpft ist. Denn ob die charakteristische Strahlung durch korpuskulare Strahlung oder durch X-Strahlung hervorgerufen ist, so scheint es doch wesentlich zu sein, daß jede Art der primären Strahlung fähig ist, die Ausstoßung von Elektronen mit einer Geschwindigkeit zu verursachen, die größer ist als die kritische, für jede besondere X-Strahlung charakteristische Geschwindigkeit.

13. Dieser Bericht würde sehr unvollständig sein, wollte man nicht noch der neueren Untersuchungen über die Interferenz und Reflexion Erwähnung tun, die von v. Laue, Friedrich und Knipping begonnen wurden. Der Verfasser unternahm in Gemeinschaft mit Herrn Martyn Versuche über die Änderung der Intensität der unter verschiedenen Winkeln an Spaltflächen von Steinsalz reflektierten Strahlen. Aus den Spektren verschiedener Ordnungen wurde unter Benutzung der Gleichung $2d\cos\theta = n\lambda$ (d Entfernung zwischen aufeinanderfolgenden Molekülschichten, θ der Einfallswinkel, der die Spektrallinie der n^{ten} Ordnung ergibt) ein Wert von λ in vollkommener Übereinstimmung mit dem aus den Planckschen Gleichungen abgeleiteten gefunden. Infolge von Komplikationen, welche durch eine Periodizität in der Struktur der benutzten Kristalle hervorgerufen werden, kann allerdings diese Betrachtung noch nicht als völlig sicher gestellt gelten. W. H. und W. L. Bragg, ferner Mosely und Darwin haben dieselbe Sache nach einer Methode, die diese Mängel nicht aufweist, studiert und haben die Wellenlängen einiger charakteristischen Strahlungen gefunden, welche direkt von der Antikathode einer X-Strahlen-Röhre ausgingen. So fanden die Herren Bragg für die charakteristische Rhodiumstrahlung (K-Reihe) $\lambda = 0{,}6 \cdot 10^{-8}$. Sie fanden ferner, daß die Wellenlänge der emittierten charakteristischen Strahlung um so kürzer wird, je höher das Atomgewicht des Strahlers ist.

14. Der größte Teil der von einer gewöhnlichen X-Strahlen-Röhre ausgesandten primären Strahlung scheint durch die Kathodenteilchen hervorgebracht zu sein, wenn diese in bestimmter Weise mit den Atomen in der Antikathode zusammentreffen. (Diese Ansicht wird durch Versuche über die Polarisation der primären Strahlung gestützt.) Diese Strahlung kann als eine Strahlung mit einem kontinuierlichen Spektrum angesehen werden; aber infolge der Absorption der längeren Wellen durch das Glas der Röhre weist sie nur einen engen Wellenlängenbereich auf, wenn man sie auf die gewöhnliche Weise außerhalb der Röhre untersucht. Dazu kommen noch die charakteristischen Strahlungen, welche in der Antikathode sowohl durch die Kathodenstrahlen als auch durch die primäre Röntgenstrahlung erregt werden. In beiden Fällen kann die Emission der charakteristischen Strahlung nur dann auftreten, wenn ein Elektron mit einer Geschwindigkeit größer als eine kritische Geschwindigkeit ausgestoßen worden ist. Jede charakteristische Strahlung ist einer Schwingung zuzuschreiben, die in einem Atom infolge der Ausstoßung eines besonderen Elektrons erregt wird. Aber die Energie, welche zuerst von dem Elektron aufgenommen werden muß, muß den kritischen, für dies Elektron charakteristischen Wert überschreiten. Dieser kritische Wert variiert mit dem Elektron, aber die Ausstoßung korrespondierender Elektronen in verschiedenen Atomen verursacht die Emission eines langen Wellenzuges mit den Spektrallinien der K- oder L-Reihen. — Die vollkommene Ähnlichkeit der Absorptionsgesetze für alle Elemente und alle Durchdringungsvermögen läßt auf eine weitgehende Genauigkeit und Gesetzmäßigkeit in der die Strahlung hervorbringenden Bewegungen schließen.

15. Zwei der am meisten interessierenden Gesichtspunkte, die man beim Studium der charakteristischen X-Strahlungen beobachten kann, sind: 1. die wundervolle Einfachheit aller Erscheinungen in dem Sinne, daß das Verhalten einer Substanz für alle anderen typisch ist; 2. die fundamentale Identität von Röntgenstrahlung und Licht. Wir haben kürzlich den Beginn einer Spektroskopie der Röntgenstrahlung gesehen.

(Eingegangen 5. Januar 1914.)

ZUSAMMENFASSENDER BERICHT.

Fünfte Konferenz der Internationalen Vereinigung für Sonnenforschung (International Union for Cooperation in Solar Research) in Bonn, 30. Juli bis 5. August 1913.

In der Woche vom 30. Juli bis zum 5. August 1913 fand in Bonn die fünfte Konferenz der International Union for Cooperation in Solar Research statt (vierte 1910 in Pasadena, Kalifornien, dritte 1907 in Paris). Es hatten sich genau 100 aktive Teilnehmer neben einer Reihe inaktiver eingefunden, zum größeren Teil Abgeordnete der Akademien und Körperschaften, aus denen sich die Solar Union zusammensetzt, zum kleineren Teil geladene Gäste oder Mitglieder von Ausschüssen. Entsprechend dem internationalen Charakter der Vereinigung waren die Ausländer stark vertreten; über 20 Amerikaner, 14 Vertreter Frankreichs, 16 Engländer und zahlreiche Vertreter Deutschlands, Kanadas, Belgiens, Rußlands, Österreich-Ungarns, Italiens, Spaniens, Hollands, Schwedens und Norwegens waren erschienen. Von dem geschäftsführenden Vorstande fehlten Hale-Pasadena und Schuster-London (Manchester) infolge von Krankheit. Der Vorsitz während der Bonner Tagung fiel statutenmäßig Deutschland zu, und zwar den Herren Kayser-Bonn, Küstner-Bonn, Schwarzschild-Potsdam, Runge-Göttingen, Pringsheim-Breslau. Turner-Oxford vertrat den abwesenden Vorstand. Der Umstand, daß die Mitglieder und Teilnehmer der Solar Union sich fast alle von früheren Tagungen in Pasadena, Paris und Oxford her kennen und in Ausschüssen und Komitees zusammengearbeitet haben, bewirkte, daß die Konferenz der Solar Union einen persönlicheren und intimeren Charakter trug, als er Zusammenkünften in größerem Rahmen eigen ist. Die von den Bonner Teilnehmern, in erster Linie Herrn H. Kayser sowie den Städten Bonn und Köln getroffenen Vorbereitungen und die wohlgelungenen Veranstaltungen und Festlichkeiten verstärkten diesen Charakter und stellten die Bonner Zusammenkunft in die erste Reihe mit den bestgelungenen Veranstaltungen im Auslande. Als nächster Ort der Tagung für 1916 wurde auf Einladung der italienischen Regierung und der Soc. degli Spettroscopisti Italiani Rom gewählt.

Bei den Tagungen der Solar Union treten bekanntlich die Vorträge gänzlich zurück, sie bilden die Ausnahme. Die Verhandlungen finden in der Regel im Anschluß an Berichte und Anträge statt, die in speziellen Kommissionen vorbereitet sind. Diese haben in dem Zwischenraum zwischen zwei Konferenzen gearbeitet oder tagen neben den Hauptsitzungen der Solar Union. Über Anträge und Berichte wird nach Gesellschaften abgestimmt. Im Anschluß an die Verhandlungen werden ferner einzelne Vorträge gehalten, in der Regel auf besondere Einladung des Vorstandes. Als erfolgreiche Neuheit der Bonner Tagung sei eine Conversazione genannt, die am Abend des 4. August in den Räumen des neuen physikalischen Instituts, in dem auch sonst die Sitzungen stattfanden, abgehalten wurde. Jeder Teilnehmer der Solar Union hatte hier Gelegenheit, vor einem Kreise spezieller Interessenten Vorführungen zu machen und Erläuterungen zu neuen Arbeiten und Untersuchungen zu geben. Von den Thematen der Conversazione seien die folgenden genannt: A. Belopolsky: Die Spektra von canum venaticorum; C. G. Abbot: Über neuere Untersuchungen über die Solarkonstante; G. Hemsalech: Über Resonanzfunken, Funken- und Flammenspektra; H. Chrétien: Über den neuen Spektroheliographen in Nizza; F. Stratton; Über die Spektra der nova geminorum Nr. 2; E. C. Pickering, S. Bailey, Miss Cannon: Über neuere Arbeiten aus Harvard Coll. Observ. (Sternspektra, Veränderliche usw.); A. Riccò: Sonnendurchmesser und Sonnengranulationen; M. Wolf: Die Spektra von Nebelflecken; W. Duffield: Spektrum des Eisens bei Drucken von 140, 160 und 200 Atmosphären; H. Kayser: Neue Instrumente und Versuchsanordnungen aus dem Physikalischen Institut in Bonn; H. N. Russel: Beziehungen zwischen den Spektren und anderen Eigenschaften der Sterne; Ch. St. John: Spektra des Evershedeffektes (radiale Bewegung in Sonnenflecken); E. Hertzsprung: Spektra von nova geminorum, Sonnenspektrum mit Echelon, Objektivprismenaufnahmen zur Bestimmung von Radialgeschwindigkeiten; W. H. Julius: Sonnenstrahlung bei der ringförmigen Finsternis 1912; C. Störmer: Nordlichtaufnahmen von zwei Stationen in 27 km Abstand im nördlichen Norwegen März 1913; F. Slocum; Aufnahmen von Sonnenprotuberanzen; F. Goos: Aufnahmen mit neuem Konkavgitter von Anderson; J. Stebbins: Selenphotometrie; A. Pflüger: Spektrometer mit Steinsalz-Quarz-Achromaten; E. Hertzsprung: Farben schwacher Sterne; W. Michelson: Das bimetallische Lamellenaktinometer.

Dem Kongreß wurden eine Anzahl Abhandlungen zur Publikation und Kenntnisnahme überreicht, von denen die folgenden genannt sein mögen:

W. H. Julius (Vortrag): Über die Brechung

des Lichts beim Durchlaufen wirbelnder Gasmassen und über Sonnenflecken (abgedruckt in dieser Zeitschr. **15**, 48–54, 1914); C. Störmer: Über Wirbel auf der Sonne. (Der Verfasser hat u. a. das Magnetfeld eines Wirbels berechnet, dessen elektrische Stromlinien logarithmische Spiralen bilden. Ein Vergleich mit den Beobachtungen an Sonnenflecken ergibt, daß die Wirbel, die Sonnenflecken entsprechen, in tieferen Regionen der Sonnenatmosphäre liegen müssen, und daß eine Konvektion negativer Elektrizität als wahrscheinliche Ursache des Magnetfeldes anzunehmen ist.) S. Albrecht: Über Wellenlängenmessungen von Spektrallinien (in Sternspektren), Radialgeschwindigkeiten von Sternen und die Klassifizierung von Sternspektren; Ch. St. John: Über radiale Bewegung in Sonnenflecken (Messungen des Dopplereffektes und Diskussion der Beobachtungen an Sonnenflecken führen zum Schlusse, daß die Wirbel, die den Sonnenflecken zugrunde liegen, tief unter der Oberfläche der Sonne sich befinden); G. E. Hale: Vorläufige Beobachtungen über den Zeemaneffekt, der vom allgemeinen Magnetfelde der Sonne herrührt. (Das allgemeine Magnetfeld der Sonne gleicht demjenigen einer magnetisierten Kugel; der magnetische Nordpol liegt in der Nähe des Nordpols der Sonne, entspricht in seiner Lage der Richtung des Magnetfeldes der Erde. In Schichten oberhalb des *Fe*- und *Ti*-Niveaus besteht kein allgemeines Feld von merklicher Stärke. Das Feld an den Polen wird auf etwa 50 Gauß geschätzt. An den Polen und am Äquator verschwindet der Zeemaneffekt, der vom allgemeinen Felde herrührt, er erreicht in einer Breite von 45^0 ein Maximum. Nimmt man an, daß eine mit der Sonne rotierende Ladung die Ursache des Feldes sei, so muß die Ladung negativ sein.) W. H. Julius: Über den Lichtabfall am Rande der Sonnenscheibe (der Lichtabfall kann fast vollständig aus der molekularen Zerstreuung quantitativ erklärt werden).

Aus den Komiteeberichten und -beschlüssen sei das folgende erwähnt: Aus dem Bericht des Komitees für Messung der Sonnenstrahlung: Infolge der Eruption des Mt. Katneai in Alaska im Juli 1912 waren Messungen der Solarkonstanten im letzten Jahre kaum möglich. Die Sonnenstrahlung im nördlichen Amerika hatte zeitweise um 20 Proz. abgenommen. Als Resultat der Messungen Abbots und seiner Mitarbeiter in den letzten 10 Jahren ergibt sich der neue Wert 1,932 Cal/cm^2 Min. Die Intensität der Sonnenstrahlung variiert mit der Sonnenfleckenperiode, und zwar um 5—10 Proz. Daneben bestehen kleinere Unregelmäßigkeiten, deren Natur noch nicht aufgeklärt ist. Im Zusammenhange mit diesem Berichte macht Schwarzschild darauf aufmerksam, daß der Verlauf der Schwärzung der Fraunhoferschen Linien beim Übergange von der Mitte zum Rande der Sonne auf die Anwesenheit einer bloß zerstreuenden, nicht absorbierenden Gashülle hindeutet (vgl. auch oben Julius). J. Baillaud hat auf photographischem Wege nachgewiesen, daß der Helligkeitsabfall von der Mitte zum Rande der Sonne von Tag zu Tag wechselt, und zwar in verschiedenem Maße für die verschiedenen Farben. J. Evershed beschreibt eine neue Methode zur Abschätzung von Änderungen in der allgemeinen Strahlung der Sonne. Die Methode beruht auf einem photographisch-photometrischen Vergleiche zwischen dem Licht des Mondes und demjenigen eines passend gewählten Vergleichsterns. Einzelheiten müssen übergangen werden.

Der Bericht des Komitees für Wellenlängennormalen beschäftigt sich insbesondere mit der Vervollständigung der sekundären und tertiären Normalen und den Schwierigkeiten, die bei der Festlegung der letzteren aufgetreten sind und zum Teil ihre Ursache in wahren oder scheinbaren Wellenlängenänderungen haben, die eintreten, wenn man den als Normallichtquelle gewählten Eisenbogen unter verschiedenen Bedingungen benutzt und Licht aus verschiedenen Partien des Bogens verwendet. H. Kayser, Ch. Fabry und H. Buisson sowie Ch. St. John überreichten dem Kongresse Sonderberichte, die durch Mitteilungen von F. Goos, K. Schwarzschild, J. Hartmann, F. Paschen, Janicki, H. Konen u. a. ergänzt wurden. Die schließlich angenommenen Zahlen und Leitsätze seien hier wiedergegeben, soweit sie von allgemeinem physikalischen Interesse sind:

Die Kommission für Wellenlängennormalen empfiehlt die in der folgenden Tabelle aufgeführten Wellenlängen zur Annahme als weitere internationale Normalen zweiter Ordnung. Sie sind von mehreren Beobachtern mit dem Fabry-Perotschen Interferometer gemessen; aus diesen Ergebnissen ist das Mittel genommen.

Die Kommission empfiehlt die weiter folgenden Vorschriften für den Gebrauch des Eisenlichtbogens in Luft zur Bestimmung von Normalen dritter Ordnung:

1. Die Länge des Lichtbogens sei 6 mm.
2. Für Wellenlängen, die größer als 4000 sind, sei der Strom 6 Amp., und für solche unter 4000 4 Amp. oder womöglich weniger.
3. Man benutze Gleichstrom mit dem positiven Pol über dem negativen und mit einer Spannung von 220 Volt. Der Durchmesser der Eisenstäbe sei 7 mm.
4. Als Lichtquelle werde ein axialer Teil von etwa 2 mm Länge aus der Mitte des Lichtbogens verwendet.

5. Von Eisenlinien sind nur die Gruppen *a, b, c, d* (nach der Mt. Wilsonschen Einteilung der Eisenlinien) zu verwenden. Es wird darauf hingewiesen, daß die Definition der Linien der Gruppe *c* (Klasse 5) und *d* besser wird, wenn man den Spalt senkrecht zum Lichtbogen in seiner Mitte stellt oder wenn man die Richtung des Stromes während der Aufnahme mehrmals wechselt.

Auf der Versammlung von 1910 auf Mt. Wilson wurden in dem Kommissionsbericht „Laboratorien oder Sternwarten, die erstklassige Konkavgitter besitzen", aufgefordert, Normalen dritter Ordnung des Eisenspektrums zu bestimmen.

Es war hiermit nicht beabsichtigt, die Arbeit auf solche Beobachter zu beschränken, die im Besitz von Konkavgittern sind. Es ist im Gegenteil die Mitwirkung aller derjenigen erwünscht, die über ebene Gitter oder Prismen von hinreichender Dispersion und auflösender Kraft verfügen. Zu diesem Ende empfiehlt die Kommission, daß weitere Standardlinien zweiter Ordnung bestimmt werden mögen, die die Lücken unsrer bisherigen Tabellen ausfüllen, damit die Interpolationsmethode mit größerer Genauigkeit verwendet werden kann.

Weitere Normalwellenlängen zweiter Ordnung aus dem Bogenspektrum des Eisens.

λ (Intern)	Fabry und Buisson	Pfund	Burns	Eversheim
5709,396	396	396	395	—
—	—	—	—	—
4233,615	615	615	—	616
4191,444	441	445	—	444
4147,676	677	677	—	674
4134,685	685	—	—	685
4118,552	552	551	—	552
4076,042	641	644	—	642
4021,872	872	871	—	872
3977,746	745	745	—	747
3935,818	818	—	—	818
3907,937	938	—	—	936
3906,482	481	483	—	—
3865,527	526	—	—	528
3850,820	820	—	—	820
3843,261	261	261	—	—
3805,346	346	346	—	347
3753,615	615	616	—	614
3724,380	379	380	—	380
3677,629	628	630	—	630
3676,313	312	—	—	314
3640,392	391	392	—	392
3606,682	681	—	—	683
3556,881	879	883	—	882
3513,821	820	821	—	822
3485,345	344	346	—	346
3445,154	155	154	—	154
3399,337	337	338	—	357
3370,789	789	788	—	791
—	—	—	—	—
6750,163	—	—	164	162
6678,004	—	004	000	008
6592,928	—	928	925	931
6546,250	—	251	247	252

Nickellinien, Bogen zwischen Nickelstäben:

I. A.	Fabry und Buisson	Eversheim	Pfund
759	5857,760	759	757
882	5892,882	881	882

(Diese Wellenlängen beziehen sich auf normalen Luftdruck und 15° C.)

Im Anschluß an diesen Bericht teilte F. Paschen einige im Ultrarot mittels Interferometer genau gemessene Helium- und Kadmiumlinien mit.

Der Bericht des Ausschusses für die Klassifizierung der Sternspektra sei hier nur erwähnt.

Der Ausschuß für Untersuchungen mit dem Spektroheliographen wurde erweitert zu einem aus zwei Unterausschüssen bestehenden Komitee für die Sonnenatmosphäre.

In Reggio und Neu-Seeland werden neue Observatorien für spektroheliographische Untersuchungen errichtet. Im Zusammenhange hiermit wurden von Hale, Chrétien, Riccò, Butler, Deslandres u. a. Berichte über neuere Untersuchungen über Flocculi, Flecken usw. erstattet.

Das Komitee für die Messung der Sonnenrotation vermittels Linienverschiebungen berichtet über systematische Differenzen zwischen den Resultaten verschiedener Beobachter und stellt ein Programm für die Messungen der nächsten Zeit auf.

Die Einzelheiten eines ausführlichen Berichts des Komitees für okulare Untersuchung des Sonnenfleckenspektrums lassen sich hier nicht wiedergeben. F. Cortie, J. Evershed, J. Fowler, Naegamvala fügten zum Teil ausführliche Berichte, auch über photographische Untersuchungen hinzu, aus denen hervorgeht, daß von einem Fleckenspektrum als bestimmtem und charakteristischem Spektrum gesprochen werden kann. Eine ausführliche Anleitung zu visuellen Beobachtungen und eine Liste ausgewählter Sonnenfleckenlinien ergänzen den Bericht.

Das neue Subkomitee für visuelle Beobachtungen von Protuberanzen und verwandte Erscheinungen hat neue Regeln für die Beobachter aufgestellt.

Im Anschluß an diesen Bericht trug G. Hemsalech vor über verstärkte Linien (enhanced lines). Er gelangt auf Grund von Vergleichen zwischen Flammen- und Funkenspektren dazu,

vier verschiedene Typen von verstärkten Linien zu unterscheiden: 1. Linien, die schon in Flammen höherer Temperatur verstärkt werden, z. B. *H* und *K* von *Ca*; 2. Linien, die im Kegel des Bunsenbrenners auftreten, in heißen Flammen aber fehlen, im Bogen als Pollinien sichtbar sind: Beispiel *Fe* 3871; 3. Linien, die von Flammen nicht emittiert werden, im Bogen schwach sind und im Funken bedeutend verstärkt werden: Beispiel *Fe* 4924; 4. die eigentlichen Funkenlinien: Beispiel *Mg* 4481.

Zugunsten der Errichtung eines Sonnenobservatoriums in Australien wurde ein Beschluß gefaßt.

Nach Schluß der Konferenz begaben sich eine Anzahl Teilnehmer noch zur Versammlung der Astronomischen Gesellschaft nach Hamburg. Ausführliche Berichte über die Verhandlungen erscheinen in Band IV der Transactions Solar Union. Konen.

(Eingegangen 11. Dezember 1913.)

BESPRECHUNGEN.

P. Langevin u. M. de Broglie, La théorie du rayonnement et les quanta. Rapports et discussions de la réunion tenue à Bruxelles, du 30 octobre au 3 novembre 1911. Sous des auspices de M. E. Solvay. gr. 8. VI u. 461 S. mit 21 Figuren. Paris, Librairie Gauthier-Villars. 1912[1]). Fr. 15.—

Der Bericht über den ersten „Solvay-Kongreß", dessen französische Ausgabe hier vorliegt — eine deutsche ist bereits im Druck — ist mehr als eine trockene Darstellung des Standes der Strahlungs- und Quantentheorie; der Gedanke des hochherzigen Mäcens der Physik, des Herrn M. E. Solvay, durch Berufung eines „Conseil" den hervorragenden Forschern Gelegenheit zu geben, in unmittelbaren Ideenaustausch zu treten, ist auch in dem gedruckten Berichte lebendig geblieben. Denn durch die ausführliche Aufnahme der Diskussionen, die sich an die Vorträge anschlossen, gewinnt man einen Einblick in die Denk- und Arbeitsweise der Männer, aus deren Geiste die neuen, umstürzenden Anschauungen der theoretischen Physik geboren wurden. Beim Lesen dieser Vorträge und Diskussionen treten die Persönlichkeiten der Redner nicht in der Weise hinter der Sache zurück, wie das sonst in der wissenschaftlichen Literatur üblich ist. Für jeden, der sich aktiv an der Entwicklung der Wissenschaft beteiligt, liegt darin ein großer Reiz; denn so lange die Grundlagen der Quantentheorie noch so wenig geklärt sind, wie heute, hängt die Stellungnahme für oder wider die neue Lehre in nicht geringem Maße von persönlichen Neigungen und Anschauungen ab.

Wenn wir uns nun zu einer kurzen Inhaltsangabe des Solvay-Berichts wenden, so sehen wir unter den Teilnehmern naturgemäß die Partei der Quantenfreunde in überwiegender Zahl vertreten. Gleich auf die Begrüßungsansprachen der Herren Solvay, Prof. Lorentz und Nernst folgt der erste Vortrag des Vorsitzenden des Kongresses, H. A. Lorentz aus Leiden, „über die Anwendung des Satzes von der Gleichverteilung der Energie auf die Strahlung". Dieser steht gewissermaßen über den Parteien. Lorentz führt in möglichster Allgemeinheit den Nachweis, daß die klassische Mechanik und Elektrodynamik (deren Grundgesetze sich auf die Form der „Hamiltonschen Gleichungen" bringen lassen) in Verbindung mit den gewöhnlichen Ansätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung unausbleiblich zu der Gleichverteilung und damit zum Rayleigh-Jeansschen Strahlungsgesetze führen; sodann diskutiert er die Folgerungen, die sich aus jeder, dem Wienschen Verschiebungsgesetze genügenden Strahlungsformel für die mittlere Energie eines freien Elektrons im Strahlungsfelde ergeben, und kommt zu dem Schlusse, daß die einfachen Interferenzschwankungen nicht hinreichen, um dem Elektron die nötige Energie $\frac{3}{2} kT$ mitzuteilen, sondern Schwankungen anderer Art, etwa nach Plancks Quantenhypothese, erforderlich sind. Nun kommen zuerst die Gegner der Quantentheorie zu Wort; Lord Rayleigh, der selbst nicht anwesend ist, äußert sich in einem Briefe an Nernst, während J. H. Jeans seine Ansicht in einem ausführlichen Vortrage „über die kinetische Theorie der spezifischen Wärme" vertritt. Beide sehen den einzigen Ausweg aus dem Widerspruche zwischen der klassischen Theorie und dem Experimente in der Annahme, daß der von der Theorie geforderte Gleichgewichtszustand erst nach ungeheuer langer Zeit eintrete und die Experimente nicht mit dem wahren Gleichgewicht, sondern einem Übergangszustand zu tun hätten. In der folgenden Diskussion kommt deutlich zum Ausdruck, daß die Mehrzahl der Kongreßteilnehmer diesen Vorschlag für unbefriedigend hält angesichts des experimentellen Materials über die schwarze Strahlung, die durchaus den Charakter wahren Gleichgewichts zu haben scheint. Dieses Material wird in den beiden folgenden Vorträgen von E. Warburg und H. Rubens zusammengestellt. Von den Anhängern der Quantentheorie kommt zuerst ihr Begründer M. Planck zu Wort, der nach einer Darstellung der Theorie die Ansicht äußert, daß das Auftreten der Quanten vielleicht auf diejenigen (chemischen) Kräfte beschränkt sei, die Atome und Elektronen im Moleküle zusammenhalten, während sonst für die Bewegung der Moleküle als ganze und der freien Elektronen die Gesetze der klassischen Dynamik gelten. Die beiden folgenden Vorträge von M. Knudsen über „die kinetische Theorie und die experimentellen Eigenschaften der vollkommenen Gase" und von J. Perrin, „die Beweise der Realität der Moleküle" haben weniger mit den Quanten, als mit dem Ausbau unserer atomistischen Vorstellungen zu tun, die durch die neuen Entdeckungen unverhoffte Bestätigung erhalten haben. Im nächsten Berichte wendet sich W. Nernst wieder dem Hauptthema zu, indem er über die „Anwendung der Quantentheorie auf verschiedene physiko-chemische Pro-

1) Die Besprechung erscheint leider — nicht durch die Schuld des jetzigen Referenten — verspätet. D. Red.

bleme" spricht. Im Mittelpunkte steht dabei natürlich die Formel von Einstein für die spezifische Wärme fester Körper und ihre erfolgreiche Weiterbildung durch Nernst und Lindemann; interessant ist, daß Einstein in der Diskussion diese Verbesserungen als provisorisch bezeichnet und den Mangel der Theorie (Annahme monochromatischer Schwingungen der Moleküle) bezeichnet, der seitdem in der neueren Theorie tatsächlich beseitigt worden ist. (In der deutschen Ausgabe wird die Weiterbildung der Theorie von Herrn Eucken in einem Anhange dargestellt.) Von ähnlicher Bedeutung für die Quantentheorie wie die spezifische Wärme fester Körper ist das Verhalten der elektrischen Leitfähigkeit bei tiefen Temperaturen, über die Kamerlingh Onnes berichtet. Während bei all diesen Ansätzen die Quantentheorie nur bei der Berechnung der Mittelwerte der Energiegrößen herangezogen wird, wendet A. Sommerfeld das „Wirkungsquantum" auf einzelne, sogar auf nicht periodische Molekularvorgänge an, auf die Röntgen- und γ-Strahlung, auf den lichtelektrischen Effekt und die Ionisationsspannung. P. Langevins Bericht über die „kinetische Theorie des Magnetismus und die Magnetonen" gipfelt in der Beziehung, die auf Grund der Sommerfeldschen Hypothese zwischen dem Wirkungsquantum und dem Magneton besteht. Am Schlusse ergreift A. Einstein das Wort, um den Stand des Problems der spezifischen Wärmen darzulegen, wobei er sowohl die festen Körper, als auch die Gase berücksichtigt; den Hauptteil seiner Darlegungen bilden dabei tiefgründige Untersuchungen über die Quantenhypothese und die Widersprüche, die sich zwischen ihr und der alten Theorie auftun. M. Born.

J. D. van der Waals, Lehrbuch der Thermodynamik in ihrer Anwendung auf das Gleichgewicht von Systemen mit gasförmig-flüssigen Phasen. Nach den Vorlesungen bearbeitet von Ph. Kohnstamm. 2. Teil. gr. 8. XVI u. 646 S. mit 205 Figuren im Text. Leipzig, Johann Ambrosius Barth. 1912. Gebunden M. 24.—

Dem ersten im 11. Bande dieser Zeitschr. 551, 1910, besprochenen Bande der Vorlesungen von van der Waals ist nach längerem Zwischenraum nunmehr der zweite gefolgt, der von allen, die sich für Fragen der Thermodynamik interessieren, sehnlichst erwartet wurde. Enthält der Band doch einen großen Teil des Lebenswerkes des berühmten niederländischen Forschers, die Theorie der binären Gemische, die bisher nur in zahlreichen verstreuten Abhandlungen mitgeteilt worden war. Eine solche zusammenfassende Darstellung ist hier doppelt wertvoll, weil wir die Grundanschauungen kennen lernen, die eine große Anzahl niederländischer Forscher bei ihren theoretischen und experimentellen Arbeiten geleitet haben.

Der Band beginnt mit der Besprechung der Phasenregel. Schon hier tritt bei der Erörterung der Grundbegriffe dieses Satzes und der von verschiedenen Seiten über diese geäußerten Ansichten das bezeichnende Merkmal des ganzen Werkes hervor, die außerordentliche Gründlichkeit und Sorgfalt, mit der sich der Verfasser in den Gegenstand vertieft hat.

Das zweite Kapitel behandelt die chemischen Potentiale und ihre Beziehungen zu den thermodynamischen Funktionen sowie das Paradoxon von Gibbs.

Im dritten Kapitel finden wir die Sätze über verdünnte Lösungen, die im Anschluß an einen auf W. Gibbs zurückgehenden Gedankengang aus dem Kleinwerden der Menge des einen Bestandteils gegen die des anderen abgeleitet werden. Es mag zweifelhaft erscheinen, inwieweit es berechtigt ist, hierauf ohne Hinzuziehung weiterer Erfahrungstatsachen eine Theorie der verdünnten Lösungen aufzubauen, vor allem deshalb, weil man über das Gültigkeitsbereich dieser Sätze vollkommen im unklaren treibt. Man kann sich des Eindrucks nicht erwehren, als ob vom Verfasser Umfang und Bedeutung dieser Sätze wie auch des Begriffs des osmotischen Drucks nicht genügend gewürdigt würden. Merkwürdig bleibt es ja überhaupt, daß sich aus keinem Lande so viele Stimmen gegen die Theorie der verdünnten Lösungen erhoben haben, wie aus dem Vaterland ihres großen Begründers.

Im zweiten bis vierten Abschnitt sind die binären Systeme mit flüssigen und gasförmigen Phasen behandelt, also das Gebiet, dessen Entwicklung zum größten Teil den eigenen Arbeiten des Verfassers zu danken ist. Das Charakteristische seiner Theorie liegt darin, daß er eine allgemeine Zustandsgleichung der Zweistoffsysteme aufstellt und aus dieser alles ableitet. Diejenige Form dieser Gleichung, die van der Waals für die wahrscheinlichste hält, würde zu sehr komplizierten Formeln und vielfach kaum ausführbaren Rechnungen führen, da darin die Größe b durch eine quadratische Funktion der Zusammensetzung gegeben ist. Daher begnügt er sich mit der einfacheren Annahme einer linearen Abhängigkeit, von der anzunehmen ist, daß sie die Hauptursachen der unvollständigen Mischungen darzustellen erlaubt, wenn auch die Ergebnisse quantitativ nicht ganz richtig sind. Von diesem Gesichtspunkt aus werden die Fragen nach dem Dampfdruck binärer Mischungen in ihrer Abhängigkeit von der Zusammensetzung, die Erscheinungen im kritischen Gebiet, die Entmischung usw. in sehr eingehender Weise mit reichlicher Anwendung geometrischer Veranschaulichungen besprochen. Hat diese Art der Darstellung den Nachteil, daß sie sich von vornherein an eine bestimmte Form der Zustandsgleichung bindet, so steht demgegenüber als wesentlicher Vorteil im Vergleich mit der sonst üblichen Behandlungsweise, daß die heterogenen Gleichgewichte nicht eine eigene Gruppe von Urphänomenen bilden, sondern ihre Eigenschaften aus denjenigen der homogenen abgeleitet werden können.

In manchen Fällen läßt sich der Verfasser durch allzu festes Vertrauen auf die die Grundlage seiner Überlegungen bildende Zustandsgleichung zu Ungerechtigkeiten gegen andere Ansichten verleiten, so auf S. 170, wo die von Linebarger, Sakurai, Dolezalek und anderen aufgestellte Hypothese, daß die Partialdruckkurven und somit auch die Totaldruckkurve in normalen Fällen lineare Funktionen der Zusammensetzung sind, abgelehnt wird.

Im fünften Abschnitt werden die Gleichgewichte mit festen Phasen behandelt, wobei natürlich die Ausbeute nicht so groß ist, da eine Zustandsgleichung für feste Stoffe fehlt.

In der zweiten Abteilung werden die Einwirkungen äußerer Kräfte, elektrischer wie mechanischer und die chemischen Vorgänge besprochen. Hier ist die Behandlung viel weniger eingehend als in der ersten Abteilung.

Der ganze Band trägt, wie es seine Entstehung aus Vorlesungen erklärlich macht, einen ausgesprochen persönlichen Charakter; nach der Vorliebe des Verfassers für den einen oder anderen Gegenstand wird ihm mehr oder weniger Raum gewidmet. Manchen mag eine gewisse Einseitigkeit stören, jeder wird die liebevolle Vertiefung in den Gegenstand und die

scharfsinnige Kritik bewundern und keiner das Buch ohne reichste Förderung aus der Hand legen.

V. Rothmund.

H. W. B. Roozeboom, Die heterogenen Gleichgewichte vom Standpunkte der Phasenlehre. III. Heft: Die tertiären Gleichgewichte, II. Teil: Systeme mit zwei und mehr Flüssigkeiten ohne Mischkristalle und ohne Dampf. Von F. A. H. Schreinemakers. gr. 8. XI u. 348 S. mit 148 Textabbildungen. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1913. M. 11.—

Die Bearbeitung des dritten Heftes des zweiten Teils von Roozebooms Werk hat wieder F. A. H. Schreinemakers übernommen. Es umfaßt die Systeme mit zwei und mehr Flüssigkeiten ohne Mischkristalle und ohne Dampf. Die möglichen Fälle der Entmischung tertiärer Systeme, die Bedingungen für das Nebeneinanderbestehen von drei flüssigen Phasen, die Binodalkurven und die Sättigungskurven bei Anwesenheit von einer oder mehreren festen Phasen werden mit einer Sachkenntnis und Gründlichkeit besprochen, wie sie nur einem Forscher zur Verfügung steht, der selbst auf dem fraglichen Gebiet Jahrelang tätig war und an seinem Ausbau mitgearbeitet hat. Das letzte Kapitel enthält Ableitungen mit Hilfe der ζ-Fläche, während in den vorausgehenden Kapiteln von der Verwendung derselben abgesehen und die Darstellung elementar gehalten ist. Graphische Darstellungen, meist im Gibbsschen Dreiecksdiagramm, dienen dabei zur Veranschaulichung.

In der Darstellung schließt sich das Buch an den früher besprochenen ersten Teil an (diese Zeitschr. 13, 254, 1912). Sie ist wieder möglichst allgemein gehalten, indem alle denkbaren Fälle vom Standpunkt der Phasenlehre geordnet und erörtert werden, und auf die Hervorhebung der spezifischen Eigentümlichkeiten verzichtet wird, die durch die Gesetze der verdünnten Lösungen oder durch die chemische Natur der Bestandteile gegeben sind.

Besonders dankenswert erscheint es, daß in einigen Fällen, die sich leicht vermehren ließen, auch auf praktische Anwendungen der anscheinend so ganz abstrakten phasentheoretischen Überlegungen hingewiesen wird, so auf S. 13, wo die Bestimmung des Gehalts wäßriger Lösungen an Alkohol oder Aceton durch Titration mit einer dritten Flüssigkeit bis zum Eintritt der Trübung angeführt wird. Solche Beispiele zeigen, wie wichtig eine Kenntnis dieses Erscheinungsgebiets auch für den Analytiker werden kann.

V. Rothmund.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Halle Dr. Erich Beschke (bisher in Gießen) für Chemie, an der Technischen Hochschule Darmstadt Dr.-Ing. Fr. Martin für Chemie.

Ernannt: Der a. o. Professor der chemischen Technologie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Aladar Skita in gleicher Eigenschaft an der Universität Freiburg i. B., der a. o. Professor an der Universität Lemberg Dr. Siegmund Stephan Weyberg zum ord. Professor der Chemie an derselben Hochschule.

Berufen: Der ord. Professor an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Karl Hofmann zum ord. Professor der anorganischen Chemie an der Technischen Hochschule München.

Verliehen: Dem ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule München Dr. August Föppl der Titel Geheimer Hofrat.

Akademiewahlen: Der Professor der Physik an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Johannes Stark wurde von der Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen zum korrespondierenden Mitglied in ihrer mathematisch-physikalischen Abteilung gewählt.

Angebote.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

᠎PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 4. 15. Februar 1914. 15. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 5 am 14. Februar 1914.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Bemerkungen zu der Einsteinschen Gravitationstheorie. II[1]).

Von Gustav Mie.

7. Satz von der Relativität des Gravitationspotentials. Die Annahmen der Einsteinschen Theorie sind zum Teil vielleicht ziemlich nebensächlicher Natur, sie sind aber alle nach einem Prinzip gemacht, nämlich daß die sich ergebenden Gleichungen außer den Lorentzschen Transformationen auch noch andere lineare Transformationen zulassen. Ich glaube, man darf die beiden Sätze:

1. daß das Gravitationspotential ein vierdimensionaler Tensor ist,

2. daß die allgemeinen Gleichungen der Ätherdynamik noch andere lineare Transformationen zulassen, als die Lorentzschen,

als die beiden wesentlichen oder Hauptannahmen der Einsteinschen Theorie bezeichnen, gegen welche die anderen Annahmen als Nebenannahmen eine untergeordnete Rolle spielen.

Um den zweiten der Sätze, in welchem Einstein eine Verallgemeinerung des Relativitätsprinzips erblickt, in seinem eigentlichen Wesen zu erfassen, wird es notwendig sein, ziemlich genau auf ihn einzugehen, obgleich es dabei nicht zu vermeiden ist, daß wir einige Rechnungen der Herren A. Einstein und M. Großmann wiederholen.

Wir wollen uns denken, daß sich im leeren Raum, weit entfernt von aller übrigen Materie, also an einer Stelle, wo das Gravitationspotential den skalaren Wert -1 hat, ein materielles System befindet, in welchem uns die Vorgänge und ihre Gesetzmäßigkeiten vollständig bekannt sind. Wir denken uns weiter dieses selbe materielle System in die Nähe eines sehr großen Körpers, z. B. der Erde, gebracht, wo das Gravitationspotential nicht mehr gleich -1 ist, sondern durch einen Tensor dargestellt wird. Da das Gravitationspotential in der Funktion H und somit auch in den Gleichungen der Ätherdynamik vorkommt, so ist anzunehmen, daß schon das Vorhandensein eines von -1 verschiedenen Gravitationspotentials alle Vorgänge in dem materiellen System beeinflußt. Es fragt sich nun, welcher Art dieser Einfluß des Gravitationspotentials ist. Diese Frage habe auch ich schon in meiner Theorie des skalaren Gravitationspotentials gestellt und für diese Theorie beantwortet (l. c., III., S. 61 ff.).

Die Feldstärke der Gravitation soll auch an dem zu zweit genannten Orte so klein sein, daß auf der Begrenzung eines Bereiches, der das materielle System enthält und im Vergleich zu ihm nach allen Richtungen unendlich ausgedehnt ist, die Änderungen des Gravitationspotentials noch keine bemerkbaren Beträge erreichen, daß also das Gravitationspotential auf der Begrenzung als konstant angesehen werden kann. Es sei nun dieser konstante Wert des Gravitationspotentials in unendlicher Entfernung von dem betrachteten materiellen System mit $(g^1_{\mu\nu})$ bezeichnet. Wir wollen dann 16 Transformationskoeffizienten $a_{\mu\nu}$, die zusammen eine vierdimensionale, im allgemeinen unsymmetrische

1) I: Diese Zeitschr. **15**, 115, 1914.

Matrix bilden ($a_{\mu\nu} \neq a_{\nu\mu}$), durch die folgenden Gleichungen definieren:

$$\left.\begin{aligned} a_{\mu 1} \cdot a_{\nu 1} + a_{\mu 2} \cdot a_{\nu 2} + a_{\mu 3} \cdot a_{\nu 3} + \\ + a_{\mu 4} \cdot a_{\nu 4} = - g^1_{\mu\nu}; \end{aligned}\right\} \quad (42)$$

Da dies nur 10 Gleichungen sind, so kann man natürlich 6 von den Koeffizienten $a_{\mu\nu}$ beliebig wählen. Die zu der Matrix ($a_{\mu\nu}$) reziproke Matrix will ich mit ($\alpha_{\mu\nu}$) bezeichnen, die Größen $\alpha_{\mu\nu}$ sind also folgendermaßen definiert:

$$\left.\begin{aligned} a_{1\mu} \cdot \alpha_{1\mu} + a_{2\mu} \cdot \alpha_{2\mu} + a_{3\mu} \cdot \alpha_{3\mu} + \\ + a_{4\mu} \cdot \alpha_4^{\mu} = 1, \\ a_{1\mu} \cdot \alpha_{1\nu} + a_{2\mu} \cdot \alpha_{2\nu} + a_{3\mu} \cdot \alpha_{3\nu} + \\ + a_{4\mu} \cdot \alpha_{4\nu} = 0, \\ \mu \neq \nu. \end{aligned}\right\} \quad (43)$$

Ich führe nun an Stelle der Komponenten des Gravitationspotentials $g_{\mu\nu}$ im Innern und in der näheren Umgebung des betrachteten materiellen Systems die folgenden linearen Funktionen der $g_{\mu\nu}$ ein, die ich $g_{\mu\nu}'$ nennen will:

$$g_{\mu\nu}' = \sum_{\varkappa,\lambda} \alpha_{\varkappa\mu} \cdot \alpha_{\lambda\nu} \cdot g_{\varkappa\lambda}. \quad (44)$$

Die zehn Größen $g_{\mu\nu}'$ bilden zusammen wieder einen vierdimensionalen Tensor, der aus dem Tensor ($g_{\mu\nu}$) gewissermaßen durch Deformation und Drehung entstanden ist; im Unendlichen, wo ($g_{\mu\nu}$) in ($g^1_{\mu\nu}$) übergeht, wird ($g_{\mu\nu}'$) zufolge der Formeln (42) und (43) zu dem Skalar -1. Ich berechne weiter den zu ($g_{\mu\nu}'$) reziproken Tensor ($\gamma_{\mu\nu}'$), der definiert ist durch:

$$\begin{aligned} g_{\mu 1}' \cdot \gamma_{\mu 1}' + g_{\mu 2}' \cdot \gamma_{\mu 2}' + g_{\mu 3}' \cdot \gamma_{\mu 3}' + \\ + g_{\mu 4}' \cdot \gamma_{\mu 4}' = 1, \\ g_{\mu 1}' \cdot \gamma_{\nu 1}' + g_{\mu 2}' \cdot \gamma_{\nu 2}' + g_{\mu 3}' \cdot \gamma_{\nu 3}' + \\ + g_{\mu 4}' \cdot \gamma_{\nu 4}' = 0, \\ \mu \neq \nu. \end{aligned}$$

Es läßt sich leicht einsehen, daß sich die $\gamma_{\mu\nu}'$ als lineare Funktionen der Komponenten $\gamma_{\mu\nu}$ des zu $g_{\mu\nu}$ reziproken Tensors darstellen lassen:

$$\gamma_{\mu\nu}' = \sum_{\varkappa,\lambda} a_{\varkappa\mu} \cdot a_{\lambda\nu} \cdot \gamma_{\varkappa\lambda}. \quad (45)$$

Durch Anwendung der Formeln (43) kann man leicht die Definitionsgleichungen der $\gamma_{\mu\nu}'$ verifizieren. Will man umgekehrt die $g_{\mu\nu}$ aus den $g_{\mu\nu}'$ und die $\gamma_{\mu\nu}$ aus den $\gamma_{\mu\nu}'$ berechnen, so hat man:

$$\left.\begin{aligned} g_{\mu\nu} = \sum_{\varkappa,\lambda} a_{\mu\varkappa} \cdot a_{\nu\lambda} \cdot g_{\varkappa\lambda}', \\ \gamma_{\mu\nu} = \sum_{\varkappa,\lambda} \alpha_{\mu\varkappa} \cdot \alpha_{\nu\lambda} \cdot \gamma_{\varkappa\lambda}'. \end{aligned}\right\} \quad (46)$$

Ferner führen wir an Stelle des rechtwinkligen Koordinatensystems (x_1, x_2, x_3, x_4) ein schiefwinkliges ein (x_1', x_2', x_3', x_4'), das noch dazu auf den verschiedenen Koordinatenachsen verschiedene Längeneinheiten hat, indem wir die folgenden Substitutionen machen:

$$x_\nu = \alpha_{\nu 1} \cdot x_1' + \alpha_{\nu 2} \cdot x_2' + \alpha_{\nu 3} \cdot x_3' + \alpha_{\nu 4} \cdot x_4'. \quad (47)$$

Es ist dann:

$$x_\nu' = a_{1\nu} \cdot x_1 + a_{2\nu} \cdot x_2 + a_{3\nu} \cdot x_3 + a_{4\nu} \cdot x_4. \quad (48)$$

Wir bezeichnen ferner die aus den $g_{\mu\nu}$ gebildete Determinante, wie oben in Gleichung (21), mit g, ebenso die aus den $g^1_{\mu\nu}$ und die aus den $g_{\mu\nu}'$ gebildeten Determinanten mit g_1 und g'. Dann folgt aus (42) und (46) ohne weiteres:

$$g = g_1 \cdot g'. \quad (49)$$

Wir definieren weiter:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{g}_{\mu\nu\alpha}' = -\frac{1}{2\varkappa} \cdot \frac{\partial g_{\mu\nu}'}{\partial x_\alpha'}, \\ \mathfrak{k}_{\mu\nu\alpha}' = \sqrt{g'} \cdot \sum^{\beta} \gamma_{\alpha\beta}' \cdot \frac{\partial \gamma_{\mu\nu}'}{\partial x_\beta'}, \end{aligned}\right\} \quad (50)$$

und in Analogie zu (30):

$$H_g' = \frac{1}{2} \cdot \sum_{\mu,\nu,\alpha} \mathfrak{g}_{\mu\nu\alpha}' \cdot \mathfrak{k}_{\mu\nu\alpha}'. \quad (51)$$

Es läßt sich dann durch eine leichte Rechnung zeigen, daß:

$$H_g' = \frac{1}{\sqrt{g_1}} \cdot H_g. \quad (52)$$

Fassen wir H_g' als eine Funktion der transformierten Größen $g_{\mu\nu}'$ und $\mathfrak{g}_{\mu\nu\alpha}'$ auf, so folgt aus (51):

$$\mathfrak{k}_{\mu\nu\alpha}' = \frac{\partial H_g'}{\partial \mathfrak{g}_{\mu\nu\alpha}'}. \quad (53)$$

Weiter führen wir einen neuen Geschwindigkeitsvektor $\mathfrak{V}'$ ein, den man aus $\mathfrak{V}$ durch die folgenden Transformationsgleichungen bekommt:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\mathfrak{V}_\mu}{s} = \alpha_{\mu 1} \cdot \mathfrak{V}_1' + \alpha_{\mu 2} \cdot \mathfrak{V}_2' + \alpha_{\mu 3} \cdot \mathfrak{V}_3' + \\ + \alpha_{\mu 4} \cdot \mathfrak{V}_4', \end{aligned}\right\} \quad (54)$$

oder:

$$\left.\begin{aligned} s \cdot \mathfrak{V}_\mu' = a_{1\mu} \cdot \mathfrak{V}_1 + a_{2\mu} \cdot \mathfrak{V}_2 + a_{3\mu} \cdot \mathfrak{V}_3 + \\ + a_{4\mu} \cdot \mathfrak{V}_4, \end{aligned}\right\} \quad (55)$$

wo s folgende Größe bedeuten soll:

$$s^2 = \sum_{\mu,\nu} g^1_{\mu\nu} \cdot \mathfrak{V}_\mu \cdot \mathfrak{V}_\nu = \frac{1}{\sum_{\mu,\nu} \gamma^1_{\mu\nu} \cdot \mathfrak{V}_\mu' \cdot \mathfrak{V}_\nu'}. \quad (56)$$

Durch Quadrieren und Addieren der Gleichungen (55) findet man, wenn man (42) beachtet:

$$\mathfrak{V}_1'^2 + \mathfrak{V}_2'^2 + \mathfrak{V}_3'^2 + \mathfrak{V}_4'^2 = -1.$$

Es ist leicht einzusehen, daß

$$\sum_{\mu,\nu} g_{\mu\nu} \cdot \mathfrak{V}_\mu \cdot \mathfrak{V}_\nu = s^2 \cdot \sum_{\mu,\nu} g_{\mu\nu}' \cdot \mathfrak{V}_\mu' \cdot \mathfrak{V}_\nu',$$

also nach (16):

$$H_e = \varrho \cdot s \cdot \sqrt{\sum_{\mu,\nu} g_{\mu\nu}' \cdot \mathfrak{V}_\mu' \cdot \mathfrak{V}_\nu'}.$$

Wir wollen nun weiter definieren:

$$\varrho' = \frac{\varrho \cdot s}{\sqrt{g_1}} = \frac{\varrho}{\sqrt{g_1}} \cdot \sqrt{\sum_{\mu,\nu} g^1_{\mu\nu} \cdot \mathfrak{V}_\mu \cdot \mathfrak{V}_\nu}, \quad (58)$$

$$H_e' = \varrho' \cdot \sqrt{\sum_{\mu,\nu} g_{\mu\nu}' \cdot \mathfrak{B}_\mu' \cdot \mathfrak{B}_\nu'}\,, \tag{59}$$

dann ist:
$$H_e' = \frac{1}{\sqrt{g_1}} \cdot H_e\,, \tag{60}$$

und nach (52):
$$H' = H_e' + H_g' = \frac{1}{\sqrt{g_1}} \cdot H\,. \tag{61}$$

Wir definieren nun in Analogie zu (37):

$$\mathfrak{W}_\nu' = \frac{\partial H_e'}{\partial \mathfrak{B}_\nu'} = \frac{\varrho' \cdot \sum^\mu g_{\mu\nu}' \cdot \mathfrak{B}_\mu'}{\sqrt{\sum_{\mu,\nu} g_{\mu\nu}' \cdot \mathfrak{B}_\mu' \cdot \mathfrak{B}_\nu'}}\,, \tag{62}$$

dann zeigt eine leichte Rechnung, daß:

$$\mathfrak{W}_\nu' = \frac{s}{\sqrt{g_1}} \cdot (\alpha_{1\nu} \cdot \mathfrak{W}_1 + \alpha_{2\nu} \cdot \mathfrak{W}_2 + \alpha_{3\nu} \cdot \mathfrak{W}_3 + \alpha_{4\nu} \cdot \mathfrak{W}_4)\,. \tag{63}$$

Nach diesen Vorbereitungen kommen wir nun schnell zum Schluß. Aus der Definition (53) der $\mathfrak{k}_{\mu\nu\alpha}'$ folgt:

$$\sum_\alpha \frac{\partial \mathfrak{k}_{\mu\nu\alpha}'}{\partial x_\alpha'} = \frac{1}{\sqrt{g_1}} \cdot \sum_{\varkappa,\lambda} a_{\varkappa\mu} \cdot a_{\lambda\nu} \cdot \sum_\alpha \frac{\partial \mathfrak{k}_{\varkappa\lambda\alpha}}{\partial x_\alpha}\,.$$

Setzen wir hier nach (2), (6), (14) ein:

$$\sum_\alpha \frac{\partial \mathfrak{k}_{\varkappa\lambda\alpha}}{\partial x_\alpha} = -\varkappa \cdot h_{\varkappa\lambda} = -2\varkappa \cdot \frac{\partial H}{\partial g_{\varkappa\lambda}}\,,$$

so ergibt sich nach (46) und (61):

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{k}_{\mu\nu x}'}{\partial x'} + \frac{\partial \mathfrak{k}_{\mu\nu y}'}{\partial y'} + \frac{\partial \mathfrak{k}_{\mu\nu z}'}{\partial z'} + \frac{\partial w_{\mu\nu}'}{\partial t'} &= -\varkappa \cdot h_{\mu\nu}'\,, \\ h_{\mu\nu}' = 2 \cdot \frac{\partial H'}{\partial g_{\mu\nu}'}\,. & \end{aligned}\right| \tag{64}$$

Aus der Definition der $\mathfrak{W}_\nu'$ und $\mathfrak{B}_\nu'$, (55) und (63), folgt:

$$\sum_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu'} (\mathfrak{W}_\mu' \cdot \mathfrak{B}_\nu') = \frac{1}{\sqrt{g_1}} \cdot \sum_\lambda \alpha_{\lambda\mu} \cdot \sum_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu} (\mathfrak{W}_\lambda \cdot \mathfrak{B}_\nu)\,.$$

Nach (38) ergibt eine kleine Rechnung aus dieser Gleichung:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial x'} (\mathfrak{W}_\mu' \cdot \mathfrak{B}_1') + \frac{\partial}{\partial y'} (\mathfrak{W}_\mu' \cdot \mathfrak{B}_2') + \\ &+ \frac{\partial}{\partial z'} (\mathfrak{W}_\mu' \cdot \mathfrak{B}_3') - i \cdot \frac{\partial}{\partial t'} (\mathfrak{W}_\mu' \cdot \mathfrak{B}_4') = \\ &= \sum_{m,n} \frac{\partial H_e'}{\partial g_{mn}'} \cdot \frac{\partial g_{mn}'}{\partial x_\mu'}\,. \end{aligned}\right| \tag{65}$$

Wir haben nunmehr sämtliche Gleichungen der Einsteinschen Gravitationstheorie in den transformierten Größen bekommen, und zwar hat sich gezeigt, daß sie in diesen genau dieselbe Form haben, wie die ursprünglichen Gleichungen in den nicht transformierten Größen. Bedenken wir, daß das transformierte Gravitationspotential ($g_{\mu\nu}'$) im Unendlichen den skalaren Wert -1 annimmt, während das nichttransformierte ($g_{\mu\nu}$) im Unendlichen ($g_{\mu\nu}^1$) wird, so sehen wir, daß die bewiesene Transformationseigenschaft dasselbe besagt wie folgender Satz:

Der Satz von der Relativität des Gravitationspotentials. Wenn sich zwei leere Räume lediglich dadurch unterscheiden, daß in dem einen das Gravitationspotential den skalaren Wert -1 hat, in dem anderen dagegen einen beliebigen Tensorwert $g_{\mu\nu}^1$, so verlaufen in den beiden Räumen alle physikalischen Vorgänge in genau der gleichen Weise, vorausgesetzt, daß man Ort und Zeit im ersten Raum mit Hilfe eines gewöhnlichen orthogonalen Koordinatensystems (x, y, z, it) angibt, in dem zweiten dagegen mit Hilfe eines gewissen schiefwinkligen Koordinatensystems (x', y', z', it'), das durch die Gleichungen (42) und (48) definiert ist.

Man sieht hieraus deutlich, daß der „verallgemeinerte Relativitätssatz" in der Einsteinschen Theorie genau dieselbe Rolle spielt, wie in der meinigen der von mir so genannte „Satz von der Relativität des Gravitationspotentials" (l. c., III., S. 61). Nur sind die Transformationen in der Einsteinschen Theorie sehr viel komplizierter als die äußerst einfache Transformation, die in meiner Theorie gilt, und die durch die Formeln auf S. 63 meiner Abhandlung III dargestellt wird. Es ist das selbstverständlich, weil das Rechnen mit Tensoren überhaupt komplizierter ist als mit Skalaren. In einer Hinsicht jedoch ist der Unterschied des Einsteinschen Relativitätstheorems gegen das meinige wirklich bedeutend. Während in meiner Theorie nur die Größen, die den Zustand des Äthers angeben, transformiert werden, die Koordinaten dagegen ungeändert bleiben, so werden in der Einsteinschen Theorie die Koordinaten mittransformiert. Deswegen sind in der Einsteinschen Theorie die Transformationen der beiden Relativitätstheoreme, des von der Bewegung und des vom Gravitationspotential, einander sehr ähnlich, und das ist wahrscheinlich der Grund, warum Einstein sein Theorem anfänglich für eine Verallgemeinerung des Relativitätsprinzips der Bewegung halten konnte[1]). Vom Stand-

1) In der Einleitung der Abhandlung: „Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie usw." stellt Herr Einstein die Hypothese auf, „daß ein homogenes Schwerefeld sich durch einen Beschleunigungszustand des Bezugssystems physikalisch vollkommen ersetzen lasse". Er meint also offenbar irrtümlich, daß diese Hypothese (die Äquivalenzhypothese) der von ihm entwickelten Theorie zugrunde liege. Das wäre freilich eine allgemeinere Relativität der Bewegungen. In seinem Wiener Vortrag fordert Herr Einstein von der Gravitationstheorie nur noch, daß die „beobachtbaren Naturgesetze nicht vom Ab-

punkt des Physikers aus ist der Hauptunterschied der beiden Theorien, daß nach meinem Relativitätssatz die Naturgesetze durch das Gravitationspotential überhaupt nicht beeinflußt werden, nach dem Einsteinschen Relativitätssatz dagegen in der Weise, als ob die Längeneinheiten und die Zeiteinheit durch die Anwesenheit eines von -1 verschiedenen Gravitationspotentials geändert werden. Nach der Einsteinschen Theorie sollen sich also die Geschwindigkeit des Lichts, die Schwingungszahlen der Spektrallinien, die Dimensionen der Atome und der aus ihnen zusammengesetzten Körper mit dem Gravitationspotential ändern, während nach meiner Theorie gar nichts von alledem zu bemerken sein soll.

8. Gleichheit der trägen und der schweren Masse abgeschlossener Systeme in den Theorien von Einstein und von Mie. Wie man nachweisen kann, daß die beiden Massen von abgeschlossenen Systemen gleich sind, hat Einstein in dem Referat seines auf der Wiener Naturforscherversammlung gehaltenen Vortrags angegeben[1]). Setzt man in die Grundgleichungen (2) die Werte (32) für h^e_{mn} und (34) für h^g_{mn} ein, und beachtet man dabei zugleich (29), so lauten sie:

$$\sum_\alpha \frac{\partial \mathfrak{t}_{mn\alpha}}{\partial x_\alpha} = -\varkappa \cdot \frac{\varrho}{\sqrt{-g^0_{44}}} \cdot \mathfrak{B}_m \cdot \mathfrak{B}_n$$
$$+\varkappa \cdot \sum_{\mu,\nu,\alpha} \left(\gamma_{\alpha m} \cdot \mathfrak{g}_{\mu\nu\alpha} \cdot \mathfrak{t}_{\mu\nu n} - \frac{1}{2} \cdot \gamma_{mn} \cdot \mathfrak{g}_{\mu\nu\alpha} \cdot \mathfrak{t}_{\mu\nu\alpha}\right)$$
$$-\sum_{\mu,\nu,\alpha} \gamma_{m\nu} \cdot \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\alpha} \cdot \mathfrak{t}_{\mu n\alpha}.$$

Man nimmt nun die vier Gleichungen, die einem festen Wert n entsprechen, wenn m die Zahlenreihe 1, 2, 3, 4 durchläuft, multipliziert jede Gleichung mit g_{mn} und addiert, dann ergibt sich mit Benutzung von (20):

$$\sum_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \sum^m g_{mn} \cdot \mathfrak{t}_{mn\alpha}$$
$$= -\varkappa \cdot \left(\mathfrak{W}_n \cdot \mathfrak{B}_n + H_g - \sum_{\mu,\nu} \mathfrak{t}_{\mu\nu n} \cdot \mathfrak{g}_{\mu\nu n}\right)$$

oder nach (39):

$$\sum_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \sum^m g_{mn} \cdot \mathfrak{t}_{mn\alpha} = -\varkappa \cdot T_{nn}.$$

Ebenso bekommt man, wenn man die vier Gleichungen der Reihe nach mit g_{mp} multipliziert und dann addiert:

$$\sum_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \sum^m g_{mp} \cdot \mathfrak{t}_{mn\alpha}$$
$$= -\varkappa \cdot \left(\mathfrak{W}_p \cdot \mathfrak{B}_n - \sum_{\mu,\nu} \mathfrak{g}_{\mu\nu p} \cdot \mathfrak{t}_{\mu\nu n}\right) = -\varkappa \cdot T_{pn}.$$

solutwert des Gravitationspotentials abhängen" (Postulat 4. Diese Zeitschr. **14**, 1250, 1913). Das ist das Relativitätsprinzip des Gravitationspotentials, welches die Einsteinsche Theorie wirklich erfüllt.

1) Diese Zeitschr. **14**, 1258, Gl. (7b), 1913.

Es gilt also allgemein:

$$\sum_\alpha \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \sum^m g_{mp} \cdot \mathfrak{t}_{mn\alpha} = -\varkappa \cdot T_{pn} \quad p = n \text{ oder } p \neq n. \qquad (66)$$

Integriert man die Gleichungen (66) über das von dem abgeschlossenen System eingenommene Volumen und über eine Zeit, während der sich die Komponenten der schweren sowohl wie der trägen Masse des Systems nicht ändern, so erhält man:

$$g^1_{1\mu} \cdot m^g_{1\nu} + g^1_{2\mu} \cdot m^g_{2\nu} + g^1_{3\mu} \cdot m^g_{3\nu} + g^1_{4\mu} \cdot m^g_{4\nu} = m^i_{\mu\nu}. \qquad (67)$$

Hier bedeutet $m^i_{\mu\nu}$, die Komponente (μ, ν) der trägen Masse, das folgende Integral:

$$m^i_{\mu\nu} = \int T_{\mu\nu} \cdot dV, \qquad (68)$$

ferner bedeuten die $g^1_{\mu\nu}$ die Komponenten des Gravitationspotentials auf der Begrenzung des von dem abgeschlossenen System erfüllten Volumens. Wir nehmen, wie in Abschnitt 7 (S. 169), an, daß das Potential $(g^1_{\mu\nu})$ auf der ganzen Begrenzungsfläche als konstant angesehen werden darf.

Aus (67) lassen sich leicht die folgenden Gleichungen herleiten:

$$m^g_{\mu\nu} = \gamma^1_{\mu 1} \cdot m^i_{1\nu} + \gamma^1_{\mu 2} \cdot m^i_{2\nu} + \gamma^1_{\mu 3} \cdot m^i_{3\nu} + \gamma^1_{\mu 4} \cdot m^i_{4\nu}. \qquad (69)$$

Wir wollen nun die Komponente m^i_{44} kurzweg als die träge Masse m_i des Systems bezeichnen:

$$m_i = \int T_{44} \cdot dV. \qquad (70)$$

Bewegt sich das System mit der Geschwindigkeit $\mathfrak{q}$ durch den Raum, so läßt sich aus dem Laueschen Satz leicht herleiten, daß

$$m^i_{\mu\nu} = -m_i \cdot \mathfrak{q}_\mu \cdot \mathfrak{q}_\nu$$
$$\mathfrak{q}_1 = \mathfrak{q}_x, \quad \mathfrak{q}_2 = \mathfrak{q}_y, \quad \mathfrak{q}_3 = \mathfrak{q}_z, \quad \mathfrak{q}_4 = i. \qquad (71)$$

Es folgt nun aus (69):

$$m^g_{\mu\nu} = -m_i \cdot \mathfrak{p}_\mu \cdot \mathfrak{q}_\nu$$
$$\mathfrak{p}_\mu = \gamma^1_{\mu 1} \cdot \mathfrak{q}_1 + \gamma^1_{\mu 2} \cdot \mathfrak{q}_2 + \gamma^1_{\mu 3} \cdot \mathfrak{q}_3 + \gamma^1_{\mu 4} \cdot \mathfrak{q}_4. \qquad (72)$$

Die Gewichte von zwei materiellen Körpern, die sich in demselben Schwerefeld mit derselben Geschwindigkeit bewegen, sind mathematisch genau proportional ihren trägen Massen.

Damit haben wir nun den Satz, auf den Einstein, nachdem einmal das Prinzip der Identität beider Massen fallen mußte, noch so großen Wert legt. Es ist aber aus dem Gang des Beweises leicht zu erkennen, daß dieser Satz mit den eigentlichen Hauptannahmen der Einsteinschen Theorie, die ich auf S. 169 genannt habe, nichts zu tun hat, daß er vielmehr hauptsächlich auf den unwesentlichen Annahmen beruht, die Einstein noch nebenbei in die Theorie eingeführt hat. Vor allen Dingen muß

man für den Beweis des Satzes unbedingt die Annahme (41):

$$H_e = T'_{11} + T'_{22} + T'_{33} + T'_{44}$$

und die Annahme (19) oder (30):

$$H_g = \frac{1}{2} \sum \mathfrak{g}_{\mu\nu\kappa} \cdot \mathfrak{f}_{\mu\nu\kappa}$$

als richtig anerkennen.

Welche Rolle diese beiden Annahmen in dem Beweis spielen, erkennt man am klarsten, wenn man sie auch in die von mir vorgeschlagene Gravitationstheorie einführt. Ich habe bei der Aufstellung meiner Theorie den Grundsatz gehabt, womöglich keine willkürlichen Nebenannahmen zu machen, sondern rein die Konsequenzen aus einer einzigen Hauptannahme zu entwickeln. Es ist das die Annahme, daß die schwere Masse völlig identisch ist mit der Ruhmasse. Gegen die Einführung der in Rede stehenden Nebenannahmen lassen sich, wie wir noch sehen werden, ganz bestimmte Gründe geltend machen. Wir wollen diese Gründe aber vorläufig ignorieren und beide Annahmen als richtig ansehen. Wir setzen also:

$$H = H_e + H_g, \quad T_{\alpha\beta} = T'_{\alpha\beta} + T^g_{\alpha\beta}$$

$$H_e = T'_{11} + T'_{22} + T'_{33} + T'_{44}.$$

$$H_g = \frac{1}{2} \mathfrak{g} \cdot \mathfrak{f}.$$

In der Theorie des skalaren Potentials ist dann [l. c. III, S. 34, Gl. (105)]:

$$T^g_{\alpha\alpha} = H_g - \mathfrak{g}_\alpha \cdot \mathfrak{f}_\alpha, \quad T^g_{\alpha\beta} = -\mathfrak{g}_\alpha \cdot \mathfrak{f}_\beta.$$

Eine ganz einfache Rechnung ergibt mit Benutzung der Gl. (85) in meiner Abhandlung III, S. 28:

$$\frac{\partial T^g_{\alpha 1}}{\partial x} + \frac{\partial T^g_{\alpha 2}}{\partial y} + \frac{\partial T^g_{\alpha 3}}{\partial z} - i \cdot \frac{\partial T^g_{\alpha 4}}{\partial t} = \\ = \frac{\partial H_g}{\partial \omega} \cdot \mathfrak{g}_\alpha - \mathfrak{g}_\alpha \left(\frac{\partial \mathfrak{f}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_z}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} \right).$$

Nun ist aber:

$$\frac{\partial \mathfrak{f}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_z}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial t} = -\varkappa \cdot h,$$

wo h die Dichte der schweren Masse bedeutet [Gl. (86) l. c. III, S. 28], und weiter [Gl. (93) l. c. III, S. 30]:

$$-\varkappa \cdot h = \frac{\partial H}{\partial \omega}.$$

Trennen wir auch h in zwei Summanden: $h = h_e + h_g$, wo:

$$h_e = -\frac{1}{\varkappa} \cdot \frac{\partial H_e}{\partial \omega}, \quad h_g = -\frac{1}{\varkappa} \cdot \frac{\partial H_g}{\partial \omega},$$

so sieht man leicht, daß

$$\frac{\partial T^g_{\alpha 1}}{\partial x} + \frac{\partial T^g_{\alpha 2}}{\partial y} + \frac{\partial T^g_{\alpha 3}}{\partial z} - i \cdot \frac{\partial T^g_{\alpha 4}}{\partial t} = \varkappa \cdot h_e \cdot \mathfrak{g}_\alpha$$

ist. Da nun aber:

$$\frac{\partial T_{\alpha 1}}{\partial x} + \frac{\partial T_{\alpha 2}}{\partial y} + \frac{\partial T_{\alpha 3}}{\partial z} - i \cdot \frac{\partial T_{\alpha 4}}{\partial t} = 0,$$

so folgt hieraus:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T'_{\alpha 1}}{\partial x} + \frac{\partial T'_{\alpha 2}}{\partial y} + \frac{\partial T'_{\alpha 3}}{\partial z} - i \cdot \frac{\partial T'_{\alpha 4}}{\partial t} = \\ = -\varkappa \cdot h_e \cdot \mathfrak{g}_\alpha, \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

eine Gleichung, die das genaue Analogon der Gleichung (38) in der Einsteinschen Theorie ist. Wir können (73) auffassen als die Bewegungsgleichung eines Teilchens, das die träge Masse

$$m_i = \int T'_{44} \cdot dV \quad (74)$$

hat, und auf das außer den Kräften, welche den in den $T'_{\alpha\beta}$ vorkommenden Zustandsgrößen des Äthers entsprechen, auch noch die Schwerkraft wirkt. Als schwere Masse des Teilchens ist zu rechnen:

$$m_g = \int h_e \cdot dV. \quad (75)$$

Ich führe nun die Hauptannahme ein, auf welcher meine Theorie beruht:

$$\left. \begin{aligned} h = H \\ h_e = H_e, \quad h_g = H_g. \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

Setze ich nach Gl. (41):

$$h_e = H_e = T'_{11} + T'_{22} + T'_{33} + T'_{44},$$

so ergibt der Lauesche Satz, wenn wir den Körper der Einfachheit halber als ruhend annehmen:

$$\left. \begin{aligned} \int h_e \cdot dV = \int T'_{44} \cdot dV \\ m_g = m_i. \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

Der Lauesche Satz ist nämlich auf die beiden Summanden des Energietensors $T'_{\alpha\beta}$ und $T^g_{\alpha\beta}$ einzeln anwendbar, weil im Innern eines vollständigen stationären Systems die beiden Komponenten des Energiestroms $T'_{4\beta}$ und $T^g_{4\beta}$ einzeln verschwinden müssen.

Wenn man die Einsteinschen Nebenannahmen $H_e = T'_{11} + T'_{22} + T'_{33} + T'_{44}$ und $H_g = \frac{1}{2} \mathfrak{g} \cdot \mathfrak{f}$ in die von mir vorgeschlagene Gravitationstheorie einführen wollte, so würden auch in dieser Theorie die Gewichte zweier materieller Körper, die sich in demselben Schwerefeld mit derselben Geschwindigkeit bewegen, ihren trägen Massen genau proportional sein.

Der Satz von der Gleichheit der beiden trägen Massen abgeschlossener Systeme ist nicht etwa eine Konsequenz der beiden Hauptannahmen der Einsteinschen Gravitationstheorie, der Annahme eines Tensorpotentials und der Annahme einer eigentümlichen Transformationseigenschaft der Grundgleichungen, sondern er folgt

aus den unwesentlichen, beiläufig gemachten Nebenannahmen der Theorie.

9. Innerer Widerspruch in den Einsteinschen Nebenannahmen. Da die Diagonalsumme $T_{11}+T_{22}+T_{33}+T_{44}$ ein vierdimensionaler Skalar ist, so folgt durch Transformation auf ein Koordinatensystem, in welchem das betrachtete abgeschlossene materielle System ruht:

$$\begin{aligned}\int(T_{11}+T_{22}+T_{33}+T_{44})\cdot dV\\ =\int(T_{11}{}^0+T_{22}{}^0+T_{33}{}^0+T_{44}{}^0)\cdot\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}\cdot dV_0\\ =\sqrt{1-\mathfrak{q}^2}\int T_{44}^0\cdot dV_0,\end{aligned}$$

wo $\mathfrak{q}$ die Geschwindigkeit bedeutet, mit dem sich das materielle System in dem ersten Koordinatensystem bewegt. Da nun T_{44}^0 gleich der Dichtigkeit der Ruhenergie, also gleich H ist, so folgt:

$$\int(T_{11}+T_{22}+T_{33}+T_{44})\cdot dV=\int H\cdot dV. \quad (78)$$

Ist nun aber nach Annahme (41):

$$T_{11}^e+T_{22}^e+T_{33}^e+T_{44}^e=H_e,$$

so folgt aus (78):

$$\left.\begin{aligned}\int(T_{11}^g+T_{22}^g+T_{33}^g+T_{44}^g)\cdot dV=\\ =\int H_g\cdot dV.\end{aligned}\right\} \quad (79)$$

Die Gleichung (79) steht direkt in Widerspruch mit der Nebenannahme (19). Schreibt man nämlich diese Nebenannahme in der Form (30), so ergibt sich aus (39):

$$T_{11}^g+T_{22}^g+T_{33}^g+T_{44}^g=2\cdot H_g. \quad (80)$$

Die beiden Nebenannahmen (19) und (41) der Einsteinschen Theorie stehen miteinander in Widerspruch.

Es ist bemerkenswert, daß diese beiden Annahmen gerade für den Beweis des Satzes von der Gleichheit der beiden Massen notwendig sind. Es wird wahrscheinlich nicht schwer sein, den inneren Widerspruch aus der Einsteinschen Theorie auszumerzen. Man darf aber wohl vermuten, daß mit der Beseitigung des inneren Widerspruchs zugleich der Satz von der Gleichheit beider Massen eines abgeschlossenen Systems fällt.

Aus den allgemeinen theoretischen Untersuchungen, die ich über die Natur der Materie angestellt habe, läßt sich erkennen, daß die Annahme (41) auch abgesehen von dem Widerspruch mit der Annahme (19) an sich unhaltbar ist. Ich kann sagen, daß diese Erkenntnis tatsächlich der Grund für mich gewesen ist, von vornherein auf den Satz von der Gleichheit der beiden Massen eines abgeschlossenen Systems zu verzichten; Überlegungen, wie die in Abschnitt **8** gebrachten, hätten ja sonst ziemlich nahe gelegen.

Anhang.

10. Die beiden Gravitationstheorien von Nordström. Herr Gunnar Nordström hat zwei verschiedene Theorien der Gravitation veröffentlicht, die er beide durch passende Abänderungen der (nicht mit dem Relativitätsprinzip übereinstimmenden) Abrahamschen Gravitationsgleichungen erhalten hat. Die erste dieser beiden Theorien ist von ihm zuerst gegen Ende des Jahres 1912 veröffentlicht worden[1]). In ihr wird die Ruhdichte der Energie in drei Summanden zerlegt:

$$H=H_e+H_p+H_g,$$

von denen der zweite nur von den elastischen Spannungen der Materie, der dritte nur von der Feldstärke der Gravitation, der erste von allen übrigbleibenden Zustandsgrößen abhängt. Herr Nordström nennt H_e speziell die Ruhdichte der trägen Masse der Materie und setzt:

$$\frac{\partial H}{\partial\omega}=-\varkappa\cdot H_e.$$

Es ist demnach in dieser Nordströmschen Theorie:

$$H=e^{-\varkappa\omega}\cdot H_e'+H_p+H_g,$$

wo H_e' ebenso wie H_p und H_g nicht mehr vom Gravitationspotential ω abhängt.

Man sieht, daß diese Theorie der von mir vorgeschlagenen ziemlich ähnlich ist. Bei mir ist:

$$H=e^{-\varkappa\omega}\cdot H',$$

wo H' nicht mehr von ω abhängt, ich habe also die etwas künstliche Zerlegung von H in drei Summanden vermieden.

Die Bezeichnungsweise Nordströms ist von der meinigen sehr abweichend, man muß setzen:

$$H_e=\nu,\quad \varkappa=\frac{g}{c^2},\quad \omega=-\Phi,$$

$$\mathfrak{g}_x=\mathfrak{f}_x=-\frac{\partial\Phi}{\partial x}\text{ usw.,}$$

um die Nordströmschen Gleichungen zu bekommen, außerdem muß man beachten, daß ich die Lichtgeschwindigkeit im idealen Vakuum, die Nordström c nennt, gleich 1 gesetzt habe.

Die zweite, erst kürzlich erschienene Theorie Nordströms[2]) — nebenbei bemerkt die Theorie, von der Herr Einstein in seinem Wiener Vortrag gesprochen hat[3]), während ich in der Dis-

1) Diese Zeitschrift **13**, 1126, 1912; Ann. d. Phys. **40**, 856, 1913.

2) Ann. d. Phys. **42**, 533, 1913.

3) In seinem Vortrag „Zum gegenwärtigen Stand des Gravitationsproblems" hat Herr Einstein von anderen Theorien als der seinigen nur diese zweite Nordströmsche Theorie genannt. Die Besprechung der Abrahamschen Theorie, die sich in dem Referat in dieser Zeitschrift **14**, 1250, 1913 findet, kam in dem Vortrag selber nicht vor. Ich möchte das hier erwähnen, um meine Bemerkungen zu Beginn der Diskussion zu erklären (diese Zeitschrift **14**, 1262, 1913).

kussion die damals allein veröffentlichte ältere Theorie gemeint habe — enthält die beiden Annahmen, daß H in zwei Summanden zu zerlegen ist:

$$H = H_e + H_g,$$

von denen nur der zweite von der Feldstärke der Gravitation ($\mathfrak{z}$, $i\mathfrak{u}$) abhängt, und daß:

$$H_g = \frac{1}{2} \cdot (\mathfrak{z}^2 - \mathfrak{u}^2).$$

Das Gravitationspotential ω soll, wie bei der ersten Nordströmschen Theorie, nur in H_e stecken. Ferner wird für die Dichte der schweren Masse h angenommen [l. c. Gl. (1), (2), (14), (15)]:

$$h = \frac{\nu}{1 - \varkappa \cdot \omega}$$

$$\nu = T'_{11} + T'_{22} + T'_{33} + T'_{44}.$$

Endlich soll [l. c. Gl. (27)] die Größe:

$$\frac{\nu}{(1 - \varkappa \cdot \omega)^4}$$

nicht von ω abhängen.

Diese Annahmen schließen aber einen schweren innern Widerspruch ein. Denn wenn man beachtet, daß das Energieprinzip, wie ich in meiner Abhandlung III auf S. 30 bewiesen habe, nur dann erfüllt sein kann, wenn

$$-\varkappa h = \frac{\partial H}{\partial \omega}$$

oder, da H_g bei Nordström von ω unabhängig ist:

$$-\varkappa h = \frac{\partial H_e}{\partial \omega}$$

so sieht man, daß aus den Nordströmschen Annahmen folgt:

$$\frac{1}{(1 - \varkappa\omega)^3} \cdot \frac{\partial H_e}{\partial \omega} = -\varkappa \cdot H'_e =$$

$$= -\varkappa \cdot \frac{T'_{11} + T'_{22} + T'_{33} + T'_{44}}{(1 - \varkappa\omega)^4},$$

wo H'_e eine von ω unabhängige Größe bedeuten soll. Durch Integration ergibt sich, daß:

$$H_e = \frac{1}{4}(1 - \varkappa\omega)^4 \cdot H'_e =$$

$$= \frac{1}{4} \cdot (T'_{11} + T'_{22} + T'_{33} + T'_{44}).$$

Es ist also:

$$\int H_e \cdot dV = \frac{1}{4} \cdot \int (T'_{11} + T'_{22} + T'_{33} + T'_{44}) \cdot dV,$$

wo das Integral über das Volumen eines abgeschlossenen Systems ausgeführt werden soll.

Nach dem Laueschen Satz muß jedoch sein:

$$\int H_e \cdot dV = \int (T'_{11} + T'_{22} + T'_{33} + T'_{44}) \cdot dV.$$

Danach müssen die Annahmen, die Herr Nordström macht, irgendwie zu Widersprüchen mit dem Energieprinzip führen, was natürlich nicht sein darf. Ich habe nicht näher untersucht, ob und wie sich dieser Fehler aus dem Nordströmschen Ansatz beseitigen läßt, und möchte diese Theorie hier deswegen nicht näher besprechen, obwohl ich glaube, daß sie bei konsequenter Durchführung recht interessant wäre.

Die Bezeichnungsweise ist dieselbe, wie in den älteren Nordströmschen Arbeiten. In einigen Formeln wird statt Φ gesetzt: $\Phi - \Phi_0$, so ist beispielsweise:

$$1 - \varkappa\omega = 1 + \frac{g}{c^2} \cdot (\Phi - \Phi_0),$$

ferner wird gesetzt:

$$\frac{\varkappa}{1 - \varkappa \cdot \omega} = \frac{g}{1 + \frac{g}{c^2} \cdot (\Phi - \Phi_0)} = g(\Phi)$$

und:

$$\frac{1 - \varkappa \cdot \omega}{\varkappa} = \frac{c^2}{g} + \Phi - \Phi_0 = \Phi'.$$

Schluß.

11. Zusammenfassung. Über das eigentliche Ziel seiner Untersuchungen hat sich Herr Einstein in seinem Wiener Vortrag sehr ausführlich ausgesprochen.

1. Es wird in seinen Arbeiten ein Versuch unternommen, die Relativitätstheorie zu erweitern, und zwar soll das Relativitätsprinzip, das zunächst nur für gleichförmige Bewegungen gilt, auf beschleunigte Bewegungen ausgedehnt werden, zum mindesten auf gleichmäßig beschleunigte. Es kommt das, wie Herr Einstein selber hervorhebt, darauf hinaus, eine Kovarianz der Naturgesetze nicht nur gegenüber linearen Substitutionen, sondern auch gegenüber nichtlinearen Substitutionen zu fordern.

2. Die Verallgemeinerung des Relativitätsprinzips soll dadurch erreicht werden, daß die beschleunigte Bewegung eines materiellen Systems sich vollkommen durch ein Schwerefeld ersetzen läßt. Wie Herr Einstein sagt, kann ein auf seinem Standpunkt stehender Physiker das Gravitationsfeld als „scheinbar" bezeichnen, weil sich durch eine gewisse Transformation der Grundgleichungen der Physik immer erreichen läßt, daß das Gravitationsfeld an der betrachteten Stelle verschwindet und durch einen mit ihm äquivalenten Beschleunigungszustand ersetzt wird. Umgekehrt kann man natürlich auch ebensogut eine Beschleunigung des Systems als scheinbar bezeichnen. Diese Hypothese der Äquivalenz von Schwerefeld und Beschleunigung ist natürlich nur dann durchzuführen, wenn träge Masse und schwere Masse in ihrem Wesen identisch sind.

Bei aller Anerkennung der außerordentlich scharfsinnigen und mühsamen Arbeit, die Herr Einstein zur Erreichung des gesteckten Zieles aufgewendet hat, kann man doch nicht anders sagen, als daß sein Versuch nur ein negatives Resultat gehabt hat.

1. Die Verallgemeinerung des Relativitätsprinzips, die in der Einsteinschen Arbeit erreicht worden ist, bezieht sich nur auf lineare Transformationen, hat also mit beschleunigten Bewegungen gar nichts zu tun. Ich habe in der vorliegenden Untersuchung nachgewiesen, daß diese „Verallgemeinerung“ weiter nichts bedeutet, als daß außer der Relativität der Bewegungen noch eine Relativität des Gravitationspotentials existiert. Diese zweite Relativität gilt auch in meiner Theorie, und zwar ist sie hier mit äußerst einfachen Mitteln erreicht.

2. Die Äquivalenzhypothese scheint mir schon aus dem Grunde hinfällig zu werden, weil von einer Identität der trägen und der schweren Masse in der Einsteinschen Theorie gar nicht die Rede sein kann. Allerdings wird durch die Einführung einiger Nebenannahmen der Satz gewonnen, daß die schwere und die träge Masse abgeschlossener Systeme einander streng proportional sind. Aber dieser Satz ist keineswegs, wie es nach der Äquivalenzhypothese sein müßte, eine Folge der Transformationseigenschaften der Grundgleichungen, er würde ebensogut in meiner Theorie gelten, wenn man die eben erwähnten Nebenannahmen auch in ihr einführen wollte. Es hat sich weiter gezeigt, daß diese Nebenannahmen einen inneren Widerspruch enthalten, und somit ist der Satz von der Gleichheit der beiden Massen auch in der bescheidenen Fassung, die er schließlich bekommen hat, nicht zu halten.

Als ein positives Resultat der vorliegenden Untersuchung nenne ich den Nachweis, daß in einer beliebigen Theorie, in welcher die schwere Masse ein vierdimensionaler Tensor ist, eine Identität des Tensors der schweren Masse mit dem Tensor der trägen Masse schlechterdings unmöglich ist. Soviel ich sehe, ist damit wohl überhaupt nachgewiesen, daß ein Prinzip von der Identität beider Massen nicht gelten kann. Ob man von hier aus weiter dazu kommen kann, die Unmöglichkeit der Einsteinschen Äquivalenzhypothese allgemein nachzuweisen, läßt sich ohne genauere Untersuchung nicht sagen, es scheint mir aber sehr wohl möglich. Jedenfalls möchte ich glauben, daß das Mißlingen des Einsteinschen Versuchs durch die Unmöglichkeit des Erfolges zu erklären ist. In der Diskussion zu dem Einsteinschen Vortrag habe ich darauf hingewiesen, daß eine Verallgemeinerung des Relativitätsprinzips, wie sie Einstein beabsichtigt, voraussichtlich immer zu Widersprüchen mit den allgemeinen Prinzipien der physikalischen Forschung führen wird (diese Zeitschrift **14**, 1264). Es wäre nun interessant, wenn man von einem andern Gesichtspunkt aus die Unmöglichkeit der Verallgemeinerung mathematisch streng nachweisen könnte. In diesem Zusammenhang scheint mir ein von Herrn Einstein angekündigter Satz (diese Zeitschrift **14**, 1257) bedeutungsvoll zu sein, nach welchem sich kein System von Grundgleichungen aufstellen lassen soll, die sämtlich für beliebige Substitutionen kovariant sind.

Greifswald, Physik. Institut, 24. Dezember 1913.

(Eingegangen 28. Dezember 1913.)

Prinzipielles zur verallgemeinerten Relativitätstheorie und Gravitationstheorie.

Von A. Einstein.

Den Anlaß zu den nachfolgenden Erörterungen gibt mir eine Kritik, welche Herr Mie in dieser Zeitschrift[1]) der von mir unter Beihilfe von Herrn Großmann ausgearbeiteten Theorie widmet. Ich bin mit dem Ergebnis dieser Kritik nicht einverstanden und kann mich dem Eindruck nicht verschließen, daß Herr Mie meine theoretischen Absichten nicht richtig aufgefaßt hat. Gleichzeitig glaube ich aber, daß die Unvollkommenheit meiner bisherigen Darstellung der Hauptgedanken der Theorie an diesem Mißverständnis die Schuld trägt. Diese Unvollkommenheit rührt daher, daß ich in mancher Beziehung selbst noch nicht zu voller Klarheit gelangt war. Ich will deshalb hier die prinzipiellen Fragen der Reihe nach kurz durchgehen, wobei ich aber voraussetze, daß der Leser die Theorie bereits kenne, was ihren formalen Inhalt betrifft.

1. Die gegenwärtig als „Relativitätstheorie“ bezeichnete Theorie ist auf die Annahme gegründet, daß es gewissermaßen präexistierende „bevorzugte“ Bezugssysteme K gebe, auf die bezogen die Naturgesetze eine besonders einfache Form annehmen, trotzdem man vergeblich die Frage aufwirft, wodurch die Bevorzugungen jener Bezugssysteme K gegenüber anderen Bezugssystemen K' (z. B. „rotierenden“) bedingt sein könnte. Es liegt hierin meiner Ansicht nach ein schwerer Mangel dieser Theorie. Jene bevorzugten Bezugssysteme werden festgelegt als solche, inbezug auf welche das Prinzip von der Konstanz der Vakuumlichtgeschwindigkeit gültig sein soll. Man kann nicht daran zweifeln, daß diesem Prinzip eine weitgehende Bedeutung zukommt; und doch kann ich nicht an seine genaue Gültigkeit glauben. Es erscheint mir unglaublich, daß der Ablauf irgendeines Vorganges (z. B. der der Lichtausbreitung im Vakuum) als unabhängig von allem übrigen Geschehen in der Welt aufgefaßt werden könne. Wie man über derartige Argumente auch denken mag,

1) **15**, 115, 169, 1914.

jedenfalls ist es interessant, sich die Frage vorzulegen: Inwieweit ist es möglich, eine Relativitätstheorie aufzubauen, die das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit nicht zur Grundlage hat?

2. Die bisherige Relativitätstheorie fließt formal aus der Voraussetzung, daß für jede berechtigte Substitution der Raum-Zeit-Variabeln

$$ds^2 = \sum dx_\nu^2 \qquad (1)$$

eine Invariante sei, welche Voraussetzung aus dem Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit stammt. Als berechtigte Substitutionen treten demnach nur die linearen orthogonalen Substitutionen auf. Die Gleichung des frei bewegten Massenpunktes in Hamiltonscher Form ist:

$$\delta\left\{\int ds\right\} = 0. \qquad (2)$$

In dem Falle nun, daß wir das Postulat der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit fallen lassen, gibt es a priori keine bevorzugten Koordinatensysteme. Es können deshalb die Koordinaten x_ν durch vorläufig ganz beliebige Funktionen dieser Größen ersetzt werden. Gibt es dann auch vierdimensionale Gebiete, in denen sich der materielle Punkt bei passender Wahl der Koordinaten x_ν gemäß (2) und (1) bewegt, so ist dies doch nicht mehr als das allgemeine Bewegungsgesetz des kräftefrei bewegten Punktes anzusehen. Es ergibt sich statt dessen Gleichung (2) in Verbindung mit

$$ds^2 = \sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu}\, dx_\mu\, dx_\nu, \qquad (1\,a)$$

wobei die Größen $g_{\mu\nu}$ Funktionen der x_ν sind.

3. Dies Bewegungsgesetz [(2), (1a)] ist zunächst nur für den Fall abgeleitet, daß sich der Punkt ganz kräftefrei bewegt, daß also auf den Punkt auch kein Gravitationsfeld einwirkt (von einem geeigneten Bezugssystem aus beurteilt). Da aber erfahrungsgemäß das Bewegungsgesetz eines materiellen Punktes im Schwerefelde nicht vom Material des Körpers abhängt, und da es jedenfalls möglich sein dürfte, jenes Gesetz auf die Hamiltonsche Form zu bringen, so liegt es nahe, [(2), (1a)] allgemein als das Bewegungsgesetz eines Punktes anzusehen, auf welchen keine anderen als Gravitationskräfte wirken. Dies ist der Kern der „Äquivalenzhypothese".

4. Nach dem Gesagten haben wir die Funktionen $g_{\mu\nu}$ als die Komponenten des Gravitationsfeldes in bezug auf das ganz beliebig gewählte Bezugssystem aufzufassen. Da die Hamiltonsche Bewegungsgleichung die Bewegung des Punktes ganz unabhängig von der Wahl des Bezugssystems bestimmen muß, so ist $\sum_{\mu\nu} g_{\mu\nu}\, dx_\mu\, dx_\nu$ als eine Invariante bezüglich aller Substitutionen aufzufassen. Die positiv genommene Wurzel dieser Größe bezeichnen wir als das (vierdimensionale) Linienelement der zeit-räumlichen Mannigfaltigkeit.

5. Auf die Invariante (1) hat Minkowski eine vierdimensionale Kovariantentheorie gegründet, welche die Gleichungen der ursprünglichen Relativitätstheorie liefert. In analoger Weise läßt sich auf die Invariante (1a) vermittelst des „absoluten Differentialkalküls" eine Kovariantentheorie gründen, welche die entsprechenden Gleichungen der neuen Relativitätstheorie liefern. In diesen Gleichungen treten die Größen $g_{\mu\nu}$ auf, so daß erstere ohne weiteres den Einfluß zu finden gestatten, den das Gravitationsfeld auf irgendwelche physikalischen Vorgänge ausübt. Die Gleichungen der neuen Relativitätstheorie gehen in diejenigen der ursprünglichen über in dem Spezialfalle, daß man die $g_{\mu\nu}$ als konstant betrachten kann (bei passender Wahl der x_ν); es ist dies der Spezialfall, bei welchem das Gravitationsfeld zu vernachlässigen ist. Es ist für die Theorie wesentlich, daß (1a) beliebigen Transformationen gegenüber invariant ist. Hierauf ist es zurückzuführen, daß die Durchführung der Theorie trotz des Auftretens der $g_{\mu\nu}$ ohne Willkür vor sich gehen kann.

6. Die neue Relativitätstheorie hat aber noch ein Problem zu lösen, dem kein entsprechendes der ursprünglichen Relativitätstheorie zur Seite steht. Sie hat nämlich auch Gleichungen zu liefern, denen das Gravitationsfeld selbst genügt, d. h. Gleichungen, aus denen die Größen $g_{\mu\nu}$ zu berechnen sind, wenn die auf die materiellen Vorgänge sich beziehenden Größen bekannt sind. Das energetische Verhalten eines Systems wird durch einen Energietensor $\frac{\mathfrak{T}_{\sigma\nu}}{\sqrt{-g}}$ (gemischter Tensor) charakterisiert. Da Energie und Trägheit einerseits, Trägheit und Schwere andererseits, einander bedingen, so ist zu fordern, daß das Gravitationsfeld durch die Größen $\mathfrak{T}_{\sigma\nu}$ bestimmt wird. Es sind also Differentialgleichungen zu suchen, welche als Verallgemeinerung von Poissons Gleichung aufzufassen sind, welche also die $g_{\mu\nu}$ aus den $\mathfrak{T}_{\sigma\nu}$ zu berechnen erlauben; dabei müssen diese Gleichungen allgemein kovariant sein.

7. Diesen Zusammenhang zwischen den $g_{\mu\nu}$ und $\mathfrak{T}_{\sigma\nu}$ haben wir nicht in allgemein kovarianter Form aufstellen können; und dieser Umstand ist es, aus dem die Fachkollegen unserer Theorie den verhängnisvollen Strick drehen zu sollen glauben. Ich will im folgenden darlegen, warum sie hierin nach meiner Ansicht nicht recht haben. —

Wenn Gleichungen zwischen irgendwelchen

Größen[1]) gegeben sind, die nur bei spezieller Wahl des Koordinatensystems gültig sind, so sind zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Es entsprechen den Gleichungen allgemein kovariante, d. h. bezüglich beliebiger Bezugssysteme gültige Gleichungen;

2. es gibt keine allgemein kovarianten Gleichungen, die aus den für spezielle Wahl des Bezugssystems gegebenen Gleichungen gefolgert werden können.

Im Falle 2 sagen die Gleichungen über die durch die Größen dargestellten Dinge gar nichts aus; sie beschränken nur die Wahl des Bezugssystems. Sagen die Gleichungen über die durch die Größen dargestellten Dinge überhaupt etwas aus, so liegt stets der Fall 1 vor, d. h. es existieren dann stets allgemein kovariante Gleichungen zwischen den Größen.

Wenn wir also, ohne die allgemein kovarianten Gleichungen des Gravitationsfeldes zu kennen, das Bezugssystem spezialisieren und die Feldgleichungen der Gravitation nur für die speziellen Bezugssysteme aufstellen, so setzen wir die Theorie keinem anderen Einwande aus als demjenigen, daß die aufgestellten Gleichungen vielleicht ohne jeden physikalischen Inhalt sein könnten. An eine Berechtigung dieses Einwandes wird aber im vorliegenden Falle niemand im Ernst denken.

8. „Ganz richtig", denkt der Leser, „aber die Tatsache, daß die Herren **Einstein** und **Großmann** nicht imstande sind, die Gleichungen des Gravitationsfeldes in allgemein kovarianter Form anzugeben, ist für mich kein hinreichender Grund dafür, einer Spezialisierung des Bezugssystems zuzustimmen." Es gibt aber zwei gewichtige Argumente, welche diesen Schritt rechtfertigen, von denen das eine logischen, das andere empirischen Ursprungs ist:

a) *Wenn das Bezugssystem ganz willkürlich gewählt wird, dann können die $g_{\mu\nu}$ durch die $\mathfrak{T}_{\mu\nu}$ überhaupt nicht vollständig bestimmt sein.* Man denke sich nämlich die $\mathfrak{T}_{\sigma\nu}$ und $g_{\sigma\nu}$ überall gegeben, und es mögen in einem Teil Φ des vierdimensionalen Raumes alle $\mathfrak{T}_{\sigma\nu}$ verschwinden. Ich kann nun ein neues Bezugssystem einführen, welches außerhalb Φ mit dem ursprünglichen vollkommen übereinstimmt, innerhalb Φ aber (ohne Verletzung der Stetigkeit) von ihm verschieden ist. Bezieht man nun alles auf dieses neue Bezugssystem, wobei die Materie durch $\mathfrak{T}_{\sigma\nu}'$, das Gravitationsfeld durch $g_{\mu\nu}'$ ausgedrückt wird, so ist zwar überall

$$\mathfrak{T}_{\sigma\nu}' = \mathfrak{T}_{\sigma\nu},$$

dagegen werden im Innern von Φ die Gleichungen

$$g_{\mu\nu}' = g_{\mu\nu}$$

sicherlich nicht alle erfüllt sein[1]). Hieraus folgt die Behauptung.

Will man erzielen, daß eine vollständige Bestimmung der $g_{\mu\nu}$ (Gravitationsfeld) aus den $\mathfrak{T}_{\sigma\nu}$ (Materie) möglich sei, so kann dies nur durch Beschränkung in der Wahl des Bezugssystems erreicht werden.

b) In der ursprünglichen Relativitätstheorie wird das Erhaltungsgesetz des Impulses und der Energie durch eine Gleichung von der Form

$$\sum_{\nu} \frac{\partial \mathfrak{T}_{\sigma\nu}}{\partial x_\nu} = 0 \qquad (3)$$

ausgedrückt. Die entsprechende, durch den absoluten Differentialkalkül gelieferte Gleichung ist

$$\sum_{\nu} \frac{\partial \mathfrak{T}_{\sigma\nu}}{\partial x_\nu} = \frac{1}{2} \sum_{\mu\nu\tau} \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x_\sigma} \gamma_{\mu\tau} \mathfrak{T}_{\tau\nu}. \qquad (4)$$

Die Gleichung (4) hat nicht mehr die Gestalt eines reinen Erhaltungssatzes. Es ist dies vom physikalischen Standpunkt insofern verständlich, als die Materie, für sich allein betrachtet, bei Anwesenheit eines Gravitationsfeldes die Erhaltungssätze deshalb nicht erfüllen kann, weil das Gravitationsfeld Impuls und Energie auf die Materie überträgt. Dies findet seinen Ausdruck in der rechten Seite der Gleichung (4). Sollen aber die Erhaltungssätze überhaupt gültig bleiben, so müssen wir fordern, daß für Materie und Gravitationsfeld zusammen Erhaltungssätze von der Gestalt (3) bestehen. Es wird dann ein Gleichungssystem von der Form

$$\sum_{\nu} \frac{\partial (\mathfrak{T}_{\sigma\nu} + t_{\sigma\nu})}{\partial x_\nu} = 0 \qquad (5)$$

gelten müssen, wobei $t_{\sigma\nu}$ nur von den $g_{\mu\nu}$ und ihren Ableitungen abhängen. Allgemein kovariante Gleichungssysteme vom Typus der Gleichungen (5) gibt es aber nicht. Eine nähere Betrachtung zeigt vielmehr, daß solche Systeme nur *linearen Transformationen* gegenüber kovariant sind. Indem wir verlangen, daß die Feldgleichungen der Gravitation derart zu formulieren seien, daß in dieser Formulierung die Gültigkeit der Erhaltungssätze zum Ausdruck gelangt, beschränken wir also die Wahl des Bezugssystems in der Art, daß nur mehr *lineare* Transformationen von einem berechtigten Bezugssystem zu einem anderen hinführen.

9. Wie die Gravitationsgleichungen mit Bezug auf die so spezialisierten Bezugssysteme zu finden

1) Die Transformationseigenschaften der Größen selbst müssen natürlich hierbei als für beliebige Transformationen gegeben betrachtet werden.

1) Die Gleichungen sind so zu verstehen, daß auf den linken Seiten jeweilen den unabhängigen Variabeln x_ν' dieselben Zahlenwerte erteilt werden wie auf den rechten Seiten den Variabeln x_ν.

sind, habe ich mehrfach dargelegt. Man frägt: Was für Differentialausdrücken aus den $g_{\mu\nu}$ sind die $\mathfrak{T}_{\sigma\nu}$ gleichzusetzen, damit die Gleichungen (4) in die Gleichungen (5) übergehen, wenn ich in die rechten Seiten von (4) für die $\mathfrak{T}_{\sigma\nu}$ ihre Ausdrücke in den $g_{\mu\nu}$ einsetze? Diese Fragestellung führt zu den Differentialgleichungen

$$\sum_{\alpha\beta\mu} \frac{\partial}{\partial x_\alpha}\left(\sqrt{-g}\,\gamma_{\alpha\beta}\,g_{\sigma\mu}\frac{\partial \gamma_{\mu\nu}}{\partial x_\beta}\right) = \varkappa(\mathfrak{T}_{\sigma\nu}+\mathfrak{t}_{\sigma\nu}), \qquad (6)$$

wobei gesetzt ist

$$-2\varkappa\,\mathfrak{t}_{\sigma\nu} = \sqrt{-g}\left(\sum_{\beta\tau\varrho}\gamma_{\beta\nu}\frac{\partial g_{\tau\varrho}}{\partial x_\sigma}\frac{\partial \gamma_{\tau\varrho}}{\partial x_\beta} - \frac{1}{2}\sum_{\alpha\beta\tau\varrho}\delta_{\sigma\nu}\gamma_{\alpha\beta}\frac{\partial g_{\tau\varrho}}{\partial x_\alpha}\frac{\partial \gamma_{\tau\varrho}}{\partial x_\beta}\right).$$

Hierbei ist $\delta_{\sigma\nu} = 1$ oder 0, je nachdem $\sigma = \nu$ oder $\sigma \neq \nu$ ist. Daß diese Gleichungen linearen Transformationen gegenüber kovariant sind, ist leicht zu zeigen.

Es ist zweifellos, daß diesen Gleichungen eine, wenn auch geringere Zahl von allgemein kovarianten Gleichungen entspricht, deren Aufstellung aber weder vom physikalischen noch vom logischen Standpunkte von besonderem Interesse ist, wie aus den unter 8 gegebenen Überlegungen deutlich hervorgeht. Prinzipiell wichtig aber ist uns die Erkenntnis, daß den Gleichungen (6) entsprechende allgemein kovariante existieren müssen. Denn nur in diesem Falle war es gerechtfertigt, die Kovarianz der übrigen Gleichungen der Theorie beliebigen Substitutionen gegenüber zu fordern. Es entsteht andererseits die Frage, ob jene anderen Gleichungen durch die Spezialisierung des Bezugssystems keine Spezialisierung erfahren. Dies scheint im allgemeinen nicht der Fall zu sein.

10. Aus der vorstehenden Darstellung der Grundlagen der Theorie erkennt man, daß zu deren Begründung irgendwelche spezielle Annahmen nicht benutzt werden müssen. Daß dies gemäß der neulich von Mie in dieser Zeitschrift gegebenen Darstellung anders ist, rührt daher, daß Mie nur die kovariantentheoretischen Forderungen der gewöhnlichen Relativitätstheorie als heuristisches Hilfsmittel benutzt, daß er also die a priori bevorzugten Bezugssysteme einführt. In dieser Weise betrachtet, hat die von mir vertretene Theorie tatsächlich eine recht geringe Daseinsberechtigung! Ich hoffe aber, durch die vorliegende Betrachtung meine Auffassungsweise klar gemacht zu haben.

11. Ich komme endlich noch einmal auf den Satz von der Identität der trägen und schweren Masse und auf den Zusammenhang von Masse und Energie zurück.

Der negativ genommene Impuls eines materiellen Punktes bildet zusammen mit dessen Energie einen kovarianten Vierervektor mit den Komponenten

$$m\sum_\nu g_{\sigma\nu}\frac{dx_\nu}{ds}.$$

Ebenso bildet[1]) der negativ genommene Impuls zusammen mit der Energie eines vollständigen physikalischen Systems den kovarianten Vierervektor

$$\int(\mathfrak{T}_{\sigma 4}+\mathfrak{t}_{\sigma 4})\,dV.$$

Hieraus folgt sofort, daß die Trägheitseigenschaften eines abgeschlossenen Systems dieselben sind wie die eines materiellen Punktes, daß also das System durch einen materiellen Punkt ersetzbar ist (als Ganzes). Um die Gesamtmasse des abgeschlossenen Systems in einfacher Weise darzustellen, bilden wir die Komponenten dieser beiden Vierervektoren für den Fall, daß das Bezugssystem in der Weise gewählt ist, daß der materielle Punkt relativ zu ihm ruht, und daß die $g_{\mu\nu}$ im Unendlichen dieselben Werte haben wie bei der gewöhnlichen Relativitätstheorie. Bei dieser Wahl des Bezugssystems haben die beiden einander gleichzusetzenden Vektoren die Komponenten

$m\sum g_{\sigma\nu}\frac{dx_\nu}{ds}$	0	0	0	mc
$\int(\mathfrak{T}_{\sigma 4}+\mathfrak{t}_{\sigma 4})\,dV$	$\int(\mathfrak{T}_{14}+\mathfrak{t}_{14})\,dV$	$\int(\mathfrak{T}_{24}+\mathfrak{t}_{24})\,dV$	$\int(\mathfrak{T}_{34}+\mathfrak{t}_{34})\,dV$	$\int(\mathfrak{T}_{44}+\mathfrak{t}_{44})\,dV$

Hieraus ist ersichtlich, daß die Masse des Systems gleich ist der so gemessenen, mit c dividierten Gesamtenergie des Systems. c ist dabei die Vakuumlichtgeschwindigkeit im Unendlichen ($c = \sqrt{g_{44}}$), welche übrigens beliebig angenommen werden kann, indem sie von der Wahl des Bezugssystems abhängt, soweit diese oben noch nicht festgelegt ist.

Daß auch die schwere Masse eines abgeschlossenen Systems in dem angegebenen Sinne der Energie des Systems gleich ist, falls das System ein stationäres ist, erhellt unmittelbar, wenn man die Gleichungen (6) über ein sehr großes, das System enthaltende Volumen inte-

1) Diese Zeitschr. **15**, 108, 1914.

griert, wobei man das Bezugssystem wählt wie oben.

Im vorstehenden glaube ich alle gegen meine zusammen mit Herrn Großmann ausgearbeitete Gravitationstheorie bisher erhobenen Einwände widerlegt zu haben. Ich bitte diejenigen Kollegen, welche sich ebenfalls an der Klärung der hierher gehörigen Fragen beteiligen wollen, sich an die vorstehenden Darlegungen zu halten, welche eine für die Diskussion geeignete Grundlage bilden dürften.

Januar 1914.

(Eingegangen 24. Januar 1914.)

Raumgitterschwingungen und spezifische Wärmen mehratomiger fester Körper. II[1]).

Von Hans Thirring.

§ 2. Die spezifischen Wärmen zweiatomiger Körper.

Die Formeln (3) und (6), die für das einfache Gitter die spezifische Wärme ergaben, sind für das zweiatomige noch ein wenig umzuformen. Wie wir früher sahen, tritt jede Schwingung zweimal auf, wenn wir φ, ψ, χ alle Werte von 0 bis 2π durchlaufen lassen; wir werden also statt (3) zu schreiben haben:

$$E = \frac{1}{2} N_g \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{k=1}^{6} \int\int\int_0^{2\pi} f(\nu_k)\, d\varphi\, d\psi\, d\chi. \quad (3')$$

Wir wollen die spezifische Wärme für ein Grammatom = ein halbes Mol unserer zweiatomigen Substanzen beziehen, dann wird N_g, die Zahl der Gitterpunkte, gleich N, daher

$$E = \frac{1}{2} \frac{RT}{(2\pi)^3} \sum_{k=1}^{6} \int\int\int \frac{\beta' \frac{\nu_k}{T}}{e^{\frac{\beta' \nu_k}{T}} - 1}\, d\varphi\, d\psi\, d\chi,$$

und durch Entwickeln in die bekannte Reihe und Differentiation nach T:

$$C = \frac{dE}{dT} = \frac{1}{2} \frac{R}{(2\pi)^3} \int\int\int \left\{ 6 - \frac{B_2}{2!} \left(\frac{\beta'}{T}\right)^2 s_1 + \right.$$
$$\left. + 3 \frac{B_4}{4!} \left(\frac{\beta'}{T}\right)^4 s_2 - \cdots \right\} d\varphi\, d\psi\, d\chi.$$

Wir werden also, um die Reihe (5) verwenden zu können, für die I_k zu setzen haben:

$$I_k = \frac{1}{6} \frac{1}{(2\pi)^3} \int\int\int_0^{2\pi} s_k\, d\varphi\, d\psi\, d\chi. \quad (6')$$

Durch (5) und (6') ist die spezifische Wärme gegeben; es handelt sich also nur mehr um die Berechnung der

$$s_k = \sum_{\lambda=1}^{6} \nu_\lambda^{2k}.$$

Die Formeln werden natürlich noch komplizierter als im Falle des einatomigen Gitters, so daß es mir nur gelungen ist, die ersten drei Koeffizienten I_1, I_2 und I_3 zu berechnen. Im folgenden sind zunächst die symmetrischen Grundfunktionen der Wurzeln von (11) angegeben:

$$\left.\begin{aligned}
2\pi^2 p_1 &= \frac{1}{M}(A_1 + A_2 + A_3) + \frac{1}{m}(A_1' + A_2' + A_3'),\\
(2\pi^2)^2 p_2 &= \frac{1}{M^2}[A_2A_3 + A_3A_1 + A_1A_2 + B_1^2 + B_2^2 + B_3^2] +\\
&+ \frac{1}{m^2}[A_2'A_3' + A_3'A_1' + A_1'A_2' + B_1'^2 + B_2'^2 + B_3'^2] +\\
&+ \frac{1}{mM}[A_1A_1' + A_2A_2' + A_3A_3' + A_2A_3' + A_3A_1' + A_1A_2' + A_2'A_3 + A_3'A_1 +\\
&\qquad + A_1'A_2 + C_1^2 + C_2^2 + C_3^2],\\
(2\pi^2)^3 p_3 &= \frac{1}{M^3}[A_1A_2A_3 - (A_1B_1^2 + A_2B_2^2 + A_3B_3^2) + 2B_1B_2B_3] +\\
&+ \frac{1}{m^3}[A_1'A_2'A_3' - (A_1'B_1'^2 + A_2'B_2'^2 + A_3'B_3'^2) + 2B_1'B_2'B_3'] +\\
&+ \frac{1}{M^2m}\{(A_1' + A_2' + A_3')[A_2A_3 + A_3A_1 + A_1A_2 - (B_1^2 + B_2^2 + B_3^2)] -\\
&\qquad - C_1^2(A_2 + A_3) - C_2^2(A_3 + A_1) - C_3^2(A_1 + A_2)\} +\\
&+ \frac{1}{m^2M}\{(A_1 + A_2 + A_3)[A_2'A_3' + A_3'A_1' + A_1'A_2' - (B_1'^2 + B_2'^2 + B_3'^2)] -\\
&\qquad - C_1^2(A_2' + A_3') - C_2^2(A_3' + A_1') - C_3^2(A_1' + A_2')\}.
\end{aligned}\right\} \quad (18)$$

Durch Anwendung der Newton-Girardschen Formeln ergeben sich daraus die s_k:

1) I: Diese Zeitschrift 15, 127, 1914.

$$\begin{aligned}
s_1 &= p_1 . \\
(2\pi^2)^2 s_2 &= \frac{1}{M^2}[A_1^2 + A_2^2 + A_3^2 + 2(B_1^2 + B_2^2 + B_3^2)] + \\
&+ \frac{1}{m^2}[A_1'^2 + A_2'^2 + A_3'^2 + 2(B_1'^2 + B_2'^2 + B_3'^2)] + \frac{1}{mM}(C_1^2 + C_2^2 + C_3^2), \\
(2\pi^2)^3 s_3 &= \frac{1}{M^3}[A_1^3 + A_2^3 + A_3^3 + 3A_1(B_2^2 + B_3^2) + 3A_2(B_3^2 + B_1^2) + 3A_3(B_1^2 + B_2^2) + \\
&\qquad + 6B_1 B_2 B_3] + \\
&+ \frac{1}{m^3}[A_1'^3 + A_2'^3 + A_3'^3 + 3A_1'(B_2'^2 + B_3'^2) + 3A_2'(B_3'^2 + B_1'^2) + \\
&\qquad + 3A_3'(B_1'^2 + B_2'^2) + 6B_1'B_2'B_3'] + \\
&+ \frac{3}{M^2 m}[A_1 C_1^2 + A_2 C_2^2 + A_3 C_3^2] + \frac{3}{M m^2}[A_1' C_1^2 + A_2' C_2^2 + A_3' C_3^2].
\end{aligned} \tag{19}$$

Durch Einsetzen der Ausdrücke (12) für A_1, B_1 usw. und durch Ausführung der Integration (6′) erhält man:

$$\begin{aligned}
2 \cdot 2\pi^2 I_1 &= \frac{\delta}{M} + \frac{\delta'}{m} . \\
2 \cdot (2\pi^2)^2 I_2 &= \frac{1}{M^2}(\delta^2 + 4\gamma^2) + \\
&+ \frac{1}{m^2}(\delta'^2 + 4\gamma'^2) + \\
&+ \frac{1}{mM}(\alpha^2 + 2\beta^2), \\
2 \cdot (2\pi^2)^3 I_3 &= \frac{1}{M^3}[\delta^3 + 12\delta\gamma^2 + 2\gamma^3] + \\
&+ \frac{1}{m^3}[\delta'^3 + 12\delta'\gamma'^2 + 2\gamma'^3] + \\
&+ \frac{1}{M^2 m}\left[\frac{3}{2}\delta(\alpha^2 + 2\beta^2) - 6\alpha\beta\gamma\right] + \\
&+ \frac{1}{m^2 M}\left[\frac{3}{2}\delta'(\alpha^2 + 2\beta^2) - 6\alpha\beta\gamma'\right].
\end{aligned} \tag{20}$$

Wenn wir noch die oben besprochene Annahme $\gamma = \gamma'$ und entsprechend natürlich $\delta = \delta'$ machen, wird:

$$\begin{aligned}
2\pi^2 I_1 &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right)\delta, \\
(2\pi^2)^2 I_2 &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{M^2} + \frac{1}{m^2}\right)(\delta^2 + 4\gamma^2) + \\
&+ \frac{1}{Mm}\frac{1}{2}(\alpha^2 + 2\beta^2), \\
(2\pi^2)^3 I_3 &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{M^3} + \frac{1}{m^3}\right)(\delta^3 + 12\delta\gamma^2 + 2\gamma^3) + \\
&+ \frac{3}{2}\left(\frac{1}{M^2 m} + \frac{1}{M m^2}\right)\left[\frac{1}{2}\delta(\alpha^2 + 2\beta^2) - 2\alpha\beta\gamma\right].
\end{aligned} \tag{21}$$

Für $M = m$ gehen daraus natürlich die in meiner früheren Arbeit angegebenen[1]) Koeffizienten hervor, wir wollen sie mit $\bar{I}$ bezeichnen.

1) l. c., Gl. (18). — Es wurde dort versehentlich in I_3 das Glied $-6\alpha\beta\gamma$ weggelassen, was aber auf das Schlußresultat keinen Einfluß ausübt.

$$\begin{aligned}
2\pi^2 \bar{I}_1 &= \frac{\delta}{m}, \\
(2\pi^2)^2 \bar{I}_2 &= \frac{1}{m^2}\left[\delta^2 + \frac{1}{2}(\alpha^2 + 2\beta^2 + 8\gamma^2)\right], \\
(2\pi^2)^3 \bar{I}_3 &= \frac{1}{m^3}\left[\delta^3 + \frac{3}{2}\delta(\alpha^2 + 2\beta^2 + \right. \\
&\qquad \left. + 8\gamma^2) + 2\gamma^3 - 6\alpha\beta\gamma\right].
\end{aligned} \tag{22}$$

Die drei angegebenen Koeffizienten würden nicht genügen, um die spezifischen Wärmen im Temperaturintervall von 60° bis 80° abs. bis auf die zweite Dezimale genau zu rechnen. Man ist aber in der Lage, weitere Koeffizienten angenähert zu bestimmen. Zunächst sieht man, daß I_1 aus I_1 hervorgeht, wenn man $\frac{1}{m}$ durch $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{M} + \frac{1}{m}\right)$ ersetzt. Ferner läßt sich, wenn M von m nicht allzusehr verschieden ist, I_2 approximieren, wenn man in I_2 $\frac{1}{m^2}$ durch $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{M^2} + \frac{1}{m^2}\right)$ ersetzt. Das rührt daher, daß das Glied δ^2 numerisch alle anderen Glieder stark überwiegt. Durch eine analoge Vertauschung geht auch aus I_3 ein Wert hervor, der sich von I_3 nicht viel unterscheidet. Für $NaCl$ beispielsweise 4,99 : 5,16, die beiden Zahlen unterscheiden sich um 3,4 Proz., nun trägt das Glied mit I_3 aber selbst nur einen Anteil von etwa 8 Proz. zum Gesamtresultat bei, so daß der durch diese Vertauschung gemachte Fehler nicht mehr als 0,27 Proz. ausmachen würde. Diese Überlegung zeigt, daß man das direkt nur äußerst schwer bestimmbare I_4 dadurch angenähert berechnen kann, daß man in dem von mir l. c. angegebenen I_4 $\frac{1}{m^4}$ durch $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{M^4} + \frac{1}{m^4}\right)$ ersetzt.

Schließlich lassen sich noch bei der numerischen Ausrechnung der Reihe aus dem Gang der Glieder weitere Summanden extrapolieren, wie z. B. für KCl und $T = 70^0$:

$$C = C_\infty [1 - 0{,}551 + 0{,}228 - 0{,}086 + 0{,}029 - - (0{,}009) + (0{,}003)],$$

wobei die beiden letzten Glieder durch Extrapolation gewonnen sind.

Die Werte der Materialkonstanten, die der Rechnung zugrunde gelegt wurden, sind den Phys.-Chem. Tabellen von Landolt-Börnstein, IV. Aufl., entnommen worden. Die nachfolgende Tabelle 2 gibt eine Zusammenstellung, in welche auch gleich die im nächsten Abschnitt behandelten dreiatomigen Substanzen Pyrit und Flußspat aufgenommen wurden.

Tabelle 2.

	$NaCl$	KCl	FeS_2	CaF_2
Dichte . .	2,18	1,98	5,03	3,18
$m \cdot 10^{23}$.	3,80	5,85	5,28	3,134
$M \cdot 10^{23}$.	5,85	6,44	9,22	6,62
$a \cdot 10^8$.	2,805	3,14	2.357	2,38
$C_{11} \cdot 10^{-8}$	4680	3680	36100	16700
$C_{44} \cdot 10^{-8}$	1270	643	10550	3450
$C_{12} \cdot 10^{-8}$	1294	194	4740	4570
α	5920	8950	49100	20670
β	—34	706	5850	—1330
γ	1800	430	9060	4780
δ	13050	12960	98700	37100

Für die Zahl der Moleküle im Mol wurde der zuletzt von Millikan[1]) angegebene Wert $6{,}06 \cdot 10^{23}$ benutzt, obwohl der Perrinsche[2]) Wert $6{,}82 \cdot 10^{23}$ bessere Resultate liefern würde. Es schien mir jedoch der Millikansche Wert exakter zu sein; zudem stimmt er auch besser mit dem aus der Strahlungstheorie gefolgerten überein. $\beta = \frac{h}{k}$ wurde gleich $4{,}83 \cdot 10^{-11}$ gesetzt.

Wie A. Eucken[3]) auseinandersetzte, war es bei der Bestimmung der spezifischen Wärmen aus den elastischen Konstanten bisher ein Mangel, daß die Temperaturabhängigkeit der letzteren Größen nicht berücksichtigt wurde. Ich habe es nun versucht, diese Abhängigkeit mit in Rechnung zu ziehen, was insofern etwas gewagt ist, als direkte Beobachtungen über den Einfluß der Temperatur auf die Elastizität von Kristallen bisher noch nicht gemacht worden sind. Immerhin aber gestatten die Messungen von Cl. Schaefer[4]) wenigstens einen orientierenden Einblick in diese Abhängigkeit für verschiedene Substanzen, indem sie einen Zusammenhang zwischen Schmelztemperatur und Temperaturkoeffizient des Torsionsmoduls ergeben haben. Der Torsionsmodul ist, wie Eucken (l. c.) zeigte, für das Verhalten der spezifischen Wärmen in erster Linie maßgebend[1]). Wir werden also den Temperatureinfluß in guter Annäherung in Rechnung bringen, wenn wir annehmen, daß die I_k sich so ändern, wie die $k$ten Potenzen von μ. Wenn wir also unter $\Delta\mu$ die Änderung in Proz. pro 100^0 C verstehen und mit I_k den $k$ten Koeffizienten bezeichnen, der aus den in Tabelle 2 angegebenen Elastizitätskoeffizienten gerechnet wurde, so haben wir für das Temperaturintervall um -200^0 C setzen:

$$I_{k\,\text{corr.}} = \left(1 + \frac{2\Delta\mu}{100}\right)^k I_k. \qquad (23)$$

Die Größe $\Delta\mu$ läßt sich nun aus der von Cl. Schaefer angegebenen Kurve extrapolieren. In Fig. 2, die der zitierten Abhandlung entnommen ist, sind die Schmelztemperaturen als Abszissen und die $\Delta\mu$ als Ordinaten aufgetragen.

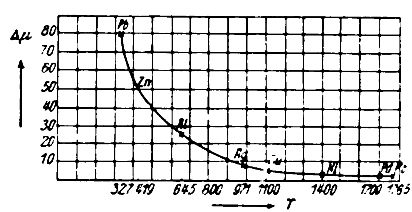


Fig. 2.

Man sieht daraus, daß $NaCl$ und KCl, deren Schmelztemperatur bei 800^0 C liegt, mit $\Delta\mu = 15$ Proz. gut in die Kurve hineinpassen würden. Es wurden also gemäß (23) die aus Tabelle 2 gerechneten I_k noch mit $1{,}3^k$ multipliziert. Es sei noch erwähnt, daß die spezielle Festsetzung des $\Delta\mu$ auf 15 Proz., das ja nur ein wahrscheinlicher, aber keineswegs ein sicherer Wert ist, für das Endresultat keine sehr wesentliche Rolle spielt, denn wenn wir $\Delta\mu$ irgendwie zwischen 12 Proz. und 18 Proz. variieren, ändern sich die spezifischen Wärmen um weniger als 2 Proz. gegenüber den unten angegebenen Werten. — Der Einfluß der Tem-

1) R. A. Millikan, diese Zeitschr. **14**, 796, 1913.

2) Jean Perrin, Die Atome. Deutsch v. A. Lottermoser. Dresden 1914.

3) A. Eucken, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 571, 1913.

4) Cl. Schaefer, Ann. d. Phys. **5**, 220, 1901.

1) Das läßt sich auch auf folgende Weise leicht einsehen: Beim Übergang zum isotropen Körper geht C_{11} über in $\lambda + 2\mu$, C_{12} in λ und C_{44} in μ, daher nach Gleichung (9) und (10):

$$\delta = a(C_{11} + C_{44} - C_{12}) = 3\mu a,$$
$$\alpha = a(C_{11} - C_{44} - C_{12}) = \mu a.$$

Nun liefern aber, wie schon früher erwähnt, für die Berechnung der I_k die $k$ten Potenzen von δ den größten Anteil, in zweiter Linie kommen dann die Produkte von α und δ; die verhalten sich aber ebenfalls wie die entsprechenden Potenzen von μ, welcher Parameter seinerseits wieder dem Torsionsmodul proportional ist.

peratur auf das a wurde unberücksichtigt gelassen, da der lineare Ausdehnungskoeffizient klein ist gegenüber Δa.

Im folgenden die Werte der in der besprochenen Weise aus (21) und (23) berechneten I_k:

	$NaCl$	KCl
$I_1 \cdot 10^{-25}$	1,86	1,39
$I_2 \cdot 10^{-50}$	4,24	2,43
$I_3 \cdot 10^{-75}$	11,0	4,80
$I_4 \cdot 10^{100}$	33,2	10,0

Durch Einsetzen in (5) ergeben sich daraus die spezifischen Wärmen bei konstantem Volum, die sich in der bekannten Weise[1]) auf spezifische Wärmen bei konstantem Druck umrechnen lassen. Die Werte für diese letzteren Größen sind schließlich in den Tabellen 3 und 4 zusammengestellt.

Tabelle 3. $NaCl$.

T	C_p ber. N.-L.	C_p beob. N.-L.	C_p ber. B.-K.	Abweichung in Proz.
83,4	3,61	3,75	3,71	−1
81,4	3,47	3,54	3,67	+3,6
69	2,94	3,13	3,09	−1,3
67,5	2,87	3,06	3,02	−1,3

Tabelle 4. KCl.

T	C_p ber. N.-L.	C_p beob. N.-L.	C_p ber. B.-K.	Abweichung in Proz.
86	4,40	4,36	4,29	−1,7
76,6	4,10	4,11	3,95	−4,0
70,0	3,85	3,79	3,66	−3,6
62,9	3,57	3,36	3,30	−1,9
57,6	3,25	3,06	2,99	−2,3

Die mittlere Abweichung beträgt ca. 2,3 Proz. gegenüber 3,7 Proz. bei den nach der Nernst-Lindemannschen Formel[2]) gerechneten Werten.

§ 3. Erweiterung der Theorie auf drei- und mehratomige Kristalle.

Es soll im folgenden gezeigt werden, wie mit einigen Vernachlässigungen die Theorie auf drei- und mehratomige Substanzen ausgedehnt werden kann.

Um mit demselben Grad von Genauigkeit weiterzurechnen wie bisher, hätte man sich zunächst eine Vorstellung von der Lagerung der Atome in einem Kristall, dessen Molekül drei Atome enthält, zu machen und hernach die dem Gleichungssystem (8) und (8') entsprechenden Ansätze zu machen. Wiewohl nun die Untersuchungen von W. L. Bragg[1]) über die Details der Atomanordnung in Substanzen wie CaF_2 einige Aufklärung liefern, will ich doch eine vollständige Durchrechnung, die an Stelle von (8) und (8') drei Gleichungstripel und an Stelle von (11) eine neunreihige Determinante ergeben würde, unterlassen, und bloß zeigen, wie man die Sache angenähert behandeln kann, wobei sich auch wieder eine gute Übereinstimmung mit der Beobachtung ergeben wird.

Die erste, gröbste Annäherung, die man machen kann, wäre die, daß man den Kristall durch ein kubisches Gitter approximiert, dessen Gitterpunkte alle mit gleichen Massen, den Mittelwerten aus den Atomgewichten der Komponenten besetzt sind. Man hätte dann einfach zur Bestimmung der spezifischen Wärme die Koeffizienten I_k aus Formel (22) zu nehmen. Nun haben wir früher gesehen, daß für den zweiatomigen Körper die Koeffizienten in genügender Annäherung aus den $\bar{I}_k$ hervorgehen, wenn man darin

$$\frac{1}{m^k} \quad \text{durch} \quad \frac{1}{2}\left(\frac{1}{M^k} + \frac{1}{m^k}\right)$$

ersetzt. Das legt nun den Gedanken nahe, die Koeffizienten für den dreiatomigen Körper in zweiter Annäherung dadurch zu bestimmen, daß man in I_k

$$\frac{1}{m^k} \quad \text{durch} \quad \frac{1}{3}\left(\frac{1}{m_1{}^k} + \frac{1}{m_2{}^k} + \frac{1}{m_3{}^k}\right)$$

ersetzt. Dieser zunächst rein formale Analogieschluß läßt sich nachträglich auch durch Überlegung rechtfertigen. Denn wie auch immer die Lagerung der Atome im Kristall sein mag, jedenfalls werden die Diagonalglieder der (11) entsprechenden neunreihigen Determinante die Form haben:

$$(A_1^{(1)} - 2\pi^2 m_1 \nu^2), \quad (A_2^{(1)} - 2\pi^2 m_1 \nu^2),$$
$$(A_3^{(1)} - 2\pi^2 m_1 \nu^2), \quad (A_1^{(2)} - 2\pi^2 m_2 \nu^2),$$
$$(A_2^{(2)} - 2\pi^2 m_2 \nu^2), \quad (A_3^{(2)} - 2\pi^2 m_2 \nu^2),$$
$$(A_1^{(3)} - 2\pi^2 m_3 \nu^2), \quad (A_2^{(3)} - 2\pi^2 m_3 \nu^2),$$
$$(A_3^{(3)} - 2\pi^2 m_3 \nu^2),$$

während alle anderen Glieder von ν^2 frei sind. Die Summe der ersten Potenzen der neun Lösungen für ν^2 wird daher die Form haben:

$$2\pi^2 s_1 = \frac{1}{m_1}(A_1^{(1)} + A_2^{(1)} + A_3^{(1)}) + \\ + \frac{1}{m_2}(A_1^{(2)} + A_2^{(2)} + A_3^{(2)}) + \\ + \frac{1}{m_3}(A_1^{(3)} + A_2^{(3)} + A_3^{(3)}),$$

1) Nernst und Lindemann, Ann. d. Phys. **36**, 426, 1911.

2) Nernst und Lindemann, Berl. Ber. 1911, S. 494.

1) W. L. Bragg, Proc. Roy. Soc. London **89**, 248, 1913.

oder, wenn wir die zu der in § 1 erörterten Annahme $\gamma = \gamma'$ analoge Festsetzung

$$A_i^{(1)} = A_i^{(2)} = A_i^{(3)}$$

treffen:

$$2\pi^2 s_1 = \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{1}{m_3}\right)(A_1 + A_2 + A_3).$$

In den höheren Potenzsummen s_k müssen dann jedenfalls Glieder mit

$$\frac{1}{m_1{}^k} + \frac{1}{m_2{}^k} + \frac{1}{m_3{}^k}$$

als Faktor vorkommen neben anderen von der Gestalt

$$\frac{1}{m_1{}^r m_2{}^s m_3{}^t} \quad (r + s + t = k),$$

deren Vertauschung mit dem oben genannten Glied, wie wir beim zweiatomigen Kristall sahen, keinen großen Fehler verursacht.

Unsere Berechnung der $\overline{I_k}$ für den mehratomigen Körper aus den $\overline{I_k}$ des einatomigen wird also besonders für I_1 als gute Annäherung gelten können und speziell für jene Temperaturen sehr brauchbar sein, bei denen das Glied I_1 den weitaus größten Beitrag zur Reihe (5) liefert.

Zusammenfassend wollen wir also sagen: Die spezifische Wärme eines regulären Kristalls, dessen Molekül n Atome enthält, läßt sich in zweiter Annäherung mit Hilfe der Reihe (5) berechnen, worin für die ersten Koeffizienten I_k zu setzen ist:

$$\left.\begin{aligned} 2\pi^2 I_1 &= \frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}\frac{1}{m_l}\cdot\delta, \\ (2\pi^2)^2 I_2 &= \frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}\frac{1}{m_l^2}\cdot\Big[\delta^2 + \frac{1}{2}(\alpha^2 + \\ &\qquad + 2\beta^2 + 8\gamma^2)\Big], \\ (2\pi^2)^3 I_3 &= \frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}\frac{1}{m_l^3}\cdot\Big[\delta^3 + \frac{3}{2}\delta(\alpha^2 + \\ &\qquad + 2\beta^2 + 8\gamma^2) + 2\gamma^3 - 6\alpha\beta\gamma\Big], \\ (2\pi^2)^4 I_4 &= \frac{1}{n}\sum_{l=1}^{n}\frac{1}{m_l^4}\cdot\Big[\delta^4 + 3\delta^2(\alpha^2 + \\ &\qquad + 2\beta^2 + 8\gamma^2) + 8\delta\gamma^3 + \frac{3}{8}\alpha^4 + \\ &\qquad + \frac{9}{4}\beta^4 + 31\gamma^4 + 3\alpha^2\beta^2 + \\ &\qquad + 11\alpha^2\gamma^2 + 35\beta^2\gamma^2 + 2\alpha\beta\gamma^2\Big]. \end{aligned}\right\} \quad (24)$$

Die Größen $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sind gegeben durch Gleichung (9) und (16); die darin auftretende Größe a ist aus der Zahl der im Mol vorhandenen Atome ohne Rücksicht auf ihre Verschiedenheit zu rechnen.

Die Formeln (24) wurden auf CaF_2 und FeS_2 angewendet. Die Werte der benutzten Konstanten sind in Tabelle 2 angegeben. Für Flußspat, dessen Schmelztemperatur 1400° C ist, wurde nach Fig. 2 $\Delta\mu = 3$ Proz. gesetzt, für Pyrit, dessen Schmelzpunkt höher liegt, $\Delta\mu = 2$ Proz.

Aus (23) und (24) ergibt sich dann:

	CaF_2	FeS_2
$I_1 \cdot 10^{-25}$	5,33	8,26
$I_2 \cdot 10^{-50}$	34,8	82,4
$I_3 \cdot 10^{-75}$	276	934
$I_4 \cdot 10^{-100}$	2390	11560

Die Schlußresultate sind in Tabelle 5 zusammengestellt:

Tabelle 5.

T	C_v pro Mol CaF_2		C_v pro Mol FeS_2	
	beob.	ber.	beob.	ber.
328	16,04 - 16,29	16,24	—	—
301,2	—	—	14,54	15,0
300	—	15,95	—	—
236,5	14,6	14,95	—	—
234,9	—	—	12,98	13,5
200	—	13,98	—	12,3
180	—	—	—	11,3
150	—	11,75	—	9,47
120	—	9,56	—	

Leider gestattet die Konvergenz der Reihe (5), die für tiefere Temperaturen immer schlechter wird, nicht mehr die Berechnung im Temperaturintervall unter 86° abs., für welches die ausführlichen Messungen von A. Eucken[1]) vorliegen. Man kann sich aber durch graphische Darstellung (Fig. 3) überzeugen, daß sich die

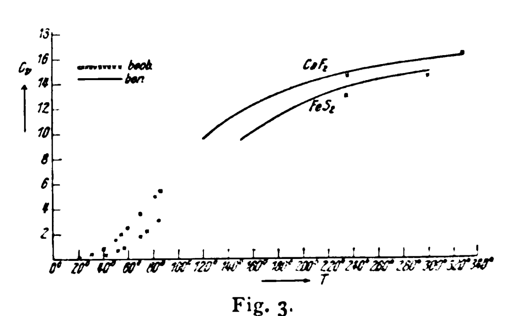


Fig. 3.

beobachteten und gerechneten Kurven sehr gut aneinander schließen. Dieses Resultat ist insofern beachtenswert, als, wie schon eingangs er-

1) A. Eucken, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 548, 1913.

wähnt, die Kurven nicht erst adjustiert werden mußten, sondern ganz eindeutig aus den Elastizitätskonstanten und den molekularen Größen hervorgehen.

Zusammenfassung.

Es wird die Born- und Kármánsche Theorie der Raumgitterschwingungen auf Gitter mit alternierend verschiedenen Massenpunkten ausgedehnt, wodurch sich die Möglichkeit ergibt, die spezifischen Wärmen mehratomiger regulärer Kristalle für tiefe Temperaturen aus den Elastizitätskonstanten zu berechnen. Die Rechnung wird durchgeführt für $NaCl$, KCl, CaF_2 und FeS_2; die Resultate stehen bei einer mittleren Abweichung von 2,3 und einer maximalen von 4 Proz. in guter Übereinstimmung mit den beobachteten Werten.

Institut für theoretische Physik der Wiener Universität, 16. Dezember 1913.

(Eingegangen 20. Dezember 1913.)

Über die Methode der Eigenschwingungen in der Theorie der spezifischen Wärmen.

Von M. Born.

1. Die Theorie der spezifischen Wärme der festen Körper hat zu der Auffassung geführt, daß die Plancksche Formel für die mittlere Energie eines Resonators nicht auf die einzelnen Moleküle, sondern auf die Eigenschwingungen des ganzen Systems anzuwenden ist. Diese Vorstellung ist zweifellos mit Schwierigkeiten verknüpft, so lange keine andere Ableitung der Planckschen Formel vorliegt als die mit Hilfe von endlichen Energiequanten; denn wenn man sich auch vorstellen kann, daß der Mechanismus der Schwingungen eines einzelnen physischen Elementargebildes, z. B. eines Elektrons im Atomverbande, ein quantenhaftes Empfangen oder Entsenden von Energie bewirke, so ist die Beschränkung auf ganze Vielfache des Energiequantums bei der Energie eines abstrakten Freiheitsgrades (einer durch den ganzen Körper laufenden Welle) doch schwer verständlich. Man wird vorläufig darauf verzichten müssen, diese Dinge im Sinne der alten Naturauffassung zu „verstehen", und es als gegebene Tatsache ansehen, daß den monochromatischen Schwingungen als solchen die Eigenschaft quantenhafter Energie zukommt. In der Tat hat dieser Ansatz überall zu brauchbaren Gesetzen geführt, zuerst in der Theorie der spezifischen Wärme der festen Körper[1]), dann bei den Kapillarerscheinungen[2]) und den thermischen Eigenschaften der Gase[3]). Neuerdings ist die Methode von großer Wichtigkeit geworden bei der Berechnung des Einflusses der Temperatur auf die Beugung der Röntgenstrahlen[4]).

2. Unter diesen Anwendungen der Methode der Eigenschwingungen erscheint mir die auf die Gase am merkwürdigsten. Sie beruht auf folgendem Gedanken: Um die Eigenschwingungen eines festen Körpers von n Molekülen zu berechnen, hat Debye als Annäherungsverfahren den Körper als Kontinuum aufgefaßt mit der Annahme, daß die ersten $3n$ der unendlich vielen Eigenschwingungen des Kontinuums angenähert mit den wirklichen $3n$ Eigenschwingungen des Molekülgitters übereinstimmen werden. Dies Verfahren hat man nun auf die Gase übertragen; man berechnet die Schwingungen eines Gasvolumens aus der Schwingungsgleichung, die aus der gewöhnlichen Hydrodynamik hervorgeht. Während nun aber bei den festen Körpern evident ist, daß die Schwingungen eines äquivalenten Kontinuums tatsächlich die des Punktgitters in gewissen Grade approximieren, ist dafür bei einem Gase gar kein Grund vorhanden. Denn in der gewöhnlichen Auffassung der Gastheorie besteht die Wärmebewegung der Gasmoleküle in Zickzackwegen, die auch nicht angenähert als Schwingungen um Gleichgewichtslagen aufgefaßt werden können. Wenn trotzdem die Methode für hohe und für tiefe Temperaturen zu ganz vernünftigen Formeln führt, so kann ich darin keine Bestätigung der Grundlagen sehen, sondern nur eine Folge des Umstandes, daß bei extremen Temperaturen die Gesetze von dem wahren Mechanismus ziemlich unabhängig sind. Besser liegt es schon bei den Flüssigkeiten, weil man annehmen kann, daß bei diesen trotz ihrer Beweglichkeit die Wärmebewegung im wesentlichen auf kleinen Schwingungen beruht; darum hat auch die Anwendung der Methode zur Ableitung des Gesetzes von Eötvös Erfolg gehabt. Jedenfalls aber wird man festhalten müssen, daß das Debyesche Verfahren, die wirkliche Molekularbewegung durch Schwingungen eines Kontinuums zu ersetzen, in jedem Falle erst auf seine Berechtigung geprüft werden muß. So hat Debye selbst in seiner neuen Arbeit über den Einfluß der Tem-

1) Debye, Ann. d. Phys. **39**, 789, 1912; Born und v. Kármán, diese Zeitschr. **13**, 297, 1912; **14**, 15, 1913; **14**, 65, 1913.

2) Born und Courant, diese Zeitschr. **14**, 731, 1913.

3) H. Tetrode, diese Zeitschr. **14**, 212, 1913; O. Sackur, Jahresber. d. schles. Ges. f. vaterl. Kultur, Febr. 1913; A. Sommerfeld und Lenz, diese Zeitschr. **14**, 262, 1913; W. H. Keesom, diese Zeitschr. **14**, 665, 1913.

4) P. Debye, Ann. d. Phys. (4), **43**, 1, 1914.

peratur auf die Beugung der Röntgenstrahlen[1]) selbst für feste Körper ein Eingehen auf den wirklichen Molekularvorgang nicht vermeiden können und die von v. Kármán und mir ausgebildete Methode herangezogen[2]).

3. Ich habe nun gesucht, ein Beispiel zu finden, das in möglichst krasser Weise zeigt, wie eine unkritische Anwendung der Debyeschen Methode zu falschen Resultaten führt. Es handelt sich also darum, ein thermodynamisches System anzugeben, das die folgende Eigenschaft hat: Man fasse das System nach Debye als Kontinuum auf und berechne seine ersten $3n$ Eigenschwingungen, wobei n die Anzahl der vorhandenen Moleküle bedeutet; darauf ordne man jeder Eigenschwingung die Energie (bzw. freie Energie) zu, die ein Planckscher Resonator derselben Frequenz haben würde, und summiere diese Beiträge; die entstehende Formel für die Energie (bzw. freie Energie) des Systems soll nun zu Folgerungen führen, die bekannten thermodynamischen Sätzen widersprechen.

4. Es ist leicht, ein solches Beispiel zu konstruieren. Man nehme den Fall eines aus zwei Phasen bestehenden Systems (etwa ein Kristall in seiner Schmelze). Dieser Fall ist auch von anderer Seite schon quantentheoretisch behandelt worden; dann ist man aber so vorgegangen, daß die Energie (bzw. freie Energie) jeder Phase für sich berechnet wurden und nachträglich durch Addition die Energie (bzw. freie Energie) für das Gesamtsystem gebildet wurde. Dieses Verfahren liefert allerdings vernünftige Gesetze für das Gleichgewicht und die Umwandlung der Phasen, aber es widerspricht vollständig dem Sinne der Methode der Eigenschwingungen. Denn das Zwei-Phasen-System als Ganzes ist im Sinne der Mechanik ein einziges Massensystem von vielen gekoppelten Massenpunkten und kann nicht einfach an der Grenze der Phasen in zwei unabhängige Teile zerschnitten werden; die Moleküle der Grenzschicht werden von den Vorgängen in beiden Phasen beeinflußt, und jede Welle, die in der einen Phase entsteht, setzt sich ohne Änderung ihrer Frequenz in die zweite Phase fort — mag die Grenzschicht beschaffen sein wie sie will. Man muß also jedenfalls bei der Berechnung der Eigenschwingungen beide Phasen als ein mechanisches System ansehen. Mit der Debyeschen Annäherung wird man dabei jede der homogenen Phasen als Kontinuum behandeln und an der Grenzfläche die Gesetze der gewöhnlichen Mechanik der Kontinua (Hydrodynamik bzw. Elastizitätstheorie) anwenden. Dabei wird es nicht nötig sein, die Vorgänge in der Grenzschicht besonders zu behandeln; denn solange die Grenzfläche nicht außerordentlich starke Krümmungen aufweist, ist die in ihr enthaltene Energie nach der gewöhnlichen Kapillaritätstheorie neben der Gesamtenergie des Systems zu vernachlässigen.

5. Ich behaupte nun zweierlei:

I. Die notwendige Voraussetzung für das Vorhandensein eines nur von der Temperatur abhängigen Gleichgewichtsdruckes des Zweiphasensystems (z. B. Schmelzdruckkurve $p(T)$) ist, daß die Energie (bzw. freie Energie) jeder Phase proportional ihrer Masse und die gesamte Energie (bzw. freie Energie) gleich der Summe der entsprechenden Größen der beiden Phasen ist.

II. Behandelt man das System nach dem eben skizzierten Verfahren der Eigenschwingungen, so läßt sich die gesamte Energie (bzw. freie Energie) nicht in dieser Weise in zwei Teile, entsprechend den beiden Phasen, spalten.

Da es nun wohl nicht bezweifelt werden kann, daß im Gleichgewicht zweier homogener Phasen der Druck nur von der Temperatur abhängt, so folgt, daß das Debyesche Verfahren auf dieses System nicht angewandt werden kann.

6. Ich habe jetzt noch die beiden Behauptungen I und II zu beweisen. Die Aussage I ergibt sich durch folgende einfache Überlegung. Die Gleichgewichtsbedingung eines thermodynamischen Systems erhält man mit Hilfe der freien Energie durch die Forderung, daß die Variation derselben verschwinden muß bei allen virtuellen Änderungen der Massen und Dichten der Phasen, die die gesamte Masse und das gesamte Volumen ungeändert lassen. Wenn nun die Additivität gilt, so hat man

$$\delta(M_1 H_1 + M_2 H_2) = 0,$$
$$\delta(M_1 + M_2) = 0;$$
$$\delta(M_1 v_1 + M_2 v_2) = 0,$$

und daraus sind δM_1, δM_2 zu eliminieren. Man erhält so ohne weiteres die Bedingungen, daß

$$\frac{\partial H_1}{\partial v_1} = \frac{\partial H_2}{\partial v_2} = -p$$

und

$$H_1 + p v_1 = H_2 + p v_2$$

sein muß; drückt man aus den beiden ersten Gleichungen v_1, v_2 durch p aus, so stellt die

1) l. c., S. 185.

2) Herr E. Schrödinger hat diese Erscheinung auf demselben Wege wie Debye angegriffen und scheint sogar durch Berücksichtigung der zwischen Nachbarmolekülen bestehenden Phasenbeziehung der elastischen Schwingung zu feineren Resultaten vorzudringen. Allerdings liegt erst eine Mitteilung über den eindimensionalen Fall vor (diese Zeitschr. **15**, 79, 1914).

letzte Gleichung, welche die Gleichheit der thermodynamischen Potentiale der Masseneinheit beider Phasen fordert, eine Beziehung zwischen Temperatur T und Druck p allein dar, die Umwandlungskurve.

Man sieht hieraus ohne weiteres, daß das Vorhandensein einer von den Massen M_1, M_2 unabhängigen Gleichung zwischen p und T durchaus davon abhängt, daß die freie Energie eine lineare homogene Funktion der Massen ist. Ist das nicht der Fall, sondern allgemein

$$H = H(v_1, v_2, M_1, M_2, T),$$

so liefert das Variationsproblem

$$\delta H = 0$$

mit den Nebenbedingungen

$$\delta(M_1 + M_2) = 0,$$
$$\delta(M_1 v_1 + M_2 v_2) = 0$$

keine Gleichung zwischen p und T allein, sondern eine Gleichung der Form

$$p = p(M_1, M_2, T).$$

Daraus würde z. B. folgen, daß der Gleichgewichtsdruck sich erhöhen oder erniedrigen läßt, indem man die Masse einer der Phasen verkleinert; letzteres kann aber durch Abstellen eines Sperrhahns offenbar ohne Arbeitsleistung geschehen. Durch solche Widersinnigkeiten läßt sich der Ansatz widerlegen, ohne daß man erst auf die Erfahrung zu rekurrieren brauchte.

7. Der Beweis der Behauptung II braucht tiefere mathematische Hilfsmittel. Ich will die in Betracht kommenden Sätze nur nennen, ohne zunächst auf die Beweise einzugehen.

Wir betrachten zuerst die Phase 1 für sich; diese habe n_1 Moleküle. Dann berechnen wir ihre ersten $3n_1$ Eigenschwingungen, indem wir sie als Kontinuum ansehen (mit geeigneten Randbedingungen). Diese seien

$$\nu_1^{(1)},\ \nu_2^{(1)},\ \ldots\ \nu_{3n_1}^{(1)}.$$

Ebenso berechnen wir die ersten $3n_2$ Eigenschwingungen der zweiten Phase für sich, wobei n_2 die Anzahl der Moleküle dieser Phase bedeute; diese seien

$$\nu_1^{(2)},\ \nu_2^{(2)},\ \ldots\ \nu_{3n_2}^{(2)}.$$

Ist $f(\nu)$ nun die Energie (bzw. freie Energie) eines Planckschen Resonators der Frequenz ν, so wird die gesamte Energie (bzw. freie Energie) der ersten Phase

$$F_1 = \sum_{p=1}^{3n_1} f(\nu_p^{(1)}),$$

und die der zweiten Phase

$$F_2 = \sum_{p=1}^{3n_2} f(\nu_p^{(2)}).$$

Denken wir uns nun die beiden Phasen zu einem System von $n = n_1 + n_2$ Molekülen vereinigt, so wird es eine Reihe von $3n$ Eigenschwingungen

$$\nu_1,\ \nu_2,\ \ldots\ \nu_{3n}$$

haben. Im allgemeinen wird aber unter diesen $3n$ Zahlen weder eine einzige der $3n_1$ Frequenzen der Phase 1, noch der $3n_2$ Frequenzen der Phase 2 vorkommen; das Spektrum des vereinigten Systems hat zwar ebenso viele Schwingungszahlen wie die beiden Phasen zusammen, aber es ist völlig verschieden von den Spektren der Phasen. Folglich wird auch die Energie (bzw. freie Energie) des ganzen Systems

$$F = \sum_{p=1}^{3n} f(\nu_p)$$

verschieden von der Summe $F_1 + F_2$ ausfallen.

8. Zur Verdeutlichung dieser Überlegungen wollen wir das Spektrum nach der Debyeschen Methode wirklich in einem einfachen Falle ausrechnen. Um die Rechnung zu vereinfachen, wollen wir beide Phasen als Flüssigkeiten ansetzen; die elastischen Eigenschaften werden dann für jede Phase durch Angabe einer einzigen Zahl, etwa der Schallgeschwindigkeit, beschrieben. Ferner denken wir uns der Einfachheit halber das ganze System eingeschlossen in einen Würfel von der Kantenlänge l, der auf der horizontalen xy-Ebene ruht. Die beiden Phasen werden dann in einer Ebene $z =$ konst. aneinander grenzen; die Höhe der unteren Phase (1) sei h_1, die der oberen Phase (2) sei h_2, so daß $h_1 + h_2 = l$ ist. Im übrigen sehen wir von der Schwere ab (Fig. 1).

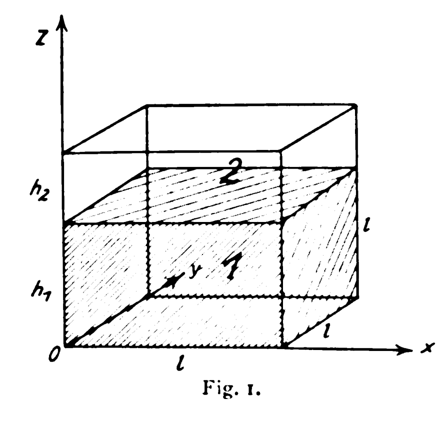


Fig. 1.

Für einen Schwingungszustand der Frequenz ν werden dann die Geschwindigkeitspotentiale Φ_1 und Φ_2 in den beiden Teilräumen bzw. den Differentialgleichungen

$$\begin{rcases} \Delta\Phi_1 + \dfrac{4\pi^2\nu^2}{c_1^2}\Phi_1 = 0, \\ \Delta\Phi_2 + \dfrac{4\pi^2\nu_2}{c_2^2}\Phi_2 = 0 \end{rcases} \quad (1)$$

genügen, in denen c_1 und c_2 die Schallgeschwindigkeiten in den beiden Phasen bedeuten. Wir setzen voraus, daß

$$c_1 > c_2 \tag{2}$$

ist.

An den Wänden des Gefäßes muß die Normalkomponente der Geschwindigkeit verschwinden:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0 \text{ an den Wänden.} \tag{3}$$

An der Grenze $z = h_1$ werden wir neben der Stetigkeit des Geschwindigkeitspotentials selbst die Stetigkeit der Normalkomponente der Geschwindigkeit zu fordern haben:

$$\left.\begin{aligned} \Phi_1 &= \Phi_2 \\ \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right)_1 &= \left(\frac{\partial \Phi}{\partial n}\right)_2 \end{aligned}\right\} \text{ für } z = h_1. \tag{4}$$

Den Forderungen (1) und (3) wird offenbar durch den Ansatz genügt:

$$\Phi_1 = a_1 \cos \frac{\pi m}{l} x \cos \frac{\pi n}{l} y \cos \lambda_1 z,$$

$$\Phi_2 = a_2 \cos \frac{\pi m}{l} x \cos \frac{\pi n}{l} y \cos \lambda_2 (l - z),$$

wobei m und n ganze Zahlen bedeuten und λ_1 und λ_2 als positive Wurzeln aus den Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \lambda_1^2 &= \frac{4\pi^2 \nu^2}{c_1^2} - \frac{\pi^2}{l^2}(m^2 + n^2), \\ \lambda_2^2 &= \frac{4\pi^2 \nu^2}{c_2^2} - \frac{\pi^2}{l^2}(m^2 + n^2) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

bestimmt werden.

Die Bedingungen (4) führen dann zu den Gleichungen

$$a_1 \cos \lambda_1 h_1 = a_2 \cos \lambda_2 h_2,$$
$$a_1 \lambda_1 \sin \lambda_1 h_1 = - a_2 \lambda_2 \sin \lambda_2 h_2,$$

welche dann und nur dann ein nicht identisch verschwindendes Lösungssystem a_1, a_2 haben, wenn

$$\lambda_1 \operatorname{tg} \lambda_1 h_1 + \lambda_2 \operatorname{tg} \lambda_2 h_2 = 0 \tag{6}$$

ist. Setzt man hier die Werte (5) ein, so erhält man eine transzendente Gleichung für ν, die das elastische Spektrum des Systems darstellt; mit Hilfe der Abkürzungen

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1 = \frac{2\pi}{c_1}, \quad \alpha_2 = \frac{2\pi}{c_2}, \\ \beta = \frac{\pi}{l}\sqrt{m^2 + n^2} \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

und

$$\left.\begin{aligned} F_1(\nu) &= \sqrt{\alpha_1^2 \nu^2 - \beta^2} \cdot \operatorname{tg}\left(h_1 \sqrt{\alpha_1^2 \nu^2 - \beta^2}\right), \\ F_2(\nu) &= -\sqrt{\alpha_2^2 \nu^2 - \beta^2} \cdot \operatorname{tg}\left(h_2 \sqrt{\alpha_2^2 \nu^2 - \beta^2}\right) \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

schreibt sich diese Gleichung:

$$F_1(\nu) = F_2(\nu). \tag{9}$$

Es handelt sich nun darum, die Anzahl der Spektrallinien unterhalb ν_0 zu bestimmen. Dazu denken wir uns zunächst die ganzen Zahlen m und n festgehalten und berechnen die Anzahl der Schnittpunkte der Kurven $F_1(\nu)$ und $F_2(\nu)$ unterhalb ν_0.

Diese beiden Kurven bestehen nun aus zwei Teilen, die sich verschieden verhalten. Betrachten wir z. B. $F_1(\nu)$, so ist die rechts vorkommende Quadratwurzel reell, solange $\nu > \frac{\beta}{\alpha_1}$; in dem Intervalle $\frac{\beta}{\alpha_1} < \nu < \nu_0$ hat die Funktion $F_1(\nu)$ also den Charakter der Funktion $x \operatorname{tg} x$ im Intervalle $0 < x < x_0$ und besitzt so viele vertikale Asymptoten, als die größte, in

$$Z_1 = \frac{h_1 \sqrt{\alpha_1^2 \nu_0^2 - \beta^2}}{\pi}$$

enthaltene ganze Zahl beträgt. Im Intervall $0 < \nu < \frac{\beta}{\alpha_1}$ aber ist die Quadratwurzel rein imaginär; trotzdem ist die Funktion $F_1(\nu)$ reell, weil

$$\operatorname{tg} i x = - i \,\mathfrak{Tg}\, x,$$

also

$$i x \operatorname{tg} i x = x \,\mathfrak{Tg}\, x$$

ist. Dort verhält sich also die Funktion $F_1(\nu)$ wie der hyperbolische Tangens im Intervalle $0 < x < \frac{\beta}{\alpha_1}$; sie verläuft daher oberhalb der ν-Achse. Das Bild der Funktion ist in Fig. 2 skizziert.

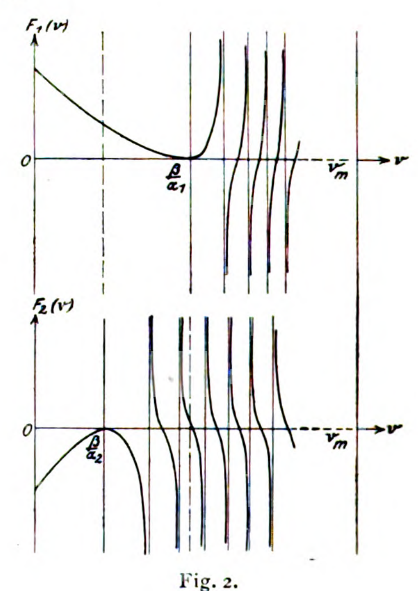


Fig. 2.

Ganz entsprechend zerfällt die Funktion $F_2(\nu)$ in zwei Teile, von denen der linke $\left(\text{für } 0 < \nu < \frac{\beta}{\alpha_2}\right)$ ganz unterhalb der ν-Achse verläuft, der rechte $\left(\text{für } \frac{\beta}{\alpha_2} < \nu < \nu_0\right)$ aber so viele vertikale Asymptoten hat, als die größte in

$$Z_2 = \frac{h_2 \sqrt{\alpha_2^2 \nu_0^2 - \beta^2}}{\pi}$$

enthaltene ganze Zahl beträgt.

Bringt man nun beide Kurven zum Schnitt, so sieht man folgendes: Da nach (2) $c_1 > c_2$ angenommen war, so ist nach (7) $\alpha_1 < \alpha_2$, also $\frac{\beta}{\alpha_1} > \frac{\beta}{\alpha_2}$. Folglich können sich die beiden Kurven von $\nu = 0$ bis $\nu = \frac{\beta}{\alpha_2}$ überhaupt nicht schneiden. In dem Intervalle von $\nu = \frac{\beta}{\alpha_2}$ bis $\nu = \frac{\beta}{\alpha_1}$ verläuft $F_1(\nu)$ glatt oberhalb der ν-Achse, während $F_2(\nu)$ so oft von $-\infty$ bis $+\infty$ geht, und daher so oft von $F_1(\nu)$ geschnitten wird, als $F_2(\nu)$ Asymptoten hat. Schließlich im Intervall von $\nu = \frac{\beta}{\alpha_1}$ bis $\nu = \nu_0$ haben beide Kurven vertikale Asymptoten; fällt zwischen zwei Asymptoten von F_2 keine Asymptote von F_1 so muß genau ein Schnittpunkt dazwischen liegen; fällt aber zwischen zwei Asymptoten von F_2 eine Asymptote von F_1 so gibt es dazwischen zwei Schnittpunkte (Fig. 3), usw.

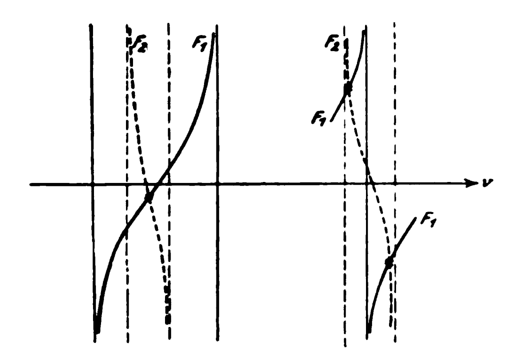


Fig. 3.

Die Gesamtzahl aller Schnittpunkte ist also gleich der Summe der Anzahl der unter ν_0 liegenden Asymptoten beider Kurven, d. h. gleich der Summe der größten, in

$$Z_1 = \frac{h_1}{\pi} \sqrt{\alpha_1^2 \nu_0^2 - \beta^2},$$

bzw. in

$$Z_2 = \frac{h_2}{\pi} \sqrt{\alpha_2^2 \nu_0^2 - \beta^2}$$

enthaltenen ganzen Zahlen.

Um hieraus die Anzahl aller Schwingungen unter ν_0 zu erhalten, ist die Summe noch über alle ganzen Zahlen m, n zu summieren; dabei sind natürlich m, n auf solche Werte zu beschränken, für welche die Quadratwurzeln reell sind, d. h.

in Z_1 derart, daß $\beta \leqq \alpha_1 \nu_0$,
in Z_2 derart, daß $\beta \leqq \alpha_2 \nu_0$

bleibt. Es ist also Z_1 über alle, im positiven Quadranten gelegenen Gitterpunkte des Kreises

$$m^2 + n^2 = R_1^2, \quad R_1 = \frac{\alpha_1 \nu_0 l}{\pi}$$

und Z_2 über alle im positiven Quadranten gelegenen Gitterpunkte des Kreises

$$m^2 + n^2 = R_2^2, \quad R_2 = \frac{\alpha_2 \nu_0 l}{\pi}$$

zu summieren.

Ersetzen wir die Summationen durch Integrationen über die Kreisflächen, indem wir

$$\left.\begin{array}{l} m = r \cos \varphi \\ n = r \sin \varphi \end{array}\right| \quad \beta = \frac{\pi}{l} r$$

schreiben, so erhalten wir

$$Z_1 = \frac{\pi}{2} \int_0^{R_1} \frac{h_1}{\pi} \sqrt{\alpha_1^2 \nu_0^2 - \frac{\pi^2}{l^2} r^2}\, r\, dr,$$

$$Z_2 = \frac{\pi}{2} \int_0^{R_1} \frac{h_2}{\pi} \sqrt{\alpha_2^2 \nu_0^2 - \frac{\pi^2}{l^2} r^2}\, r\, dr;$$

eine leichte Rechnung führt dann zu den Ausdrücken:

$$\left.\begin{array}{l} Z_1 = \frac{4}{3} \pi h_1 l^2 \frac{\nu_0^3}{c_1^3}, \\ Z_2 = \frac{4}{3} \pi h_2 l^2 \frac{\nu_0^3}{c_2^3}. \end{array}\right\} \quad (10)$$

Führen wir schließlich die Volumina der beiden Phasen ein:

$$V_1 = h_1 l^2, \quad V_2 = h_2 l^2, \quad (11)$$

so erhalten wir für die Anzahl aller Eigenschwingungen unter ν:

$$Z = \frac{4}{3} \pi \nu^3 \left(\frac{V_1}{c_1^3} + \frac{V_2}{c_2^3}\right). \quad (12)$$

Daraus erhält man durch Differentiation nach ν die Dichte der Eigenschwingungen im Intervall $d\nu$:

$$\mathfrak{N}(\nu) = 4 \pi \nu^2 \left(\frac{V_1}{c_1^3} + \frac{V_2}{c_2^3}\right). \quad (13)$$

9. Denken wir uns nun ebenso die Dichte der Eigenschwingungen für die einzelnen Phasen berechnet, so würden wir erhalten:

$$\mathfrak{N}_1(\nu) = 4\pi\nu^2 \frac{V_1}{c_1^3}$$

und

$$\mathfrak{N}_2(\nu) = 4\pi\nu^2 \frac{V_2}{c_2^3}.$$

Der Ausdruck (13) ist formal die Summe dieser beiden Ausdrücke. Gleichwohl liegt in den Formeln die Tatsache enthalten, daß das Spektrum des gesamten Systems vollständig verschieden ist von der Übereinanderlagerung der Spektren der beiden Teilsysteme. Denn offenbar sind die höchsten Frequenzen der Teilsysteme und des ganzen Systems bestimmt aus:

$$\frac{4\pi}{3}\nu_{m1}^3 \frac{V_1}{c_1^3} = 3n_1, \qquad \frac{4\pi}{3}\nu_{m2}^3 \frac{V_2}{c_2^3} = 3n_2,$$

$$\frac{4\pi}{3}\nu_m^3\left(\frac{V_1}{c_1^3} + \frac{V_2}{c_2^3}\right) = 3(n_1 + n_2),$$

also

$$\nu_{m1}^3 \frac{V_1}{c_1^3} + \nu_{m2}^3 \frac{V_2}{c_2^3} = \nu_m^3\left(\frac{V_1}{c_1^3} + \frac{V_2}{c_2^3}\right).$$

Hieraus ersieht man leicht, daß ν_m zwischen ν_{m1} und ν_{m2} liegt, wenn V_1 und V_2 von Null verschieden sind. Folglich kann die Superposition der Teilspektra nicht das Gesamtspektrum liefern.

10. Wir wollen nun doch die Rechnung zu Ende führen und die Energie (bzw. freie Energie) auf Grund des Spektrums (13) wirklich berechnen, weil dadurch sehr anschaulich wird, daß sich die Energiegrößen des Systems nicht additiv aus denen der Phasen aufbauen.

Wir bezeichnen das Molekulargewicht der Substanz (das wir der Einfachheit halber beim Übergang von einer Phase in die andere als unveränderlich annehmen) mit m, die Massen der Phasen mit M_1, M_2, die gesamte Masse mit $M = M_1 + M_2$, die spezifischen Volumina der Phasen mit v_1, v_2. Dann lautet die Bestimmungsgleichung für die Maximalfrequenz:

$$\frac{4\pi}{3}\nu_m^3\left(M_1 \frac{v_1}{c_1^3} + M_2 \frac{v_2}{c_2^3}\right) = 3N\frac{M}{m}. \tag{14}$$

Setzen wir

$$x = \frac{h\nu}{kT}, \quad x_m = \frac{h\nu_m}{kT},$$

wo T die Temperatur und h, k die Konstanten der Planckschen Strahlungsformel bedeuten, so folgt aus (14)

$$x_m = \frac{h}{kT}\sqrt[3]{\frac{9N}{4\pi m}\cdot\frac{M}{M_1\frac{v_1}{c_1^2} + M_2\frac{v_2}{c_2^3}}}. \tag{15}$$

Ferner finden wir für die Dichte der Spektrallinien in der Skala x aus (13):

$$\mathfrak{N}(x) = 4\pi x^2\left(\frac{kT}{h}\right)^3\left(M_1\frac{v_1}{c_1^3} + M_2\frac{v_1}{c_2^3}\right)$$

oder:

$$\mathfrak{N}(x) = \frac{9NM}{m x_m^3}x^2. \tag{16}$$

Die Planckschen Resonatorformeln sind für die Energie:

$$\mathfrak{u}(x) = kT\frac{x}{e^x - 1},$$

für die freie Energie:

$$\mathfrak{h}(x) = kT\log(1 - e^{-x}),$$

für die Entropie:

$$\mathfrak{s}(x) = \frac{\mathfrak{u} - \mathfrak{h}}{T}.$$

Wir wollen der Allgemeinheit halber berücksichtigen, daß nicht die ganze Energie in Form von kleinen Schwingungen vorhanden sein wird, sondern ein Teil U_0 auf der Verschiebung der Ruhelagen beruhen kann. Dann erhalten wir für die Energie des Systems:

$$U = U_0 + \int_0^{x_m}\mathfrak{u}(x)\,\mathfrak{N}(x)\,dx,$$

für seine freie Energie:

$$H = U_0 + \int_0^{x_m}\mathfrak{h}(x)\,\mathfrak{N}(x)\,dx,$$

für seine Entropie:

$$S = \int_0^{x_m}\mathfrak{s}(x)\,\mathfrak{N}(x)\,dx.$$

Setzen wir zur Abkürzung

$$A = \frac{9NM}{m}kT \tag{17}$$

und führen die obigen Ausdrücke ein, so bekommen wir nach einfacher Zwischenrechnung:

$$U = U_0 + \frac{A}{x_m^3}\int_0^{x_m}\frac{x^3}{e^x - 1}dx, \tag{18}$$

$$H = U_0 + \frac{A}{3}\left\{\log(1 - e^{-x_m}) - \frac{1}{x_m^3}\int_0^{x_m}\frac{x^3}{e^x - 1}dx\right\}. \tag{19}$$

$$S = \frac{A}{3T}\left\{\frac{4}{x_m^3}\int_0^{x_m}\frac{x^3}{e^x - 1}dx - \log(1 - e^{-x_m})\right\}. \tag{20}$$

Wir sehen, daß der auf Schwingungen beruhende Anteil der Energie eine Funktion von x_m allein ist, wobei x_m in seiner Abhängigkeit von den Massen und Dichten der Phasen sowie von der Temperatur durch (15) gegeben ist.

In der Tat erscheinen U und H nicht in der Form

$$\left.\begin{aligned} U &= M_1 U_1 + M_2 U_2, \\ H &= M_1 H_1 + M_2 H_2, \end{aligned}\right\} \quad (21)$$

wo U_1, U_2 bzw. H_1, H_2 nur von den inneren Variabeln der Phasen, nicht aber ihren Gesamtmassen abhängen. Und dies ist auch nicht approximativ der Fall (wenigstens für H).

11. Diese ausführliche Diskussion des Zweiphasensystems läßt die Grenzen der Debyeschen Methode deutlich erkennen. Man wird zu dem Schlusse geführt, daß die Schallwellen nicht ungestört von einer Phase in die andere übergehen, sondern daß dabei irgendeine Irregularität (eine Art Inkohärenz) eintritt; es geht zwar die Energie einer Welle von bestimmter Frequenz von einem Medium ins andere über, aber die Schwingungsphase muß sich dabei irgendwie unregelmäßig ändern. Ähnlich wie in der Optik sich bei inkohärenten Strahlen nicht die Amplituden, sondern die Intensitäten addieren, so muß hier herauskommen, daß die Energien der beiden Teilräume sich addieren. Ich glaube aber, daß das gar nicht am Vorhandensein zweier thermodynamischer Phasen hängt, sondern daß etwas Ähnliches schon in einem homogenen Medium stattfindet[1]). Auch hier werden die elastischen Wellen nicht beliebig weit ungestört fortlaufen, sondern unregelmäßige Phasenänderungen erfahren. Wahrscheinlich hängt von diesem Umstande die Wärmeleitung in Kristallen ab. An der Grenzfläche wird dieser Phaseneffekt besonders stark zur Geltung kommen. Ich will hier noch hinzufügen, daß von dem gewonnenen Standpunkte aus sich auch das Verfahren genauer rechtfertigen läßt, daß Courant und ich bei der Berechnung der Temperaturabhängigkeit der Oberflächenspannung (Gesetz von Eötvös, l. c.) eingeschlagen haben; auch dabei handelt es sich um eine gewisse Inkohärenz der in die Oberflächenschicht eindringenden Wellen.

1) Auch Debye scheint derselben Ansicht zu sein (vgl. Ann. d. Phys. (4) **43**, 64, 65, 1914).

(Eingegangen 15. Januar 1914.)

Der Fundamentalbereich des Diamantgitters.

Von Ludwig Föppl.

Durch die Arbeiten der Brüder Bragg[1]) ist das Gitter des Diamanten festgestellt worden: es besteht aus zwei kubischen, flächenzentrierten Gittern, von denen das eine aus dem anderen hervorgeht durch Verschiebung längs einer Diagonale des Elementarwürfels um ein Viertel dieser Diagonale[1]). Jedes dieser beiden gleichen ineinandergestellten Bravaisschen Punktgitter für sich genommen bestimmt die dichteste Kugelpackung, die erhalten wird, indem man um jeden Punkt des Gitters als Mittelpunkt eine Kugel vom Radius $\frac{a}{2\sqrt{2}}$ schlägt, wenn a die Kante des Elementarwürfels ist. Sehen wir von den zur Oberfläche der Packung gehörigen Kugeln ab, so hat jede 12 Nachbarkugeln, die sie berührt, entsprechend den 12 nächsten Nachbarn im Abstand $\frac{a}{\sqrt{2}}$ jedes Punktes des Gitters.

Sprechen wir zunächst vom Fundamentalbereich dieses einfachen Bravaisschen Gitters. Nach Lord Kelvin erhält man den sogenannten natürlichen Fundamentalbereich[2]) eines Gitters folgendermaßen: man denke sich um jeden Gitterpunkt eine Kugel — etwa eine Seifenblase —, die fortwährend wächst, so daß der um jedes Atom abgegrenzte Raum jederzeit für alle Atome gleich groß ist. Wenden wir diesen Vorgang auf das kubische flächenzentrierte Raumgitter an, so werden die Kugeln so lange zunehmen, bis sich in einem bestimmten Moment die Nachbarkugeln berühren, wobei die vorhin besprochene dichteste Kugelpackung eintritt. Um den natürlichen Fundamentalbereich zu erhalten, denke man sich die um die einzelnen Punkte abgegrenzten Bereiche noch weiter gleichförmig wachsen, wobei allerdings die Kugelgestalt verloren geht, da die Bereiche nicht ineinander übergreifen sollen. Aus den Berührungspunkten der Kugeln werden beim Weiterwachsen der Bereiche Berührungsebenen, so daß schließlich, wenn alle Lücken zwischen den einzelnen Bereichen ausgefüllt sind, jeder Gitterpunkt der Mittelpunkt eines Polyeders ist. Da in unserem Beispiel der dichtesten Kugelpackung jede Kugel 12 Nachbarkugeln berührt, so werden beim Weiterwachsen der Bereiche aus den 12 Berührungspunkten der Kugeln 12 mittelsenkrechte Ebenen der Verbindungslinien des betrachteten Punktes mit seinen 12 Nachbarpunkten. Sind die Bereiche so weit gewachsen, daß sie den Raum lückenlos ausfüllen, so erhalten wir als

1) Proc. Roy. Soc. London **89**, Nr. 610.

1) Siehe die Abbildung des Diamantmodells bei P. P. Ewald, diese Zeitschr. **14**. 1304, 1913.

2) In Gegensatz zum natürlichen Fundamentalbereich stellen wir den mathematischen Fundamentalbereich. Er ist der kleinste Bereich, mit dessen Hilfe man durch Anwendung aller möglichen Deckoperationen des Raumgitters den Raum einfach und lückenlos ausfüllen kann und ist 1/24 des hier gefundenen natürlichen Fundamentalbereichs.

natürlichen Fundamentalbereich das Rhombendodekaeder. Nebenbei ergibt sich, daß man also mit dem Rhombendodekaeder als Baustein den Raum einfach und lückenlos ausfüllen kann.

Das Diamantgitter besteht aus zwei solchen kubischen flächenzentrierten Gittern, die in der oben besprochenen Weise so ineinander gestellt sind, daß jeder Gitterpunkt des einen kubischen Gitters vier Punkte des anderen zu nächsten Nachbarn besitzt, die im gleichen Abstand von ihm an den Ecken eines regulären Tetraeders angeordnet sind. Denkt man sich also ebenso wie oben den natürlichen Fundamentalbereich durch Kugeln erzeugt, die um jeden Gitterpunkt gleichmäßig wachsen, so wird in einem bestimmten Moment jede Kugel mit vier Nachbarkugeln zusammenstoßen, so daß sich beim Weiterwachsen der Bereiche Begrenzungsebenen ausbilden, die auf den Verbindungslinien jedes Atoms mit seinen vier nächsten Nachbaratomen mittelsenkrecht stehen und daher die vier Ebenen eines regulären Tetraders bestimmen. Das Tetraeder bildet sich jedoch nicht vollständig aus, wie ja auch zu erwarten ist, da man bekanntlich mit regulären Tetraedern den Raum nicht lückenlos ausfüllen kann. Eine einfache Rechnung lehrt auch, daß dieses Tetraeder als Fundamentalbereich zu groß wäre. Es muß also der Fundamentalbereich durch Schnitt des Tetraeders mit anderen Ebenen entstehen. Diese anderen Ebenen müssen aber den Bereich des von uns betrachteten Gitterpunktes gegen die zweitnächsten Gitterpunkte abgrenzen, da unser Bereich gegen die nächsten bereits durch die Tetraederebenen abgegrenzt ist. Die zweitnächsten Gitterpunkte sind aber im Diamanten die Nachbarpunkte im betreffenden kubischen Gitter, gegen die unser Punkt nach obigem durch

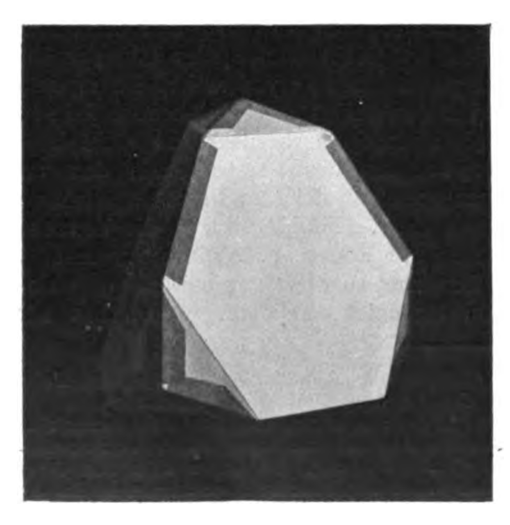


Fig. 1.

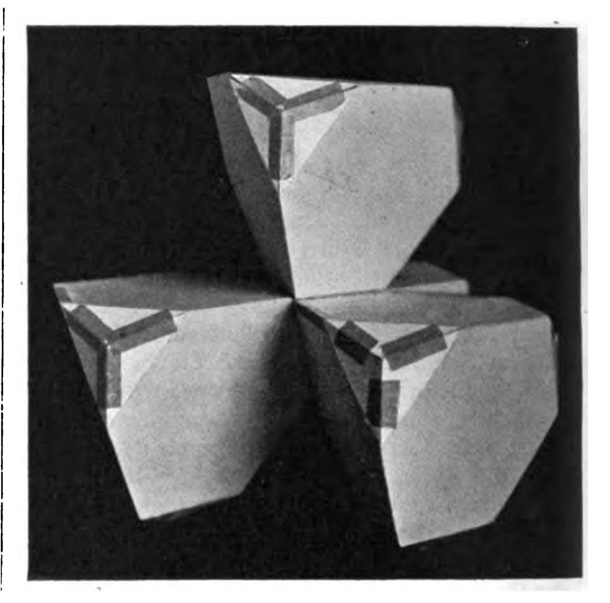


Fig. 2.

das Rhombendodekaeder abgegrenzt wird, dessen 12 Ebenen auf den Verbindungslinien mittelsenkrecht stehen. Die Schnittfigur des Tetraeders mit dem Rhombendodekaeder ist also der Fundamentalbereich des Diamantgitters, der in Fig. 1 dargestellt ist. Das Tetraeder wird vom Rhombendodekaeder so geschnitten, daß aus den Tetraederebenen

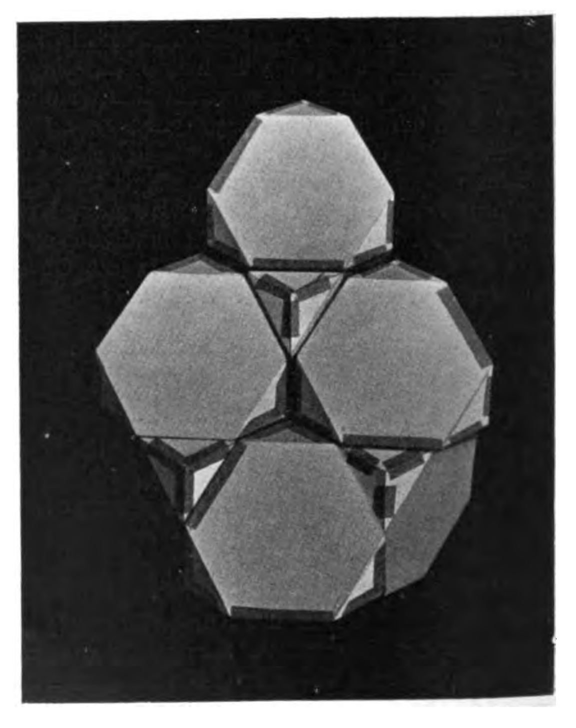


Fig. 3.



reguläre Sechsecke werden. Alle 12 Ebenen des Rhombendodekaeders treten im Fundamentalbereich des Diamanten auf, so daß man das Rhombendodekaeder durch Schneiden dieser 12 Ebenen erhalten kann. Von den acht dreizähligen Ecken des Dodekaeders sind im Fundamentalbereich des Diamanten vier sichtbar, während die vier anderen senkrecht über den Mitten der Tetraederebenen liegen. Die sechs vierzähligen Ecken des Rhombendodekaeders kommen senkrecht über den Mitten der sechs Tetraederkanten zu liegen. Schließlich sei noch darauf aufmerksam gemacht, daß der Inhalt des so konstruierten Dodekaeders der doppelte unseres Fundamentalbereichs des Diamanten ist. Wie man mittels des Fundamentalbereichs den Raum einfach und lückenlos ausfüllen kann, geht aus den Fig. 2 und 3 hervor, wobei ich noch bemerken möchte, daß das Doppelte des Winkels, unter dem sich die Tetraeder- und Dodekaederebenen schneiden, den Kantenwinkel des Tetraeders zu 360° ergänzt. Fig. 3 ist aus Fig. 2 durch Einfügen weiterer Bausteine entstanden. Die Figuren sind auch geeignet, sich eine Vorstellung vom Aufbau des Diamantgitters zu bilden, wenn man sich in die Mitte jedes Bausteines ein Kohlenstoffatom denkt. Würde man in Fig. 2 nur immer an den Dodekaederflächen die Bausteine anlagern und nicht an den Tetraederflächen, so würden die Mittelpunkte dieser Bausteine das eine von den beiden Bravaisschen Raumgittern ausmachen, und der Raum wäre bloß zur Hälfte ausgefüllt.

Göttingen, im Januar 1914.

(Eingegangen 17. Januar 1914.)

Der Zeemaneffekt in den Quantentheorien der Serienspektren.

Von Karl F. Herzfeld.

Bisher wurden zwei Theorien aufgestellt, die die Quantenvorstellung zur Erklärung der Gesetze der Serienspektren zu benutzen versuchen, die erste von Hasenöhrl[1]), die zweite von Bohr[2]). Für keine dieser Theorien war bisher[3]) der Zeemaneffekt ausführlich berechnet, während man von einer Theorie der Spektrallinien auch hierüber bestimmte Aussagen verlangen muß. Das soll im vorliegenden für den Fall der Balmerschen Wasserstoffserie nachgetragen werden.

1) F. Hasenöhrl, diese Zeitschrift **12**, 931, 1911; Verh. d. D. phys. Ges. **13**, 756, 1911, ausgebaut von K. Herzfeld, Wien. Ber. **121**, 593, 1912.

2) N. Bohr, Phil. Mag. **26**, 1, 1913.

3) E. Warburg hat (Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 1259, 1913) die wohl unzulässige Beschränkung $\vartheta = 0, \pi$ benutzt. In diesem Fall kann man allerdings, wie er es tut, $\omega = \omega_k$ setzen. Betreffs der Zeichenbedeutung vgl. später.

Beide Theorien benutzen Elektronen, die sich auf Kreisbahnen[1]) bewegen. Es befinde sich der Mittelpunkt der Kreisbahn im Anfangspunkt eines Koordinatensystems. Erregt man nun in der z-Richtung ein homogenes Magnetfeld von der Stärke $\mathfrak{H}$, so führt das Elektron eine Präzessionsbewegung aus. Man kann, wie Voigt[2]) gezeigt hat, eine Ebene durch den O-Punkt so einführen, daß das Elektron sie nicht verläßt. Die Normale auf die Ebene im O-Punkt bewegt sich dann auf einem Kegel mit der Winkelgeschwindigkeit $p = -\frac{e}{4\pi mc}\mathfrak{H}$.

Der Öffnungswinkel des Kegels ϑ hängt von den Anfangsbedingungen ab. In der Ebene bewegt sich das Elektron, als ob kein Magnetfeld vorhanden wäre, d. h. als ob nur die ursprünglichen anziehenden Kräfte sowie diejenige Zentrifugalkraft wirken würde, die der Kreisbewegung in der mitbewegten Ebene entspricht. Das gilt, wenn nur das Elektron nahe dem Mittelpunkte bleibt. Dabei sind Glieder mit p^2 in den Bewegungsgleichungen vernachlässigt, nämlich eine scheinbare Kraft in der mitbewegten Ebene von der Größe $4\pi^2 m p^2 x$, $4\pi^2 m p^2 y$.

Führen wir nun in der mitbewegten Ebene Koordinaten u, v ein, die mit x, y, z folgendermaßen zusammenhängen:

$$\begin{aligned} x &= u \cos\psi - v \cos\vartheta \sin\psi, \\ y &= u \sin\psi + v \cos\vartheta \cos\psi, \\ z &= v \sin\vartheta \quad \psi = 2\pi p t, \end{aligned} \qquad (1)$$

so ist dann:

$$\begin{aligned} u &= r \cos 2\pi\omega t, \\ v &= + r \sin 2\pi\omega t. \end{aligned} \qquad (1)$$

ω ist dadurch definiert, daß die Zentrifugalkraft gleich der anziehenden Kraft ist, also:

$$\frac{m\mathfrak{v}^2}{r} = \frac{m\, 4\pi^2 \omega^2 r^2}{r} = \frac{e\, e_r}{r^2}. \qquad (2)$$

Dabei ist e_r die Größe der positiven anziehenden Ladung,

$$\mathfrak{v}^2 = \left(\frac{du}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2.$$

Wir wollen von nun an alle Größen, die sich auf das mitbewegte System, das die Präzessionsbewegung ausführt, beziehen, mit dem Index p versehen, die, die sich auf das ruhende ($z \parallel \mathfrak{H}$)

1) Bei Bohr können es auch elliptische Bahnen sein, doch benutzen wir der bequemeren Rechnung halber Kreise.

2) W. Voigt, Ann. d. Phys. **9**, 115, 1902; vgl. auch W. Ritz, Ann. d. Phys. **25**, 676, 1908; W. Voigt, Ann. d. Phys. **36**, 880, 1911; K. Körner, Verh. d. D. phys. Ges. **15**, 69, 1913.

beziehen, mit dem Index h. Wir haben also oben ω_p zu schreiben. Setzen wir die Werte von u, v in (I) ein, so wird

$$\begin{aligned} x &= r(\cos 2\pi\omega_p t \cos 2\pi p t - \\ &- \sin 2\pi\omega_p t \sin 2\pi p t \cos\vartheta) = \\ &= \frac{r}{2}\left[(1+\cos\vartheta)\cos(2\pi\omega_{1h}t) + \right. \\ &\left. + (1-\cos\vartheta)\cos(2\pi\omega_{2h}t)\right], \\ y &= \frac{r}{2}(\cos 2\pi\omega_p t \sin 2\pi p t + \\ &+ \sin 2\pi\omega_p t \cos 2\pi p t \cos\vartheta) = \\ &= \frac{r}{2}\left[(1+\cos\vartheta)\sin(2\pi\omega_{1h}t) - \right. \\ &\left. - (1-\cos\vartheta)\sin(2\pi\omega_{2h}t)\right], \\ z &= r\sin 2\pi\omega_{3h}t \sin\vartheta, \end{aligned} \tag{3}$$

$$\omega_{1h} = \omega_p + p \quad \omega_{2h} = \omega_p - p \quad \omega_{3h} = \omega_p. \tag{4}$$

In bezug auf das ruhende System treten also 3 Werte auf.

Ferner seien noch einige Größen angegeben. Die kinetische Energie in bezug auf u, v ist:

$$T_p = \frac{m v^2}{2} = m\omega_p^2 r^2 2\pi^2 = \frac{e e_r}{2r}, \tag{5}$$

in bezug auf xyz

$$T_a = 2\pi^2 m r^2 (\omega^2 + 2\omega p \cos\vartheta).$$

Die Arbeit, die ich leisten muß, um ein ruhendes Elektron von der Stelle r in unendliche Entfernung zu bringen, so daß es am Ende keine kinetische Energie besitzt, ist:

$$P = e\int_r^\infty \frac{e_r}{r^2}\,dr. \tag{6}$$

Die Arbeit, die man leisten muß, um ein bewegtes Elektron in unendliche Entfernung und zur Ruhe zu bringen, ist

$$w = P - T, \tag{7}$$

Nun wollen wir diese Formeln auf die beiden Theorien anwenden:

I. Die Bohrsche Theorie. Bohr geht vom Rutherfordschen Atommodell aus, das aus einem positiven Kern von sehr kleinem Radius besteht, der von Elektronen umgeben ist. Bei Wasserstoff ist nur ein Elektron im neutralen Atom vorhanden.

Nun nimmt Bohr weiter an, daß in den Gleichgewichtslagen die Bewegung durch die gewöhnlichen mechanischen Gesetze beherrscht wird, daß dagegen der Übergang aus einer Gleichgewichtslage in die andere von Quantengesetzen bestimmt wird, die nur einzelne bestimmte Gleichgewichte zulassen. Ferner soll das Teilchen bei der Bewegung in Gleichgewichtslagen nicht strahlen, sondern nur beim Übergang zwischen zwei solchen, dann aber monochromatisch, wobei die Frequenz nach Quantenformeln durch die Energie bestimmt ist.

Im speziellen sind die Gleichgewichtslagen der Frequenz ω dadurch bestimmt, daß ein Elektron, das im Unendlichen ruhte, bei der Bindung eine Energie w ausstrahlt vom Betrag:

$$w = \frac{n h \omega}{2}. \tag{8}$$

Setzt man das in 2, 5, 6, 7 ein, so findet man für die möglichen Gleichgewichtslagen:

$$\omega = \frac{4\pi^2 m e^4}{h^3 n^3}, \quad w = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2 n^2}, \qquad \pi = \frac{E e}{4\pi^2 m} h^2 n^2. \tag{9}$$

w ist hier (wegen $e_r = e =$ konst) allgemein $= T$.

Geht nun ein Elektron von einer Gleichgewichtslage (n) in eine andere (m) über, so wird dabei die Energie $w_m - w_n$ ausgestrahlt werden, und zwar soll die Frequenz dieser monochromatischen Strahlung

$$\nu = \frac{w_m - w_n}{h} \tag{10}$$

sein.

Also wird

$$\nu = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^3}\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right),$$

das ist also die nach Rydberg und Ritz verallgemeinerte Balmersche Formel, wobei die multiplikative Konstante mit der experimentell gefundenen sehr gut übereinstimmt.

Bei Vorhandensein eines Magnetfeldes sind nun verschiedene Annahmen von vornherein möglich. Es könnte nämlich in 9 und 10 sein:

ω	w	ν
ω_p	w_p	ν_p
ω_p	w_p	ν_h
ω_p	w_h	ν_p
ω_p	w_h	ν_h

Ferner dasselbe mit $\omega = \omega_h$, doch hat das wohl keinen Sinn, da es verschiedene ω_h gibt.

Die einfachste Annahme ist wohl die erste, d. h. alle Quantengesetze beziehen sich auf ein mitbewegtes System.

$w_p = P - T_p$ ist allerdings nicht die Arbeit, die man aufwenden müßte, um ein Elektron ins Unendliche zu bringen, so daß es im mitbewegten System ruht, denn diese Arbeit ist ∞. Das rührt von der früher erwähnten vernachlässigten Kraft $4\pi^2 m p^2 x$, $4\pi^2 m p^2 y$ her, die im ∞ von erster Ordnung unendlich wird. (Wie weit ihre Vernachlässigung gerechtfertigt ist, vergleiche später.) w_p ist die Arbeit, die man zu

leisten hätte, wenn die Ebene ruhte. Man schreibt daher statt w_p besser T_p. Dann gilt (für kleine r) im mitbewegten System alles, wie wenn kein Feld da wäre. Bezeichnen wir die Größen ohne Feld mit dem Index o, so ist $w_p = w_o$, $\omega_p = \omega_o$, $\nu_p = \nu_o$.

Nehmen wir ferner noch an, daß der Polarisationszustand der emittierten Welle ν_p derselbe ist, wie wenn sie in der klassischen Theorie von einem Elektron ausgesandt würde, das sich auf einem Kreis mit der Winkelgeschwindigkeit ν_p bewegt, so ist

$$\mathfrak{E}_u = \mathfrak{E} \cos 2\pi \nu_p t, \quad \mathfrak{E}_v = \mathfrak{E} \sin 2\pi \nu_p t,$$

also:

$$\nu_{h1} = \nu_o + p, \quad \nu_{h2} = \nu_o - p, \quad \nu_{h3} = \nu_o,$$

$$p = -\frac{c\mathfrak{H}}{4\pi mc},$$

also ein normales Triplett mit den richtigen Polarisationen, wie man leicht sieht[1]).

Nach der zweiten Annahme ist ω_p wie oben $= \omega_o$, dagegen

$$\nu_0 = \frac{w_{om} - w_{on}}{h} = \frac{w_{pm} - w_{pn}}{h} = \nu_h,$$

so daß keine Zerlegung resultiert.

Setzt man drittens $w = w_h$, so hat man

$$T_h = 2\pi^2 m r^2 (\omega^2 + 2\omega p \cos \vartheta)$$

(mit Vernachlässigung von p^2) ferner

$$4\pi^2 m \omega^2 r^2 = \frac{e^2}{r} = P,$$

$$w_h = \frac{e^2}{2r}\left(1 - 2\frac{p}{\omega} \cos \vartheta\right).$$

Setzen wir ferner $r = r_0 + \Delta r$, $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$ und vernachlässigen

$$\left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2, \left(\frac{\Delta \omega}{\omega}\right)^2, \frac{\Delta \omega \cdot p}{\omega^2},$$

so bekommen wir aus

$$4\pi^2 m \omega^2 r^3 = e^2 = 4\pi^2 m \omega_0^2 r_0^3 \qquad (2)$$

$$2\frac{\Delta\omega}{\omega_0} + 3\frac{\Delta r}{r_0} = 0,$$

$$w_h = \frac{e^2}{2r_0}\left(\left(1 - \frac{\Delta r}{r_0} - \frac{2p}{\omega} \cos \vartheta\right)\right) =$$

$$= \frac{e^2}{2r_0}\left[1 + \frac{2}{3\omega_0}(\Delta\omega - 3p \cos \vartheta)\right] =$$

$$= w_0\left[1 + \frac{2}{3\omega_0}(\Delta\omega - 3p \cos \vartheta)\right].$$

Nun soll gelten

$$w_h = \frac{nh}{2}\omega_p = \frac{nh}{2}\omega_0\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right), \; w_0 = \frac{nh}{2}\omega_0.$$

1) Wie in der Ritzschen Theorie, vgl. K. Koerner, l. c.

Das gibt

$$\Delta\omega = -6p \cos \vartheta.$$

Ist nun weiter ν in $10 = \nu_h$, so wird

$$\nu_h = \frac{w_{hn} - w_{hm}}{h} = \frac{n\omega_n - m\omega_m}{2} =$$

$$= \nu_0 + \frac{n\Delta\omega_n - m\Delta\omega_m}{2} =$$

$$= \nu_0 - 6(n - m)p \cos \vartheta.$$

Es hängt also die Verschiebung von der Nummer der Linie $(n - m)$ ab, was tatsächlich nicht der Fall ist, abgesehen von der Schwierigkeit, die von dem Faktor $\cos \vartheta$ herrührt[1]).

Setzen wir das ν in der Formel $= \nu_p$, so erhalten wir obigen Wert für ν_p und ν_h wird:

$$\nu_h = \nu_0 - 6(n - m)p \cos \vartheta,$$

$$\nu_h = \nu_0 - 6(n - m)p \cos \vartheta + p.$$

Es gilt hier dasselbe wie beim vorigen Fall. Hätte man nicht w_h, sondern T_h genommen, so wäre nur das Vorzeichen von $\cos \vartheta$ vertauscht worden. Man kann ganz allgemein zeigen, daß nur 3 Fälle möglich sind.

Betrachtet man nämlich die Gleichung

$$\Delta\nu = \frac{n\Delta\omega_n - m\Delta\omega_m}{2},$$

so wird im allgemeinen $\Delta\nu$ von $n - m$ abhängen, wobei für

$$\nu = \nu_h \text{ oder } \nu = \nu_p$$

$$\nu_h = \nu_0 + \Delta\nu \text{ oder } \nu_{1,2h} = \nu_0 + \Delta\nu + p,$$

$$\nu_{3h} = \nu_0 + \Delta\nu$$

ist, also erstens ein Effekt, der von $n - m$ abhängt. Soll $\Delta\nu$ von $n - m$ nicht abhängen, so zeigt man leicht, daß dann $\Delta\omega_n = \frac{k}{n}$ sein muß, also $\Delta\nu = 0$.

Nun kann wieder $\nu = \nu_h$ sein, dann ist $\nu_h = \nu_0$, also als zweite Möglichkeit gar kein Effekt, oder $\nu = \nu_p$, dann ist

$$\nu_{1,2p} = \nu_0 \pm p, \quad \nu_{3p} = \nu_0,$$

also drittens ein normales Triplett.

Bei der Bohrschen Theorie können wir jedoch bei den Serienlinien mit großem $n - m$ die Kraft[2]) $4\pi^2 m p^2 x$, $4\pi^2 m p^2 y$ nicht mehr vernachlässigen, da dort r groß gegen den Atomradius ist, wenn wir $w = w_p$ bzw. $T = T_p$ setzen.

Es tritt dann für $\vartheta = 0, \pi$ an Stelle von (2):

$$\frac{m v_p^2}{r} = \frac{e^2}{r^2} - 4\pi^2 m p^2 r \qquad (2')$$

oder

1) Vgl. die Seite 193 r. Sp. Anm. 2 zitierten Arbeiten.

2) Das ist im Wesen der Zentrifugalkraft, die von der Präzessionsbewegung herrührt.

$$4\pi^2 m r^3 (\omega^2 + p^2) = e^2,$$

$$3\frac{\Delta r}{r_0} + \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2} = 0,$$

$$w_p = \frac{e^2}{r} - \frac{m v_p^2}{2}$$

wird

$$w_p = \frac{e^2}{2r} + 2\pi^2 m p^2 r^2 = w_0\left(1 - \frac{\Delta r}{r_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}\right).$$

Setzt man

$$w_p = \frac{nh}{2}\omega = \frac{nh}{2}(\omega_0 + \Delta\omega) =$$

$$= w_0\left(1 + \frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right),$$

so wird schließlich

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = 4\frac{p^2}{\omega_0^2},$$

hätte man statt w_p T_p benutzt, so wäre an Stelle von 4 -2 aufgetreten.

Wir schreiben also $\Delta\omega = 2a\frac{p^2}{\omega_0}$, wo a entweder 2 oder -1 bedeutet. Dann ist

$$\Delta\nu = \frac{n\Delta\omega_n - m\Delta\omega_m}{2} = a p^2\left(\frac{n}{\omega_{0n}} - \frac{m}{\omega_{0m}}\right).$$

Nun ist $\omega_{0n} = \frac{2N}{n^3}$, wo N die Konstante der Balmerschen Formel in $\sec^{-1}$ bedeutet.

$$\Delta\nu = \frac{ap^2}{2N}(n^4 - m^4), \quad n < m$$

ist also $\nu = \nu_p$, so ist $\nu_{1,2h} = \nu_0 + \Delta\nu \pm p$, $\nu_{3h} = \nu_0 + \Delta\nu$, wir haben ein normales Triplett, das als ganzes um den Betrag $\Delta\nu$ verschoben ist. Zur bequemeren Übersicht über die Größe von $\Delta\nu$ bemerken wir, daß p die Aufspaltung in Frequenzen, $\frac{\Delta\nu}{p}$ also das Verhältnis $\frac{\text{Verschiebung}}{\text{Aufspaltung}}$ bedeutet. N ist die Frequenz am Serienende, $\frac{p}{N} = \frac{d\lambda}{\lambda}$ die relative Zerlegung am Serienende. Es ist also

$$\frac{\Delta\nu}{p} = \frac{a}{2}(n^4 - m^4)\left(\frac{d\lambda}{\lambda}\right)\nu = N.$$

Da $\frac{d\lambda}{\lambda}$ für $\mathfrak{H} = 30000$ Gauß von der Größenordnung $5{,}2 \cdot 10^{-5}$ ist, ist das sehr klein; für kleine n, m, z. B. für $n = 2$, $m = 6$, $\frac{\Delta\nu}{p} = 6 \cdot 10^{-2}$ (oder $3 \cdot 10^{-2}$) oder die Verschiebung $^1/_{16}$ (oder $^1/_{32}$) der Zerlegung, am Serienende aber für $n = 2$, $m = 12$ (10. Linie der Balmerschen Serie) schon 1,1. Für $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ erhält man in erster Näherung dieselbe Formel, nur mit $a = 1$ $\left(\text{oder } -\frac{1}{2}\right)$. Für die anderen ϑ-Werte wird die Rechnung sehr kompliziert, doch dürfte die Verschiebung wohl zwischen diesen zwei Grenzen liegen, so daß jede Linie des Tripletts die Breite $\frac{ap^2}{2N}(n^4 - m^4)$ $a = 1$ $\left(\text{oder } \frac{1}{2}\right)$ bekommt, während der Verschiebung der Mitte $a = \frac{3}{2}$ $\left(\text{oder } \frac{3}{4}\right)$ entspricht. Dieser Effekt rührt wesentlich daher, daß die Serienlinien mit großem m von Elektronen herrühren, bei denen der Kreisbahnradius r groß gegen den Atomradius ist. Es ist $\Delta\nu$ direkt ein Maß für r und damit diese Verschiebung und Verbreiterung ein guter Prüfstein der Theorie.

II. Das modifizierte Thomsonsche Atommodell. Herr Hasenöhrl ging in seinem Vortrag von folgendem Gedanken aus: Wenn man einen nichtmonochromatischen Resonator hat, bei dem die Frequenz von der Energie abhängt, und es sind nur ganz bestimmte Energiewerte möglich, dann sind auch nur ganz bestimmte Frequenzwerte möglich, d. h. wir erhalten ein Linienspektrum. Beim monochromatischen Resonator setzt Planck an:

$$h = \frac{1}{\nu}(E_{n+1} - E_n).$$

Rechts steht das Flächenelement der Phasenebene, das von den zwei aufeinander folgenden, möglichen Energiekurven $E = E_n$, $E = E_{n+1}$ begrenzt wird. Diese Deutung von h wird beibehalten, es wird also gesetzt:

$$h = \int_{E_n}^{E_{n+1}} \frac{1}{\nu}\,dE = \int_{\nu_n}^{\nu_{n+1}} \frac{1}{\nu}\frac{dE}{d\nu}\,d\nu,$$

$$\int_{\nu_0}^{\nu_n} \frac{1}{\nu}\frac{dE}{d\nu}\,d\nu = hn.$$

Dann läßt sich $\frac{dE}{d\nu}$ stets so bestimmen, daß eine beliebige Serienformel herauskommt. Ich denke mir nun eine positiv geladene Kugel, deren Dichte vom Radius abhängt. Die Kugel mit dem Radius r umschließt die Ladung e_r. In ihr bewege sich ein Elektron auf Kreisbahnen konzentrisch um den Mittelpunkt, die möglichen Kreisbahnen sind durch den Quantenansatz gegeben. Es ist e_r so zu bestimmen, daß der

verlangte Zusammenhang zwischen E und ν herauskommt. (Das ausgesandte Licht habe die Frequenz und Polarisation, wie wenn für die Ausstrahlung die klassische Elektrodynamik gelten würde.) Aus

$$\frac{4\pi^2 m \nu^2 r^2}{r} = \frac{e_R}{r^2} \cdot e$$

findet man nach einigen Rechnungen allgemein

$$\frac{h}{2\pi} = 2\pi m (r_{n+1}^2 \nu_{n+1} - r_n^2 \nu_n),$$

ferner speziell für die Balmersche Formel

$$r_n^2 = \frac{h}{16\pi^2 m} \frac{1}{N} \frac{n^2}{n+2}$$

$$(c_r)_{r=r_n} = \frac{h^2}{4\pi^2 m e} \frac{1}{r} \left(\frac{8\pi^2 m r^2}{h} N - 2 + \right.$$

$$\left. 8\pi^2 m \frac{N}{h} r \sqrt{r^2 + \frac{2h}{\pi^2 m N}}\right)^2 = \frac{h^2}{4\pi^2 m e} \frac{n-2}{r},$$

dabei ist aber $\left(\frac{de}{dr}\right)_{r=r_n}$ noch unbestimmt.

Schalten wir jetzt das Magnetfeld ein, so entsteht wieder eine Präzessionsgeschwindigkeit

$$p = -\frac{1}{2\pi} \frac{e}{2mc} \mathfrak{H}.$$

Die Kraft $4\pi^2 m p^2 x$, $4\pi^2 m p^2 y$ können wir jetzt ruhig vernachlässigen, da sich alles im Atom abspielt. Es sind wieder 2 Fälle möglich.

1. E kann auf die Ebene $u\,v$ bezogen sein. Dann bleibt in dieser Ebene alles unverändert, die Frequenz bleibt ν_{0n}, für den ruhenden Beobachter entsteht der normale Effekt $\nu_n \pm p$, ν_n.

2. E ist auf den ruhenden Beobachter bezogen.

Also

$$E = T + e\int_0^r \frac{c_r}{r^2} dr = 2\pi^2 m \nu^2 r^2 +$$

$$+ e\int_0^r \frac{e_r}{r^2} dr + 4\pi^2 m r^2 \nu p \cos\vartheta.$$

Da ferner in bezug auf u, v keine direkte Kraftwirkung auftritt, ist

$$\frac{m \mathfrak{v}^2}{r} = 4\pi^2 m \frac{\nu^2 r^2}{r} = \frac{c_r e}{r^2},$$

$$4\pi^2 \frac{m}{e} \nu^2 r^3 = (e_r)_{r=r_n}$$

(ν ist natürlich die Frequenz in der u, v-Ebene $(\mathfrak{v}^2 = u'^2 + v'^2)$).

Bezeichnen wir die Größen ohne Feld mit dem Index o, so war

$$E_0 = 2\pi^2 m \nu_0^2 r_0^2 + e\int_0^{r_0} \frac{e_r}{r^2} dr,$$

$$4\pi^2 m \nu_0^2 r_0^3 = (c_r)_{r=r_0}.$$

Setzen wir $r = r_0 + \Delta_r$, $\nu = \nu_0 + \Delta_\nu$ und behalten nur die erste Ordnung in $\Delta\nu$, Δr, so wird nach (2)

$$\frac{3\Delta r}{r} + \frac{2\Delta\nu}{\nu} = \Delta r \frac{d \lg e_r}{dr},$$

$$\frac{\Delta r}{r}\left(3 - \frac{d \lg c_r}{d \lg r}\right) = -\frac{2\Delta\nu}{\nu}. \qquad (11)$$

Für das Integral haben wir $\frac{1}{\nu}\frac{dE}{dr}$ zu bilden und erhalten

$$\frac{1}{\nu}\frac{dE}{dr} = \frac{d}{dr}(4\pi^2 m r^2 \nu) +$$

$$+ 4\pi^2 m p \cos\vartheta \frac{1}{\nu}\frac{d}{dr}(\nu r^2),$$

$$h = \int_r^{r_n+1} \frac{1}{\nu}\frac{dE}{dr} dr$$

wird

$$h = 4\pi^2 m (r_{n+1}^2 \nu_{n+1} - r_n^2 \nu_n) +$$

$$+ 4\pi^2 m \omega \cos\vartheta \int_r^{r_n+1} \frac{1}{\nu}\frac{d(\nu r^2)}{dr} dr,$$

da $\nu_{0,2} = 0$, $r_{0,2}$ endlich ist, übt das Feld auf das Elektron in der Lage $n = 2$ keine Wirkung aus, d. h. $\nu_2 = \nu_{0,2} = 0$, $r_2 = r_{0,2}$. Wenden wir unsere Formel $n - 2$ mal an, so finden wir

$$h\frac{n-2}{4\pi^2 m} = r_n^2 \nu_n + \cos\vartheta\, p \int_{r_2}^{r_n} \frac{1}{\nu}\frac{d(r^2\nu)}{dr} dr.$$

Da das letzte Glied schon mit p multipliziert ist, können wir hier $r\,\nu$ mit $r_0\,\nu_0$ vertauschen. Partielle Integration und Benutzung von Gleichung 2 ergibt dann für das Integral

$$A_n = \frac{1}{4}(r_{0n}^2 - r_{0n}^2) + \frac{1}{2}\int_{r_{02}}^{r_{0n}} r^2 \frac{d \lg c_r}{dr} r.$$

Ferner besteht die Gleichung

$$h\frac{n-2}{4\pi^2 m} = r_{0n}\,\nu_{0n}.$$

Das ergibt

$$0 = 2 r_0 \nu_0 \Delta r + r_0^2 \Delta\nu + p\cos\vartheta\, A_n.$$

Mit (1) vereinigt, finden wir zuletzt

$$\Delta\nu = -\frac{p\cos\vartheta}{1 - \frac{4}{3 - \frac{d \lg e}{d \lg r}}} \frac{1}{r} A_n.$$

Da man e_r nur für $r = r_0$ kennt, kann man es natürlich noch so bestimmen, daß erstens der Faktor von $p \cos \vartheta$ von n nicht abhängt und zweitens noch einen beliebigen Wert annimmt. Dagegen ist $\Delta\nu \cos \vartheta$ proportional, gibt daher nur dann scharfe Linien, wenn nur bestimmte ϑ-Werte möglich sind. Kann $\cos \vartheta = \pm a$ sein, so ist also $\Delta\nu = \pm p\, b$, also bei transversaler Beobachtung ein Sextuplett

$$\nu = \nu_0 + \Delta\nu, \quad \nu = \nu_0 + \Delta\nu \pm p,$$
$$\nu = \nu_0 - \Delta\nu \pm p$$

vorhanden, bei longitudinaler ein Quadruplett (die zuerst angeführten beiden Linien fallen weg). Doch dürfte in größeren Gasmassen kaum das ganze Sextuplett ausgestrahlt werden, ebenso ist das Auftreten nur eines Winkels ϑ unerklärlich. (Dieselben Schwierigkeiten sind ja in der Ritzschen Theorie vorhanden.) Auch hier ist also die erste Annahme (normales Triplett) das wahrscheinlichste.

Zusammenfassung. Es wird der Zeemaneffekt für die beiden vorhandenen Quantentheorien der Spektralserien, die Hasenöhrlsche und die Bohrsche, berechnet. In beiden Theorien nimmt das Elektron im Magnetfeld eine Präzessionsbewegung an. Es sind nun in beiden Theorien von vornherein mehrere Annahmen möglich. Die einfachste und plausibelste ist, daß die Quantengesetze in bezug auf eine Ebene gelten, die die Präzessionsbewegung mitmacht. Dann treten in beiden Theorien normale Tripletts auf. Doch ergibt die Bohrsche Theorie außerdem eine Verschiebung und Verbreiterung des ganzen $\sim \mathfrak{H}^2$, die bei Linien mit höherer Seriennummer beträchtlich wird und eine notwendige Folge des Umstands ist, daß der Bahnradius des Elektrons groß gegen den Atomradius ist.

Wien, 8. Januar 1914.

(Eingegangen 9. Januar 1914.)

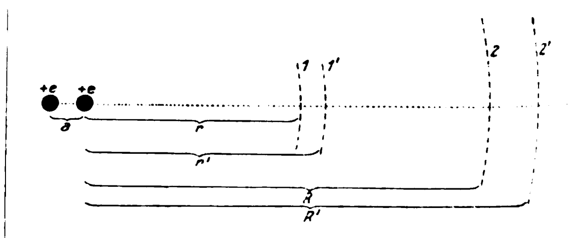
Über ein Modell zur Erklärung der Lichtemission. II.

Von E. Gehrcke.

§ 4[1]). Da die Balmersche Wasserstoffserie eine Nebenserie ist, so kann man den Versuch machen, auch die Nebenserien der Alkalimetalle durch ein dem Wasserstoff nachgebildetes Atommodell aus einem positiven Kern und einem Elektron zu erklären. Während aber die Träger der Balmerschen H-Serie vermutlich ein nach außen hin neutrales System aus einem positiven Kern $+e$ und einem Elektron $-e$ sind, so sind die Träger der Alkaliserien vermutlich positive Ionen. Denn die Versuche an Lithium- und Natriumanodenstrahlen zeigen, daß die leuchtenden Strahlen elektrisch und magnetisch als einwertige Ionen abgelenkt[1]) werden. Reichenheim[2]) hat gefunden, daß diese Strahlen die erste Nebenserie und die Hauptserie aussenden. Wir werden also dahin streben, von einem Modell des Alkaliions diese Serien zu erhalten.

Die einfachste Annahme, die wir über das leuchtende Alkaliion machen können, wenn wir die Lichtemission in Übereinstimmung mit dem Zeemaneffekt durch schwingende, negative Ladung erklären wollen, ist die, eine doppelte, positive Ladung im Kern vorauszusetzen. Der Träger wird dann durch ein System dargestellt, das aus zwei gleichen, positiven Kernladungen, die den kleinen Abstand a voneinander haben mögen, und einem Elektron gebildet ist. Das Leuchten dieses Systems kommt dadurch zustande, daß das Elektron unter der Wirkung einer elektrostatischen Kraft aus einer gewissen, ausgezeichneten Entfernung R in eine kleinere ausgezeichnete Entfernung r fällt und die dabei gewonnene kinetische Energie $\frac{m}{2} v^2$ in Schwingungen $h\nu$ verwandelt (vgl. § 1). Bei dem einfacher gebauten H-Atom waren die Isopotentialflächen des Kerns Kugelschalen; hier beim Alkali, das zwei Kernladungen hat, ist es natürlich, anzunehmen, daß die Isopotentialflächen ellipsoidische Gestalt haben, und erst in großen Entfernungen werden die Ellipsoide merklich Kugeln sein. Wie beim Wasserstoff nehmen wir an, daß nur ganz bestimmte, ausgezeichnete Isopotentialflächen die Fähigkeit haben, das Elektron festzuhalten oder loszulassen. Diese ausgezeichneten Flächen, an denen das Elektron entweder startet oder an denen es stoppt, nenne ich im folgenden kurz Stufenflächen oder Stufen. Wir können also sagen, daß das Leuchten des Atoms oder Ions dadurch veranlaßt wird, daß ein Elektron von Stufe zu Stufe fällt.

Der zweifachen Kernladung ist es nur folgerichtig, eine doppelte Schar von Stufen entsprechen zu lassen; in der Figur seien 1, 1'; 2, 2'



1) Vgl. E. Gehrcke, diese Zeitschr. 15, 123, 1914.

1) E. Gehrcke u. O. Reichenheim, Ann. d. Phys. 25, 879, 1908.

2) O. Reichenheim, Ann. d. Phys. 33, 752, 1910.

solche Stufenpaare. Die Entfernungen des beliebigen Stufenpaares $1, 1'$ vom nächsten positiven Kern längs der großen Achse der Ellipsoide seien r und r', die Entfernungen eines beliebigen anderen Stufenpaares, z. B. $2, 2'$, seien R und R'. Der Abstand der positiven Kerne voneinander ist a. Dann gewinnt das Elektron durch den Übergang von der Entfernung R in die Entfernung r auf der großen Achse der Ellipsoide (oder zwischen beliebigen Punkten der Isopotentialflächen) eine lebendige Kraft, deren Betrag ist:

$$T = -\frac{e^2}{R} + \frac{e^2}{r} - \frac{e^2}{R+a} + \frac{e^2}{r+a} = h\nu_{II}. \quad (1)$$

Wenn in verschiedenen Leuchtprozessen die Größe R Werte hat, die verschiedenen Stufen 2, 3, 4, 5 ... entsprechen, während r den der Stufe 1 entsprechenden Wert besitzt, so wird die durch Gl. (1) dargestellte Linienserie emittiert. Wenn das Elektron aber nicht zur Stufe 1, sondern nur bis zur Stufe $1'$ gekommen wäre, so würde die Energie sein:

$$T' = -\frac{e^2}{R} + \frac{e^2}{r'} - \frac{e^2}{R+a} + \frac{e^2}{r'+a} = h\nu'_{II}. \quad (2)$$

Es entsteht dann also eine zweite Serie von Schwingungen. Entsprechende Serien erhält man, wenn das Elektron aus den Entfernungen R' nach r oder r' gelangt:

$$-\frac{e^2}{R'} + \frac{e^2}{r} - \frac{e^2}{R'+a} + \frac{e^2}{r+a} = h\nu_I \quad (3)$$

$$-\frac{e^2}{R'} + \frac{e^2}{r'} - \frac{e^2}{R'+a} + \frac{e^2}{r'+a} = h\nu'_I. \quad (4)$$

§ 5. Nun fragt es sich, welches die geometrische Anordnung der Stufenflächen ist. So einfach, wie beim Wasserstoff [vgl. § 1 Gl. (1) und (1a)], wird es nicht sein; ich habe folgenden Ansatz mit einigem Erfolg probiert, ohne behaupten zu wollen, daß er der einzig mögliche oder der exakt richtige sei:

$$\left.\begin{aligned} r &= r_1 + q^2 r_0 \\ r' &= r_1 + q^2(r_0 + a) \\ R &= r_1 + p^2 r_0 \\ R' &= r_1 + p^2(r_0 + a), \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

wo p und q ganze Zahlen, r_1 und r_0 gewisse unbekannte Fundamentalentfernungen sind.

Hieraus folgt für spezielle Werte von q folgendes:

A. $q = 0$.

Es ergibt sich aus (1) und (2) die Gleichung

$$\left.\frac{e^2}{r_1}\left[-\frac{1}{1+p^2\beta} + 1 - \frac{1}{1+p^2\beta+\alpha} + \frac{1}{1+\alpha}\right] = hN.\right\} \quad (6)$$

Aus Gl. (3) und (4):

$$\left.\frac{e^2}{r_1}\left[-\frac{1}{1+p^2(\beta+\alpha)} + 1 - \frac{1}{1+p^2(\beta+\alpha)+\alpha} + \frac{1}{1+\alpha}\right] = hN'.\right\} \quad (7)$$

Hier ist zur Abkürzung gesetzt:

$$\frac{a}{r_1} = \alpha, \quad \frac{r_0}{r_1} = \beta.$$

N und N' sind die Schwingungszahlen.

Aus (6) und (7) folgt, daß $N' - N$ für $p = \infty$ verschwindet. Dies ist die Eigenschaft der Hauptserie der Alkalien.

B. $q = 1$.

Es folgt aus (1):

$$\left.\frac{e^2}{r_1}\left[-\frac{1}{1+p^2\beta} + \frac{1}{1+\beta} - \frac{1}{1+p^2\beta+\alpha} + \frac{1}{1+\beta+\alpha}\right] = h\nu_{II}.\right\} \quad (8)$$

Aus (2) folgt:

$$\left.\frac{e^2}{r_1}\left[-\frac{1}{1+p^2\beta} + \frac{1}{1+\beta+\alpha} - \frac{1}{1+p^2\beta+\alpha} + \frac{1}{1+\beta+2\alpha}\right] = h\nu'_{II}.\right\} \quad (9)$$

Aus (3) folgt:

$$\left.\frac{e^2}{r_1}\left[-\frac{1}{1+p^2(\beta+\alpha)} + \frac{1}{1+\beta} - \frac{1}{1+p^2(\beta+\alpha)+\alpha} + \frac{1}{1+\beta+\alpha}\right] = h\nu_I.\right\} \quad (10)$$

Aus (4) folgt:

$$\left.\frac{e^2}{r_1}\left[-\frac{1}{1+p^2(\beta+\alpha)} + \frac{1}{1+\beta+\alpha} - \frac{1}{1+p^2(\beta+\alpha)+\alpha} + \frac{1}{1+\beta+2\alpha}\right] = h\nu'_I.\right\} \quad (11)$$

An diesen Gleichungen (8) bis (11) ist bemerkenswert, daß

1. für einen bestimmten Wert von p die Differenz $\nu_{II} - \nu_{II}' = \nu_I - \nu_I'$ ist; dies ist die Haupteigenschaft der Nebenserien der Alkalien;

2. für $p = \infty$ wird $\nu_{II} = \nu_I$, $\nu_{II}' = \nu_I'$; dies ist ebenfalls eine bekannte Eigenschaft der Nebenserien der Alkalien.

Wir sprechen nunmehr die Gl. (6) und (7) als Hauptserie, (8) und (9) als zweite, (10) und (11) als erste Nebenserie an. Dann folgt zunächst weiter, daß für $p = 1$:

$$\nu_{II} - \nu_{II}' = \nu_I - \nu_I' = \frac{1}{1+\beta} - \frac{1}{1+\beta+2\alpha} = N' - N.$$

Dies ist eine Beziehung zwischen den Nebenserien und der Hauptserie der Alkalien, die erfahrungsmäßig für einen bestimmten Wert von

p erfüllt wird. Für $p = 3$ besteht sie allerdings nicht.

§ 6. Es mag nunmehr ein Vergleich der gewonnenen Formeln mit den empirischen Formeln des Natriums, das gut untersucht ist, folgen. Wir finden bei Entwicklung nach Potenzen von p aus den Gl. (6) bis (11):

$$\text{Hauptserie}\left\{\begin{aligned} N &= \frac{e_2}{hr_1}\left[1+\frac{1}{1+\alpha}-\frac{2}{\beta}p^{-2}+\frac{2+\alpha}{\beta^2}p^{-4}-+\cdots\right] \\ N' &= \frac{e^2}{hr_1}\left[1+\frac{1}{1+\alpha}-\frac{2}{\beta+\alpha}p^{-2}+\frac{2+\alpha}{(\beta+\alpha)^2}p^{-4}-+\cdots\right]\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

$$\text{2. Nebenserie}\left\{\begin{aligned} \nu_{II} &= \frac{e^2}{hr_1}\left[\frac{1}{1+\beta}+\frac{1}{1+\beta+\alpha}-\frac{2}{\beta}p^{-2}+\frac{2+\alpha}{\beta^2}p^{-4}-+\cdots\right] \\ \nu_{II}' &= \frac{e^2}{hr_1}\left[\frac{1}{1+\beta+\alpha}+\frac{1}{1+\beta+2\alpha}-\frac{2}{\beta}p^{-2}+\frac{2+\alpha}{\beta^2}p^{-4}-+\cdots\right]\end{aligned}\right\} \quad (13)$$

$$\text{1. Nebenserie}\left\{\begin{aligned} \nu_{I} &= \frac{e_2}{hr_1}\left[\frac{1}{1+\beta}+\frac{1}{1+\beta+\alpha}-\frac{2}{\beta+\alpha}p^{-2}+\frac{2+\alpha}{(\beta+\alpha)^2}p^{-4}-+\cdots\right] \\ \nu_{I}' &= \frac{e^2}{hr_1}\left[\frac{1}{1+\beta+\alpha}+\frac{1}{1+\beta+2\alpha}-\frac{2}{\beta+\alpha}p^{-2}+\frac{2+\alpha}{(\beta+\alpha)^2}p^{-4}-+\cdots\right]\end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Die empirischen Natriumserien sind nach Kayser und Runge[1]):

$$\text{Hauptserie}\left\{\begin{aligned} 10^8\cdot\lambda^{-1} &= 41\,550{,}33 - 130710\,p^{-2} - 793751\,p^{-4} \\ 10^8\cdot\lambda^{-1} &= 41\,542{,}51 - 130233\,p^{-2} - 800791\,p^{-4}\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

$$\text{1. Nebenserie}\left\{\begin{aligned} 10^8\cdot\lambda^{-1} &= 24\,510{,}21 - 110606\,p^{-2} - 177{,}6\,p^{-4} \\ 10^8\cdot\lambda^{-1} &= 24\,492{,}32 - 110585\,p^{-2} - 176{,}6\,p^{-4}\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

$$\text{2. Nebenserie}\left\{\begin{aligned} 10^8\cdot\lambda^{-1} &= 24\,565{,}83 - 120715\,p^{-2} - 197835\,p^{-4} \\ 10^8\cdot\lambda^{-1} &= 24\,549{,}12 - 120726\,p^{-2} - 197835\,p^{-4}\end{aligned}\right\} \quad (17)$$

Beim Vergleich dieser empirischen mit den theoretischen Formeln ist zunächst zu beachten, daß eine völlige Identität von vornherein nicht erwartet werden kann. Kayser sagt z. B. l. c. S. 515, daß diese empirischen Serienformeln nicht den wahren Ausdruck, sondern nur gut konvergente Entwicklungen darstellen und daß in Wahrheit noch höhere Glieder fehlen. Daher kommt es z. B., daß die am besten gemessenen Wellenlängen der Hauptserie, die D-Linien, besonders stark von den nach (15) berechneten verschieden ausfallen, weil diese einem niedrigen Wert von p (nämlich hier $p = 3$) entsprechen, so daß die höheren Glieder der Reihe von merklichem Einfluß sind.

Wenn man aber von der Forderung exakter Übereinstimmung absieht, so zeigen die obigen theoretischen mit den empirischen Formeln eine unverkennbare Ähnlichkeit. Hervorgehoben sei:

1. Die Vorzeichen der Koeffizienten der ersten Glieder sind stets positiv, die der zweiten stets negativ.

2. Die Koeffizienten von p^{-2} sind, da α nur klein, in allen sechs Serien ungefähr gleich. Dies ist in den empirischen Formeln ebenfalls nahezu der Fall.

3. Die von p freien Glieder sind für die beiden Nebenserien nahezu gleich. Nur die kleine Größe α bringt einen Unterschied der Zahlenwerte dieser Koeffizienten zustande.

4. Die von p freien Glieder der Hauptserie sind größer als die entsprechenden Glieder der Nebenserien. Sie sind untereinander nach der Theorie genau gleich. Daß dies in den empirischen Formeln der Fall sein sollte, äußerte bereits Kayser l. c.

Die Koeffizienten der höheren Glieder zeigen, wie dies auch am ehesten zu erwarten ist, keine Übereinstimmung mit den theoretischen Formeln. Es mag dahingestellt bleiben, inwieweit der obige Ansatz durch passende Wahl der Konstanten und durch eventuelle Modifikation des Ansatzes (5) exakt mit der Erfahrung in Einklang zu bringen ist.

§ 7. Die Fundamentalgrößen a, r_0, r_1 des Natriumions mögen aus den Zahlenkoeffizienten der Gl. (15) bis (17) geschätzt werden. Man setze:

$$\frac{e^2}{hr_1}\left(1+\frac{1}{1+\alpha}\right) = 3\cdot 10^{10}\cdot 42000$$

$$\frac{e^2}{hr_1}\left(\frac{1}{1+\beta}+\frac{1}{1+\beta+\alpha}\right) = 3\cdot 10^{10}\cdot 25000$$

$$\frac{e^2}{hr_1}\cdot\frac{2}{\beta} = 3\cdot 10^{10}\cdot 110000\,.$$

1) Kayser, Spektroskopie, Bd. 2, S. 521 u. 522.

Diese Gleichungen werden angenähert erfüllt mit:

$$r_1 = 6 \cdot 10^{-8}\ \text{cm},$$

$$\frac{r_0}{r_1} = \beta = \frac{1}{3}, \quad \text{also } r_0 = 2 \cdot 10^{-8}\ \text{cm},$$

$$\frac{a}{r_1} = \alpha \text{ sehr klein } (a < 10^{-8}).$$

r_0 und r_1 sind also von der Größenordnung des Atomdurchmessers.

In ähnlicher Weise, wie die Spektren des Natriums und der Alkalien, kann man auch die Spektren der Erdalkalien zu erklären versuchen. Auch hier ist zunächst die Frage des Trägers der Spektren zu erörtern. Strontiumanodenstrahlen sind nach früheren Untersuchungen[1]) bewegte zweiwertige, positive Ionen. Die Spektra des *Sr* und der Erdalkalien zeigen nach Reichenheim[2]) außer einzelnen isolierten Linien eine Anzahl von Paaren, die von Runge und Paschen als Köpfe von Duplettserien angesprochen werden; Triplettserien wurden nur andeutungsweise beobachtet. Man wird hier zunächst mit der Hypothese durchzudringen versuchen, daß diese Spektren von zweifach geladenen, positiven Ionen ausgesandt werden. Das einfachste Modell eines solchen Ions besteht aus drei positiven Kernen und einem Elektron. Nimmt man entsprechend den in § 4 bei den Alkalien gemachten Voraussetzungen an, daß diesen drei positiven Kernen ein dreifaches Stufensystem von Isopotentialflächen für das Elektron entspricht, so sieht man sofort, daß sich u. a. auch Triplettserien ergeben. Die drei positiven Kerne der Erdalkalien wird man wieder in sehr kleinem Abstand voneinander voraussetzen.

§ 8. Versuche zu Berechnungen komplizierterer Spektren will ich hier übergehen, doch sei noch kurz erörtert, wie man die Annahme von starken, anziehenden Kräften vermeiden kann, die man zunächst geneigt ist, unter den positiven Kernen anzunehmen. Mir scheint hier die Ansicht eines Äthervakuums (vgl. § 1), um welches die positiven Kerne gruppiert sind, geeignet, an die Stelle der anziehenden Kräfte gesetzt zu werden; wenn zwischen den positiven Kernen kein Äther liegt, so werden auch keine starken elektrostatischen Abstoßungen resultieren können. — Auch die Stufenflächen des Elektrons könnte man sich dementsprechend als ringförmige, dünne Schalen aus Äthervakuum vorstellen; jede Serienlinie des Atoms würde dann durch radiale Schwingungen des Elektrons, senkrecht zur Stufenfläche, zu erklären sein. Andererseits ist es naheliegend, die Bandenlinien durch tangentiale Schwingungen des Elektrons erfolgend vorzustellen, also durch Schwingungen der Elektronen parallel zur Stufenfläche; eine solche Annahme würde erklären, daß die Bandenlinien keinen Zeemaneffekt zeigen, da die magnetischen Kraftlinien eines äußeren Magnetfeldes geschlossene Linien im Äther sind und demnach parallel einer Äthergrenzfläche laufen müssen, so daß sie die Schwingungsdauer eines parallel zur Stufenfläche schwingenden Elektrons nicht beeinflussen können.

Die Stufenflächen benachbarter Atome werden sich gegenseitig stören. Nimmt man an, daß bei Erhöhung des Gasdrucks die Stufenflächen etwas gequetscht und zusammengedrückt werden, so folgt sogleich, daß die Serienlinien durch Druck verschoben werden; für die Bandenlinien, welche nach der obigen Ansicht durch Elektronen erzeugt werden, die um eine Gleichgewichtslage parallel zur Stufenfläche schwingen, läßt dieses Modell, wie es der Erfahrung entspricht, keine Druckverschiebung ersichtlich werden.

Die Absorption einer Welle der beliebigen Schwingungszahl ν erfolgt in diesem Modell dadurch, daß ein Elektron, welches sich auf irgendeiner Stufenfläche befindet, erzwungene Schwingungen der Frequenz ν vollführt. Bei diesem Vorgang wird es dauernd Resonanzstrahlung emittieren. Wenn die Amplitude dieser Schwingungen so weit anwächst, daß ein gewisser Grenzwert $h \cdot \nu$ der Schwingungsenergie erreicht wird, so kann das Elektron seine alte Gleichgewichtslage, d. h. seine bisherige Stufenfläche, dauernd verlassen und auf höhere Stufen übergehen, wobei kinetische Energie verbraucht und potentielle gewonnen wird. In diesem Falle, wo eine hinreichend intensive Welle auffallen muß, kann also potentielle Energie in bestimmten Beträgen vom Atom aufgespeichert werden.

Dieses Bild der Lichtemission und -absorption soll, wie ich nochmals hervorheben möchte, ein Modell sein, d. h. eine anschauliche Konstruktion, welche eine große Zahl von Erfahrungstatsachen in sich widerspruchslos unter einen Hut bringt, und von den verschiedensten Vorgängen eine angenäherte Wiedergabe liefert. Ob dieses Modell die Naturvorgänge im leuchtenden Atom auch bei höheren Ansprüchen an die Exaktheit wiederzugeben imstande ist, wenn man es zweckentsprechend modifiziert, bedarf noch der Prüfung. Es sei besonders darauf hingewiesen, daß der obige Ansatz sehr variationsfähig ist und daß bereits die Gleichungen 1) bis 4), unabhängig von 5), die Haupteigenschaften der Alkali-Serien qualitativ erkennen lassen.

(Eingegangen 7. Januar 1914.)

1) E. Gehrcke u. O. Reichenheim, Ann. d. Phys. 25, 881, 1908.

2) O. Reichenheim, Ann. d. Phys. 33, 752, 1910.



Das Problem der Reichweite elektrischer Wellen.

Von K. E. F. Schmidt.

Bekanntlich hat Marconi im Jahre 1902 festgestellt, daß die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen auf große Entfernung zur Nacht mit wesentlich größerer Intensität erfolgt als bei Tage. Die Wiederholung der Versuche im Jahre 1905 ergab, daß die untere Grenze der Entfernung, bei der diese Beobachtung zu machen ist, ungefähr 250 km beträgt und daß das Intensitätsverhältnis der bei Nacht übertragenen Wellenenergie zu der bei Tage übermittelten etwa 5:2 ist. Fessenden hat dann später festgestellt, daß in den nördlichen Breiten bei Anwendung empfindlicher Apparaturen schon eine Entfernung von 160 km ausreicht, um einen wesentlichen Unterschied zwischen Tag und Nacht zu ergeben und daß diese Entfernung in den Tropen auf 80 km Abstand reduziert erscheint.

Die Weiterentwicklung in der Empfindlichkeit der Empfangseinrichtungen und besonders der Durchbildung objektiver Meßmethoden, wie ich sie auf meinen hier eingerichteten Stationen seit dem Jahre 1906 durchgeführt habe, hat es ermöglicht, die Entfernung noch erheblich weiter zu reduzieren. Im April 1906 konnte ich schon bei einem Abstand von 3,5 km zwischen Sender und Empfänger feststellen, daß die Empfangsenergie zur Nachtzeit gegenüber der am Tage erheblich größer[1]) war.

Ähnliche Versuche sind dann August 1909 zwischen dem gleichen Sender und einer frei im Felde liegenden, 8 km entfernten Empfangsstation durch die Herren Dr. Kaiser und Güldenpfennig wiederholt[2]). Aber diese Versuche ergaben kein positives Resultat. Erst den Herren Dr. Esau und Jaskowski gelang es im Dezember 1911 zwischen den gleichen Stationen unter Verwendung verbesserter Sende- und Empfangseinrichtungen mein Resultat von 1906 zu bestätigen. Es wurde festgestellt, daß der Empfang an vier Tagen des Dezember 1911 sich folgendermaßen gestaltete:

Die Zunahme der Wirkung im Empfänger in der Nacht gegenüber der am Tage stieg um

23 Proz.	am 5.	XII. 1911[3]).
32 „	„ 6.	
19 „	„ 7.	
34 „	„ 8.	

Der Grund für das negative Resultat der August-Versuche von 1909 konnte leider durch erneute Versuche nicht mehr verfolgt werden, da die Empfangsstation Mai 1912 durch einen Gewittersturm zum zweiten Male zerstört wurde. Meine Vermutung, daß im Sommer die Unterschiede zwischen Tag- und Nachtwirkung unmerklicher werden, scheint mir durch die Beobachtungen Moslers (Elektrotechn. Zeitschrift 1913, S. 997) unterstützt zu werden. Mosler findet für die Verhältnisse

$$\varepsilon = \frac{\text{Lautstärke bei Nacht}}{\text{Lautstärke am Tage}}$$

im Sommer Werte, die sich der 1 stark nähern; während das Verhältnis im April und Dezember nahezu 2 ist.

Natürlich ergaben sich auch zwischen dem 400 km entfernten Sender von Norddeich und der in der Nähe von Halle liegenden Empfangsstation wesentliche Differenzen im Tag- und Nachtempfang, die durch folgende Zahlen zum Ausdruck kommen:

Intensitätsverhältnis $\frac{\text{Nacht}}{\text{Tag}}$: [1])

	Barretter	Parallelohm-methode
1911 Oktober 8	—	3,4
9	1,47	0,56
10	1,45	2,36
11	1,4	2,37
12	1,5	1,32

Die letzte Kolonne dieser Tabelle gibt das Energieverhältnis der bei Nacht und Tag übermittelten Wellen an, wie es bei der üblichen Parallelohmmethode gefunden wurde. Man erkennt sofort die großen Unterschiede in den Angaben beider Methoden und auch die Fehlerquellen, welche bei der letzten Methode zum Ausdruck kommen. Ich bemerke, daß der Beobachter (Jaskowski) gut eingeschult war, so daß die Fehler der subjektiven Methode nicht dem Beobachter zur Last fallen. Diese Parallelbeobachtungen zwischen subjektiver und objektiver Methode sind angestellt, um ein Urteil zu gewinnen, in welchen Grenzen Fehler durch die Hörmethode in die Beobachtungen kommen können.

Diese Hörmethode ist bisher fast ausschließlich für derartige Versuche benutzt, z. B. auch von der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie, welche in höchst dankenswerter Weise eine Reihe von Versuchen durchgeführt hat, um an den verschiedenen Stellen der Erde über das Problem der Reichweiten Beobachtungsmaterial zu gewinnen.

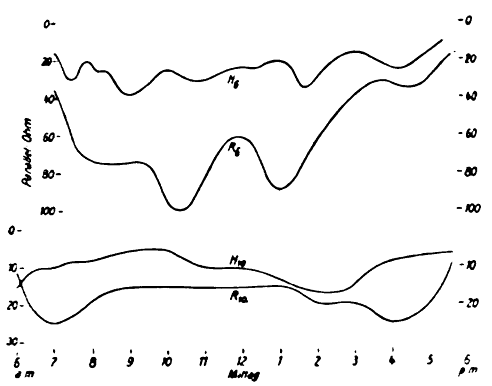
Die Gesellschaft hat mir einiges Kurven-

1) Angenähert 20 Proz.
2) Mitteilungen der Physikalischen Versuchsstation Halle-Cröllwitz. No. 25, S. 306 (Tab. XII).
3) Ebenda, No. 33, S. 593 und 585 f.

1) l. c. Anm. 3, l. Sp.

material zur Verfügung gestellt, was ich mit ihrer Erlaubnis hier veröffentliche[1]).

Die Kurvenbilder (Fig. 1) zeigen die Intensi-



Einfluß der Tageszeit (900 km freie See).

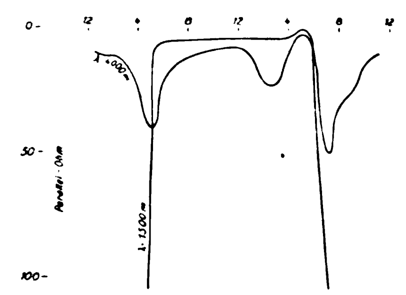
Fig. 1.

tätsschwankungen in einem Empfänger auf eine Entfernung von 900 km über freie See (Niederländisch-Indien, 5° südl. Breite) für die Wellenlänge von 1600 m.

Die Kurven H_6 und R_6 sind gewonnen am 6. Januar 1913, die Kurven H_{10} und R_{10} am 10. Januar 1913. H beim Gang der Wellen SSW—NNO, R im entgegengesetzten Sinne.

Es sind erhebliche Schwankungen zu verzeichnen, die sich an den beiden Tagen und den verschiedenen Tagesstunden sehr verschieden gestalten, auch tritt ein Einfluß der Strahlungsrichtung hervor.

Die Kurven (Fig. 2) zeigen die Schwankun-



Einfluß der Tageszeit (1000 km Landweg).

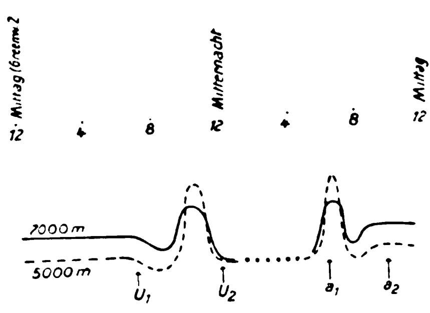
Fig. 2.

gen der Empfangsintensität für einen 1000 km vom Sender entfernten Empfänger. Das Zwischengelände bestand aus Gebirge (bis zu 6000 m Höhe) und dichtem Wald. Während bei Tage die 1500-m-Welle nur äußerst geringe Wirkung ergab, überstieg sie in der Nacht die Wirkung der 4000-m-Welle ganz merklich; die Menge der Schwingungsenergie für die kurze Welle war 60 Proz. größer als die der langen. Beachtenswert sind die starken Abweichungen um die Zeit des Sonnen-Auf- und -Untergangs für die 4000-m-Welle.

Eine sehr systematische Beobachtungsreihe hat Marconi im Jahre 1911 durch Versuche zwischen Clifden und Glace-Bay gewonnen. Die im Electrician vom Juli 1911 veröffentlichten Resultate sind durch das Kurvenbild 3 gekennzeichnet, wobei besonders aufmerksam zu machen ist auf die starken Schwankungen zur Zeit des Sonnen-Auf- und -Untergangs.

U_1 Untergang, a_1 Aufgang in Irland,

U_2 Untergang, a_2 Aufgang in Nordamerika.



Einfluß der Tageszeit (Clifden-Glace-Bay).

Fig. 3.

Auffälligerweise zeigen diese Kurven teilweise viel bessere Energieübertragung am Tage als in der Nachtzeit und stehen damit im Gegensatz zu Marconis früheren Beobachtungen und den anderweitig gewonnenen Resultaten.

Marconi gibt an, daß während der Nacht über dem Atlantischen Ozean ganz erhebliche Schwankungen in der Strahlung auftreten, so daß die Intensität der aufgenommenen Energie zwischen extrem schwachen und starken Werten pendelte.

Auch die von Austin[1]) angestellten zahlreichen Versuche zwischen einer großen Landstation und zwei Schiffsstationen sind größtenteils mit der Hörmethode durchgeführt.

Seine Versuche haben für die 1000-m-Welle bei Nacht im allgemeinen größere Empfangs-Intensität als am Tage gegeben; nur an einigen Tagen war auch für diese Welle selbst bei Entfernungen von 900 bis 1800 km zwischen Sender und Empfänger kein Unterschied nachweisbar. Für die 3750-m-Welle war der Tagesempfang gleich dem bei Nacht.

Mit der Hörmethode hat auch Wildmann[2])

1) Obgleich das Material nur qualitative Anhaltspunkte gibt, so dürfte doch das Interesse eine Mitteilung an dieser Stelle rechtfertigen.

1) Austin, Jahrb. d. drahtlosen Telegr. u. Teleph. 5, 75, 1911.

2) Wildmann, S. Erskine-Murrays, Handbook of Wireless Telegraphy, S. 208.

Versuche in der Zeit vom 20. Oktober 1905 bis 20. Januar 1906 zwischen zwei ca. 200 km voneinander entfernten Stationen in Alaska angestellt. Aus seinen Versuchen folgert er eine Zunahme der Empfangswirkung mit Zunahme der Windgeschwindigkeit.

Ich finde, daß seine Beobachtungen fast ebenso oft das Gegenteil ergeben, da bei zunehmender Windgeschwindigkeit eine Abnahme der Empfangswirkung eintritt und umgekehrt. Dagegen deuten die Kurven auf eine Zunahme der Empfangsintensität im Laufe der Zeit von Oktober bis Januar hin; er findet bei der Hörmethode Oktober ca. 4000 Ω, November und Dezember 2000 Ω, im Januar 1000 Ω parallel zum Telephon.

Mosler (a. a. O.) findet bei der Energieübertragung Norddeich—Berlin (420 km) für den Wert $\varepsilon = \frac{\text{Lautstärke bei Nacht}}{\text{Lautstärke bei Tag}}$ folgende Werte: September $\varepsilon = 2{,}1$, Oktober 2,8, November 3,2, Dezember 1,8, Januar 1,6, also ein Maximum im November. Inwieweit solche Unterschiede durch atmosphärische und sonstige Verhältnisse begründet sind, entzieht sich einstweilen der Beurteilung. Da Mosler seine Messungen mit Detektor und Galvanometer anstellte, wobei der Detektor nach Möglichkeit gegen Temperatur-Änderungen und Erschütterungen geschützt wurde, so stellen diese Messungen einen Fortschritt dar. Wie weit allerdings die Indikationen des Detektors im Laufe des Beobachtungsjahrs wirklich konstant waren, ist nicht festgestellt.

Das Reichweitenproblem hat mich seit 1906 dauernd beschäftigt und ein großer Teil der auf der hiesigen Station für elektrische Schwingungen durchgeführten Arbeiten ist mit der Absicht angefertigt, die Grundlagen und Methoden kennen zu lernen, welche zur Durchführung einer systematischen Arbeit im großen Stil — denn nur so kann das Problem der Reichweiten mit Aussicht auf Erfolg in Angriff genommen werden — erforderlich sind. Das Resultat dieser Arbeiten kann kurz dahin zusammengefaßt werden: Es sind augenblicklich die Methoden für die Beobachtungen vollständig sicher gestellt und alle Vorbedingungen erfüllt, um das Problem der Reichweiten mit Erfolg experimentell in Angriff zu nehmen.

Da die Möglichkeit einer Durchführung der Arbeit jetzt in greifbare Nähe gerückt ist, möchte ich in folgendem die auf meinen Stationen gewonnenen Erfahrungen und sich daran knüpfende Vorschläge, welche für das Problem von Interesse sind, mitteilen.

Erforderlich für die Bearbeitung des Problems ist 1. eine große Sendestation, welche genügend Energie ausstrahlt, um wenn möglich auf 2000 km noch objektiv meßbare Empfangswirkungen zu geben; 2. eine Normal-Empfangsstation in etwa 10 km Entfernung vom Sender; 3. ein Netz von Empfangsstationen, welche möglichst nach den vier Himmelsrichtungen gegen den Sender orientiert und in Abständen von ca. 500, 1000, 1500 und 2000 km von dem Sender entfernt sind.

Einrichtung der Stationen.

1. Sendestation.

Auf Grund der hier in Halle-Cröllwitz durch lange Versuchsreihen gewonnenen Erfahrungen würde eine Sendestation, welche nach dem Muster der zu Norddeich bestehenden gebaut ist, durchaus ausreichen. Die Größe der Sendeenergie von Norddeich ist völlig genügend. Ich habe hier in 400 km Entfernung in doppelt gekoppeltem Empfangssystem bei außerordentlich loser Koppelung und unter Benutzung einer Schirm-Antenne von 29 m Spitzenhöhe, gebildet aus 12 etwa 40 m langen Drahtlitzen und unter Benutzung eines gleichgroßen Gegengewichts mit dem Barretter in Verbindung mit einem Deprez-d'Arsonval-Galvanometer mittlerer Empfindlichkeit so große Ausschläge gehabt, daß quantitative Messungen mit ähnlich gebauten Empfangseinrichtungen noch weit über 1000 km gewährleistet werden können. Diese große ausgestrahlte Energie kann ferner nach den hier gemachten Beobachtungen mit einer sehr hohen Konstanz ausgestrahlt werden. Der in Norddeich benutzte Löschfunke ist bei sorgfältiger Wartung der Funkenstrecke so gut, daß selbst bei Galvanometer-Ausschlägen von 500 mm während 20 Skd. Schwankungen von nur $^1/_5$ bis $^2/_5$ sc. beobachtet wurden. Die Konstanz der ausgestrahlten Energie kann ebenfalls unter Verwendung geeigneter Kopplungseinrichtungen und umsichtiger Benutzung der Sendevorrichtung auf einen außerordentlich hohen Grad gebracht werden, wie folgende im Oktober 1913 hier gemachten Beobachtungen ergeben[1]) haben.

Von Norddeich wurden Strichsignale von etwa 1 Min. Dauer mit darauffolgender Pause von gleicher Länge ausgegeben. In Halle-Cröllwitz wurden mit einem an die Schirmantenne lose gekoppelten Meßkreise die Wirkungen aufgenommen und mit dem Barretter gemessen.

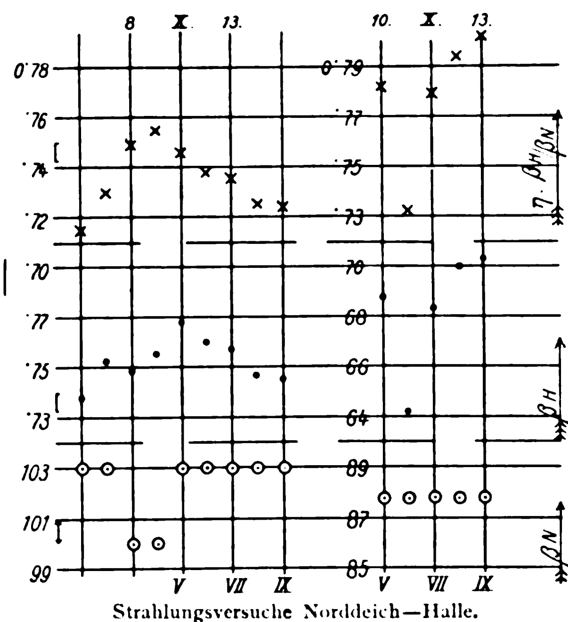
1) Es sind offenbar auch in der Atmosphäre außerordentlich konstante Zustände gewesen, da sonst eine solch gleichmäßige Energieübertragung nicht stattgefunden hätte.



Hiermit ist gezeigt, daß wir heute in der Lage sind, die erste Hauptbedingung für die Bearbeitung des Problems zu erfüllen: Die Einrichtung einer Sendestation, welche genügend große Energie mit hinreichender Konstanz ausstrahlt.

Über die definitive Durchbildung einer Meßeinrichtung für Großstationen zur Kontrolle der Konstanz der ausgestrahlten Energie sind augenblicklich Versuche im Gange; diese werden zeigen, ob sich ähnliche Einrichtungen, wie ich sie für die Messungen von etwa 2 bis 4 Kilowatt Schwingungsenergie, bei der sich die Verwendung eines Thermoelements mit Benutzung entsprechender Meßkreise sehr gut bewährt hat, empfehlen werden.

Die am 8. Oktober 1913 gewonnenen Werte sind in Tab. I zu finden und in Fig. 4 graphisch dargestellt. Faßt man die 9 Werte in Gruppen zusammen, so gibt die letzte eine max. Abweichung vom Mittel von 1,6 Proz. Während dieses 10 Min. dauernden Versuchs waren die



Strahlungsversuche Norddeich—Halle.

Fig. 4.

Tabelle 1.

Versuche zwischen Norddeich und Halle[1]) vom 8., 10. und 11. Oktober 1913.

Wellenlänge = 1650 m. (Beobachter in Halle Herr Jenrich.) Zeit 10^h bis $10^h\,27^m$ früh.

8. Oktober 1913.

	Norddeich	Halle	$\eta = \beta_H/\beta_N$	Mittel
1.	β_n = 103	β_H = 73,7	0,715	0,722
	103	75,2	730	
3.	100	74,9	749	0,752
	100	75,5	755	
5.	103	76,8	746	
	103	76,0	738	
7.	103	75,7	735	$0{,}734 + {0{,}012 \atop 0{,}01}$ $\varDelta$ = 1,6 Proz.[2])
	103	74,7	725	
9.	103	74,6	724	
		10. Oktober 1913.		
1.	β_n = 96,9	β_H = 74,1	η = 0,765	
	93,8	70,6	753	
3.	90,7	71,1	784	0,778
	90,7	70,0	772	
5.	87,7	68,1	782	
	87,7	64,2	732	
7.	87,7	68,3	779	$0{,}778 + \varDelta = {3{,}1 \text{ Proz.} \atop 5{,}9\ \text{„}}$
	87,7	69,9	794	
9.	87,7	70,3	802	
		11. Oktober 1913.		
1.	β_n = 103	β_H = 97,8	η = 0,949	0,935
	103	94,9	921	
3.	100	90,5	905	
	96,9	87,4	902	
5.	93,8	84,6	902	0,895
	93,8	83,3	888	
7.	90,7	81,8	902	0,897
	90,7	81,0	893	
9.	87,7	81,0	924	0,922
	87,7	80,7	920	

1) Die Norddeicher und Hallenser Zahlenwerte sind Relativzahlen in einer zu i^2 proportionalen Skala. Sie sind daher indirekt in Beziehung zu setzen, wie das in dem Wert η geschehen ist.

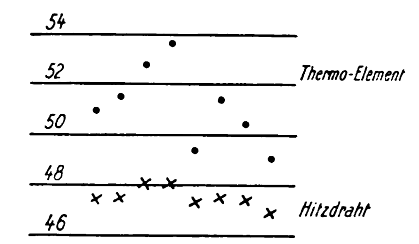
2) $\varDelta$ = Abweichung vom Mittel.



Sendebedingungen außerordentlich konstant und auch der Zustand der Atmosphäre ist sehr gleichmäßig gewesen, da sonst eine so konstante Übertragung nicht stattgefunden hätte. Merklich inkonstanter sind die Vorgänge am 10. und besonders 11. Oktober gewesen.

Aus den Norddeicher Zahlen (Relativwerte) geht übrigens hervor, daß die Sendetechnik so vollkommen geworden ist, daß die dort verwendeten Instrumente nicht mehr fein genug für genauere Messungen sind.

Daß sich auf diese Weise leicht nachweisbare Schwankungen der Beobachtung entziehen können, zeigt Fig. 5, welche die Meßresultate



Sendeenergie, aufgenommen mit Hitzdraht und Thermoelement.

Fig. 5.

zweier verschiedener Indikatoren für die Energie der Antenne gibt; während das Hitzdrahtinstrument ca. 2 Proz. Schwankungen im Max. zeigt, gibt das Thermoelement ca. 12 Proz. für die gleichen Zustände an.

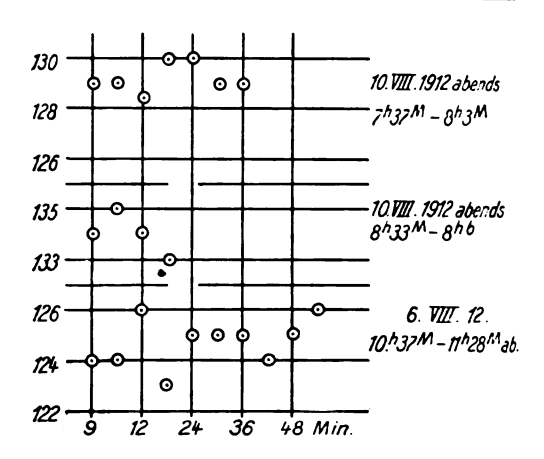
In meinem Laboratorium hat sich bei den zahlreichen über lange Zeiten ausgedehnten exakten Messungen über die Konstanz der Stoßerregung ergeben, daß die Zustände labil sind; besonders ändern die durch die Atmosphäre herbeigeführten Variationen in den Konstanten der Antenne[1]) das Optimum der Koppelung für die Stoßerregung. Man kann durch entsprechende Vorrichtungen die Konstanz der Emission wesentlich bessern, worüber augenblicklich weitere Untersuchungen hier ausgeführt werden.

Was man bei guten atmosphärischen Verhältnissen erhält, läßt die Fig. 6 erkennen; selbst bei 30 Min. durchlaufenden Löschfunken betragen die Schwankungen wenig über 1 Proz.

2. Normal-Empfangsstation.

Da gleichzeitig auch die Strahlungsenergie durch Messung dauernd verfolgt werden muß, so ist die Aufstellung einer Empfangsstation in etwa 10 km Entfernung vom Sender nötig.

1) Siehe darüber: Esau, diese Zeitschr. **13**, 721, 1912 und Mitteilungen der Cröllwitzer Versuchsstation, No. 34.



Konstanz der Energie durchlaufender Löschfunken.

Fig. 6.

Auf die Messungen dieser Station als Einheit sind die Messungen der sämtlichen übrigen Stationen zu reduzieren, weshalb sie als Normalstation bezeichnet werden mag. Da die hier ankommenden Energiemengen noch groß genug sind, um mit dem Thermoelement gemessen zu werden, so hat man auch ein bequemes Mittel in der Hand, um die ausgestrahlte Energiemenge direkt in absoluten Zahlen anzugeben. Allerdings sind auch schon auf diese Entfernungen hin Einflüsse der Atmosphäre auf die ausgestrahlte Energie nachzuweisen (s. oben), aber man muß zur Messung der Strahlungsenergie verlangen, daß das Empfangssystem hinreichend weit vom Sender absteht, was für eine Welle von etwa 1600 bis 2000 m die obige Entfernung ergibt. Von dem großen Nutzen und der Notwendigkeit einer solchen Normalstation habe ich mich hier durch einige Versuchsreihen überzeugen können.

3. Empfangsstationen.

Die eben genannte Normal-Empfangsstation würde nach dem Typ der übrigen Empfangsstationen zu bauen sein. Für die Zahl und Größe dieser Stationen werden die Mittel maßgebend sein, welche für die definitive Durchführung des Arbeitsplanes zur Verfügung stehen.

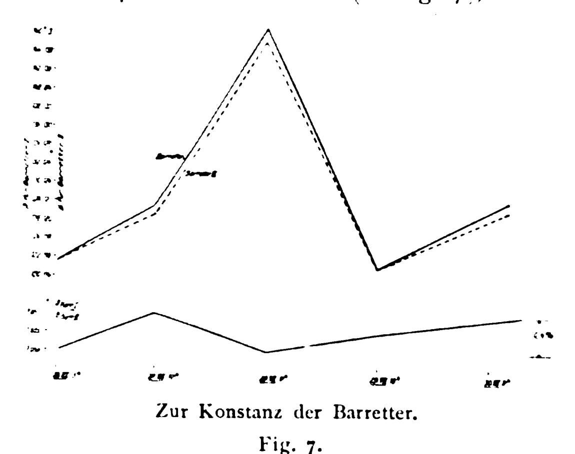
Von den verschiedenen Antennenformen wird für diese Versuche am meisten die Schirm-Antenne zu empfehlen sein. Wegen der kompendiösen Zusammendrängung der Leiterteile beansprucht diese am wenigsten Platz und ermöglicht, die schädlichen Einflüsse der Erde auf die Konstanten der Antenne wohl am vollkommensten auf das Minimum herabzudrücken. Wegen der großen Veränderlichkeit, welche die Erde infolge der Verschiedenheit der Feuch-

tigkeit und der Beschaffenheit des Bodens an verschiedenen Stellen der Erdoberfläche zeigt, wird die Anwendung eines Gegengewichts nicht zu umgehen sein, und um dieses den Einflüssen der Erde nach Möglichkeit zu entziehen, muß es mindestens 4 m über den Boden ausgespannt werden[1]); ein Sinken des Gegengewichts unter diese Höhen ergab selbst bei Porphyrfels als Untergrund eine merkliche Vermehrung der Dämpfung Δ · ($h = 4$ m, $\Delta = 0{,}093$, $h = 0$: $\Delta = 0{,}109$).

Hochempfindliche Meßeinrichtungen.

Über hochempfindliche Indikatoren zu quantitativen Messungen schneller elektrischer Wellen ist in meinem Laboratorium eine große Zahl von Versuchen angestellt. Zur Untersuchung gelangt sind das Thermoelement der Barretter und Kontaktdetektoren verschiedener Konstruktion.

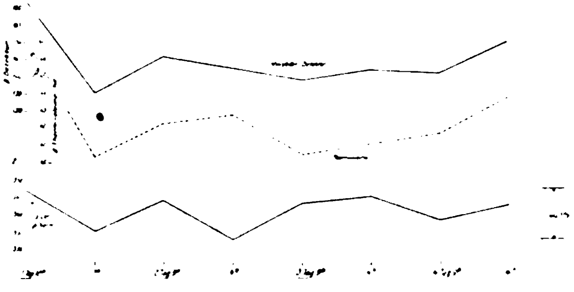
Die größte Empfindlichkeit zeigen nach den hier gemachten Beobachtungen die Kontaktdetektoren. Ihnen sehr nahe stehen die Barretter in der von mir verbesserten Anordnung, wogegen die Thermoelemente eine ungefähr hundertmal kleinere Empfindlichkeit besitzen. Betreffs der Konstanz der Angaben, die selbstverständlich in höchster Vollkommenheit gefordert werden muß, hat der Barretter die besten Erfolge geliefert[2]). Der Vergleich zweier Barretter ergab, daß das Verhältnis der von beiden angezeigten Schwingungsenergie innerhalb 4 Tagen im Maximum nur bis zu 0,4 Proz. schwankte (s. Fig. 7), wobei



Zur Konstanz der Barretter.

Fig. 7.

aber die zugeführten Energiebeträge im Maximum um 20 Proz. verschieden waren. Der Vergleich eines Molybdändetektors mit einem Thermoelement ergab in 4 Tagen Maximalschwankungen für das Verhältnis der Angaben von 4,25 Proz. (Fig. 8).



Zur Konstanz der Detektoren.

Fig. 8.

Zweckmäßig wird es natürlich stets sein, eine einfache und sichere Methode zu schaffen, um die Indikatoren jederzeit an Ort und Stelle betreffs ihrer Konstanz zu prüfen.

Die Schnelligkeit, mit welcher die definitive Einstellung einer Meßeinrichtung erreicht wird, hängt in erster Linie von dem benutzten Galvanometer ab. Das für die meisten Versuche hier benutzte System der Firma Siemens & Halske (Deprez-d'Arsonval 30 Ohm System + Widerstand) erfordert etwa 5—6 Skd. Das empfindlichere (System + Widerstand = 150 Ω) etwa 40 Skd. Diese Frage ist sehr wichtig, da das System des Empfangsindikators der Länge der von dem Sender abgegebenen Strichsignale angepaßt sein muß. Auch hierin hat die Norddeicher Station hohe Leistungsfähigkeit erwiesen, indem es möglich war, Striche von 1 Minute Dauer bei außerordentlicher Konstanz zu geben (s. oben).

In jüngster Zeit haben wir mit einem neuen Typ der Firma gearbeitet, das nur ca. 1,5 sec Schwingungsdauer besitzt, so daß die Länge der Strichsignale ganz wesentlich herabgedrückt werden kann. Die Empfindlichkeit der Empfangsanordnung mit dem Barretter ist durch dies neue Instrument etwa verdoppelt gegenüber dem 150 Ohm-Instrument.

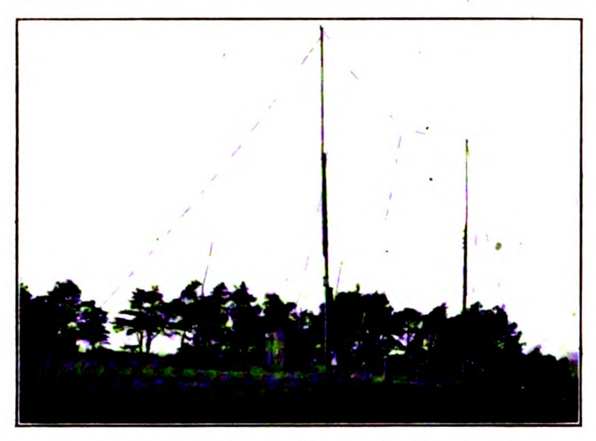
Empfangsapparaturen.

Die für den Empfang notwendigen Apparaturen habe ich in kleinen Holzbuden von $2^1/_2 \times 3^1/_2$ qm Bodenfläche[1]) und $2^1/_2$ m innerer Höhe untergebracht; völlig mit Dachpappe umkleidet und mit einem kleinen Ofen ausgerüstet, bieten sie behaglichen Schutz bei längerem Aufenthalt auch in winterlichem Unwetter. Die Anordnung eines doppelt gekoppelten Meß-

1) Mitteilungen der Physik. Versuchsstation Halle-Cröllwitz, No. 17 (Heinecke).

2) Mitteilungen des Laboratoriums für Theoretische Physik Halle, No. 10 (Kleine).

1) Diese Fläche würde zweckmäßig noch etwas vergrößert.



Empfangsbude aus Holz für Feldstationen.

Fig. 9.

kreises zeigt Fig. 10 im Grundriß. Die Abstimm- und Kopplungsspulen bestehen in meinem System aus Drahtringen von 25 cm Durchmesser und der verwendete Draht hat 2,8 mm Dicke. Diese Spulen sind auf einem Holzschlitten leicht verschiebbar angeordnet. Eine Skala erlaubt die Schlittenstellung und Verschiebung abzulesen. Jede Spule hat eine größte Selbstinduktion (L) von 50000 cm, und die Selbstinduktion kann durch Abgreifen bequem in sehr feine Stufen verkleinert werden; durch Ankopplung einer zweiten gleichen Spule kann der L-Wert durch Gegen- und Reihenschaltung sowie Abstandsänderung von 14000 cm auf 140000 cm leicht und sicher geändert werden[1]). Für eine möglichst störungsfreie Aufstellung habe ich die Anordnung der Fig. 10 gewählt, die sich bewährt hat. Die Spulen L_{a1} und L_{a2} sind so in die Antennen eingeschaltet, daß sie sich in der Mitte des Strombauches befinden. L_{b1} koppelt den aus den Spulen L_{b2}, L_{b3}, L_{b4} und dem Drehkondensator C_2 bestehenden Meßkreis an. Der Indikator (für meine Versuche bisher stets ein Barretter) liegt in dem aus Spule L_{c1}, L_{c2} und dem Drehkondensator C_3 bestehenden Kreise und ist durch das Spulenpaar L_{b4} und L_{c1} an den Schwingungskreis gekoppelt. Die Gesamteinrichtung einer kleinen, frei im Felde liegenden Empfangsstation zeigt das Bild Fig. 9.

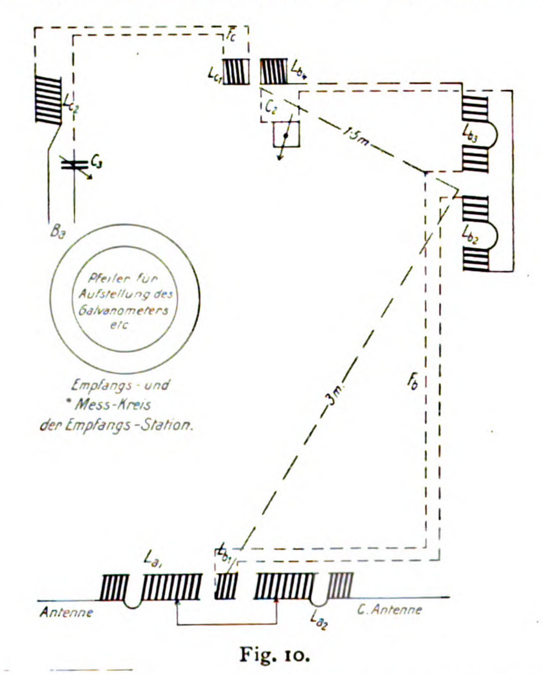


Fig. 10.

1) Mitteilungen der Versuchsstation, No. 19 (Kempe).

Die Galvanometer und die für die späteren Versuche zu benutzende Registriervorrichtung werden zweckmäßig auf einem schweren Sockel aus Mauerwerk aufgestellt, das unter der Erde eine kleine Kammer zur Aufnahme des Indikators enthält. Auf diese Weise ist dieser gegen schnelle äußere Temperaturwechsel geschützt und eine gute Nullage des Indikator-Galvanometers gewährleistet.

Will man den Zwischenkreis vermeiden, so kann durch direkte Verbindung von L_{b1} mit dem Indikatorkreis und durch Verstimmen der Antenne eine Änderung der Induktion L_a eine Resonanzkurve gewonnen werden.

Über die zweckmäßigste Anordnung dieser Meßkreise ist ein definitives Urteil noch nicht zu fällen; es sind darüber verschiedentlich theoretische Arbeiten veröffentlicht. Die Theorie führt zu ganz unübersichtlichen Formeln, so daß zweifellos eine experimentelle Klärung dringend nötig ist. Derartige Arbeiten sind in meinem Laboratorium augenblicklich in Ausführung begriffen.

Die Wichtigkeit des hier besprochenen Problems hat die kartellierten deutschen Akademien veranlaßt, diese Frage mit in das Programm für die Arbeit der von ihnen eingesetzten „Studienkommission für luftelektrische Forschung" aufzunehmen. Auf der Münchener Versammlung 1912 habe ich darüber referiert, das Problem ist eingehend diskutiert worden und in den Berichten Nr. 4 und 5[1]) behandelt. Auf Veranlassung der Kommission hatte ich es übernommen, weitere Schritte zu tun, um besonders zu versuchen, eine Großstation für die Durchführung der Aufgabe zu gewinnen. Da aber keine der in Betracht kommenden großen deutschen Sendestationen wegen Über-

1) Sitzungsber. der Kgl. Bayersch. Akad. d. Wissensch., math.-physik. Klasse, No. 4 (Simon); No. 5 (K. E. F. Schmidt, Verwendbarkeit des Barretters für die Untersuchung des Einflusses der luftelektrischen Zustände auf die Strahlung elektrischer Wellen).

häufung mit laufenden Arbeiten in der Lage war, eine regelmäßige, über längere Stunden des Tages durchgeführte Sendung elektrischer Wellen einzurichten, blieben meine Bemühungen zunächst erfolglos.

Gelegentlich der im Oktober 1912 zu Paris stattgefundenen Conférence Internationale de l'Heure bot sich mir Gelegenheit, Herrn Dr. Rob. Goldschmidt-Brüssel für das Problem zu interessieren. Er hat sich in dankenswerter Weise bereit erklärt, die von ihm erbaute große Station Brüssel-Laeken der Sache dienstbar zu machen und hat für die Vorarbeiten eine namhafte Summe zur Verfügung gestellt.

Im Oktober dieses Jahres hat in Brüssel eine Besprechung stattgefunden, an der eine Reihe von Gelehrten verschiedener Länder teilgenommen haben und es ist ein Programm für die Vorarbeiten aufgestellt, über das ich mit dem Kollegen Max Wien gemeinsam in dem Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie berichten werde.

Halle a. S., Versuchsstation, Dezember 1913.

(Eingegangen 15. Januar 1914.)

Über ein direkt ablesbares und direkt anzeigendes Elektrometer zur Messung sehr schwacher Ströme.
(Sur un électromètre à lectures et à indications directes destiné à la mesure de très faibles courants.)

Von B. Szilard.

Schon seit mehreren Jahren[1]) verfolge ich das Ziel, ein Elektrometer zur Messung sehr schwacher Ströme zu konstruieren, und zwar ein Elektrometer, das ohne Vorbereitung und ohne optische oder mikroskopische Ablesevorrichtung, ohne vorherige Justierung, Berechnung oder Eichung für jede beliebige Messung dienen könne, gerade wie beispielsweise ein gewöhnliches Amperemeter mit seinem festen Zeiger und seiner feststehenden gravierten Teilung zur Messung einer Stromstärke dient.

Die große Schwierigkeit bei der Verwirklichung eines derartigen Apparates liegt offenbar in dem Umstande, daß die dabei mitspielenden Kräfte äußerst schwach (mindestens 10^6 mal so schwach wie die in den empfindlichsten Zeigerinstrumenten angewandten) sind, um einen starren Zeiger von einer gewissen Länge zu verschieben.

Um zum Ziele zu gelangen, mußte ich es dahin bringen,

1. eine konstante Gegenkraft zu haben;
2. die elektrische Kapazität so viel wie möglich zu verringern;
3. möglichst große Zeigerverschiebungen bei schwacher statischer Einwirkung zu erlangen;
4. das Gewicht der beweglichen Organe möglichst zu verringern;
5. zu ermöglichen, daß sich der Zeiger in unmittelbarer Nähe einer feststehenden Skala bewegt.

Was das Meßsystem anlangt, so bin ich bei einem um eine Achse drehbaren System stehen geblieben. Diese Systeme haben die größte Empfindlichkeit. Um eine möglichst geringe Kapazität zu haben, habe ich nur ein einziges feststehendes Kreisstück (ein einziges Quadrantenelement, einen Monanten) als alleinigen Träger der elektrischen Ladung benutzt, während der ganze bewegliche Teil dauernd zur Erde abgeleitet ist und niemals eine Ladung trägt.

Als Gegenkraft benutze ich die Biegung einer sehr feinen Spirale, eine Kraft, die viel konstanter und zuverlässiger ist als die Torsion eines Fadens, und die als Organ jedenfalls praktischer zu handhaben ist, weil sie viel weniger Raum einnimmt.

Durch fortgesetzte Verminderung des Gewichts der Organe habe ich eine Bewegung mit Achse (deren Gewicht nur 0,002 g beträgt) und Zapfen verwirklichen können.

Beschreibung.

Der Apparat enthält nur einen einzigen „Quadranten" (Fig. 1 und 2). Dieser besteht

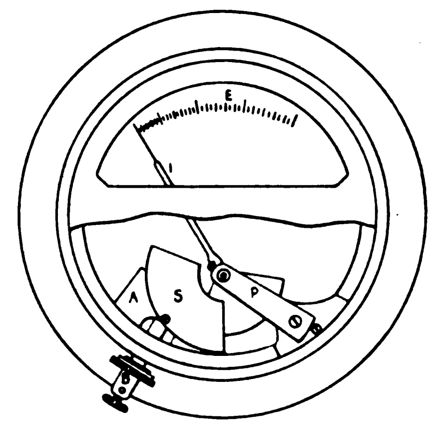


Fig. 1.

aus einem Paare sorgfältig isolierter Sektoren *S*. Eine Brücke *PP* hält die kleine Achse *X* zwischen zwei Rubinen. Diese Achse trägt in der Mitte eine Nadel *I* von ungefähr 55 mm

1) C. R. Nov. 1909, März und November 1913.

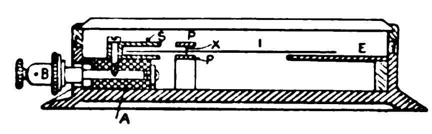


Fig. 2.

Gesamtlänge, deren einer Flügel kreisförmig ist, während der andere gerade und zugespitzt ist. Eine auf der Achse *X* befestigte flache Spirale dient als Gegenkräftepaar. In der Ruhelage ist die Nadel nur leicht zwischen die beiden Sektoren des Quadranten gezogen. Diese Sektoren sind aus gehärtetem und magnetisiertem Stahl und bilden gleichzeitig das Dämpfungssystem. Außer diesen Sektoren ist dagegen keinerlei Organ des Apparats aus magnetischem Material hergestellt.

Die Montierung.

Die Nadel, das geladene System und die Isolierung sind zusammen in ein sehr flaches Metallgehäuse eingeschlossen, und aus dem Gehäuse ragt nur durch eine in der Wandung des Apparats vorgesehene Öffnung ein mit dem Sektor elektrisch verbundener Stift hervor. Die Isolierung *A* ist so angebracht, daß es unmöglich ist, sie zu berühren; sie ist nicht einmal von außen sichtbar, so daß sie gegen jede Beschädigung durch Feuchtigkeit, Staub oder Licht geschützt ist. Der mit den Sektoren *S* verbundene Stift *B*, der aus dem Gehäuse herausragt, trägt eine kleine aufschiebbare Metallkappe, welche gestattet, den Apparat zu schließen, wenn man ihn nicht gebraucht, und somit das Innere vollkommen zu schützen, während er gleichzeitig den Sektor mit dem Gehäuse verbindet. Der Stift *B* trägt außerdem an seinem Ende eine kleine Klemme, die dazu dient, den von der Elektrizitätsquelle kommenden Leitungsdraht zu befestigen.

Die Metallplatte, welche den Mechanismus von oben deckt, bietet den erforderlichen elektrostatischen Schutz. Eine am Gehäuse befestigte kleine Klemme gestattet, das Gehäuse zu erden. Die Nadel bewegt sich auf einer feststehenden kreisförmigen Skala *E*, und zwar in deren unmittelbarer Nähe, und zeigt als Ablesesystem genau dasselbe Aussehen wie ein gewöhnliches Voltmeter. Die Abmessungen des Apparats sind auf einen Durchmesser von 10 cm und eine Höhe von 2,5 cm herabgedrückt.

In dieser Montierung ist der Apparat ebenso widerstandsfähig wie ein gewöhnliches Amperemeter. Da seine Nadel überaus leicht ist, erfordert sie nicht einmal eine Arretierung, und da sie keine Ladung trägt, kann sie nicht durch einen falschen Handgriff in Unordnung geraten.

Empfindlichkeit.

Der Apparat hat zwar stets denselben Bau, wird aber für verschiedene Empfindlichkeiten hergestellt. Das gangbare Modell hat eine mittlere Kapazität von 6 elektrostatischen Einheiten und einen Skalenbereich von 100 bis 300 Volt (die Voltzahlen sind von Volt zu Volt gleich in das Zifferblatt eingraviert); das entspricht 90°. (Andere Modelle, die von diesem nur durch die Kraft der Spirale verschieden sind, haben einen Skalenbereich von 200 bis 500 Volt bzw. von 300 bis 1000 Volt.) Schaltet man zwischen die Klemme *B* und die zu messende Elektrizitätsquelle einen Luftkondensator ein, so kann man durchaus beliebige Spannungen, z. B. 500, 1000, 10000, 50000 Volt und darüber, messen.

In dem zur Messung schwacher Spannungen (bis zu 300 Volt) bestimmten Modell ist die Nadel vollkommen gedämpft. Der Apparat gestattet, Spannungen mit einer Genauigkeit von 1 v. H. zu messen.

Die Nadel ist so vollkommen ausbalanciert, daß ein und derselbe Apparat in allen Lagen, horizontal oder vertikal, arbeiten kann, ohne daß sich seine Angaben ändern.

Ein eigenartiger Beweis hierfür besteht darin, daß man den Apparat mit einem Stück Siegellack lädt und ihn dann um seine horizontale und darauf um seine vertikale Achse dreht; die Nadel behält ihre Stellung bei jeder Neigung des Apparats bei.

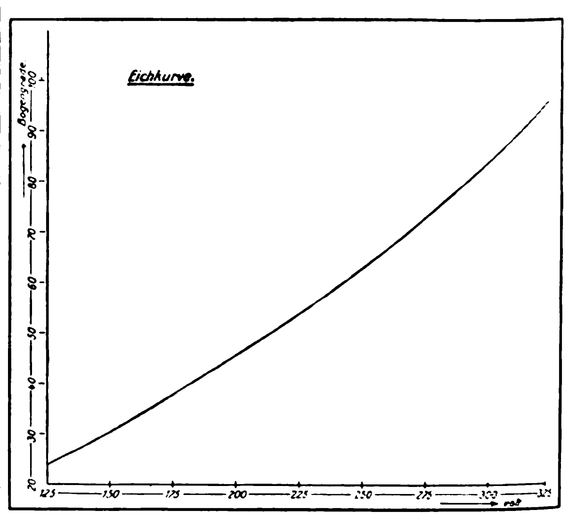


Fig. 3.

Die hier mitgeteilte Kurve gibt den Gang der Ausschläge in Volt als Funktion der Bogengrade wieder (s. Fig. 3).

Da die Skala feststeht und da man die Kapazität des Instruments kennt, so kann man nötigenfalls leicht die Spannungsangaben in Angaben der Elektrizitätsmenge umwandeln.

Anwendungsgebiet.

Dieser Apparat ersetzt sehr vorteilhaft gleichzeitig das Elektroskop und das statische Voltmeter in allen ihren Verwendungsarten, sowie in vielen Fällen das Elektrometer; ferner kann es dank seiner Empfindlichkeit für alle Beobachtungen über atmosphärische Elektrizität und über Ionisierungsströme, für Messungen schwacher Leitfähigkeit, für Kapazitätsmessungen und dergleichen, zur Messung schwacher Ströme überhaupt, sowie zu allen Spannungsmessungen bei beliebigen Strömen dienen. Er hat mir u. a. die von der Reibung der Isolatoren herrührende Ladung zu bestimmen gestattet.

Dank seiner bequemen Ablesung und seiner Widerstandsfähigkeit kann man ihn unter ungünstigen Verhältnissen anwenden, wo die Messung mit Hilfe anderer Apparate unmöglich sein würde.

Paris, Laboratoire de Recherches Radioactives, 10. Januar 1914.

(Nach dem Manuskript aus dem Französischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 14. Januar 1914.)

Elektrisch erregte Bewegungserscheinungen in Flüssigkeitslamellen.

Von S. Mikola.

In folgendem werden gewisse Bewegungserscheinungen kurz[1]) beschrieben, die unter der Wirkung eines äußeren Kraftfeldes besonders ausgeprägt in Seifenlamellen, aber auch in dickeren Flüssigkeitsschichten entstehen, wenn diese einen elektrischen Strom tragen. Die Erscheinungen haben viele Ähnlichkeit mit der elektrischen Endosmose und können als eine Verallgemeinerung dieser angesehen werden. Die Erklärung wird auch ähnlicherweise gegeben.

Zu den Versuchen werden Rahmen benutzt aus isolierender Substanz mit zwei Elektroden und ein kleines Stativ, so geformt, daß es auch den elektrischen Strom zuführt. Senkrecht gegenüber der Seifenlamelle werden verschiedene kleine Körper gestellt, welche der Kürze wegen Sonden genannt werden. Die einfachste Sonde stellt man her, indem man einen 2 bis 3 mm dicken und 15—20 cm langen Draht auf eine Siegellackstange befestigt. Die Seifenlösung wurde nach Vorschrift von Weinhold (Phys. Demonstrationen, 5. A., S. 182) bereitet.

Zum Versuche werden die Elektroden der Seifenlamelle unter Zwischenschaltung eines Kommutators mit den Klemmen der Stromquelle (Hochspannungsbatterie, Gleichstromzentrale) verbunden und der Apparat wird so aufgestellt, daß die Seifenlamelle das Licht des Himmels oder einer Mattglasscheibe, hinter der eine Lichtquelle aufgestellt ist, reflektiere. Wenn man den Strom schließt und die elektrisch geladene Sonde der Lamelle nähert, so sieht man in reflektiertem Lichte die hier beschriebenen Bewegungserscheinungen. Man kann auch die Erscheinungen einem größeren Publikum projizieren.

Die Bewegung der Flüssigkeit geschieht meistens in interessanten Doppelwirbeln (einige Phasen sind in Fig. 1—4 abgebildet). In der Jugendzeit der Lamelle sieht man noch keine Interferenzfarben, die Wirbelbewegung wird nur wegen der Schlieren sichtbar. Später wird die Lamelle immer dünner und dünner, die Interferenzfarben erscheinen. Wird die Lamelle ganz alt ($^1/_4$—1 Stunde), so verschwinden aus der Wirbelbewegung die Schlieren ganz und das Bild wird nur von Farbendifferenzen gebildet. Sehr oft kommt es vor, daß die beiden Hälften des Doppelwirbels in Komplementärfarben glänzen (Fig. 4, die linke Hälfte war blau und die rechte gelb).

In dem mittleren Teil des Wirbels ist die Geschwindigkeit der Flüssigkeitsteilchen am größten. Wird die Elektrodenspannung erhöht, so wächst auch die Geschwindigkeit und Größe des Wirbels. Dasselbe geschieht bei der Erhöhung des Potentials an der Sonde. Wird der Strom kommutiert, so springt auch die Richtung des Wirbels in das Entgegengesetzte über. Dasselbe geschieht, wenn die Richtung des äußeren Kraftfeldes gewechselt wird.

Besonders interessant ist das Spiel der Wirbel, erzeugt durch Influenzelektrizität beider Art. Nähert man einen elektrischen Körper der Sonde, so erzeugt die gleichnamige Influenzelektrizität in der gegenüberliegenden Lamelle Wirbel schon aus Entfernung von mehreren Metern. Verwendet man Sonden mit einerseits runden, andrerseits spitzen Enden, so verraten sich alle Fälle der Saugwirkung.

1) Ein ausführlicher Bericht erscheint in ungarischer Sprache in Mathematikai és Physikai Lapok.

Es muß bemerkt werden, daß die Wirbel auch dann auftreten, wenn die Sonde keine elek-

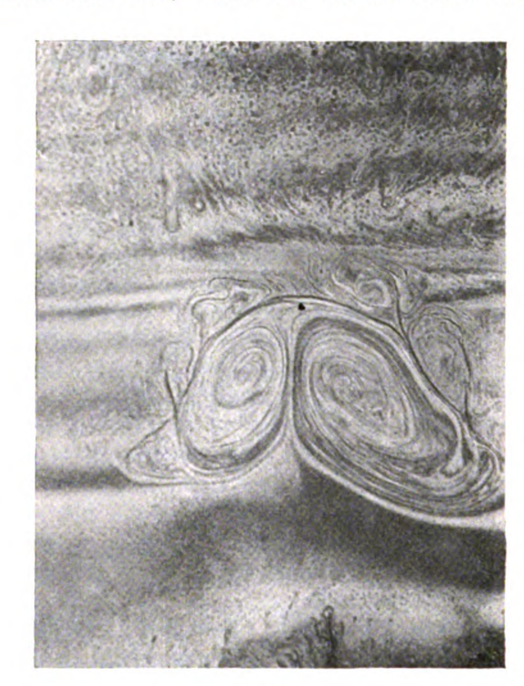


Fig. 1.



Fig. 2.

trische Ladung besitzt, besonders aber, wenn sie in leitender Verbindung steht mit der Erde.

Zur Ermittlung der Rolle, welche die Luft möglicherweise spielen könnte, wurde die Lamelle unter die Glocke einer Luftpumpe gebracht, Spannung und Feld von außen zugeführt, bis 15 mm Vakuum ausgepumpt; aber



Fig. 3.

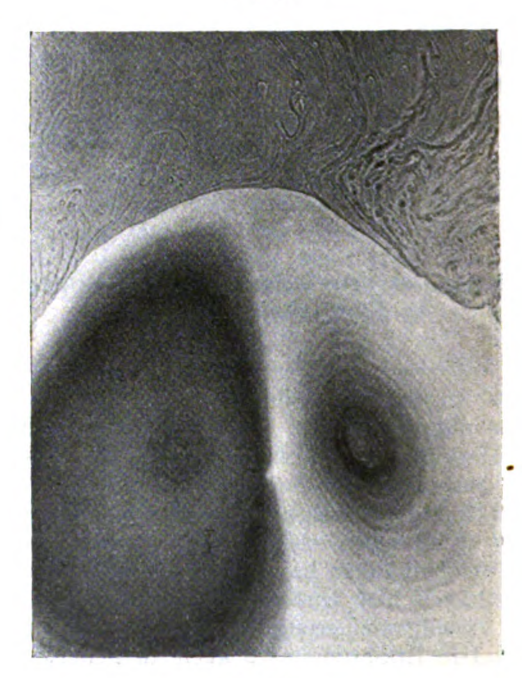


Fig. 4.

die Erscheinung verlief ebenso, wie in lufterfülltem Raum. Die Versuchsanordnung wurde auch sonst mannigfaltig geändert, aber die Wirbel entwickelten sich immer in einer oder anderer Form. Die Erscheinung ist nicht

auf dünne Seitenlamellen beschränkt, man kann sie auch in dickeren Flüssigkeitsschichten hervorrufen.

Es handelt sich nun darum, ob man alle diese Flüssigkeitsbewegungen ohne irgendwelche Theorie in einem erfahrungsmäßigen Gesetz ausdrücken kann. Alle diesbezüglichen Erfahrungen deuten darauf hin, daß man als eigentliche Quelle des Wirbels eine kleine Fläche in der Mitte des geradlinigen Teiles ansehen muß. Hier hat die treibende Kraft den Sitz, welche der Flüssigkeit eine gewisse Bewegungsgröße erteilt. Daß sich aus dieser geradlinigen Bewegung ein Wirbel entfaltet, das hat nichts mit elektrischer Erscheinung zu tun, das folgt ganz einfach aus mechanischen Kräften, welche in der Lamelle walten. Wir müssen also unser Augenmerk nur auf diese kleine Fläche richten, welche wir Wirbelquelle nennen wollen. Diese liegt in dem der Sonde nächstliegenden Teil der Lamelle. Wir brauchen also nur die geradlinige Bewegung in der Wirbelquelle zu bestimmen. Dazu müssen wir bedenken, daß der Strom ein Flächenstrom ist, den man sich in einem System von Stromlinien zerlegt vorstellen kann. Die Lamelle hat zwar kein homogenes Gefüge, doch können wir die Stromlinien annäherungsweise zeichnen. Wenn wir das tun, bemerken wir, daß sich die Flüssigkeit der Wirbelquelle immer in der Stromlinie bewegt. Nur muß noch erforscht werden, in welcher der beiden Richtungen das geschieht.

Dabei müssen wir die Kraftlinien des äußeren Feldes betrachten. Diese Linien spannen sich nämlich zwischen der Wirbelquelle und der Sonde aus, wo sie je ein Ende haben, zwischen denen eine gewisse Potentialdifferenz besteht. Die Richtung der Flüssigkeitsbewegung hängt von dem Vorzeichen dieser Potentialdifferenz ab. Die Flüssigkeit bewegt sich in der Richtung des positiven Stroms, wenn das Potential an der Wirbelquelle höher ist, und in der Richtung des negativen Stroms, wenn das Potential an der Sonde höher ist.

Wir können die Stromfäden auch als Flüssigkeitsfäden uns vorstellen und dann die Erscheinung folgenderweise beschreiben: Schneiden äußere elektrostatische Kraftlinien stromtragende Flüssigkeitsfäden, so bewegt sich die Flüssigkeit von Anode zu Kathode oder umgekehrt, je nachdem die Kraftlinien von der Flüssigkeit ab oder gegen die Flüssigkeit hin gerichtet sind.

Und wenn man schließlich die Influenzwirkung des äußeren elektrostatischen Feldes in Betracht zieht, so lautet das Gesetz in anderer Fassung: Die Flüssigkeit bewegt sich immer so, wie die gebundene (ungleichnamige) Influenzelektrizität durch die elektromotorische Kraft der Lamelle bewegt wird.

Man ersieht aus der Beschreibung, daß zwischen dieser Erscheinung und der elektrischen Endosmose eine Analogie besteht. In beiden Erscheinungsarten wird Flüssigkeit in der Richtung des Stroms oder entgegengesetzt bewegt, nur daß bei unserer Erscheinung die Richtung von dem äußeren Kraftfeld, bei der Endosmose jedoch von der Flüssigkeit und deren Gefäß abhängt.

Es wäre zu früh, eine endgültige Theorie dieser Erscheinungen feststellen zu wollen, aber ich glaube doch, daß eine einfache Erklärung ebenso leicht gegeben werden kann, wie dies für die kataphoretischen und endosmotischen Erscheinungen in der Theorie von Quincke und Helmholtz geschah. In unserer Erscheinung übt das äußere elektrostatische Feld Influenzwirkung auf die Lamelle aus und die Folge ist, daß sich die elektrische Dichte an dem Orte, welchen wir Wirbelquelle nannten, ändert. Wir können voraussetzen, daß sich hier positive oder negative Elektrizitäten sammeln, welche dann durch das Feld der elektromotorischen Kraft in der Richtung des Stroms oder entgegengesetzt dazu bewegt werden.

Freilich möchten wir etwas Näheres erfahren über den Mechanismus der Influenzwirkung. Aber eben diese Erscheinung erweckt in uns die Hoffnung, daß wir vielleicht in die Lage kommen werden, dies ermitteln zu können.

(Eingegangen 16. Januar 1914.)

Über die Elektrizität der Niederschläge.

Von G. C. Simpson.

In ihrer Veröffentlichung „Zur Influenztheorie der Niederschlagselektrizität"[1]) haben die Herren Elster und Geitel betont, daß ein Ausdruck, den ich in meiner jüngst erschienenen Arbeit[2]) gebraucht habe, den Eindruck hervorgerufen habe, als hätten sie bei der Bestimmung des Vorzeichens der Elektrizität in ihrer ursprünglichen Arbeit über diesen Gegenstand einen Fehler gemacht. Ich möchte mein Bedauern darüber ausdrücken, diesen Ausdruck angewandt zu haben, zumal ich bei seiner Niederschrift keineswegs die Absicht hatte, ihm die Bedeutung beizulegen, die den

1) Diese Zeitschrift **14**, 1287, 1913.
2) Diese Zeitschrift **14**, 1057, 1913.



Worten, wie ich nunmehr sehe, innewohnt. Ich wollte nur betonen, daß das Vorzeichen der Niederschlagselektrizität nach der ursprünglichen Theorie von Elster und Geitel, wie sie Herr Schindelhauer anführt, dem Vorzeichen entgegengesetzt ist, welches die verbesserte Theorie ergibt, wie sie Herr Geitel in seinem Braunschweiger Vortrag auseinandergesetzt hat.

Die Influenztheorie der Niederschlagselektrizität beruht durchaus auf der Möglichkeit, daß kleine Wolkenteilchen mit Regentropfen oder Hagelkörnern zu elektrischem Kontakt gelangen, ohne absorbiert zu werden. Daß kleine Wassertropfen voneinander und von der Oberfläche größerer Tropfen abprallen können, ist eine erwiesene und jedem vertraute Tatsache. Ebenso ist die physikalische Erklärung für diese Tatsache die, daß stets zwischen den beiden Oberflächen eine Luftschicht vorhanden ist, und daß die Oberflächen selbst niemals zusammentreffen. Wenn diese Erklärung richtig ist, wie kann dann elektrischer Kontakt vorliegen? In dieser Hinsicht würde nicht der geringste Zweifel bestehen, wenn nicht der Versuch vorläge, den die Herren Elster und Geitel im Jahre 1885 angestellt haben, und auf dem ihre Theorie beruht. Dieser Versuch ist von grundlegender Bedeutung und ist seinerzeit mit folgenden Worten beschrieben worden[1]):

„Daß sehr feine Wassertröpfchen mit einer größeren Wasserfläche in der Tat in leitende Berührung kommen können, ohne mit derselben zusammenzufließen, wurde in folgender Weise experimentell bestätigt: Die metallene Mündung eines Zerstäubers wurde schräg auf eine isolierte Wasserfläche gerichtet, die mit einem Thomsonschen Quadrantenelektrometer leitend verbunden war. Ein zylindrisches Metallrohr von 1½ cm Weite und 2 cm Länge wurde so über die Mündung des Zerstäubers geschoben, daß sich dieselbe in der Mitte des Röhrchens befand. Letzteres war, wie auch der Zerstäuber selbst, zur Erde abgeleitet und verhinderte so, daß irgendwelche störende elektrische Einflüsse erheblich influenzierend auf die die Ausflußöffnung verlassenden Tröpfchen einwirkten. Bei dieser Anordnung wird ein großer Teil des in schräger Richtung auf die Wasserfläche auftreffenden Wasserstaubes von derselben reflektiert. Oberhalb der sich bildenden Dunstwolke wurde eine isolierte Metallkugel von 2 cm Durchmesser aufgestellt, welche je nach Bedürfnis mit dem positiven oder negativen Pole einer Zambonischen Säule von 2000 Plattenpaaren leitend verbunden werden konnte. Es zeigte sich nun, daß, wenn der Zerstäuber in Tätigkeit war, das isolierte Gefäß, in welchem sich die reflektierende Wasserfläche befand, stets eine der Ladung der Metallkugel gleichnamige, mit Skala und Fernrohr nicht mehr zu messende Ladung annahm, während der reflektierte Wasserstaub entgegengesetzt elektrisch wurde. Hieraus folgt, daß nicht etwa ein direkter Übergang der Elektrizität durch die Dunstwolke zur Flüssigkeit stattgefunden hat. Es verhielten sich mithin die von der Wasserfläche abprallenden Wasserkügelchen genau so wie die Tropfen des Thomsonschen Tropfensammlers, und das Gefäß wie der Tropfensammler selbst. Dies ist aber nur möglich, wenn die abfliegenden Tröpfchen bei ihrem Aufprallen mit der Wasserfläche in leitende Berührung kommen."

Dieser Versuch, der im Jahre 1885 überzeugend erschien, ist dies heutzutage keineswegs. Im Jahre 1885 wußte man nichts von der Möglichkeit, Luft durch Zerstäuben von Flüssigkeiten zu ionisieren. Die Erklärung, die man heute geben würde, ist folgende:

Wenn man Wasser in der Weise zerstäubt, wie es Elster und Geitel beschrieben haben, so wird, wie Eve[1]) dargetan hat, die Luft im Gebläse stark ionisiert. Mithin wurden bei dem Versuch die feinen Wasserteilchen in einem Strome ionisierter Luft mitgeführt. Als dieser Strom mit der Wasseroberfläche in dem durch die geladene Kugel über dieser Fläche erzeugten starken elektrischen Felde in Berührung kam, erhielt die Wasserfläche ihre Ladung von den Ionen und nicht von den abprallenden Wassertropfen. Nimmt man an, daß die Kugel positiv geladen war, so würde die Wasserfläche positiv geladen werden, und die Wolke der Wasserteilchen würde nach dem Entweichen aus dem Felde einen kleinen negativen Ladungsrückstand haben. Diese Deutung erklärt die Tatsachen ohne das Abprallen der Wassertropfen; das Ergebnis würde in der Tat dasselbe gewesen sein, wenn die Tropfen alle entfernt worden wären, ehe der Luftstrom mit der Wasserfläche in Berührung gelangte.

Angesichts der theoretischen Schwierigkeiten, zu erklären, wieso ein Tropfen mit einer Wasser- oder Eisfläche in leitender Berührung sein kann, ohne daß eine mechanische Berührung stattfindet, ist es höchst erwünscht, daß

1) Elster u. Geitel, Wied. Ann. **25**, 129, 1885.

1) Phil. Mag. (6) **14**, 382, 1907.



weitere Laboratoriumsversuche angestellt werden.

Einstweilen kann die neue Theorie, so anziehend sie ist, nicht als endgültig angesehen werden.

Simla, Indien, 17. Dezember 1913.

(Eingegangen 5. Januar 1914.)

Bemerkung zu einer Mitteilung des Herrn A. Lo Surdo.

Von J. Stark.

In meiner ersten Mitteilung über den Effekt des elektrischen Feldes auf Spektrallinien ist folgende Stelle enthalten: „Nachdem einmal ein Effekt des elektrischen Feldes auf Spektrallinien für eine große Stärke desselben festgestellt ist, wird es wohl bei Anwendung ausreichender Dispersion gelingen, ihn auch für das schwächere Feld in der ersten Kathodenschicht und in der positiven Säule des Glimmstroms oder Lichtbogens nachzuweisen. Es wird sich zeigen lassen, daß bei beträchtlicher Erhöhung der elektrischen Feldstärke in diesen Stromgebieten gewisse, für den neuen Effekt besonders empfindliche Spektrallinien in Komponenten zerlegt werden."

Herr Lo Surdo hat nun in einer kürzlich erschienenen Notiz[1]) mitgeteilt, daß er an der ersten Kathodenschicht des Glimmstroms in Wasserstoff den neuen Effekt an den für ihn besonders empfindlichen Wasserstofflinien beobachtet hat. Er zitiert wohl meine Abhandlung[2]), weist aber nicht darauf hin, daß das Prinzip der von ihm benutzten Methode bereits von mir angegeben ist.

Es ist vielleicht dem Fernerstehenden gegenüber nicht überflüssig, auf die Nachteile dieser Methode hinzuweisen. Dies um so mehr, als die Mitteilungen der Herren Lo Surdo und Garbasso die Methode nicht allein als eine originelle Leistung des Herrn Lo Surdo hinstellen, sondern sogar die Einfachheit derselben hervorheben.

Die elektrische Feldstärke nimmt von der Kathode weg rasch ab; man erhält darum nur bei stigmatischer Abbildung der ersten Kathodenschicht quer zu ihrer Achse durch den Spektrographen scharfe elektrische Komponenten der von ihr emittierten Serienlinien. Und selbst in diesem Falle verlaufen die Komponenten nicht parallel, wie bei der von mir ausgearbeiteten Methode, sondern sie sind um so mehr gegen die unzerlegte Linie geneigt, je rascher die Feldstärke von der Kathode weg abnimmt. Zudem läßt sich schwer oder gar nicht zu einem im Spektrogramm gemessenen Komponentenabstand die zugehörige Feldstärke ermitteln. Aus diesem Grunde ist die Methode der ersten Kathodenschicht für quantitative Messungen unbrauchbar.

Von mir und Herrn Wendt ist der Längseffekt des elektrischen Feldes bereits Anfang Dezember 1913 beobachtet worden. Die Abhandlung darüber hat Herr Voigt am 20. Dezember 1913 der Kgl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen vorgelegt. Nun schreibt Herr Lo Surdo: „Es gestattet aber meine Methode, den longitudinalen Effekt ohne jede Schwierigkeit zu untersuchen". Unter „meiner Methode" versteht er dabei die oben gekennzeichnete Methode der ersten Kathodenschicht. Er macht indes keine näheren Angaben über die Anwendung dieser Methode auf den Längseffekt. Daß keine Schwierigkeit vorhanden sein soll, erscheint fraglich. Jedenfalls vermisse ich eine Angabe darüber, wie er die Störung durch die Inhomogenität des elektrischen Feldes und durch den Dopplereffekt hierbei in Wirklichkeit vermieden hat. Bei der Beobachtung der Lichtemission der ersten Kathodenschicht in deren Achse lassen sich nämlich die aus verschieden starken Feldern kommenden, überdies mit verschiedenen Geschwindigkeiten bewegten Lichtanteile nicht mehr durch stigmatische Abbildung reinlich trennen; die Komponenten einer Linie müssen darum unscharf erscheinen, und die Angabe einer bestimmten Feldstärke ist in diesem Falle erst recht nicht mehr möglich.

Nach diesen Darlegungen wird wohl auch der Fernerstehende zugeben, daß die Mitteilung des Herrn Lo Surdo keinen Fortschritt in prinzipieller oder quantitativer Hinsicht gegenüber meinen Resultaten und Hinweisen bringt; er wird ferner erkennen, daß die Methode der ersten Kathodenschicht für die Beobachtung des Quer- und noch mehr des Längseffektes zu quantitativen Messungen unbrauchbar ist. Unter diesen Umständen ist es aus sachlichen Gründen nicht zu verstehen, daß Herr Garbasso die von mir aufgefundene neue Erscheinung den Stark-Lo Surdo-Effekt nennt, um so weniger, als Herr Lo Surdo selbst zugibt, daß er erst durch das Lesen meiner ersten Mitteilung über meine Beobachtungen veranlaßt wurde, eine frühere ungeklärte Beobachtung von ihm im Sinne des von mir entdeckten Effektes zu deuten. Und ich darf unter diesen Umständen wohl erwarten, daß kein loyal denkender Fachgenosse dem Beispiele des Herrn Garbasso folgen wird.

Aachen, Physikal. Institut der Technischen Hochschule, 4. Februar 1914.

(Eingegangen 5. Februar 1914.)

1) A. Lo Surdo, diese Zeitschr. **15**, 122, 1914.

2) Der Kgl. Preuß. Akad. d. Wiss. vorgelegt am 20. November 1913.



BESPRECHUNGEN.

Technik des Kriegswesens. (Die Kultur der Gegenwart. Ihre Entwicklung und ihre Ziele. Herausgegeben von P. Hinneberg. Teil IV, Band 12.) gr. 8. XI u. 886 S. mit 91 Abbildungen im Text. Leipzig, B. G. Teubner. 1913. M. 24.—

Das großangelegte Werk enthält dem Hauptteile nach Abschnitte, welche allgemeineres Interesse haben, einige sind auch für den Physiker von besonderem Werte. Als erster wäre hier zu nennen der Abschnitt III: Die Waffentechnik in ihren Beziehungen zur Metallurgie und zur Konstruktionstechnik von W. Schwinning. In sehr klarer Weise werden die für die verschiedenen Waffen nötigen physikalischen Eigenschaften erörtert, sowie die Auswahl und Behandlung der Metalle besprochen, welche diesen Anforderungen Genüge tun. Auch in die Mechanik des Aufbaus der Waffen gibt dieser Abschnitt wertvolle Einblicke.

Es schließt sich an: Die Waffentechnik in ihrer Beziehung zur Optik, von v. Eberhard, in welchem kurz die optischen Instrumente beschrieben werden, die in militärischem Gebrauch sind, wie Visiervorrichtungen, Entfernungsmesser usf. Erschöpfend ist der Abschnitt: Die photographische Kamera, welche z. B. bei Luftschifferkundungen eine große Rolle spielt, nicht behandelt.

Der weitere Abschnitt: Die Waffentechnik in ihrer Beziehung zur Physik und Mathematik, von K. Becker, beschränkt sich gleichfalls, und zwar auf die Ballistik. Es werden die im Gebrauche befindlichen, zur Ermittlung des Gasdruckes, der Temperatur der Pulvergase, Verbrennungsdauer, Bewegung der Waffen während des Schusses dienenden Methoden angegeben, sodann in der äußeren Ballistik die Grundlagen sowohl der rechnerischen wie der experimentellen Methoden zur Ermittlung der Geschoßbahn und Geschwindigkeit. Der Abschnitt gibt einen guten Überblick.

Von wesentlich chemischem Interesse ist der zweite: Die Waffentechnik in ihrer Beziehung zur Chemie, von O. Poppenberg, in welchem sich zunächst ein klarer Überblick über Treibmittel und Explosivstoffe, die Verschiedenheit der Anforderungen, welche die Industrie und der Militärtechniker an diese Stoffe stellen, findet, weiter wird besprochen, inwieweit die letztere durch die vorhandenen Pulver und Sprengstoffe befriedigt werden.

Von den übrigen Abschnitten: Kriegsvorbereitung, Kriegsführung, Technik des Befestigungswesens, Materielle Vorbereitung für den Seekrieg, Flottenpersonal und Seekriegsführung, Einfluß des Kriegswesens auf die Gesamtkultur tritt besonders der letzte von A. Kersting geschriebene nach Inhalt und Sprache hervor.

Neesen.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Freiburg i. Br. Dr. E. A. Ansel für Astronomie und angewandte Mathematik, an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Kurd Endell für Mineralchemie, an der Universität Krakau Dr. A. Galecki für physikalische Chemie, an der Technischen Hochschule Wien Dr. techn. Anton Lackner für darstellende und projektive Geometrie, an der Technischen Hochschule Berlin Professor Dr. Georg Berndt für Physik, an der Technischen Hochschule Berlin der Direktor der chemischen Fabrik Schering und frühere ord. Professor an der Technischen Hochschule Dresden Dr. Hans Bucherer für Praxis der Färberei und des Zeugdruckes, an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Alfred Reis für Physikalische Chemie und Elektrochemie, an der Universität Freiburg i. B. Dr. Walter Madelung für Chemie.

Ernannt: Der Chemiker Dr. D. Wolk de Prémus zum Professor der Chemie industrielle am (neubegründeten) Institut Léonard de Vinci in Paris, R. Stevenson zum Assistant-Professor der Chemie an dem College of the City of New York, der Privatdozent an der Universität München Professor Dr. Heinrich Wieland zum etatsmäßigen a. o. Professor für organische Chemie an derselben Hochschule, der Oberingenieur der Siemens-Schuckert Werke in Berlin Dr.-Ing. Karl Czeija zum ord. Professor des Elektromaschinenbaues an der Technischen Hochschule Braunschweig.

Verliehen: Dem ständigen Mitarbeiter an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Reichardt der Titel Technischer Rat, dem Privatdozenten für Physik an der Universität Berlin Dr. Franz Kiebitz der Titel Professor.

Akademiewahlen: Das ord. Mitglied der Kais. Russ. Akademie in St. Petersburg Fürst Boris Galitzin, der ord. Professor der anorganischen Chemie an der Universität Leiden Dr. Fr. A. H. Schreinemakers, der Professor der Chemie an der Technischen Hochschule Riga Dr. Paul Walden wurden zu korrespondierenden Mitgliedern der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen gewählt.

In den Ruhestand: Der a. o. Professor der Mathematik an der Universität Heidelberg Dr. Karl Köhler (unter gleichzeitiger Ernennung zum ord. Honorarprofessor), der ord. Professor für organische Chemie an der Technischen Hochschule Berlin Geh. Reg.-Rat Dr. Karl Liebermann.

Gestorben: Der ord. Professor der Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Wien Dr. Karl Pichelmayer, der Astronom Sir David Gill in London (früher Direktor des Royal Observatory des Cape of Good Hope), der a. o. Professor der physikalischen Chemie an der Universität Krakau Dr. Ludwik Bruner (am 5. Dez. 1913).

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 5. 1. März 1914. 15. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 6 am 28. Februar 1914.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Frage, ob sich im absoluten Nullpunkt die Entropie beim Mischen ändert. (On the question whether at the absolute zero entropy changes on mixing.)

Von W. H. Keesom.

§ 1. Die Formel für die Entropie des „Grammoleküls" eines Gemisches idealer, nicht reagierender Gase, für deren jedes die Gleichung

$$pV = RT$$

gilt, enthält den Ausdruck

$$-R\Sigma c_1 \log \operatorname{nat} c_1 . \qquad (1)$$

In diesem Ausdruck bedeutet c_1 die im Grammmolekül des Gemisches vorhandene Anzahl von Grammolekülen der ersten Komponente, c_2 die entsprechende Anzahl der zweiten, usf. Σ soll in dieser Arbeit eine Summation über die verschiedenen Komponenten bezeichnen.

Der Ausdruck (1) geht unverändert in die Formel für die Entropie des Gemisches über, wenn dieses aus dem Zustande eines idealen Gases, wie wir ihn oben betrachtet haben, in andere Zustände übergeführt wird.

Nach der Planckschen Fassung des Nernstschen Wärmetheorems nähert sich bei Annäherung der absoluten Temperatur an o die Entropie einer einkomponentigen Substanz in kondensiertem Zustande einem endlichen Werte, der vom Druck und von dem besonderen Aggregatzustande unabhängig ist. Dieser Wert kann als passender Nullpunkt für die Entropie jener Substanz im kondensierten Zustande angenommen werden.

Da es nicht ohne weiteres klar ist, wie bei Annäherung an $T = 0$ die übrigen in dem Ausdruck für die Entropie eines Gemisches auftretenden Glieder einen Ausgleich für das oben verzeichnete Glied liefern können, so könnte man sich denken, daß bei Annäherung an $T = 0$ die Entropie für ein Gemisch nicht o werden könnte, trotzdem dies für die Komponenten der Fall ist.

In solchem Falle würde indessen bei einer Temperatur, die wenig vom absoluten Nullpunkt abweicht, jede reversible isotherme Änderung der Komponenten im kondensierten Zustande einzeln mit einer Wärmeentwicklung oder einer Wärmeabsorption verbunden sein, die sich dem Werte o rascher näherte als die Temperatur. Die reversible Mischung jener Komponenten dagegen würde von einer Wärmewirkung begleitet sein, die sich dem Werte o ebenso schnell nähert wie die Temperatur (oder gelegentlich langsamer als diese). Mit anderen Worten: die Mischungswärme würde von anderer Größenordnung sein als die Wärme jedes einzelnen mit den einzelnen Komponenten vorgenommenen reversiblen isothermen Prozesses.

Es scheint mir natürlicher, anzunehmen, daß auch für ein Gemisch die Entropie in dem absoluten Nullpunkt gleich o ist, falls dies für die Komponenten der Fall ist, indem man diesen Punkt zum Nullpunkt für die betreffenden Entropien wählt[1]).

1) Anmerkung zu dieser Übersetzung: Der Inhalt dieses Aufsatzes wurde von mir am 12. Dez. 1913 in der Sitzung der naturwissenschaftlichen Abteilung der „Genootschap ter bevordering van Natuur-, Genees- en

Wahrscheinlich findet sogar der oben erwähnte Ausgleich bereits im idealen Gaszustande statt, wenigstens dann, wenn das Volumen des Gemisches nicht allzu schnell auf ∞ wächst, während die Temperatur auf o abnimmt.

Im Einklang mit einer Notiz von Nernst[1]) sind wir praktisch zu der Annahme gezwungen, daß für die translatorische Molekularbewegung eines Gases bei der Annäherung an $T=0$ schließlich die Äquipartitionsgesetze nicht mehr gelten. Für die Bestimmung der Temperatur kann man sich dann nicht mehr auf das Gasthermometer verlassen. Ein Verfahren zur Temperaturbestimmung, das dann theoretisch geeignet ist, besteht darin, daß man die Temperatur aus der Energiedichte der Strahlung ableitet, die mit der Molekularbewegung im Gas im Gleichgewicht steht.

Wir wollen das Gleichgewicht zwischen der translatorischen Molekularbewegung des Gases und der Strahlung nacheinander bei zwei Temperaturen, T und $T+dT$, betrachten. Die nächstliegende Annahme ist die, daß einer Zunahme der Energiedichte des Gases eine Zunahme der Energiedichte der Strahlung entspricht, die zu ersterer in einem endlichen Verhältnis steht; mit anderen Worten, daß

$$dU=\gamma T^3 dT \tag{2}$$

ist, wo γ einen endlichen, und bei genügend tiefer Temperatur einen konstanten Wert hat. In dieser Gleichung mag U die Energie des Grammoleküls des Gases darstellen. Es wird angenommen, daß das Molekularvolumen bei Annäherung an $T=0$ nicht ∞ wird.

Aus (2) folgt, daß[2]) für $T=0$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V=0 \tag{3}$$

ist.

Die Gleichung (2) hat dieselbe Form wie die entsprechende Beziehung für einen festen Körper. In der Tat könnte man kaum annehmen, daß das Gleichgewicht zwischen der Molekularbewegung der Gasmoleküle beim Anprall gegen einen festen Körper und der Strahlung durch ein ganz anderes Gesetz bestimmt werden würde als das Gleichgewicht zwischen der Molekularbewegung in einem festen Körper und der Strahlung.

Aus der Gleichung (2) und der Beziehung

$$p=\frac{2U}{3V}, \tag{4}$$

die gültig bleibt, folgt für $T=0$:

$$\text{mithin:}\quad \left.\begin{aligned}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V&=0,\\ \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T&=0,\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

wo S die Entropie darstellt.

Wenn wir nunmehr die Entropieänderung berechnen, die bei der Mischung zweier idealer Gase eintritt (d. h. solcher Gase, in deren Zustandsgleichung keine Glieder auftreten, die vom Volumen und von der gegenseitigen Anziehung der Moleküle abhängen), indem wir annehmen, daß diese Mischung auf reversiblem Wege bei konstanter Temperatur stattfindet, so folgt aus der letztgenannten Beziehung, daß in dem absoluten Nullpunkt die Entropieänderung beim Mischen gleich o ist.

§ 2. Das im vorigen Paragraphen angegebene Theorem läßt sich mit Hilfe von Beziehungen für die Zustandsgleichung eines idealen Gases weiter aufklären, die ich an anderer Stelle[1]) abgeleitet habe. Es erschien mir indessen erwünscht, zur Begründung der Betrachtungen des **§ 1** nicht mehr Annahmen zu machen, als streng erforderlich sind. Es lassen sich nämlich gegen mehrere der speziellen Annahmen, die ich an der genannten Stelle gemacht habe, insbesondere gegen die Anwendung der Methode von Debye, wie sie dort auf ein ideales Gas gemacht worden ist, mehr oder minder ernste Einwände erheben. Immerhin werden die Abweichungen von den Äquipartitionsgesetzen, die sich in der Zustandsgleichung eines idealen einatomigen Gases zeigen werden, durch jene Beziehungen in qualitativer Hinsicht vermutlich richtig angegeben. Ferner glaube ich, daß man mit einiger Zuversicht erwarten darf, daß die Größenordnung jener Abweichungen mit der Größenordnung der Abweichungen übereinstimmen wird, wie sie durch die erwähnten Beziehungen gegeben wird. Aus diesem Grunde scheint es mir nicht ganz überflüssig zu sein, hier anzugeben, was man für die Entropie eines

Heelkunde" zu Amsterdam vorgetragen. Nachdem dieser Aufsatz der Amsterdamer Akademie eingereicht und schon in englischer Übersetzung abgedruckt war, kam zu meiner Kenntnis, daß der Satz, daß das Nernstsche Wärmetheorem auch auf feste Lösungen, isomorphe Mischungen u. dgl. anwendbar ist, von Nernst in der Sitzung der Berliner Akademie vom 11. Dezember unzweideutig ausgesprochen worden war.

1) W. Nernst, diese Zeitschr. **13**, 1066, 1912. Vgl. auch H. Kamerlingh Onnes und W. H. Keesom, Enzykl. Mathem. **5**, 10; Leiden Comm. Suppl. Nr. 23, Fußnote 517.

2) Es sei bemerkt, daß für die Gültigkeit der Gleichung (3) eine mit T^3 proportionale Abnahme von $\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$, wie sie durch Gleichung (2) angegeben wird, nicht erforderlich ist, sondern daß eine Abnahme proportional mit T genügen würde.

1) Leiden Comm., Suppl. Nr. 30a, Mai 1913; diese Zeitschr. **14**, 665, 1913.

idealen Gemisches aus jenen Beziehungen ableiten kann.

a) Aus der Gleichung (1) meiner Arbeit[1]) im Verein mit den Gleichungen (2), (3) und (5) jener Arbeit folgt für ein Gas mit einer Komponente, wenn man molekulare Rotationen und intermolekulare Bewegungen unberücksichtigt läßt[2]),

$$S = \frac{9N}{\nu^3_{max}} \int_0^{\nu_{max}} \left\{ \frac{1}{T} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} - \log \text{nat} \left(1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}\right) \right\} \nu^2 d\nu. \quad (6)$$

Setzt man

$$\xi = \frac{h\nu}{kT}$$

und

$$x = \frac{h\nu_{max}}{kT}, \quad (7)$$

und integriert man partiell über das zweite Glied unter dem Integralzeichen, so geht die Gleichung (6) in

$$S = 3Nk \left\{ \frac{4}{x^3} \int_0^x \frac{\xi^3 d\xi}{e^\xi - 1} - \log \text{nat}\,(1 - e^{-x}) \right\} \quad (8)$$

über.

Das ergibt für große Werte von x:

$$S = 3Nk \left\{ \frac{4\pi^4}{15} \frac{1}{x^3} - 3x \sum_{n=1}^{n=\infty} e^{-nx} \left(\frac{1}{nx} + \frac{4}{n^2x^2} + \frac{8}{n^3x^3} + \frac{8}{n^4x^4} \right) \right\} \quad (9)$$

und für kleine Werte von x:

$$S = -3Nk \left[\log \text{nat}\,(1 - e^{-x}) - \frac{4}{3} \left\{ 1 - \frac{3}{8}x + \frac{3}{5}\frac{B_1}{2!}x^2 - \frac{3}{7}\frac{B_2}{4!}x^4 + \ldots \right\} \right], \quad (10)$$

wo B_1, B_2 ... die Bernouillischen Koeffizienten bezeichnen.

***α*) Tiefe Temperaturen.** Wenn wir von der Entwicklung (9) nur das erste Glied schreiben, können wir

$$x = \frac{\Theta_0}{T}$$

setzen, wo Θ_0 durch die Gleichung (18a) oder (18b) meiner mehrfach genannten Arbeit[3]) gegeben ist. Das ergibt:

$$S = aM^3 V^2 T^3, \quad (11)$$

wenn M das Molekulargewicht bezeichnet und a eine Konstante, die von den Planckschen Konstanten h und k und von der Avogadroschen Konstante abhängig ist.

Nach Gleichung (11) nähert sich bei konstant gehaltenem Volumen die Entropie dem Werte 0 für $T = 0$. Sie nähert sich ihm proportional mit T^3, was mit Gleichung (2) im Einklang steht. Letzteres würde nicht der Fall gewesen sein, wenn die Nullpunktsenergie[1]) nicht in die Theorie eingeführt worden wäre[2]).

***β*) Hohe Temperaturen.** Behält man in der Entwicklung für hohe Temperaturen nur das erste Glied bei, das eine Abweichung von den Äquipartitionsgesetzen ergibt, so erhält man

$$S = -\frac{3Nk}{2} \log \text{nat} \frac{8}{3}\frac{\Theta_0}{T} + 4Nk + \frac{16Nk}{1575}\frac{\Theta_0^2}{T^2}, \quad (13)$$

oder

$$S = Nk \left\{ \frac{3}{2} \log \text{nat}\, \beta M T V^{2/3} + 4 + \frac{1}{700} (\beta M T V^{2/3})^{-2} \right\}, \quad (14)$$

wo β eine von h, k und N abhängige Konstante ist.

Die additive Konstante $Nk\left(4 + \frac{3}{2} \log \text{nat}\, \beta M\right)$, mit der die „chemische Konstante" zusammenhängt, stimmt mit dem Ausdruck überein, den Tetrode[3]) ohne die Annahme einer Nullpunktsenergie erhalten hat.

b) Aus den Gleichungen (11) und (14) können wir, wenn wir wiederum molekulare Rotationen und intramolekulare Bewegungen unberücksichtigt lassen, die Entropie der molekularen Menge eines idealen Gases leicht ableiten, wenn wir annehmen, daß das Gibbssche Theorem gültig bleibt, auch wenn die Äquipartitionsgesetze nicht mehr gelten. Nach diesem Theorem erhält man die Entropie eines solchen Gemisches, wenn man die Entropie für jede einzelne Komponente so berechnet, als ob sie für sich allein in dem Volumen vorhanden wäre, das von dem Gemische eingenommen wird, und die so erhaltenen Werte addiert. Auf diese Weise erhalten wir:

***α*) für tiefe Temperaturen:**

$$S = aT^3 V^2 \sum \frac{M_1^3}{c_1}, \quad (16)$$

1) Diese Zeitschr. 14, 667, 1913.
2) Dieser Ausdruck ist bereits von H. Tetrode angegeben worden. Siehe diese Zeitschr. 14, 212, 1913.
3) Diese Zeitschr. 14, 669, 1913.

1) Siehe a. a. O., § 4, c.
2) Vgl. H. Tetrode, diese Zeitschr. 14, 214, 1913.
3) H. Tetrode, a. a. O.

β) für hohe Temperaturen, unter Beibehaltung des ersten Gliedes, das eine Abweichung von den Äquipartitionsgesetzen ergibt,

$$S = Nk \left\{ \frac{3}{2} \log\text{nat}\, \beta T V^{2/3} + \frac{3}{2} \sum c_1 \cdot \log\text{nat}\, M_1 - \sum c_1 \log\text{nat}\, c_1 + 4 + \frac{1}{700} (\beta T V^{2/3})^{-2} \cdot \sum c_1^{7/3} M_1^{-2} \right\}. \quad (17)$$

Wenn bei konstantem Volumen die Temperatur kontinuierlich abnimmt, beginnt sich bei hinreichend niedrigen Temperaturen [für Dichten von der Größenordnung der normalen Dichte bei äußerst tiefen Temperaturen[1])] eine positive Abweichung vom Äquipartitionswert auszubilden. Diese Abweichung bewirkt, daß in einem Gemisch schließlich auch die Entropie, wie Gleichung (16) lehrt, statt $-\infty$ zu werden, sich proportional mit T^3 dem Werte 0 nähert.

1) Vgl. a. a. O., § 5, b.

(Nach Korrekturbogen von Amsterdam Proc. aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

Leiden, Dezember 1913.

(Eingegangen 27. Januar 1914.)

Strahlung einer Lichtquelle, die sich sehr nahe an der Trennungsfläche zweier durchsichtiger Medien befindet[1]).

Von L. Mandelstam.

§ 1. Die im folgenden beschriebenen Versuche betreffen eine Erscheinung, welche eintritt, wenn eine Lichtquelle sich sehr nahe an der Grenzfläche zweier durchsichtigen Körper befindet, und von welcher die gewöhnlichen Brechungsgesetze keine Rechenschaft geben. Sie besteht im folgenden. Denken wir uns zwei in einer Ebene aneinander grenzende, unendlich ausgedehnte Medien. Im optisch dünneren der beiden soll sich eine punktförmige Lichtquelle befinden. Wenn wir die von ihr ausgehenden Strahlen verfolgen und die Brechung an der Trennungsfläche in gewöhnlicher Weise berücksichtigen, so gelangen wir zum bekannten Resultat, daß im dichteren Medium das Licht nur innerhalb eines Kegels vorhanden ist, dessen Öffnung höchstens das Doppelte des Grenzwinkels φ ($\sin\varphi = n$; n — rel. Brechungsexponent) beträgt.

Die Methode der streifenden Inzidenz zur Bestimmung des Brechungsexponenten gründet sich eben auf die Tatsache, daß im dichteren Medium eine solche — außerordentlich scharfe — Grenze zwischen Hell und Dunkel existiert.

Es zeigt sich nun, daß die Sache anders wird, wenn die Lichtquelle sich nahe an der Trennungsebene befindet. Je mehr der Abstand zwischen beiden abnimmt, desto verwaschener wird die Lichtgrenze. Ist schließlich dieser Abstand klein im Vergleich zu der Wellenlänge, so wird Licht in das dichtere Medium nach allen Richtungen eingestrahlt. Ein Grenzwinkel im gewöhnlichen Sinne existiert dann nicht mehr.

Die genauere Theorie dieses Verhaltens soll weiter unten besprochen werden. Die Überlegungen, auf welche sie sich gründet, will ich dagegen gleich hier anführen. Man übersieht dann sofort die qualitative Seite der genannten Erscheinung.

1. Wenn man eine ebene Welle aus dem dichteren in das dünnere Medium einfallen läßt, so ist bekanntlich auch dann, wenn der Einfallswinkel größer als der Grenzwinkel ist und Totalreflexion eintritt, ein Feld im dünneren Medium vorhanden. Die Amplitude dieses Feldes nimmt sehr stark (expotentiell) mit der Entfernung von der Trennungsebene ab, so daß das Gebiet im dünneren Medium, in welchem das Feld existiert, sich praktisch auf eine Schicht beschränkt, deren Dicke von der Größenordnung einer Wellenlänge ist.

2. Es besteht der folgende allgemeine Reziprozitätssatz (vgl. § 5): Man betrachte zwei verschiedene Fälle: a) Eine punktförmige monochromatische Lichtquelle von einer bestimmten Schwingungsrichtung h und einer Stärke[1]) s befindet sich im Punkte A und erzeugt im Punkte B eine elektrische Feldintensität E. Ihre Komponente in einer Richtung h' sei $E_{h'}$. b) Es befindet sich zweitens eine ebensolche Quelle von der Schwingungsrichtung h' und Stärke s' im Punkte B. Das von ihr im Punkte A erzeugte Feld sei E' mit der Komponente E_h' in der Richtung h.

Der Reziprozitätssatz sagt aus: Wenn $s = s'$, so ist auch $E_h' = E_{h'}$.

1) Dieser Fall ist als elektrisches Problem von A. Sommerfeld in seiner Arbeit „Über die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie" (Ann. d. Phys. 28, 665, 1909) behandelt worden. Der Ausgangspunkt für meine Arbeit war die Frage, welche optischen Erscheinungen unter den entsprechenden Bedingungen auftreten. Ich sehe soeben aus dem Heft vom 22. Dez. der C. R., daß P. Selényi dieselbe optische Erscheinung behandelt hat. Da mein Aufsatz neue Versuche enthält und die genauere Theorie der Erscheinung bringt (Selényi hat eine solche für später in Aussicht gestellt), so veröffentliche ich das schon seit einigen Monaten druckfertige Manuskript ohne Änderungen.

1) Die Stärke einer Lichtquelle wird weiter unten definiert.

Durch 1 und 2 ist offenbar das oben besprochene Verhalten erklärt.

§ 2. Vor der Beschreibung der eigentlichen Versuche möchte ich eine Anordnung erwähnen, die weiter benutzt wird und die zugleich zum Nachweis des bei Totalreflexion in das dünnere Medium eindringende Feld dienen kann. Ich will übrigens gleich hier bemerken, daß dieses Feld schon öfters experimentell untersucht worden ist[1]).

Läßt man Licht auf eine Grenzfläche zwischen Glas und einer fluoreszierenden Flüssigkeit in der Richtung Glas-Flüssigkeit auffallen und vergrößert allmählich den Einfallswinkel, so verschwindet der Fluoreszenzkegel, sobald der Grenzwinkel überschritten ist. Wenn aber die Lösung nicht zu verdünnt ist, so leuchtet die Stelle der Grenzfläche, wo das Licht auffällt, weiter auch dann, wenn man den Grenzwinkel weit überschreitet. Dieses Leuchten zeigt offenbar die Existenz des gesuchten Feldes an. Diese Methode des Nachweises scheint mir dadurch ausgezeichnet zu sein, daß man es hier — der Theorie entsprechend — wirklich mit zwei optisch einheitlichen, beliebig ausgedehnten Medien zu tun hat, die in einer Ebene aneinander grenzen.

Allerdings ist wegen der Absorption in der Flüssigkeit die Reflexion in das erste Medium nicht mehr streng total. Dieser Einwand gilt aber selbstverständlich gegen jede Art des Nachweises des bei „Totalreflexion" in das zweite Medium eindringenden Feldes.

§ 3. Die Versuche über das besprochene Verhalten der nahe an der Trennungsfläche zweier Körper gelegenen Lichtquelle wurden mit der aus Fig. 1 ersichtlichen Anordnung

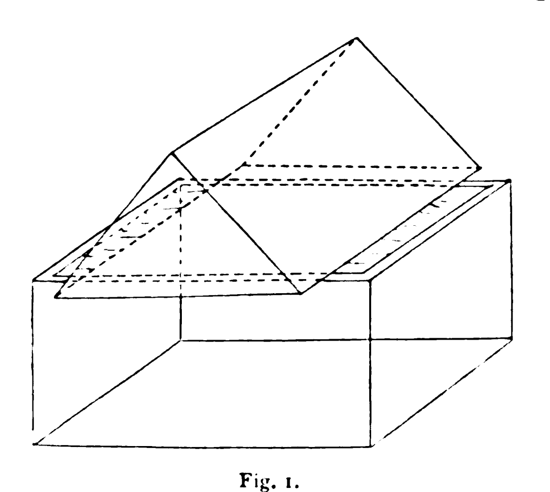


Fig. 1.

1) Cl. Schaefer u. G. Groß, Ann. d. Phys. **32**, 649, 1910. Daselbst Zusammenstellung der übrigen Literatur.

ausgeführt. Auf die Ränder eines parallelepipedischen Glastroges, der bis zum Rand mit einer wässerigen Fluoreszenzlösung gefüllt war, wurde ein rechtwinkliges Glasprisma mit der Hypotenusenfläche so aufgelegt, daß die Flüssigkeit in unmittelbarer Berührung mit der Glasfläche stand. Die ev. auftretenden Luftblasen können durch Nachfüllen der Flüssigkeit bei bereits aufgelegtem Prisma leicht entfernt werden. Die Linse *L* (Fig. 2) entwarf

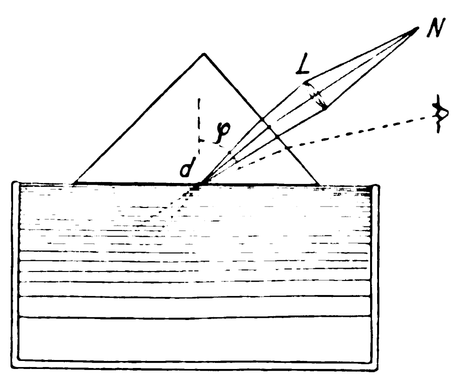


Fig. 2.

das Bild des horizontal gestellten Nernststiftes *N* durch das Prisma hindurch auf der Trennungsebene Glas-Flüssigkeit. Der in die Flüssigkeit eindringende Fluoreszenzkegel dient nun als Lichtquelle für den eigentlichen Versuch.

Man hat also hier, wie erforderlich, eine Lichtquelle, die dicht an der Trennungsebene liegt, oder besser gesagt, deren intensivster Teil dieser Bedingung genügt; denn der Kegel des Fluoreszenzlichtes ist auch im Innern der Flüssigkeit auf eine gewisse Strecke sichtbar.

Man beobachtet nun das Fluoreszenzbild in *d* (Fig. 2) am besten von derselben Seite, von der auch das fluoreszenzerregende Licht auffällt, indem man aus seiner Einfallsebene etwas herausgeht.

Ist zunächst der Winkel φ (Fig. 2) klein, so sieht man ein recht starkes Leuchten. Geht man allmählich zu größeren Beobachtungswinkeln φ über, so verschwindet an einer bestimmten Stelle ziemlich plötzlich der größte Teil der Intensität. Dies tritt ein, wenn der Winkel φ gleich dem Grenzwinkel Glas-Flüssigkeit geworden ist. Ein Teil der Intensität bleibt aber übrig und dieser Teil nimmt nur sehr langsam mit der weiteren Vergrößerung von φ ab. Die Deutung des Versuches ist die folgende: Die bleibende Intensität rührt her von demjenigen Teil der Lichtquelle, welcher sich in einer sehr kleinen Entfernung von der Trennungsebene befindet. Für diesen Teil

gibt es keinen Grenzwinkel. Wie klein diese Entfernung sein muß, läßt sich schätzungsweise entnehmen aus dem Verhältnis der beim Überschreiten des Grenzwinkels nicht verschwindenden zu der gesamten vor dem Überschreiten vorhandenen Intensität. Die eben angeführte Deutung wird bestätigt durch einen zweiten Versuch.

Nämlich: Man vergrößert den Einfallswinkel des fluoreszenzerregenden Strahls soweit, daß Totalreflexion eintritt. Dann dringt das Licht in die fluoreszierende Flüssigkeit nur bis zu einer sehr kleinen Tiefe ein. Die — jetzt außerordentlich dünne — fluoreszierende Schicht dient wiederum als Lichtquelle.

Man konstatiert zunächst, daß jetzt die gesamte Intensität des Fluoreszenzbildes ungefähr ebenso groß ist wie diejenige, welche im ersten Versuch beim Überschreiten des Grenzwinkels zurückblieb. Das ist offenbar durch die kleine Gesamtdicke der leuchtenden Schicht bedingt.

Beobachtet man nun wie beim ersten Versuch, indem man zu immer größeren Beobachtungswinkeln übergeht, so findet man im Gegensatz zum ersten Versuch keine Richtung, bei der die Intensität eine plötzliche Änderung erleidet. Denn hier liegt die ganze Lichtquelle dicht an der Trennungsebene.

Durch eine kleine Modifikation des Versuchs kann man sich so einrichten, daß man gleichzeitig nebeneinander zwei Lichtquellen hat, von denen die eine ganz nahe an der Trennungsfläche, die andere dagegen im wesentlichen weit davon liegt.

Das erregende Licht (vgl. Fig. 3) durch-

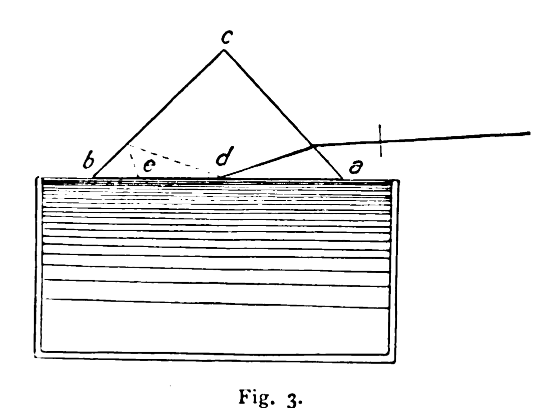


Fig. 3.

setzt nochmals, nachdem es von *ab* und *bc* reflektiert worden ist, die Grenzebene unter einem kleinen Winkel und dringt bei *e* in die Flüssigkeit ein. Das Fluoreszenzlicht ist hier in der Richtung des Strahls ausgedehnt wie beim ersten Versuch, aber dennoch verhältnismäßig schwach, weil das zweimal reflektierte Licht selbst schwach ist. Man beobachtet die beiden Bilder *d* und *e*. Beim Überschreiten des Grenzwinkels ändert sich, wie bereits besprochen wurde, die Intensität bei *d* nicht merklich. Dagegen verschwindet das Bild *e* so gut wie vollständig; denn hier ist die dünne, an der Trennungsebene unmittelbar anliegende Schicht zu wenig intensiv, um bequem wahrgenommen zu werden. Beim genauen Beobachten bemerkt man übrigens auch hier ein schwaches Leuchten.

Zur Theorie.

§ 4. Im Punkte *A* des dünneren Mediums I (Fig. 4) befindet sich die monochromatische

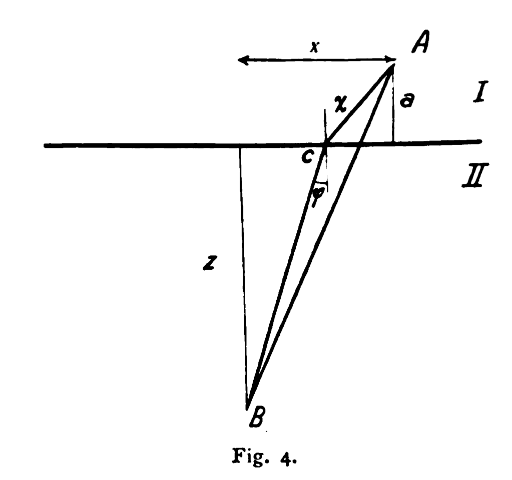


Fig. 4.

Lichtquelle. Es soll das Feld im Punkte *B* des Mediums II bestimmt werden.

Wir nehmen an, daß der Beobachtungspunkt *B* in einem im Verhältnis zur Wellenlänge sehr großen Abstand *z* von der Grenzebene gelegen ist. Der Abstand *a* (vgl. Fig. 4) soll der Einfachheit wegen klein im Verhältnis zu *z* sein. Bezüglich des Verhältnisses von *a* zur Wellenlänge soll keine Beschränkung auferlegt werden.

Der Gang der Berechnung des von der Quelle *A* im Punkte *B* erzeugten Feldes ist der folgende: Wir denken uns in *B* eine Lichtquelle angebracht. Von dieser gehen gewöhnliche Kugelwellen aus, da sie sich weit von der Trennungsebene befindet. Sie werden an der Grenzebene gebrochen. Die Amplitude der gebrochenen Welle kann in gewöhnlicher Weise nach den Fresnelschen Formeln (wir sehen von der Absorption ab) für ebene Wellen berechnet werden. Man hat also das Feld, welches im Punkte *A* von der supponierten, in *B* gelegenen Quelle erzeugt wird, gefunden. Da die Entfernung *a* klein im Vergleich zu *z*

ist, so kann man als Einfallswinkel für die Strahlen, die nach der Brechung den Punkt A treffen, den Winkel ansetzen, den die Verbindungslinie AB mit der Normalen bildet. Aus demselben Grunde kann die Abnahme der Amplitude, die auf dem Weg von der Trennungsebene bis zum Punkte A wegen der Divergenz des Bündels stattfindet, unberücksichtigt bleiben.

Hat man auf diese Weise das Feld der Quelle B im Punkte A ermittelt, so läßt sich durch Anwendung des bereits angeführten Reziprozitätssatzes sofort das gesuchte Feld der Quelle A im Punkte B finden.

Wir bezeichnen mit E bzw. H das elektrische bzw. magnetische Feld, welches von einer in der y-Richtung ($\perp x, z$-Ebene) schwingenden, punktförmigen, monochromatischen Lichtquelle herrührt. Eine solche Quelle kann z. B. durch ein schwingendes Elektron realisiert gedacht werden. Sie befinde sich in einem unendlich ausgedehnten Medium. Wir setzen

$$k^2 = \frac{\varepsilon \nu^2 + i \nu \sigma}{c^2},$$

wo c die Lichtgeschwindigkeit, ν die zyklische Schwingungszahl, ε die Dielektrizitätskonstante, σ die Leitfähigkeit. Die magnetische Permeabilität sei $= 1$.

Die in Heavisideschen Einheiten geschriebenen Maxwellschen Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon \dot{E} + \sigma E &= c \operatorname{rot} H \\ \dot{H} &= - c \operatorname{rot} E \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

liefern dann in bekannter Weise nach Hertz (vgl. z. B. Sommerfeld l. c.):

$$\left.\begin{aligned} & H_z = \frac{\partial \pi}{\partial x}, \quad H_x = -\frac{\partial \pi}{\partial z}, \quad H_y = 0, \\ & E_z = \frac{i \nu}{c} \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 \pi}{\partial z \partial y}; \quad E_x = \frac{i \nu}{c} \frac{1}{k^2} \frac{\partial^2 \pi}{\partial x \partial y}; \\ & E_y = -\frac{i \nu}{c} \frac{1}{k^2} \left(\frac{\partial^2 \pi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \pi}{\partial z^2} \right), \\ & \text{wobei} \\ & \pi = \frac{s \cdot e^{ikR}}{R} \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

gesetzt ist. R bedeutet die Entfernung von der Quelle. Der Zeitfaktor $e^{-i\nu t}$ ist weggelassen. Die Konstante s bezeichnen wir als die Stärke der Lichtquelle.

Wir denken uns jetzt in B eine Quelle angebracht, deren Schwingungen senkrecht zur Zeichenebene erfolgen. Ihre Stärke sei $= 1$.

Im Punkte c ist der elektrische Vektor $=$

$$i \cdot \frac{\nu}{cr} e^{i k_1 r},$$

wenn r die Entfernung Bc bedeutet.

Die gebrochene Welle E in A ist nach Fresnel gegeben durch

$$E = \frac{2 \nu i \sin \chi \cos \varphi}{cr \sin (\varphi + \chi)} e^{i(k_2 \sin \varphi x + k_2 \cos \varphi z + k_1 \cos \chi a)}, \quad (3)$$

wenn a die Entfernung von A von der Grenzebene ist.

Wir wenden den Reziprozitätssatz an und erhalten das Resultat:

Befindet sich im Punkte A eine senkrecht zur Zeichenebene schwingende Lichtquelle, so sendet sie in das Medium II eine Welle, die in einer großen Entfernung die Form (3) hat.

Nun sind zwei Fälle zu unterscheiden:

1. $\sin \varphi < n$: Dann ist die Amplitude $\mathfrak{A}$ offenbar gegeben durch

$$\mathfrak{A} = \frac{2 \nu \sin \chi \cos \varphi}{\sin (\varphi + \chi)}, \quad (4)$$

wobei

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \chi} = n$$

ist.

2. Der zweite, uns speziell interessierende Fall tritt ein, wenn $\sin \varphi > n$ ist.

Die Formel behält auch hier ihre Gültigkeit. Man hat nur zu setzen:

$$\sin \chi = \frac{\sin \varphi}{n}, \quad \cos \chi = i \sqrt{\left(\frac{\sin \varphi}{n}\right)^2 - 1}$$

und in gewöhnlicher Weise zum reellen Teil überzugehen. Tut man dies, so wird die Amplitude $\mathfrak{A}$ in diesem Falle:

$$\mathfrak{A} = \frac{2 \nu}{cr} \frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - n^2}} e^{-\frac{2 \pi a}{\lambda_1} \sqrt{\left(\frac{\sin \varphi}{n}\right)^2 - 1}}. \quad (4a)$$

k_1 ist $= \frac{2\pi}{\lambda_1}$ gesetzt; denn es wird angenommen, daß das Medium absorptionsfrei ist; dabei bedeutet λ_1 die Wellenlänge in I.

Ganz analog lassen sich die Amplituden für die beiden anderen Schwingungsrichtungen der Lichtquelle berechnen. Es ergibt sich:
für die Lichtquelle, in welcher die Schwingungen senkrecht zur Trennungsebene erfolgen:

$$\mathfrak{A} = \frac{2 \nu}{cr} \frac{\sin^2 \chi \cos \varphi}{\sin (\varphi + \chi) \cos (\varphi - \chi)} \qquad \sin \varphi < n \quad (5)$$

$$\mathfrak{A} = \frac{2 \nu}{cr} \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{\sqrt{(\sin^2 \varphi - n^2 \cos^2 \varphi)(1 - n^2)}} e^{-\frac{2 \pi a}{\lambda_1} \sqrt{\frac{\sin^2 \varphi}{n^2} - 1}}$$

$$\sin \varphi > n \quad (5a)$$

Und schließlich für eine Lichtquelle, die in der Zeichenebene und parallel zur Trennungsfläche schwingt

$$\mathfrak{A} = \frac{2\nu \sin\chi \cos\chi \cos\varphi}{c\,r \sin(\varphi+\chi)\cos(\varphi-\chi)} \qquad \sin\varphi < n \tag{6}$$

$$\mathfrak{A} = \frac{2\nu}{c\,r} \cdot \frac{\sqrt{\sin^2\varphi - n^2}\cdot\cos\varphi}{\sqrt{(\sin^2\varphi - n^2\cos^2\varphi)(1-n^2)}}\, e^{-\frac{2\pi a}{\lambda_1}\sqrt{\frac{\sin^2\varphi}{n^2}-1}} \qquad \sin\varphi > n \tag{6a}$$

Die entsprechenden Phasen lassen sich ebenfalls ganz einfach berechnen, doch soll darauf nicht näher eingegangen werden.

Betrachtet man die Ausdrücke (4a, 5a, 6a), welche nach dem Überschreiten des Grenzwinkels gelten, so sieht man, daß der beim Passieren des Grenzwinkels stattfindende Abfall der Intensität schnell oder langsam erfolgt, je nachdem $\frac{a}{\lambda_1}$ eine große oder eine kleine Zahl ist. Ist $\frac{a}{\lambda_1}$ sehr groß, so fällt die Intensität praktisch sofort auf Null. Das ist das gewöhnliche Verhalten, bei welchem eine scharfe Grenze zwischen Hell und Dunkel existiert. Ist dagegen $2\pi\frac{a}{\lambda_1}$ nicht groß, so erfolgt der Abfall nur langsam. Dieser Fall entspricht dem oben beschriebenen Versuch II. Daß bei diesem Versuch die Lichtquelle ausgedehnt ist und nicht punktförmig, ändert hierbei nichts Wesentliches.

In der Fig. 5 sind die nach 4 und 4a be-

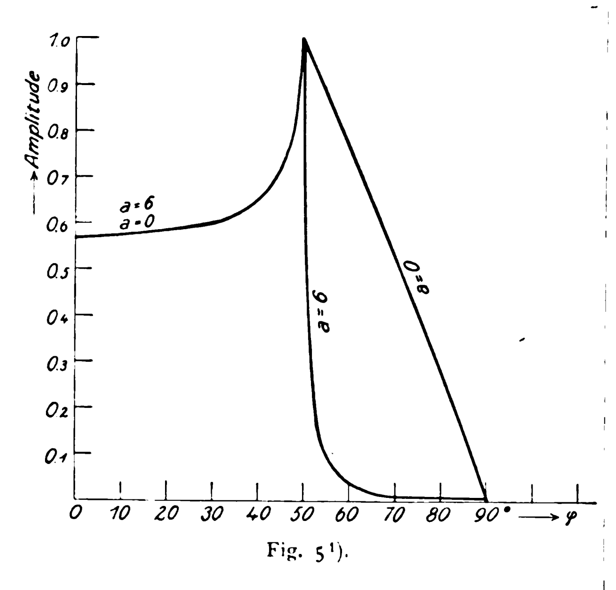


Fig. 5[1]).

rechneten Amplituden in relativem Maß als Funktion der Beobachtungswinkel aufgetragen, für den rel. Brechungsindex ca. $^3/_4$ und für Werte von $\frac{2\pi a}{\lambda_1} = 0$ und 6, bzw. für $a = 0$ und $a =$ ca. λ.

Der Reziprozitätssatz.

§ 5. Der in § 1 formulierte und zur Ausrechnung der Amplituden angewandte Reziprozitätssatz ist von H. A. Lorentz[1]) abgeleitet worden. Die hier benutzte Formulierung weicht etwas von der Lorentzschen ab. Ich will deshalb kurz den Beweis, welcher übrigens ebenfalls im wesentlichen mit dem von Lorentz gegebenen übereinstimmt, angeben.

Die Felder, die von den Quellen A bzw. B herrühren, bezeichnen wir mit E, H bzw. E', H'. Sowohl E und H, wie auch E' und H' genügen den Maxwellschen Gleichungen überall, ausgenommen in den Punkten A bzw. B selbst. Wir schließen diese Punkte durch kleine Kugeln aus. Der übrig bleibende, unendliche Raum sei Ω. Wir denken uns zunächst die Gl. (1) für E und H angeschrieben; multiplizieren die erste skalar mit E', die zweite mit H' und subtrahieren die zweite von der ersten. Von der erhaltenen Beziehung subtrahieren wir eine ganz analoge, in welcher die gestrichenen und die ungestrichenen Größen vertauscht sind.

Da $\frac{\partial}{\partial t} = -i\nu$ ist, so fällt die ganze linke Seite dabei weg. Wir integrieren nun über den ganzen Raum Ω. Indem wir jetzt das Raumintegral in ein Oberflächenintegral verwandeln, erhalten wir

$$\int([E'H]_n - [EH']_n)\,d\sigma = 0. \tag{7}$$

$[\ ]_n$ bezeichnet die Normalkomponente des Vektorprodukts.

Die Integration erstreckt sich über die Oberfläche im Unendlichen und über die Oberflächen der beiden Kugeln. Der erste Teil kann unberücksichtigt bleiben (vgl. H. A. Lorentz l. c.).

Die Integrale über die beiden Kugeloberflächen für verschwindenden Radius können leicht berechnet werden.

Man muß dabei nur berücksichtigen, daß das Feld einer Quelle, die sich im Zentrum einer solchen Kugel befindet, in der unmittelbaren Nähe der Quelle, also auch auf der Oberfläche der verschwindend kleinen Kugel durch die Gl. (2) gegeben ist. Denn darin besteht überhaupt die Definition der punktförmigen Lichtquelle[2]).

1) In der Figur ist irrtümlicherweise a an Stelle von $\frac{2\pi a}{\lambda_1}$ geschrieben.

1) H. A. Lorentz, Versl. K. Ak. van Wet., S. 345, 1905.

2) Der Fall, daß die Quelle in der Trennebene liegt, soll ausgeschlossen bleiben.

Führt man nun die Integration (7) aus, so erhält man

$$s E_k' = s' E_h\,, \tag{8}$$

wenn h und h' die Richtungen bezeichnen, in denen die Schwingungen der Quelle A bzw. B erfolgen. Die Beziehung (8) spricht den Reziprozitätssatz aus.

§ 6. Beziehung zur Theorie von A. Sommerfeld.

Sommerfeld hat die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie[1]) behandelt. Dieses Problem ist an sich von dem entsprechenden, rein optischen Problem selbstverständlich nicht verschieden. Daß man in der drahtlosen Telegraphie mit den gewöhnlichen optischen Formeln nicht auskommt, liegt daran, daß bei ihr der Fall einer Quelle, die sich sehr nahe an der Trennungsebene zweier Medien befindet, vorliegt; ein Fall, welcher eben in der Optik nicht vorkam. In der Arbeit von Sommerfeld und in der sich an diese anschließenden Arbeit von v. Hoerschelmann ist nun die allgemeine Lösung für diesen Fall gegeben worden. Dadurch ist aber die Frage nicht erledigt. Denn wie Sommerfeld selbst ausdrücklich betont, liegt die Schwierigkeit nicht in der Aufstellung, sondern in der Diskussion der Lösung. Nun diskutiert Sommerfeld die Lösung, der Natur seiner Aufgabe gemäß, nur für den Fall, daß auch der Punkt, in dem das Feld gesucht wird, sich in einem kleinen Abstand von der Trennungsebene befindet. Wesentlich ist namentlich die Kenntnis des Feldes in Abständen, die vergleichbar bzw. klein im Verhältnis zur Wellenlänge λ sind. Hier bilden sich, wie Sommerfeld gezeigt hat, Oberflächenwellen aus, die, nebenbei bemerkt, auch vielleicht auf rein optischem Gebiete zu interessanten Erscheinungen Veranlassung geben können. Die Ausdrücke von Sommerfeld gelten auch noch für Abstände von der Grenzebene, die zwar groß sind im Vergleich zu λ, aber dennoch klein gegen die Entfernung von der Quelle sind, sie gelten mit anderen Worten nur für Beobachtungswinkel, die sehr nahe an $\frac{\pi}{2}$ liegen. Außerdem sind die Formeln nur für vertikale Schwingungen abgeleitet und es ist vorausgesetzt, daß die Quelle in der Trennungsebene selbst gelegen ist.

Im Gegensatz dazu beschränken wir uns von vornherein auf Beobachtungspunkte, die in einem im Verhältnis zu λ großen Abstand von der Grenzfläche liegen, wie es den beschriebenen Versuchen auch entspricht. Dadurch werden die Verhältnisse bedeutend einfacher. Man kann hier das Feld, wie oben gezeigt worden ist, für beliebige Beobachtungswinkel und willkürliche Schwingungsrichtungen und Lagen der Quelle durch Kombination der Fresnelschen Formeln mit dem Reziprozitätssatz finden, ohne daß man auf die allgemeine Lösung von Sommerfeld zurückgreift. Für diesen Fall scheint übrigens die Diskussion seiner Lösung auch einfach zu sein.

Die Sommerfeldschen und die hier mitgeteilten Formeln ergänzen sich somit gegenseitig.

Für Beobachtungswinkel, die sehr nahe an $\frac{\pi}{2}$ liegen, aber von $\frac{\pi}{2}$ verschieden sind, gelten beide; hier ist also ein Vergleich möglich. Zu diesem Zweck hat man im Ausdruck (5a) $a = 0$ und $\varphi = \frac{\pi}{2} - \psi$ (ψ sehr klein) zu setzen. Der so erhaltene Wert ist offenbar mit dem elektrischen Feld zu vergleichen, das man aus dem Sommerfeldschen Q_2 (l. c. [34a] p. 700) erhält (wobei nur die Glieder mit z berücksichtigt werden müssen), oder, was dasselbe ist, mit seinem Ausdruck E_z ([35a] p. 702), in welchem k_1 und k_2 vertauscht sind und $k_1^2 + k_2^2$ durch $2k_2^2$ ersetzt ist[1]).

Der Vergleich zeigt, daß unsere Formel (5a) wirklich in die Sommerfeldsche übergeht.

1) A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. **28**, 665, 1909.

1) Bei Sommerfeld liegt nämlich die Quelle in der Trennungsebene selbst; bei uns liegt sie ganz im Medium I. Vgl. Sommerfeld, l. c. und v. Hörschelmann, Jahrb. d. drahtl. Telegraph. **5**, 14, 1911.

Straßburg i. Els., Physik. Institut.

(Eingegangen 9. Januar 1914.)

Lichtfortpflanzung in inhomogenen Medien. (Theorie der Lippmannschen Farbenphotographie.) II[1]).

Von K. Försterling.

In einer früheren Arbeit hatte ich ebene, homogene, transversale Wellen, welche sich in einem Körper parallel der Z-Achse fortpflanzen, wenn die Dielektrizitätskonstante ebenfalls mit z variiert, behandelt. In dieser Arbeit soll die Dielektrizitätskonstante ε wiederum nur eine Funktion von z sein, die Wellennormale soll aber jetzt beliebig in der XZ-Ebene liegen. Unsere Formeln werden also diejenigen der früheren Arbeit als Spezialfall enthalten. Leider ist dort bei der nachträglichen Einführung der

1) I: diese Zeitschr. **14**, 265, 1913.

Abkürzungen $\mathfrak{r}$ und $\mathfrak{d}$ ein Versehen vorgekommen, so daß zwar die Resultate richtig blieben, aber doch einige Formeln, namentlich (3) und (5), entstellt sind.

1. Differentialgleichungen und Grenzbedingungen. Unserer Annahme gemäß sind die elektrische Feldstärke $\mathfrak{E}$: (X, Y, Z) und die magnetische Feldstärke $\mathfrak{H}$ (A, B, C) nur Funktionen von x und z. Zugelassen werden nur zeitlich periodische Funktionen von der Form $e^{i\nu t}$ als Lösungen der Maxwellschen Gleichungen. Aus ihnen folgen dann für die einzelnen Komponenten die Differentialgleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
-\nu^2\frac{\varepsilon}{c^2}X &= \frac{\partial^2 X}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 X}{\partial z^2}+\frac{\partial Z}{\partial x}\frac{\partial\varepsilon}{\partial z},\\
-\nu^2\frac{\varepsilon}{c^2}Y &= \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 Y}{\partial z^2},\\
-\nu^2\frac{\varepsilon}{c^2}Z &= \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}+\frac{\partial Z}{\partial z}\frac{\partial\varepsilon}{\partial z}+Z\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial z^2},\\
-\nu^2\frac{\varepsilon}{c^2}A &= \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 A}{\partial z^2}-\left(\frac{\partial A}{\partial z}-\frac{\partial C}{\partial x}\right)\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial z},\\
-\nu^2\frac{\varepsilon}{c^2}B &= \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 B}{\partial z^2}-\frac{\partial B}{\partial z}\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial z},\\
-\nu^2\frac{\varepsilon}{c^2}C &= \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 C}{\partial z^2}.
\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Die Grenzbedingungen bestehen darin, daß bei $+\infty$ keine Lichtquellen vorhanden sein sollen. Um diese Annahme im allgemeinsten Falle mathematisch zu formulieren, müßte man den zeitlichen Anfangszustand vorgeben, während wir uns hier auf rein periodische Vorgänge beschränkt haben. Wir wollen daher stets voraussetzen, daß bei $+\infty$ das Medium homogen ist (daß also im positiv Unendlichen keine Reflexionen mehr stattfinden), und verlangen, daß sich dort eine ebene Welle mit der Normalen in der x, y-Ebene fortpflanzt, also $\mathfrak{E}$ und $\mathfrak{H}$ die Form haben:

$$\left.\begin{aligned}
&D e^{i\nu(t-n_3(a_3 x+c_3 z))},\\
&n=\sqrt{\varepsilon_{z=\infty}},\quad a^2{}_3+c^2{}_3=1.
\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Am einfachsten sind in (1) die Gleichungen für Y, B und C. Es genügt nun, diese Gleichungen zu behandeln und dann mittels der Differentialgleichungen:

$$i\nu\frac{\varepsilon}{c}X=-\frac{\partial B}{\partial z},\qquad i\nu\frac{\varepsilon}{c}A=+\frac{\partial Y}{\partial z},$$

$$i\nu\frac{\varepsilon}{c}Z=+\frac{\partial B}{\partial x}$$

durch Differentiation X, Z und A zu finden.

Die Gleichungen für Y und C führen auf die Form:

$$-\nu^2\varepsilon(z)U=\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}, \quad (3)$$

während für B gilt:

$$-\nu^2\varepsilon(z)u=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-\frac{\partial u}{\partial z}\frac{1}{\varepsilon}\frac{\partial\varepsilon}{\partial z}. \quad (4)$$

Indem man den Ansatz macht:

$$\left.\begin{aligned}
U(x,z)&=V(x)W(z),\\
u(x,z)&=v(x)w(z)
\end{aligned}\right\} \quad (5)$$

erhält man leicht für V, W, v, w die Bestimmungsgleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
-\nu^2[\varepsilon(z)-p^2]&=\frac{1}{w}\frac{d^2 W}{dz^2},\\
-\nu^2 p^2&=\frac{1}{v}\frac{d^2 V}{dx^2}\\
\text{und}\qquad
-\nu^2[\varepsilon(z)-q^2]&=\frac{1}{w}\frac{d^2 w}{dx^2}+\frac{1}{w}\frac{dw}{dz}\varepsilon\frac{d\frac{1}{\varepsilon}}{dz},\\
-\nu^2 q^2&=\frac{1}{v}\frac{d^2 v}{dx^2},
\end{aligned}\right\} \quad (6)$$

wobei p^2 und q^2 willkürliche Konstanten bedeuten.

Im Hinblick auf die Grenzbedingung (2) folgt:

$$V=Te^{-i\nu p x},\quad v=T'e^{-i\nu q x},$$
$$p=q=n_3 a_3\quad (T \text{ und } T' \text{ Konstanten}).$$

Diese letzte Gleichung enthält ersichtlich das Brechungsgesetz.

Den Gleichungen für W und w suchen wir zu genügen durch:

$$\begin{aligned}
W&=A e^{-i\nu\omega_-(z)}+B e^{+i\nu\omega_+(z)}=W_-+W_+,\\
w&=A' e^{-i\nu\omega_-'(z)}+B' e^{+i\nu\omega_+'(z)}=w_-+w_+.
\end{aligned} \quad (7)$$

Hierbei genügen

$$\zeta_{\mp}=\frac{d\omega_{\mp}}{dz}\quad\text{und}\quad\eta=\frac{d\omega_{\mp}'}{dz}$$

den Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
-\nu^2(\varepsilon(z)-p^2)&=-\nu^2\zeta_{\mp}{}^2\mp i\nu\frac{d\zeta_{\mp}}{dz},\\
-\nu^2(\varepsilon(z)-p^2)&=-\nu^2\eta_{\mp}{}^2+i\nu\frac{d\eta_{\mp}}{dz}\mp\\
&\qquad\mp i\nu\varepsilon\frac{d\frac{1}{\varepsilon}}{dz}\eta.
\end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Oder wenn man

$$\frac{\eta}{\varepsilon}=\xi \quad (9)$$

setzt:

$$-\frac{1}{\varepsilon(z)}\nu^2(\varepsilon(z)-p^2)=-\nu^2\varepsilon(z)\xi_{\mp}{}^2+i\nu\frac{d\xi_{\mp}}{dz}. \quad (8a)$$

Über die in $\zeta_{\mp}$ resp. $\xi_{\mp}$ enthaltene Integrationskonstante können wir beliebig verfügen, da unser Ansatz (7) schon zwei willkürliche Konstanten enthält.

ζ_+ und ξ_+ können als überall endlich und

stetig angesehen werden. Da nämlich $\varepsilon(z)$ überall endlich ist, so müßte ζ_+ und $\frac{d\zeta_+}{dz}$ bzw. ξ_+ und $\frac{d\xi_+}{dz}$ zugleich unendlich werden. In der Nähe dieser Stelle würde in Annäherung sich offenbar ergeben:

$$\zeta_+ = + \frac{1}{i\nu z + a}, \qquad \xi = + \frac{1}{i\nu \int \varepsilon(z)\,dz + b},$$

wobei a und b willkürliche Konstanten sind. Hieraus folgt, daß ζ_+ und ξ_+ für reelle z bei passender Wahl von a und b überhaupt nicht unendlich werden, z. B. bei reellem $\varepsilon(z)$, wenn a und b auch reell gewählt werden. Da nun aber a und b vollkommen willkürlich zu wählen sind, so wollen wir sie stets so festsetzen, daß ζ_+ und ξ_+ für alle reellen z endlich bleiben. Dasselbe gilt dann auch für $\frac{d\zeta_+}{dz}$ und $\frac{d\xi_+}{dz}$. Somit bleiben ζ_+ und ξ_+ auch stetig.

2. Form der allgemeinen Lösung. Die willkürlichen Konstanten A und B sind nun aus der Grenzbedingung (2) zu bestimmen, wonach das für den ganzen Raum gültige Integral in das nur für $z > z_2$, wo $\varepsilon(z)$ den konstanten Wert ε_3 hat, gültige übergehen muß. Das ist bei gewöhnlichen Differentialgleichungen zweiter Ordnung offenbar erfüllt, wenn für irgendein $z_2' > z_2$ gilt:

$$\left.\begin{aligned} W &= W_+ + W_- = W_3, \\ \frac{dW}{dz} &= \frac{dW_+}{dz} + \frac{dW_-}{dz} = \frac{dW_3}{dz}; \\ w &= w_+ + w_- = w_3, \\ \frac{dw}{dz} &= \frac{dw_+}{dz} + \frac{dw_-}{dz} = \frac{dw_3}{dz}. \end{aligned}\right| \qquad (10)$$

Die folgenden Entwicklungen sind formal für W und w dieselben, so daß man am Schluß von einem zum andern übergehen kann, indem man ζ mit η vertauscht.

Sind die Werte von ζ_-, ζ_+ und W in z_2': ζ_1', ζ_2', W', so erhält man aus (10)

$$W_-' = \frac{\zeta_2' + c_3 n_3}{\zeta_2' + \zeta_1'} W_3', \quad W_+' = \frac{\zeta_1' - c_3 n_3}{\zeta_2' + \zeta_1'} W_3',$$
$$n_3 = \sqrt{\varepsilon_3}.$$

Für ein beliebiges z gilt also:

$$\left.\begin{aligned} W = \Bigg\{ & \frac{\zeta_2' + c_3 n_3}{\zeta_1' + \zeta_2'} e^{-i\nu \int_{z_2'}^{z} \zeta_-(z)\,dz} + \\ & + \frac{\zeta_1' - c_3 n_3}{\zeta_1' + \zeta_2'} e^{+i\nu \int_{z_2'}^{z} \zeta_+(z)\,dz} \Bigg\} W_3'. \end{aligned}\right| \qquad (11)$$

Hiermit ist W (und analog w) für den ganzen Raum gegeben[1]). In Wirklichkeit erstreckt sich das inhomogene Dielektrikum nicht bis $-\infty$, sondern ist in den endlichen Grenzen $z_1 < z < z_2$ eingeschlossen. In dem Raume $z < z_1$ wird man im allgemeinen eine einfallende und reflektierte Welle superponiert erhalten, und setzen:

$$W = W_- + W_+ = W_e + W_r.$$

W_e und W_r sind nur für $z < z_1$, wo $\varepsilon(z)$ den konstanten Wert ε_1 hat, definiert. Wir setzen demgemäß:

$$W_e = E e^{-i\nu n_1 c_1 z}, \quad W_r = R e^{+i\nu n_1 c_1 z},$$
$$n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}, \quad n_1 a_1 = n_3 a_3, \quad c_1^2 + a_1^2 = 1.$$

Damit W für alle $z < z_1$ in $W_e + W_r$ übergeht, muß noch gelten:

$$\frac{dW_-}{dz} + \frac{dW_+}{dz} = \frac{dW_e}{dz} + \frac{dW_r}{dz}.$$

Diese beiden Bedingungen sind für irgendein $z_1' < z_1$ zu erfüllen. Hier mag W, ζ_-, ζ_+ die Werte W_1, ζ_1, ζ_2 annehmen. Kürzt man noch ab:

$$e^{+i\nu \int_{z_1'}^{z_2'} \zeta_-(z)\,dz} = \mathfrak{e}', \quad e^{+i\nu \int_{z_1'}^{z_2'} \{\zeta_-(z) + \zeta_+(z)\}\,dz} = \mathfrak{e},$$

so erhält man:

$$\left.\begin{aligned} W_{r1} &= \frac{(n_1 c_1 - \zeta_1)(\zeta_2' + c_3 n_3) + (n_1 c_1 + \zeta_2)(\zeta_1' - c_3 n_3)\,\mathfrak{e}}{(n_1 c_1 + \zeta_1)(\zeta_2' + c_3 n_3) + (n_1 c_1 - \zeta_2)(\zeta_1' - c_3 n_3)\,\mathfrak{e}} W_{e1}, \\ W_3' &= \frac{2 n_1 c_1 (\zeta_2' + \zeta_1')\,\mathfrak{e}'}{(n_1 c_1 + \zeta_1)(\zeta_2' + c_3 n_3) + (n_1 c_1 - \zeta_2)(\zeta_1' - c_3 n_3)\,\mathfrak{e}} W_{e1}. \end{aligned}\right| \qquad (12)$$

Analoge Ausdrücke erhält man für w, wenn man ζ mit η vertauscht.

Wir wollen die gewonnenen Formeln verifizieren, indem wir sie auf eine Stelle anwenden, wo ε von ε_1 auf ε_2 springt. Wir denken uns den Sprung aus einem allmählichen Übergang hervorgegangen, indem der Übergang immer schroffer und schroffer wird, indem z_1 ganz nahe an z_2 heranrückt. Wir können ebenfalls z_1' und z_2' nahe an den Punkt $z_1 = z_2$ heranrücken lassen. Da nun ζ und $\frac{\eta}{\varepsilon}$ und somit η endliche Größen sind, wie wir am Schluß von § 1 sahen, so verschwinden die Integrale dieser Größen, von z_1' bis z_2' genommen. Es wird $\mathfrak{e} = \mathfrak{e}' = 1$, und die Formeln (12) gehen über in:

1) Wir diskutieren hier nicht näher die Lichtfortpflanzung innerhalb des inhomogenen Dielektrikums. In bezug auf diese Frage sei auf eine demnächst erscheinende Arbeit von Herrn W. Behrens verwiesen.

$W_{r1} =$

$$\frac{\zeta_1'\zeta_2 - \zeta_1\zeta_2' + n_1c_1(\zeta_2' + \zeta_1') - n_3c_3(\zeta_1 + \zeta_2)}{\zeta_1\zeta_2' - \zeta_2\zeta_1' + n_1c_1(\zeta_2' + \zeta_1') + n_3c_3(\zeta_1 + \zeta_2)} W_{e1},$$

$W_3' =$

$$\frac{2n_1c_1(\zeta_2' + \zeta_1')}{\zeta_1\zeta_2' - \zeta_2\zeta_1' + n_1c_1(\zeta_2' + \zeta_1') + n_3c_3(\zeta_1 + \zeta_2)} W_{e1}.$$

Ferner ist ζ und $\frac{\eta}{\varepsilon}$ stetig, so daß:

$$\zeta_1 = \zeta_1', \quad \zeta_2 = \zeta_2',$$

während

$$\frac{\eta_1}{\varepsilon_1} = \frac{\eta_1'}{\varepsilon_3}, \quad \frac{\eta_2}{\varepsilon_1} = \frac{\eta_2'}{\varepsilon_3}$$

ist. Daraus folgt:

$$W_{r1} = \frac{n_1c_1 - n_3c_3}{n_1c_1 + n_3c_3} W_{e1},$$

$$W_3' = \frac{2n_1c_1}{n_1c_1 + n_3c_3} W_{e1}.$$

Und:

$$w_{r1} = \frac{n_1c_1 - n_3c_3\frac{n_1^2}{n_3^2}}{n_1c_1 + n_3c_3\frac{n_1^2}{n_3^2}} W_{e1} = \frac{n_3c_1 - n_1c_3}{n_3c_1 + n_1c_3} W_{e1},$$

$$w_3' = \frac{2n_1c_1}{n_1c_1 + n_3c_3\frac{n_1^2}{n_3^2}} w_{e1} = \frac{2n_3c_1}{n_3c_1 + n_1c_3} w_{e1}.$$

Bedenkt man, daß $V_e = V_r = V_3'$ und $v_e = v_r = v_3'$ ist, so müssen die Koeffizienten von w_e und W_e das Verhältnis der reflektierten und einfallenden Amplitude darstellen. In der Tat stimmen sie mit den bekannten Fresnelschen Formeln überein.

Auch die Stetigkeit von y, B und C läßt sich sogleich aus unseren Betrachtungen von § 1 ersehen, da jedenfalls $\int \zeta_+(z)\,dz$ und $\int \varepsilon(z)\xi(z)\,dz$ stetig sind, da $\zeta(z)$ und $\xi(z)$ stetig sind, $\varepsilon(z)$ aber nur um einen endlichen Betrag springt. Durch Differentiation ergibt sich sogleich die Stetigkeit von A, da ζ_+ stetig ist, und von X, da $\frac{\eta}{\varepsilon(z)} = \xi$ stetig bleibt.

3. Beschränkung auf kleine, aber beliebig schnelle Schwankungen der Dielektrizitätskonstante. Die gewonnenen Formeln für die reflektierte und die durchgehende Amplitude sind so kompliziert, daß eine Diskussion sehr umständlich erscheint, selbst wenn die ζ und η aus den Differentialgleichungen bekannt wären. Gelingt doch schon die Diskussion der allgemeinen Formel für den Durchgang des Lichtes durch eine planparallele Platte, mit welcher unsere Formeln einige Ähnlichkeit haben, trotz ihrer einfacheren Gestalt nicht in voller Allgemeinheit. Wir werden uns daher auf Annäherungen beschränken müssen.

Wir wollen nur solche Fälle ins Auge fassen, wo ζ, ξ und η ebenso wie ε sich nur um kleine Beträge von einem konstanten Werte unterscheiden. Wenn wir also setzen:

$$\zeta = \zeta_0(1 + \psi(z)), \quad \xi = \xi_0(1 + \chi(z)),$$
$$\varepsilon(z) = \varepsilon_2 + \varphi(z),$$

so sollen ψ, χ und φ klein neben eins sein, so daß höhere Potenzen als die erste dieser Glieder fortbleiben können. Über die Größe der Differentialquotienten machen wir keine Annahme.

Die Differentialgleichungen für ζ und ξ (8) und (10) werden dann:

$$+\frac{i\nu}{\zeta_0}[\varepsilon_2 + \varphi(z) - p^2] =$$
$$= \mp i\nu\zeta_0[1 + 2\psi(z) + \frac{d\psi(z)}{dz},$$
$$\mp\frac{i\nu}{\xi_0}\left[1 - \frac{p^2}{\varepsilon_2} + \frac{p^2}{\varepsilon_2^2}\varphi(z)\right] =$$
$$= \mp i\nu\xi_0[\varepsilon_2 + \varphi(z) + 2\varepsilon_2\chi(z)] + \frac{d\chi(z)}{dz}.$$

Diese Gleichungen gehen durch die Verfügung:

$$\zeta_0 = \sqrt{\varepsilon_2 - p^2}, \quad \xi_0 = \frac{1}{\varepsilon_2}\sqrt{\varepsilon_2 - p^2}$$

über in:

$$\left.\begin{aligned} &+i\nu\frac{\varphi(z)}{\zeta_0} = \mp 2i\nu\zeta_0\psi(z) + \frac{d\psi(z)}{dz}, \\ &\pm i\nu\left\{1 - 2\frac{p^2}{\varepsilon^2}\right\}\frac{\varphi(z)}{\varepsilon_2\xi_0} = \mp 2i\nu\varepsilon_2\xi_0\chi(z) + \\ &\qquad + \frac{d\chi(z)}{dz}. \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

Hieraus folgt, da $\varepsilon_2\xi_0 = \zeta_0$ ist:

$$\left.\begin{aligned} \psi(z) &= -\frac{\chi(z)}{1 - 2\frac{p^2}{\varepsilon^2}} = \\ &= +\frac{i\nu}{\zeta_0}e^{+2i\nu\zeta_0 z}\int\varphi(z)e^{\mp 2i\nu\zeta_0 z}\,dz. \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Die Integrationskonstante können wir Null setzen, da an ihre Stelle das Verhältnis $\frac{B}{A}$ tritt.

Indem wir $\sqrt{\varepsilon_2} = n_2$ und vermöge der Beziehung

$$a_2n_2 = a_3n_3 = a_1n_1$$

den Richtungskosinus a_2 und entsprechend c_2 durch

$$a_2^2 + c_2^2 = 1$$

einführen, erhalten wir:

$$\zeta_0 = n_2c_2.$$

Für η folgt:

$$\left.\begin{aligned}\eta_{\mp} &= \varepsilon(z)\left\{1-(c_2^2-a_2^2)\,\psi_{\pm}(z)\right\}\xi_0 = \\ &= \xi + \frac{\xi_0}{\varepsilon_2}\left\{\varphi(z)-2\,\xi_0^2\,\psi(z)\right\} = \xi \mp c_2^2\,\frac{\frac{d\psi(z)}{dz}}{i\nu}.\end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

Wir setzen noch:

$$\xi_h = n_2 c_2\left\{1+\psi_h\right\}, \quad \xi_h' = n_2 c_2\left\{1+\psi_h'\right\},$$

$$\eta_h = \frac{n_1^2 c_2}{n^2}\left\{1+\chi_h\right\}, \quad \eta_h' = \frac{n_3^2 c_2}{n_2}\left\{1+\chi_h'\right\}$$

$$h = 1,\ 2.$$

Diese Werte sind in die Gleichungen (12) einzuführen.

Hierbei können wir W und w gleich durch $U = VW$ und $u = vw$ ersetzen, da nach § 1 der Faktor V bzw. v für W_e, W_r, W_3 bzw. w_e, w_r, w_3 derselbe ist. Ferner soll Y gleich durch die entsprechende magnetische Komponente ersetzt werden. Es ist:

$$Y_e = n_1 \mathfrak{E}_p, \quad Y_r = -n_1 \mathfrak{R}_p, \quad Y_d = n_3 \mathfrak{D}_p,$$

wobei $\mathfrak{E}_p$, $\mathfrak{R}_p$, $\mathfrak{D}_p$ die Komponenten parallel der Einfallsebene sind. Analog mag statt B_e, B_r, B_t jetzt $\mathfrak{E}_s$, $\mathfrak{R}_s$, $\mathfrak{D}_s$ geschrieben werden. Nun ist ferner nach (15) und (13):

$$i\nu\int\eta(z)\,dz = i\nu\int\xi(z)\,dz - c_2^2\,\psi(z) =$$

$$= \int\left(\xi_0 + \frac{1}{2\xi_0}\varphi(z)\right)dz + \frac{1}{2}\,(1-2c_2^2)\,\psi(z).$$

Tritt daher $e^{i\nu\int\eta(z)dz}$ oder $e^{i\nu\int\xi(z)dz}$ mit einem Faktor von der Ordnung $\varphi(z)$ multipliziert auf, so kann man diese Ausdrücke durch

$$e^{i\nu\int\xi_0\left\{1+\frac{1}{2\xi_0^2}\varphi(z)\right\}dz}$$

ersetzen. Hierbei bedeutet:

$$\xi_0\left\{1+\frac{1}{2\xi_0^2}\,\varphi(z)\right\} = \sqrt{\xi_0^2+\varphi(z)} =$$

$$= \sqrt{\varepsilon(z)+p^2} = n_z\cdot c_z$$

denjenigen Wert $n_z c_z$, den diese Größe haben würde, wenn der Brechungsindex n_z dem Gesetz:

$$n_z = \sqrt{\varepsilon(z)}$$

folgen würde.

Schließlich findet man:

$$\left\{1+\frac{1}{2}(\psi_1'-\psi_1)\right\}e^{i\nu\int_{z_1}^{z_1'}\xi_-(z)\,dz} =$$

$$= \left\{1+\frac{1}{2}(\chi_1'-\chi_1)\right\}e^{i\nu\int_{z_1}^{z_1'}\eta_-(z)\,dz} =$$

$$= e^{i\nu\int_{z_1'}^{z_1}n_z c_z\,dz}.$$

Führt man noch die bekannten Fresnelschen Schwächungskoeffizienten bei Reflexion und Brechung ein, welche in unserer Annäherung lauten:

$$\mathfrak{r}_p = \frac{n_1c_1-n_2c_2}{2n_2c_2}, \qquad \mathfrak{r}_p' = \frac{n_2c_2-n_3c_3}{2n_2c_2},$$

$$\mathfrak{r}_s = \frac{n_2c_1-n_1c_2}{2n_2c_2}, \qquad \mathfrak{r}_s' = \frac{n_3c_2-n_2c_3}{2n_2c_2},$$

$$\mathfrak{d}_p = \left\{1-\mathfrak{r}_p\right\}\frac{n_2}{n_1}, \qquad \mathfrak{d}_p' = \left\{1+\mathfrak{r}_p'\right\}\frac{n_3}{n_2},$$

$$\mathfrak{d}_s = 1+\mathfrak{r}_s, \qquad \mathfrak{d}_s' = \left\{1+\mathfrak{r}_s'\right\},$$

und setzt noch $e^{i\nu\int_{z_1}^{z_1'}n_z c_z\,dz} = \mathfrak{e}_0$, so ist:

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{R}_p &= \left[\mathfrak{r}_p - \frac{1}{2}\,\psi_1 + \left\{\mathfrak{r}_p' + \frac{1}{2}\,\psi_1'\right\}\mathfrak{e}_0^2\right]\mathfrak{E}_p, \\ \mathfrak{R}_s &= \left[\mathfrak{r}_s - \frac{1}{2}\,\chi_1 + \left\{\mathfrak{r}_s' + \frac{1}{2}\,\chi_1'\right\}\mathfrak{e}_0^2\right]\mathfrak{E}_s, \\ \mathfrak{D}_p &= \mathfrak{d}_p\mathfrak{d}_p'\,\mathfrak{e}_0\,\mathfrak{E}_p, \\ \mathfrak{D}_s &= \mathfrak{d}_s\mathfrak{d}_s'\,\mathfrak{e}_0\,\mathfrak{E}_s.\end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

Wir haben die Formeln für die beobachtbaren Größen $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{D}$ aufgestellt, indem wir die Differentialgleichung für ζ im ganzen Raume gültig annahmen und ihre Lösung aufgesucht dachten. In Wirklichkeit wird man praktischer die Differentialgleichung für die drei Gebiete gesondert aufstellen und lösen, um dann die drei Lösungen in $z_1 = z_1'$ und $z_2 = z_2'$ so zu verknüpfen, daß $A_1 B_1$ und Y, die wir in § 2 als überall stetig fanden (oder es gemäß den Grenzbedingungen der Maxwellschen Theorie sind), in diesem Punkte nicht springen. Unsere Formeln (16) sind aber unter der Bedingung abgeleitet, daß B und $\frac{\partial B}{\partial z}$, Y und $\frac{\partial Y}{\partial z}$ oder B, $\varepsilon(z)X$, Y und A stetig ineinander übergehen. Unsere Formeln setzen also voraus, daß $\varepsilon(z)$ im z_1' und z_2' nicht springt. Wollen wir also in den drei Gebieten partikuläre Lösungen aufstellen, so darf in den Punkten z_1' und z_2', wo wir sie aneinander knüpfen, $\varepsilon(z)$ nicht springen, wenn wir zum Schluß zu den Gleichungen (16) gelangen wollen.

4. Anwendung auf die Lippmannsche Farbenphotographie. Wir wollen auch diesmal unsere Formeln auf die Lippmannsche Farbenphotographie anwenden. In der früheren Arbeit war für die Dielektrizitätskonstante in der Schicht der Ansatz:

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon(z) &= n_2^2 + 2\Delta\sin^2\frac{2\pi z}{\lambda_0} = \\ &= n_2^2 + \Delta - \Delta\cos\frac{4\pi}{\lambda_0}z\end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

zugrunde gelegt worden.

Wir werden uns der Wirklichkeit noch mehr nähern, wenn wir annehmen, daß die Lamellen in der Schicht nahe am Spiegel stärker ausgebildet sind, wie in einiger Entfernung von

ihm. Wir wollen diesmal unseren Ansatz erweitern, indem wir

$$\varepsilon(z) = n_2^2 + \Delta - \Delta e^{-\nu z} \cos \frac{4\pi}{\lambda_0} z = n_2^2 + \varphi(z) \tag{18}$$

setzen.

Dann ist:

$$\psi_-(z) = \frac{\Delta}{c_2^2 n_2^2} + \frac{2\pi \Delta e^{-\nu z}}{c_2 \lambda} \left\{ \frac{\cos \frac{4\pi}{\lambda_0} c_2 z + i \sin \frac{4\pi}{\lambda_0} c_2 z}{4\pi \left\{ \frac{c_2}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right\} - i\nu'} + \frac{\cos \frac{4\pi}{\lambda_0} c_2 z - i \sin \frac{4\pi}{\lambda_0} c_2 z}{4\pi \left\{ \frac{c_2}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_0} \right\} - i\nu'} \right\}. \tag{19}$$

Hierin ist λ die Wellenlänge im Medium vom Brechungsindex n_2. ν' kann als eine sehr kleine Größe betrachtet werden. Dann liegt das Maximum von ψ bei $\frac{c_2}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} = 0$. Bei nicht verschwindendem ν' wird $\psi(z)$ nirgends unendlich, und unsere Annäherung bleibt überall gültig, so lange Δ hinreichend klein bleibt, so daß wir, wenigstens in qualitativer Hinsicht, auch für $c_2 \lambda_0 = \lambda$ den Zustand des reflektierten Lichtes ableiten können. Von der Diskussion des durchgehenden Lichtes wollen wir hier absehen, da sie in unserer Annäherung wenig Interessantes ergibt.

Wir wollen nun annehmen, daß die Schicht sich zwischen zwei gleichen Medien vom Brechungsindex n_2 befindet. Also $\mathfrak{r}_p = \mathfrak{r}_s = 0$. Ferner soll die Schicht so dick sein, daß e_0^{-2} klein neben 1 ist. Dann ist:

$$\mathfrak{R}_p = -\frac{1}{2} \psi_1 \mathfrak{E}_p, \quad \mathfrak{R}_s = -\frac{1}{2} \chi_1 \mathfrak{E}_s = $$
$$= +\frac{1}{2} (c_2^2 - a_2^2) \psi_1 \mathfrak{E}_s.$$

Die reflektierte Intensität ist also proportional $|\psi_1|^2$. Dieselbe muß also nach unserer Voraussetzung stets klein neben eins sein; man kann also in einem gegebenen Falle aus der Bestimmung des „Reflexionsvermögens" einer Platte sogleich ersehen, inwieweit unsere Annäherung berechtigt ist.

Wir wollen annehmen, daß alle Farben bei der Reflexion am Quecksilber $\frac{1}{2}\lambda$ Phasenverzögerung erhalten; denn bei der Berechnung der Intensität kommt offenbar eine Abweichung von diesem Wert erst in quadratischen Gliedern vor.

Unsere Formeln ähneln den Ausdrücken, welche in der Dispersionstheorie eine Rolle spielen. Ebenso wie dort wollen wir auch hier zwei Gebiete unterscheiden. Betrachten wir zunächst $|\mathfrak{R}_p|^2$:

I. $\frac{c_2}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}$ ist groß neben ν'. Dann gilt:

$$\psi_1 = \frac{\Delta}{c_2^2 n_2^2} + \frac{\Delta 2\pi}{\lambda^2} \frac{2}{4\pi \left\{ \frac{c_2^2}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_2^2} \right\}}, \tag{20}$$

also:

$$\frac{1}{4} |\psi_1|^2 = \frac{1}{4} |\Delta|^2 \left\{ \frac{1}{c_2^2 n_2^2} + \frac{\frac{4\pi}{\lambda^2}}{\frac{c_2^2}{\lambda^2} - \frac{1}{\lambda_0^2}} \right\}^2 = \frac{I_{rp}}{I_{ep}}.$$

II. $4\pi \left\{ \frac{c_2}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right\} = \mu$ ist eine so kleine Größe, daß neben

$$\frac{1}{4\pi \left\{ \frac{c_2}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right\} - i\nu'}$$

die zwei anderen Summanden fortbleiben können. Dann ist:

$$\frac{I_{rp}}{I_{ep}} = \frac{1}{4} |\psi_1|^2 = \frac{4\pi^2 |\Delta|^2}{c_2^2 \overline{\lambda}^2} \frac{1}{\mu^2 + \nu'^2}. \tag{21}$$

Da diese Formel nur für ein kleines Spektralbereich gilt, ist für λ^2 ein Mittelwert $\overline{\lambda}^2$ eingeführt.

Die Formel für $\frac{I_{rp}}{I_{ep}}$ ist ihrer Gestalt nach dieselbe wie die, welche man in der Dispersionstheorie für $2n^2\varkappa$ abzuleiten pflegt; es sei darum auf die bekannte Kurve für $2n^2\varkappa$ verwiesen.

Es ist bemerkenswert, daß die reflektierte Amplitude mit $|\Delta$ und damit mit der einfallenden Energie proportional ist. Denkt man sich eine photographische Platte für alle Farben gleich empfindlich hergestellt und mit verschiedenen Frequenzen belichtet, so ist das Verhältnis der reflektierten Amplituden gleich dem Verhältnis der beim Belichten einfallenden Energie. Man erhält also keine exakte Wiedergabe von Mischfarben.

Das Maximum von I_{rp} liegt bei $\frac{c_2}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_0}$. Neigt man also die Platte, so daß c_2 verkleinert wird, so rückt das Maximum von I_r zu kleineren Wellenlängen (wie es den neueren Beobachtungen, welche mit Ausschluß der Oberflächenwelle angestellt sind, entspricht); gleichzeitig wächst die Größe der reflektierten Intensität der p-Komponente.

Die Intensität der s-Komponente unterscheidet sich nur durch den Faktor $(c_2^2-a_2^2)^2$. Wie man sieht, wird $I_{rs}=0$ bei 45^0 Einfallswinkel. Die Schicht besitzt also einen Polarisationswinkel von 45^0.

Der Polarisationszustand des reflektierten Lichtes ist gegeben durch:

$$\frac{\mathfrak{R}_s}{\mathfrak{R}_p} = -(c_2^2 - a_2^2), \qquad (22)$$

wenn $\mathfrak{E}_s=\mathfrak{E}_p$ angenommen ist. Das Licht bleibt also bei der Reflexion linear polarisiert. Geht man von senkrechter Inzidenz, wo das Azimut des reflektierten Lichtes parallel dem des einfallenden ist, zu größeren Einfallswinkeln, so dreht sich die Polarisationsebene der Einfallsfallsebene zu, erreicht sie beim Polarisationswinkel (45^0) und tritt durch sie hindurch, um bei streifender Inzidenz der einfallenden wieder parallel zu sein. Genau das gleiche Verhalten ergibt sich bei der Reflexion an durchsichtigen Medien; wir erhalten in dem letzteren Falle die gleiche Formel wie (22), wenn beide Medien nahezu gleichen Brechungsindex haben: Es ist nämlich

$$\frac{\mathfrak{R}_s}{\mathfrak{R}_p} = -\frac{c_1c_2 - a_1a_2}{c_1c_2 + a_1a_2}$$

und

$$\lim_{n_2=n_1} \frac{\mathfrak{R}_s}{\mathfrak{R}_p} = -(c_2^2 - a_2^2). -$$

Wir haben im vorhergehenden angenommen, daß die Dielektrizitätskonstante nach dem Kosinusgesetz mit etwas gedämpfter Amplitude variiert. In Wirklichkeit ist dieses vielleicht nicht genau erfüllt, und wir wollen überlegen, inwiefern dann unsere Resultate modifiziert werden. Jedenfalls wird aber die Konstitution, bis auf einen Dämpfungsfaktor $e^{-\nu' z}$, als periodisch mit $\frac{\lambda_0}{2}$ anzusehen sein; d. h. wir werden im allgemeinen Falle zu unserem Ansatz $\cos\frac{4\pi}{\lambda_0}z$ noch eine Summe von Gliedern $\cos h\frac{4\pi}{\lambda_0}z, h=2,3\cdots$ hinzuzunehmen haben. Die Vorstellung z. B., daß in der Gelatine sich sehr dünne, merklich homogene Silberschichten mit spiegelnden Flächen befänden, würde ein spezieller Fall dieses Ansatzes sein.

Die neu hinzugekommenen Glieder werden offenbar in dem Ausdruck für ψ das Auftreten von Summanden mit dem Faktor

$$\frac{1}{\frac{1}{\lambda} - h\frac{1}{\lambda_0} - i\nu'}$$

(senkrechte Inzidenz vorausgesetzt) und damit Maxima der Intensität bei $\lambda = \frac{\lambda_0}{h}$ veranlassen. Das reflektierte Licht wird also neben der Grundschwingung λ_0 noch die Oberschwingungen $\frac{\lambda_0}{h}$ enthalten. Aus der Beobachtung der Intensität dieser Oberschwingungen könnte man Schlüsse auf die Koeffizienten der Fourierreihe und damit auf die feinere Konstitution der Lamellen ziehen. Leider setzt aber die im Ultraviolett auftretende Absorption der Gelatine solchen Untersuchungen bald ein Ziel. Bisher ist nur nach der ersten Oberschwingung, und zwar vergeblich gesucht worden. Das erste Zusatzglied $\cos 2\frac{4\pi}{\lambda_0}z$ trat also in der Fourierreihe, welche $\varepsilon(z)$ darstellt, nicht auf.

Ist die Platte nur mit sichtbarem Licht bei der Aufnahme belichtet worden, so liegen alle Oberschwingungen im äußersten Violett oder Ultraviolett, ihr Auftreten wird also die Farbenwiedergabe der Platte nicht verschlechtern.

Alle erhaltenen Resultate lassen sich nämlich (wie schon in meiner früheren Arbeit gezeigt wurde) leicht auf Mischfarbenaufnahmen übertragen. Ist die Platte mit einer Reihe von Farben λ_h belichtet, so wird man für $\varepsilon(z)$ von dem Ansatz ausgehen:

$$\varepsilon(z) = n_2^2 + \Sigma A_h - \Sigma A_h e^{-\nu_h' z} \cos\frac{4\pi z}{\lambda_h} \qquad (23)$$

(wobei der Einfachheit halber angenommen ist, daß alle Farben am Spiegel einen Schwingungsknoten hatten). Es ergibt sich dann:

$$\psi = \sum\frac{A_h}{c_2 n_2} + \sum\frac{A_h e^{-\nu_h' z}}{c_2\lambda_h}\left\{\frac{e^{+i\frac{4\pi}{\lambda_h}z}}{4\pi\left(\frac{c_2}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_h}\right)-i\nu_h'} + \frac{e^{-i\frac{4\pi z}{\lambda_h}}}{4\pi\left(\frac{c_2}{\lambda}+\frac{1}{\lambda_h}\right)-i\nu_h'}\right\}. \qquad (24)$$

Hierbei ist von Dispersion der Emulsion abgesehen.

Läßt man an einer solchen Platte monochromatisches Licht reflektieren, so wirken hierbei alle Schwärzungen, welche von den verschiedenen Wellenlängen beim Belichten hervorgerufen sind, mit, aber nicht in gleichmäßiger Stärke, sondern der Anteil einer jeden wird geregelt durch das Gewicht

$$\frac{\frac{1}{\lambda_h}}{4\pi\left(\frac{c_2}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_h}\right)-i\nu'} \quad \text{bzw.} \quad \frac{\frac{1}{\lambda_h}}{4\pi\left(\frac{c_2}{\lambda}+\frac{1}{\lambda_h}\right)-i\nu'}.$$

Offenbar wird die Farbenwiedergabe um so besser sein, je größeres Gewicht die richtige Farbe gegenüber allen anderen Farben erhält. Es soll also ν' möglichst klein sein. Damit unsere Annäherung noch gilt, muß dann auch Δ_h klein sein. Wir werden im folgenden sehen, daß bei Mischfarbenaufnahmen gerade die Gültigkeit unserer Annäherung die Vorbedingung zu einer guten Farbenwiedergabe ist.

5. Berücksichtigung quadratischer Glieder: die Fehler in der Farbenwiedergabe der Lippmann-Platte. Wir wollen zu diesem Zweck auch noch quadratische Glieder in $\varphi(z)$ und $\psi(z)$ beibehalten und erst $\varphi^3(z)$ und $\psi^3(z)$ vernachlässigen. Den Ausdruck (19) für ψ betrachten wir als eine erste Annäherung und nennen ihn jetzt $\psi_0(z)$. Wir finden eine weitere Annäherung, indem wir

$$\psi_-(z) = \psi_0(z) + \vartheta(z)$$

setzen und in die Differentialgleichung (8) einsetzen. Wir wollen diese Untersuchung aber von vornherein auf senkrechte Inzidenz und auf so dicke Platten, daß $\mathfrak{e}$ in (12) neben 1 fortbleiben kann, beschränken. Wir erhalten dann für $\vartheta(z)$ die Differentialgleichung:

$$i\nu\zeta_0\psi_0^2(z) = -2i\nu\zeta_0\vartheta(z) + \frac{d\vartheta(z)}{dz},$$

also:

$$\vartheta(z) = +i\nu\zeta_0 e^{+2i\nu\zeta_0 z}\int\psi_0^2(z)e^{-2i\nu\zeta_0 z}dz.$$

Und aus (12) folgt:

$$\mathfrak{R} = -\frac{1}{2}\left\{\psi_{01} - \frac{1}{2}\psi_{01}^2 + \vartheta_1\right\}\mathfrak{E}. \quad (25)$$

Setzt man nun:

$$4\pi\left\{\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_h}\right\} - i\nu' = N_h,$$

$$4\pi\left\{\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\lambda_h}\right\} - i\nu' = M_h$$

und

$$\sum\frac{\Delta_h}{n_2} = S,$$

da es ein Maß für die gesamte Schwärzung darstellt, und nimmt schließlich ν' als unabhängig von λ an, so wird:

$$\left.\begin{aligned}\psi_0^2(z) = S^2 + 2S\sum_h\frac{\Delta_h e^{-\nu' z}}{\lambda_h}\left\{\frac{e^{+i\nu_h z}}{N_h}+\right.\\ \left.+\frac{e^{-i\nu_h z}}{M_h}\right\}+\\ +\sum_h\sum_k\frac{\Delta_h\Delta_k e^{-2\nu z}}{\lambda_h\lambda_k}\left\{\frac{e^{+i(\nu_h+\nu_k)z}}{N_hN_k}+\right.\\ \left.+\frac{e^{-i(\nu_h+\nu_k)z}}{M_hM_k}+\frac{e^{+i(\ \ k-\nu_h)z}}{N_kM_h}+\frac{e^{-i(\nu_k-\nu_h)z}}{N_hM_k}\right\}.\end{aligned}\right\} \quad (26)$$

Also:

$$\left.\begin{aligned}\vartheta(z) = \frac{1}{2}S^2 + 2S\sum_h\frac{\Delta_h e^{-\nu z}}{\lambda_h}\left\{\frac{e^{+i\nu_k z}}{N_k^2}+\right.\\ \left.+\frac{e^{-i\nu_h z}}{M_h^2}\right\}+\\ +\sum_h\sum_k\frac{\Delta_h}{\lambda_h}\frac{\Delta_k e^{-2\nu z}}{\lambda_k}\left\{\frac{e^{+i(\nu_h+\nu_k)z}}{N_hN_kN_{k+h}}+\right.\\ +\frac{e^{-i(\nu_h+\nu_k)z}}{M_hM_kM_{h+k}}+\frac{e^{+i(\nu_k-\nu_h)z}}{N_kM_hN_{k-h}}+\\ \left.+\frac{e^{-i(\nu_k-\nu_h)z}}{N_kM_kM_{k-h}}\right\}.\end{aligned}\right\} \quad (27)$$

Diese Ausdrücke sind für $z = 0$ zu nehmen und in die Formel (25) für R einzuführen.

Die ersten beiden Summanden sowohl in $\psi_0^2(z)$ wie in $\vartheta(z)$ werden die Farbenwiedergabe nicht stören. Der erste Term S^2 gibt nur einen für alle λ konstanten Bruchteil zum reflektierten Licht, und dieser ist relativ zu den übrigen Gliedern sehr klein, da er nicht mit einem großen Faktor (wie etwa N_h für $\lambda = \lambda_h$) multipliziert ist. Die zweiten Glieder ergeben Maxima bei $\lambda = \lambda_h$; diese Maxima sind aber proportional Δ_h. Diese Glieder verstärken also nur die Wirkung.

Die dritten Terme dagegen ergeben Maxima z. B. bei $\lambda = \lambda_h$, aber die Größe des Maximums hängt in sehr verwickelter Weise von den übrigen Δ_k ab. Diese Glieder sind also imstande, falls sie zur Geltung kommen, die Farbenwiedergabe zu fälschen.

Außer den Maxima bei $\lambda = \lambda_h$ treten weitere Maxima bei $\frac{1}{\lambda_h} + \frac{1}{\lambda_k}$ auf, außer den Oberschwingungen, also noch die Summen und Differenzen der Grundfrequenzen. Falls die Platte nur mit sichtbarem Licht belichtet wurde, werden sie allerdings weniger schaden, da sie fast außerhalb des sichtbaren Spektrums liegen.

Bei reinen Spektralaufnahmen, wo alle Δ_k bis auf eins Null sind, kann offenbar die schädliche Wirkung nicht auftreten. Die Berücksichtigung der quadratischen Glieder führt nur auf das Vorhandensein von Oberschwingungen. Es ist dies vielleicht ein Grund mit, weshalb reine Spektralaufnahmen viel leichter zu erhalten sind als Mischfarbenaufnahmen.

Eine weitere Fehlerquelle besteht darin, daß die Schwärzung der Platte nicht genau proportional der aufgewandten Energie ist, so daß wir unseren Ansatz für $\varepsilon(z)$ zu erweitern haben:

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon(z) = n_2^2 + \Sigma\Delta_h\sin^2\frac{2\pi}{\lambda_h}z+\\ +C\left[\Sigma\Delta_h\sin^2\frac{2\pi}{\lambda_h}z\right]^2+\cdots,\end{aligned}\right\} \quad (28)$$

wenn wir für den Augenblick von der Dämpfung ν' absehen. $\varepsilon(z)$ läßt sich nun schreiben:

$$\varepsilon(z) = n_2^2 + n_2 S + n_2^2 C S^2 -$$
$$- \Sigma A_h (1 + 2CS) \cos \frac{4\pi}{\lambda_h} z + C \Sigma \Sigma A_h A_k$$
$$\left[\cos 4\pi \left(\frac{1}{\lambda_h} + \frac{1}{\lambda_k}\right) + \cos 4\pi \left(\frac{1}{\lambda_h} - \frac{1}{\lambda_k}\right)\right].$$

Setzen wir voraus, daß die Belichtung nur mit sichtbarem Licht stattgefunden hat und daß es nur auf die Farbenwiedergabe im sichtbaren Teil ankommt, so wird (vielleicht abgesehen von geringen Teilen der beiden Ränder des Spektrums) $A_{h-k} = A_{h+k} = 0$ sein, wenn λ_h und λ_k Wellenlängen des sichtbaren Spektrums sind. Bildet man dann ψ_1, so sieht man leicht, daß die Faktoren der einzelnen Glieder der Doppelsumme nie groß werden können. Es folgt daraus, daß dieses letzte Glied ebenso wie S und S^2 die Farbenwiedergabe wenig stören werden.

Eine nicht ganz exakte Proportionalität zwischen Schwärzung und aufgewandter Energie, solange sich $\varepsilon(z)$ durch (28) darstellt, wirkt also nicht schädlich auf die Farbenwiedergabe ein, wenn man bei der Belichtung ultrarote und ultraviolette Strahlung ausschließt.

Wir haben bisher vorausgesetzt, daß die Lippmannsche Platte von der Schichtseite her betrachtet würde. Wir wollen zum Schluß noch überlegen, welche Abänderung diese Resultate erleiden werden, wenn man von der Glasseite her beobachtet.

Die Formeln (19), (26), (27) für $\psi_0(z)$, $\psi_0^2(z)$ und $\vartheta(z)$ bleiben dann gültig, nur hat ν' einen negativen Wert. Um die reflektierte Amplitude zu erhalten, hat man diese Funktionen für $z = l$ zu bilden. Ist $\nu' l$ hinreichend klein, d. h. durchsetzt die lamellare Struktur die gesamte Gelatineschicht, so wird zwar die von der Rückseite reflektierte Amplitude um $e^{-\nu' l}$ schwächer sein, als die von der Vorderseite reflektierte, aber die Farbenwiedergabe wird nicht schlechter sein. Ja es kann bei Mischfarbenaufnahmen sogar günstiger sein, sie von der Glasseite zu betrachten, wenn nämlich A_h so groß ist, daß A_h^2 nicht verschwindend klein ist. Denn bei Betrachtung von der Rückseite erhalten die störenden dritten Terme in (26) und (27) den Faktor $e^{-2\nu' z}$, der ihre schädliche Wirkung herabdrückt. So fand z. B. H. Lehmann, daß Platten, welche mit drei monochromatischen Lichtbündeln belichtet waren, nur von der Glasseite gesehen, drei getrennte Maxima zeigten, von der Schichtseite aber nur ein kontinuierliches Band.

Ist indessen $\nu' l$ so groß, daß $e^{-\nu' l}$ verschwindet, so hört überhaupt jede Farbenwirkung auf. Dies scheint bei Mischfarbenaufnahmen von Körperfarben, welche durch das Spektroskop betrachtet ein kontinuierliches Spektrum mit flachen Maxima zeigen, also bei der Aufnahme von Landschaften, stets der Fall zu sein. Hier ist nämlich die Schwärzung nach unserer Grundannahme gegeben durch:

$$2\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} A(\lambda) \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda} d\lambda = 2\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} A(\lambda)\, d\lambda) -$$
$$- \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} A(\lambda) \cos \frac{4\pi}{\lambda} z\, d\lambda.$$

Da $A(\lambda)$ langsam variiert, $\cos \frac{4\pi}{\lambda} z$ für hinreichend große z aber schnell um Null schwankt, so wird das zweite Integral sehr klein, und die periodische Struktur der Schicht verschwindet, zumal der photographische Prozeß die kleinsten Feinheiten verwischt[1]). Derartige Aufnahmen zeigen also von der Rückseite gesehen überhaupt keine Farben, wie es auch der Erfahrung entspricht. —

Wir haben im vorgehenden eine Theorie der Lippmannschen Farbenphotographie zu geben versucht. Die Grundannahme besteht darin, daß eine mit einer Farbe von der Wellenlänge λ_0 belichtete Platte eine Struktur zeigt, die durch eine Fourierreihe mit der Grundwellenlänge $\frac{\lambda_0}{2}$ dargestellt werden kann, und in der Gültigkeit der Maxwellschen Gleichungen. In dieser (wohl denkbar größten[2]) Allgemeinheit) ist das Problem nicht lösbar. Man kann indessen übersehen, daß bei der Aufnahme von Mischfarben (Landschaften, Früchte usw.) nur unter gewissen Bedingungen eine gute Farbenwiedergabe zu erwarten ist, nämlich nur dann, wenn die reflektierte Intensität relativ klein ist. Unter dieser Annahme kann man die Differentialgleichungen integrieren und gelangt für die reflektierten und durchgegangenen Amplituden zu den Formeln (16) und (19). Ihre Aussagen scheinen mit den Beobachtungen übereinzustimmen. Allerdings ist auch in dem behandelten Fall von einer exakten Farbenwiedergabe keine Rede, denn es werden keineswegs die Intensitäten der einzelnen Spektralbereiche in ihrem Verhältnis zueinander absolut richtig wiedergegeben. Vielmehr verhalten sich die reflektierten Intensitäten zueinander

1) Hiermit hängt auch zusammen, daß der Spiegel bei der Aufnahme sehr gut an der Schicht anliegen muß. Die eingehendere Diskussion der lamellaren Struktur an der Hand sehr schöner Mikrophotogramme findet sich bei H. Lehmann, S. 73ff.

2) Solange man von der Beugung an dem Korn der Schicht absieht.

wie die Quadrate der entsprechenden Intensitäten im einfallenden Licht. Besteht das einfallende Licht aus einem kontinuierlichen Spektrum mit schwachen und breiten Maxima, wie es bei den in der Natur vorkommenden Körperfarben zumeist der Fall ist, so wirkt die eben besprochene Eigenschaft der Lippmannschen Photographie dahin, daß das reflektierte Licht diese Maxima ausgeprägter als das einfallende zeigt. Die Farben werden infolgedessen leuchtender erscheinen. In der Tat wird ja der hohe Glanz der wiedergegebenen Farben stets als ein Vorzug des Lippmannschen Verfahrens genannt.

Göttingen, Physikal. Institut, Math. Abt., 25. Januar 1914.

(Eingegangen 26. Januar 1914.)

Elementare Theorie des Faradayschen Effektes.

Von Paul Selényi.

Nach dem Muster der bekannten Lorentzschen sog. elementaren Theorie des Zeemanschen Phänomens habe ich versucht, auch für die Theorie der magnetischen Rotationspolarisation eine solche elementar anschauliche Form zu finden, die das Wesen der Erscheinung richtig wiedergibt und den Vorteil besitzt, daß jeder Schritt der dabei angewendeten Betrachtungen sich auch physikalisch deuten läßt. Des Zusammenhanges wegen müssen wir erst vielfach Bekanntes wiederholen.

1. Eigene Kreisschwingungen eines Punktes. Es sei der Massenpunkt m an seine Gleichgewichtslage durch eine elastische Kraft gebunden, die bei der Elongation 1 den Wert α^2 hat; es sei a die Amplitude der Bewegung (Radius des Kreises), ω die Winkelgeschwindigkeit. Sollen sich zentrifugale und elastische Kraft das Gleichgewicht halten, so muß

$$m a \omega^2 = a \alpha^2 \qquad (1)$$

sein, woraus sich die Frequenz der Eigenschwingungen zu

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{\alpha^2}{m}} \qquad (2)$$

ergibt[1]).

1) Vielleicht ist es nicht ganz uninteressant zu zeigen, wie auch die Mechanik der erzwungenen Kreisschwingungen (von welchen man durch Projektion sofort zu linearen Schwingungen übergehen kann) mit ganz elementaren Mitteln sich behandeln läßt, wenn man sich nur auf den stationären Bewegungszustand beschränkt.

Es sei wieder (Fig. 1) a die Amplitude, δ die Phasendifferenz zwischen der Elongation und der erregenden Kraft P, βv der der Geschwindigkeit proportionale Reibungswiderstand; m, α und ω haben die gleiche Bedeutung wie vorher. Die Bedingung des Gleichgewichts der radialen und tangentialen Kräfte lautet:

$$m a \omega^2 = a \alpha^2 - P \cos\delta$$
$$a \omega \beta = P \sin\delta .$$

Setzt man wieder

$$m \omega_0^2 = \alpha^2,$$

o kann man schreiben

$$-P\cos\delta = m a (\omega^2 - \omega_0^2)$$
$$P \sin\delta = a \omega \beta$$

und aus diesen folgen die zur Bestimmung von δ und a zu benutzenden zwei Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{tg}\delta &= -\frac{\beta}{m}\frac{\omega}{\omega^2-\omega_0^2} \\ a &= \frac{P}{\sqrt{\omega^2\beta^2 + m^2(\omega^2-\omega_0^2)^2}}, \end{aligned}\right\} \qquad (\mathrm{I})$$

die wir also zugleich mit ihrer mechanischen Bedeutung erhielten.

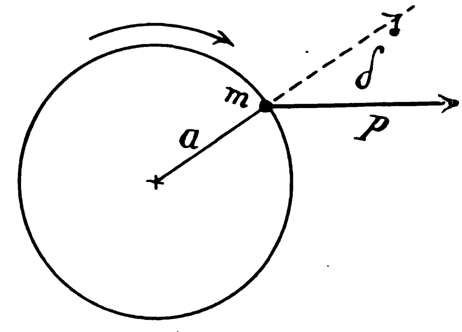


Fig. 1.

Wir wollen noch die Erscheinung der Resonanz etwas detaillieren. In diesem Falle ($\omega = \omega_0$) ergeben die Gleichungen (I)

$$\operatorname{tg}\delta = \infty, \quad \delta = \frac{\pi}{2},$$

die erregende Kraft steht rechtwinklig zu der jeweiligen Elongation und die Amplitude ist:

$$a = \frac{P}{\omega_0 \beta}.$$

In der Tat sind im Falle der Eigenschwingungen zentrifugale und elastische Kraft einander gleich, die äußere, erregende Kraft darf also keine radiale Komponente besitzen $\left(\delta = \frac{\pi}{2}\right)$ und da die Gleichheit dieser zwei Kräfte bei jedem Wert von a vorhanden ist, so ist die Größe von a allein durch die Bedingung bestimmt, daß Reibungswiderstand und erregende Kraft einander gleich sein müssen. — Ist ferner $\omega > \omega_0$, dann ist auch $m a \omega^2 > a \alpha^2$, die zentrifugale Kraft übertrifft die elastische; soll also das Gleichgewicht erhalten bleiben, dann muß P von solcher Richtung sein, daß ihre radiale Komponente sich zu der elastischen Kraft addiere, d. h. es muß $\delta > \frac{\pi}{2}$ sein, der Punkt bleibt gegen die Kraft noch mehr als im Falle der Resonanz zurück; umgekehrt eilt er voraus, wenn $\omega < \omega_0$ ist, wie man es auch aus den Gleichungen (I) leicht folgern kann.

2. Zeemansches Phänomen. Hat der Punkt die elektrische Ladung e und befindet er sich in einem longitudinalen magnetischen Feld von der Intensität H, so addiert sich zu der elastischen Kraft die elektrodynamische Wir-

kung des Feldes, anstatt (1) müssen wir daher schreiben

$$m a \omega^2 = a \alpha^2 + \frac{e}{c} a \omega H, \tag{3}$$

und daraus folgt in bekannter Weise die Änderung der Eigenfrequenz der Kreisschwingungen, d. h. das Zeemansche Phänomen.

In ganz analoger Weise erhalten wir eine elementare Theorie des Faradayschen Effektes, sobald wir eine elementare Ableitung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Kreisschwingungen besitzen.

3. Fortpflanzung von Kreisschwingungen längs einer Saite. Es sei (Fig. 2) $O, O_1, O_2 \ldots$ die Saite in ihrer Gleichgewichtslage,

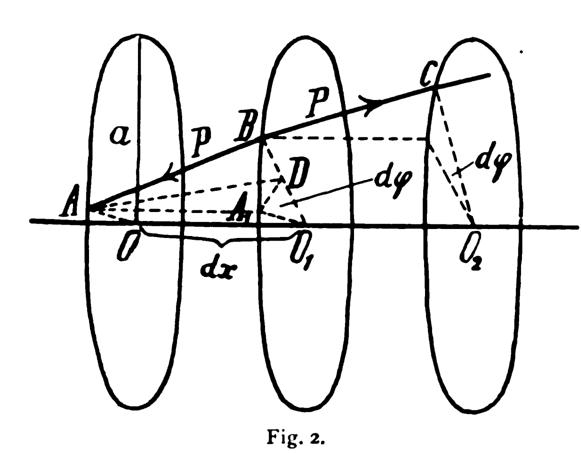


Fig. 2.

$ABC\ldots$ in einem Moment der Bewegung. Wir ersetzen die gleichmäßige Massenverteilung durch Massenpunkte ϱdx im gegenseitigen Abstand dx; es sei $d\varphi$ die Phasendifferenz zweier solcher Punkte, P die die Saite spannende Kraft. Um die Bewegung der Saite zu bestimmen, drücken wir die Bedingung des Gleichgewichts der gesamten auf einen beliebigen Punkt B wirkenden radialen und tangentialen Kräfte aus.

In tangentialer Richtung wirkt nur die tangentiale Komponente von P; im stationären Zustand heben sich aber die nach vorwärts und rückwärts gerichteten gleich großen $P a\, d\varphi/dx$-Komponenten gegenseitig auf.

In radialer Richtung wirkt einerseits die Zentrifugalkraft

$$\varrho\, dx\, a\, \omega^2,$$

andererseits die radiale Komponente der Kraft P (die sie infolge der Ungleichheiten

$$A B O_1 \sphericalangle = C B O_1 \sphericalangle + \frac{\pi}{2}$$

besitzt). Diese Komponente hat die Größe

$$2 P \frac{BD}{AB} = 2 P \frac{BD}{dx},$$

da aber

$$BD = a - O_1 D = a - a \cos d\varphi = a \frac{d\varphi^2}{2}$$

ist, so erhalten wir für diese Komponente den Wert

$$P a \frac{d\varphi^2}{dx}$$

und die Bedingung des Gleichgewichts der Kräfte lautet

$$\varrho\, dx\, a\, \omega^2 = P a \frac{d\varphi^2}{dx}. \tag{4}$$

Es ist aber

$$d\varphi = \omega\, dt = \omega \frac{dx}{v},$$

wenn wir mit v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bezeichnen, und dies in die vorige Gleichung gesetzt gibt

$$\varrho\, dx\, a\, \omega^2 = P \frac{a \omega^2 dx}{v^2}, \tag{5}$$

woraus endlich das bekannte Resultat

$$v = \sqrt{\frac{P}{\varrho}} \tag{6}$$

folgt. Aus dieser Ableitung kann man vielleicht klarer als sonst hervortreten lassen erstens, daß die Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eigentlich durch die Bestimmung der Phasendifferenz zweier Punkte geschieht, und zweitens, wie die Funktionsform (die Quadratwurzel) dadurch bedingt ist, daß die radiale Komponente von P proportional dem Quadrat von $d\varphi$ wächst.

4. Faradayscher Effekt. Wir wollen jetzt jeden $\varrho\, dx$-Massenpunkt mit der elektrischen Ladung $\varepsilon\, dx$ versehen und die Saite in ein longitudinales magnetisches Feld von der Intensität H bringen. Es sei der Rotationssinn z. B. ein solcher, daß die elektrodynamische Wirkung des Feldes nach dem Zentrum hin, also entgegen der Zentrifugalkraft gerichtet ist, dann muß — damit das Gleichgewicht der Kräfte erhalten bleibe — die radiale Komponente von P, also $d\varphi$, kleiner sein, dies ist aber mit einem Größerwerden der Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleichbedeutend; ebenso vermindert sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei der entgegengesetzten Rotation. Unser Modell zeigt also tatsächlich den Faradayschen Effekt. Das vorher Gesagte in Gleichungen ausgedrückt lautet

$$\varrho\, dx\, a\, \omega^2 = P \frac{a \omega^2 dx}{v^2} + \frac{\varepsilon}{c} a\, \omega H\, dx \tag{7}$$

$$v^2 \varrho\, \omega = P \omega + \frac{\varepsilon}{c} v^2 H$$

und in dem zweiten Glied

$$v^2 = \frac{P}{\varrho}$$

gesetzt und geordnet

$$v^2 = \frac{P}{\varrho}\left(1 + \frac{\varepsilon H}{\varrho \omega c}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{P}{\varrho}}\left(1 \pm \frac{\varepsilon H}{2 \varrho \omega c}\right), \qquad (8)$$

wo die Zeichen + und — auf die zwei entgegengesetzten Rotationen sich beziehen. Aus der Verschiedenheit der Geschwindigkeiten der zwei entgegengesetzt zirkular polarisierten Wellen folgt dann sofort die Drehung der Polarisationsebene linear polarisierter Wellen.

Durch Anbringen von Spiralfedern an den einzelnen Massenpunkten, d. h. durch Einführung von Eigenschwingungen, könnte man das Modell noch zu vervollständigen versuchen, um auch die Rotationsdispersion richtig wiederzugeben; dies wollen wir aber unterlassen.

Budapest, II. phys. Institut der Universität.

(Eingegangen 17. Januar 1914.)

Über das Uran Y.

Von Otto Hahn und Lise Meitner.

Im Jahre 1911 hat G. N. Antonoff[1]) eine Arbeit veröffentlicht, in der er ein von ihm aufgefundenes Zerfallsprodukt des Urans beschrieb, das er Uran Y nannte. Die Substanz fand sich beim Uran X, wenn dieses nach der sog. „Eisenmethode" vom Uran abgetrennt wurde; sie konnte dagegen nicht beobachtet werden, wenn zur Abscheidung des Uran X Bariumsulfat verwendet wurde. Das nach der Eisenmethode abgetrennte Uran X zeigte anfänglich einen schnelleren Abfall, als der Halbwertszeit des Uran X (24,6 Tage) entspricht, wenn die Aktivitätsmessungen so aufgenommen wurden, daß die langsamen β-Strahlen zur Wirksamkeit gelangten. Wurden jedoch nur die durchdringenden β-Strahlen gemessen, so erfolgte der Abfall von Beginn an mit der Halbwertszeit des Uran X.

Antonoff schloß aus seinen Versuchen, daß das Uran Y nur langsame β-Strahlen aussendet, eine Halbwertszeit von 1,5 Tagen besitzt und sich nur in außerordentlich geringem Maße an der Gesamtaktivität des Uran X beteiligt.

Aus diesem letzteren Umstande wurde weiter geschlossen, daß das Uran Y in der Uranreihe seine Stellung weder zwischen Uran und Uran X, noch nach dem Uran X haben kann. Diese Resultate wurden auch noch durch direkte Versuche bestätigt, die Antonoff zu der Annahme führten, daß das Uran Y ebenso wie das Uran X unmittelbar aus dem Uran entsteht. Das Uran Y stellte nach Antonoff neben dem Radium C' das zweite Beispiel einer sog. radioaktiven Seitenlinie vor.

Die Antonoffschen Versuche wurden vor einigen Monaten von A. Fleck[1]) wiederholt, der aber die Existenz des Uran Y nicht bestätigen zu können meinte. Fleck führte die beobachtete schnellere Abnahme des Uran X auf geringe Verunreinigungen des Uranpräparats durch Thorium zurück.

Antonoff nahm daher seine früheren Versuche nochmals auf und hielt in einer kurzen Notiz seine in der ersten Arbeit dargelegten Resultate aufrecht[2]). In dieser Notiz erweitert er sogar seine früheren Befunde, indem er die Beteiligung des Uran Y auf etwa 2 Proz. der β-Strahlen des Uran X angibt und die Möglichkeit diskutiert, daß das Uran Y die Muttersubstanz des Aktiniums vorstellt.

Wir hatten in einer unlängst erschienenen Arbeit gleichfalls die Frage diskutiert, an welcher Stelle der Uranreihe die Abzweigung des Aktiniums stattfindet. Bei Versuchen, das daselbst vorgeschlagene Schema experimentell zu prüfen, beobachteten wir beim Uran Unregelmäßigkeiten, deren genauere Verfolgung uns dazu führte, der Frage nach der Existenz des Uran Y näher zu treten. Es sei gleich hier bemerkt, daß wir die Existenz des Uran Y einwandfrei nachweisen und insoweit also die Resultate von Antonoff bestätigen konnten. Allerdings fanden wir für die Halbwertszeit beträchtlich kürzere Werte und kamen auch bezüglich der chemischen Abscheidungsbedingungen zu etwas anderen Resultaten als Antonoff. Diese Abweichungen veranlaßten uns, eine eingehendere Untersuchung der Frage vorzunehmen, deren Resultate weiter unten beschrieben werden sollen. Nachdem unsere Versuche nahezu abgeschlossen waren, erschien eine Mitteilung von Soddy[3]), in der auch die Existenz des Uran Y bestätigt wird. Wegen der geringen Effekte kann Soddy keine genaueren Daten angeben, doch betont er, daß die Halbwertszeit zwischen 24 und 36 Stunden liegen dürfte, und zwar näher zu dem Wert von 24 Stunden.

I. Nachweis der Existenz von Uran Y.

20 g wasserfreies Urannitrat wurden in Wasser gelöst, mit ca. 1 ccm einer 5proz. Eisenchloridlösung versetzt und mit Ammoniak das Uran mit dem Eisen gefällt. Durch Zusatz von überschüssigem Ammonkarbonat wurde das Uran

1) G. N. Antonoff, Phil. Mag. (6) **22**, 419, 1911.

1) A. Fleck, Phil. Mag. (6) **25**, 710, 1913.
2) G. N. Antonoff, Phil. Mag. (6) **26**, 1058, 1913.
3) F. Soddy, Phil. Mag. (6) **27**, 215, 1914.

wieder in Lösung gebracht, das ungelöst gebliebene Eisen heiß abfiltriert, getrocknet und gemessen. Das Eisen enthielt den größten Teil des Uran X. Um dieses ganz quantitativ abzutrennen, wurde die Ammonkarbonatlösung durch Säurezusatz zersetzt, der sauren Lösung erneut Fe zugesetzt und das Eisen wieder in der angegebenen Weise gefällt. Dieser Vorgang wurde so oft wiederholt, bis die Aktivität der Eisenfällung praktisch gleich Null war. Dazu waren im allgemeinen 4—5 Fällungen notwendig.

Das nachfolgende Zahlenbeispiel gibt den Gang einer solchen Abtrennung des Uran X wieder.

Eisenfällung	β-Aktivität in willkürlichem Maße
1	225
2	55,5
3	21,6
4	5,7
5	1

Auf diese Weise erhielt man also ein vollständig Uran X-freies Uranpräparat. Wegen der kurzen Lebensdauer des Uran Y gegenüber der des Uran X wird sich der Nachweis des Uran Y neben diesem um so leichter gestalten, je kürzer man die Zeit der Nachbildung dieser beiden Produkte im Uran wählt. Wir haben bei unseren Versuchen Ansammlungszeiten gewählt, die zwischen 5 und 50 Stunden variierten. Dann wurde genau so wie oben angegeben eine Eisenfällung in der Uranlösung ausgeführt. Die so erhaltenen Präparate wurden in zwei verschiedenen geschlossenen Elektroskopen zur Messung gebracht. Der Boden des einen war mit 0,01 mm, der des anderen mit 0,07 mm Aluminium bedeckt. In dem letzteren wurden also nur durchdringende β-Strahlen gemessen, während eventuelle α-Strahlen des Urans in keinem der beiden Elektroskope zur Wirksamkeit kommen konnten. Die Abnahme der Aktivität der durchdringenden β-Strahlen erfolgte immer mit der Halbwertszeit des Uran X; dagegen zeigte die weichere β-Strahlung in allen Fällen anfänglich eine zu schnelle Abnahme.

Die Messungen wurden so lange fortgesetzt, bis die Aktivitätsabnahme mit der Halbwertszeit von Uran X erfolgte, was im allgemeinen nach 5—6 Tagen der Fall war. Durch Subtraktion der Uran X-Abfallskurve von der experimentell gemessenen ergab sich die Abfallskurve des schneller zerfallenden Körpers. Wir erhielten hierbei wesentlich kürzere Halbwertszeiten als Antonoff. Wir mußten deshalb an die Möglichkeit denken, daß die ganze Erscheinung durch Spuren von Thorium im Ausgangsmaterial vorgetäuscht sei, wie Fleck es für seine Versuche annahm. Diese Möglichkeit läßt sich auf einem sehr einfachen Wege ausschließen. Das Uran X hat nämlich bekanntlich dieselben chemischen Eigenschaften wie Thorium und Radiothor und läßt sich in keiner Weise von diesen Körpern trennen. Enthält also das Uran tatsächlich Thorium, so muß bei der Abscheidung des Uran X das Thorium und Radiothor mit abgetrennt werden. Da nun, wie wir gesehen haben, das Uran X durch die wiederholten Eisenfällungen quantitativ vom Uran entfernt wird, so muß gleichzeitig auch das vorhandene Thorium und Radiothorium quantitativ abgetrennt werden. Wenn man daher ein und dasselbe Uranpräparat in gewissen Zeitintervallen in der oben beschriebenen Weise behandelt, so muß die schnell zerfallende Substanz, die man hierbei abscheidet, falls sie ein Thoriumprodukt ist, immer geringer werden und nach der Zeit, in der das etwa beim Uran verbliebene Thorium X zerfallen ist, verschwunden sein. Rührt die Aktivität aber nicht von Thoriumverunreinigungen her, sondern handelt es sich tatsächlich um ein Zerfallsprodukt des Urans, so müssen die Ausbeuten unverändert bleiben.

Um diesen Punkt zu prüfen, haben wir beispielsweise am 15. Dezember 20 g Uran quantitativ von Uran X befreit. Von demselben Präparat wurden am 16., 17., 18., 19. Dezember, 5. und 6. Januar Abtrennungen gemacht. Alle so erhaltenen Präparate ergaben die schnell abfallende Substanz in angenähert konstanter Menge, wenn die Dauer der verschieden gewählten Ansammlungszeit in Rücksicht gezogen wurde. Da nach 22 Tagen nur noch 1,5 Proz. von der ursprünglich vorhandenen Thorium X-Menge übrig sein können, so ist damit ausgeschlossen, daß der in Frage stehende schnell zerfallende Körper Thorium B sei. Allerdings konnten wir ein spurenweises Vorhandensein von Thorium B nachweisen, das sich darin äußerte, daß die ersten Zerfallskurven von Uran Y immer etwas kürzere Halbwertszeiten ergaben, als die zu späteren Zeiten aufgenommenen. Auf diesen Punkt wollen wir weiter unten noch zurückkommen.

2. Halbwertszeit des Uran Y.

Wir geben im folgenden eine Anzahl Abfallskurven von Uran Y. Als Abszissen sind die Zeiten in Stunden, als Ordinaten die Logarithmen der Aktivitäten in willkürlichem Maße aufgetragen. Die Kurven sind aus den experimentell aufgenommenen Kurven in der Weise gewonnen, daß das nach Zerfall des Uran Y übrig bleibende Uran X entsprechend in Abzug gebracht wurde.

Die wiedergegebenen Kurven gehören verschiedenen Gruppen von Versuchen an. Kurve 1 wurde mit einem Präparat aufgenommen, das

Anfang Dezember aus 10 g Urannitrat gewonnen war. Für die Aufnahme der Kurven 2a—2e dienten die 20 g Urannitrat, die am 15. Dezember 1913 zum erstenmal vom Uran X befreit wurden. Die Kurven 3a—3d sind mit einem Präparat gewonnen, zu dessen Herstellung am 5. Januar 1914 50 g Urannitrat verarbeitet wurden. Die Ansammlungszeit für das Uran Y im Uran wurde zwischen 5 und 50 Stunden variiert, in den meisten Fällen aber wurden etwa 20 Stunden gewählt. Die Kurven in den Gruppen sind chronologisch geordnet, beispielsweise entsprechen 1, 2a und 3a den zuerst hergestellten Präparaten der betreffenden Gruppe, d. h. das zugehörige Uranpräparat war einen Tag vor der Herstellung zum erstenmal von Uran X befreit worden. Kurve 2e und 3d entsprechen Präparaten, die 22 Tage bzw. 16 Tage nach der ersten Abtrennung des Uran X gewonnen wurden. Die dazwischen liegenden Kurven entsprechen intermediären Zeiten.

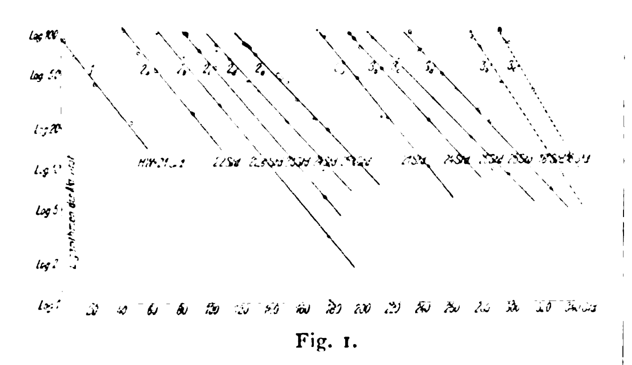


Fig. 1.

Die Halbwertszeiten schwanken im Maximum zwischen rund 21 und rund 26 Stunden; obwohl dem einzelnen Wert wegen der geringen Stärke der untersuchten Präparate keine sehr große Genauigkeit zugeschrieben werden kann, zeigt eine eingehendere Betrachtung deutlich, daß die Werte zwischen den angegebenen Grenzen nicht regellos verteilt sind, sondern einen systematischen Gang aufweisen, indem die den späteren Präparaten zugehörigen Kurven die längeren Halbwertszeiten besitzen. Die Erklärung hierfür ist zweifellos darin zu suchen, daß, wie schon oben erwähnt wurde, das Urannitrat durch Spuren von Thorium verunreinigt wird. Die ersten Uran X-Fällungen enthalten demgemäß immer etwas Thorium B, dessen Anwesenheit die für das Uran Y gemessene Halbwertszeit herunterdrückt.

Um diesen Punkt noch direkt zu prüfen, haben wir den Uran Y-Präparaten eine geringe Menge Blei zugesetzt und dieses von dem Uran Y zu trennen versucht. In einem Fall wurde das Blei mit H_2S gefällt; im Filtrat wurde das Fe gefällt. Da Thorium B Bleieigenschaften besitzt, muß es bei dem ausgefallenen Blei sein. Wenn das Blei beim Ausfallen gar kein Uran Y mitreißen würde, müßte die Abklingung der Bleifällung mit der Halbwertszeit des Thorium B (10,6 Stunden) erfolgen. Jedenfalls ist aber zu erwarten, daß die Abnahme des Bleiniederschlags rascher erfolgt als die des zugehörigen Eisenniederschlags.

Die erhaltenen Resultate bestätigen diese Erwartung. Kurve 3b′ gibt die Abklingung des Schwefelwasserstoffniederschlags, dessen Aktivität etwa 40 Proz. der Aktivität des Eisenniederschlags betrug, ein Beweis, daß das Blei einen Teil des Uran Y und Uran X mitgerissen hatte.

Kurve 3b entspricht der zugehörigen Eisenfällung. Die aus 3b′ sich ergebende Halbwertszeit beträgt 18 Stunden, während 3b mit einer Halbwertszeit von 24 Stunden abfällt. Möglicherweise entspricht dieser Wert noch nicht vollständig der wirklichen Halbwertszeit des Uran Y, da die Bleifällungen mit H_2S in schwach saurer Lösung nicht quantitativ sind.

Bei einem zweiten Versuch wurde deshalb die Bleitrennung in anderer Weise ausgeführt. Die Lösung des Uran Y und Uran X wurde wieder mit geringen Mengen Blei versetzt und außerdem etwa 0,4 mg Thoriumnitrat zugegeben, um eine Adsorption des Uran Y + Uran X an das Blei zu verhindern. Das Blei wurde nun mit Schwefelsäure und im Filtrat das Eisen + Thorium mit NH_3 ausgefällt. Die Aktivität des Bleisulfatniederschlags betrug jetzt nur $^1/_{10}$ der des Eisenniederschlags, obgleich die Schicht eine wesentlich dünnere war, und die Abklingung erfolgte mit etwa 16 Stunden Halbwertszeit, wie die Kurve 3c′ erkennen läßt. Die außerordentlich geringe Aktivität brachte es mit sich, daß man die Abfallskurve nicht über sehr große Zeitintervalle verfolgen konnte. Der Abfall der zugehörigen Eisenfällung ist in 3c wiedergegeben, er erfolgt mit einer Halbwertszeit von etwa 26 Stunden. Die Kurven 2e und 3d ergeben auch Halbwertszeiten zwischen 25 und 26 Stunden, so daß die kürzeren Halbwertszeiten wohl sicher auf die spurenweise Anwesenheit von Thorium B zurückzuführen sind. Die Abklingungskurven der von Thorium B befreiten Präparate ergeben im Mittel als Halbwertszeit 25,5 Stunden. Wir glauben nicht, daß der mittlere Fehler hierbei mehr als 0,5 Stunden beträgt.

Eine ungefähre Schätzung der Thorium B-Mengen, die für die beobachtete Verminderung der Halbwertszeit des Uran Y nötig sind, kann man durch Ausprobieren sehr leicht ermitteln. Nimmt man beispielsweise an, daß die gemessene Aktivität zu 80 Proz. vom Uran Y und zu 20 Proz. vom Thorium $B + C$

herrühre, und konstruiert für ein derartiges Gemisch unter der Voraussetzung, daß sich Uran Y in 25 Stunden zur Hälfte umwandelt, die Zerfallskurve, so fällt diese während der ersten Zeit mit einer Halbwertszeit von 21,5 Stunden ab. Da die 20 Proz. Thorium $B+C$-Aktivität wegen der gewählten Versuchsanordnung zum großen Teil von den α-Strahlen des Thorium C herrührt, so ist die β-Aktivität des Thorium $B+C$, die ja allein mit der Aktivität des Uran Y verglichen werden kann, höchstens von der Größenordnung von 1 Proz. Die Verunreinigung des Urans durch die entsprechende Menge Thorium ist natürlich noch viel kleiner, und zwar etwa von der Größenordnung $^1/_{10}$ Promille, da sich Uran Y an der β-Aktivität des Urans im Gleichgewicht mit Uran X nur zu einigen Prozenten beteiligt. Diese Beteiligung läßt sich ohne weiteres berechnen, wenn einmal die Halbwertszeit des Uran Y bekannt ist. Beispielsweise betrug für das Präparat der Kurve 2e die Gesamtaktivität zur Zeit Null in willkürlichen Einheiten 33,5, wovon 9,1 Einheiten dem Uran Y, 24,4 dem Uran X zuzuschreiben waren. Diese Aktivität hatte sich in 15 Stunden aus dem Uran gebildet, entsprach also, wenn man die Halbwertszeit des Uran Y zu 25 Stunden annimmt, 34,2 Proz. der Gleichgewichtsmenge von Uran Y und 2 Proz. von der des Uran X. Dem Gleichgewicht entspricht also für Uran Y die Aktivität 26,45, für Uran X die Aktivität 1220, d. h. also, die Beteiligung des Uran Y an der Gesamtaktivität beträgt 2,1 Proz. Der angeführten Berechnung liegt die Annahme zugrunde, daß Uran X und Uran Y bei ihrer Herstellung aus Uran entweder vollständig abgetrennt werden oder wenigstens immer in gleichem Verhältnis, daß sie demnach sich bei den angewendeten chemischen Reaktionen identisch verhalten. Das ist auch tatsächlich der Fall, denn wie noch später dargelegt wird, scheinen sie überhaupt identische chemische Eigenschaften zu besitzen.

Selbstverständlich gilt der Wert von 2,1 Proz. nur für die von uns gewählten Meßbedingungen und ist naturgemäß auch von der Schichtdicke der untersuchten Präparate abhängig.

Es wurden auch Anstiegskurven mit ursprünglich Uran X- und Uran Y-freiem Uran aufgenommen. Das Uran wurde durch 5 bis 6 Eisenfällungen gereinigt, dann als Hydrat mit Ammoniak gefällt, ausgewaschen und rasch getrocknet. Das getrocknete Präparat wurde pulverisiert, mit Chloroform angerieben und auf ein Aluminiumblech aufgestrichen, dessen Durchmesser 21 cm betrug. Die aufgestrichenen Mengen variierten zwischen 1,7 g und 3,3 g. Die Präparate wurden in einem entsprechend großen Elektroskop untersucht, das mit 0,01 mm Aluminium abgeschlossen war, und zwar wurden die Präparate unbedeckt und mit 0,1 mm Aluminium bedeckt gemessen. Im ersteren Falle mißt man die Strahlen des Uran Y noch mit, im letzteren Falle nur die durchdringenden β-Strahlen des Uran X. Die Resultate eines solchen Versuchs sind in Fig. 2 wiedergegeben.

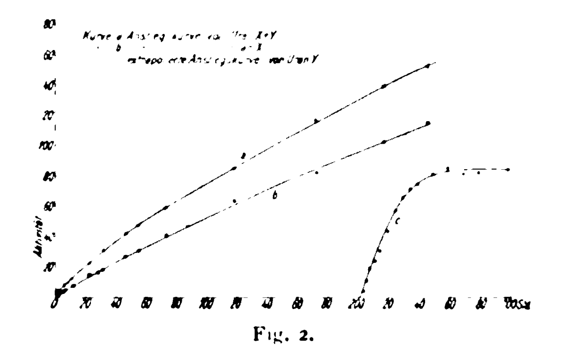


Fig. 2.

Kurve a entspricht dem unbedeckten Präparat, Kurve b dem bedeckten. Die Kurve b zeigt den Verlauf, der der direkten Bildung von Uran X aus Uran entspricht.

Kurve a läßt deutlich eine anfänglich schnellere Zunahme erkennen, die von der Nachbildung des kurzlebigen Uran Y herrührt. Diese beiden Anstiegskurven sprechen wohl dafür, daß Uran Y nicht zwischen Uran X und Uran steht. Kurve c wurde in der Weise gewonnen, daß die Werte der Kurve b auf die Absorption der Uran X β-Strahlen in 0,1 mm Al durch Multiplikation mit dem experimentell bestimmten Faktor 1,22 korrigiert und dann von den entsprechenden Werten der Kurve a abgezogen wurden. Kurve c repräsentiert also die Anstiegskurve für die Bildung des Uran Y aus Uran. Diese Kurve gibt eine Halbwertszeit von 19 bis 20 Stunden. Da es sich hier um Differenzwerte handelt, deren Absolutwerte sehr klein sind, ist die Übereinstimmug mit dem zu erwartenden Wert von 25—26 Stunden ziemlich befriedigend.

3. Die chemischen Eigenschaften des Uran Y.

Bei allen frisch hergestellten Uran Y-Präparaten entsprach die anwesende Uran Y-Menge immer der Dauer der gewählten Ansammlungszeit. Schon dieser Umstand macht es sehr wahrscheinlich, daß Uran Y und Uran X denselben Reaktionen folgen. Gegen diese Annahme sprach allerdings der Befund von Antonoff, daß Uran X, das mit $BaSO_4$ niedergerissen wird, das Uran Y nicht enthält. Wir haben daher diesen Versuch wiederholt, kamen aber zu dem entgegengesetzten Resultat wie Antonoff. Bei gleicher Länge der

Ansammlungszeit enthielten die Bariumsulfatfällungen denselben Prozentsatz Uran Y wie die Eisenfällungen. Dies steht auch in Übereinstimmung mit den Befunden von Soddy[1]).

Wir haben auch auf direktem Wege den Nachweis erbracht, daß Uran Y und Uran X chemisch identisch sind. Uran X läßt sich bekanntlich von Thorium nicht trennen. Wir haben daher in einer Uran X + Uran Y-Lösung eine charakteristische Thoriumfällung ausgeführt. Der schwach salzsauren Lösung wurden einige Milligramm Zirkonnitrat und 1 mg Thornitrat zugesetzt und dann mit Ammoniumthiosulfat gefällt. Die Fällung enthielt nur das Zirkon und das Thorium, das gesamte Eisen blieb im Filtrat. Eine Prüfung der Aktivität ergab, daß über 96 Proz. derselben in dem Thiosulfatniederschlag war und ihre Abklingung erfolgte in derselben Weise wie die der Eisenfällungen.

Wasserstoffsuperoxydfällungen, die ja auch charakteristisch für Thorium sind, sind ohne Zugabe leicht fällbarer Thoriummengen nicht gut auszuführen. Immerhin haben einige Versuche in dieser Richtung ergeben, daß sich das Uran Y bei der Wasserstoffsuperoxydfällung wie Uran X, also Thorium verhält.

Die angeführten Tatsachen scheinen zur Genüge zu beweisen, daß Uran Y dieselben chemischen Eigenschaften besitzt wie Uran X.

Das vierwertige Uran Y muß also aus dem Uran durch eine α-Strahlenumwandlung entstehen. Doch läßt sich vorläufig nicht entscheiden, ob es aus dem Uran 1 neben dem Uran X oder aus dem Uran 2 neben dem Ionium entsteht. Könnte man die α-Strahlen von Uran 1 und Uran 2 auf Grund ihrer verschiedenen Reichweiten getrennt zählen, so ließe sich diese Frage entscheiden, da im ersten Fall die Zahl der α-Strahlen von Uran 1 sich etwas größer ergeben müßte als die Zahl der α-Strahlen von Uran 2.

Zusammenfassung der Resultate.

1. Die Existenz von Uran Y wird einwandfrei nachgewiesen.
2. Uran Y emittiert langsame β-Strahlen und besitzt eine Halbwertszeit von $25{,}5 \pm 0{,}5$ Stunden.
3. Uran Y besitzt die chemischen Eigenschaften des Uran X, also des Thoriums.
4. Uran Y entsteht entweder aus Uran 1 neben dem Uran X oder aus Uran 2 neben dem Ionium.

1) F. Soddy, l. c.

Berlin-Dahlem, Kaiser Wilhelm-Institut für Chemie.

(Eingegangen 30. Januar 1914.)

Versuche über die Wirkung elektrischer Entladungen in Helium auf Radiumemanation.

Von L. Bruner[1]) und E. Bekier.

Als Fundamentaltatsache der Radiochemie gilt die vollkommene Unbeeinflußbarkeit des Zeitmaßes der radioaktiven Umwandlungen. Sichtet man jedoch das darüber vorhandene Beobachtungsmaterial, so wird man zugeben müssen, daß es in Anbetracht der großen Wichtigkeit dieses Gegenstandes doch an Versuchen fehlt, die nach verschiedenen Richtungen und unter verschiedenen Versuchsbedingungen festzustellen suchen, in welchen Grenzen und unter welchen Bedingungen die Unbeeinflußbarkeit als sichergestellt betrachtet werden kann. Die meisten Versuche beschäftigen sich mit dem Temperatureinfluß und auch teilweise mit dem Druckeinfluß auf radioaktive Umwandlungen. Nach den ersten grundlegenden Versuchen von Becquerel, Rutherford und P. Curie[2]) waren es besonders H. W. Schmidt[3]) und A. S. Russell[4]), die sich ausführlich mit dem Temperaturkoeffizient (in den Grenzen bis 1300^0 der Zerfallsgeschwindigkeit in der Reihe Ra-Radiumemanation — RaC befaßt haben.

Die Verfasser kommen zu dem Schluß, daß in den von ihnen untersuchten Temperaturgebieten die Temperatur die Zerfallsgeschwindigkeit nicht beeinflußt hatte.

Von anderen physikalischen Faktoren, die die Zerfallsgeschwindigkeit beeinflussen könnten, ist nur noch unseres Wissens die Wirkung von Kathodenstrahlen[5]) und Röntgenstrahlen[6]) versucht worden, und zwar auch mit negativem Ergebnis.

Von der Betrachtung ausgehend, daß nach allgemeinen Prinzipien der chemischen Mechanik eine radioaktive Umwandlung, die unter Abspaltung von α-Teilchen erfolgt, wie etwa

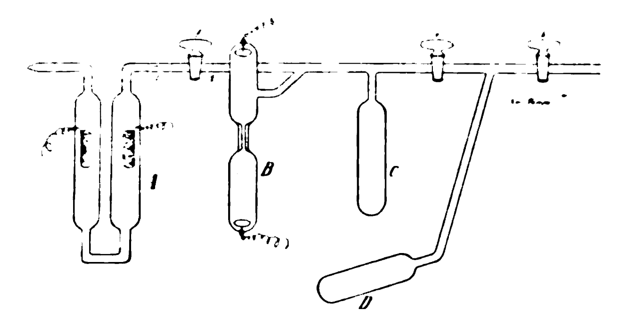
$$\text{Radiumemanation} \rightarrow RaA + \alpha$$

durch Konzentrationsvermehrung des Reaktionsprodukts, d. i. von geladenen Heliumatomen, zur teilweisen Umkehrung am ehesten gebracht werden konnte, haben wir versucht, die Wirkung von Helium auf Radiumemanation unter Einfluß von elektrischen Entladungen festzustellen.

Der dazu verwendete Apparat (Figur) be-

1) Prof. Dr. L. Bruner, einer von den Verfassern der vorliegenden Mitteilung ist am 5. Dezember 1913 gestorben. Manuskript dieser Mitteilung war in der endgültigen Form noch vor dem Tode des Prof. L. Bruner geschrieben.
2) Rutherford, Radioaktivität 1907.
3) Diese Zeitschr. **9**, 113 u. 816, 1908.
4) Proc. Roy. Soc. **86** (A), 240—257, 1912.
5) Chem. Centralblatt 1909, I, 62.
6) Arch. de Genève **25**, 26, 1908.

stand im wesentlichen aus dem Entladungsrohr *A*, das mit Aluminiumelektroden versehen worden war, aus spektralem Kontrollrohr *B* und einem mit Holzkohle gefüllten Behälter *C*. Die Emanation, die aus $^{1}/_{40}$ mg $RaBr_2$ ausgekocht und über KOH und P_2O_5 geleitet wurde, wurde



in dem Rohr *A* kondensiert, noch bevor der Apparat bei *g* zusammengeblasen wurde. Dann wurde bei zugedrehtem Hahn *f* bei *g* zusammengeblasen und der ganze Apparat, indem *A* mit flüssiger Luft gekühlt wurde, bis zum Verschwinden von Kathodenstrahlen evakuiert. Nun wurde *f* wieder zugesperrt und das Helium aus Thorianit und Kaliumbichromat nach Erdmann[1]) in *D* entwickelt. Indem *C* in flüssiger Luft gekühlt wurde, wurde das Helium von den absorbierten Gasen gereinigt und in *B* die Reinheit des Heliumspektrums nachgeprüft. Nachdem in *B* nur reines Heliumspektrum zu sehen war, wurde durch Öffnen des Hahnes *f* das Gas auch in das Entladungsgefäß *A* hineingeleitet. Um dann während der ganzen Versuchsdauer vollkommen sicheren Abschluß zu erhalten, wurde bei *j* abgeschmolzen und nun zu den Entladungen geschritten, wobei die Verengung des *A*-Röhrchens zur Kontrolle der Reinheit des Heliumspektrums diente. Es zeigte sich, daß bei längerer Versuchsdauer das Heliumspektrum immer verwischter wird. Eine Erscheinung, auf die bereits Baly[2]) aufmerksam macht.

Die Messung wurde in der Weise ausgeführt, daß, nachdem bereits das Gleichgewicht: Emanation bis *RaC* eingetreten ist, die Radioaktivität mit einem β-Elektroskop mit Hilfe von β- und γ-Strahlen in bekannter Weise gemessen wurde. Dann wurde die Entladung mit Hilfe eines Induktoriums von 10 cm Funkenlänge eine Zeitlang durchgeleitet, die Intensität der Radioaktivität wieder gemessen und mit der theoretischen unter Benutzung der Zeitkonstante der Radiumemanation $\lambda = 0{,}000125$ Min.$^{-1}$ verglichen.

1) A. Classen, Ausgewählte Methoden der analytischen Chemie 1903. II. Bd., S. 536.
2) Baly, Spektroskopie, S. 311. Berlin 1908.

Das Resultat der Versuche war bis jetzt ein negatives. Es zeigten sich keine Veränderungen in der Intensität der Radioaktivität, wie dies der Fall sein müßte, wenn die Zeitkonstanten des radioaktiven Zerfalls verändert würden.

Es seien auszugsweise einige unserer Versuchsprotokolle mitgeteilt:

Versuch		Skalenteile pro Minute gefunden	Skalenteile berechnet[1])
1.		83,11	—
	10 Min. Entladungen		
	nach 45 Min.	81,67	82,65
	„ 105 Min.	79,48	80,62
	15 Min. Entladungen		
	„ 45 Min.	79,48	79,04
2.		5,92	—
	60 Min. Entladungen		
	nach 132 Min.	5,88	5,81
	„ 223 Min.	5,73	5,72
	2 Stunden Entladungen		
	„ 169 Min.	5,54	5,61
	„ 1046 Min.	4,86	4,86

1) Unter „berechnet" stehen immer die Werte, die aus dem oben unmittelbar vorher gemessenen berechnet worden sind, somit z. B. der Wert 80,62 aus 81,67 berechnet wurde.

Krakau, Physikalisch chemisches Universitäts-Laboratorium, Juni 1913.

(Eingegangen 31. Januar 1914.)

Zur Theorie des Glimmstroms. I.

Von Ragnar Holm.

In der Theorie des Glimmstroms gibt es bekanntlich eine Anzahl fundamentaler Fragen, die auf ihre Lösung warten. Es gibt z. B. noch keine allgemein angenommene Erklärung des Zustandekommens des negativen Glimmlichtsaumes, auch keine für die Beziehung zwischen Stromstärke und Potentialgradient in der positiven Glimmsäule. Einige neue Arbeiten von J. Franck und G. Hertz[1]) über die Reflexion der Elektronen an Molekülen zwingen zu anderen Vorstellungen über die Bewegungen der Elektronen, als man in den bisher entwickelten Theorien des Glimmstroms vorfindet. Bei dieser Sachlage scheint es erlaubt, über einen Ver-

1) J. Franck u. G. Hertz, Verh. d. Deutsch. phys. Gesellsch. 15, 373, 1913 und diese Zeitschr. 14, 1115, 1913.

such zu berichten, die Glimmstromerscheinung mit Berücksichtigung der neuesten experimentellen Ergebnisse zu behandeln. Die Theorien, die ich in einer Serie Aufsätze, deren dieser der erste ist, gebe, ermöglichen es, viele von den jetzt noch ungeklärten Fragen einheitlich zu behandeln, und wenn auch einige der hier aufgestellten Hypothesen noch einer Richtigstellung bedürfen, so kann doch erwartet werden, daß dieser Versuch einer Theorie des Glimmstroms eine Anregung zur Weiterarbeit auf diesem Gebiete zu geben vermag.

Unter den eigenen Beobachtungen, die in der vorliegenden Arbeit benutzt werden, hat Verfasser einen Teil im Göttinger physikalischen Institut gemacht und schon größtenteils publiziert[1]), einen anderen Teil bei verschiedenen Gelegenheiten im Phys.-chem. Laboratorium der Firma Siemens & Halske in Berlin dank des freundlichen Entgegenkommens des Herrn Dr. H. Gerdien ausführen können. Den letztgenannten Beobachtungen habe ich allerdings aus mehreren Gründen im allgemeinen nur einen provisorischen Charakter geben können.

§ 1. Die positive Glimmlichtsäule.

Allgemeines.

Die positive Säule ist ein recht selbständiges Gebilde. Während das negative Glimmlicht an die geraden Bahnen der Kathodenstrahlen gebunden ist[2]) und eventuellen Krümmungen des Entladungsrohrs nicht folgen kann, ist es für den Habitus der positiven Säule recht gleichgültig, ob die Strombahn durch Krümmungen des Rohres teilweise sogar in entgegengesetzter Richtung zu dem Gradient im Felde der Elektrodenladungen zu liegen kommt. Die Farbe und die eventuelle Schichtung der Glimmsäule sind sichtbar unabhängig von allmählich verlaufenden Krümmungen des Entladungsrohrs. Dasselbe gilt, wie ich durch Potentialmessungen an Sonden geprüft habe, angenähert auch für den Potentialgradienten. Zwei Messungen an ungeschichteten Säulen in einem 8 mm weiten Rohr gaben den Gradienten 44,2 bzw. 79,5 Volt/cm in einem geraden Rohrteil, während gleichzeitig in einem Teil des Rohres, wo dessen Krümmungsradius 6 cm betrug, die Werte 43 bzw. 76,2 Volt/cm gefunden wurden. Diese Unabhängigkeit der positiven Säule von der Richtung ihrer Bahn bedeutet, daß die Säule längs ihrer ganzen Länge Raumladungen besitzt, die ihr Feld so einstellen, daß der Potentialgradient und der Stromvorgang in einem gleichmäßig dicken Rohre überall dieselben bleiben. In dieser Hinsicht ähnelt der Stromvorgang in der Glimmsäule dem Vorgang in einem Leitungsdraht.

Schon diese Tatsache läßt verstehen, daß der Strom in der positiven Säule nicht direkt vom Felde der Elektrodenladungen erweckt wird. Die Entstehung des Glimmstroms dürfte also so vonstatten gehen, daß zuerst an den Elektroden Ionisation eintritt. Diese Ionisation verschafft die Möglichkeit, eine größere Ladung in der Richtung der Kraftlinien zu verschieben. Gleichzeitig verändert sich das Feld. Man kann sich so leicht vorstellen, wie durch Ladungsverschiebungen in Übereinstimmung mit den Bedingungen für die Entwicklung der Entladungsbahn, die durch die Rohrwände gegeben sind, das Feld die nötige endgültige Form bekommt. Der gleichmäßige Gradient ist natürlich eine Anpassung an das überall gleiche Leitvermögen der Säule genau so, wie es der Fall in einem Leitungsdraht ist.

Wenn wir so von der Gleichmäßigkeit in der positiven Glimmsäule sprechen, so sehen wir natürlich von der periodisch wiederkehrenden Ungleichmäßigkeit innerhalb der einzelnen eventuellen Schichten ab. In der geschichteten Säule zeigt sich die Gleichmäßigkeit in der Gleichwertigkeit der verschiedenen Schichten, der ersten ausgenommen. Eine gute Demonstration ausgeprägter Gleichwertigkeit der Schichten geben die Beispiele A, B und C in meiner Abh. R. H. Seite 17 bis 19. Diese Beispiele zeigen auch, wie vollständig unabhängig die negativen Gebiete des Glimmstroms von der Länge der positiven Säule, d. h. in den gegebenen Fällen von der Schichtanzahl sind, wenn diese nur größer als 2 oder 3 ist. Man sieht z. B. aus dem Beispiel A, Seite 17, wie bei konstant gehaltener Stromstärke der Elektrodenabstand von 169 mm auf 367 mm und die Schichtenanzahl von 2 bis 13 vergrößert werden konnte, ohne daß der Kathodenfall, die Entfernung des pos. Säulescheitels von der Kathode, die Schichtenpotentiale und die Schichtenlängen sich um sicher zu konstatierende Bruchteile eines Prozents änderten.

Dies kann natürlich auch als eine Demonstration für die Tatsache dienen, daß das Feld in den verschiedenen Glimmstromteilen hauptsächlich von den Ladungen in diesen Teilen bestimmt wird, und nur gewissermaßen indirekt von den Ladungen anderer Teile. Es handelt sich dabei um Volumenladungen. Die Ladun-

1) R. Holm, Abhandl. der Königl. Gesellsch. der Wissensch. zu Göttingen, math.-phys. Kl., Neue Folge Bd. IV, No. 2, 1908; diese Abhandlung wird in dem Folgenden der Kürze halber mit R. H. bezeichnet.

2) Ich werde in später erscheinenden Abschnitten treffende Beweise für diese übliche Auffassung geben.

gen der Glaswände spielen eine untergeordnete Rolle. Äußere leitende Mäntel der Rohre haben sehr wenig Einfluß. Wenn die Rohrwand innen leitend gemacht wird, wird die leuchtende Entladungsbahn allerdings dünner, und gleichzeitig damit verkürzen sich die Schichtlängen, so wie in engeren Rohrteilen. Die allgemeine Art der Entladung verändert sich aber nicht, und die eintretende Veränderung deutet nur darauf, daß sich in der äußeren Gasschicht Volumenladungen aufrecht halten, die das Gasinnere vor dem Felde der leitenden Wand schützen. Da diese äußere Gasschicht eine gewisse Dicke haben muß, ist es klar, daß die eigentliche Strombahn etwas verengt wird[1]).

Bekanntlich gibt es Fälle, wo die Glimmentladung gegen Annäherung geerdeter Leiter empfindlich ist. R. Reiger[2]) hat solche „empfindlichen Entladungen" sehr eingehend untersucht und kommt zu dem Schluß, daß sie immer intermittierend sein dürften. Die Empfindlichkeit erklärt sich als eine Art Kapazitätswirkung. An die Unabhängigkeit der positiven Säule von der Größe des Kathodenfalles sei hier nur erinnert.

§2. Theoretisches über den Stromvorgang in der positiven Glimmsäule, besonders in der ungeschichteten.

Das Leuchten in der positiven Glimmsäule gibt kund, daß dort Ionisation stattfindet. Denn nach Beobachtungen von Gehrcke und Seeliger[3]) und dem Verfasser (§ 5) werden nur dann Gase von Elektronen zum Leuchten erregt, wenn diese wenigstens eine gewisse Minimalgeschwindigkeit, die nicht kleiner als die kleinste Ionisationsgeschwindigkeit ist, besitzen. Es wäre denkbar, daß das Leuchten auch durch häufiges Bombardement seitens weniger schneller Elektronen erregt werden könnte. Ich habe aber gefunden (vgl. § 5), daß jedenfalls bei gewissen Stromdichten, die in der positiven Glimmsäule vorkommen können, ein Leuchten in solcher Weise nicht zustande kommt. Es ist zu bemerken, daß das hauptsächliche Leuchten der Säule bei mäßigen Stromstärken nicht diejenige Farbe hat, die von Elektronen erregt wird, welche gerade die kleinsten lichterzeugenden Geschwindigkeiten besitzen. Elektronen mit den in Frage kommenden Geschwindigkeitspotentialen ionisieren recht häufig[1]). Das Leuchten der Säule beweist also, daß in der Glimmsäule eine beträchtliche Ionisation stattfindet. Diese Ionisation muß für die Leitfähigkeit der Säule von wesentlicher Bedeutung sein.

Aus der im vorigen Paragraphen demonstrierten Gleichwertigkeit der verschiedenen Teile der positiven Glimmsäule folgt jetzt weiter, daß in dem stationären Zustand in der Säule eine die Ionisation kompensierende Wiedervereinigung stattfinden muß, und zwar müssen in jedem Teil der kontinuierlichen und innerhalb jeder vollständigen Schicht der geschichteten Säule sich die Ionisation und die Wiedervereinigung gerade aufheben. Der Potentialgradient in der Glimmsäule muß also immer eine solche Größe haben, daß er Gleichgewicht zwischen Absorption und Ionisation gestattet, wodurch die Größe dieses Gradienten in jedem einzelnen Fall eindeutig bestimmt wird.

Eine Theorie der Glimmsäule hat nun vor allen Dingen folgende Eigenheiten zu erklären: 1. Die Tatsache, daß ein Gefälle gleich der Ionisationsspannung in der Glimmsäule erst auf eine Strecke von 5 bis 10 freien Elektronenweglängen entfällt; 2. die bekannte Abnahme des Potentialgradienten mit wachsender Stromstärke; 3. die Schichten und 4. die Schichtpaare. Es ist von vornherein nicht zu erwarten, daß eine derartige Erklärung ohne einige neue Hypothesen aufgestellt werden kann. Da es mir nun gelungen ist, mit sehr naheliegenden und einfachen Hypothesen eine recht leistungsfähige Theorie zu schaffen, hoffe ich, daß diese der Wahrheit nicht sehr entfernt liegt.

Grundlegend für meine Auffassung über die Bewegung der Elektronen sind einige Arbeiten von J. Franck[2]) und J. Franck zusammen mit G. Hertz[3]). In Übereinstimmung mit diesen

1) Gehrcke hat die Verengung der Strombahn bei leitenden Wänden beobachtet. Gehrcke, Ann. d. Phys. **15**, 509, 1904. Verfasser hat es in der Weise gemacht, daß er einen magnetisch beweglichen, mit einem Schlitz versehenen *Al*-Zylinder von der Anodenseite über die Entladung gezogen hat. Die Veränderung der Entladung konnte ich durch den Schlitz beobachten. Sobald bei Wasserstoffüllung ein so großer Teil der positiven Säule sich innerhalb des Zylinders befand, daß in ihm ein Potentialfall von etwa 370 Volt vorkommen würde, schaltete sich der Strom auf den *Al*-Zylinder über. Die Summe vom Kathodenfall und Anodenfall am *Al*-Zylinder blieb dann etwa 250 Volt, solange dieser als Nebenschluß für den Strom diente, wenn er auch weiter vorgeschoben wurde, und der Strom sich etwas änderte.

2) R. Reiger, Sitzber. d. Phys. Med. Soz. in Erlangen **37**, 23, 1905.

3) E. Gehrcke und R. Seeliger, Verh. d. Deutsch. phys. Ges. **14**, 335, 1023, 1912.

1) Kossel fand, daß langsame Elektronen (200 Volt) bei etwa jedem dritten gaskinetischen Stoß ionisieren (Ann. d. Phys. **37**, 405, 1912). Aus den von Franck und Hertz publizierten Kurven (diese Zeitschr. **14**, 1117, 1913) und mit Hilfe der von diesen Herren gegebenen Theorie (Verh. d. Deutsch. phys. Gesellsch. **16**, 12, 1914) kann man auf etwa eine Ionisation für jeden fünften Stoß seitens eines gerade ionisierungsfähigen Elektrons schließen.

2) J. Franck, Jahrbuch der Radioaktivität **9**, 235, 1912.

3) J. Franck und G. Hertz, Verh. d. Deutsch. phys. Gesellsch. **15**, 373, 1913.

Arbeiten haben wir anzunehmen, daß die Elektronen an Molekülen unelastische Reflexionen erleiden. Der Grad der Unelastizität ist im allgemeinen um so höher, je langsamer die Elektronen sind. Neben reflektierenden Stößen haben wir im Falle kleiner Geschwindigkeiten auch mit Stößen zu rechnen, nach welchen das Elektron am Molekül für eine Zeit haften bleibt. Dank der Unelastizität der Stöße und des Klebenbleibens gelangen in schwachen Feldern (und in unedlen Gasen) keine oder fast keine Elektronen zu Ionisationsgeschwindigkeiten. Wenn aber das Potentialgefälle auf die mittlere freie Weglänge einen gewissen von der Gasart abhängigen Minimalbetrag übersteigt, dürfte ein großer Prozentsatz der Elektronen auf ihren Zickzackwegen zwischen den Molekülen eine allmählich wachsende Geschwindigkeit und schließlich Ionisationsgeschwindigkeit erlangen können.

Ich muß nun als eine Art Lemma einen Beweis dafür einschieben, daß die Elektronenabsorption in der Glimmsäule mit größter Wahrscheinlichkeit zuerst durch Moleküle geschieht und nicht direkt in Wiedervereinigung mit positiven Ionen besteht. Dies folgt daraus, daß Stöße zwischen im Felde beweglichen Elektronen und Ionen so selten stattfinden, daß sie für den Stromvorgang keine Bedeutung haben können. Es genügt diese Behauptung durch folgendes Beispiel zu stützen.

Wir betrachten die Glimmsäule einer Entladung in Luft von 1 mm Druck in einem 2 cm weiten Rohr. Die Stromstärke möge 5 Milliampere betragen. Das Potentialgefälle in der Glimmsäule beträgt unter diesen Voraussetzungen etwa 30 Volt/cm. Die Einheitslänge (1 cm) von der Säule enthält dabei etwa $1,2 \cdot 10^{17}$ Moleküle und wird sekundlich von rund $3,2 \cdot 10^{16}$ Ionen und Elektronen durchströmt, worunter $p \cdot 3,2 \cdot 10^{16}$ positive Ionen. Die Geschwindigkeit der positiven Ionen können wir nach Angaben von J. Franck[1]) schätzen. Für normale Gasionen in trockener Luft von Zimmertemperatur und Atmosphärendruck finden wir die Beweglichkeit etwa $u = 1,4$ cm/sec für 1 Volt/cm. In verdünnter Luft haben die Ionen eine größere Beweglichkeit, als die für sogenannte normale Ionen geltende. Nehmen wir an, daß sie denselben Diffusionskoeffizienten haben wie Luftmoleküle, so erhalten wir laut Francks Angaben (Seite 251) etwa $u = 9$ cm/sec für 1 Volt/cm bei 760 mm Druck, d. h. die mittlere Ionengeschwindigkeit wird $2 \cdot 10^5$ cm/sec für 30 Volt/cm bei 1 mm Druck.

1) J. Franck, Jahrbuch der Radioaktivität 9, 249, 251, 1912.

Es sind also in der Einheitslänge der Glimmsäule auf einmal anwesend

$$\frac{p \cdot 3,2 \cdot 10^{16}}{2 \cdot 10^5} = 1,6 \cdot 10^{11} \cdot p \text{ positive Ionen}^{1)}.$$

Nun ist p höchstens gleich $\frac{1}{2}$, d. h. in der betr. Glimmsäule befindet sich im Mittel unter $\frac{3}{2} \cdot 10^6$ Moleküle höchstens etwa 1 pos. Ion. Da sowohl Moleküle als Ionen den Elektronen gegenüber als annähernd stillstehend betrachtet werden können, käme also auf $\frac{3}{4} \cdot 10^6$ Zusammenstöße eines Elektrons mit Molekülen höchstens ein einziger Zusammenstoß mit einem Ion, d. h. auf eine Wegstrecke des Elektrons von 0,7 km würde im Mittel höchstens nur ein einziger Zusammenstoß mit einem Ion stattfinden. Dies gilt allerdings nur unter der Voraussetzung, daß die Wirkungssphäre der Ionen den Elektronen gegenüber gleich der Wirkungssphäre der Moleküle ist. Sie ist natürlich in Wirklichkeit größer zu schätzen wegen der elektrostatischen Anziehung. Um eine Vorstellung von der Größenordnung dieser Anziehung zu geben, erwähne ich, daß ein Elektron mit 10 Volt Geschwindigkeitspotential zur Trabantenbewegung um ein einwertiges Ion herum von dessen Feld nur dann gezwungen wird, wenn es mit diesem Geschwindigkeitspotential in weniger als 0,14 μμ Entfernung von dem Ionenzentrum vorbeifliegt. Ich erwähne auch, daß die Kraft des Ionenfeldes den Wert 10 Volt/cm in etwa 1 μ Entfernung vom Ionenzentrum hat. Der Wirkungsradius des Ions ist also offenbar langsameren Elektronen gegenüber größer zu schätzen als schnelleren gegenüber. Gegenüber Elektronen ohne Anfangsgeschwindigkeit tritt ein Ion in der behandelten positiven Glimmsäule mit einem Wirkungsradius auf, der auch auf der Seite, wo das Hauptfeld dem Ionenfeld entgegenwirkt, die Größenordnung 1 μ besitzt, während der Wirkungsradius gegenüber Elektronen mit einigen Volt Geschwindigkeitspotential kaum wesentlich größer zu schätzen ist als der Molekülradius. Es ist nun zu bemerken, daß die Vergrößerung des Ionenradius bis auf 1 μ die Häufigkeit der Stöße

1) Wenn man die elektrostatische Wirkung solcher Ionenmengen berechnet, so erhält man viel zu große Kraftwerte, wenn nicht vorausgesetzt wird, daß die Anzahl auf einmal pro ccm anwesender positiver und negativer Gebilde bis auf weniger als 1 Proz. gleich sind. Die freien Elektronen dürften wegen ihrer großen Geschwindigkeit und infolgedessen kleiner Dichte wenig zu den statischen Feldern beitragen. Es folgt also, daß die positive Säule annähernd gleiche Mengen positive und negative Ionen enthält.



gegen Ionen auf das 10^7fache vergrößern würde, so daß also für langsame Elektronen die Stoßfrequenz gegen Ionen mit der Stoßfrequenz gegen Moleküle vergleichbar würde.

Laut der jetzt durchgeführten Überlegung gelangt man zu folgender Theorie für die Elektronenabsorption in der positiven Glimmsäule:

Hypothese A: Die Absorption relativ langsamer Elektronen zerfällt in zwei Stufen. Die erste Stufe umfaßt das Haftenbleiben eines vorher bewegten Elektrons. Dieses Haftenbleiben geschieht, wegen der überwiegenden Anzahl Stöße gegen Moleküle, hauptsächlich an Molekülen, welche dabei zu negativen Ionen werden[1]). Die zweite Stufe ist die Anziehung des vollständig gebremsten Elektrons von einem positiven Ion und die „Wiedervereinigung" mit diesem[2]).

Es folgt aus der Hypothese A, daß die Häufigkeit H (per Sekunde und cm³ berechnet) der Elektronenabsorption in der positiven Säule annähernd eine Funktion von der Form

$$H_1 = P_1\,(\mathfrak{E}\,.\,\lambda)\,.\,j \text{ ist,}$$

wo j die Elektronenstromdichte und P_1 eine von der Gasart und dem Potentialgefälle $(\mathfrak{E}\,.\,\lambda)$ per mittlere freie Elektronenweglänge λ abhängige Funktion ist, die abnimmt, wenn $\mathfrak{E}\,.\,\lambda$ steigt.

Die Ionisationshäufigkeit H_2 wird auch eine derartige Funktion sein

$$H_2 = P_2\,(\mathfrak{E}\,.\,\lambda)\,.\,j,$$

wo aber P_2 mit steigendem $\mathfrak{E}\,.\,\lambda$ wächst.

Die Bedingung des stationären Zustandes ist

$$H_1 = H_2,$$

$$\text{d. h. } P_1\,(\mathfrak{E}\,.\,\lambda) = P_2\,(\mathfrak{E}\,.\,\lambda),$$

eine Gleichung, die offenbar immer eine Lösung hat, und die befriedigt wird, wenn das Potentialgefälle per mittlere freie Elektronenweglänge $\mathfrak{E}\,.\,\lambda$ einen gewissen von dem Rohrdurchmesser, dem Druck und der Stromdichte unabhängigen Wert hat.

Das Gefälle $\mathfrak{E}\,.\,\lambda$ ist aber tatsächlich von den aufgezählten Größen abhängig, und zwar in dem Sinne, daß $\mathfrak{E}\,.\,\lambda$ sinkt, wenn der Rohrdurchmesser[3]) oder die Stromdichte[4]) wächst. Die Abhängigkeit vom Druck ist recht eigenartig.

Diese Abhängigkeit der Größe $\mathfrak{E}\,.\,\lambda$ dürfte nicht ohne eine neue Hypothese erklärt werden können. Die neue Hypothese muß drei Forderungen erfüllen.

Die erste Forderung lautet: erklären, weshalb $\mathfrak{E}\,.\,\lambda$ mit steigender Stromdichte abnimmt.

Die zweite Forderung lautet: erklären, weshalb eine Vergrößerung des Druckes der Funktion $\mathfrak{E}\,.\,\lambda$ gegenüber gewissermaßen gleichwertig mit einer Verkleinerung der Stromdichte ist, so daß $\mathfrak{E}\,.\,\lambda$ mit grober Annäherung eine Funktion von dem Quotienten Stromdichte/Druck ist[1]).

Mit wachsendem Durchmesser folgt eine seitliche Ausdehnung der hauptsächlich aus Ionen bestehenden Ladungsschichten[2]) in der Glimmsäule. Eine solche Ausdehnung würde, konstante Ladungsdichte vorausgesetzt, eine Vergrößerung des „Potentialgefälles" mitführen. Da aber das Potentialgefälle tatsächlich sinkt, so entsteht für die neue Hypothese die dritte Forderung, ein Abnehmen der Ionenbildungshäufigkeit bei wachsendem Rohrdurchmesser zu erklären. Die Abnahme der Ionenbildungshäufigkeit muß durch eine Verminderung der Ionisationshäufigkeit H_2 und eine gleichzeitige Verminderung der Größe H_1 zustande kommen.

Diesen drei Forderungen gerecht wird folgende provisorische Hypothese E: Ein Teil der Stoßenergie der Elektronen wird in eine Strahlung umgesetzt, die bewirken kann, daß die die Strahlung absorbierenden Moleküle veredelt werden in dem Sinne, daß sie von den stoßenden Elektronen weniger Energie für andere Zwecke als Ionisation abnehmen[3]), so daß

1) Das Vorhandensein negativer Ionen in der Glimmsäule wurde oben aus anderen Gründen wahrscheinlich gemacht. Vgl. die letzte Note auf Seite 244.

2) Dank der großen Wirkungssphäre der Ionen gebremsten Elektronen gegenüber dürften die Ionen die meisten haftenden Elektronen wirklich zur Wiedervereinigung heranziehen, so daß die Häufigkeit des Haftens ziemlich gleich der Häufigkeit der Wiedervereinigung wird.

3) Vgl. W. Matthies und H. Struck, Verh. d. Deutsch. phys. Gesellsch. **14**, 100, Fig. 6, 1912.

4) Ein sehr bekanntes Verhalten, vgl. Winkelmanns Handbuch, auch die genannte Abhandl. von Matthies und Struck.

1) Bei Matthies und Struck, loc. cit., finden sich mehrere Beispiele für diese Wirkung des Druckes. So z. B. nehmen die Kurven Fig. 3, S. 97, Formen an, welche größeren Stromdichten entsprechen, wenn man zu kleineren Drucken geht. Eine in reinen Gasen zu erwartende Zunahme von $\mathfrak{E}\lambda$ mit steigendem Druck ist aber nicht beobachtet worden, wahrscheinlich, weil diese von einem anderen Phänomen verdeckt wird. Mit zunehmendem Druck wird nämlich meistens die prozentuale Verunreinigung durch „klebrige" Dämpfe kleiner, wodurch eine Abnahme der Funktion P_1 und also auch eine Verminderung von P_2 und $\mathfrak{E}\lambda$ bedingt wird. In dieser Abnahme der prozentualen Verunreinigung hat man vielleicht auch die Ursache dafür zu suchen, daß, wie W. Wien (Ann. d. Phys. **39**, 519, 1912) gezeigt hat, die Anzahl kinetischer Weglängen zwischen zwei Umladungen von Kanalstrahlen mit dem Druck steigt, vorausgesetzt natürlich, daß die Verunreinigung für die Umladungshäufigkeit von wesentlicher Bedeutung ist.

2) Vgl. § 1.

3) Daß die Elektronen im allgemeinen nur einen kleinen Teil ihrer kinetischen Energie zur Ionisation verwenden, ist längst bekannt. Die Ursache der Tatsache, daß nicht alle Stöße eines ionisierungsfähigen Elektrons zur Ionisation führen, hat man nach Lenard darin zu suchen, daß nur Treffer, die irgendwie ausgezeichnet sind, Ionisation bewirken können. — Es ist wohl durchaus wahrscheinlich, daß ein Molekül mit recht geringem

also durch die Wirkung der genannten Strahlung der Nutzeffekt der Elektronenstöße für die Ionisation vergrößert wird. Den Effekt der angenommenen Strahlung nenne ich den *E*-Effekt.

Wenn die Stromdichte wächst, wird die den *E*-Effekt erregende Strahlung dichter, und infolgedessen werden die Moleküle stärker beeinflußt und das Gas wird veredelt, wodurch offenbar eine Abnahme des notwendigen Potentialgefälles bewirkt wird. Die erste Forderung ist somit befriedigt. Es ist nun von vornherein wahrscheinlich, daß die einzelnen Moleküle im Mittel weniger beeinflußt werden, je größer die Anzahl der Moleküle ist, auf die sich die wirkende Strahlung verteilen muß. Daraus folgt, daß in Übereinstimmung mit der zweiten Forderung ein Wachsen des Druckes im entgegengesetzten Sinne wie ein Wachsen der Stromdichte auf den *E*-Effekt wirkt.

Auch der dritten Forderung wird Genüge geleistet, denn eine Vergrößerung des Rohrdurchmessers führt auch zur Verdichtung der Strahlung und zu einem Anwachsen des *E*-Effekts, insofern damit eine Vergrößerung der Anzahl strahlender Zentren pro Längeeinheit des Rohres verbunden ist, und zwar gilt dies, solange die betr. Strahlung nicht schon längs eines Teiles des Rohrdurchmessers vollständig absorbiert wird.

Beachtet man, daß der *E*-Effekt die Ionisierungsarbeit nicht vermindern kann und daß er in der Glimmsäule sich selbst entgegenwirkt, indem es seine Tätigkeit mit sich bringt, daß weniger kinetische Energie der Elektronen in Strahlung umgesetzt wird, und daß die Elektronen auch wahrscheinlich längere Strecken, ohne Strahlung zu erzeugen, durchlaufen dürfen, so wird es begreiflich, daß der Gradient $\mathfrak{E}$ bzw. $\mathfrak{E}.\lambda$ bei wachsender Stromdichte sich asymptotisch einem gewissen Minimum nähert.

Da die Stärke des *E*-Effekts angenähert eine Funktion des Quotienten Stromdichte/Gasdruck, welche mit diesem Quotienten wächst, sein sollte, so ist es klar, daß die Annäherung des Gradienten an seinen Grenzwert bei desto kleineren Stromdichten geschehen muß, je niedriger der Druck ist. Dies wird durch Beobachtungen von Matthies und Struck[1]) bestätigt. Man beachte ihre Figuren 3 und 4.

Energieaufwand in einen solchen Zustand versetzt werden kann, daß es sich im Sinne der Hypothese *E* edler verhält als sonst, natürlich ohne Veränderung der Ionisationsspannung.

Bei der Formulierung der Hypothese *E* wurde darauf Rücksicht genommen, daß die einzelnen Moleküle in einer Glimmstrombahn im Mittel so selten von Elektronen oder Ionen getroffen werden, daß eine besondere Wirkung durch das Aufeinanderfolgen der Treffer kaum zu erwarten ist. Es läßt sich z. B. leicht berechnen, daß bei 1 mm Druck und etwa 1 Milliampere/cm² jedes Molekül einer Luftfüllung im Mittel nur etwa 10 bis 20 Stöße pro Sekunde erleidet.

Ich möchte darauf aufmerksam machen, daß diskutiert werden muß, ob die Hypothese *E* durch folgende Annahme ersetzt werden kann: An den Rohrwänden werden Elektronen getrennt und wiedervereinigt, und zwar in prozentual größerer Menge, je enger das Rohr ist, und in prozentual kleinerer Menge, je größer die Stromstärke ist, weil bei größeren Stromstärken eine die Elektronen kräftiger abstoßende negative Wandladung aufrecht erhalten wird.

In ganz reinen Edelgasen werden nach Franck und Hertz (l. c.) auch die langsamen Elektronen von den Molekülen vollkommen elastisch reflektiert. Die oben geschilderte Absorption langsamer Elektronen fällt also in solchen Gasen fort. Eine Elektronenabsorption in anderer Weise dürfte eine andere Abhängigkeit von der Stromdichte ergeben als bei unedlen Gasen. Da aber leider bisher keine sauberen Beobachtungen hierüber vorliegen, soll eine weitere Diskussion dieses Falles hier ausbleiben.

§ 3. Theorie der Schichtung in der Glimmsäule.

Jetzt gehen wir zu dem Fall der geschichteten Säule über. Die Figur 1 *A* möge schematisch ein Stück der ungeschichteten Säule darstellen. Die Pfeile deuten die Wege an, die einzelne Elektronen von einem Punkt, wo sie etwa gaskinetische Geschwindigkeit besaßen, nach einem Punkt, wo sie ionisieren, durchlaufen müssen. Diese Wege sind der Einfachheit halber gleich lang und gradlinig gezeichnet. Der Potentialfall muß auf einem solchen Wege α einen gewissen Wert V besitzen. Auf das abgezeichnete Stück (Fig. 1 *A*) entfällt der Zeichnung nach der Potentialfall $4V$. Wir betrachten nun die Fig. 1 *B*. Dort sind die Elektronenwege in Reihen ausgerichtet, sonst aber ebenso zahlreich wie im Falle *A*. An den Stellen b_1 und b_2 wird teils direkt wegen der dortigen Dichtigkeit der ionisierenden Stöße, teils auch auf Grund des sich dort besonders ausbildenden *E*-Effekts die Ionisation bedeutend kräftiger sein als die Absorption, so daß oberhalb der Gebiete b_1 und b_2 recht viele Elektronen dem Stromvorgang zur Verfügung stehen. Dort wird also ein schwächeres Feld für den Strom nötig. Ein solches stellt sich auch ein, weil das Gebiet c_1 bzw. c_2 schnell von Elektronen gefüllt wird, die dort zum Teil

1) W. Matthies und H. Struck, Verh. d. Deutsch. phys. Gesellsch. 14, 83, 1912.



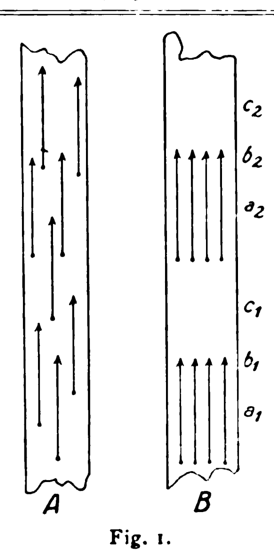


Fig. 1.

an Molekülen haften und als Ionenladungen eine negative Raumladung bilden, welche unter sich das Feld schwächt. Die Begegnung zwischen den Elektronen aus b_1 und den positiven Ionen aus b_2 dürfte wegen der verschiedenen Beweglichkeiten erst nahe unter b_2 stattfinden. Vor und hinter dieser Begegnungsstelle sind also solche Ladungen vorhanden, daß zwischen ihnen das Feld verstärkt wird. Dies geschieht gerade da, wo ein Teil der von unten kommenden Elektronen wieder größere Geschwindigkeiten erlangen muß, um den beschriebenen Vorgang in Gang zu halten. Wir sehen also, daß der Vorgang für sein Bestehen selbst sorgt. Es ist auch leicht zu zeigen, daß er dem Vorgang *A* gegenüber stabil sein kann.

Für diese Stabilität ist nötig, daß im Falle *B* eine kleinere Spannung auf das Strombahnstück fällt als im Falle *A*. Auf den Strecken a_1 und a_2, die in Wirklichkeit meistens kleiner als a sein dürften, ist ein Spannungsfall V_1 nötig, der etwas größer als die Ionisationsspannung, aber, besonders wegen der Verminderung der Reibung der Elektronen durch den *E*-Effekt, kleiner als *V* ist. Auf den Strecken c_1 und c_2 ist, wie schon hervorgehoben, der Potentialgradient $\mathfrak{E}$ kleiner als $\frac{V}{a}$. Der ganze Spannungsfall des Bahnstückes wird also im Falle *B* gleich $2V_1 + 2c_1\mathfrak{E}$, eine Größe, die offenbar kleiner werden kann als $4V$. Dazu ist z. B. nur erforderlich, daß $c_1\mathfrak{E} < V$ ist. Günstig für die Stabilität wirkt natürlich das Herabdrücken des V_1 durch den *E*-Effekt[1]).

Jede Glimmsäule braucht, um ihr Feld aufrecht zu halten, gewisse Raumladungen, und diese können bei den vom Stromvorgang bedingten Potentialgradienten nur dann bestehen, wenn die Stromdichte nicht zu klein ist. Hieraus folgt, daß die Glimmsäule im kontinuierlichen Strom nur dann bestehen kann, wenn die Stromdichte eine gewisse Minimalstärke übersteigt. Die geschichtete Glimmsäule braucht größere Raumladungen als die ungeschichtete, allerdings bei anderen Potentialgradienten. Immerhin hat man vielleicht doch hierin einen Grund dafür zu suchen, daß die Säule nur über gewisse Stromdichtegrenzen Schichtung aufweist[1]). Im allgemeinen drängen sich die Schichten dichter zusammen bei steigendem Druck, und, wenn es sich um kleine Stromstärken handelt, werden gleichzeitig die Schichtpotentiale größer, und zwar dürften die beiden erwähnten Veränderungen eine Vergrößerung der Raumladungen verlangen, die nicht ohne Vergrößerung der Stromstärke zustande kommen kann[2]). Man wird also zu dem Schluß geführt, daß die untere Stromgrenze der Schichtung mit dem Druck im allgemeinen in die Höhe geht. Dies ist durch mehrere Versuche bestätigt worden[3]).

Es ist zu bemerken, daß die von mir angenommene Abhängigkeit der Schichtung von dem *E*-Effekt auch zur Bestimmung einer gewissen unteren Stromgrenze des Schichtgebiets führt, indem der *E*-Effekt wohl die nötige Stärke bei kleineren Stromdichten nicht erlangt.

Für die Ausbildung der Schichten ist ein Haftenbleiben der langsameren Elektronen an Molekülen notwendig, denn würde z. B. ein Teil der bei b_1 freigewordenen Elektronen nicht im c_1-Gebiet festgehalten, so gäbe es offenbar keinen Grund für jene Steigerung des Poten-

1) P. Neubert teilt (Ann. d. Phys. **42**, 1406, Kurventafel VI, 1913) einige Beobachtungen mit, welche meines Erachtens dahin gedeutet werden können, daß der mittlere Gradient in der positiven Säule etwas niedriger wird, sobald die Schichtung anfängt, als er nach für die ungeschichtete Säule geltenden extrapolierten Charakteristik sein würde. Neubert zieht allerdings durch die Bereiche seiner Beobachtungspunkte Kurven so, daß diese eine andere Auffassung stützen können. Ich glaube nicht, daß Neuberts Vergleiche zwischen dem Gradient in verschiedenen Teilen einer teilweise geschichteten Säule für seine Theorie beweiskräftig ist.

1) Bei Drucken von etwa 0,2 bis 1 mm ist, wie ich gefunden habe, die Minimalstromdichte der geschichteten Säule ziemlich gleich der „normalen" Stromdichte an der Kathode (vgl. Starks Artikel, § 61 in Winkelmanns Handbuch). Bei der Berechnung der Stromdichte wurde der wirkliche Durchmesser der Säule, nicht der etwas größere Durchmesser des Rohres berücksichtigt.

2) Man vergleiche diese Behauptung mit der in einem später erscheinenden Aufsatz ausgeführten Berechnung der Abhängigkeit der normalen Stromdichte an der Kathode vom Druck.

3) Vgl. z. B. bei R. Seeliger, Jahrbuch der Radioakt. **7**, 539, 1910. Bei sehr großen Drucken und nicht zu engen Röhren dürfte wohl die Schichtung dadurch unmöglich werden, daß die nötigen Raumladungen bei zu kurzen Entfernungen untereinander unstabil werden.

tialgradienten im a_2-Gebiet, durch die die Schicht b_2 hervorgerufen und unterhalten wird. Wir erhalten somit eine Erklärung der von Gehlhoff[1]) gefundenen Tatsache, daß es in edlen Gasen, wo die langsamen Elektronen nach Franck und Hertz nicht kleben, keine Schichtung gibt.

Die hier gegebene Theorie steht offenbar im Einklang mit der von mehreren Forschern ausgesprochenen Vermutung, daß der leuchtende Teil einer positiven Schicht mit dem negativen Glimmlicht wesensähnlich sei, und daß vor diesem Teil eine negative Raumladung die Rolle einer Kathode spielt. Allerdings sind die Unterschiede zwischen dem negativen Glimmlicht und einer positiven Schicht nicht zu unterschätzen. Besonders mache ich darauf aufmerksam, daß der Anfang (von der Kathode gerechnet) einer Schicht eine Stelle ist, wo gewisse Elektronen gerade Lichterzeugungsgeschwindigkeit erreichen, während ein Stück weiter in die leuchtende Schicht hinein Elektronen mit etwas größeren Geschwindigkeiten Licht erzeugen. Der Anfang des negativen Glimmlichts bezeichnet einen ganz anderen Vorgang. Aus dem Gesagten geht hervor, daß von dem Anfang einer Schicht eine Farbe zu erwarten ist, die kleineren Geschwindigkeiten der lichterzeugenden Elektronen entspricht, als die Farbe der leuchtenden Schichtmitte. Die Farbenbeobachtungen von Gehrcke und Seeliger[2]) sowie auch einige Beobachtungen von mir (vgl. § 5) bestätigen dies.

Die hier vorgeführte Theorie gestattet eine einfache Erklärung der Schichtenpaare der positiven Glimmsäule. Ich bemerke zuerst, daß solche Schichtenpaare anscheinend nur in Gasgemischen auftreten. Verfasser hat besonders Schichtenpaare in wahrscheinlich mit Dämpfen, z. B. Fett-, Wasser- und Quecksilberdämpfen[3]), verunreinigtem Wasserstoff untersucht. Bei genügender Reinigung der Gasfüllung durch in flüssige Luft tauchende Kühlgefäße und durch Spülen mit durch geheizten Palladium diffundiertem Wasserstoff verschwinden die Doppelschichten. Sie treten außerdem nur innerhalb gewisser Druck- und Stromgrenzen auf, und zwar verschiebt sich das Schichtpaargebiet nach höheren Drucken und größeren Stromstärken, wenn der Reinheitsgrad des Wasserstoffs steigt. Ich fand einmal in einem 2 cm weiten Rohr das Schichtpaargebiet zwischen den Stromgrenzen 0,6 und 84 Milliampere und zwischen den Druckgrenzen 0,5 und 2,3 mm *Hg*. Durch Spülen des Rohres mit reinem Gas konnte ich die Grenzen kontinuierlich höher bringen. Zuletzt beobachtete ich die Stromgrenzen 70 bis 130 Milliampere und die Druckgrenzen 3,8 und 5 mm *Hg*. Nach nochmaligem Spülen erhielt ich keine Schichtpaare mehr. Meine in der Abhandlung R. H. ausgesprochene Vermutung, daß die Schichtpaare (oder Doppelschichten, wie ich sie dort nenne) in ganz reinem Wasserstoff nicht auftreten, hat sich also bestätigt.

Es ist wahrscheinlich, daß die Dampfmoleküle den Elektronen gegenüber sich unedler, klebriger verhalten als die Wasserstoffmoleküle. In einem Feld, das noch kein merkliches Hängenbleiben an Wasserstoffmolekülen gestattet, können also Elektronen doch an Dampfmolekülen haften. Es kann also an einer Stelle einer Wasserstoffglimmschicht, wo die allermeisten Elektronen, die nur H_2-Moleküle treffen, noch Geschwindigkeitsvergrößerungen erlangen und Ionisations- und Leuchterregungsfähigkeit erhalten können, derjenige Teil des Elektronenstroms, der auf Dampfmoleküle trifft, absorbiert werden, so daß sich innerhalb der leuchtenden H_2-Schicht eine Raumladungskathode ausbildet. Diese bringt ein solches Feld mit sich, daß nach ihr (nach der Anode hin) ein kleines Maximum der Ionisation und des Leuchtens zustande kommt. Eine für den Fall reinen Wasserstoffs einfache Schicht wird also durch den Dampf in zwei Halbschichten gespalten. Verschiedene Tatsachen sprechen für diese Erklärung, so z. B. die, daß ein Schichtpaar fast dieselbe Länge wie eine einfache Schicht in reinem Wasserstoff unter sonst gleichen Bedingungen hat, und daß die totale Doppelschichtspannung ungefähr gleich der einfachen Schichtspannung in reinem Wasserstoff unter sonst gleichen Bedingungen ist. Man vergleiche mit Bezug hierauf die Seite 30 und die Tabellen 1 und 2, sowie auch die Sondierungen *S* 8 und *S* 8′ der Tabelle 10 meiner Abhandlung R. H. In jener Abhandlung habe ich allerdings eine von der hier ausgesprochenen etwas abweichende Ansicht vertreten.

Es ist endlich bemerkenswert, daß die von mir beobachtete Begrenzung des Strom- und Druckgebiets der Schichten sich theoretisch erklären läßt. Gewisse untere Grenzen des Partialdruckes des Dampfes und der Stromstärke sind offenbar dadurch bedingt, daß eine ge-

1) G. Gehlhoff, Verh. d. Deutsch. phys. Gesellsch. 14 960, 1912.

2) E. Gehrcke und R. Seeliger, Verh. d. Deutsch. phys. Gesellsch. 14, 1025, 1028, 1912.

3) Oder mit Sauerstoff. Neulich publizierte nämlich Neubert (loc. cit.) mit den meinigen übereinstimmende Beobachtungen an Schichtenpaare, dessen Auftreten er auf die Wirkung von Sauerstoff zurückführt. Unrichtig ist allerdings die Neubertsche Ansicht, daß *Hg*-Dampf die Ausbildung der Schichtenpaare verhindert. Denn ich habe in Spektralaufnahmen von schönen Schichtenpaaren kräftige *Hg*-Spektra gefunden. Vgl. meine Abhandl. R. H. Seite 46.

wisse Anzahl Dampfionenbildungen pro Sekunde in einer Schicht nötig sind, wenn sich in dieser eine Dampfraumladungskathode ausbilden soll. Es kommt für die Schichtpaarbildung gewissermaßen auf das Produkt vom Dampfdruck und Stromstärke an, d. h. je kleiner der Dampfdruck ist, desto größer muß die Stromstärke sein, und je kleinere Prozentzahl Dampf der H_2 enthält, desto größer muß der Totaldruck sein, damit Schichtpaare entstehen. Damit ist die untere Stromstärke- bzw. Druckgrenze des Schichtpaargebiets erklärt. Die obere Druckgrenze beruht wahrscheinlich, jedenfalls zum Teil, darauf, daß der Dampf höchstens Sättigungsdruck annehmen kann, und daß bei sehr hohen Drucken des Gemisches das Verhältnis zwischen dem H_2- und dem Dampfdruck doch für die Schichtpaarbildung zu groß wird.

Neubert[1]) hat besonders wertvolle Vergleiche zwischen der „engen blauen" und der „weiten roten Schichtung" gemacht. Die enge Schichtung verlangt natürlich recht große Raumladungen und dürfte deshalb bei mäßigem Strom oder vielleicht überhaupt nur in durch Verunreinigung „klebrigem" Wasserstoff entstehen. Es ist wahrscheinlich, daß Elektronen, die zur Ionisation gelangen, im allgemeinen Zusammenstöße nur mit Wasserstoffmolekülen gehabt haben. Daraus folgt, daß im Falle enger Schichtung diese Elektronen einen kleineren Prozentsatz Energie auf ihrer Laufbahn vor einer Ionisation verlieren als im Falle weiter Schichtung, trotzdem diese in reinerem Gas vorkommt. Man kann also damit rechnen, daß ein Schichtpotential von annähernd derselben Größe wie die Ionisationsspannung am leichtesten in etwas verunreinigtem Gas bei „enger Schichtung" auftritt. Dies hat Neubert experimentell bestätigt, obwohl er seine Resultate anders deutet. Wenn diejenige Schichtung in H_2, bei der Wehner[2]) 5,69 Volt Schichtenpotential beobachtet hat, wirklich hauptsächlich H_2-Spektrum gezeigt hat, so ist wohl zu vermuten, daß sie eine Abart der Paarschichtung ist (vgl. R. H. Seite 31), wobei nur die halbe Ionisationsspannung auf jede Einzelschicht nötig ist, indem die Elektronen, welche aus einer gewissen Schicht stammen, erst in der zweitnächsten ionisieren.

1) P. Neubert, Ann. d. Phys. **42**, 1454, 1913.
2) F. Wehner, Ann. d. Phys. **32**, 82, 1910.

(Eingegangen 17. Januar 1914.)

Elektrodenlose Ringentladung in Quecksilberdämpfen.

Vorläufige Mitteilung.

Von Joseph v. Kowalski.

Die Herren R. Wachsmuth und B. Winawer haben kürzlich eine sehr interessante Untersuchung über die elektrodenlose Ringentladung veröffentlicht[1]), in welcher sie wahrscheinlich machen, daß man, wie in den anderen Gasen, auch in Quecksilber zwei verschiedene Ionisierungsarbeiten annehmen darf.

Dies wird begründet durch die Arbeiten von Gehrcke und Seeliger[2]), welche für Hg zwei Grenzgeschwindigkeiten der Ionen finden, die auf zwei Energiestufen bei der Ionisierung von Hg deutlich hinweisen.

Auch werden die Arbeiten von Landau und Piwnikiewicz[3]) über Röntgenluminiszenz der Quecksilberdämpfe, sowie Arbeiten von E. Warburg[4]), E. Wiedemann und G. C. Schmidt[5]), J. Stark[6]), A. Kalähne[7]), J. Stark und Wendt[8]) über das kontinuierliche Spektrum des Hg-Dampfes zitiert.

Seit einer gewissen Zeit von anderen Gesichtspunkten aus mit der elektrodenlosen Entladung beschäftigt (dämpfende Wirkung derselben in elektrischen Schwingungskreisen), ist es mir gelungen zu zeigen, daß man auch bei der elektrodenlosen Ringentladung direkt die beiden Stufen der Ionisierungsenergie erhalten kann, und daß in der Tat derselben verschiedene Spektra entsprechen.

Die Versuche wurden auf folgende Art und Weise ausgeführt: In eine Quarzkugel ohne Elektroden von ca. 5 cm Durchmesser wurde eine kleine Menge von Hg hineingebracht, die Kugel wurde mit einer Gaedepumpe möglichst gut evakuiert, indem man während des Evakuierens das Hg mehrmals zum Sieden brachte, sodann wurde die Quarzkugel durch Abschmelzen von der Pumpe entfernt.

Setzt man so eine hochevakuierte Kugel in eine Spule eines elektrischen Schwingungskreises hinein, so leuchtet sie bei gewöhnlicher Temperatur nicht auf, erhöht man aber dieselbe bis auf ca. 60°, so leuchtet die Kugel stark auf.

1) R. Wachsmuth u. B. Winawer, Ann. d. Phys. **42**, 585, 1913.
2) Gehrcke u. Seeliger, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **14**, 335, 1912.
3) Landau u. Piwnikiewicz, diese Zeitschr. **14**, 381, 1913.
4) E. Warburg, Wied. Ann. **40**, 1, 1890.
5) E. Wiedemann u. G. C. Schmidt, Wied. Ann. **57**, 454, 1896.
6) J. Stark, Ann. d. Phys. **16**, 490, 1905.
7) A. Kalähne, Wied. Ann. **65**, 815, 1898.
8) J. Stark u. G. Wendt, diese Zeitschr. **14**, 562, 1913.

Das Spektrum entspricht dann dem Spektrum, welches von R. Wachsmuth und B. Winawer der zweiten Ionisierungsstufe zugeschrieben worden ist. Eine genauere Untersuchung desselben ergibt, daß man außer dem *Hg*-Spektrum schwach auch das Wasserstoffspektrum (Hauptspektrum) beobachtet. Außerdem kommen aber noch stark neue, bisher unbekannte Linien zum Vorschein, so z. B. ein starkes Paar bei ca. 3064 und 3056 Å. Die genauen Resultate der Ausmessung werden an anderer Stelle demnächst veröffentlicht werden.

Läßt man die Entladung einige Minuten hindurchgehen, so erwärmt sich die Quarzkugel und die leuchtende Entladung setzt plötzlich aus, sorgen wir aber dafür, daß die Temperatur in der Kugel gleichmäßig und nur langsam ansteigt, indem man dieselbe in einem Luftbade erwärmt und nur kurze Zeit die Entladung schließt, so kann man die Temperatur bis auf ca. 120° steigen lassen, ohne daß die stark leuchtende Entladung aussetzt. Steigert man die Temperatur weiter, so bekommt man bei ca. 140° eine neue leuchtende Entladung, welche aber ein anderes Aussehen aufweist.

Die erste ist blendend weiß, die zweite smaragdgrün und bei weiterer Steigerung der Temperatur geht dieselbe in immer tieferes Grün über, um schließlich bei noch höherer Temperatur ganz auszusetzen.

Die spektrale Untersuchung zeigt ein kontinuierliches Band, welches von ca. 4300 Å. bis ca. 6500 Å. reicht und welches nur stark und scharf die grüne Hauptlinie 5460 Å. zeigt, also ein Spektrum, welches identisch mit dem von A. Kalähne l. c. S. 827 beschriebenen zu sein scheint. Kühlt man nun von hoher Temperatur an die Kugel ab, so zieht sich das kontinuierliche Band von rot gegen grün zurück und es treten allmählich auch die anderen Linien des *Hg*-Spektrums auf.

Aus diesen Daten ergibt sich, indem wir die Messungen von Ramsay und Young[1]) über die Sättigungsdrucke des Quecksilbers hinzuziehen, daß die erste Ionisierungsstufe desselben einem Drucke $p_{\rm I} > 2$ mm (in der Bezeichnung von R. Wachsmuth), die zweite Ionisierungsstufe einem Drucke $p_{\rm II} < 0{,}7$ mm entspricht.

Die Stellung, welche R. Wachsmuth im Vergleich zu anderen Gasen dem Quecksilber zuschreibt, scheint also richtig zu sein. Genauere Daten über die beiden Ionisierungsstufen des Quecksilbers hoffe ich demnächst mitteilen zu können.

Die beiden verschiedenen leuchtenden Erscheinungen im *Hg* lassen sich einem größeren Zuhörerkreise in sehr einfacher Weise demonstrieren. Dazu benutze ich eine kleine Quarzkugel von ca. 3 cm Durchmesser, mit einem Tropfen *Hg* gefüllt und ausgezeichnet evakuiert. Dieselbe wird vorsichtig mit einer Bunsenflamme erwärmt und mit der Hand kräftig geschüttelt. Bei mäßiger Erwärmung tritt dann infolge der Reibung des *Hg* an den Quarzwänden die bekannte weißliche Leuchterscheinung auf. Erwärmt man aber die Kugel stark, so beobachtet man ein prachtvolles smaragdgrünes Leuchten der Quarzkugel[1]). Noch schöner wird die Erscheinung, wenn man die Kugel auf eine Schwungmaschine montiert und unter Erwärmung in Rotation versetzt.

1) Ramsay u. Young, Chem. Soc. **49**, 37, 1886.

1) Derartige Quarzkugeln können vom Universitätsglasbläser K. Gundermann, Freiburg (Schweiz) bezogen werden.

Freiburg (Schweiz), Physikalisches Institut, Januar 1914.

(Eingegangen 26. Januar 1914.)

Ein Einfadenelektrometer.

Von Theod. Wulf.

(Mit Tafel II.)

Das im folgenden beschriebene Elektrometer wurde bereits im Jahre 1909 von der Firma Günther & Tegetmeyer in Braunschweig angefertigt und gesetzlich geschützt. Die Beschreibung unterblieb damals in dem Glauben, daß angesichts der verschiedenen, fast gleichzeitig auftauchenden Instrumente vorerst kein Bedürfnis nach weiteren Modifikationen mehr vorliege. Inzwischen habe ich mich aber überzeugen müssen, daß das vorliegende Instrumentchen doch einige Aufgaben zu behandeln gestattet, welche die übrigen Instrumente entweder gar nicht oder doch nicht so gut zu lösen vermögen. Es wurde denn auch gelegentlich schon zu einigen Arbeiten benutzt, und in den Publikationen darüber erwähnt[1]). Deshalb sei hier eine kurze Beschreibung im Zusammenhang gestattet.

Beschreibung des Instruments.

Das Instrument besteht in der Hauptsache aus einem Faden, der in einem aus zwei Schnei-

1) Bergwitz, diese Zeitschr. **13**, 28, 1912; Lukas, Observations faites . . . à l'occasion de l'éclipse de soleil du 17 avril 1912. Bruxelles, Bull. de Belg. 1912, p. 311—316; Wulf, Comparaison précise des horloges astronomiques à distance. Conférence internationale de l'heure, Paris 1912, p. 239—241; Elster u. Geitel, diese Zeitschr. **15**, 7, 1914; Guthnick, Astronom. Nachr. 4701, Dez. 1913, schrieb das Instrument irrtümlich Elster u. Geitel zu.

den gebildeten elektrischen Feld ausgespannt ist, genau wie bei den bekannten Instrumenten von Elster und Geitel und von Lutz-Edelmann. Durch verschiedenes Hilfspotential an den Schneiden, durch verschiedenen Abstand der Schneiden, verschiedene Spannung des Fadens, verschiedene Dicke des Fadens kann die Empfindlichkeit in sehr weiten Grenzen verändert werden.

Das einzig Eigentümliche an dem Instrument liegt in der Befestigung des unteren Fadenendes, welche zwischen der starren Befestigung einerseits und der vollständigen Bewegungsfreiheit andrerseits die Mitte hält, indem der Faden wie bei meinem Zweifadenelektrometer mittels eines elastischen Quarzfadenbügels gehalten wird. Daraus ergeben sich alle charakteristischen Eigenschaften des Instruments.

Fig. 1 zeigt die innere Einrichtung. S_1 und S_2 sind die beiden Schneiden, durch die Bern-

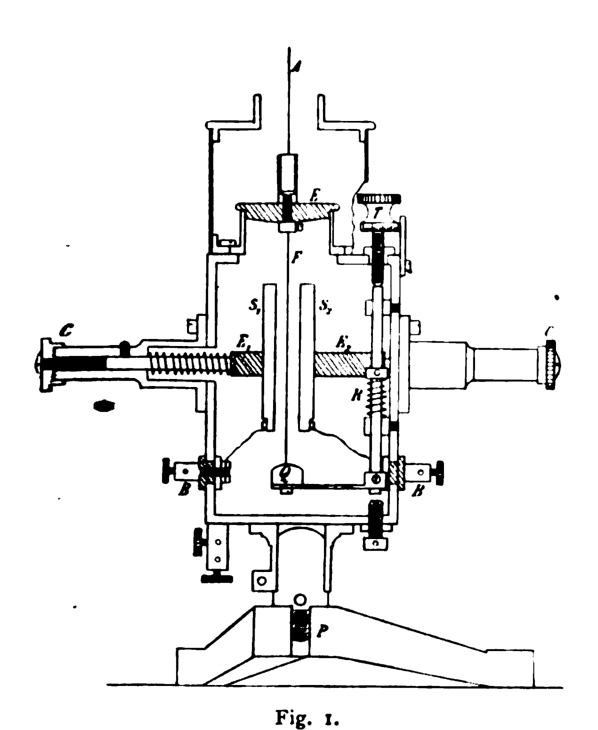


Fig. 1.

steinstückchen E_1 und E_2 isoliert, mittels der Schrauben CC verschiebbar von fast vollständiger Berührung bis zu etwa 2 cm Entfernung von dem Faden, bei BB können die Schneiden mit einer Elektrizitätsquelle verbunden werden (kleine Akkumulatoren, Normalelemente, Wasserbatterie, Trockensäule). Die obere Befestigung des Fadens F wie auch die Ladevorrichtung sind ganz wie in dem Zweifadeninstrument; unten ist der Faden an der isolierenden Quarzfeder Q befestigt, die Feder selbst wird von einem Hebelchen getragen, das mittels der Stange R und der Schraube T mit geteilter Trommel gehoben und gesenkt werden kann. Dadurch wird der Faden nach Belieben gespannt und gelockert. Wegen der zwischengeschalteten elastischen Feder erfolgt aber hier die Spannung des Fadens sehr langsam und gleichmäßig, man kann die Trommel T mehrmals ganz herumdrehen, und es ist kaum möglich, den Faden durch zu starke Spannung zu zerreißen. Der Faden reißt meistens erst, nachdem der elastische Bügel fast zu einem Dreieck ausgestreckt ist (es wurden dazu Wollastonfäden bis zu 3 μ Durchmesser abwärts und ebenso dicke Quarzfäden benutzt). Durch einen Anschlag ist es unmöglich gemacht, den Faden so weit zu spannen.

Das Instrument ist ohne weiteres transportfähig und wegen der elastischen Fadenbefestigung auch den unsanftesten Stößen gewachsen. Nach dem Aufstellen erscheint der Faden sofort im Gesichtsfeld, wenn er vorher richtig eingestellt war. Der Ausschlag ist nur bei sehr lockerer Fadenspannung von der Neigung abhängig, bei mittleren und starken Spannungen ist die Fadeneinstellung so sicher, daß man das Instrument auch im Ballon wird gebrauchen können.

Die Höchstempfindlichkeit ist ungefähr dieselbe, wie bei dem Elster- und Geitelschen Instrument mit frei schwebendem Faden. Jedoch erstreckt sich dieselbe hier über einen merklich größeren Meßbereich, weil eben wegen der unteren Befestigung der Faden nicht so leicht labil wird. Auch kann man hier wohl ein stärkeres Objektiv verwenden, ohne fürchten zu müssen, daß der Faden an dasselbe anspringt.

Sind die Schneiden sehr genähert und der Faden sehr locker gespannt, so wird er natürlich auch labil; aber da zeigt sich ein neuer Vorzug der elastischen Fadenbefestigung, der Faden reißt beim Anspringen nicht. Um den Beginn des Labilwerdens zu studieren, habe ich bei dem ersten Instrument den Faden wohl hundertmal anspringen lassen, dabei ist er nie gerissen. Man brauchte auch, um ihn wieder frei zu machen, das Gehäuse nicht zu öffnen. Es genügte, den Faden scharf anzuziehen und die Schneiden zurückzuschrauben, dann erschien er stets bald wieder im Gesichtsfeld.

Die Schaltungsweisen des Apparats.

Die Schaltungsweisen des Instruments sind dieselben, wie die vielfach beschriebenen bei

den anderen Einfadeninstrumenten, dieselben auch, wie beim Quadrantelektrometer. Sie sind so zahlreich, daß man meist aus einer größeren Zahl von Möglichkeiten wird auswählen können. Es seien deshalb im folgenden nur einige bemerkenswerte Angaben gemacht und im übrigen etwa auf die ausführlichere Beschreibung von Lutz[1]) verwiesen.

I. Schaltungen ohne Hilfsspannung.

1. Der Faden wird mit einer Schneide verbunden, dann werden beide geladen. Die Fadenbewegung erfolgt durch Abstoßung (Abstoßschneide).

2. Der Faden allein wird geladen und einer geerdeten Schneide gegenübergestellt, die andere Schneide ist entfernt bzw. weiter zurückgeschraubt. Die Ablenkung erfolgt durch Anziehen an die durch Influenz geladene Schneide (Influenzschneide). Man kann auch umgekehrt verfahren und die eine Schneide laden, während der Faden mit der anderen Schneide geerdet ist. Die Schneide hat nur eine höhere Kapazität als der Faden.

3. Eine dritte Schaltung umfaßt beide vorhergehenden. Die eine Schneide ist mit dem Faden verbunden und stößt ihn als Abstoßschneide ab, während die andere Schneide geerdet ist und zugleich als Influenzschneide wirkt.

Bei der Abstoßschaltung wird der Abstand der wirksamen Teile mit dem Ausschlag größer, die Empfindlichkeit nimmt ab. Labilwerden des Fadens ist ausgeschlossen. Bei der Influenzschaltung wird der Abstand kleiner mit dem Ausschlag und die Empfindlichkeit wächst mit dem Ausschlag, bis schließlich die Stellung labil wird. Durch Vereinigung beider Schaltungen zu der dritten läßt sich bei geeigneter Wahl der Schneidenabstände erreichen, daß die Eichkurve über einen großen Bereich fast geradlinig läuft. Unter einem „großen Bereich" ist hier nicht nur ein großer Teil der Skala von 80 Strichen zu beiden Seiten des Nullpunktes verstanden, sondern man kann, am Ende der Skala angekommen, das Mikroskop verschieben, bis der Faden wieder auf Null steht und dann von neuem die ganze Skala durchlaufen und, wenn die Schneiden weit genug entfernt sind, kann dasselbe noch ein zweites und sogar ein drittes Mal geschehen. Man hat dann eine Skala mit unterdrücktem Nullpunkt. Diese Schaltung ist sehr wertvoll, wenn man etwa des Sättigungsstroms wegen ein bestimmtes Potential nicht unterschreiten darf, und doch in dem Arbeitsgebiet eine große Empfindlichkeit haben muß.

Fig. 2 enthält einige Eichkurven für den Gebrauch des Instruments ohne Hilfsladung.

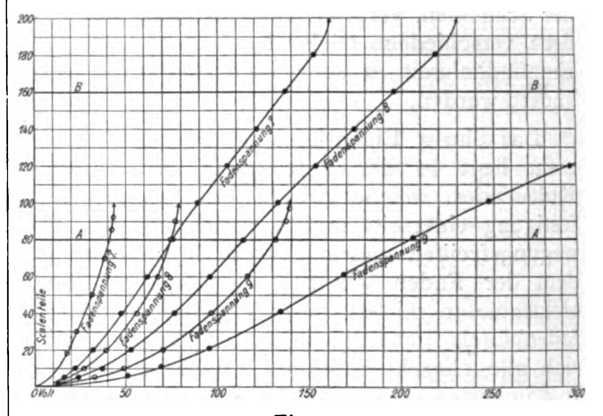


Fig. 2.

Die Kurven beziehen sich auf einen feinen Quarzfaden in der kombinierten Abstoß-Influenzschaltung. Die Abstoßschneide hatte stets einen Abstand von 2 mm vom Faden. Der Abstand der Influenzschneide war bei den drei Kurven mit geringelten Zeichen 3 mm, bei den drei anderen mit punktförmigen Zeichen 5 mm, beide Stellungen mit je drei Fadenspannungen, die sich jedesmal um eine ganze Umdrehung der Trommel *T* voneinander unterschieden. Man sieht, daß alle diese Kurven vollständig ausgenutzt werden können, ohne daß der Faden labil wird. Alles, was unterhalb der Linie *AA* liegt, gehört zu der ersten Mikroskopstellung. Dann wurde das Mikroskop verschoben, bis der Faden wieder bei Null stand. Bei 3 mm Schneidenabstand wurde der Faden nun bald labil. Das Labilwerden ist durch einen nach oben zeigenden Pfeil angedeutet. Bei 5 mm Schneidenabstand kann dagegen noch einmal die ganze Skala ausgenutzt werden, bis bei *BB* noch einmal das Mikroskop verschoben wird. Will man einen noch weiteren Meßbereich, so muß man entweder die reine Abstoßschaltung anwenden oder die Influenzschneide noch weiter zurückziehen.

Man sieht an der ersten steilsten Kurve, daß das Instrument ohne Hilfsladung etwa vom Skalenteil 30 auf 80 gebracht wird durch eine Spannungszunahme von etwa 18 Volt, das ist im Mittel 2,8 Strich pro Volt. Für kleine Spannungen ist die idiostatische Schaltung stets unempfindlicher.

Für sehr hohe Potentiale eignet sich die reine Influenzschaltung am besten. Wenn man die Influenzschneide etwa 10 mm vom Faden entfernt, und den Faden mäßig anspannt, so

1) Lutz, diese Zeitschr. **9**, 100, 1908 u. **13**, 954, 1912.

wird er überhaupt nicht labil. Man kann dann so hohe Potentiale messen, bis der Faden auszustrahlen beginnt, was bei etwa 1200 Volt der Fall ist. Ein Zerreißen des Fadens ist auch bei diesen höchsten Spannungen nie eingetreten.

II. Schaltungen mit Hilfsspannungen.

Mittels der Hilfsspannung kann ein doppelter Zweck erreicht werden.

1. Durch Anwendung eines starken elektrischen Feldes zwischen den Schneiden wird die Empfindlichkeit sehr gesteigert.

2. Der Ausschlag läßt auch das Vorzeichen des zu bestimmenden Potentials erkennen. Die Hilfsladung kann an dem Faden oder an den Schneiden liegen. Meist wurde sie an die Schneiden angelegt, damit der Faden mit seiner kleineren Kapazität für die zu messende Spannung frei bleibe.

Wenn man eine Potentialdifferenz an die Schneiden legt, so kann man die Feldstärke variieren entweder durch verschiedenes Potential oder durch die Entfernung der beiden Schneiden. Beide Methoden sind nicht ganz gleichwertig. Denn bei weiterer Entfernung der Schneiden hat man in der Mitte einen größeren Bereich mit fast homogenem Feld, während in der Nähe der Schneiden die Feldstärke rasch zunimmt. Wenn die Zunahme der elektrischen Kraft bei der Fadenverschiebung größer ist, als diejenige der zurücktreibenden mechanischen Kraft, so ist die Fadenstellung eine labile. Es ist deshalb besser, eine gewünschte hohe Empfindlichkeit durch hoheres Hilfspotential als durch zu große Nähe der Schneiden zu erstreben.

Die Eichkurven sind bei den Schaltungen mit Fremderregung stets gerade Linien, bis daß der Faden den Schneiden sehr nahe kommt. Dann nimmt die Empfindlichkeit rasch zu. Einige Proben der Empfindlichkeit werden im folgenden noch gegeben werden.

Die Fadenbewegung.

Bisher wurden die elektrostatischen Instrumente meist nur in der Ruhelage abgelesen. Das vorliegende dürfte außerdem besonders für die Registrierung schnell verlaufender Vorgänge geeignet sein, wobei die Fadenbewegung und ihre Dämpfung eine wichtige Rolle spielen.

Die Bewegung wird ausschließlich durch den Luftwiderstand gedämpft. Der Grad der Dämpfung hängt ab einmal von der Spannung der Seite und andrerseits von dem Fadenmaterial, nämlich dem Querschnitt und der Dichte des Fadens. Als Material kommen in Betracht massive Platinfäden (Dichte 21,5), versilberte oder metallbestäubte Quarzfäden (Dichte 2,2) und Spinnefäden ebenfalls mit Metallbestäubung (Dichte unbekannt, wohl nicht weit von 1,0). Da der Spinnefaden außerdem sehr fein ist, so wäre er das ideale Material, wenn er etwas haltbarer wäre. Sehr hohe Zugspannungen kann man aber diesem Material nicht geben, da sonst der Faden sich etwas streckt und die Metallbestäubung zerreißt. Bei den zulässigen Spannungen habe ich solche Fäden immer aperiodisch gedämpft gefunden. Für sehr schnell verlaufende Vorgänge dürfte daher dieses Material weniger geeignet sein, aber für die subjektive Ablesung, wie auch für die Registrierung von Vorgängen, die sich in etwa 0,1 sec und langsamer abspielen, ist der Spinnefaden auch für dieses Instrument wohl zu gebrauchen, um so mehr, da er wegen seiner Feinheit die höchste Empfindlichkeit zu erreichen gestattet.

Ähnlich verhalten sich die versilberten und bestäubten Quarzfäden, nur daß hier keine Gefahr besteht, die Bestäubung durch die Anspannung des Fadens zu zerstören. Dagegen kann die Bestäubung oder Versilberung wohl zerstört werden, wenn man den Faden längere Zeit schnelle Schwingungen ausführen läßt, z. B. wenn man ihn zum Registrieren der technischen Wechselströme verwendet[1]).

Für derartige Registrierungen ist das Instrument sehr gut zu gebrauchen, wenn man nur einen massiven Platinfaden verwendet. Die Bewegung dieser schweren Fäden ist viel schwerer aperiodisch gedämpft. Namentlich dickere Fäden von etwa 6 μ oszillieren auch bei recht schwachen Fadenspannungen; ein Platinfaden von 3 μ Durchmesser war bei geringeren und mittleren Spannungen aperiodisch. Die Fig. I—VI auf Tafel II geben einige Beispiele der Einstellung dieses Fadens aus der Gegend der aperiodischen Bewegung, die für den Gebrauch des Instruments als Registrierelektrometer vor allem in Frage käme. Durch Umlegen einer Wippe wurde eine am Voltmeter abgelesene Spannung an den Faden angelegt und gleich darauf von ihm getrennt, wodurch das Instrument von selbst an Erde gelegt war. Die mittlere Linie stammt von einem Jacquetschen Zeitschreiber, die einzelnen Abschnitte bedeuten 0,2 sec. Die Papierbewegung erfolgte mit einer Geschwindigkeit von ca. 3,7 cm pro sec. Es sei bemerkt, daß alle diese Kurven aufgenommen wurden, ohne das Elektrometer

1) Das kann auch ohne Absicht geschehen, wenn das Elektrometer mit einem Ladestift versehen in der Nähe einer solchen Wechselstromleitung steht. Dann wird es beständig durch Induktion geladen und macht alle Schwingungen mit. (Vgl. unten Tafel II, Kurve V.)



irgendwie gegen die elektrostatischen Störungen der Umgebung zu schützen. Bei Anwendung solcher Vorsichtsmaßregeln würde man wohl mit bedeutend größeren Empfindlichkeiten arbeiten können. Als Hilfsladung wurde in Ermangelung besserer Quellen eine Wasserbatterie von ca. 400 Volt benutzt, und durch Verschieben der Schneiden wurde die Empfindlichkeit variiert. Bei der ersten verzeichneten Kurve sieht man einen Ausschlag von ca. 9 mm für 0,18 Volt, was 0,02 Volt für einen Millimeter entsprechen würde. Hier ist deutlich eine Einstellungsdauer von etwa 0,3 sec zu bemerken.

Kurve II zeigt eine Einstellungsdauer von ca. 0,1 sec und eine Empfindlichkeit von 0,5 Volt pro mm.

Kurve III hat bei 0,05 sec Einstellungsdauer 0,04 Volt pro mm. Bei allen Kurven I—III überperiodische Dämpfung.

Kurve IV liegt nahe an der Grenze der aperiodischen Einstellung, welche sich in nahezu 0,01 sec vollzieht. Die Empfindlichkeit beträgt 0,12 Volt/mm.

Kurve V unterscheidet sich von IV nur dadurch, daß um die Ruhelage andauernd kleine Oszillationen gemacht werden. Sie entstanden durch Induktion von einem Wechselstrom von 50 Perioden und 127 Volt, der die Dunkellampe speiste, etwa 1,5 m vom Elektrometer entfernt. Bei größerer Annäherung der Lampe wuchsen diese Oszillationen stark an.

In Kurve VI sieht man deutlich oszillatorische Einstellung. Die Empfindlichkeit ist hier 0,45 Volt/mm. Die Zahl der ganzen Schwingungen beträgt ca. 60 pro sec.

Um wesentlich schnellere Schwingungen aufzeichnen zu können, muß man einen Registrierapparat verwenden, der eine schnellere Papierbewegung gestattet.

Die Kapazität des Instruments.

Wo es auf kleine Kapazität ankommt, wird man nur den Faden selbst und nicht die Schneiden aufladen. Es kann das geschehen sowohl ohne Fremdladung in der Influenzschaltung für mittlere und hohe Potentiale, als auch mit einer Fremdladung an den Schneiden für kleine und hohe Potentiale. Die Kapazität des Fadens mit seinem Träger ist dann nur 2 cm, gemessen in Influenzschaltung bei einer Entfernung von 5 mm von der Influenzschneide. Bei großer Annäherung der Schneiden ist auch zu beachten, daß die Kapazität sich mit diesem Abstand ändern wird.

Diese außerordentlich zahlreichen Möglichkeiten, die Empfindlichkeit und die Schaltungsweisen zu ändern, machen es untunlich, das Instrument mit Eichung zu liefern.

Die Firma Günther & Tegetmeyer, Braunschweig, liefert das Instrument in zwei Ausführungen. Zuerst ein Instrument mit allen erwähnten Reguliermöglichkeiten. Da aber für viele Zwecke eine so weitgehende Mannigfaltigkeit eher stört als fördert, so wird auch ein einfacheres Instrument auf den Markt gebracht, bei welchem nur die Schneiden mikrometrisch verschiebbar sind, während der Faden in einer mittleren Empfindlichkeit (je nach dem Wunsch des Bestellers) unveränderlich gespannt ist. Beide Typen können mit Zeiß-Optik und einer mikrometrischen Ablesung des Abstandes der Schneiden von dem Faden versehen werden.

Einige Anwendungen des Instruments, besonders zum automatischen Registrieren schnell verlaufender Vorgänge, werden demnächst mitgeteilt werden.

Zusammenfassung.

Es wird ein Einfadenelektrometer beschrieben, bei welchem durch elastische Anspannung des einen Fadenendes bedeutende Vorteile erzielt werden in bezug auf Empfindlichkeit, Meßbereich und namentlich in bezug auf Haltbarkeit des Fadens beim Transport wie beim Arbeiten.

Valkenburg, Holl.-L. Ignat-Colleg, Januar 1914.

(Eingegangen 31. Januar 1914.)

Über den Einfluß der elektrostatischen Kapazität und der Mindestspannung der elektrolytischen Ventile auf ihr Verhalten gegen Wechselstrom.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Von Günther Schulze und R. Lindemann.

In dieser Zeitschrift hat Zenneck[1]) das Verhalten von Aluminiumventilzellen bei höheren Frequenzen bis zur Frequenz 10000 untersucht.

Er schaltete eine einzelne Ventilzelle mit einem Hitzdraht- und Deprezstrommesser in Serie und maß das Verhältnis $i_g : i_f$, das heißt das Verhältnis des vom Gleichstrominstrument zu dem vom Wechselstrominstrument gemessenen Stromes. Er fand, daß dieses Verhältnis $i_g : i_f$ bei konstantem i_f mit zunehmender Frequenz abnimmt und daß diese Zunahme bei der Frequenz 5000 schon sehr beträchtlich ist, daß

1) Diese Zeitschr. 14, 535, 1913.



man aber auch bei derartigen Frequenzen noch zu einem befriedigenden Verhältnis $i_g:i_f$ kommen kann, wenn man das Ventil mit hoher Stromdichte belastet.

Zenneck führt die Abnahme dieses Verhältnisses $i_g:i_f$ auf eine Zunahme der Durchlässigkeit des Ventils in der Sperrichtung zurück und will diese Abnahme in nicht näher angegebener Weise dadurch erklären, daß die Gleichrichterwirkung auf Diffusion beruhe und diese den schnellen Stromwechseln nicht mehr hinreichend zu folgen vermöge.

Nun hat bisher unseres Wissens noch niemand die Erscheinungen der elektrolytischen Ventilwirkung mit Hilfe der Diffusion zu erklären versucht. Dagegen hat der eine von uns auf Grund eingehender experimenteller Untersuchungen eine Hypothese aufgestellt[1]), wonach die Ventilwirkung auf Elektronenvorgängen in einer außerordentlich dünnen Gasschicht beruht, die sich bei der Formierung auf der Oberfläche des Ventilmetalls ausbildet. Aus dieser Hypothese folgt, daß die Undurchlässigkeit der Ventile in der Sperrichtung bis zu den Frequenzen der drahtlosen Telegraphie bestehen bleiben muß.

Im folgenden soll nun theoretisch und experimentell gezeigt werden, daß sich auf Grund obiger Folgerung die Resultate der Zenneckschen Untersuchung ergeben, wenn man nur zwei wesentliche Eigenschaften der Elektrolytventile berücksichtigt, die von Zenneck außer acht gelassen worden sind. Diese Eigenschaften sind die elektrostatische Kapazität und die Mindestspannung in der durchlässigen Richtung.

Die elektrostatische Kapazität der elektrolytischen Ventile ist durch die auf der Oberfläche der Ventilmetalle gebildete außerordentlich dünne wirksame Schicht verursacht, die bei Belastung des Ventils mit Wechselstrom in beiden Stromrichtungen in praktisch gleicher Stärke vorhanden ist, solange ein Elektrolyt verwandt wird, der vollständige Ventilwirkung (siehe weiter unten) erzeugt. Die elektrostatische Kapazität ist also für beide Stromrichtungen praktisch gleich. Da die Dicke der wirksamen Schicht der Formierungsspannung annähernd proportional wächst, so ist die elektrostatische Kapazität der letzteren annähernd umgekehrt proportional. Solange wässerige Lösungen und dasselbe Ventilmetall benutzt werden, ist sie vom Elektrolyten unabhängig. Die elektrostatische Kapazität einer bis 100 Volt formierten Aluminiumanode von 1 qdcm Oberfläche beträgt 65 Mikrofarad.

Die erwähnte, die Ventilwirkung bedingende wirksame Schicht ist nun nicht nur in der einen, der Sperrichtung, nahezu undurchlässig, sondern zunächst auch in der anderen, der Flußrichtung. Sie wird erst durchlässig, wenn eine bestimmte Spannung, die Mindestspannung, erreicht ist. Diese Mindestspannung, deren Verhalten der eine von uns untersucht hat[1]), steigt etwas mit der Formierungsspannung und der Verdünnung des Elektrolyten, ist jedoch wesentlich von dem Kation des Elektrolyten abhängig. Sie beträgt beispielsweise bei Aluminium in 0,2 normaler Lösung und nach Formierung bis 85 Volt für die Kationen H etwa 31 Volt,
NH_4 „ 14 „ ,
Na „ 7 „ .

Sobald diese Mindestspannung erreicht ist, setzt der Strom der durchlässigen Richtung ein. Solange er fließt, ist die Spannung an der wirksamen Schicht merklich unabhängig vom Strom gleich der Mindestspannung. Die Spannung an der Zelle dagegen wird nach Erreichen der Mindestspannung mit dem Strom um so stärker steigen, je größer der der wirksamen Schicht vorgeschaltete Widerstand des Elektrolyten ist. Die Mindestspannung verursacht dann einen Knick in der Spannungskurve, der um so schwächer ist, je höher der Widerstand des Elektrolyten ist und dann leicht übersehen wird. Dieser Umstand in Verbindung mit den Störungen durch unvollständige Ventilwirkung haben bisher dazu geführt, ein elektrolytisches Ventil als eine Einrichtung zu betrachten, die in den beiden Stromrichtungen eines Wechselstroms verschieden konstante Widerstände besitzt.

Es kann nicht genug betont werden, daß diese Auffassung unzulässig ist. Alle elektrischen Ventile, der Quecksilbergleichrichter und das Wehneltventil so gut wie die elektrolytischen Ventile sind dadurch charakterisiert, daß der Strom in der durchlässigen Richtung erst nach Erreichen einer Mindestspannung einsetzt und daß die Spannung merklich unabhängig vom Strom gleich der Mindestspannung ist, solange der Strom fließt.

Zum Schlusse dieser Betrachtung sei noch auf die Erscheinung der unvollständigen Ventilwirkung[2]) hingewiesen.

Während das Aluminium bei vollständiger Ventilwirkung einen einmal erreichten Formierungszustand nach Verringerung oder Entfernung der Formierungsspannung sehr langsam wieder verliert, neigt es bei unvollständiger Ventilwirkung um so mehr zur schnellen Entformierung, je unvollständiger die Ventilwirkung ist.

1) Günther Schulze, Ann. d. Phys. (4) **22**, 543, 1907; (4) **28**, 787, 1909.

1) Günther Schulze, Ann. d. Phys. (4) **41**, 593, 1913.

2) Günther Schulze, Ann. d. Phys. (4) **34**, 699 ff., 1911.

Zenneck benutzte z. B. als Elektrolyten eine 5proz. Lösung von Ammoniumphosphat, die eine recht unvollständige Ventilwirkung erzeugt[1]). In der Tat tritt die Neigung zur Entformierung in der von Zenneck beobachteten Zacke der Stromkurve[2]) in der Mitte der undurchlässigen Richtung zutage. Bei Elektrolyten mit vollständiger Ventilwirkung fehlt diese Zacke, solange die Zelle nicht stark überlastet wird.

Nach den vorstehenden Überlegungen kann man ein elektrolytisches Ventil vollständig durch ein Quecksilbergleichrichterventil ersetzen, wenn man ihm nach Fig. 1a eine Kapazität C parallel und einen Widerstand r vorschaltet, deren Werte denen der elektrostatischen Kapazität und des

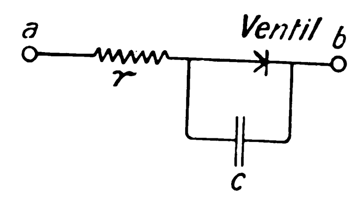


Fig. 1a.

Widerstandes des Elektrolyten des elektrolytischen Ventils gleich sind. Schaltet man nun diese Kombination nach Fig. 1b mit einem Vorschalt-

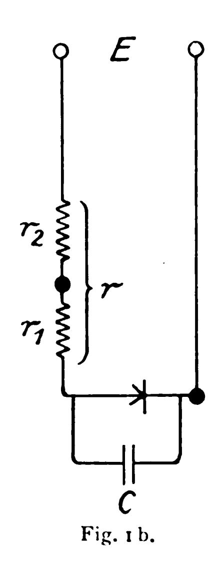


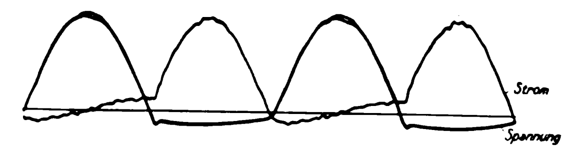
Fig. 1b.

widerstande r_2 an eine Wechselspannung E, so sieht man dann ohne weiteres, daß man r_1 und r_2 zu einem einzigen Widerstand r vereinigen kann.

Die beiden Oszillogramme Fig. 2 und 3 mögen zur Bestätigung dienen. Fig. 2 ist die

1) l. c.

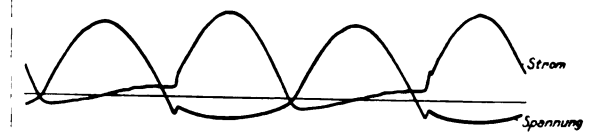
2) Siehe Fig. 14 seiner Arbeit.



Strom- und Spannungskurve einer elektrolytischen Gleichrichterzelle aus $Al—Na_2B_4O_7$ gesätt. $—Pt$.

Fig. 2.

Strom- und Spannungskurve einer mit 50periodigem Wechselstrom belasteten Ventilzelle aus Aluminium und Platin in gesättigter Boraxlösung. Die Wechselspannung betrug 65 Volt. Fig. 3 ist die Strom- und Spannungskurve der Kombi-



Strom- und Spannungskurve eines Quecksilbergleichrichters mit parallel geschalteter Kapazität und vorgeschaltetem Widerstand nach Fig. 1a.

Fig. 3.

nation Fig. 1a zwischen den Punkten a und b. Die Kapazität war 8 Mikrofarad, der Widerstand $r_1 = 9{,}9\ \Omega$. Das Quecksilberventil wurde durch eine Anode und die Kathode eines Einphasenquecksilbergleichrichters gebildet, zwischen dessen anderer Anode und der Kathode ein Gleichstromhilfslichtbogen erzeugt war. Die Mindestspannung beträgt in diesem Falle etwa 18 Volt. Die beiden Oszillogramme gleichen sich fast vollkommen.

Man kann also ein elektrolytisches Ventil durch die Schaltung der Fig. 1 ersetzen. Das bietet zwei große experimentelle Vorteile. Erstens ermöglicht die Schaltung der Fig. 1 die Ströme im Kapazitätskreis und im Ventilkreis getrennt zu beobachten, was beim elektrolytischen Ventil unmöglich ist. Zweitens wird verhindert, daß eine Änderung der Strombelastung bei konstanter Betriebsspannung oder eine Änderung der Ventilspannung eine Änderung der übrigen die Gleichrichtung bedingenden Größen zur Folge hat. Denn bei einem elektrolytischen Ventil ändert sich mit der Ventilspannung die Dicke der wirksamen Schicht, ihre Kapazität und ihre Mindestspannung, und zwar schnell, wenn die Ventilspannung steigt, sehr langsam dagegen, wenn die Ventilspannung sinkt. Ferner ist die Änderung klein bei vollständiger, größer bei unvollständiger Ventilwirkung. Außerdem ändert sich der Widerstand des Elektrolyten mit der Belastung. Konstante Verhältnisse abzuwarten ist nicht möglich.

Die theoretische Behandlung der Erscheinungen wird erleichtert, wenn man sich zuvor mit Hilfe der Fig. 1 anschaulich macht, wie die Kapazität C und die Mindestspannung v_0 auf das Verhältnis $\frac{i_g}{i_f}$ wirken. Wäre die Kapazität nicht vorhanden, so wäre die Spannung an der Zelle gleich der Betriebsspannung, solange die Zelle undurchlässig ist. Da nun aber der Kapazitätsstrom auch während der Undurchlässigkeit der Zelle fließt und im Widerstand r einen Spannungsverlust erzeugt, so ist die Spannung an der Zelle um so kleiner, je größer der Kapazitätsstrom und je größer r ist, um so später wird also auch die Mindestspannung erreicht. Das heißt, mit steigendem Kapazitätsstrome und steigendem r wird i_g auf einen immer geringeren Bruchteil der Periode beschränkt, während der Kapazitätsstrom einen immer größeren Teil der Periode einnimmt. Ganz entsprechend hat eine Steigerung der Mindestspannung eine Verkürzung der Dauer des Gleichstromes zur Folge. Wird endlich der durch den Kapazitätsstrom erzeugte Spannungsverlust in r so groß, daß der Scheitelwert der Zellenspannung gerade die Mindestspannung erreicht, so wird i_g gleich Null. i_f ist jetzt reiner Kapazitätsstrom und hat den Wert

$$i_f = \frac{E}{\sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \qquad (1)$$

wenn E die Betriebsspannung, ω die Kreisfrequenz ist. Ferner gilt für diesen kritischen Punkt die Gleichung

$$r_0 = \frac{\sqrt{\frac{E^2}{v_0^2} - 1}}{\omega C}, \qquad (2)$$

wenn v_0 die Mindestspannung und r_0 der Widerstand ist, für den $i_g = 0$ wird. Die Gleichung (2) zeigt, daß r_0 umgekehrt proportional ω, C und nahezu auch v_0 ist. Die Bedingung für das Vorhandensein einer Gleichstromkomponente ist $r < r_0$. Je größer also bei gegebener Kapazität, Betriebsspannung und Mindestspannung die Frequenz ist, um so kleiner muß der Vorschaltwiderstand, um so größer also die Strombelastung der Zelle sein, wenn die Zelle noch Gleichstrom liefern soll. Man sieht, die Resultate Zennecks ergeben sich hier zunächst qualitativ ohne weiteres. Seine Vermutung, daß $\frac{i_g}{i_f}$ zugleich mit i_f Null wird, bestätigt sich allerdings nicht.

Die genauere Theorie der Erscheinungen möge an Hand der Fig. 4, die nach Oszillographenaufnahmen gezeichnet ist, entwickelt werden. In Fig. 4 ist E die Betriebsspannung, V die Spannung an (Quecksilberventil parallel Kapazität), i_c der Kapazitätsstrom, i_g der Gleichstrom, i_c' der Kapazitätsstrom, der fließen würde, wenn das Ventil nicht vorhanden wäre. Bei den Oszillographenaufnahmen war $E = 130$ Volt eff., $r = 500$ Ohm, $C = 12$ Mikrofarad, $n = 50$, $\frac{1}{\omega C} = 250$ Ohm, $v_0 = 18$ Volt.

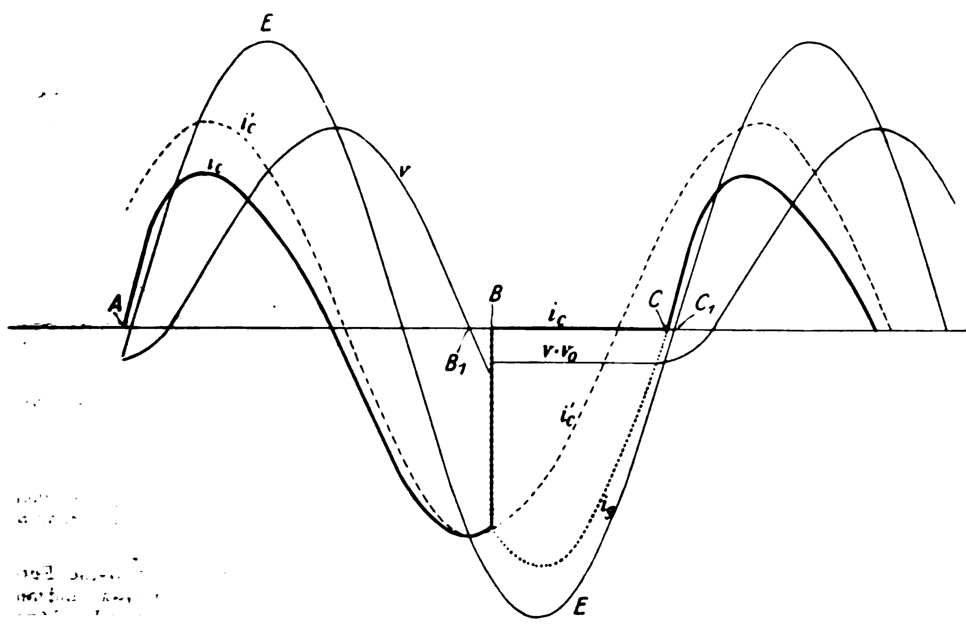


Fig. 4.

Die Kurven für V, i_c und i_g lassen deutlich die beiden, in jeder Periode des Wechselstroms wiederkehrenden Zeitabschnitte der Undurchlässigkeit AB und der Durchlässigkeit BC erkennen. Indem wir von einem unmittelbar nach dem Einschalten der Zelle sich vollziehenden Ausgleichungsvorgange absehen, sei der Punkt A als der Anfangspunkt der Zeit gewählt. In diesem Moment habe die Betriebsspannung E den Phasenwinkel α, es sei also:

$$E = E_0 \sin(\omega t - \alpha).$$

Dem Punkte B entspreche die Zeit t_1, im Punkt C ist die erste volle Periode $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$ verflossen.

Während der Zeit o bis t_1 fließt der Kapazitätsstrom i_c. Für ihn gilt die Gleichung:

$$i_c r + V = E_0 \sin(\omega t - \alpha), \tag{3}$$

wenn V die Spannung an dem Ventil zur Zeit t bedeutet.

Die Beziehung

$$i_c = C\frac{dV}{dt},$$

in der C wie oben die Kapazität des Ventils bezeichnet, liefert für V die allgemeine Differentialgleichung

$$\frac{dV}{dt} + \frac{V}{rC} = \frac{E_0}{r \cdot C}\sin(\omega t - \alpha). \tag{4}$$

Ihre Lösung ist unter Berücksichtigung der Bedingung: $V = -v_0$ für $t = 0$:

$$\left.\begin{array}{l} V = E_0 \sin\varphi \cdot \cos(\omega t - \alpha - \varphi) - \\ \quad - e^{\omega t \operatorname{tg}\varphi}\{E_0 \sin\varphi \cos(\alpha + \varphi) + v_0\}, \\ \qquad \operatorname{tg}\varphi = -\frac{1}{r\omega C}, \end{array}\right\} \tag{5}$$

Zur Zeit $t = t_1$ wird das Ventil durchlässig, weil die Ventilspannung V wiederum den Wert der Mindestspannung erreicht:

$$t = t_1; \quad V = -v_0.$$

Auf diesen Fall angewandt, liefert Gleichung (5) eine Bestimmungsgleichung für die Zeit t_1, die in der Form geschrieben sei:

$$\left.\begin{array}{l} \cos(\omega t_1 - \alpha - \varphi) - \cos(\alpha + \varphi)\, e^{\omega t_1 \operatorname{tg}\varphi} = \\ \quad = -\frac{\sin\alpha}{\sin\varphi}(1 - e^{\omega t_1 \operatorname{tg}\varphi}). \end{array}\right\} \tag{6}$$

In der Zeit der Durchlässigkeit des Ventils $t_1 < t < \tau$ ist der Kapazitätsstrom i_c wegen der Konstanz von $V = -v_0$ gleich Null. Da die Selbstinduktion im Schließungskreise neben r zu vernachlässigen sein soll, gilt das Ohmsche Gesetz;

$$i_g \cdot r - v_0 = E_0 \sin(\omega t - \alpha). \tag{7}$$

Zur Zeit $t = \tau$ ist offenbar $i_g = 0$, also auch:

$$-v_0 = E_0 \sin(2\pi - \alpha).$$

Hieraus bestimmt sich der Phasenwinkel α im stationären Zustande; es ist

$$\sin\alpha = \frac{v_0}{E_0}. \tag{8}$$

Die angegebenen Gleichungen gestatten ohne weiteres, die Werte des mit einem Hitzdrahtinstrument zu messenden quadratischen Mittelwertes des Stromes:

$$J_f^2 = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau i^2\, dt$$

und des mit einem Gleichstrominstrument meßbaren, durch das Ventil fließenden Gleichstromes

$$J_g = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau i\, dt$$

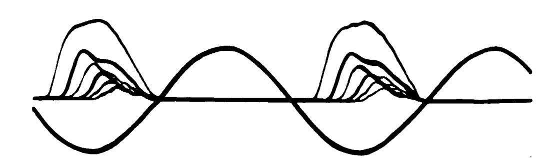
zu berechnen.

Wegen der Kompliziertheit des für J_f geltenden Wertes soll hier nur der Wert J_g angegeben werden:

$$J_g = \frac{1}{\tau}\int_{t_1}^{\tau} i_g\, dt = \frac{E_0}{2\pi r}\{\cos(\omega t_1 - \alpha) - \cos\alpha\} + \frac{v_0}{r}\cdot\frac{\tau - t_1}{\tau}\text{[1]}. \tag{9}$$

Es sei hier noch besonders darauf hingewiesen, daß auch in dem Falle verschwindend kleiner Mindestspannung ($v_0 = 0$) eine Verbreiterung des Gebietes der Undurchlässigkeit durch die Kapazität hervorgerufen wird; denn in diesem Falle rückt der Punkt B nach B_1 und Punkt C nach C_1 in Fig. 4. Die Dauer der Undurchlässigkeit ist also um den Betrag der Phasenverschiebung zwischen V und E vergrößert. Für den Grenzwert der Phasenverschiebung 90° beträgt die Dauer der Undurchlässigkeit $0{,}75 \cdot \tau$.

Zur Prüfung der Richtigkeit vorstehender



$r = 95$; 200; 300; 400; 500; 600 Ohm.

Fig. 5.

$r = 400$; 500; 600; 700; 800; 1000 Ohm (größte Empfindlichkeit).

Fig. 6.

Betriebsspannung E und Strom i_g im Quecksilberventil nach Schaltung Fig. 1. Kurze Zeitaufnahmen.

[1]) Die vorstehende mathematische Entwicklung ist gleichzeitig und unabhängig in etwas anderer Form auch durch Herrn Geh. Reg.-Rat Professor Dr. Jäger ausgeführt worden.

Entwicklungen möge zunächst die Gleichung (6) dienen. Aus ihr läßt sich die Dauer t_1 der Undurchlässigkeit der Kombination nach Fig. 1 als Funktion von r bei gegebenem C und ω ermitteln. Andererseits wurde diese Größe durch die Oszillographenaufnahmen Fig. 5 und 6 ermittelt. Diese Aufnahmen enthalten den Gleichstrom i_g in dem Ventilkreise selbst bei verschiedenen Widerständen r. Außerdem findet sich auf ihnen die Betriebsspannung E, die 69 Volt effektiv betrug. Ferner war $C = 12{,}7$ Mikrofarad, $\omega = 314$.

Die folgende, nach Tabelle I gezeichnete Kurventafel (Fig. 7) enthält als ausgezogene Kurve

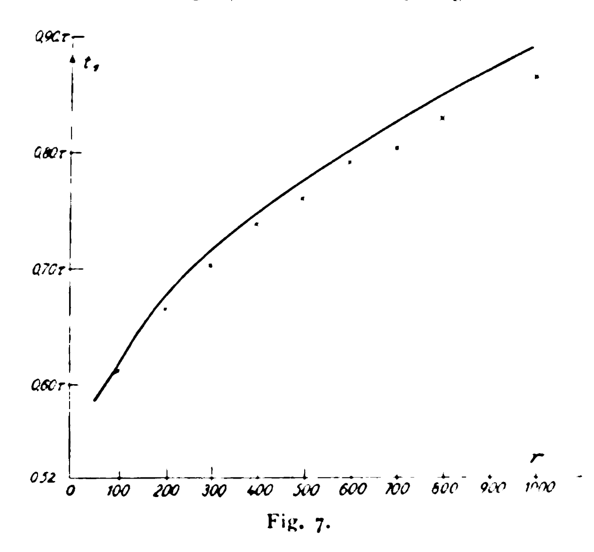


Fig. 7.

die aus Gleichung (6) mit Hilfe der Mindestspannung $v_0 = 18$ Volt berechnete Beziehung zwischen t_1 und r, während die eingezeichneten Punkte die aus den Oszillogrammen Fig. 5 und 6 folgenden Zeiten t_1 darstellen.

Die berechneten Werte sind hiernach durchweg etwas zu groß, und zwar im Mittel 2,0 Proz. Diese Abweichung dürfte innerhalb der Meßgenauigkeit liegen.

Die Tabelle I enthält die Zeiten t_1 auch als Funktion von $\operatorname{tg}\varphi = -\frac{1}{r\omega C}$. Sie gestattet somit auch in dem Falle, daß der Phasenwinkel auf andere Weise als hier, also durch Änderung der Kapazität C oder der Frequenz (ω), verändert wird, die zugehörige Dauer der Undurchlässigkeit des Ventils bei einer bestimmten Betriebs- und Mindestspannung zu ermitteln.

Tabelle I.
$E_0 = 98$ Volt, $v_0 = 18$ Volt.

r	$\operatorname{tg}\varphi$	$\frac{t_1}{\tau}$ berechnet	$\frac{t_1}{\tau}$ gemessen
95 Ohm	— 2,63	0,62	0,61
195 „	— 1,28	0,68	0,67
395 „	— 0,633	0,75	0,74
995 „	— 0,252	0,89	0,87

Ferner wurde mit Hilfe der Gleichung (2) für verschiedene E und C der Vorschaltwiderstand r_0 berechnet, für den $i_g = 0$ wird, und gleichzeitig durch Messung ermittelt. Die Ergebnisse finden sich in der folgenden

Tabelle II.

E Volt	$\frac{1}{\omega C}$ Ohm	r_0 berechnet Ohm	r_0 gemessen Ohm
130	250	2560	2400
130	400	4050	4170
65	250	1264	1300
32	250	582	560

Eine weitere Stütze dafür, daß sich ein elektrolytisches Ventil ebenso verhält, wie die hier betrachtete Kombination, sind die Oszillogramme Fig. 8 und 9. Sie sind an einer Zelle aus Aluminium (85 qcm Oberfläche) und Platin in gesättigter Boraxlösung aufgenommen. Die Betriebsspannung war 130 Volt effektiv. Die elektrostatische Kapazität der Aluminiumelektrode

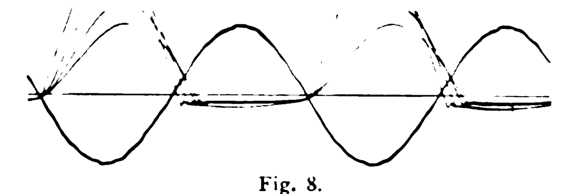


Fig. 8.

beträgt in diesem Falle 30 Mikrofarad, die Mindestspannung 10 Volt. Fig. 8 enthält die Betriebsspannung und die Spannung an der Zelle bei den Widerständen 1000, 600, 300 100 Ohm. Sie zeigt, wie mit zunehmendem Widerstande die Mindestspannung immer später erreicht, die Dauer der Undurchlässigkeit immer mehr vergrößert wird. Fig. 9 enthält die Be-

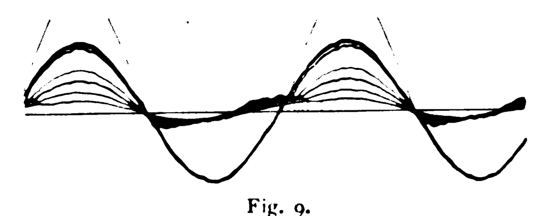


Fig. 9.

triebsspannung und den durch die Zelle fließenden Strom bei den Vorschaltwiderständen 1000, 600, 400, 300, 200, 100 Ohm. Auch hier sieht man, wie der Augenblick, in dem der Kapazitätsstrom in den Gleichstrom übergeht, mit zunehmendem Vorschaltwiderstande immer später eintritt.

Zum Schluß möge noch das Verhalten einer Aluminiumventilzelle bei höheren Frequenzen dargelegt werden. Es sei die wirksame Oberfläche des Aluminiums 1 qdcm, die effektive Wechselspannung 71 Volt (Scheitelspannung 100 Volt). Dann ist $C = 65$ Mikrofarad. Der Elektrolyt sei gesättigte Boraxlösung. Dann ist die Mindestspannung a gleich 7 Volt. Für diese Werte enthält die folgende Tabelle III diejenigen Vorschaltwiderstände r_0 als Funktion der Frequenz, für die i_g gerade Null wird, sowie die in diesem Augenblicke vorhandene Stromstärke i_f.

Tabelle III.

Perioden sek	r_0	i_f
50	703 Ohm	0,1 Ampere
500	70,3 „	1 „
5 000	7,03 „	10 „
50 000	0,703 „	100 „
500 000	0,0703 „	1000 „

Da nun in r_0 der Widerstand des Elektrolyten der Ventilzelle einbegriffen ist, und es kaum gelingen dürfte, diesen bei den vorliegenden Annahmen unter 0,7 Ohm zu verringern, so würde man schon bei der Frequenz 50000 ein solches Ventil ohne äußeren Vorschaltwiderstand unmittelbar an eine effektive Wechselspannung von 71 Volt legen können, ohne auch nur eine Spur von Gleichrichterwirkung zu erzielen.

Als mittlere Belastung einer gut gekühlten Aluminiumelektrode von 1 qdcm Oberfläche dürften etwa 10 Ampere anzunehmen sein. Man muß also, wie es ja Zenneck auch gefunden hat, schon bei der Frequenz 5000 eine elektrolytische Ventilzelle stark überanstrengen, wenn man noch eine Gleichrichterwirkung erzielen will.

Danach sind derartige Zellen für die Frequenzen der drahtlosen Telegraphie unbrauchbar. Will man hier noch einen elektrolytischen Gleichrichter benutzen, so muß man zunächst unter den zahllosen möglichen Kombinationen zwischen Ventilmetallen und Elektrolyten eine finden, bei der insbesondere die elektrostatische Kapazität viel geringer ist, als in den bisher bekannten Fällen. Eine Verringerung der Mindestspannung bei gegebener Kapazität hat nur geringen Einfluß. Versuche zur Aufklärung dieser Fragen sind im Gange.

Zusammenfassung.

Es wird gezeigt, daß die von Zenneck beobachtete Abnahme der Gleichrichterwirkung elektrolytischer Ventilzellen mit steigender Frequenz sich auf die Wirkung der elektrostatischen Kapazität und der Mindestspannung dieser Ventile zurückführen läßt. Der experimentelle Beweis wird durch den Ersatz eines elektrolytischen Ventils durch einen Quecksilbergleichrichter mit parallel geschaltetem Kondensator erbracht. Die aus der theoretischen Durchrechnung des Problems sich ergebenden Gleichungen werden durch die Versuche bestätigt.

(Eingegangen 26. Januar 1914.)

PHYSIKALISCHE TECHNIK.

Hochvakuum-Meßapparat aus Glas.

Von Franz Ewald.

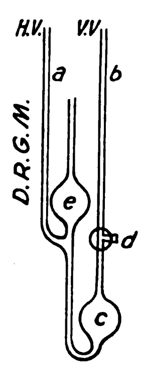
Verfasser konstruierte einen Hochvakuum-Meßapparat aus Glas nach Art des Mac Leodschen Manometers.

Wie aus nebenstehender Figur ersichtlich, wird a mit dem Hochvakuum, b mit der Vorvakuumpumpe verbunden. Durch Stellung des Dreiweghahnes d kann die Luft nach c strömen und wird dadurch das Steigen des Quecksilbers nach a und e veranlaßt.

Der Apparat zeichnet sich durch folgende Verbesserungen und Vorzüge aus:

1. Die gesamte Länge beträgt nur ca. 30 cm und ist der Apparat gegenüber allen anderen nur durch einfache Hahndrehung zu bedienen.
2. Das Quecksilber wird nur durch Glas geleitet und daher auch bei längerem Gebrauch nicht verunreinigt.

Der Apparat wird in allen Ausführungsformen, je nach Art seiner Verwendung, ge-



liefert und ist nur von Franz Ewald, Kolozsvár, Ungarn, zu beziehen.

(Eingegangen 14. Januar 1914.)



BESPRECHUNGEN.

E. Gerland, Geschichte der Physik von den ältesten Zeiten bis zum Ausgange des achtzehnten Jahrhunderts. Für die Drucklegung durchgesehen von H. v. Steinwehr. gr. 8. X u. 762 S. München u. Berlin, R. Oldenbourg. 1913. M. 17.—

Der vorliegende Band bildet ein wertvolles Vermächtnis des durch seine physikalisch-historischen Untersuchungen bekannten, 1910 verstorbenen Forschers Ernst Gerland. Es wird allen denen eine große Freude sein, die ein Interesse an den Naturwissenschaften überhaupt und daher auch an der Geschichte der Naturwissenschaften haben. Leider ist es dem Verfasser nicht vergönnt gewesen, das ganze Werk vollenden zu können; es liegt hier nur die 1. Abteilung bis Ende des 18. Jahrhunderts vor; ja er durfte nicht einmal die Fertigstellung dieses Bandes inkl. Drucklegung erleben. Daß Gerland mitten aus dieser Arbeit herausgerissen wurde, ist für die Mit- und Nachwelt deshalb besonders schmerzlich, als durch seinen Tod die Fortsetzung der Geschichte mit der Gerlandschen Gründlichkeit und der dazu notwendigen umfassenden historischen Kenntnis zunächst in Frage gestellt ist. Andrerseits müssen wir uns freuen, daß wenigstens die 1. Abteilung, die im Manuskript fertig vorlag, nach Gerlands Tode durch seinen Schwiegersohn H. v. Steinwehr herausgegeben werden konnte; bildet sie doch gerade den Teil der Geschichte der Physik, in dem das Quellenstudium am schwierigsten und umständlichsten ist und der infolgedessen am meisten ein ausgebildetes historisches Verständnis bei dem Verfasser erfordert, der doch andrerseits ein Physiker von Beruf sein muß.

Den größten Teil des Bandes nimmt natürlich die Physik der neueren Zeit in Anspruch, etwa 440 Seiten. Die Physik des Altertums umfaßt 130, die des Mittelalters ca. 160 Seiten. In der Darstellung tritt häufig, besonders in dem 3. Teil (Physik der neueren Zeit), die Persönlichkeit in den Vordergrund, die auf die Fortschritte auf physikalischem Gebiet bestimmenden Einfluß ausgeübt hat, wodurch einmal die Darstellung an Lebendigkeit gewinnt und ferner eine Reihe von Abschnitten des ganzen Bandes in sich abgeschlossene Monographien der betreffenden überragenden Persönlichkeiten und ihrer Zeit darstellt, so zum Beispiel die reizvollen Kapitel über Christian Huygens, über Hocke und Papin, über Newton und Leibniz. Bewundernswert ist die Knappheit, in der das gewaltige Material zusammengefaßt worden ist, die nicht durch trockenes Aneinanderreihen von Tatsachen erreicht wurde, sondern durch übersichtliches Hervorheben der Hauptpunkte und geschickte Gruppierung der weniger wichtigen Entdeckungen und Forschungsergebnisse. Die zahlreichen Literaturnachweise sind dabei natürlich von großem Wert. Abbildungen mußten gemäß den Bestimmungen des Werkes — es bildet das letzte Glied einer von der historischen Kommission der bayrischen Akademie herausgegebenen Sammlung „Geschichte der Wissenschaften in Deutschland" — vermieden werden. Das erschwerte stellenweise die Darstellung und wird zuweilen auch dem Leser etwas unbequem sein. Der physikalisch und mathematisch gebildete Leser wird den Mangel weniger empfinden, da seine Vorstellungskraft geschult ist, den anderen Lesern wird im Vorwort mit Recht empfohlen, die von Gerland und Traumüller verfaßte „Geschichte der physikalischen Experimentierkunst" zu Hilfe zu nehmen, die eine sehr große Anzahl (425) von Apparatabbildungen, zum großen Teil in Wiedergabe nach den Originalwerken enthält (Engelmann, Leipzig 1899).

Man wird H. v. Steinwehr allgemein Dank wissen, daß er sich der großen Mühe der Drucklegung dieses vortrefflichen Werkes unterzogen hat; es ist kein Zweifel, daß das Durcharbeiten des Manuskripts und die Drucklegung auf manche Schwierigkeiten führen mußte, „deren Beseitigung dem Verfasser selbst nur unbedeutende Mühe verursacht hatte, während sie für jeden anderen ein häufig zeitraubendes näheres Eingehen auf die behandelte Materie erforderten", wie H. v. Steinwehr im Vorwort sagt. S. Valentiner.

E. Rutherford, Radioaktive Substanzen und ihre Strahlungen. (Handbuch der Radiologie, herausgegeben von E. Marx. Band II.) gr. 8. IX u. 642 S. mit 126 Textabbildungen und 1 Tafel. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H. 1914. M. 24.—, geb. M. 26.—

Der vorliegende zweite Band des „Handbuchs der Radiologie" ist eine von dem Herausgeber des Handbuchs, E. Marx, verfaßte Übersetzung des 1913 in englischer Sprache erschienenen Buches „Radioactive substances and their radiations" von Rutherford. In diesem, wie in der deutschen Übersetzung ist ein gedrängter Bericht über den gegenwärtigen Stand der Forschung gegeben, der nicht übertroffen werden kann. Die neue Darstellung ist an die Stelle der beiden Bücher „Radioactivity", 2. Aufl. Cambridge 1905, und „Radioactive transformations", New-York 1906, getreten, die beide, mit Zusätzen versehen, 1907 von Aschkinass und von Levin ins Deutsche übertragen worden sind. Auch im Rahmen des Handbuchs ist die vorliegende Übersetzung eine in sich abgeschlossene Monographie.

Der Referent kann unmöglich in diesem Falle der Gepflogenheit folgen, seine Besprechung dem Wert des Buches entsprechend auszudehnen, sondern muß sich damit begnügen, ganz kurz auf die hauptsächlichsten Unterschiede zwischen der alten „Radioaktivität" und dem neuen Buche hinzuweisen.

Die einleitenden Kapitel (Radioaktive Substanzen, Ionentheorie der Gase, Meßmethoden) sind selbstverständlich modernisiert, im übrigen aber relativ wenig verändert aus der früheren Monographie übernommen. Wenig geändert sind ferner die Abschnitte, in denen die auch heute noch allen radioaktiven Erscheinungen zugrunde liegende Zerfallstheorie auseinandergesetzt und entwickelt wird. Im übrigen ist so viel Neues in die Darstellung aufgenommen, daß ein vollkommen neues Werk entstanden ist. Schon in dem Abschnitt über die α-Strahlen findet sich nur noch verhältnismäßig wenig, was aus der alten „Radioaktivität" übernommen ist, entsprechend der großen Zahl von fundamentalen Arbeiten, die seit 1907 besonders von

Rutherford selber über den Gegenstand erschienen sind. Es sei nur an die Methoden der Zählung der α-Teilchen erinnert, ferner an die Bestimmung zahlreicher radioaktiver und Atom-Konstanten, die im Anschluß an die Zählung möglich geworden war (S. 103), sowie an den fundamentalen Versuch, durch den die Identität der α-Partikel mit dem *He*-Atom endgültig bewiesen wurde. Ganz neu sind die nun folgenden Abschnitte über δ- und über Rückstoß-Strahlen. Bei dem Bericht über die β-Strahlen ist die Darstellung der neueren Arbeiten über Streuung und Absorption, wie über die magnetischen Spektra der β-Strahlen in den Vordergrund getreten. Die Theorie des Zusammenhangs der β- und γ-Strahlen einer Substanz von Rutherford und die Arbeiten über die Struktur der γ-Strahlen sind neu aufgenommen, ferner die Rutherfordsche Theorie der Phosphoreszenz.

Zu erwähnen sind etwa noch die neueren Bestimmungen der physikalischen Eigenschaften der Emanationen, wie Kondensationstemperaturen, Volum, Dichte, Spektrum der *Ra*-Em. Die seit der letzten Ausgabe neu entdeckten Produkte und namentlich die Verzweigungen in den Reihen sind selbstverständlich aufgenommen. Die von Fajans und von v. Hevesy entdeckten Beziehungen zwischen den chemischen Eigenschaften der radioaktiven Stoffe und der Emission von α- und β-Partikeln, der Zusammenhang zwischen Transformationskonstante und Reichweite bei α-Strahlprodukten, die Rutherfordschen Anschauungen über den Ursprung der γ-Strahlen sind in einem „Allgemeine Resultate und Beziehungen" betitelten Kapitel behandelt; daselbst wird auch das Rutherfordsche Atommodell besprochen. In dem letzten Kapitel findet sich die reiche ältere und neuere Literatur über die Verteilung radioaktiver Materie in der Atmosphäre und in der Erde, sowie über kosmische Radioaktivität verarbeitet.

Drei Anhänge sowie ein Sachregister vervollständigen das Werk. In dem ersten Anhang sind die Methoden zur exakten Vergleichung von Radiummengen dargestellt, im zweiten die Methode von C. T. R. Wilson über die Sichtbarmachung einzelner α- und β-Teilchen. Der dritte Anhang enthält Tabellen von Zerfallskurven, eine Tabelle über die Abhängigkeit der Masse eines Elektrons von seiner Geschwindigkeit und eine Zusammenstellung der die Eigenschaften der bis jetzt bekannten radioaktiven Produkte charakterisierenden Daten.

Ich glaube, kein Leser wird das Buch aus der Hand legen, ohne die Kunst zu bewundern, die der Verfasser der Darstellung des so ungeheuer großen, von ihm selbst großenteils erschlossenen Gebietes hat angedeihen lassen. G. Rümelin.

M. Centnerszwer, Das Radium und die Radioaktivität. (Aus Natur und Geisteswelt. 405. Bändchen.) kl. 8. III u. 96 S. mit 33 Abbildungen. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1913. M. 1.—, gebunden M. 1.25

Das kleine Buch gibt in anschaulicher Weise einen Überblick über die wichtigsten Erscheinungen der Radioaktivität und die Gesetze, die den Ablauf dieser Erscheinungen beherrschen. Es zerfällt in 4 Hauptteile. Der erste behandelt die Entdeckung des Radiums, seine Herstellung aus der Pechblende sowie alle charakteristischen radioaktiven Wirkungen. Der zweite Teil befaßt sich mit dem Wesen der drei Strahlengruppen. Im dritten Teil werden die Gesetze des radioaktiven Zerfalls dargelegt und im Anschluß daran alle bekannten radioaktiven Substanzen in ihrer genetischen Abhängigkeit voneinander besprochen. Der vierte und letzte Abschnitt ist den Anwendungen des Radiums in der Heilkunde sowie seiner Bedeutung für den Wärmehaushalt der Erde gewidmet.

Das Buch bringt auf seinem beschränkten Raum alle wesentlichen Tatsachen in besonders leichtfaßlicher Form. Demgegenüber fallen kleine Irrtümer wenig ins Gewicht. Einer derselben sei hier indes angeführt, weil er leicht verwirrend wirken kann. Der Verfasser bedient sich bei der Besprechung des aktiven Niederschlags des Thoriums der früheren Benennung und bezeichnet also mit Übergehung der neueren Resultate als *Th A* den β-strahlenden Körper von 10,6 Stunden Halbwertszeit. Wenige Seiten weiter aber bringt er eine Tabelle, in der als Thorium *A* das α-strahlende Zerfallsprodukt der Emanation von 0,2 Sek. Halbwertszeit angeführt erscheint. Warum der Verfasser außerdem in einem populären Werk gerade die etwas hypothesenreiche Tabelle von Swinne verwendet, ist auch nicht recht ersichtlich.

Das vorliegende Buch ist für einen großen Leserkreis bestimmt und wird diesem Zweck durch seine Anordnung und seine fast im Erzählerton gegebene Darstellung vollkommen gerecht. Alle an dem Gebiet Interessierten werden es daher mit Vergnügen und Nutzen lesen. Meitner.

Leonardo Cassuto, Der kolloide Zustand der Materie. Autorisierte deutsche Übersetzung von Johann Matula. gr. 8. 252 S. mit 18 Abbildungen. Dresden, Theodor Steinkopff. 1913. M. 7.50, gebunden M. 8.50

Die Verantwortung, die ein Verfasser eines Buches über Kolloide übernimmt, ist zurzeit besonders groß, weil sich das Gebiet in vollster Entwicklung befindet und es natürlich schwerer ist, aus der Tagesliteratur den Weizen von der übermäßig vielen Spreu zu sondern, als reine Frucht schmackhaft zu verwerten. Man kann die Schwierigkeit überwinden, wenn man sich an das Sachliche hält; und wenn der Schriftsteller zugleich Forscher oder gar ein Schöpfer seines Themas ist, so wird er auch den Zusammenhang des Sachlichen in kritischer und dauerhafter Weise darstellen, wie das in dem nicht genug zu empfehlenden Werke über Kolloidchemie von Zsigmondy geschehen ist. Die meisten der heutigen Schriften über Kolloide suchen im Gegensatze zu der Grundidee des Zsigmondyschen Werkes die Theorien des Tages in den Vordergrund zu stellen. Es ist sicherlich nichts dagegen zu sagen, wenn sich ein jeder für seinen Bedarf Arbeitshypothesen zurecht macht; auch ist es jedermanns persönliches Risiko, sie in unausgereifter Form der Öffentlichkeit preiszugeben. Am wenigsten ist dagegen einzuwenden, wenn ein Fachgenosse wie Cassuto, der Verfasser der vorliegenden Schrift, sich mit heißem Bemühen Klarheit über die verschiedenen Gedankengänge zu verschaffen sucht, die sich in der werdenden Wissenschaft durchkreuzen. Die Veröffentlichung der Früchte dieses Fleißes in Buchform kann aber für Leser, die dem Stoffe einstweilen noch einigermaßen fremd sind, verwirrend wirken. Der Laie nimmt die „Theorie", wenn sie als Regimentsmusik auftritt, für das Regiment, und es

diskreditiert das Heer bei den Nachbarstaaten, wenn sie nur das Musikkorps hören können. Gerade, weil der Physiolog, der Arzt, der Mineraloge, der Technologe heute den billigen Wunsch hat, etwas Gründliches über Kolloidchemie zu vernehmen, sollte sich der Schriftsteller besonders streng an das Sachliche halten, dessen Fülle überreichlich des Interessanten bietet; und gerade, weil manche Disziplin, deren Mitarbeit sehr erwünscht wäre, z. B. die synthetische organische Chemie sich teilweise sehr reserviert verhält, sollte alles vermieden werden, was die Kolloidchemie als Schauplatz einer Orgie von Hypothesen erscheinen lassen könnte.

Mit dem mehr oder minder glücklichen Bemühen des Cassutoschen Buches, allgemeine Gesichtspunkte der Kolloidchemie in den Vordergrund zu rücken und mit dem Verfahren, ein Drittel der Darstellung ausschließlich der „Theorie" zu widmen, kann sich der Referent also nicht befreunden. Doch möchte seine Kritik mehr die charakteristische Richtung treffen, als das lediglich symptomatische Buch. Bei der Lektüre der sachlichen Kapitel merkt man, daß das Buch von einem Physiker geschrieben ist; vieles diesem Näherliegende ist denn auch mit erfreulicher Klarheit dargeboten. Andere Abschnitte, wie z. B. der über den osmotischen Druck der Kolloide sind inhaltlich, jedenfalls zur Zeit des Erscheinens der Übersetzung bereits durch die Forschung überholt. Eine Überarbeitung des Stoffes bei dieser Gelegenheit wäre wünschenswert gewesen. W. Biltz.

Sv. Odén, Der kolloide Schwefel. (Nova acta regiae societatis scientiarum Upsaliensis. Ser. IV. Vol. 3. Nr. 4.) 4. 193 S. mit 22 Figuren. Upsala, Akademische Buchhandlung, A.-G. 1913.

Die vorliegende Monographie, das Resultat mehrjähriger experimenteller Untersuchungen, verdient nicht nur wegen des in ihr niedergelegten speziellen Tatsachenmaterials Beachtung, sondern bedeutet auch einen wertvollen Beitrag zur Kenntnis der Eigenschaften und Wandlungen der Kolloide im allgemeinen. Kolloidale Schwefellösungen (wie sie z. B. bei der Einwirkung von Schwefelwasserstoff auf Schwefeldioxyd oder bei der Zersetzung der aus ihren Salzen in Freiheit gesetzten Thioschwefelsäure entstehen) bieten der Kolloidforschung insofern ein besonders günstiges Arbeitsfeld, als sie sehr stabil sind und die Herstellung hoch konzentrierter Sole ermöglichen. Der Verfasser hat in Erkenntnis der Bedeutung, welche die Größe der Teilchen in kolloidalen Lösungen spielt, eine brauchbare Methode der „fraktionierten Koagulation" ausgearbeitet, mit deren Hilfe aus einem polydispersen Schwefelhydrosol Teilchen bestimmter Größe isoliert werden können. Auf diese Weise wurde es möglich, mit einem wohldefinierten Versuchsmaterial zu arbeiten und allgemeine Gesetzmäßigkeiten schärfer zu präzisieren. Von physikalisch-chemischen Eigenschaften der Hydrosole des Schwefels wurden folgende eingehend untersucht: das spezifische Gewicht und seine Abhängigkeit von der Konzentration, der thermische Ausdehnungskoeffizient (hier ergab sich das wichtige Resultat, daß die reversible Koagulation nicht mit einer Volumänderung verbunden ist), die innere Reibung und ihre Beeinflussung durch Konzentration, Temperatur und Teilchengröße, die Oberflächenspannung, das ultramikroskopische Verhalten, die Lichtbrechung usw. Von besonderem Interesse sind die Versuche über die reversiblen Zustandsänderungen kolloidaler Schwefellösungen. Da Schwefel ein negatives Kolloid ist, üben zugefügte Kationen eine koagulierende, Anionen eine lösende (dispergierende) Wirkung aus. Bei zunehmender Konzentration des zugesetzten Elektrolyts überwiegt schließlich die Wirkung der Kationen und es tritt Koagulation ein. Die Wirkung der Ionen läßt sich also nicht rein additiv und proportional den anwesenden Ionenmengen ausdrücken. Aus der Feststellung, daß bei der reversiblen Koagulation die Teilchenzahl in einem bestimmten Volumen konstant bleibt, wenn die Lösung koaguliert und das Koagulum wieder gelöst wird, ergeben sich interessante Folgerungen hinsichtlich des Mechanismus der Koagulation. Vor allem ist der Schluß zu ziehen, daß die Teilchen bei reversiblen Koagulationen auch im koagulierten Zustand ihren individuellen Charakter beibehalten. Bugge.

Max Speter, Die chemische Verwandtschaft und ihre Beziehungen zu den übrigen Energieformen. (Bücher der Naturwissenschaft, herausgegeben von Prof. Dr. Siegmund Günther. Bd. 17.) kl. 8. 134 S. mit 6 Abbildungen im Text und 4 Porträttafeln. Leipzig o. J., Philipp Reclam jun. M. —.40, gebunden M. —.80

Eine kurze, übersichtliche, klare und im wesentlichen einwandfreie Darstellung der Lehre von der chemischen Energie, deren Lektüre jüngeren Physikern und Chemikern empfohlen werden kann. Die Darlegungen über das Daniellsche Element sind infolge von sinnstörenden Schreib- und Druckfehlern unverständlich. Werner Mecklenburg.

Berichtigungen.

In dem Artikel von K. Strecker:

„Formel- und Einheitszeichen"

muß es auf S. 115, linke Spalte, Zeile 16 und 17 von unten statt „dem²" und „dem³" heißen „dm²" und „dm³".

In meiner Arbeit:

„Bemerkungen zur Einsteinschen Gravitationstheorie"

im vorigen Heft dieser Zeitschrift sage ich auf S. 173: „Der Lauesche Satz ist nämlich auf die beiden Summanden des Energietensors $T^{e}_{\alpha\beta}$ und $T^{g}_{\alpha\beta}$ (sc. in welche Einstein den Energietensor zerlegt) einzeln anwendbar, weil im Innern eines vollständigen stationären Systems die beiden Komponenten des Energiestroms $T^{e}_{4\beta}$ und $T^{g}_{4\beta}$ einzeln verschwinden müssen". Dies ist unrichtig und nur durch eine Flüchtigkeit beim Niederschreiben des Artikels hineingekommen. Es sollte heißen: „Nach den Annahmen der Einsteinschen Theorie [vgl. Gl. (39) auf S. 122] gilt der Lauesche Satz schon für $T^{e}_{\alpha\alpha}$ allein. Diese Annahme will ich auch in meine Gravitationstheorie einfügen, dann ergibt sich (77)". Es müßte auch sonst auf S. 173 stets mit der Annahme: „$H_e = T^{e}_{11} + T^{e}_{22} + T^{e}_{33} + T^{e}_{44}$" zugleich die Annahme: „bei einem ruhenden Teilchen $T^{e}_{\alpha\alpha} = 0$, $\alpha \neq 4$" genannt werden. Gustav Mie.

(Eingegangen 20. Februar 1914.)



Tagesereignisse.

Adolf Salomonsohn-Stiftung. Aus der Adolf Salomonsohn-Stiftung, welche den Zweck hat, Beihilfen zu gewähren behufs Förderung wichtiger Arbeiten auf den Gebieten der Naturwissenschaften (einschließlich Biologie und Medizin) durch hervorragend tüchtige Kräfte, denen für die längere Dauer der Forschung genügende Mittel nicht zur Verfügung stehen, sind stiftungsgemäß bis zu 2600 M. zur Verwendung verfügbar.

Bewerbungen sind bis zum 1. März 1914 schriftlich an den Ministerialdirektor Dr. Schmidt in Berlin, Wilhelmstraße 68 mit der Aufschrift Adolf Salomonsohn-Stiftungssache zu richten.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Berlin Dr. Heinrich Faßbender für Elektrotechnische Meßkunde und drahtlose Telegraphie.

Ernannt: Dr. F. A. Carpenter zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität Washington, Dozent Dr. H. Châtelet zum ord. Professor der Mechanik an der Universität Toulouse, Dr. Gambier zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Rennes, Dr. R. Garnier zum Professor der Mathematik an der Universität Poitiers, Professor Henry L. Rietz von der Universität von Illinois in Urbana zum ord. Professor der Mathematik an derselben Universität, Professor Dr. S. E. Rose zum ord. Professor der Mathematik an der Ohio State Universität in Columbus, Dr. H. C. Zeis zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität von Illinois in Urbana, der Vorstand des chemischen Laboratoriums an der Rudolf-Stiftung in Wien Dr. Ernst Freund zum a. o. Professor für angewandte medizinische Chemie an der Universität Wien, der Maître de Conférences an der Université Lille Richard Fosse zum Professeur adjoint für organische Chemie an derselben Universität, Dr. John A. Wilkinson von der Ohio State University in Columbus zum Leiter der Abteilung für analytische Chemie an der Missouri State University in Columbia, der a. o. Professor an der Universität Berlin Dr. Robert Pschorr zum etatsmäßigen Professor und Vorsteher des organischen Laboratoriums an der Technischen Hochschule Berlin, Dr. E. E. Fournier d'Albe, Assistant Lecturer für Physik an der Universität Birmingham, zum Special Lecturer für Physik an der Pandschab-Universität Lahore (Indien).

Berufen: Der a. o. Professor an der Universität Leipzig Dr. Karl Schaum zum ord. Professor der physikalischen Chemie an der Universität Gießen, der Privatdozent an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr.-Ing. Hermann S. Hallo zum etatsmäßigen Professor für Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Delft.

Verliehen: Dem Privatdozenten für anorganische Chemie an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Siegfried Hilpert und dem ständigen Assistenten am anorganischen Laboratorium derselben Hochschule Dr. Max v. Unruh der Titel Professor.

Rücktritt vom Lehramt: Der Associate Professor der Mathematik an der Universität von California im Berkeley Dr. Albert W. Whitney (behufs Übernahme einer Stellung im staatlichen Versicherungsamt), der etatsmäßige Professor für anorganisch-chemische Technologie an der Technischen Hochschule Breslau Fritz Lüty.

Gestorben: Der emer. ord. Professor der allgemeinen und technischen Physik, insbesondere für Elektrotechnik an der Technischen Hochschule Wien Dr. Adalbert von Waltenhofen zu Eglofsheimb, der frühere Professor für Chemie am Presidency College in Madras W. Popplewell Bloxam in London.

Angebote.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



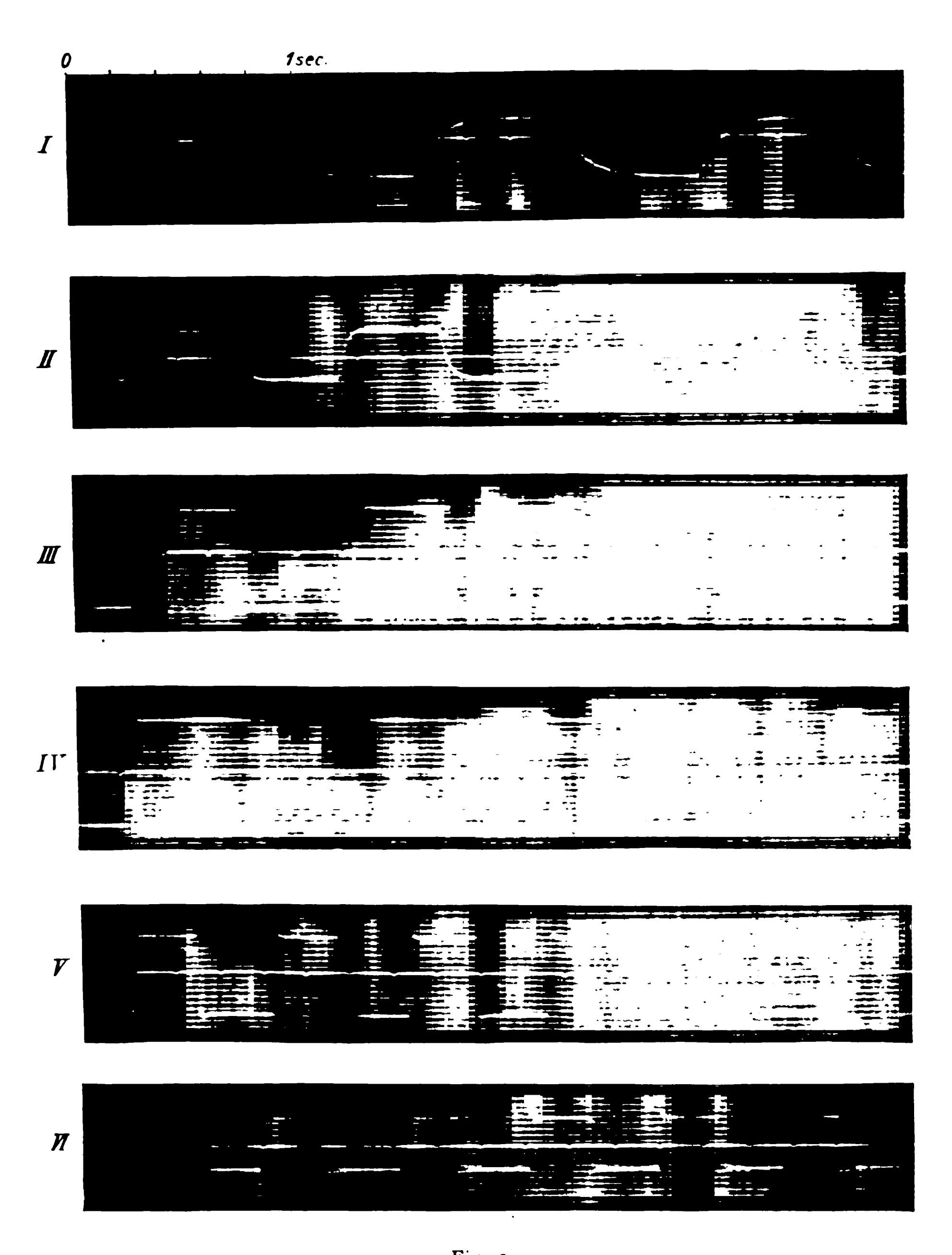


Fig. 3.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 6. 15. März 1914. Redaktionsschluß für No. 7 am 14. März 1914. 15. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die inneratomische und die lichtschwingende Geschwindigkeit der Serienelektronen.

Von J. Stark.

Unter inneratomischer Geschwindigkeit eines nicht in Lichtemission begriffenen Elektrons eines Atoms sei seine Geschwindigkeit in Bezug auf ein Koordinatensystem verstanden, welches relativ zum Atomzentrum ruht. Über eine inneratomische Geschwindigkeit von Elektronen sind bei der Behandlung des Problems der Atomstruktur verschiedene Annahmen gemacht worden. Es mag darum wertvoll erscheinen, aus der Erfahrung einen Aufschluß über die wirkliche Größe dieser Geschwindigkeit zu erhalten. Der Vergleich des Zeemaneffekts mit dem von mir aufgefundenen Effekt[1]) des elektrischen Feldes auf Spektrallinien gestattet, eine obere Grenze für die inneratomische Geschwindigkeit der Serienlinien emittierenden Elektronen („Serienelektronen") zu berechnen.

Es sei $\mathfrak{H}$ die magnetische, $\mathfrak{E}$ die elektrische Feldstärke, e die elektrische Ladung, $\mathfrak{v}$ die Geschwindigkeit eines Elektrons relativ zum Koordinatensystem des Beobachters, c die Lichtgeschwindigkeit. Das Vorhandensein der Lorentzschen magnetischen Kraft $e\left[\mathfrak{H}\frac{\mathfrak{v}}{c}\right]$ ist durch die Untersuchung der positiven und negativen Strahlen und durch den Zeemaneffekt bei Serienlinien erwiesen worden. Wie andererseits aus dem von mir kürzlich aufgefundenen Effekt folgt, ändert sich die Frequenz eines Serienlinien emittierenden Elektrons, wenn dieses durch die elektrische Kraft $e\mathfrak{E}$ aus seiner statischen oder dynamischen Gleichgewichtslage verschoben wird, indem die Schwingungen senkrecht oder parallel zur Achse der Kraft Frequenzen annehmen, welche im allgemeinen untereinander und von der ungeänderten Frequenz verschieden sind. Man kann folgern, daß diese Frequenzänderung durch eine jede Kraft bewirkt wird, welche das Elektron aus seiner Gleichgewichtslage relativ zum Atomzentrum verschiebt. Freilich muß die deformierende Kraft am Elektron ebenso wie $e\mathfrak{E}$ einen hinreichend großen Wert annehmen, wenn die von mir für den Fall der elektrischen Kraft beobachtete Frequenzänderung merkbar werden soll.

Wie nämlich einerseits die Theorie und die Erfahrung für den Zeemaneffekt lehrt, verhält sich für kleine Verschiebungen der Serienelektronen aus ihrer Gleichgewichtslage die sie rücktreibende Kraft wie eine quasielastische Kraft. Wie andererseits aus dem von mir beobachteten Effekt zu folgern ist, verhält sich die rücktreibende Kraft für große Verschiebungen infolge einer großen äußeren Kraft nicht mehr quasielastisch.

1) J. Stark, Ber. d. Berl. Akad. **47**, 932, 1913.

Vorstehende allgemeine Folgerung kann man nun auf folgende Sonderfälle anwenden. Man kann nämlich die Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ eines Elektrons relativ zu einem ruhenden Magnetfeld in drei Teile zerlegen: erstens eine „äußere" Geschwindigkeit $\mathfrak{v}_a$, welche das Elektron gemeinsam mit den übrigen Atomteilen infolge einer geradlinigen Bewegung des Atoms besitzt; zweitens eine inneratomische Geschwindigkeit $\mathfrak{v}_i$ in einem Koordinatensystem, in bezug auf welches das Atomzentrum ruht; drittens eine „lichtschwingende" Geschwindigkeit $\mathfrak{v}_e$, welche das Elektron bei den von Lichtemission begleiteten Schwingungen um seine Gleichgewichtslage besitzt.

Betrachten wir zunächst den Fall, daß $\mathfrak{v}_i + \mathfrak{v}_e$ klein gegen $\mathfrak{v}_a$ ist. Besitzen in diesem Falle alle bewegten Atome die gleiche Geschwindigkeitsrichtung, wie es in Annäherung für ein Kanalstrahlenbündel zutrifft, so legt sich auf sämtliche Elementarladungen eines bewegten Atoms in einem transversalen äußeren magnetischen Feld die Lorentzsche magnetische Kraft $e\left[\mathfrak{H}\frac{\mathfrak{v}_a}{c}\right]$, analog der elektrischen Kraft $e\mathfrak{E}$, welche ein äußeres elektrisches Feld auf die Elementarladungen eines Atoms ausübt. Diesen Fall hat zuerst W. Wien[1]) theoretisch erkannt und experimentell untersucht und wenigstens sehr wahrscheinlich gemacht, daß die Spektrallinien des Wasserstoffs für eine Sehachse senkrecht zu der Achse der Kraft $e\left[\mathfrak{H}\frac{\mathfrak{v}_a}{c}\right]$ ebenso zerlegt und polarisiert werden wie für eine Sehachse senkrecht zu der Achse einer gleich großen elektrischen Kraft $e\mathfrak{E}$.

Eine andere Folgerung betrifft den Einfluß der Temperatur auf die Schärfe der Zeemankomponenten. Infolge der thermischen Unordnung kommen in einem Aggregat von Gasmolekülen hinsichtlich Größe und Richtung alle möglichen Geschwindigkeiten $\mathfrak{v}_a$ vor. Steht darum die Sehachse senkrecht zu dem äußeren magnetischen Feld $\mathfrak{H}$ in einem leuchtenden Gas, so ist sie gleichzeitig senkrecht und parallel zu den an den Gasatomen ungeordnet verteilten elementaren magnetischen Kräften $e\left[\mathfrak{H}\frac{\mathfrak{v}_a}{c}\right]$; über den Zeemaneffekt, den man für sehr kleine Werte von $\frac{\mathfrak{v}_a}{c}$ erhalten würde, lagert sich darum ungeordnet der Quer- und Längseffekt der magnetischen Kraft $e\left[\mathfrak{H}\frac{\mathfrak{v}_a}{c}\right]$ und bewirkt eine Verbreiterung der Zeemankomponenten, die größer ist als die Verbreiterung der magnetisch unzerlegten Linie. Da der von mir aufgefundene Effekt für $\mathfrak{E} = 30000$ Volt $\times$ cm^{-1} 10- bis 100 mal (durchschnittlich 50 mal) größer ist als der Zeemaneffekt für 30000 Gauß, so muß sich die eben gefolgerte Verbreiterung[1]) der Zeemankomponenten (Verbreiterung gleich einem Zehntel des Komponentenabstandes) bei einer molekularen Geschwindigkeit von mehr als $2 \cdot 10^5$ cm sec^{-1} zeigen, also für Wasserstoff bei absoluten Temperaturen größer als 300^0.

Um zu dem zweiten Fall überzugehen, sei neben einer hypothetischen inneratomischen Geschwindigkeit $\mathfrak{v}_i$ die äußere und die lichtschwingende Geschwindigkeit der Serienelektronen vernachlässigt. In Analogie zu dem vorhergehenden Fall ist ohne weiteres folgendes zu übersehen. Infolge der ungeordneten Orientierung der Atome in einem Aggregat von Gasmolekülen beobachtet man an der Serienemission in einem Magnetfeld gleichzeitig die Längs- und Quereffekte der Kräfte $e\left[\mathfrak{H}\frac{\mathfrak{v}_i}{c}\right]$. Ist darum $\mathfrak{v}_i$ größer als $2 \cdot 10^5$ cm sec^{-1}, so können in einem Feld von 30000 Gauß die Zeemankomponenten nicht mehr scharf erscheinen. Da sie aber in Wirklichkeit ebenso scharf wie die unzerlegten Linien herausgeholt werden können, so ist zu folgern, daß die inneratomische Geschwindigkeit der Serienelektronen kleiner als $2 \cdot 10^5$ cm sec^{-1} ist.

An dritter Stelle sei nun neben der lichtschwingenden Geschwindigkeit $\mathfrak{v}_e$ der Serienelektronen ihre äußere und ihre inneratomische Geschwindigkeit vernachlässigt. In diesem dritten Falle liegen besondere Verhältnisse vor. Es ist nämlich nicht mehr wie in allen bisher betrachteten Fällen die äußere elektrische oder magnetische Kraft in wechselnder Orientierung auf die lichtschwingende quasielastische Kraft gelagert, sondern es ist die Kraft $e\left[\mathfrak{H}\frac{\mathfrak{v}_e}{c}\right]$ durch die Verknüpfung von $\mathfrak{v}_e$ und der rücktreibenden quasielastischen Kraft in bestimmter Weise relativ

1) W. Wien, Ber. d. Berl. Akad. **48**, 70, 1914.

1) Da die parallel zu $\mathfrak{E}$ schwingenden Komponenten im allgemeinen einen größeren Komponentenabstand als die senkrecht dazu schwingenden Komponenten besitzen, so müssen die senkrecht zu $\mathfrak{H}$ schwingenden stärker als die parallel schwingenden Komponenten verbreitert werden. Zum Zweck der Feststellung der obigen Temperaturverbreiterung der Zeemankomponenten hat man diese mit der unzerlegten Linie zu vergleichen. Dabei darf das Magnetfeld nicht die Temperatur in der Lichtquelle indirekt etwa durch Ablenkung des elektrischen Stromes beeinflussen. Die Verbreiterung ist für verschiedene Elemente bei gleicher Temperatur offenbar proportional der Quadratwurzel aus dem Atomgewicht; die Temperaturen, welche bei verschiedenen Elementen gleiche Verbreiterungen hervorbringen, verhalten sich wie die Atomgewichte.

zu dieser orientiert. In diesem Sonderfall tritt die Lorentz-Voigtsche Theorie für die Wirkung eines Magnetfeldes auf die Lichtschwingungen von Serienelektronen in Kraft und ihre Folgerungen stehen in weitgehender Übereinstimmung mit der Beobachtung. Es scheint nun, als ob der Vergleich des Zeemaneffekts mit dem von mir beobachteten elektrischen Effekt keine Folgerung hinsichtlich der lichtschwingenden Geschwindigkeit der Serienelektronen zuließe. Es ist indes doch möglich auf Grund folgender Überlegung. Der Lorentz-Voigtschen Theorie des Zeemaneffektes liegt die Voraussetzung zugrunde, daß die rücktreibende Kraft auf die Serienelektronen mit und ohne Magnetfeld quasielastisch sei. Nun hat indes bereits W. Voigt[1]) darauf hingewiesen, daß, wenn die rücktreibende Kraft auf die lichtschwingenden Elektronen auch für größere Deformationen quasielastisch bleibt, keine Frequenzänderung der Serienlinien durch ein elektrisches Feld möglich ist. Da indes in Wirklichkeit der Effekt des elektrischen Feldes wenigstens angenähert der Feldstärke proportional und für eine Feldstärke von $2 \cdot 10^{-1}$ stat. Einh. ungefähr gleich einem Zehntel des Zeemaneffektes für 30000 Gauß ist, so kann die rücktreibende Kraft gegenüber einer derartigen äußeren Kraft nicht mehr im quasielastischen Deformationsbereich sich befinden. Besäße also die Lorentzsche Kraft $e\left[\mathfrak{H}\frac{\mathfrak{v}_r}{c}\right]$ für ein Feld von 30000 Gauß die Größenordnung der elektrischen Kraft $e\mathfrak{E}$ in einem Feld von $2 \cdot 10^{-1}$ stat. Einh., so könnten sich keine scharfen Zeemankomponenten in Übereinstimmung mit der Theorie beobachten lassen. Da dies jedoch der Fall ist, so muß die lichtschwingende Geschwindigkeit der Serienelektronen $\mathfrak{v}_r < \frac{\mathfrak{E}c}{\mathfrak{H}}$, also kleiner als $2 \cdot 10^5$ cm sec^{-1} sein. Hieraus ist weiter zu folgern, daß die Amplitude der lichtschwingenden Serienelektronen im Zeemaneffekt für eine Wellenlänge von $6 \cdot 10^{-5}$ cm kleiner als $1 \cdot 10^{-10}$ cm ist.

1) W. Voigt, Ann. d. Phys. **4**, 197, 1901; Magneto- und Elektrooptik, B. G. Teubner, Leipzig 1908, § 220.

Aachen, Physik. Institut der Technischen Hochschule, 9. Februar 1914.

(Eingegangen 10. 23. Februar 1914.)

Über die Abhängigkeit der Fluoreszenz von der Konzentration.

Von Werner Mecklenburg und Siegfried Valentiner.

Die überaus zahlreichen experimentellen Untersuchungen über die Fluoreszenz von Lösungen kann man vielleicht zweckmäßig in zwei große Gruppen teilen. In der einen handelt es sich um Untersuchungen über den Charakter der Fluoreszenzspektren und die zur Erregung notwendige Lichtart; es gehören hierher die vielen zum Teil sehr unfruchtbaren und rein qualitativen Arbeiten über das Stokessche Gesetz, ferner die wichtigen neuen Veröffentlichungen von Nichols und Merritt über die Abhängigkeit der Erregung von der Wellenlänge des erregenden Lichts und von Rich. Meyer und von Joh. Stark und seinen Mitarbeitern über den Zusammenhang von Absorptions- und Fluoreszenzbanden. Zu der zweiten Gruppe muß man die Untersuchungen über den Einfluß des Lösungsmittels und der Konzentration auf die Farbe und Intensität der Fluoreszenz rechnen. Da alle diese Arbeiten im Grunde ein und dasselbe große Problem zu fördern streben, nämlich den Zusammenhang zwischen Fluoreszenz und chemischer Konstitution und physikalischer Beschaffenheit der Moleküle aufzudecken, so sind die Gruppen natürlich eng miteinander verbunden und greifen auch wohl hier und da ineinander über. Wesentliche Erfolge für die Entwicklung der Theorie der Fluoreszenzerscheinungen haben eigentlich bisher nur Arbeiten der 1. Gruppe erzielt, und das liegt in erster Linie daran, daß die Arbeiten der 2. Gruppe fast durchweg rein qualitativer Natur gewesen sind, während gerade der Wert von Arbeiten dieser Gruppe für die Lösung des Problems zweifellos nur in sorgfältiger, quantitativer Ausführung liegen kann.

Wir haben uns die Aufgabe gestellt, in dieser Richtung hin zu versuchen, die Kenntnis der Fluoreszenz in Lösungen zu erweitern und möchten im folgenden eine Reihe quantitativer Messungen der Helligkeit von Fluoreszeinlösungen verschiedener Konzentration mitteilen, Messungen, die an anderen Lösungen fortgesetzt werden sollen. Die gewonnenen Resultate zeigen, daß in der Tat durch solche Messungen eine Förderung der Theorie der Fluoreszenzerscheinungen gewonnen werden kann.

I. Meßapparat.

Wir haben die Helligkeit der Fluoreszenz von Lösungen verschiedener Fluoreszeinpräparate mittels eines von uns konstruierten, in der

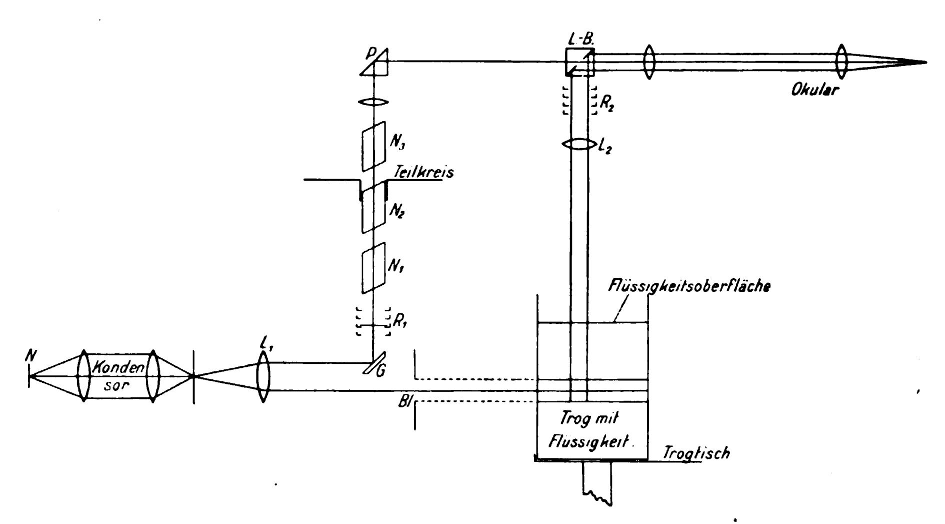


Fig. 1.

Zeitschr. f. Instrumentenkunde ausführlich beschriebenen Photometers mit der Helligkeit des erregenden Lichts (eines Nernstglühstiftes) verglichen[1]).

Das Prinzip des Apparats geht aus der obenstehenden schematischen Zeichnung (Fig. 1) hervor. Ein von der Nernstlampe N ausgehendes Lichtbündel tritt aus Linse L_1 parallel aus und dient einerseits zur Beleuchtung der weißen Gipsplatte G und andrerseits zur Erzeugung des Fluoreszenzstreifens von 1 cm² Querschnitt in der Flüssigkeit, die in einem Trog hinter der Blende Bl von quadratischem Querschnitt und von 1 cm Seitenlänge sich befindet. Der Trog steht in eindeutig definierter Weise auf einer mit dem Photometer fest verbundenen Tischplatte, die meßbar gehoben und in Richtung des einfallenden Lichtbündels verschoben werden kann. Zum Schutz gegen fremdes Licht ist Trog und Trogtisch in einem lichtdichten Kasten mit den zur Beobachtung nötigen Öffnungen eingeschlossen. Ein Teil des Fluoreszenzstreifens wird durch die Linse L_2 mit einer zum Streifen senkrechten Achse auf dem versilberten Teil des Lummer-Brodhunwürfels LB abgebildet. Der nicht versilberte Teil wird von der Gipsplatte G beleuchtet, von der das Licht durch ein System von 3 Nicols, N_1, N_2, N_3, durch eine Linse und ein totalreflektierendes Prisma P ebenfalls zu LB gelangt. Die beiden äußeren der 3 Nicols sind fest und haben gleiche Polarisationsrichtung, der mittlere N_2 ist drehbar und wird so eingestellt, daß die verschiedenen Flächenstücke des LB gleiche Helligkeit zeigen. Wird der Winkel φ, der bei dieser Einstellung am Index abgelesen werden kann, von der Stellung gekreuzter Polarisationsrichtungen als Nullstellung an gezählt, so ist die Helligkeit des auf der Versilberung von dem Photometerwürfel abgebildeten Fluoreszenzstreifenstückes proportional dem $\sin^4 \varphi$-fachen der Gipshelligkeit, und somit auch proportional dem $\sin^4 \varphi$-fachen der Helligkeit des in die Flüssigkeit eintretenden, den Fluoreszenzstreifen erzeugenden Lichtbündels. Da Fluoreszeinlösungen grün fluoreszieren, haben wir zwischen Gipsplatte und Nicols bei R_1 eine grüne Glasplatte geschaltet, um farbige Photometrie zu vermeiden.

Die für die vorliegende Untersuchung wichtigsten Punkte der ganzen Anordnung sind folgende drei. 1. Beobachtung des Fluoreszenzstreifens senkrecht zum Streifen[1]). 2. Vergleichung der Fluoreszenzintensität mit der Helligkeit des erregenden Lichts; dadurch sind Fehler infolge von Schwankungen des erregenden Lichts während der Messungen ausgeschlossen[2]). 3. Die Möglichkeit, durch Ver-

1) Der Apparat ist von Franz Schmidt & Haensch, Berlin, angefertigt und durch D.R.G.M. geschützt worden. Ein ähnlicher Apparat wurde von Kamerlingh Onnes und Keesom (Comm. of Leiden, Nr. 104b) für Opaleszenzmessungen in der Nähe des kritischen Punktes 1908 benutzt, wie uns leider erst nach Ausarbeitung unseres Photometers 1910 bekannt geworden ist.

1) Die Vorteile dieser Beobachtungsrichtung siehe Zeitschr. f. Instrumentenkunde.

2) Knoblauch hat nachgewiesen, daß die Intensität des Fluoreszenzlichts und die des erregenden Lichts in weiten Grenzen proportional sind (Wied. Ann. **54**, 198, 1895). Wir selbst hatten im Verlauf unserer Untersuchung auch oft Gelegenheit, diese Proportionalität zu beobachten.

schieben[1]) des Troges an verschiedenen Stellen der Lösung den Fluoreszenzstreifen zu erzeugen und zu messen; dadurch gelingt es, die Absorption und Zerstreuung des erregenden Lichts und des Fluoreszenzlichts in der Flüssigkeit zu bestimmen und ihren Einfluß auf die gemessene Helligkeit zu eliminieren[2]).

Was die Genauigkeit unserer Helligkeitsmessungen anlangt, so entspricht sie der, die bei anderen photometrischen Messungen bei Benutzung von Nicolschen Prismen zu erreichen ist. Bei sehr geringen Helligkeiten läßt sie etwas zu wünschen übrig, wie das auch bei anderen photometrischen Messungen der Fall ist; bei mittlerer Helligkeit wird aber der Fehler des Resultats 2 Proz. nicht überschreiten. Zur Erhöhung der Genauigkeit stellte jeder von uns in jedem der vier Quadranten den drehbaren Nicol auf gleiche Helligkeit der Flächenstücke ein und nahmen wir aus den 8 Ablesungen nach Reduktion auf den 1. Quadranten das Mittel. Da die Farbe des durch die grüne Glasplatte gedrungenen Lichts mit der der Fluoreszenz nicht vollständig, wenn auch sehr nahe übereinstimmte, und da unsere Augen für diese Farben verschieden empfindlich waren, wich das Mittel der Beobachtungen des einen von uns stets um einen relativ gleichen Betrag von dem der Beobachtungen des anderen ab, ein Umstand, der die Genauigkeit der relativen Helligkeitsmessungen natürlich nicht beeinträchtigen kann.

II. Versuche.

1. Voruntersuchung über die Helligkeit wäßriger Fluoreszeinlösungen und den Einfluß von Alkalizusatz auf dieselbe.

Für unsere Untersuchung stellten wir uns eine größere Quantität einer alkoholischen Fluoreszeinlösung her. Es wurden 5,000g eines uns von Herrn Privatdozenten Dr. Wilhelm Schneider in Jena freundlichst zur Verfügung gestellten, besonders reinen Präparats von Fluoreszein in 1000 ccm käuflichen absoluten Alkohols gelöst. Wenn man von einer solchen „Stammlösung" z. B. 5 ccm mit destilliertem Wasser auf 500 ccm verdünnt, so erhält man trotz der großen Verdünnung — 50 mg Fluoreszein im Liter — keine echte, sondern eine typisch kolloidale Lösung. Es zeigte sich daher, daß man je nach der Art, wie die alkoholische Fluoreszeinlösung zum Wasser zugegeben wurde — sei es unter dauerndem Umrühren, sei es durch vorsichtiges Aufschichten auf das Wasser und nachträgliches Umrühren — Lösungen erhält, die schon bei der Betrachtung im auffallenden Tageslicht sehr verschieden getrübt erscheinen. Diese Unterschiede bleiben, wenn man die Lösungen sich selbst überläßt, wochenlang bestehen, während sich gleichzeitig am Boden der Flüssigkeit als Zeichen der Übersättigung deutlich erkennbare Kristalle von Fluoreszein absetzen. Die Untersuchung im Photometer bestätigte den Augenschein und ergab, daß auch bei viel stärkeren Verdünnungen als der oben beispielsweise genannten analoge Erscheinungen auftreten, so daß diese Lösungen in bezug auf ihre „Fluoreszenzhelligkeit" nicht reproduzierbar sind. Es zeigte sich bei näherer Prüfung auch, daß das als Fluoreszenzlicht im Photometer gemessene Licht ein Gemisch von echtem Fluoreszenzlicht und solchem Licht (Tyndalllicht) ist, das durch Reflexion und Beugung an den in der Flüssigkeit suspendierten, größeren Fluoreszeinkomplexen entsteht. Die Farbe des in die Fluoreszeinlösung eindringenden, senkrecht zum Strahlengang beobachteten Lichts, die bei echten Fluoreszeinlösungen ausgesprochen grün ist, zeigt einen rötlich-gelben Ton, wie man ihn an konzentrierteren, kolloidalen, wäßrigen Fluoreszeinlösungen im auffallenden Licht bemerken kann.

Setzt man zu einer derartigen kolloidalen Lösung tropfenweise eine sehr verdünnte Lösung eines Alkalis, z. B. von Ammoniak, von Kalilauge oder von Soda hinzu, so nimmt die im Photometer gemessene Helligkeit des Lichtbündels ungefähr proportional der Menge des zugesetzten Alkalis zu, indem gleichzeitig die Farbe mehr und mehr den rötlich-gelben Ton verliert und in das Grün der reinen Fluoreszenz von Fluoreszein übergeht. In Tabelle 1 ist eine Messungsreihe mitgeteilt, die die Helligkeitsänderung durch Alkalizusatz erkennen läßt. In diesem Beispiel war die Fluoreszeinkonzentration 1 μg pro Kubikzentimeter und die tropfenweise zugesetzte Ammoniaklösung ungefähr 0,002 normal. Die Menge der Fluoreszeinlösung, der die Ammoniaklösung zugefügt wurde, betrug 500 ccm, war also groß genug, um die durch den Ammoniakzusatz hervorgerufene Verdünnung vernachlässigen zu können. Der Trog, in dem sich die Lösung befand, wurde immer in gleicher Weise auf den Tisch im Innern des Photometers gesetzt und der Tisch wurde in Höhe und horizontaler Lage unverändert gelassen, so daß bei der ganzen Messungsreihe immer ein Stück des Fluoreszenzstreifens photometriert wurde, welches in derselben Entfer-

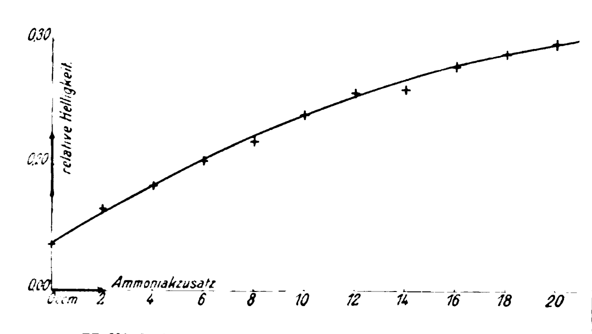
1) Mittels der Bewegungsvorrichtung des Trogtisches.
2) Bei Vernachlässigung dieses besonders bei höheren Konzentrationen bedeutenden Einflusses ist nicht zu erwarten, daß die Resultate einfache Gesetzmäßigkeit zeigen.

Tabelle 1.

Helligkeitsänderung durch Ammoniakzusatz.

Ammoniakzusatz	relative Helligkeit
0 ccm	0,137
2	0,165
4	0,184
6	0,204
8	0,220
10	0,241
12	0,259
14	0,262
16	0,281
18	0,290
20	0,299
520[1])	0,321

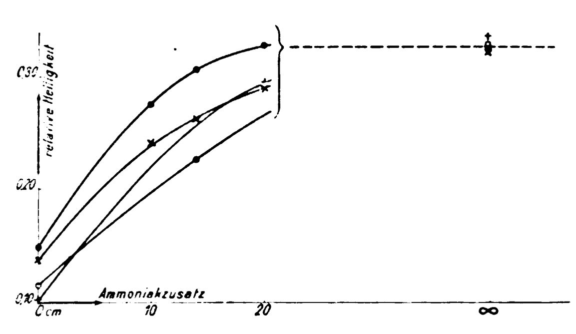
nung e[2]) von der Eintrittsstelle des erregenden Lichts und in derselben Entfernung h von der Oberfläche der Flüssigkeit sich befand. In der nach Tabelle 1 gezeichneten graphischen Darstellung (Fig. 2) ist als Abszisse der Ammoniakzusatz der 0,002 normalen Lösung in Kubikzentimetern angegeben, als Ordinate die relative Helligkeit $= \sin^4 \varphi$.



Helligkeitsänderung durch Ammoniakzusatz.

Fig. 2.

Da die bei dieser Messungsreihe als Ausgangsmaterial dienende wäßrige kolloidale Fluoreszeinlösung, wie wir sahen, nicht genau reproduzierbar ist, so wird es nicht wundernehmen, daß auch die ganze Kurve in Fig. 2 bei Wiederholungen mit Fluoreszeinlösungen gleicher Konzentration nicht genau wieder erhalten werden konnte. Die graphische Darstellung Fig. 3 gibt ein Bild der Abweichungen der mit Lösungen gleicher Fluoreszeinkonzentration gewonnenen Kurven. Wie die Darstellung aber



Reproduzierbarkeit der Endwerte bei Alkalizusatz.

Fig. 3.

zeigt, laufen sie alle zusammen in ein zur Abszissenachse paralleles Endstück, so daß es den Anschein hat, daß die Lösungen bei Zusatz einer gewissen Menge Ammoniak bezüglich ihrer Fluoreszenzhelligkeit reproduzierbar werden und daß ein weiterer Zusatz keinen Einfluß auf die Helligkeit mehr hat. Die Erklärung hierfür ist leicht zu geben: Es beruht die Einwirkung des Alkalis auf das Fluoreszein als eine schwache Säure auf einer Salzbildung; die Alkalisalze des Fluoreszeins sind — im Gegensatz zu der freien Säure — in Wasser leicht löslich; durch den Alkalizusatz wird also, wenn er groß genug ist, die kolloidale Fluoreszenzlösung in eine echte Fluoreszeinatlösung übergeführt, und somit die nicht reproduzierbare Lösung in eine reproduzierbare. Von Interesse ist es, zu bemerken, daß das durch Zusatz von Ammoniak gewonnene Helligkeitsmaximum der Fluoreszenz auch durch jedes andere Alkali in der gleichen Höhe gewonnen werden kann, konstante Temperatur und gleiche Fluoreszeinkonzentration vorausgesetzt. Tabelle 2, in der diese Maxima (oder Endwerte) angegeben sind, zeigt die befriedigende Übereinstimmung.

In Anbetracht dieser Beobachtungen haben wir für unsere weiteren Untersuchungen nur „mit Alkali gesättigte" Fluoreszeinlösungen benutzt, d. h. Lösungen, deren Fluoreszenz durch

Tabelle 2.

Helligkeitsendwerte bei Zusatz verschiedener Alkalien.

a) Fluoreszeinkonzentration 0,85 μg/ccm.

Alkali	Helligkeit der Fluoreszenz in der Entfernung	
	$e = 7{,}6$ mm	$e = 32{,}6$ mm
Na_2CO_3 . . .	0,370	0,167
$(NH_4)_2CO_3$ . .	0,357	0,152
KOH	0,386	0,158
NH_3	0,376	0,158
Mittel:	0,372	0,159

1) Um eine große Verdünnung der Fluoreszeinlösung zu vermeiden, wurde an Stelle von 500 ccm der 0,002 norm. Ammoniaklösung 5 ccm einer 100 mal so konzentrierten Lösung zugegeben.

2) Gemessen von der Innenfläche der Trogwand, durch die das erregende Licht eintritt.

b) Fluoreszeinkonzentration 5 μg/ccm.

Alkali	Helligkeit der Fluoreszenz in der Entfernung e — 17,6 mm	e — 32,6 mm
$NaOH$ . . .	0,384	0,161
K_2CO_3 . . .	0,388	0,153
Na_2CO_3 . . .	0,386	0,160
$(NH_4)_2CO_3$ . .	0,379	0,163
Mittel:	0,384	0,159

Hinzufügung von weiterem Alkali nicht mehr erhöht wird.

2. Abhängigkeit der Fluoreszenzhelligkeit von der Konzentration der wäßrigen Fluoreszeinlösungen.

Zunächst war es von Wichtigkeit festzustellen, ob die als „rein" in den Handel gebrachten Fluoreszeinpräparate verschiedener Herkunft bei gleicher Konzentration dieselbe Fluoreszenzhelligkeit zeigen. Wir verglichen daher Lösungen von der Konzentration 0,5 µg im Kubikzentimeter, die in gleicher Weise aus Präparaten von Merck, von Kahlbaum, von König & Co., von Schuchardt, von Dietz & Richter und von Dr. Schneider hergestellt waren, untereinander; sie ergaben, bald nach der Herstellung gemessen[1]), innerhalb der Fehlergrenzen gleiche Helligkeiten, bis auf das Schneidersche Präparat mit einer ungefähr 10 Proz. geringeren Helligkeit; dasselbe Resultat fanden wir beim Vergleich der Lösungen von der zehnfachen Konzentration (vgl. Tabelle 3).

Tabelle 3.

Fluoreszenzhelligkeit von Fluoreszeinlösungen verschiedener Herkunft.

Präparat	Konzentration 0,5 μg ccm	5,0 μg ccm
Merck	0,240	0,363
Kahlbaum . . .	0,226	0,361
König & Co. . .	0,233	0,367
Schuchardt . . .	0,236	0,365
Dietz & Richter .	0,233	0,368
Mittel:	0,232 + 0,008	0,365 + 0,004
Schneider . . .	0,213	0,349

Was nun die Frage nach der Abhängigkeit der Fluoreszenzhelligkeit von der Konzentration anlangt, so ist klar, daß es sich hier nur um den Vergleich von Fluoreszenzhelligkeiten handeln kann, die von derselben Intensität des erregenden Lichts an der Stelle der Erregung hervorgerufen wird. Die Helligkeitsmessungen mit unserem Photometer geben nun nicht direkt diese Werte, vielmehr sind sie modifiziert dadurch, daß das erregende Licht in der Flüssigkeit auf dem Wege vom Eintritt in die Flüssigkeit bis zu der photometrierten Stelle im Fluoreszenzstreifen geschwächt wird, und dadurch, daß das Fluoreszenzlicht selbst in der über dem Streifen befindlichen Flüssigkeitsschicht ebenfalls Absorption erleidet.

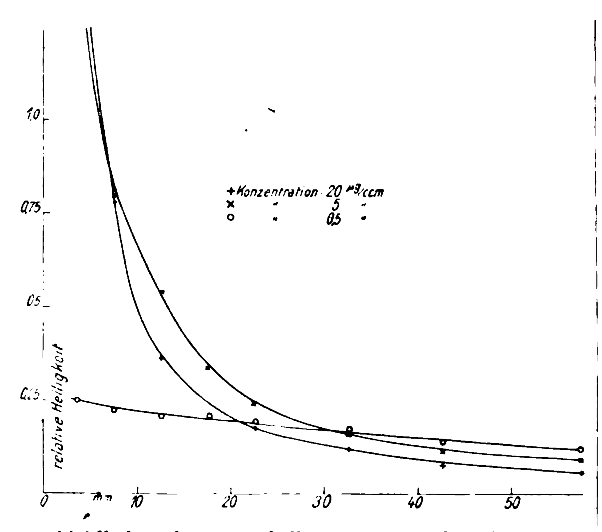
Von der Berücksichtigung des letzteren Einflusses haben wir in den meisten Fällen ganz absehen können; die Untersuchung ergab nämlich, daß in den verdünnteren, von uns benutzten Lösungen die Absorption des Fluoreszenzlichts in der Flüssigkeit bei geringer Schichtdicke kaum bemerkbar ist und selbst in der verhältnismäßig konzentrierten Lösung von 25 µg Fluoreszein im Kubikzentimeter die Helligkeit des Fluoreszenzlichts bei dem Durchgang durch eine Flüssigkeitsschicht von 3 cm um nur ca. 20 Proz. geschwächt wird. Die Schwächung in der über dem Fluoreszenzstreifen liegenden Flüssigkeitsschicht ist durch Beobachtungen der Fluoreszenzhelligkeit mit verschieden dicken, darüber liegenden Schichten leicht zu bestimmen und die Elimination auszuführen. Da wir den Trogtisch meßbar heben und senken können, kann die Änderung der Schichtdicke in gewünschter Weise bequem vorgenommen werden.

Von viel größerer Bedeutung ist die Absorption des **erregenden** Lichts in der Flüssigkeit. Die Intensität desselben nimmt in der Tat selbst in Lösungen geringer Konzentration stark ab und mit ihr natürlich die Erregung zur Fluoreszenz. Unter der Voraussetzung, daß die Erregung der Intensität proportional ist[1]), können wir den Abfall, also auch die Absorption des erregenden Lichts, durch Messung der Fluoreszenzhelligkeit an Stellen des Streifens, die sich in verschiedenen Entfernungen e von der Eintrittsstelle befinden, bestimmen und können weiter aus diesen Beobachtungen auf die uns interessierende Fluoreszenzhelligkeit schließen, die von dem noch nicht geschwächten Licht erregt werden würde, mit dem in unserem Apparat ja die Fluoreszenzhelligkeit verglichen wird. Von dem Abfall der Fluoreszenzhelligkeit mit wachsendem e in drei Fluoreszeinlösungen verschiedener Konzentration gibt die Tabelle 4 und die dazu gehörige graphische Darstellung (Fig. 4) ein anschauliches Bild.

1) Bei wochenlangem Stehen am Tageslicht nimmt die Fluoreszenzhelligkeit der wäßrigen, mit Alkali versetzten Fluoreszeinlösungen übrigens ganz bedeutend ab.

1) Vgl. Anm. 2 auf S. 268.





Abfall der Fluoreszenzhelligkeit mit wachsendem *e*.

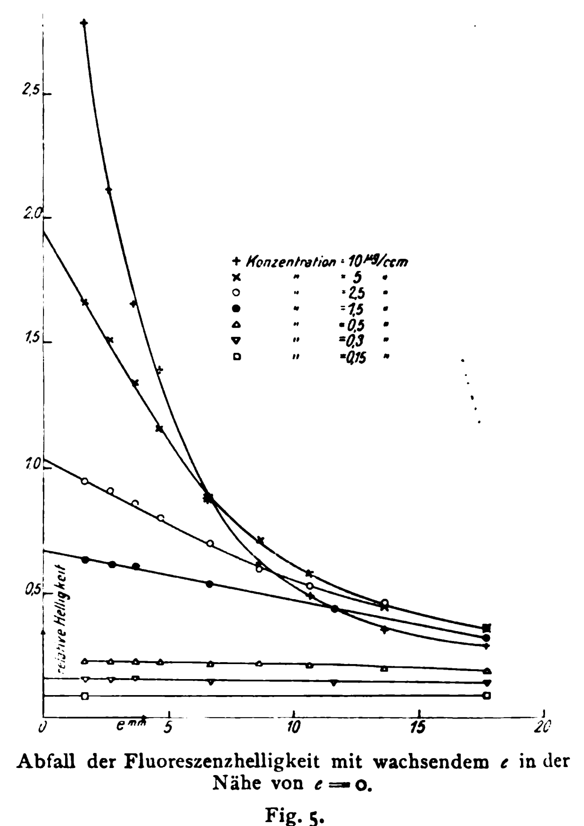
Fig. 4.

Zur Ableitung des gesuchten Wertes der Fluoreszenzhelligkeit (Wegstrecke des erregenden Lichts $e = 0$) in Lösungen verschiedener Konzentration verfuhren wir nun folgendermaßen. Wir bestimmten den Abfall der In-

Tabelle 4.

Abfall der Fluoreszenzhelligkeit mit wachsender Entfernung *e*

e	Helligkeit der Lösung von der Konzentration $c = 20{,}0\,\mu g$/ccm	5,0	0,5
2,6 mm	3,69 [1])	—	—
3,6	—	1,665 [1])	0,250
7,6	0,780	0,795	0,228
12,6	0,361	0,535	0,210
17,6	—	0,338	0,204
22,6	0,174	0,243	0,188
32,6	0,120	0,158	0,167
42,6	0,080	0,115	0,141
57,6	0,055	0,090	0,121



Abfall der Fluoreszenzhelligkeit mit wachsendem *e* in der Nähe von $e = 0$.

Fig. 5.

Tabelle 5 [2]).

Abfall der Fluoreszenzhelligkeit mit wachsender Entfernung *e*

e	Helligkeit der Lösung von der Konzentration 10 μg/ccm	5	2,5	1,5	0,5	0,3	0,15
1,6 mm	2,79	1,66	0,95	0,64	0,228	0,157	0,0856
2,6	2,11	1,51	0,91	0,62	0,229	0,157	0,0889
3,6	1,65	1,34	0,86	0,61	0,229	0,163	0,0889
4,6	1,39	1,16	0,80	—	0,223	—	—
6,6	0,88	0,88	0,70	0,54	0,212	0,146	0,0904
8,6	0,62	0,71	0,60	—	0,213	—	—
10,6	0,49	0,58	0,53	—	0,213	—	—
11,6	—	—	—	0,44	—	0,140	0,0885
13,6	0,36	0,45	0,46	—	0,196	—	0,0885
17,6	0,29	0,36	0,36	0,32	0,187	0,136	—

Helligkeit der Lösungen niedrigerer Konzentration unabhängig von *e* bei:

0,10 μg ccm	0,05	0,02	0,01
0,0656	0,0364	0,0157	0,0077

1) Die Helligkeit des Fluoreszenzlichtes war so groß, daß auf gleiche Helligkeit der Flächenstücke des Lummer-Brodhun-Würfels mittels des drehbaren Nicols nur eingestellt werden konnte, nachdem bei R_2 (vgl. Fig. 1) zwischen die Linse L_2 und *LB* zwei Schwärzungsplatten von bekanntem Schwächungskoeffizienten eingeschoben waren.

2) Bei den hier mitgeteilten Messungen wurde ein anderer Flüssigkeitsglastrog benutzt als bei den in Tabelle 4 aufgenommenen.



tensität mit besonderer Sorgfalt im ersten Teil der Strecke e bis dicht an $e=0$ heran — die Beobachtungen sind in Tabelle 5 und der graphischen Darstellung (Fig. 5) wiedergegeben — und extrapolierten graphisch auf die Intensität für $e=0$ (Tabelle 6). Für Lösungen ge-

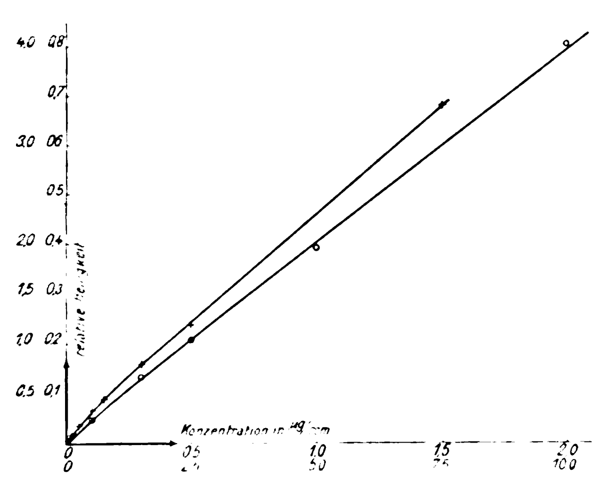
Tabelle 6.

Auf $e=0$ extrapolierte Fluoreszenzhelligkeiten verschiedener Konzentrationen.

Konzentration	Helligkeit
10 μg ccm	ca. 4,0
5	1,95
2,5	1,04
1,5	0,67
0,5	0,238
0,3	0,158
0,15	0,089
0,10	0,066
0,05	0,036
0,02	0,0157
0,01	0,0077

ringer Konzentration ist dieses Verfahren, wie aus der graphischen Darstellung hervorgeht, offenbar erlaubt und muß auch auf zuverlässige Werte führen; bei höheren Konzentrationen (10 μg und 5 μg pro ccm) sind die Werte allerdings mit größerer Unsicherheit behaftet.

Aus der Darstellung (Fig. 6), in der als Abszissen die Konzentrationen (μg im ccm) auf-



Abhängigkeit der Fluoreszenzintensität von der Konzentration.
Es gilt: für o einfacher Maßstab (äußere Zahlen),
„ + fünffacher Maßstab (innere Zahlen).

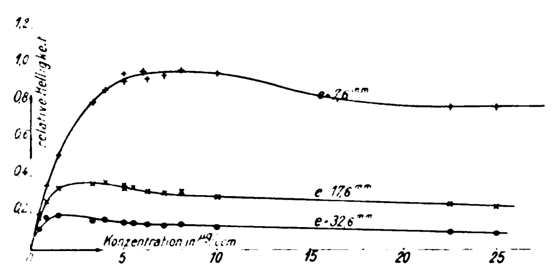
Fig. 6.

getragen sind, als Ordinaten die so gewonnenen gesuchten, für diese Konzentrationen charakteristischen Fluoreszenzhelligkeiten, ergibt sich, daß zwischen Helligkeit und Konzentration sogar bei den hier untersuchten geringen Konzentrationen wahrscheinlich nur angenähert Proportionalität besteht. Es scheint eine systematische Abweichung von der Proportionalität vorhanden zu sein, die darauf hindeutet, daß bei höheren Konzentrationen die Helligkeit langsamer zunimmt, als der Proportionalität entspricht. Ob das wirklich der Fall ist, kann erst durch weitere Messungen mit völliger Sicherheit entschieden werden. (Der größeren Deutlichkeit wegen sind in Fig. 6 die Beobachtungen an geringen Konzentrationen (0,01 bis 1,5 μg/ccm) durch + im fünffachen Maßstab eingezeichnet.)

Auf die, wie es scheint, immerhin einfache Gesetzmäßigkeit zwischen Fluoreszenzhelligkeit und Konzentration konnten wir nur geführt werden durch Beziehung der Fluoreszenzhelligkeit auf die Intensität des erregenden Lichts. Wie kompliziert die Verhältnisse werden, wenn man auf die Absorption des erregenden Lichts keine Rücksicht nimmt und also die Helligkeiten der Fluoreszenz in Lösungen verschiedener Konzentration an gleichen Stellen der Lösungen miteinander vergleicht, oder wie es früher meist geschehen ist, die Fluoreszenzhelligkeit im auffallenden Licht mißt, zu der je nach der Absorption mehr oder weniger dicke Schichten beitragen, erkennt man leicht aus den Darstellungen Fig. 4 und 5. Ein Blick auf die Diagramme und die sich schneidenden Kurven, deren jede einer bestimmten Konzentration entspricht, zeigt, daß z. B. eine Lösung, die infolge hoher Konzentration unmittelbar hinter der Eintrittsstelle (bei sehr kleinem e) stärker als eine zweite Lösung geringerer Konzentration fluoresziert, in etwas größerer Entfernung von der Eintrittsstelle weniger intensiv leuchtet. So fluoresziert (s. Fig. 5) die 10 μg-Lösung innerhalb der ersten 6 mm stärker als die 5 μg-Lösung; in der Entfernung 6,6 mm fluoreszieren beide Lösungen gleich stark und in größerer Entfernung übertrifft die Helligkeit der 5 μg-Lösung die der 10 μg-Lösung.

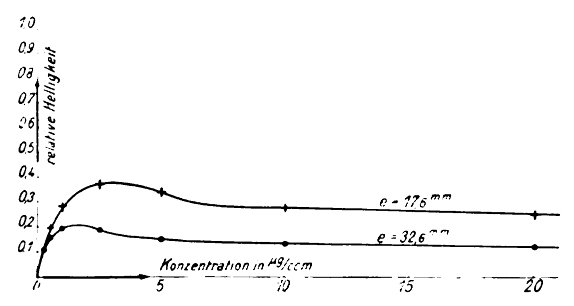
Photometriert man also die gleiche Stelle von Lösungen verschiedener Konzentration, so wird man zunächst mit wachsender Konzentration zunehmende Fluoreszenzhelligkeit konstatieren können. Nach Überschreiten einer gewissen, durch die Entfernung e bestimmten Konzentration wird infolge des überwiegenden Einflusses der Absorption die Helligkeit bei wachsender Konzentration abnehmen. Die Diagramme Fig. 7a und 7b zeigen übersichtlich diese Änderung der Helligkeit mit der Konzentration bei konstantem e; die verschiedenen Kurven beziehen sich auf verschiedene Werte von e.

Zum Schluß müssen wir noch auf einen



Änderung der Helligkeit mit der Konzentration bei konstantem *e*. (Präparat von Schneider.)

Fig. 7a.



Änderung der Helligkeit mit der Konzentration bei konstantem *e*. (Präparat von Merck.)

Fig. 7b.

Punkt hinweisen, der weiter untersucht werden soll, nämlich die Beobachtung, daß der in der angegebenen Weise gemessene Abfall des erregenden Lichts in der Flüssigkeit viel stärker ist als nach der Größe des Absorptionskoeffizienten zu erwarten ist, den wir auf bekannte Weise mit einem Spektralphotometer nach König-Martens und einem Schulzeschen Glaskörper für die verschiedenen Spektralbereiche gefunden haben. Es ist nicht unmöglich, daß diese Beobachtung in Zusammenhang steht mit den eigentümlichen Resultaten, die Nichols und Merritt[1]) gefunden haben, denen zufolge eine fluoreszenzfähige Lösung stärker absorbieren soll, wenn sie fluoresziert, als wenn sie nicht fluoresziert.

III. Zusammenfassung.

Als hauptsächlichste Resultate der vorliegenden Arbeit möchten wir nennen:

1. Reproduzierbarkeit der Fluoreszenzhelligkeit einer wäßrigen Fluoreszeinlösung und ihre Unabhängigkeit vom Alkaligehalt, sobald eine Minimalmenge Alkali der Lösung zugesetzt ist.

2. Angenäherte Proportionalität zwischen Fluoreszenzhelligkeit und Konzentration wäßriger, mit Alkali versetzter Fluoreszeinlösungen bis zu Konzentrationen von 10 µg im Kubikzentimeter.

Die Untersuchung soll zunächst an rein alkoholischen Fluoreszeinlösungen fortgesetzt werden.

Clausthal, Januar 1914. Phys. Inst. d. Kgl. Bergakademie.

(Eingegangen 4. Februar 1914.)

1) Vgl. Nichols, Jahrb. f. Rad. u. Elektr. **2**, 149ff. (spez. 175).

Das Nachglühen der elektrischen Entladungen in Gemischen von Stickstoff mit Sauerstoff. (The Afterglow of Electric Discharge in Mixtures of Nitrogen with Oxygen).

Von R. J. Strutt.

Während der letzten Jahre habe ich eine Anzahl von Arbeiten über eine durch die elektrische Entladung erzeugte aktive Modifikation des Stickstoffs (An Active Modification of Nitrogen produced by the Electric Discharge) veröffentlicht[1]). Diese Veröffentlichungen haben die Aufmerksamkeit einer Anzahl anderer Verfasser erregt, die sich über sie ausgelassen haben[2]) und in ihren Ansichten in manchen Punkten von den Schlußfolgerungen abweichen, zu denen ich gelangt bin. Ich erachte keine dieser Kritiken für wohl begründet, will aber hier nicht weiter auf sie antworten, als dies schon geschehen ist. Es ist wünschenswert, zu Nutz und Frommen der deutschen Leser hier die Ergebnisse einer früheren Untersuchung zusammenzufassen, die in den Proc. Phys. Soc. London **23**, 1910 und **24**, 1911 ausführlich veröffentlicht worden sind. Eine Kenntnis dieser Untersuchung wird bei der Besprechung des verwandten Gegenstandes, des aktiven Stickstoffs, die Klarheit fördern.

Bereits in der Anfangszeit der Vakuumröhren hat man beobachtet, daß in Gasen, die Sauerstoff enthielten, zuweilen ein Nachleuchten zu sehen war. Mir scheint keine der Untersuchungen über diesen Effekt dessen Natur wirklich aufgeklärt zu haben. Ich habe ihn nach einem Verfahren untersucht, das zuerst von Dewar[3]) eingeführt worden ist. Man verwendet dabei eine leistungsfähige Luftpumpe, um einen regulierbaren Gasstrom durch die

1) Proc. Roy. Soc. (A) **85**, 219, 1911 und folgende Bände.

2) F. Comte, diese Zeitschr. **14**, 74, 1913; A. König und E. Elöd, diese Zeitschr. **14**, 165, 1913; R. J. Strutt, diese Zeitschr. **14**, 215, 1913; E. Tiede, Chem. Ber. 1913, S. 340; E. Tiede und E. Domcke, Chem. Ber. 1914, S. 4095.

3) Proc. Roy. Inst. London, 1888.

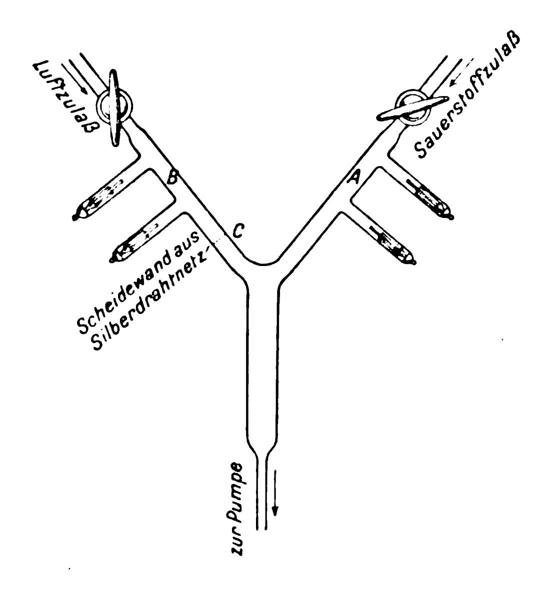
Vakuumröhre zu saugen. Auf diese Weise bewirkt man eine fortlaufende Erneuerung des aus dem Gebiete der Entladung stammenden Gases und kann das Nachglühen, das dieses Gas beim Durchgang durch ein anderes Gefäß auf seinem Wege zur Pumpe aussendet, dauernd und mit Muße untersuchen. Die bei dieser Untersuchung benutzte Entladung war einfach die Entladung eines Induktors ohne Leidener Flasche. Darüber, ob reiner Sauerstoff ein Leuchten zeigt oder nicht, sind die Meinungen erheblich auseinandergegangen. Wenn der Sauerstoff vollkommen trocken und frei von Stickstoff war, fand ich überhaupt kein Glühen. Bei Luft dagegen erhielt ich ein helles, gelblich-grünes Glühen, das durch Anreicherung der Luft mit Sauerstoff verbessert wurde. Die beste Wirkung erreichte ich bei einem erheblichen Überschuß an Sauerstoff.

Verschiedene frühere Forscher haben das Glühen mit Ozon in Zusammenhang gebracht. Ich bin zu demselben Schlusse gelangt. Die Gründe dafür waren folgende:

1. Die Röhre, durch die das glühende Gas geleitet wurde, wurde auf 300^{0} C erhitzt. Das Glühen verlosch. Die Hitze zerstört auch das Ozon.
2. Das Glühen wird durch Durchleiten durch eine in flüssiger Luft gekühlte Röhre unterbrochen. Ozon ist bei der Temperatur der flüssigen Luft kondensierbar.
3. Das Glühen wird durch Kupferoxyd und durch Manganoxyd vernichtet. Ozon wird gleichfalls durch diese Stoffe zerstört.
4. Eine Scheidewand aus Silberdrahtnetz (in nur einer einzigen Lage) wird in dem Glühen oxydiert, und das auf diese Weise oxydierte Netz vernichtet das Nachglühen der hindurchgehenden Luft vollständig. Bekanntlich wird Ozon bei der Berührung mit oxydiertem Silber zerstört.
5. Mit Thalliumhydroxyd getränktes Papier wird durch das in dem glühenden Gase enthaltene Ozon rasch gebräunt. Außerhalb der Grenzen des Glühens wird das Papier nicht beeinflußt.

Die bisher mitgeteilten Versuche zeigten, daß mit dem Glühen eine Verzehrung von Ozon verbunden ist. Es ist daher naturgemäß, das Glühen als eine aus der Oxydation irgendeines anderen Körpers durch Sauerstoff entstehende Flamme anzusehen. Die nächstfolgenden Versuche waren darauf gerichtet, die Natur dieses anderen Körpers zu bestimmen. Ich erzeugte Ozon in einer Vakuumröhre, durch die ich einen Strom von sehr trockenem verdünntem Sauerstoff schickte, der an sich kein Nachglühen erzeugte. Das auf diese Weise erzeugte Ozon ließ ich sich auf seinem Wege zur Pumpe in einer Y-förmigen Röhre mit irgendeinem anderen Gase vermischen, das ich zu untersuchen wünschte.

Dem zweiten Arm der Y-förmigen Röhre (siehe die Figur) führte ich einen Luftstrom zu,



der durch eine zweite Entladungsröhre B hindurchgegangen war. Diese Röhre B war von der erstgenannten Röhre A, in der das Ozon erzeugt wurde, gänzlich unabhängig. Der aus B kommende Luftstrom wurde durch eine Scheidewand C aus Silberdrahtnetz seines Glühens beraubt, ehe er mit dem aus der anderen Röhre kommenden Ozonstrom zusammentraf. Jeder der beiden zusammentreffenden Gasströme war für sich allein dunkel. Das gelblich-grüne Glühen entstand am Zusammenflußpunkte wieder und verschwand, wenn in einer der beiden Röhren die Entladung unterbrochen wurde. Ich folgerte daher, daß Luft nach dem Durchgang der Entladung irgendeinen Bestandteil enthält, der durch Ozon oxydiert werden kann und so das Glühen hervorbringt. Es stellte sich alsbald heraus, daß Stickoxyd die in Rede stehende Substanz war. Wenn ich dieses Gas, das ich auf chemischem Wege hergestellt hatte, in den aus der Vakuumröhre A kommenden Ozonstrom einleitete, erhielt ich in der Y-förmigen Röhre ein Glühen von der charakteristischen grünlich-gelben Farbe, das viel heller war, als ich es bei den früheren Versuchen je gesehen hatte. Es ist selbstverständlich, daß durch das Stickoxyd keine Entladung geschickt wurde. Das Stickoxyd wurde einfach als ein Nebenfluß in den Ozonstrom eingeleitet. Die Elektroden der Röhre B wurden nicht benutzt.

Ich schloß, daß das Nachglühen in Luft die Folge der drei nachstehenden Vorgänge ist:

1. der Bildung von Ozon in der Entladung,
2. der Bildung von Stickoxyd in der Entladung,
3. der Oxydation von Stickoxyd durch Ozon nach Beendigung der Entladung.

In der oben genannten Arbeit habe ich weitere Versuche beschrieben. Bei diesen Versuchen erhielt ich das Glühen durch Mischen von Stickoxyd mit Ozon, das ich bei Atmosphärendruck in der Siemensschen Ozonröhre hergestellt hatte. In diesem Falle ist es erforderlich, das Ozon durch fraktionierte Destillation zu konzentrieren.

Ich habe ferner gezeigt, daß Schwefelverbindungen, wie beispielsweise Schwefeldioxyd, die nach Ansicht der früheren Forscher für das Glühen wesentlich sein sollten, nur dadurch wirken, daß sie etwaige störende organische Materie aus der Röhre beseitigen. Ozon wird bei Anwesenheit organischer Materie zerstört, und zwar zweifellos zum Teil dadurch, daß es diese oxydiert, zum Teil aber auch, wie ich glaube, infolge einer katalytischen Wirkung.

Das Spektrum des gelblich-grünen Glühens ist kontinuierlich, jedenfalls in einem kleinen Spektrographen. Es erstreckt sich von $\lambda = 4200$ Å.-E. bis $\lambda = 6700$ Å.-E.

Schickt man Stickoxyd durch eine Glasröhre in die Flamme eines Bunsenbrenners, in dem in gewöhnlicher Weise Leuchtgas brennt, so entsteht die gelblich-grüne Farbe des Nachglühens der Luft. Dieselbe Wirkung erhält man mit Stickstoffdioxyd, und ich bin geneigt, dieses besondere Leuchten als auf Schwingungen des Stickstoffdioxydmoleküls beruhend anzusehen.

Dieselbe Farbe sieht man, wie E. Becquerel[1]) vor sehr langer Zeit beobachtet hat, an der Spitze einer Gebläseflamme. In diesem Falle spielt das synthetisch aus dem atmosphärischen Stickstoff bei hohen Temperaturen gebildete Stickstoffdioxyd dieselbe Rolle wie in dem eben beschriebenen Versuch das künstlich eingeführte Stickstoffdioxyd.

Das im Vorstehenden untersuchte Glühen können wir das Glühen der Luft nennen. Es ist von gelblich-grüner Farbe und zeigt ein kontinuierliches Spektrum. Es läßt sich gut durch die gewöhnliche Induktorentladung oder durch die Kondensatorentladung erzeugen. Man erhält es nur in Gemischen von Sauerstoff und Stickstoff. Die nebenstehende Tabelle zeigt den Effekt in verschiedenen Gemischen.

Wir wollen nun dieses Glühen mit jenem des aktiven Stickstoffs vergleichen. Letzteres ist orange gefärbt und zeigt (in einem kleinen Spektroskop) drei deutlich voneinander getrennte

1) La Lumière 1, 196.

Glühen der Luft.

Prozentgehalt an Sauerstoff in dem Gemisch	Intensität des Glühens
100	Kein Glühen.
90	Glänzend hell.
20	Mäßig.
5	Grenze der Sichtbarkeit.

Banden: eine rote, eine gelbe und eine grüne. Man erhält es glänzend hell mit der Kondensatorentladung und nur sehr schwach mit der einfachen Induktorentladung. Das Gas, in dem es am schönsten auftritt, ist reiner Stickstoff. Manche Forscher haben geglaubt, daß Spuren von Sauerstoff erforderlich seien; es ist aber meine feste Ansicht, daß diese Forscher im Irrtum sind[1]). Die Wirkung verschiedener Sauerstoffbeimengungen wird durch die nachstehende Tabelle veranschaulicht:

Glühen des aktiven Stickstoffs.

Prozentgehalt an Sauerstoff	Intensität des Glühens
2	Kein Glühen.
1	Schwach.
$^1/_{10}$	Glänzend hell.
0	Glänzend hell.

Ich hoffe, diese Vergleichung wird klar erkennen lassen, wie das Glühen der Luft, das man erhält, wenn Sauerstoff zugegen ist, ganz von dem Glühen des aktiven Stickstoffs verschieden ist, das man bei Abwesenheit von Sauerstoff erhält. Es liegt auf der Hand, daß zwei meiner Kritiker, nämlich Tiede und Domcke, diese Unterscheidung nicht beachten. Sie führen nämlich einige der früheren Forscher[2]), welche das Glühen der Luft beschrieben haben, so an, als ob ihre Versuche das Glühen des aktiven Stickstoffs beträfen.

1) Eine weitere Veröffentlichung über diesen Gegenstand soll folgen.

2) Morren, Ann. de chim. (4) 4, 293, 1865; Sarasin, Pogg. Ann. 140, 425, 1876.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 5. Februar 1914.)

Ultrarote Dispersion zweiatomiger Kristalle.

Von W. Dehlinger.

Nachdem die bisherigen theoretischen Überlegungen über den Verlauf der spezifischen Wärme für einatomige Körper zu einer praktisch recht brauchbaren Formel geführt haben, kommt die Frage an die Reihe, inwiefern zwei- und



mehratomige Körper ein abweichendes Verhalten zeigen und inwiefern man jene eventuellen Abweichungen theoretisch verstehen kann.

Der erste und wesentliche Schritt in dieser Richtung wurde von W. Nernst getan bei Gelegenheit seines Göttinger Vortrages[1]). Gestützt auf das experimentelle Zahlenmaterial, das ihm zur Verfügung stand, konnte er zeigen, daß man zur Beschreibung des Temperaturverlaufs der spezifischen Wärme zweiatomiger Kristalle, wie $NaCl$, $AgCl$ usw., eine Kombination der Debyeschen und der Einsteinschen Formel mit Erfolg verwenden kann. Die Schwingungszahl der Einsteinschen Formel wurde gleich der Reststrahlenschwingungszahl gesetzt, die Grenzschwingungszahl, welche in der Debyeschen Formel auftritt, wurde den Beobachtungen über die spezifische Wärme angepaßt.

Zur theoretischen Begründung dieses durch seinen praktischen Erfolg als richtig gekennzeichneten Verfahrens ging Nernst aus von der Vorstellung, daß das Debyesche Spektrum den Schwingungen der ganzen Moleküle gegeneinander entsprechen sollte, während die Einsteinsche Funktion mit ihrer Einzelschwingungszahl den innermolekularen Schwingungen der Atome gegeneinander Rechnung trägt. Es erhob sich schon damals die Frage, inwiefern diese spezielle Vorstellung über die Molekular- und Atomkräfte den Bau der vorgeschlagenen Kombination bedinge und ob man nicht eventuell auch auf Grund eines Madelungschen Modells, bei dem in den Eckpunkten des Raumgitters nicht die Moleküle, sondern die Einzelatome sich befinden, zu einem ähnlichen Schlußresultat gelangen könne. Mit Rücksicht auf die schon früher von Born und v. Kármán[2]) an Hand eines linearen Madelungschen Modells nachgewiesene Zweiteilung des elastischen Spektrums in einen von der Schwingungszahl Null anfangenden bis zu einer endlichen Größe gehenden Teil und einen anderen zwischen zwei endlichen Grenzen eingeschlossenen Teil, hielt Debye es damals schon für wahrscheinlich, daß das entsprechende sich auch im räumlichen Falle wiederfinden würde. Ist dem so, dann kann die Nernstsche Formel eben auch unter Benutzung eines Madelungschen Modells begründet werden.

Diese Frage in erster Näherung zu verfolgen, war das eine Ziel meiner daraufhin angefangenen Rechnungen. Aber auch nachdem diese Frage erledigt ist, kann man nicht behaupten, das Nernstsche Verfahren vollständig verstanden zu haben, wenn nicht erstens klar ist, warum nun auch bei dem neuen Modell die Schwingungszahl in der Einsteinschen Funktion mit der Reststrahlenschwingungszahl zu identifizieren ist. Zweitens, und das ist nicht weniger wesentlich, muß man sich mit der Frage auseinandersetzen, wie viele Reststrahlenfrequenzen auf Grund des Madelungschen Modells eigentlich zu erwarten sind. Madelung schließt ursprünglich auf eine, bei Born und v. Kármán werden deren fünf eingeführt, in einer neueren Arbeit von Thirring wird diese Behauptung übernommen.

Ein genaueres Studium, insbesondere der Born- und v. Kármánschen Arbeit, führte uns nun zu dem Schlusse, daß die Einführung jener fünf Frequenzen als Reststrahlenfrequenzen mehr als Vermutung aufgefaßt sein will. So ergab sich ein zweites Ziel der Arbeit in der Berechnung der Dispersion eines nach Madelung aufgebauten zweiatomigen Kristalls. Hierbei zeigte es sich, daß der Brechungsexponent eines solchen Körpers tatsächlich dargestellt werden kann durch eine Formel, welche vollständig identisch ist mit der von Ketteler bzw. Lorentz auf Grund einfach schwingender voneinander unabhängiger Ladungen abgeleiteten.

Im folgenden soll nun von der Kurve für die spezifische Wärme nicht weiter die Rede sein. Dazu veranlaßt uns einerseits die eben erschienene Arbeit von Thirring, in der diese Frage für hohe Temperaturen behandelt wird, außerdem beabsichtige ich an anderer Stelle ausführlich zu zeigen, in welchem Sinne und mit welcher Näherung die Nernstsche Formel als theoretisch begründet anzusehen ist. Nur das eine sei hier schon bemerkt, daß man in guter Näherung zu erwarten hat, daß die beiden von Nernst eingeführten Frequenzen sich verhalten wie die Wurzeln aus den Massen der das betreffende Molekül konstituierenden Atome. Dagegen wollen wir die Frage nach der Dispersion eingehend diskutieren. Wir kommen dabei zu dem obengenannten Resultat, welches man auch so lesen kann: Es existiert nur eine Reststrahlenfrequenz. Wir wollen nicht unterlassen, auf die neueren Untersuchungen von Rubens hinzuweisen, aus denen dasselbe auf experimentellem Wege hervorgeht.

In den ersten beiden Paragraphen werden die Bewegungsgleichungen für die Atome aufgestellt nach dem von Born und v. Kármán gegebenen Schema und ihre Bewegung berechnet bei Anregung durch eine elektrische Welle. In § 3 wird die dieser Bewegung angepaßte, den Maxwellschen Gleichungen entsprechende Dispersionsformel gegeben. § 4 beschäftigt sich mit den experimentell ermittelten Konstanten

1) Vorträge über die kinetische Theorie usw., gehalten in Göttingen. (Leipzig, B. G. Teubner 1914. Vgl. auch diese Zeitschr. **14**, 260, 1913.)

2) M. Born u. Th. v. Kármán, diese Zeitschr. **13**, 297, 1912.

jener Formel, in § 5 und § 6 werden diese Konstanten zu den theoretischen Ergebnissen in Beziehung gesetzt.

§ 1. Die Bewegungsgleichungen.

Die Atome eines regulären Kristalls denken wir uns in den Eckpunkten eines kubischen Gitters angeordnet. Für Körper dieser Konstitution, die aus lauter gleichen Atomen bestehen, haben Born und v. Kármán[1]) eine Bewegungsgleichung aufgestellt, die beim Übergang zu unendlich kleinem Atomabstand in die gewöhnliche elastische Gleichung eines regulären Kristalls übergeht. Bei Abwesenheit äußerer Kräfte gilt nach ihnen für die Verrückungen u, v, w eines Atoms von der Masse M, dessen Lage im Gitter durch die Indizes l, m, n bestimmt ist:

z. B. M_1 = Masse eines Atoms Cl, M_2 = Masse eines Atoms Na.

Unter Voraussetzung gleicher quasielastischer Kräfte für beide Atomarten können wir dann für jedes Atom eine Bewegungsgleichung aufschreiben, die analog (1) ist. Setzen wir noch fest, daß Atome der Masse M_2 sich im Gitter an Stellen gerader Indizessumme (d. h. wo $l+m+n$ = einer geraden Zahl), Atome der Masse M_1 aber an Stellen ungerader Indizessumme sich befinden, so sind bei Abwesenheit äußerer Kräfte die Bewegungsgleichungen bekannt.

Es seien nun die Atome M_2 und M_1 positiv bzw. negativ elektrisch geladen. Lassen wir nun im Innern unseres Körpers eine ebene elektrische Welle sich ausbreiten, so ist nach Drude die hierdurch auf eine Ladung e ausgeübte Kraft

$$\left.\begin{aligned} D_x = M\ddot{u}_{l,m,n} = {} & \alpha\,(u_{l+1,m,n} + u_{l-1,m,n} - 2u_{l,m,n}) \\ & + \beta\,(u_{l,m+1,n} + u_{l,m-1,n} + u_{l,m,n+1} + u_{l,m,n-1} - 4u_{l,m,n}) \\ & + \gamma\,(u_{l+1,m,n+1} + u_{l+1,m+1,n} + u_{l+1,m,n-1} + u_{l+1,m-1,n} + u_{l-1,m,n+1} + u_{l-1,m+1,n} \\ & \qquad + u_{l-1,m,u-1} + u_{l-1.m-1,n} - 8u_{l,m,n}) \\ & + \delta\,(u_{l,m+1,n+1} + u_{l,m-1,n+1} + u_{l,m+1,n-1} + u_{l,m-1,n-1} - 4u_{l,m,n}) \\ & + \varkappa\,(v_{l+1,m+1,n} + v_{l-1,m-1,n} - v_{l+1,m-1,n} - v_{l-1,m+1,n} + w_{l+1,m,n+1} + w_{l-1,m,n-1} \\ & \qquad - w_{l+1,m,n-1} - w_{l-1,m,n+1}). \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Die Gleichungen $D_y = M\ddot{v}$ und $D_z = M\ddot{w}$ ergeben sich aus (1) durch zyklische Vertauschung der u, v, w und zyklisch veränderte Zunahme der l, m, n (z. B. heißt es statt $u_{l,m+1,n}$ in D_y: $v_{l,m,n+1}$, in D_z: $w_{l+1,m,n}$).

(Anmerkung: Die Indizes l, m, n sind die Ordnungszahlen eines Atoms in der x-, y- und z-Richtung. Wir legen die Kanten unserer Kuben in die Koordinatenrichtungen. Ist dann mit a die Kantenlänge der Kuben bezeichnet, so stehen die l, m, n und x, y, z in der Verbindung:

$$x = la\,, \quad y = ma\,, \quad z = na\,.$$

Der Bornsche Ansatz beruht auf der Voraussetzung, daß die potentielle Energie eine homogene quadratische Funktion der Verrückungen der Atome ist. Die Kraft, die auf ein Atom wirkt, ist also streng genommen von der Verrückung sämtlicher Atome abhängig, und kann nur annäherungsweise durch den Ansatz (1) dargestellt werden durch die Annahme, daß die Kräfte mit wachsender Entfernung sehr schnell verschwinden. Im übrigen sei auf Born und v. Kármán, l. c., verwiesen.)

Bei zweiatomigen Verbindungen des regulären Systems sollen abwechselnd Atome von großen und kleinen Massen, M_1 und M_2, in den Eckpunkten des Gitters liegen. Für $NaCl$ also

gleich $e\mathfrak{E}$, wenn $\mathfrak{E}$ die elektrische Feldstärke in dieser Welle bedeutet. Nach Lorentz ist hierzu noch eine weitere Kraft $e\mathfrak{P}/3$ zu addieren[1]), wobei $\mathfrak{P}$ die Polarisation des Körpers bedeutet. Allerdings entspricht das hier zugrunde gelegte Modell nicht ohne weiteres der Grundlage der H. A. Lorentzschen Rechnung. Bedenkt man indessen, daß man in jedem Eckpunkt des Gitters eine Ladung Null hinzufügen kann, bestehend aus $+e$ und $-e$, welche natürlich die Kräfte nicht ändern kann, dann zeigt sich, daß die ganze Wirkung an irgendeiner Stelle zusammengesetzt gedacht werden kann aus

a) der Wirkung der unverschobenen Atome,

b) der Wirkung von Dipolen, welche man in den Eckpunkten des Gitters konzentriert denken kann.

Für uns ist nur von Interesse die unter b genannte Wirkung, und eben diese wurde von Lorentz schon berechnet zu dem oben angegebenen Werte.

Schreiben wir für $\mathfrak{E} + \frac{\mathfrak{P}}{3}$ die Abkürzung $\mathfrak{K}$, so heißt die x-Komponente unserer Bewegungsgleichung bei einfallender Welle $\mathfrak{E}$:

$$\left.\begin{aligned} M_2\ddot{u}_g &= D_x + e\mathfrak{K}_x \\ M_1\ddot{u}_u &= D_x - e\mathfrak{K}_x\,. \end{aligned}\right| \quad (2)$$

1) Born u. v. Kármán, l. c.

1) Wir benutzen durchweg rationelle Einheiten, in elektrostatischen Einheiten sollte statt $\mathfrak{P}$ stehen $4\pi\mathfrak{P}$.

Hier ist D_r die rechte Seite der Gleichung (1); die Indizes g und u bedeuten gerade und ungerade Indizessumme. In D_r sind natürlich alle Indizes entsprechend den Indizes u auf der linken Seite von (2) zu wählen. Im folgenden Paragraphen setzen wir diese der Gleichung (1) entnommenen Werte in (2) ein und bestimmen die zugehörigen Verrückungen.

§ 2. Lösung.

Die elektrische Feldstärke der einfallenden Lichtwelle sei gegeben als

$$\mathfrak{E} = E e^{-i\omega t} \cdot e^{i(l\varphi + m\psi + n\chi)}.$$

Dann können wir auch $\mathfrak{K}$ darstellen in der Form:

$$K \cdot e^{-i\omega t} e^{i(l\varphi + m\psi + n\chi)},$$

wobei K ein Vektor mit den Komponenten K_x, K_y, K_z bedeutet.

Nehmen wir an, daß für u, v, w Lösungen existieren, die ebene Wellen mit der gleichen Schwingungszahl darstellen, so können wir für die Teilchen mit gerader Indizessumme ansetzen:

$$\left.\begin{aligned} u_g &= A_2 e^{-i\omega t} e^{i(l\varphi + m\psi + n\chi)} \\ v_g &= B_2 e^{-i\omega t} e^{i(l\varphi + m\psi + n\chi)} \\ w_g &= C_2 e^{-i\omega t} e^{i(l\varphi + m\psi + n\chi)}, \end{aligned}\right\} \quad \text{G.}$$

und für die Teilchen ungerader Indizessumme:

$$\left.\begin{aligned} u_u &= A_1 e^{-i\omega t} e^{i(l\varphi + m\psi + n\chi)} \\ v_u &= B_1 e^{-i\omega t} e^{i(l\varphi + m\psi + n\chi)} \\ w_u &= C_1 e^{-i\omega t} e^{i(l\varphi + m\psi + n\chi)}. \end{aligned}\right\} \quad \text{U.}$$

Die Indizes g und u bedeuten gerade bzw. ungerade Indizessumme. Setzen wir diese Lösungen in (2) ein, so erhalten wir mit $\delta = 0$, $\gamma = \varkappa$:

$$\left.\begin{aligned} -\omega^2 M_2 A_2 = {} & \alpha(2A_1\cos\varphi - 2A_2) + \beta\{2A_1(\cos\psi + \cos\chi) - 4A_2\} \\ & + 4\gamma[A_2\{\cos\varphi(\cos\psi + \cos\chi) - 2\} - B_2\sin\varphi\sin\psi - C_2\sin\varphi\sin\chi] + eK_x \\ -\omega^2 M_1 A_1 = {} & \alpha(2A_2\cos\varphi - 2A_1) + \beta\{2A_2(\cos\psi + \cos\chi) - 4A_1\} \\ & + 4\gamma[A_1\{\cos\varphi(\cos\psi + \cos\chi) - 2\} - B_1\sin\varphi\sin\psi - C_1\sin\varphi\sin\chi] - eK_x. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Die y- und z-Komponente unserer Gleichungen erhält man durch zyklische Vertauschung der φ, ψ, χ, während zugleich A durch B bzw. C ersetzt wird.

Sind nun p, q, r die Richtungskosinusse der einfallenden Welle, so ergibt sich aus dem Zusammenhang der Koordinaten x, y, z mit den Ordnungszahlen l, m, n der Massen die Beziehung:

$$\varphi = \frac{2\pi a}{\lambda} \cdot p, \quad \psi = \frac{2\pi a}{\lambda} \cdot q, \quad \chi = \frac{2\pi a}{\lambda} \cdot r,$$

wenn a der Atomabstand in Richtung der Koordinatenachsen, λ die Wellenlänge im Kristall ist. So lange der Brechungsexponent nicht zu groß wird ist also $\lambda >> a$, und wir können näherungsweise $\cos\varphi = \cos\psi = \cos\chi = 1$ setzen[1]). Tun wir dies in Gleichung (3), ordnen sie nach A_2 und A_1, so wird sie nach Ausführung der zeitlichen Differentiation:

$$\left.\begin{aligned} A_2(F - \omega^2 M_2) - A_1 F &= eK_x \\ A_2 F - A_1(F - \omega^2 M_1) &= eK_x, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

wenn noch F zur Abkürzung für $2\alpha + 4\beta$ geschrieben ist. Die entsprechenden Gleichungen der y- und z-Komponente folgen ebenso. Hieraus können wir dem Ansatz G. und U. entsprechend die Verrückungskomponenten berechnen; denn wir erhalten aus (4) für die Amplituden:

$$\left.\begin{aligned} A_2 &= \frac{\omega^2 e M_1}{\Delta} K_x, & B_2 &= \frac{\omega^2 e M_1}{\Delta} K_y, & C_2 &= \frac{\omega^2 e M_1}{\Delta} K_z; \\ A_1 &= -\frac{\omega^2 e M_2}{\Delta} K_x, & B_1 &= -\frac{\omega^2 e M_2}{\Delta} K_y, & C_1 &= -\frac{\omega^2 e M_2}{\Delta} K_z. \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Die Verrückungen sind also proportional mit K und erfolgen in gleicher bzw. entgegengesetzter Richtung, der Ladung der Atome entsprechend.

In (5) bedeutet Δ die Determinante der Gleichungen (4) und der anderen beiden Komponentengleichungen. Sie hat für alle denselben Wert, nämlich

$$\Delta = F(M_1 + M_2)\omega^2 - M_1 M_2 \omega^4. \quad (6)$$

§ 3. Die Dispersionsformel.

Die Wellengleichung erhalten wir in bekannter Weise aus einer der Komponenten der Maxwellschen Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{c}(\dot{\mathfrak{E}} + \rho\mathfrak{v}) &= \operatorname{rot}\mathfrak{H}, \\ \frac{1}{c}\dot{\mathfrak{H}} &= -\operatorname{rot}\mathfrak{E}, \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

wenn wir statt $\rho\mathfrak{v}$ das von uns gefundene $\dot{\mathfrak{P}}$, die zeitliche Ableitung der Polarisation, einsetzen. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c_0 im Medium wird in der Form angesetzt:

1) Da im ultraroten Gebiet λ/a etwa den Wert 10^5 hat, müßte n schon 1000 werden, damit auf eine Wellenlänge nur mehr 100 Atome kommen. Es ist also klar, daß in dem der experimentellen Beobachtung zugänglichen Gebiet $\lambda/a = \infty$ gesetzt werden darf.

$$c_0 = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}};$$

dann ist ε definiert durch die Gleichung:

$$\varepsilon \mathfrak{E} = \mathfrak{E} + \mathfrak{P},$$

und bedeutet die „Dielektrizitätskonstante" für Wellen der Schwingungszahl ω.

Gemäß unserem bisher angenommenen Bild von der Konstitution des Kristalls wird

$$\mathfrak{P}_x = N \cdot e \cdot (u_2 - u_1), \tag{8}$$

wenn N die Anzahl positiv geladener Atome pro cm^3 bedeutet.

Durch Einsetzen der Werte von u_2 und u_1 wird also

$$\mathfrak{P}_x = \frac{N e^2 (M_1 + M_2)}{F(M_1 + M_2) - M_1 M_2 \omega^2} \cdot K_x. \tag{9}$$

Nun haben wir in § 1 K zur Abkürzung gesetzt für $\mathfrak{E} + \mathfrak{P}/3$, also wird

$$\mathfrak{P}_x = \frac{N e^2 (M_1 + M_2)}{F(M_1 + M_2) - M_1 M_2 \omega^2} \left(\mathfrak{E}_x + \frac{\mathfrak{P}_x}{3} \right)$$

und

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{1}{3} \frac{\frac{N e^2}{M}}{\frac{F}{M} - \omega^2}, \tag{10}$$

wo M zur Abkürzung für $\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$ geschrieben ist.

Der aus (10) berechnete Wert der „Dielektrizitätskonstante" ε ist in bekannter Weise zu identifizieren mit dem Quadrat des komplexen Brechungskomponenten $\mathfrak{n}$, der in sich enthält den gewöhnlichen Brechungsexponenten n und den Absorptionsindex $\varkappa$ nach der Formel

$$\mathfrak{n} = n(1 - i\varkappa).$$

Da wir an dieser Stelle gar nicht weiter eingegangen sind auf die Ursachen der Dämpfung der elektrischen Wellen, ist es von vornherein klar, daß unsere Formel (10) auch die Absorptionsverhältnisse nicht richtig darstellen kann. Es kommt dieses auch schon darin zum Ausdruck, daß aus (10) im wesentlichen Teile des Gebietes in dem ω variieren kann, für $\mathfrak{n}$ ein reeller Wert folgt. Andererseits kann aber ebenso bestimmt behauptet werden, daß die Dispersion in einigem Abstande des Absorptionsbandes durch (10) darstellbar ist, wie das ja ähnlich von den gewöhnlichen Dispersionsformeln her bekannt ist.

Die wesentliche Eigenschaft der Formel (10) kommt darin zum Ausdruck, daß der Nenner des rechten Gliedes nur für einen einzigen Wert von ω verschwinden kann. Wir dürfen mit Recht daraus schließen, daß im ultraroten Gebiet nur an einer einzigen Stelle im Spektrum Reststrahlen auftreten können[1]).

In der Gleichung (10) sind die Ladungen noch als absolut starr verbunden mit den Atomen vorausgesetzt. Lassen wir den Ladungen noch Schwingungen gegen die Atome zu und nehmen obendrein die Existenz schwingungsfähiger Elektronen im Innern der Atome an, so müssen wir statt (10) schreiben:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{\frac{N e^2}{3M}}{\frac{F}{M} - \omega^2} + \sum_i \frac{A_i}{\omega_i^2 - \omega^2}, \tag{10'}$$

wobei A_i und ω_i die für diese Elektronen charakteristischen Konstanten bedeuten.

Diese Gleichung ist analog der von Ketteler

$$n^2 - 1 = \sum_k \frac{M_k}{\omega_k^2 - \omega^2}, \tag{11}$$

und genau gleich der von Goldhammer[2]) für Sylvin aufgestellten:

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \sum_g \frac{M_g}{\omega_g^2 - \omega^2}. \tag{12}$$

Trotz der völlig verschiedenen Grundlage gegenüber den früheren Dispersionstheorien werden wir, wie man sieht, doch zur bekannten Ketteler-Helmholtzschen Gleichungsform zurückgeführt.

Ist die vorgeschlagene Theorie richtig, dann muß es, wie (10) zeigt, möglich sein, den Zähler in dem auf die ultraroten Schwingungen bezüglichen Gliede aus Masse und Ladung der Atome vorher zu bestimmen. Daß in diesem Gliede nicht die Masse der Elektronen, sondern die der Atome eine Rolle spielt, wurde schon von Drude[3]) hervorgehoben. Allerdings hielt derselbe fest an der Annahme, daß jedes Atom oder Molekül durch eine quasielastische Kraft an einen raumfesten Punkt gebunden wäre, wie man das sonst zu tun pflegt bei den Elektronen in den unbeweglich angenommenen Molekülen. Dem entspricht es, daß er nicht von vornherein angeben konnte, welche Bedeutung der Masse M eigentlich zuzuschreiben sei. Es ist aber immerhin bemerkenswert, daß in jener Weise eine Formel erhalten werden konnte, die vollständig unserer, auf Grund gegenseitiger Bindung der Atome, abgeleiteten Formel entspricht.

Die zweite, in dem betreffenden Gliede vorkommende Konstante F/M, welche einer Reso-

1) Die von M. Born und v. Kármán l. c. ausgesprochene Vermutung über die Existenz mehrerer Stellen metallischer Reflexion wird also nicht bestätigt.

2) D. A. Goldhammer, Dispersion und Absorption des Lichtes. Leipzig, B. G. Teubner 1913.

3) Drude, Ann. d. Phys. 14, 677 ff., 1904.

nanzschwingungszahl entspricht, enthält außer den Massen noch die Kräfte zwischen den Atomen. Inwiefern aus elastischen Messungen auf F/M geschlossen werden kann, soll in einem späteren Paragraphen diskutiert werden.

§ 4. Experimentelle Werte für die Konstanten der Dispersionsformel.

Wenn man annimmt, daß die ω_e, die aus der Elektronenbindung sich berechnen, alle sehr groß sind gegen ω_1, wie wir nun statt $\sqrt{\frac{F}{M}}$ schreiben wollen, so läßt sich für das Gebiet, in dem $\omega << \omega_e$ (für e alle anderen Werte als 1 genommen), unsere Dispersionsformel in der Form schreiben

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} = \frac{\frac{Ne^2}{3M}}{\omega_1^2-\omega^2} + S, \qquad (13)$$

wobei S als konstant angesehen werden kann. Führt man statt der ω noch die Schwingungszahlen $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ ein, so können wir statt (13) schreiben

$$\frac{n^2-1}{n^2+2} = \frac{A}{\nu_1^2-\nu^2} + S, \qquad (14)$$

wobei

$$A = \frac{1}{4\pi^2}\frac{Ne^2}{3M} \qquad (14')$$

sein soll.

Da wir nun wissen, daß die ν_1 der Größenordnung nach übereinstimmen mit den Schwingungszahlen der Reststrahlen, so verlangt die vorgeschlagene Theorie Übereinstimmung der theoretisch berechneten Werte von A mit solchen Werten von A, die sich, unter Zugrundelegung der Formel (14), aus Dispersionsbeobachtungen im Ultrarot berechnen lassen.

Auf dem letzteren Wege findet man für die drei Konstanten A, ν_1^2 und S bei den Substanzen $NaCl$, KCl und CaF_2 aus den Beobachtungen über n im ultraroten Teil des Spektrums die Werte der folgenden Tabelle[1]).

Tabelle I.

	A	ν_1^2	S
$NaCl$ . . .	$1{,}37 \cdot 10^{23}$	$4{,}14 \cdot 10^{25}$	0,310
KCl	$8{,}25 \cdot 10^{24}$	$3{,}18 \cdot 10^{25}$	0,282
CaF_2	$5{,}36 \cdot 10^{25}$	$1{,}325 \cdot 10^{26}$	0,257

1) Es wurden einige Beobachtungen willkürlich herausgegriffen und aus dieser die drei Konstanten berechnet. In der Tabelle sind abgerundete Werte angegeben.

Im betrachteten Gebiet gibt Formel (14) die Beobachtungen ganz gut wieder[1]). Um die so gefundenen Werte der Konstanten mit der Theorie vergleichen zu können, muß aber noch einiges gesagt werden über die Bedeutung der Schwingungszahl ν_1; diese Konstante darf nämlich nicht gleich gesetzt werden der Schwingungszahl der Reststrahlen. Auch ist noch eine Bemerkung über ihre Beziehung zu den elastischen Konstanten zu machen, was im folgenden Paragraphen geschehen soll.

§ 5. Beziehung zu den Reststrahlen.

a) Die Wellenlänge bzw. Schwingungszahl der Reststrahlen muß an der Stelle liegen, an welcher der Brechungsexponent n in der Dispersionsformel unendlich wird. In Formel (14) berechnet sich dann der Wert von ν, der dieser Bedingung genügt, aus der Beziehung:

$$\frac{A}{\nu_1^2-\nu^2} + S = 1, \qquad (15)$$

weil $\frac{n^2-1}{n^2+2}$ für $n=\infty$ den Wert 1 annimmt.

Der Wert ν_r^2, der den Reststrahlen entspricht, wird also

$$\nu_r^2 = \nu_1^2 + \frac{A}{1-S}. \qquad (16)$$

Um (14) mit der Erfahrung zu vergleichen, müssen wir also nicht ν_1, sondern ν_r benutzen.

b) Die quantitative Bestimmung von ν_1 aus den elastischen Konstanten[2]) kann nicht aus dem Bornschen Ansatz erwartet werden. Bei den Vernachlässigungen, die ihn ermöglichen, treten noch fünf Konstanten auf, die sich nicht alle in den drei elastischen Konstanten ausdrücken lassen. Dies wird vielmehr erst durch eine weitere Vernachlässigung möglich; mit anderen Worten, wenn wir ν_1 aus den elastischen Konstanten berechnen, so dürfen wir höchstens eine Übereinstimmung der Größenordnung nach erwarten mit dem aus optischen Beobachtungen resultierenden ν_1.

Daß es nicht möglich ist, das optische ν_1 aus elastischen Beobachtungen zu berechnen, leuchtet aber auch aus einem anderen Grunde ein. Denn bei den optischen Wellen schwingen je zwei benachbarte Atome in entgegengesetzter Phase. Bei elastischen Beobachtungen kommen aber die hierbei entstehenden elektrischen Kräfte nicht in Frage, und man kann deshalb nicht erwarten, nur aus elastischen Angaben die optischen Verhältnisse ableiten zu können.

1) Für diese Kontrolle wurden die nicht abgerundeten Werte benutzt.

2) Vgl. Born u. v. Kármán, l. c.

§ 6. Vergleich zwischen Theorie und Erfahrung.

In diesem Paragraphen sollen die für die verschiedenen Konstanten theoretisch zu erwartenden Werte auf Grund der Bemerkungen der beiden vorhergehenden Paragraphen mit den in § 4 aus der Beobachtung erhaltenen Zahlen verglichen werden. Der besseren Übersicht halber haben wir die betreffenden Zahlen in einigen Tabellen zusammengestellt. Zur Erklärung der Bedeutung der in den Tabellen benutzten Abkürzungen dienen die folgenden Bemerkungen:

Tabelle II.

	λ_R in μ	λ_r in μ	λ_K in μ
KCl	62	64	67
$NaCl$	54	62	54
CaF_2	26	37	35

In Tabelle II stehen in der ersten Spalte die direkt beobachteten Werte λ_R für die Reststrahlenwellenlänge. In der zweiten Spalte stehen die aus den Konstanten der Tabelle I (§ 4) berechneten Werte derselben Wellenlänge. Schon früher sahen wir, daß die theoretische Frequenz ν_r nicht mit ν_1 der Tabelle I zusammenfällt, vielmehr nach Formel (16) zu berechnen sei. Aus dem in dieser Weise erhaltenen Werte folgen die angegebenen Zahlen für λ_r. Ein Vergleich der beiden Spalten zeigt nicht unerhebliche Differenzen, welche indessen nicht imstande sind, begründete Zweifel zu erwecken an der allgemeinen Form der zugrunde gelegten Dispersionsgleichung. Würde man das Lorentzsche Zusatzglied nicht benutzen, dann käme man zu der Dispersionsformel

$$\frac{n^2-1}{3}=\frac{A'}{\nu_1'^2-\nu^2}+S', \qquad (17)$$

in der natürlich auch wieder die drei neuen Konstanten A', ν_1', S' aus den Beobachtungen zu bestimmen sind. Diese Rechnung brauchte nicht mehr ausgeführt zu werden, da bis jetzt in der Literatur (Paschen, Rubens) mit dieser Formel gerechnet wurde. Dieselbe hat sich für die Darstellung der Beobachtungen sehr gut bewährt, und es ist deshalb unmöglich, aus rein praktischen Gründen sich für oder gegen die Lorentzsche Kraft zu entscheiden. Im Ansatz (17) bedeutet ν_1' direkt die Reststrahlenfrequenz; die zugehörige Wellenlänge λ_K wurde in der dritten Spalte der Tabelle II angegeben, wobei der Index K deshalb gewählt wurde, weil die Form (17) die Kettelersche Form der Dispersionsgleichung ist. Auch ein Vergleich zwischen λ_R und λ_K führt zu keiner praktischen Entscheidung zwischen (14) und (17).

Eine gewisse Kontrolle erhält man noch dadurch, daß man die beobachteten Dielektrizitätskonstanten vergleicht mit den für $\nu=0$ aus (17) oder (14) folgenden Werten für n^2. Das geschieht in Tabelle III.

Tabelle III.

	$\varepsilon_{\text{beobachtet}}$	ε_L	ε_K
KCl	4,9	4,5	4,6
$NaCl$	5,8 bis 6,3	6,2	5,2
CaF_2	6,6 „ 6,9	6,6	6,1

Neben $\varepsilon_{\text{beob.}}$ wurden aufgenommen die Werte $\varepsilon_L=n^2$ aus (14) und $\varepsilon_K=n^2$ aus (17)[1]. Die Übereinstimmuug mit den beobachteten Werten ist befriedigend, eine praktische Entscheidung zwischen (14) und (17) nicht wohl möglich.

Von besonderem Interesse ist die Frage, ob man die Konstante A bzw. A' der Dispersionsformeln (14) bzw. (17) von vornherein theoretisch berechnen kann. In beiden Formeln sollten diese Größen denselben Wert haben, welcher aus (14') sich zu

$$A=A'=\frac{1}{4\pi^2}\cdot\frac{Ne^2}{3M} \qquad (18)$$

ergibt, wobei N die Anzahl positiv geladener Atome pro cm^3 bedeutet, e die Ladung eines solchen Atoms ist und M eine Abkürzung ist für

$$M=\frac{M_1M_2}{M_1+M_2}, \qquad (18')$$

wenn M_1 bzw. M_2 die wirklichen Massen der Atome darstellen.

An Stelle der auf die Atome bezüglichen Größen kann man in (21) und (21') das elektrochemische Äquivalent E, die üblichen Atomgewichte G_1, G_2 und die Dichte ϱ einführen. Man erhält dann

$$A=A'=\frac{1}{3\pi}\,\frac{\varrho E^2}{G_1+G_2}\left(\frac{1}{G_1}+\frac{1}{G_2}\right), \qquad (19)$$

wenn E im gewöhnlichen elektrostatischen System gemessen wird

$$(E=9654\cdot 3\cdot 10^{10}\,g^{1/2}\cdot cm^{3/2}\cdot sec^{-1}).$$

In Tabelle IV haben wir nun die aus (19) folgenden Werte für KCl, $NaCl$, CaF_2 in der ersten Spalte eingetragen.

Wegen der Zweiwertigkeit von Ca wurde CaF_2 so behandelt, als ob die positive Ladung von Ca dem Verlust von zwei Elektronen entspräche, F_2 wurde mit $G_2=38$ als Atom be-

1) Vgl. auch Rubens u. Nichols, Wied. Ann. **60**, 455, 1897.

Tabelle IV.

	$A_{theoretisch}$	A aus (14)	A' aus (17)
KCl	$1,27 \cdot 10^{25}$	$0,825 \cdot 10^{25}$	$1,50 \cdot 10^{25}$
$NaCl$. . . .	$2,35 \cdot 10^{25}$	$1,37 \cdot 10^{25}$	$2,69 \cdot 10^{25}$
CaF_2. . . .	$7,4 \cdot 10^{25}$	$5,37 \cdot 10^{25}$	$9,7 \cdot 10^{25}$

handelt; statt E^2 hat man dann in (19) $4E^2$ zu substituieren.

In der zweiten Spalte stehen zum Vergleich die früher in Tabelle I aus den Beobachtungen abgeleiteten Werte von A, welche der Formel (14) angepaßt sind. Die dritte Spalte enthält die Werte von A', welche in die Formel (17) einzusetzen sind, um den Anschluß an die Beobachtungen zu erreichen.

Währenddem A regelmäßig zu klein erscheint, ist A' regelmäßig zu groß gegenüber dem theoretischen Wert. Es dürfte indessen wohl möglich sein, daß eine genauere Diskussion der Versuche oder die Einführung der Absorption in der theoretischen Formel eine bessere Übereinstimmung zustande bringen würde. Jedenfalls aber ist die jetzt schon erreichte Übereinstimmung wohl imstande, Vertrauen zu erwecken für die Richtigkeit der Beziehung (18) bzw. (19).

In § 5 haben wir weiterhin Gründe angeführt, weshalb man nicht erwarten darf, daß die aus den elastischen Konstanten berechnete Reststrahlenschwingungszahl genau mit der beobachteten übereinstimmt. Viel wesentlicher ist die früher schon gemachte Bemerkung, daß sich theoretisch nur eine Schwingungszahl ergibt. Von einem zahlenmäßigen Vergleich sehen wir hier ab, da die von uns angegebene Schwingungszahl schon vorkommt unter den verschiedenen Schwingungszahlen, welche Born und v. Kármán[1]) meinten zu verschiedenen Reststrahlengebieten in Beziehung setzen zu müssen. Aus den dort angegebenen Zahlen sieht man, daß die Größenordnung richtig getroffen wird.

Die obigen Untersuchungen wurden auf Veranlassung von P. Debye unternommen, mit dem ich auch des öfteren Gelegenheit hatte, darüber zu sprechen.

1) Born u. v. Kármán, l. c.

(Eingegangen 6. Februar 1914.)

Zur Theorie der Dielektrika. Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante. Pyroelektrizität.

Von S. Boguslawski.

Einleitung. Die gewöhnliche Theorie der Dielektrika, so wie sie etwa von H. A. Lorentz in seinem Buche „The theory of electrons" dargestellt wird, geht von der Vorstellung aus, daß im Innern der Materie elektrische Ladungen (Elektronen oder Ionen) eingebettet sind, welche im Falle eines Nichtleiters an feste Ruhelagen gebunden sind. Über die Kräfte, durch die diese Bindung erfolgt, wird die Annahme gemacht, daß sie quasielastisch sind. Von dieser Annahme aus gelangt man dann zu bestimmten Aussagen über das Verhalten der Dielektrika, von welchen hier gleich zwei hervorgehoben werden sollen. Erstens gelangt man zur Vorstellung, daß die elektrischen Polarisationen stets proportional den Feldstärken sind, wie stark auch die letzteren sein mögen. Zweitens kommt man zum Schluß, daß die (Clausius-Mosotti-Lorenz-Lorentzsche) Größe $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \frac{1}{\varrho}$, unter ε die Dielektrizitätskonstante, unter ϱ die Dichte des Stoffes verstanden, eine für den Stoff charakteristische Materialkonstante sein muß, d. h. daß sie unabhängig von Temperatur, Druck und anderen äußeren Bedingungen ist.

Was das erste der genannten Resultate anbelangt, so gibt es bisher nur ein experimentelles Ergebnis, nämlich das von Ratnowsky[1]), welches ihm widerspricht. Bei der Messung der Dielektrizitätskonstante einer Mischung von Benzol mit Amylalkohol fand Ratnowsky eine kleine Abnahme der Dielektrizitätskonstanten mit steigender Feldstärke. Bei der Schwierigkeit der betreffenden Messungen wäre eine weitere Bestätigung dieses Resultats erwünscht. Aber jedenfalls ist die Existenz einer solchen Abweichung von der Linearität auch a priori nicht unwahrscheinlich, sobald es sich um genügend starke Felder handelt.

Das zweitgenannte Gesetz der gewöhnlichen Theorie, nämlich die Beziehung

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \frac{1}{\varrho} = \text{const}$$

gilt aber bekanntlich nur in ganz roher Näherung.

Vor etwa zwei Jahren schlug P. Debye[2]) eine Theorie der Dielektrika vor, welche der P. Weissschen Theorie der ferromagnetischen Körper nachgebildet ist. Von der Annahme ausgehend, daß die Substanzen neben Polari-

1) S. Ratnowsky, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 497, 1913.

2) P. Debye, diese Zeitschr. 13, 97, 1912. Die numerische Prüfung der Theorie, welche in dieser vorläufigen Mitteilung steht, enthält die nicht zutreffende Voraussetzung, daß die Änderung der Dichte mit der Temperatur bei der Berechnung von $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \frac{1}{\varrho}$ vernachlässigt werden kann. Die mitgeteilten Zahlen dürfen also nicht als Stützen der Debyeschen Theorie aufgefaßt werden.

sationselektronen auch permanente elektrische Dipole enthalten, kommt **Debye** zu einer befriedigenden Beschreibung derjenigen Fälle, wo die Größe $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2} \cdot \frac{1}{\varrho}$ mit steigender Temperatur abnimmt. Von einer größeren Anzahl Flüssigkeiten, für die sowohl die Temperaturabhängigkeit der Dielektrizitätskonstante wie die Wärmeausdehnung gemessen worden sind, ist es aber der Äthyläther allein, der ein solches, nach der **Debye**schen Auffassung allein mögliches Verhalten zeigt. Für die übrigen Stoffe gilt das umgekehrte, es nimmt nämlich die Größe $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2} \cdot \frac{1}{\varrho}$ mit steigender Temperatur zu. Zur Erklärung eines solchen Verhaltens nutzt die Einführung von Dipolen nichts, und man würde dann zu einer neuen Hypothese greifen müssen.

Wir wollen im folgenden eine Vorstellung verfolgen, welche es gestattet, sowohl ein Wachsen wie ein Abnehmen der Größe $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2} \cdot \frac{1}{\varrho}$ von einem einheitlichen Standpunkte aus zu verstehen.

§ 1. **Die Annahme über das Wesen des Dielektrikums.** Die übliche Vorstellung von dem Wesen des Dielektrikums wollen wir nur in der Richtung modifizieren, daß wir das Postulat rein quasielastischer Kräfte aufgeben wollen. Aus der Stabilität der Bindung einer Ladung allein kann gefolgert werden, daß einer Verschiebung der Ladung aus ihrer Ruhelage um eine Strecke x eine Arbeit entspricht, welche in der Form geschrieben werden kann:

$$A = ax^2 + bx^3 + cx^4 + \cdots$$

mit einem wesentlich positiven Koeffizienten a.

Statt wie gewöhnlich diese Reihe mit dem ersten, quadratischen Gliede abzubrechen, wollen wir auch die beiden weiteren hingeschriebenen Glieder mitführen und erst mit dem Gliede vierter Ordnung abbrechen[1]).

Für isotrope Körper und für alle solche Kristalle, bei welchen entgegengesetzte Richtungen einander gleichwertig sind, muß b nach Symmetrie gleich Null sein.

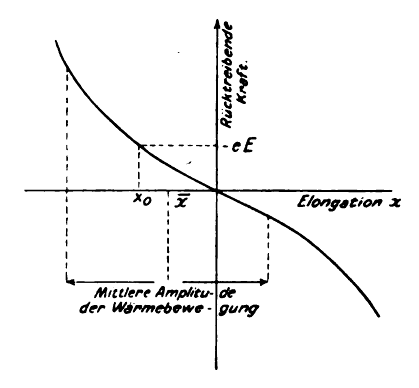
Dagegen für Kristalle mit ausgezeichneten Richtungen, als deren typischer Repräsentant Turmalin gelten darf, gibt die Einführung der Konstante b die Möglichkeit, den Mechanismus zu verstehen, durch den die diesen Kristallen eigentümliche Erscheinung der Pyroelektrizität zustande kommt.

Es ist unsere Aufgabe, das elektrische Moment der Volumeinheit eines Körpers zu berechnen, in dessen Innerem eine elektrische Kraft E wirksam ist. Dazu haben wir den Mittelwert der Elongation x einer Ladung e aus ihrer Ruhelage zu finden, mit der Ladung e zu multiplizieren und über alle vorhandenen Ladungen zu summieren.

Es ist leicht zu sehen, daß das Vorhandensein eines Gliedes vierter Ordnung im Ausdruck für A eine Abhängigkeit der mittleren Elongation x von der Temperatur mit sich bringt. Sei die rücktreibende Kraft

$$-2ax - 4cx^3$$

durch die Kurve der Figur dargestellt. Beim Fehlen einer Wärmebewegung würde die Ladung



in einem Felde E eine Ruhelage x_0 einnehmen, die durch die Gleichung

$$eE = 2ax_0 + 4cx_0^3$$

bestimmt wird. Bei der Temperatur T schwankt die Ladung hin und her, und da die rücktreibende Kraft dissymmetrisch um den Punkt x_0 verläuft, sind die Ausschläge nach einer Richtung größer als nach der entgegengesetzten, so daß sich ein Mittelwert $\bar{x}$ ergibt, der von x_0 verschieden ist.

Ist auch $b \neq 0$, so verläuft die rücktreibende Kraft dissymmetrisch auch um den Punkt $x = 0$. Dann ist auch beim Fehlen eines Feldes infolge der Wärmebewegung allein eine von Null verschiedene mittlere Elongation $\bar{x}$ zu erwarten.

Die Berechnung des Mittelwertes x wollen wir auf Grund der **Maxwell-Boltzmann**schen Formel

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-\frac{\Phi(x)}{kT}} dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\Phi(x)}{kT}} dx} \qquad (1)$$

1) Ein Glied vierter Ordnung wurde schon von **W. Voigt** zur Erklärung der elektrischen Doppelbrechung benutzt (vgl. **W. Voigt**, Elektro- und Magnetooptik). Die Frage, ob die elektrischen und optischen Eigenschaften der Körper auf der Wirkung derselben Ladungen beruhen, wollen wir hier offen lassen.



durchführen[1]). Unter $\Phi(x)$ ist hierbei die Arbeit verstanden, die nötig ist, um die Ladung e aus ihrer Ruhelage an die Stelle x zu bringen. Es ist somit in unserem Falle

$$\Phi(x) = -eEx + ax^2 + bx^3 + cx^4. \quad (2)$$

Die Größe kT im Nenner des Exponenten in (1) ist das Doppelte der Energie, die nach dem Gleichverteilungssatz jedem Freiheitsgrad des Systems bei der absoluten Temperatur T zukommt.

§ 2. Ausrechnung des Mittelwertes. Bei Ausrechnung des Mittelwertes (1) führen wir zunächst folgende Abkürzungen ein:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{eE}{kT} = \xi; \quad \frac{a}{kT} = \alpha, \quad \frac{b}{kT} = \beta, \quad \frac{c}{kT} = \gamma; \\ &I = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\xi x - \alpha x^2 - \beta x^3 - \gamma x^4}\, dx. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Dann kann (1) so geschrieben werden:

$$x = \frac{1}{I}\frac{dI}{d\xi}.$$

Das Integral I ist auszurechnen. Dazu bilden wir folgenden Differentialausdruck, indem wir unter dem Integralzeichen nach ξ differenzieren:

$$\xi I - 2\alpha \frac{dI}{d\xi} - 3\beta \frac{d^2 I}{d\xi^2} - 4\gamma \frac{d^3 I}{d\xi^3} =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} (\xi - 2\alpha x - 3\beta x^2 - 4\gamma x^3) e^{\xi x - \alpha x^2 - \beta x^3 - \gamma x^4} dx.$$

Das Integral rechts ist aber gleich Null, da der Integrand die Ableitung der Funktion

$$e^{\xi x - \alpha x^2 - \beta x^3 - \gamma x^4}$$

ist, und die Konstante γ zunächst als positiv vorausgesetzt werden soll (von dieser Voraussetzung werden wir uns später befreien, indem wir allerdings den Gültigkeitsbereich unserer Formeln einschränken werden).

Das Integral I genügt also als Funktion von $\xi = \frac{eE}{kT}$ einer Differentialgleichung, die wir so schreiben wollen:

$$\frac{1}{I}\frac{dI}{d\xi} = \frac{\xi}{2\alpha} - \frac{3\beta}{2\alpha}\frac{1}{I}\frac{d^2 I}{d\xi^2} - \frac{2\gamma}{\alpha}\frac{1}{I}\frac{d^3 I}{d\xi^3}. \quad (4)$$

Diese Differentialgleichung kann durch sukzessive Approximation aufgelöst werden, indem man die mit β und γ multiplizierten Glieder als klein betrachtet. Die erste Näherung wird dadurch erhalten, daß man diese Glieder gleich Null setzt. So bekommt man zunächst

$$x = \frac{1}{I_0}\frac{dI_0}{d\xi} = \frac{\xi}{2\alpha} \quad (5)$$

oder nach (3)

$$x = \frac{eE}{2a}.$$

Dies entspricht der gewöhnlichen Theorie, welche auf eine Verschiebung führt, die proportional der Feldstärke E, umgekehrt proportional der quasielastischen Kraft a und unabhängig von der Temperatur ist.

Integriert man die Gleichung (5), so bekommt man

$$I_0 = C e^{\frac{\xi^2}{4\alpha}}.$$

Die zweite Näherung wird dadurch gefunden, daß dieser Wert von I_0 in die rechte Seite von (4) eingesetzt wird. Führt man die Differentiation aus, so kommt:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{I_1}\frac{dI_1}{d\xi} = \frac{\xi}{2\alpha} - \frac{3\beta}{2\alpha}\left(\frac{1}{2\alpha} + \frac{\xi^2}{4\alpha^2}\right) - \\ - \frac{2\gamma}{\alpha}\left(\frac{3\xi}{4\alpha^2} + \frac{\xi^3}{8\alpha^3}\right). \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

Wir werden bei dieser Näherung stehen bleiben.

Nun haben wir bei der Ableitung der Differentialgleichung (4) die Voraussetzung gemacht, daß γ, oder was dasselbe ist, die Konstante c positiv ist. Physikalisch bedeutet das, daß die Kraft, die die Ladung in die Ruhelage zurückzieht, schneller wächst, als die Entfernung aus der Ruhelage. Es muß aber auch der entgegengesetzte Fall, nämlich das langsamere Wachsen der Kraft, zugelassen werden. Diesem Fall würde ein negatives c entsprechen. Dann würde aber unsere Formel (1) ihren Sinn verlieren, da ja sowohl der Zähler wie der Nenner unendlich sein würden. In der Tat ist die Bindung bei negativem c großen Verschiebungen gegenüber unstabil und damit überhaupt kein statistisches Gleichgewicht möglich. Man geht aber der Schwierigkeit aus dem Wege, wenn man die Stabilität dadurch wieder herstellt, daß man in dem Ansatz (2) für die Arbeit noch ein Glied mit einer hohen geraden Potenz von x und einem positiven Koeffizienten hinzunimmt. Die Potenz kann so hoch und der Koeffizient so klein genommen werden, daß dieses Glied erst bei sehr hohen Temperaturen anfängt, eine wesentliche Rolle zu spielen. In der Tat sieht man, wenn man die Bedeutung von ξ nach (3) beachtet, daß die höheren Ableitungen in der Differentialgleichung (4) die Temperatur in einer höheren Potenz enthalten. Es würde aber dem formalen Charakter unseres Ansatzes für die Arbeit A widersprechen, wenn wir dessen Gültigkeit für beliebig große x, d. h. auch für be-

---

1) Der Buchstabe e wird in zwei verschiedenen Bedeutungen gebraucht: einmal zur Bezeichnung der Ladung, aber auch für die Basis der natürlichen Logarithmen. Dies dürfte zu keinen Mißverständnissen Anlaß geben.

liebig hohe Temperaturen behaupten wollten. Es ist infolgedessen konsequent, sich von vornherein auf Entwicklungen der Formel (1) zu beschränken, die für nicht allzu hohe Temperaturen gültig sind. In diesem Bereiche aber kann man positive und negative Werte von c mit gleichem Recht zulassen, ohne auf das Glied Rücksicht zu nehmen, welches im Falle eines negativen c zur Erreichung der Stabilität hinzugenommen werden muß. In der Endformel (5) braucht also dieses Glied nicht berücksichtigt zu werden.

§ 3. Temperaturabhängigkeit der Größe $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\cdot\frac{1}{\varrho}$. Wir wollen zunächst isotrope Körper in Betracht ziehen und dementsprechend in der Formel (5) $\beta=0$ setzen. Beachtet man die Bedeutung von ξ, α, γ nach (3), so kommt:

$$x=\frac{1}{I_1}\frac{dI_1}{d\xi}=\frac{eE}{2a}\left(1-\frac{3ckT}{a^2}\right)-\frac{c(eE)^3}{4a^4}. \qquad (6)$$

Das letzte Glied dieser Gleichung spielt die Rolle einer kleinen Korrektion, auf die wir weiter unten zurückkommen werden. Vorläufig soll dieses Glied vernachlässigt werden.

Zur Berechnung des elektrischen Moments P der Volumeinheit hat man (6) mit e und der Anzahl N der Ladungen pro Volumeinheit zu multiplizieren. Beachtet man schließlich, daß die auf die Ladung wirkende Kraft E mit der äußeren Kraft E_a nach H. A. Lorentz durch die Gleichung verbunden ist:

$$E=E_a+\frac{4\pi}{3}P=E_a\left(\frac{\varepsilon+2}{3}\right),$$

so hat man

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}=\frac{2\pi Nc^2}{3a}\left(1-\frac{3ckT}{a^2}\right).$$

Ist N_0 die Anzahl der Ladungen pro Volumeinheit und ϱ_0 die Dichte bei 0° C, so ist

$$N=N_0\cdot\frac{\varrho}{\varrho_0}.$$

Damit ergibt sich:

$$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\cdot\frac{\varrho_0}{\varrho}=A(1-\delta T), \qquad (7)$$

mit den Werten der Konstanten

$$A=\frac{2\pi e^2 N_0}{3a}; \qquad \delta=\frac{3ck}{a^2}. \qquad (8)$$

In welchem Maße die Formel (7) durch die Erfahrung bestätigt wird, sollen die folgenden Tabellen zeigen. In diesen werden die experimentell ermittelten Werte von $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\cdot\frac{\varrho_0}{\varrho}$ für Methylalkohol, Äthylalkohol, Amylalkohol, Propylalkohol, Benzol und Äthyläther mit den nach (7) berechneten verglichen[1]).

Methylalkohol.
$A=0{,}684$; $\delta=-0{,}00126$.

Absolute Temperatur	$\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\cdot\frac{\varrho_0}{\varrho}$ exp.	ber.
173	0,831	0,833
223	0,881	0,876
273	0,919	0,919
293	0,935	0,936

Äthylalkohol.
$A=0{,}745$; $\delta=-0{,}00077$.

193	0,856	0,856
233	0,881	0,878
273	0,901	0,901
293	0,912	0,913

Amylalkohol.
$A=0{,}791$; $\delta=-0{,}00025$.

173	0,819	0,825
223	0,840	0,835
273	0,845	0,845
293	0,848	0,849

Propylalkohol.
$A=0{,}807$; $\delta=-0{,}00035$.

213	0,863	0,867
273	0,888	0,885
293	0,889	0,890

Benzol.
$A=0{,}351$; $\delta=-0{,}00044$.

293	0,3960	0,3960
313	0,4000	0,3995
333	0,4035	0,4030
353	0,4065	0,4065

Äthyläther.
$A=0{,}717$; $\delta=0{,}00085$.

233	0,571	0,574
273	0,551	0,551
293	0,535	0,538
333	0,519	0,514

Wie man sieht, ist die Übereinstimmung eine befriedigende. Sie ist übrigens sogar besser, als man sie erwarten dürfte. Es ist nämlich bei einigen Stoffen für die betrachtete Temperatur die Bedingung

$$\delta T \ll 1$$

1) Sämtliches Zahlenmaterial ist aus Landolt-Börnstein, Phys.-chem. Tabellen, entnommen. Die Werte der Dielektrizitätskonstanten rühren von Abegg und Seitz, Abegg, Tangl her. Die entsprechenden Dichten von Pierre, Kopp, Zander.

nur schlecht erfüllt. In diesem Falle würden auch höhere Glieder in dem Ansatze für die Kraft wirksam sein können, als diejenigen, die wir berücksichtigt haben. Die Erfahrung zeigt also, daß z. B. beim Methylalkohol die höheren Glieder so beschaffen sind, daß die lineare Veränderung von $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\cdot\frac{\varrho_0}{\varrho}$ mit T auch bei höheren Temperaturen bewahrt bleibt.

§ 4. Abweichung von der Linearität. Es ist unmittelbar klar, daß nach der entwickelten Vorstellung keine genaue Proportionalität zwischen dielektrischer Verschiebung und Kraft bestehen kann. In der Tat enthält Formel (6) neben dem linearen Glied noch ein Glied dritter Ordnung in der Kraft E, welches wir bei den Berechnungen des vorhergehenden Paragraphen vernachlässigt haben.

Die Größenordnung dieses Gliedes läßt sich ermitteln. Kennt man nämlich die Größen A und δ des vorigen Paragraphen, so gestatten die Formeln (8), die Koeffizienten a und c einzeln zu bestimmen, sobald eine plausible Annahme über die Anzahl der Ladungen pro Volumeinheit gemacht ist.

Wir wollen Benzol als Beispiel betrachten. Nimmt man an, daß so viele Ladungen, wie Atome vorhanden sind, jede von der Stärke eines elementaren elektrischen Quantums, so ergibt sich für diese Flüssigkeit

$$a = 13660; \quad c = -2{,}03\cdot 10^{20}.$$

Mit diesen Zahlen ergibt sich, daß, damit das dritte Glied der Gleichung (6) bei Zimmertemperatur nur 1 Proz. des Wertes des ersten Gliedes erreicht, schon eine innere Feldstärke von $3{,}62\cdot 10^4$ abs. E. angewandt werden muß, was einer äußeren Feldstärke von $2{,}51\cdot 10^4$ abs. E. entspricht. Ein so schwacher Effekt kann wohl experimentell nicht aufgefunden werden. Die Abweichung von der Linearität erfolgt in dem Sinne, daß die Polarisation etwas schneller wächst als die Feldstärke.

Amylalkohol würde sich nach unserer Auffassung ganz ähnlich verhalten.

Diesem Resultat widerspricht die Ratnowskysche Beobachtung[1]), wonach bei einer Mischung von Benzol mit Amylalkohol eine meßbare Abweichung von der Linearität, und zwar im entgegengesetzten Sinne als nach unserer Theorie, vorhanden ist. Indessen steht die Beobachtung Ratnowskys bisher ganz vereinzelt da, und es ist abzuwarten, bis mehr sicheres experimentelles Material gewonnen wird.

Die Abweichung von der Linearität ist also nach unserer Theorie nur sehr klein und trotzdem der Temperatureffekt, der von derselben Konstante c abhängt, bedeutend. Dies liegt daran, daß die Ausschläge der Ladungen infolge der Wärmebewegung sehr groß sind, verglichen mit denjenigen Verschiebungen, die durch ein elektrisches Feld bewirkt werden. Davon überzeugt man sich leicht, wenn man beachtet, daß nach Formel (1) in erster Näherung

$$a x^2 = \frac{kT}{2}$$

ist.

§ 5. Die Pyroelektrizität. Wir wenden uns jetzt zu Kristallen mit ausgezeichneten Richtungen, bei welchen β nicht gleich Null zu sein braucht. Vernachlässigt man in Formel (5) die Glieder mit γ, so wird

$$x = -\frac{1}{I_1}\frac{dI_1}{d\xi} - \frac{cE}{2a} - \frac{3b}{2a}\left(\frac{kT}{2a} + \frac{(cE)^2}{4a^2}\right). \qquad (9)$$

Behält man nur die Glieder nullter und erster Ordnung in E, beachtet, daß

$$E = E_a + \frac{4\pi}{3}P,$$

und setzt die äußeren Feldstärken E_a gleich Null, so findet man

$$P = \frac{3NcbkT}{\frac{2\pi Nc^2}{3a} - 1}. \qquad (10)$$

Hiermit zeigt unser Kristall einen pyroelektrischen Effekt, wobei sich das elektrische Moment in erster Näherung proportional der absoluten Temperatur ergibt. Zu diesem Resultat führt die gewöhnliche statistische Mechanik.

Nun bemerkte mir aber Herr Professor W. Voigt, daß, nach den letzten im Göttinger Institut ausgeführten Messungen, der pyroelektrische Effekt bei tiefen Temperaturen einen von (10) abweichenden Gang zeigt. Es ergeben sich Kurven von der für die Quantentheorie charakteristischen Gestalt.

Die Berechnung auf Grund der Quantentheorie hoffe ich mitzuteilen, sobald das experimentelle Material bekannt wird.

Aus der Größenordnung des pyroelektrischen Effekts findet man nach (10) die Größenordnung der Konstante b. Dann ergibt sich, daß das quadratische Glied der Gleichung stets so klein ist, daß es nie eine Rolle spielen kann. Es ist also nach unserer Theorie eine beobachtbare Polarität der dielektrischen Eigenschaften ausgeschlossen.

Zusammenfassung der Resultate. Eine Veränderung der Größe $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\cdot\frac{1}{\varrho}$ mit der Temperatur kann dadurch erklärt werden, daß die Bindung der Ladungen nicht rein quasielastisch

1) Ratnowsky, l. c.

ist. Ist die Arbeit bei der Verschiebung der Ladung um die Strecke x gleich

$$A = a x^2 + c x^4,$$

so bewirkt das Glied vierter Ordnung ein Abnehmen von $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \cdot \frac{1}{\varrho}$ mit wachsender Temperatur, wenn $c > 0$ ist, ein Wachsen, wenn $c < 0$.

Die durch das Glied vierter Ordnung bewirkte Abweichung von der Proportionalität zwischen Kraft und Verschiebung ist sehr klein.

Ungerade Glieder im Ansatze für die Arbeit A bewirken einen polaren pyroelektrischen Effekt.

Die durch dieselben Glieder bewirkte Polarität der dielektrischen Eigenschaften ist außerordentlich schwach. Sie wird sich den feinsten Messungen entziehen.

Januar 1914.

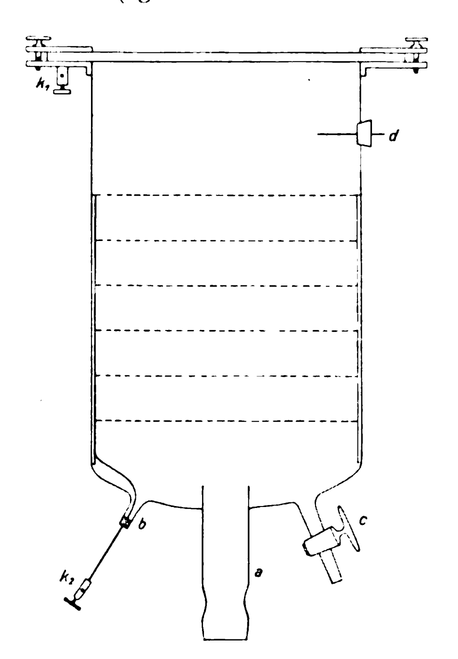
(Eingegangen 4. Februar 1914.)

Ein einfacher Apparat zur Demonstration der Wilsonschen Versuche über die Sichtbarmachung der Bahnen ionisierender Teilchen.

Von Heinrich Mache.

Bei der großen Bedeutung dieser Versuche für die Veranschaulichung der Atomlehre dürfte ein kleiner, bequemer und billiger Apparat nicht unwillkommen sein, der es ermöglicht, sie jederzeit ohne alle weitere Vorbereitung zu demonstrieren.

Ein Glasrohr von ca. 10 cm Länge und 6 cm Durchmesser (vgl. die nachstehende Skizze) ist oben durch eine Glasplatte, deren Unterseite nach Wilson gelatiniert ist, abgeschlossen. Um ein Abheben der Glasplatte bei Überdruck zu verhindern, ist an das Ende des Rohrs ein niedriger Flanschenring gekittet, gegen den die Platte mittels eines zweiten Ringes und dreier Schrauben gepreßt wird. Zur Erzielung vollkommener Dichtung kann ein Kautschukring eingelegt werden. Am unteren Ende des Rohres sind drei Ansätze angebracht, von denen der mittlere (a) von etwa 1 cm lichter Weite einige Millimeter in das Rohr hineinragt und am anderen Ende mit einem Gasschlauch verbunden wird, der zu einem Kautschukball von ca. 200 cm³ Inhalt führt. Im Glasrohr befindet sich, gut hineinpassend, ein Messingrohr von 6 cm Länge, in welches durch seitliche Schlitze in gleichen Abständen sechs Netze aus geschwärztem Messingdraht von 1 mm² Maschenweite eingesetzt werden. Der Raum zwischen dem obersten Netz und der Glasplatte dient als Nebelkammer. Durch eine seitlich im Glasrohr angebrachte kleine Öffnung (d) wird mittels eines Kautschukstöpsels ein Draht eingeführt, an dessen Ende sich etwas Radiumsalz oder Polonium befindet.



Das Anlegen des entionisierenden Feldes (100 bis 200 Volt) erfolgt bei den Klemmen k_1 und k_2. Die Klemme k_1 ist auf dem Flanschenring festgelötet und stellt mittels eines Stanniolstreifens eine leitende Verbindung mit dem Gelatinebelag der Glasplatte her. Die Klemme k_2 sitzt am Ende eines Drahtes, der durch den zweiten Ansatz (b) zu den Netzen führt. Der dritte Ansatz (c), der durch einen Hahn geschlossen wird, dient zum Einfüllen einiger Tropfen Wasser in den Boden des Rohres oder, wenn der Apparat in horizontaler Lage verwendet werden soll, zum Befeuchten von etwas Filterpapier oder Watte, die dort eingelegt wird. Die Beleuchtung (Bogenlampe) erfolgt von der Seite und der Beobachter blickt durch die Glasplatte gegen die geschwärzten Netze.

Wird der Kautschukball zusammengedrückt und wieder losgelassen, so bildet sich in der Kammer zunächst gewöhnlicher Staubnebel, der durch mehrmalige Wiederholung dieser Operation sich leicht ganz beseitigen läßt. Wird jetzt für den eigentlichen Versuch der Ball stark zusammengepreßt, etwas gewartet, damit die in der Nebelkammer bei der Kompression über den Netzen entstandenen kleinen Wirbel sich beruhigen, so zeigt sich beim plötzlichen Loslassen des Balles scharf und geradlinig das Nebelbild der α-Strahlen. Die Expansion der Luft in der Nebelkammer erfolgt also nahezu wirbellos. Zum sicheren Gelingen des Ver-

suches ist es vorteilhaft, nach dem Zusammendrücken des Balls den Schlauch zwischen den Fingern abzuklemmen, den Ball ganz frei zu geben und die Expansion durch plötzliches Loslassen des Schlauches vorzunehmen.

Der Versuch kann in rascher Folge beliebig oft wiederholt werden, der kleine Apparat ist stets unmittelbar gebrauchsfertig und will man photographieren, so kann ein *T*-Stück eingeschaltet und der Ball zugleich zum rechtzeitigen Lösen des Momentverschlusses verwendet werden. Übrigens lassen sich die Versuchsbedingungen innerhalb weiter Grenzen variieren, die Zahl der Netze vermindern, das Glasrohr verkürzen, ohne daß die Strahlen hierdurch wesentlich an Schärfe einbüßen, oder krumm werden. Ja selbst ganz ohne Netze kann die Erscheinung in dem oben beschriebenen Rohr noch recht gut wahrgenommen werden, wofern nur zwischen Messingrohr und Glasplatte ein elektrisches Feld vorhanden ist.

Physikalisches Laboratorium der technischen Hochschule in Wien.

(Eingegangen 5. Februar 1914.)

Zur Theorie des Glimmstroms. II [1]).

Von Ragnar Holm.

§ 4. Über die Abhängigkeit der positiven Säule eines in einem zylindrischen Rohr verlaufenen Glimmstromes vom Rohrdurchmesser.

Wertvolle Anhaltspunkte für Berechnungen zum Thema dieses Paragraphen erhält man durch Ähnlichkeitsbetrachtungen folgender Art.

Wir denken uns zwei Glimmentladungsröhren I und II, von denen I einen *a*mal größeren Durchmesser als II hat und suchen die Bedingungen dafür, daß ein Stück der Glimmsäule in I einem gewissen Stück der Glimmsäule in II ähnlich ist, und daß homologe Punkte in beiden Rohrteilen gleiche Potentiale besitzen. Die Indizes 1 und 2 mögen bei den folgenden Auseinandersetzungen auf die Vorgänge in den betreffenden Röhren I und II hinweisen.

Die geometrische Ähnlichkeit der Vorgänge (1) und (2), z. B. die Ähnlichkeit der Schichten, bezeichne ich als Gesetz A.

Eine vollständige Ähnlichkeit der beiden betreffenden Vorgänge würde verlangen, daß die Moleküldurchmesser und die freien Weglängen im Rohr II *a*mal kleiner sein sollen als im Rohr I. Von der Forderung betreffend den Moleküldurchmesser sehen wir ab, behalten nur die Forderung, daß die freien Weglängen im Rohr I *a*mal größer sein sollen als im Rohr II, und bezeichnen sie als Bedingung B. Es lassen sich nun einige interessante Beziehungen herleiten.

Aus der Bedingung B folgt, daß zwischen den Gasdrucken B_1 und B_2 die

Beziehung C: $B_2 = aB_1$

besteht.

Bedeutet nun ϱ Ladungsdichte, r Entfernung vom Aufpunkt, dv Volumenelement und V elektrisches Potential, so ist das Potential eines Punktes im Rohre I

$$V_1 = \int \frac{\varrho_1}{r_1} dv_1$$

und im Rohr II

$$V_2 = \int \frac{\varrho_2}{r_2} \cdot dv_2 .$$

Sind die Punkte homolog, so ist laut einer oben gemachten Voraussetzung

$$V_1 = V_2 .$$

Jedem r_2 entspricht nun ein $r_1 = ar_2$, und jedem dv_2 ein $dv_1 = a^3 dv_2$. Es kann also V_1 geschrieben werden:

$$V_1 = \int \frac{\varrho_1}{ar_2} \cdot a^3 dv_2 ,$$

und es gilt:

$$\int \frac{a^2 \cdot \varrho_1}{r_2} \cdot dv_2 \qquad \int \frac{\varrho_2}{r_2} \cdot dv_2 ,$$

so daß für alle homologen Punkte gültig ist die Beziehung D:

$$a^2 \varrho_1 = \varrho_2 .$$

Ionen und Elektronen an homologen Punkten haben in den beiden Röhren I und II natürlich dieselbe Geschwindigkeit, da sie auf homologen Weglängen von gleichgroßen Potentialdifferenzen in Bewegung gesetzt worden sind. Die Stromdichte J ist gleich dem Produkt aus Ladungsdichte und Ladungsgeschwindigkeit. Aus der Beziehung D folgern wir also

die Beziehung E:

$$a^2 J_1 = J_2 ,$$

und daraus, da ja der Querschnitt von Rohr I a^2mal größer ist als derjenige des Rohres II

die Beziehung F: Die Stromstärken sind in den Röhren I und II gleich.

Wir werden die abgeleiteten Beziehungen A bis F ausgezeichnet an experimentellen Daten bestätigt finden.

Was zuerst die geschichtete Glimmsäule bei schwachen Strömen anlangt, so liegen in meiner Abhandlung R. H.[1]) brauchbare Beobachtungen

1) I: Diese Zeitschr. 15, 241—249, 1914.

1) R. Holm, Göttinger Abhandl., neue Folge, Bd. 6, Nr. 2, 1908. Ich bezeichne diese Abhandlung mit R. H.

darüber vor. Die dortigen Tabellen 1 und 2 enthalten Beobachtungen an zwei mit Wasserstoff gefüllten Röhren von 40 bzw. 20,3 mm innerem Durchmesser. Die Beobachtungen mit mehr als 1 mm Druck dürften, was den Reinheitsgrad anlangt, gut miteinander vergleichbar sein[1]). Es wäre nun nach den Gesetzen A bis F zu erwarten, daß die Beobachtungen (1) am weiteren Rohr gut hineinpassen in die Diagramme, die man auf Grund der Beobachtungen (2) am engeren Rohr zeichnen kann, wenn die Werte (1) mit folgenden Koeffizienten multipliziert werden:

Längen	mit	0,51,
Potentiale	„	1,00,
Stromstärken	„	1,00,
Drucke	„	1,97.

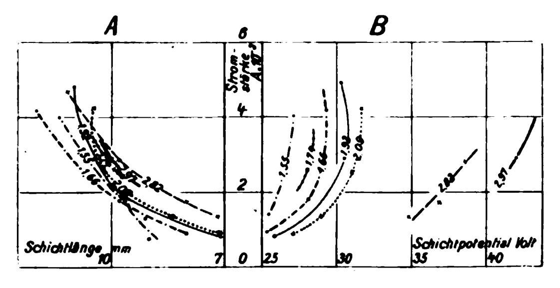


Fig. 2.

Die Diagramme A und B (Fig. 2) zeigen, wie gut die Beobachtungen in den verschiedenen Röhren sich mit Hilfe der obigen Koeffizienten (mit einer Ausnahme: als Druckkoeffizient wurde 1,9 statt 1,97 gebraucht) aufeinander reduzieren lassen. In den Diagrammen geben die die Kurven unterbrechenden Zahlen die den Kurven angehörigen Drucke in mm Hg an. Die durch Punkte markierten Beobachtungen gehören zum Rohr (2), die Kreuze beziehen sich auf die reduzierten Beobachtungen vom Rohr (1).

Wegen Beobachtungen an der geschichteten Glimmsäule bei großen Stromstärken nehme ich Arbeiten von Wehner und Neubert[2]) vor. Die Wehnersche Kurventafel III (S. 64) und die Neubertsche Kurventafel II (S. 1474) liefern tatsächlich direkt den Beweis dafür, daß die zu großen Stromstärken gehörenden Schichtenlängen in verschiedenen Röhren sich so verhalten, daß den Beziehungen A und C Genüge geleistet wird. Den entsprechenden Beweis für die Schichtenpotentiale liefern allerdings die Wehnerschen Beobachtungen nicht recht deutlich. Es kämen dafür die Daten seiner Kurventafel V, S. 79, in Frage, die aber, wie Wehner selbst bemerkt, daran leiden, daß die Gasfüllungen sehr verschiedenen Reinheitsgrad gehabt haben, so daß die Beobachtungen untereinander nicht gut vergleichbar sind. Auch bei Neubert fehlen für diesen Beweis geeignete Beobachtungen.

Der in Stickstoff verlaufende Glimmstrom ist empfindlicher gegen Verunreinigungen, als der in Wasserstoff verlaufende. Darauf wird es wohl beruhen, daß sowohl meine wie Wehners Beobachtungen mit Stickstoffüllungen nicht so schöne Diagramme ergeben haben, wie die Beobachtungen mit Wasserstoffüllungen. Die Beobachtungen an Stickstoff scheinen aber mit den obigen Ausführungen auch gut vereinbar zu sein.

Wegen der Kontrolle der Beziehungen A bis F im Falle einer ungeschichteten positiven Säule und kleiner Stromdichte werde ich Gebrauch von Angaben von R. Reiger[1]) machen.

Wenn X den Potentialgradient in $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ und i den Strom in Milliampere bedeutet, so gilt nach Reigers Berechnungen für nicht zu große Drucke und Stromstärken:

$$\sqrt{X} = a + \frac{b}{1+i},$$

wobei $\frac{a}{\sqrt{p}}$ ziemlich unabhängig ist sowohl vom Druck p als auch vom Durchmesser d des betreffenden Rohres. Die Größe b ist, nach Reigers Tabellen Nr. 37 bis 41 zu beurteilen, vom Druck recht unabhängig, dagegen in der Weise von d abhängig, daß

$$b \cdot d^m = \text{const}$$

wird, wo

$$1 > m > \frac{1}{2}$$

ist. Die Größe a ist in den angegebenen Fällen 5- bis 10mal größer als $\frac{b}{1+i}$.

Wir lassen nun die Gleichung:

$$\sqrt{X_1} = a_1 + \frac{b_1}{1+i}$$

für ein gewisses Rohr (1) Gültigkeit haben. In einem anderen Rohr (2), dessen lineare Dimensionen εmal kleiner sind als bei (1), müssen wir nach dem Obigen einen ähnlichen Stromvorgang wie in (1) mit gleichen Potentialen in homologen Punkten haben, wenn im Rohr (2) der Druck $p_2 = \varepsilon p_1$ ist, während die Stromstärke $= i$ bleibt.

1) Mehrere Eigentümlichkeiten der Beobachtungen bei niedrigeren Drucken dürften direkte Folgeerscheinungen der Verunreinigungen im Gas sein, und sind deshalb gegen Unterschiede im Reinheitsgrad äußerst empfindlich.

2) F. Wehner, Ann. d. Phys. **32**, 49, 1910; P. Neubert, Ann. d. Phys. **42**, 1454, 1913.

1) R. Reiger, Sitz.-Ber. d. Phys.-Med. Soz. in Erlangen **37**, 1—130, 1905. Reiger berücksichtigt Messungen von verschiedenen Forschern.



Für die positive Säule im Rohr (2) würde demnach gelten

$$\sqrt{X_2} = a_2 + \frac{b_2}{1+i},$$

wo aber $X_2 = \varepsilon X_1$ sein muß, eine Bedingung, die befriedigt wird, wenn:

$$a_2 = a_1 \sqrt{\varepsilon} \quad \text{und} \quad b_2 = b_1 \sqrt{\varepsilon}$$

sind.

Aus dem oben erwähnten experimentellen Gesetz $\frac{a}{\sqrt{p}} = \text{const}$ ergibt sich:

$$\frac{a_1}{\sqrt{p_1}} = \frac{a_2}{\sqrt{p_2}} = \frac{a_2}{\sqrt{p_1 \varepsilon}};$$

oder $a_2 = a_1 \sqrt{\varepsilon}$ gerade so, wie die Theorie verlangt.

Laut den experimentellen Gesetzen gilt weiter:

$$b_2 d_2^m = b_1 d_1^m = b_1 (d_2 \varepsilon)^m$$

oder:

$$b_2 = b_1 \cdot \varepsilon^m.$$

Wäre $m = \frac{1}{2}$ gewesen, so wäre hier den Gesetzen A bis E vollständig Genüge geleistet worden. Nun ist zwar m etwas größer als $\frac{1}{2}$, da aber, wie hervorgehoben, der Term $\frac{b_2}{1+i}$ verhältnismäßig klein ist, so können wir behaupten, daß die Gesetze A bis F mit guter Annäherung auch hier gelten.

Bei den größten Stromdichten, die Matthies und Struck[1]) brauchten, dürfte der E-Effekt seinen Sättigungswert erreicht haben, und man muß erwarten, daß das Potentialgefälle pro freie Weglänge bei bestimmter Temperatur einen vom Druck und vom Rohrdurchmesser unabhängigen Wert annimmt. Matthies und Struck veranschaulichen in ihrer Fig. 4 die Abnahmegeschwindigkeit des Potentialgradienten mit steigender Stromstärke. Die betr. Größe wird bei großen Stromstärken recht klein, ohne sich doch deutlich dem theoretischen Endwert Null asymptotisch zu nähern. Diese Abweichung von dem theoretischen Gesetz könnte aber nur scheinbar sein und würde vielleicht verschwinden, wenn die betreffenden Beobachtungen mit Berücksichtigung der Temperatur auf Gasdichten statt auf Drucke bezogen würden.

Die oben für die positive Säule hergeleiteten Gesetze A bis F haben auch außerhalb dieser Säule eine gewisse Bedeutung. Das Diagramm Fig. 3 ist nach demselben Prinzip wie die Diagramme Fig. 2 gezeichnet worden. Es bezieht sich auch auf dieselben Tabellen in meiner Abhandlung R. H. Die ausgezeichnete Übereinstimmung der ausgezogenen und der gestrichelten Kurven wurde durch folgende Reduktionskoeffizienten erreicht, für

Längen	0,52,
Stromstärken	1,2,
Drucke	1,8.

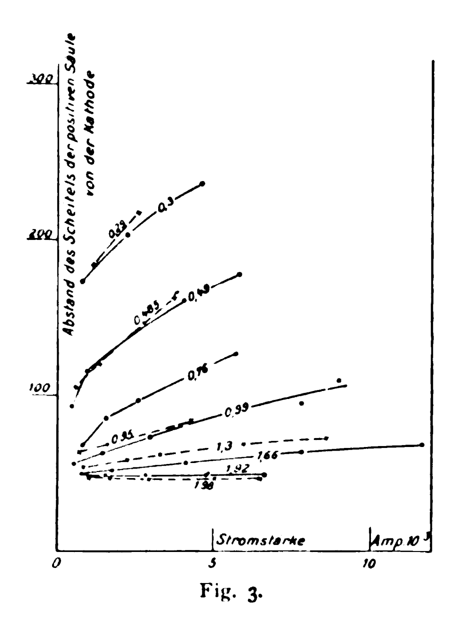


Fig. 3.

Als im § 3 von der Stabilität der Schichtung die Rede war, habe ich nur die Bedingung des kleineren Potentialgradienten in derjenigen Säulenart, die bestehen bleibt, besprochen. Es ist von vornherein klar, daß bei stabiler Schichtung das Verhältnis $\frac{\text{Schichtdurchmesser}}{\text{Schichtlänge}}$ nicht beliebig groß werden darf. Damit hängt zusammen, daß man in einem weiten Rohr von vornherein größere Schichtlänge erwarten muß als in einem engeren unter sonst gleichen Umständen. Im allgemeinen hat man natürlich auch eine Abnahme der Schichtlänge bei wachsendem Druck zu erwarten. Im Falle so großer Stromdichte, daß die Schichtlänge l von weiterer Vergrößerung des Stromes unabhängig ist, ist l eine recht einfache Funktion vom Druck p und dem Rohrdurchmesser d. Es gilt nämlich nach Goldstein[1]) bei konstantem d

$$l = k_1 \cdot p^{-m},$$

und nach Wehner[2]) bei konstantem p

$$l = k_2 d^n,$$

wobei, laut der von Wehner gefundenen Beziehung:

1) W. Matthies und H. Struck, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 83, 1912.

1) E. Goldstein, Berl. Ber. 1881, S. 877.
2) F. Wehner, Ann. d. Phys. **32**, 65, 66, 1910.

$$\log\frac{l}{d} + m\log pd = k_3,$$

welche einen Ausdruck für meine obigen Gesetze A und C gibt,

$$m + n = 1$$

sein muß, d. h.

$$l = k\cdot p^{-m}\cdot d^{1-m}\ ^{1)},$$

wo natürlich $0 < m < 1$ ist.

§ 5. Über das durch Elektronenstoß erregte Leuchten der Gase.

Die im § 1 erwähnten Untersuchungen des Verfassers über den Gegenstand dieses Paragraphen 5 wurden hauptsächlich in einem in Fig. 4

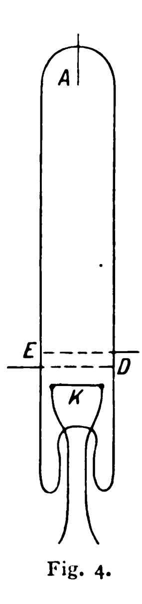


Fig. 4.

abgebildeten, 3,5 cm weiten Rohr ausgeführt. K bedeutet eine aus fünf parallelen mit Erdalkalioxyden bestrichenen Platinbändern bestehende Wehneltkathode. 3 mm oberhalb K befindet sich das Platindrahtnetz D und 2 mm oberhalb D das Platinnetz E. K kann durch etwa 12 Amp. bei 0,5 Volt Spannungsabfall in den Platinbändern auf helle Rotglut gebracht werden und stellt dabei eine sehr leistungsfähige Elektronenquelle dar, deren Elektronenabgabe durch Veränderung des Heizstromes variiert werden kann. A ist eine als Anode benutzbare Elektrode.

Das Netz E wurde über ein Mikroamperemeter mit D verbunden. Beide Netze wurden auf einer V Volt höheren (variablen) Spannung als K[2]) gehalten. Die von K ausgehenden Elektronen erhielten also zwischen K und D eine der Spannung V entsprechende Geschwindigkeit und erregten, wenn diese groß genug war, um die Netze herum und besonders zwischen ihnen ein Leuchten. Bei den Vorversuchen hatte ich einen zu großen Abstand zwischen D und E. Es kam dann bei kleinen V vor, daß die Elektronen das Netz E nicht erreichten, sondern schon unterhalb E absorbiert wurden und als Ionen eine Raumladung bildeten. Ich konnte nämlich durch Sondieren feststellen, daß das Potential von D nach oben mindestens ebenso steil sank wie von D nach K zu. Bei der schließlich gebrauchten Anordnung dürfte aber das Feld zwischen D und E ziemlich $= 0$ gewesen sein, und es kann damit gerechnet werden, daß das Leuchten dort von Elektronen erzeugt wurde, die ein Geschwindigkeitspotential $= V +$ ein in K gewonnenes Austrittspotential besaßen, vorausgesetzt, daß keine störenden elektrischen Doppelschichten an den Netzen hafteten.

Die niedrigsten V-Werte V_0, welche noch ein Leuchten im Gase zwischen D und E herbeiführten, wurden ausprobiert, und zwar unter sehr variierten Bedingungen, indem der Druck in H_2 und N_2 zwischen 0,03 und 0,3 mm Hg, in He zwischen 0,3 und 1 mm Hg und die Stärke des Elektronenstromes nach E[1]) zwischen 0,3 und 4 Milliampere variiert wurden. Bei einigen Versuchen wurde das Netz D durch Kathodenzerstäubung (Stromstärke etwa 30 Milliampere während $^1/_4$ Stunde) vorbehandelt, ehe die Messungen vorgenommen wurden. Die V_0-Werte ließen sich überraschend scharf bestimmen. Wenn nur das Gas sehr rein gehalten wurde, stimmten die verschiedenen Beobachtungen unabhängig von dem Druck und der Stromstärke auf $\pm 0,1$ bis $\pm 0,3$ Volt miteinander überein. Nur nach der Reinigung des Netzes durch Kathodenzerstäubung kam eine deutliche, aber kleine Verminderung (etwa 0,3 Volt) der V_0-Werte zum Vorschein. Die hier unten in der Tabelle 1 angegebenen V_0-Werte sind Mittel aus Bestimmungen ohne Vorbehandlung des Netzes, vermindert um 0,3 Volt. Für eine eventuelle Ausgangsgeschwindigkeit beim Verlassen der Wehneltkathode kann ich nicht korrigieren.

Die untersuchten Gasfüllungen waren sehr gut gereinigt, und wurden durch in flüssige Luft tauchende U-Röhren vor Hg- und anderen Dämpfen geschützt. Besondere spektroskopische oder andersartige Reinheitsproben hatte ich leider keine Gelegenheit auszuführen. Wenn etwas unreines Gas zugelassen wurde, verminderten

1) Vgl. Wehner, loc. cit., und Neubert, loc. cit.
2) Vom negativen Ende des K gerechnet.

1) Der Elektronenstrom nach E wurde durch den am Mikroamperemeter zwischen D und E abgelesenen Strom gemessen. D war direkt an die Spannung V angeschlossen.



sich die V_0-Werte in H_2 und N_2 bis um 2 Volt, in He bis um 8 Volt.

Tabelle 1.

Gas	V_0-Werte des Verf.	Kleinste lichterregende Geschwindigkeitspotentiale nach Gehrcke und Seeliger [1])
H_2	14,8 Volt	29 Volt
N_2	11,7 „	29 „
He	22,5 „ [2])	26 „

Die Übereinstimmung zwischen den Angaben von mir und denjenigen von Gehrcke und Seeliger ist recht schlecht. Es ist aber zu beachten, daß Gehrcke und Seeliger in ihrer Arbeit keiner genauen Bestimmung dieser Werte nachstrebten.

Franck und Hertz[3]) geben für H_2, N_2 und He folgende Ionisierungsspannungen an:

in H_2 11 Volt,
N_2 7,5 „ ,
He 20,5 „ .

Die V_0-Werte sind in ihrer Größe den Ionisierungsspannungen sehr ähnlich und zeigen bei den untersuchten Gasen denselben Gang wie jene, so daß die Vermutung eines nahen Zusammenhanges zwischen beiden Größen sich aufdrängt.

Es ist durch diese Untersuchung, wie im § 2 schon erwähnt wurde, bewiesen, daß jedenfalls bei gewissen für die Glimmsäule passenden Drucken und Elektronenstromdichten ein deutliches Leuchten nur dann erregt wird, wenn die Elektronen mehr als die kleinstmögliche Ionisierungsspannung besitzen, denn die größeren, bei meinen Versuchen beobachteten Stromstärken zwischen D und E würden in einer normalen kontinuierlichen Glimmentladung im betreffenden Rohr bei den bezüglichen Drucken vorkommen können.

Von einigen Versuchen, die ich mit einem in der Fig. 4 abgebildeten ähnlichen Rohr, bei dem das Netz E fehlte, ausgeführt habe, seien zwei erwähnt.

Fig. 5 zeigt eine Aufnahme einer leuchtenden Säule, so wie sie oberhalb D in Wasserstoff oder Stickstoff von etwa 0,05 mm Hg Druck entstand, wenn die Spannung V einen Wert zwischen 25 und 35 Volt hatte. Durch Sondierungen wurde festgestellt, daß die Spannung in dieser Säule nach oben hin ab-

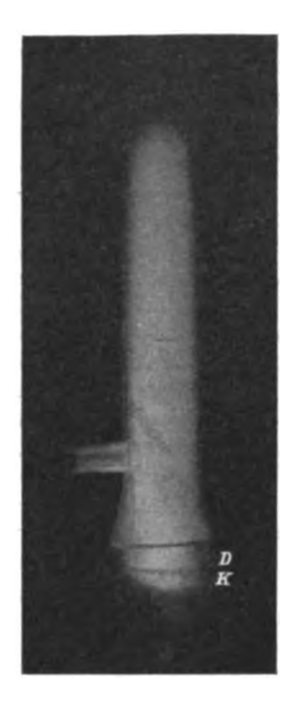


Fig. 5.

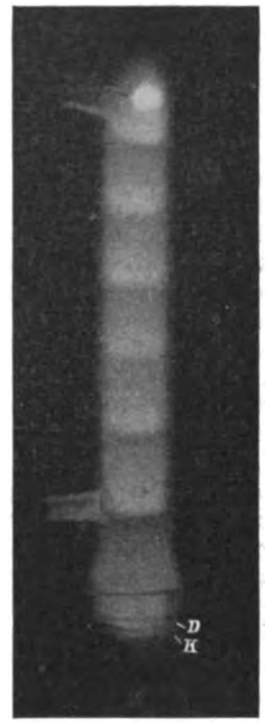


Fig. 6.

nahm; dies ist die Wirkung einer negativen Raumladung, die sich in der oberen Hälfte des Rohres ausbildete. Derartige Säulen, von denen die Figur ein besonders langes Exemplar zeigt, dürften von Elektronen erzeugt werden, welche in dem Felde oberhalb D eine Wurfbahn durcheilen, etwa so wie bei den Gehrcke-Seeligerschen Versuchen. Die Farbenfolge von oben nach unten ist dieselbe wie in positiven Schichten von der Kathode nach der Anodenseite.

Die Fig. 6 zeigt eine Aufnahme eines Stromvorganges, bei dem A als Anode diente. V war von der Größenordnung 20 Volt. Der Glimmstrom besteht in diesem Falle eigentlich aus lauter positiven Schichten. Die Schichten haben nämlich alle dieselbe Farbe und dasselbe Spektrum. Die unterste Schicht ist nur, teilweise auf Grund einer Erweiterung des unteren Rohrendes, etwas größer als die anderen. Eigentliche negative Gebilde sind hier nicht nötig gewesen, weil ohne sie die für den Strom nötige Elektronenzahl von der Wehneltkathode geliefert wurde.

(Eingegangen 11. Februar 1914.)

1) E. Gehrcke und R. Seeliger, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 341, 1912.
2) Gemessen in strömendem sehr reinem Gas.
3) J. Franck und G. Hertz, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 34, 1913.

Grundlagen einer relativistischen elektromagnetischen Gravitationstheorie.

Von Jun Ishiwara.

§ 1. Einleitung.

Von den Arbeiten, in denen das Problem der Gravitation vom Standpunkt der modernen physikalischen Anschauung behandelt ist, seien hier die von Einstein[1]), Abraham[2]), Nordström[3]), Mie[4]) und von Mc Laren[5]) hervorgehoben. Während die drei letzteren Autoren keine eingehendere Erklärung über die Natur des Gravitationspotentials versucht haben, ist bei Einstein und Abraham die Gravitationswirkung als von den raumzeitlichen Änderungen der Lichtgeschwindigkeit verursacht gedeutet. Nicht nur für das Erreichen eines einheitlichen Weltbildes ist diese Hypothese höchst wertvoll, sondern es scheint mir auch in der Tat, unseren gegenwärtigen Kenntnissen nach, kaum eine andere Hypothese über die physikalische Natur der Gravitation möglich. Die Theorie, die durch die genannte Hypothese charakterisiert ist, möchte ich der Kürze halber die „elektromagnetische" Gravitationstheorie nennen.

Bei seiner elektromagnetischen Gravitationstheorie hat Einstein schon von vornherein die Gültigkeit der Lorentztransformation für die Raumzeitkoordinaten, die für die frühere Relativitätstheorie so wesentlich war, aufgegeben, und bei den neueren Arbeiten eine leider nicht gelöste Verallgemeinerung derselben angenommen. Auch der Umstand, daß die Bewegungsgleichungen des materiellen Punktes, die in der zitierten Arbeit von Abraham gegeben wurden, zwar im unendlich kleinen Raumgebiete den Lorentztransformationen gegenüber invariant sind, aber nicht mehr im Einklang mit den Prinzipien der Dynamik stehen, hat Abraham bekanntlich dazu geführt, den ernsten Einwand gegen die ganze Relativitätstheorie zu erheben. Es scheint somit sich zu ergeben, daß die Gravitationstheorie, damit sie doch mit dem Relativitätsprinzip vereinbar sein kann, wenigstens nichts mit der Veränderlichkeit der Lichtgeschwindigkeit zu tun hat. So sind z. B. die relativistischen Theorien von Nordström und Mie ohne diese Hypothese aufgestellt, und die Natur des Gravitationspotentials ist darum vollkommen unerklärt gelassen.

Ein großes Interesse für die elektromagnetische Gravitationstheorie, die sich so zugunsten des elektromagnetischen Weltbildes zu ergeben hat, veranlaßt mich zum Versuch einer einfachen, relativistischen, elektromagnetischen Gravitationstheorie. Denn es scheint mir, daß die von Abraham getroffene theoretische Unzulänglichkeit in den Bewegungsgleichungen des materiellen Punktes in der Tat verschwinden müßte, sobald man sie aus dem dynamischen Grundprinzip, welches sich der relativtheoretischen Idee entsprechend formulieren läßt, herleiten würde. Die Grundlagen der Theorie, die mir auf diese Weise systematisch aufzubauen gelungen ist, möchte ich im folgenden kurz darlegen.

§ 2. Die Grundannahmen.

Die physikalischen Annahmen, auf denen die vorliegende Theorie überhaupt beruht, sind in die drei folgenden zusammengefaßt:

I. Das Prinzip der Relativität des infinitesimalen Raumzeit-Systems. Darunter verstehen wir die Invarianz eines Elementes:

$$d\Sigma = i c\, dv\, dt \tag{1}$$

der vierdimensionalen Raumzeitwelt gegenüber den Lorentztransformationen. Dabei ist dv das Volumelement des physikalischen Raumes, dt das Zeitelement, c der Raumzeitparameter, der als die Geschwindigkeit des elektromagnetischen Vorganges im leeren Raume zu verstehen ist. Übrigens ist $i = \sqrt{-1}$.

II. Die Hypothese über die Masse und das Gravitationsfeld. Wir nehmen den Raumzeitparameter c als eine Funktion von Ort und Zeit an und denken uns seinen Wert bis auf eine additive Konstante durch die Verteilung der Materie in der Raumzeitwelt bestimmt. Diese Hypothese führt uns nämlich dazu, das Potential des von der Materie verursachten Kraftfeldes, also des Gravitationsfeldes überhaupt, durch die Größe c bestimmt zu betrachten.

Wir schreiben jeder Energie des Gravitationsfeldes eine Masse zu, deren Ruhedichte ν^1 definiert wird durch

$$\nu^1 = \frac{1}{2\alpha c}(\Diamond c)^2, \tag{2}$$

wo $\Diamond$ den Gradienten von c in der vierdimensionalen Raumzeitwelt bedeutet, so daß also

$$(\Diamond c)^2 = \left(\frac{\partial c}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial c}{\partial z}\right)^2 - \left(\frac{1}{c}\frac{\partial c}{\partial t}\right)^2$$

ist. α ist eine universelle Konstante.

---

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. (4) **35**, 898, 1911; **38**, 355, 443 und 1059, 1912; A. Einstein und M. Großmann, Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation, Leipzig, 1913; A. Einstein, diese Zeitschr. **14**, 1249, 1913; **15**, 108, 1914.

2) M. Abraham, diese Zeitschr. **13**, 1, 310 und 793, 1912; Ann. d. Phys. (4) **38**, 1056; **39**, 444, 1912.

3) G. Nordström, diese Zeitschr. **13**, 1126, 1912; Ann. d. Phys. (4) **40**, 856; **42**, 533, 1913.

4) G. Mie, Ann. d. Phys. (4) **40**, 1, 1913; diese Zeitschr. **15**, 115 (263), 1914.

5) S. B. Mc Laren, Phil. Mag. (6) **26**, 636, 1913.

Jedes elementare Teilchen der Materie verstehen wir als einen Körper von unendlich kleinem Volumen, worin die Feldquelle von einer bestimmten endlichen Masse zusammengedrängt ist, und welcher also sich nahezu wie ein singularer Quellpunkt verhält. Die im Innern des Teilchens lokalisierte konstante Masse nennen wir die materielle Masse, deren Dichte durch ν bezeichnet werden soll.

Die Dichte der gesamten Masse eines physikalischen Systems ist gleich

$$\mu = \nu + \nu^1. \tag{3}$$

III. Das Prinzip der kleinsten Wirkung. Das besagt: Die wirklichen physikalischen Vorgänge finden immer derartig statt, daß die erste Variation des Wirkungsintegrals:

$$W = \int h \, d\Sigma_t = -\int \mu c \, d\Sigma \tag{4}$$

verschwindet. Wir nennen h die Dichte der Wirkungsgröße.

§ 3. Dynamische Prinzipien.

Wir betrachten ein materielles elementares Teilchen, dessen gesamte Ruhemasse

$$m_0 = \int \mu \, dv_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}} \int \mu \, dv \tag{5}$$

ist. Hierbei ist dv_0 das Ruhevolumenelement, $\mathfrak{v}$ die Geschwindigkeit des Teilchens. Indem wir für c seinen Mittelwert innerhalb des verschwindend kleinen Volumens des Teilchens ersetzen, dürfen wir den Faktor $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}$ vor dem Integral schreiben.

Das Wirkungsprinzip wird dann so geschrieben:

$$\delta W = -\delta \int m_0 c \, ds = 0, \tag{6}$$

wo

$$ds = |d\mathfrak{r}| = \sqrt{(d\mathfrak{r})^2 - c^2 dt^2} \tag{7}$$

ein lineares Element des Weltraumes ist.

Ein physikalisch abgeschlossener Körper ist nun durch einen bestimmten konstanten Wert der Wirkungsgröße zu charakterisieren, d. h. durch die konstante Größe $m_0 c$. Der zeitliche Vorgang bei einem solchen Körper muß also nach dem Gesetz:

$$\delta \int ds = 0 \tag{8}$$

vor sich gehen. Dieses letzte aber entspricht gerade dem Prinzip der geradesten Bahn von Hertz.

Setzt man

$$H = \int h \, dv, \tag{9}$$

so nimmt das Wirkungsprinzip die Hamiltonsche Form an:

$$\delta \int H c \, dt = 0. \tag{10}$$

Die Lagrangesche Gleichung läßt sich bekanntlich daraus ableiten, wenn man sich eine virtuelle Verschiebung $\delta\mathfrak{r}$ ausgeführt denkt. Dabei hat man freilich nicht dt, sondern die vierte Koordinate des Weltraumes $icdt$ unvariiert zu lassen. Indem man noch

$$\delta\left(\frac{\mathfrak{v}}{c}\right) = \frac{1}{c}\frac{d}{dt}(\delta\mathfrak{r}),$$

oder

$$\delta\mathfrak{v} = \frac{d}{dt}(\delta\mathfrak{r}) + \frac{\mathfrak{v}}{c}(\delta\mathfrak{r}, \nabla)c$$

beachtet und H als Funktion von $\mathfrak{v}$ und c betrachtet, erhält man

$$\delta H = \left(\delta\mathfrak{v}, \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}}\right) + \frac{\partial H}{\partial c}(\delta\mathfrak{r}, \nabla)c =$$
$$= \left(\frac{d}{dt}(\delta\mathfrak{r}), \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}}\right) + \frac{1}{c}\left(\mathfrak{v}, \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}}\right)(\delta\mathfrak{r}, \nabla)c +$$
$$+ \frac{\partial H}{\partial c}(\delta\mathfrak{r}, \nabla)c.$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Gleichung (10) ein und führt partielle Integration wie gewöhnlich aus, so findet man die Bedingung für das Verschwinden des Integrals so:

$$\frac{d}{dt}\left(c\frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}}\right) = c\left\{\left(\frac{\mathfrak{v}}{c}, \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}}\right) + \frac{\partial H}{\partial c}\right\}\nabla c. \tag{11}$$

Diese ist die relativistisch formulierte Lagrangesche Impulsgleichung. Die demgegenüberzustellende Energiegleichung kann man aus (11) und aus der Funktionsbeziehung:

$$\frac{dH}{dt} = \left(\frac{d\mathfrak{v}}{dt}, \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}}\right) + \frac{dc}{dt}\frac{\partial H}{\partial c}$$

erhalten. Es ist also

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left(\mathfrak{v}\frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}} - H\right) &= \mathfrak{v}\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}}\right) - \frac{dc}{dt}\frac{\partial H}{\partial c} = \\ &= -\left\{\left(\frac{\mathfrak{v}}{c}, \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}}\right) + \frac{\partial H}{\partial c}\right\}\frac{\partial c}{\partial t}. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Wird gesetzt:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{G} &= c\frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}}, \quad U = c\left(\mathfrak{v}\frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}} - H\right) = \mathfrak{v}\mathfrak{G} - cH, \\ \mathfrak{K} &= c\left\{\left(\frac{\mathfrak{v}}{c}, \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}}\right) + \frac{\partial H}{\partial c}\right\}\nabla c, \\ i\mathfrak{K}_t &= c\left\{\left(\frac{\mathfrak{v}}{c}, \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}}\right) + \frac{\partial H}{\partial c}\right\}\frac{\partial c}{ic\,\partial t}, \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

so gehen die Gleichungen (11) und (12) über in die übliche Form:

$$\frac{d\mathfrak{G}}{dt} = \mathfrak{K}, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{U}{c}\right) = \mathfrak{K}_t. \tag{14}$$

$\mathfrak{K}$ und $i\mathfrak{K}_t$ können als die räumliche bzw. zeitliche Komponente eines Vierervektors gedeutet werden. Indem wir

$$\int \boldsymbol{k}\, d\Sigma = \int \left\{ \left(\frac{\mathfrak{v}}{c}, \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}} \right) + \frac{\partial H}{\partial c} \right\} \cdot (\Diamond c) \cdot ic\, dt \qquad (15)$$

setzen, wollen wir den Vierervektor $\boldsymbol{k}$ als die Dichte der ponderomotorischen Viererkraft bezeichnen.

Sind $\mathfrak{g}$ und u die räumliche Dichte der Bewegungsgröße $\mathfrak{G}$ bzw. der Energie U, so kann man sich in bekannter Weise von der Gültigkeit der Beziehungen:

$$\left.\begin{aligned} \int \frac{d\mathfrak{G}}{dt} i\, dt &= \int \left\{ \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mathfrak{g}\mathfrak{v}_x}{c}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mathfrak{g}\mathfrak{v}_y}{c}\right) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\mathfrak{g}\mathfrak{v}_z}{c}\right) + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathfrak{g}}{\partial t} \right\} d\Sigma, \\ \int \frac{d}{dt}\left(\frac{U}{c}\right) i\, dt &= \int \left\{ \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{u\mathfrak{v}_x}{c^2}\right) + \right. \\ + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{u\mathfrak{v}_y}{c^2}\right) &+ \left. \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{u\mathfrak{v}_z}{c^2}\right) + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{u}{c}\right) \right\} d\Sigma \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

überzeugen. Wir können aber daraus schließen, daß dem Vierervektor $\boldsymbol{k}$ ein Welttensor $\boldsymbol{L}$ gegenübergestellt zu werden vermag. Also ist

$$\int \boldsymbol{k}\, d\Sigma = \int (\boldsymbol{L}, \boldsymbol{n})\, dS, \qquad (17)$$

wo dS ein Element der dreidimensionalen Begrenzung des Weltraumes Σ, $\boldsymbol{n}$ den Einheitsvierervektor nach der äußeren Normale von dS bedeutet. $\boldsymbol{L}$ nennen wir den dynamischen Welttensor.

Da allgemein

$$\left.\begin{aligned} \int (\boldsymbol{L},\boldsymbol{n})_x\, dS &= \int \mathbf{Div}_x \boldsymbol{L}\, dS = \\ &= \int \left(\frac{\partial L_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial L_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial L_{xz}}{\partial z} - \frac{i}{c}\frac{\partial L_{xt}}{\partial t} \right) d\Sigma, \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

usw. gilt, so ergibt ein Vergleich von (16) mit (18) die Ausdrücke für die Komponenten von $\boldsymbol{L}$, die zusammengefaßt werden sollen in

$$L = \left(\left(\begin{matrix} \frac{\mathfrak{g}\mathfrak{v}}{c}, & i\mathfrak{g} \\ i\frac{u\mathfrak{v}}{c^2}, & -\frac{u}{c} \end{matrix} \right)\right). \qquad (19)$$

Die Summe der Diagonalkomponenten des Welttensors $\boldsymbol{L}$ beträgt daher

$$S = L_{xx} + L_{yy} + L_{zz} + L_{tt} = \frac{1}{c}(\mathfrak{g}\mathfrak{v} - u) = h. \qquad (20)$$

Wir erhalten hier den Satz:

Der Lauesche Skalar[1]) des dynamischen Welttensors ist gleich der Dichte der Wirkungsgröße.

Es folgt aus (5) und (9) für das materielle Teilchen

$$H = -m_0 c \sqrt{1 - \frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}. \qquad (21)$$

Deshalb ist nach (13)

$$\mathfrak{g} = \frac{\mu\mathfrak{v}}{1 - \frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}, \qquad u = \frac{\mu c^2}{1 - \frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}. \qquad (22)$$

Während bei Einstein die Dimension dieser mechanischen Größen von der gewöhnlichen um den Faktor $\frac{1}{c}$ abweicht, kommt bei unserer Theorie diese Besonderheit nicht vor.

Aus (22) sehen wir noch ein, daß der dynamische Welttensor $\boldsymbol{L}$ vollkommen symmetrisch ist.

Ferner erhält man aus (21) unter Beachtung der Konstanz von ν

$$\left(\frac{\mathfrak{v}}{c}, \frac{\partial H}{\partial \mathfrak{v}}\right) + \frac{\partial H}{\partial c} = -\int \left(\mu + c\frac{\partial \nu^1}{\partial c}\right) d\nu_0 = = \int \frac{\partial h}{\partial c} d\nu.$$

Folglich ist nach (15)

$$\boldsymbol{k} = \Diamond h = -\mu \Diamond c - c \Diamond \nu^1. \qquad (23)$$

Die Dichte der ponderomotorischen Viererkraft ist gleich dem Gradienten der Dichte der Wirkungsgröße. Somit kann man auch schreiben:

$$dh = (\boldsymbol{k}\, d\boldsymbol{r}),$$

wodurch sich erkennen läßt, daß die Größe W tatsächlich die mechanische Wirkung der Kraft mißt. Die ponderomotorische Kraft setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Der erste Anteil, der zum negativen Gradienten von c proportional ist, sei nach der Grundannahme II als die gravitierende Kraft interpretiert. Die Größe c selbst spielt dann die Rolle des Gravitationspotentials. Die sogenannte schwere Masse, d. h. der Quantitätsfaktor der gravitierenden Kraft ist übrigens hierbei gleich μ. In diesem Sinne darf man also von der Gleichheit der trägen und der schweren Masse reden.

Der andere Bestandteil der Kraft $\boldsymbol{k}$ tritt dadurch auf, daß ν^1 veränderlich ist. Er drückt also eigentlich den Druck des Gravitationsfeldes auf das betrachtete physikalische System aus, welcher bei einem statischen Zustande mit der gravitierenden Kraft das Gleichgewicht halten soll. Es liegt ja hierin auch die Erklärung, wie eine gewisse Menge der materiellen Masse des elementaren Teilchens, ohne sich zusammen-

1) Diese Benennung ist zum erstenmal von Einstein eingeführt (A. Einstein und M. Großmann, Entwurf usw., l. c.).

zuziehen, in einem, wenn auch verschwindend kleinen, so doch einigermaßen verbreiteten Volumen lokalisiert werden kann[1]).

§ 4. Bemerkungen zur Raumzeitanschauung.

Die vierdimensionale dynamische Gleichung (17) sowie der Ausdruck für die Viererkraft (23) hat eine invariante Form gegenüber Raumzeitdrehung. Dies zeigt sich schon daran, daß in unserer Dynamik das Relativitätsprinzip in strengem Sinne erfüllt ist. So behält die Lorentztransformation ihre Gültigkeit in unendlich kleinem Gebiete bei. Daß die anderen dreidimensionalen dynamischen Gleichungen in der Tat mit ihr verträglich sind, wird etwa am einfachsten durch folgendes erwiesen.

Da die Größe

$$dW = i\left(\mathfrak{G}\,d\tau - \frac{U}{c}(c\,dt)\right)$$

ein totales Differential sein muß, so besteht

$$\frac{1}{c}\frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial t} = -\nabla\left(\frac{U}{c}\right) \;{}^{2)}. \qquad (24)$$

Andererseits folgt aus

$$0 = \frac{U}{c}\,d\tau - \mathfrak{G}\,(c\,dt)$$

die Beziehung:

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{U}{c}\right) = -\frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial x} \;{}^{3)}, \qquad (25)$$

falls man die x-Achse in der Richtung der Bewegung wählt.

Denkt man sich nun das ganze Bezugssystem als einen unendlich verbreiteten Körper und wendet die Gleichungen (24) und (25) an, so kann man hieraus die Beziehungen zwischen den Raumzeitkoordinaten ermitteln. Dabei hat man freilich jeden Punkt des das Bezugssystem repräsentierenden, imaginären Körpers mit vollkommen gleichen physikalischen Eigenschaften versehen, anzunehmen. Da aber die physikalische Eigenschaft des Weltraumes vollständig durch die Dichte der Wirkungsgröße $h = -\mu c$ charakterisiert ist, so hat man dies damit zu tun, daß die Wirkungsgröße h für alle Punkte des imaginierten Körpers konstant sei. Dies ist ja die Bedingung, daß kein physikalischer Vorgang im Raume stattfindet, und in der Tat auch, wie aus (23) erhellt, die, daß die ganze ponderomotorische Kraft verschwindet. Andererseits sieht man noch ein, daß die Konstanz von h mit der Grundvorstellung verträglich sein kann, daß $d\Sigma$ und $dW = h\,d\Sigma$ totale Differentiale sind.

Nimmt man also die Größe μc raumzeitlich konstant an, so reduzieren sich die Gleichungen (24) und (25) auf

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\mathfrak{v}}{c\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}\right) = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}\right),$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}\right) = -\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\mathfrak{v}}{c\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}\right).$$

Diese sind aber nichts anderes als die Bedingungen, daß

$$c\,dt_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}\left(c\,dt - \frac{\mathfrak{v}}{c}\,dx\right),$$

und

$$dx_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}\left(dx - \frac{\mathfrak{v}}{c}\,c\,dt\right)$$

totale Differentiale sein sollen.

§ 5. Das Gravitationsfeld.

Die außerordentliche Bedeutung des Wirkungsprinzips liegt darin, daß alle Naturgesetze für die reversiblen Vorgänge überhaupt aus ihm allein abgeleitet werden können. Ebenso wie die Bewegungsgleichungen des materiellen Teilchens durch virtuelle Verschiebung, so kann man auch die Differentialgleichung des Gravitationsfeldes dann aus demselben Prinzip herausziehen, wenn man sich eine Variation des Gravitationspotentials c ausgeführt denkt.

Indem wir das Wirkungsprinzip mit Hilfe von (2) so schreiben:

$$-\delta W = \delta\int\left\{\frac{1}{2\alpha}(\Diamond c)^2 + \nu c\right\}d\Sigma = 0, \qquad (26)$$

und berücksichtigen:

$$\delta(d\Sigma) = 0,$$

können wir bei einer Variation von c erhalten:

$$\int \nu\,\delta c\,d\Sigma + \int\frac{1}{\alpha}(\Diamond c)\,\delta(\Diamond c)\,d\Sigma = 0,$$

woraus sich nach partiellen Integrationen als die Bedingung für das Verschwinden des Ausdruckes ergibt:

$$\frac{1}{\alpha}\Diamond^2 c = \nu. \qquad (27)$$

Hier ist zur Abkürzung gesetzt:

1) Die elektrische Ladung des Elektrons betreffend soll das Entsprechende der Fall sein.

2) Diese Beziehung kann man auch mittels der Identität $\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{U}{c^2}\right) = \frac{\mathfrak{v}}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\mathfrak{G}}{c}\right)$, und mittels der zweiten Gleichung in (14) verifizieren.

3) Die Gültigkeit dieser Beziehung kann ebenso durch die erste Gleichung in (14) leicht bestätigt werden.

$$\Diamond^2 c = \mathbf{div}(\Diamond c) = \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{c}\frac{\partial c}{\partial t}\right). \qquad (28)$$

Die Gleichung (27) ist die Grundgleichung des Gravitationsfeldes, die der Poissonschen entspricht. In Worten lautet sie: Die Divergenz des Gradienten des Gravitationspotentials ist proportional der materiellen Masse.

Der Ausdruck (23) für die ponderomotorische Kraft wird infolgedessen auch so geschrieben:

$$\boldsymbol{k} = -\frac{1}{\alpha}(\Diamond^2 c)\cdot(\Diamond c) - \Diamond\left(\frac{(\Diamond c)^2}{2\alpha}\right). \qquad (29)$$

Wir sind nun in der Lage, dem der Viererkraft $\boldsymbol{k}$ gegenübergestellten Tensor $\boldsymbol{L}$ einen anderen Ausdruck zuzuordnen. Wir setzen nämlich für die Komponenten von $\boldsymbol{L}$:

$$\boldsymbol{L} = -\frac{1}{\alpha}[[\Diamond c, \Diamond c]] = -\frac{1}{\alpha}\left\|\begin{matrix} \frac{\partial c}{\partial x}\frac{\partial c}{\partial x}, & \frac{\partial c}{\partial x}\frac{\partial c}{\partial y}, & \frac{\partial c}{\partial x}\frac{\partial c}{\partial z}, & \frac{\partial c}{\partial x}\frac{1}{ic}\frac{\partial c}{\partial t} \\ \frac{\partial c}{\partial y}\frac{\partial c}{\partial x}, & \frac{\partial c}{\partial y}\frac{\partial c}{\partial y}, & \frac{\partial c}{\partial y}\frac{\partial c}{\partial z}, & \frac{\partial c}{\partial y}\frac{1}{ic}\frac{\partial c}{\partial t} \\ \frac{\partial c}{\partial z}\frac{\partial c}{\partial x}, & \frac{\partial c}{\partial z}\frac{\partial c}{\partial y}, & \frac{\partial c}{\partial z}\frac{\partial c}{\partial z}, & \frac{\partial c}{\partial z}\frac{1}{ic}\frac{\partial c}{\partial t} \\ \frac{1}{ic}\frac{\partial c}{\partial t}\frac{\partial c}{\partial x}, & \frac{1}{ic}\frac{\partial c}{\partial t}\frac{\partial c}{\partial y}, & \frac{1}{ic}\frac{\partial c}{\partial t}\frac{\partial c}{\partial z}, & \frac{1}{ic}\frac{\partial c}{\partial t}\frac{1}{ic}\frac{\partial c}{\partial t} \end{matrix}\right\|. \qquad (30)$$

Dann können wir uns nach einiger Ausrechnung davon überzeugen, daß die Gleichung (17) durch die Ausdrücke (29) und (30) identisch erfüllt wird. Auffallend ist die Einfachheit und die vollkommene Symmetrie des Ausdruckes von $\boldsymbol{L}$. Dieser Tensor hängt mit dem von Abraham eingeführten Gravitationstensor $\boldsymbol{G}$, der dieselben Schubkomponenten wie $\boldsymbol{L}$ hat, dessen Diagonalkomponenten aber von denen des Tensors $\boldsymbol{L}$ um ein Glied $\frac{1}{2\alpha}(\Diamond c)^2$ verschieden sind, folgendermaßen zusammen:

$$\mathbf{Div}\,\boldsymbol{G} = \mathbf{Div}\,\boldsymbol{L} + \Diamond(\nu^1 c). \qquad (31)$$

Daher ergibt sich, da $\mathbf{Div}\,\boldsymbol{L} = -\Diamond(\mu c)$ ist,

$$\mathbf{Div}\,\boldsymbol{G} = -\nu\Diamond c. \qquad (32)$$

Die Divergenz des Abrahamschen Tensors ist gleich der gravitierenden Kraft, die auf die materielle Masse allein wirkt.

London, 8. Februar 1914.

(Eingegangen 12. Februar 1914.)

Spannungsverteilung bei der Berührung zweier elastischer Zylinder.

Von M. T. Huber und S. Fuchs.

Die vorliegende Arbeit bildet eine weitere Folge der von den Verfassern veröffentlichten Darstellung einer Spannungsverteilung bei der Berührung zweier elastischer Kugeln[1]). Wir wollen im folgenden den praktisch wichtigen Fall behandeln, daß nämlich zwei elastische Zylinder sich längs einer erzeugenden Geraden in einem sehr kleinen Teile ihrer Oberfläche berühren und dabei einen endlichen Druck gegenseitig ausüben. Die sich berührenden Oberflächen sollen vollkommen glatt sein, d. h. wir schließen das Vorhandensein tangentialer Druckkomponenten vollständig aus. Wir betrachten zunächst die „Druckfläche" als Grenzfall einer elliptischen Druckfläche, von der die große Achse $\boldsymbol{a}$ unendlich geworden ist, was bei Walzen, die ziemlich lang im Verhältnis zu ihrem Durchmesser sind, nicht bedenklich erscheint. Demgemäß müssen wir auch den Gesamtdruck $\boldsymbol{p}$ unendlich werden lassen, wenn der Druck auf die Längeneinheit des Zylinders $p' = \frac{p}{l}$ endlich erscheinen soll.

Wir können nach Hertz[1]) die unbestimmte Größe $\frac{p}{a} = \frac{\infty}{\infty}$ gleich $\frac{4}{3}p'$ setzen und erhalten dann, wenn $r_1 = \frac{1}{\varrho_1}$ und $r_2 = \frac{1}{\varrho_2}$ die Halbmesser, $E_1\mu_1$, $E_2\mu_2$ die Young- bzw. Poissonsche und

$$\vartheta_1 = \frac{4(1-\mu_1^2)}{E_1}, \quad \vartheta_2 = \frac{4(1-\mu_2^2)}{E_2}$$

die Hertzsche Elastizitätskonstanten der beiden Zylinder bezeichnen, für die kleine Halbachse $\boldsymbol{b}$

1) M. T. Huber, „Zur Theorie der Berührung fester elastischer Körper", Ann. d. Phys. 14, 153—163, 1904. S. Fuchs, „Hauptspannungstrajektorien bei der Berührung einer Kugel mit einer Platte", diese Zeitschr. 14, 1282 bis 1285, 1913.

1) „Über die Berührung fester elastischer Körper und über die Härte", Verh. d. Ver. zur Beförd. d. Gewerbefleißes, Berlin 1882; oder auch „Gesammelte Werke" I, 174—196, 1895.

der Druckellipse, die der „Drucklinie“ im Querschnitte der Walzen entspricht:

$$b = \sqrt{\frac{p'(\vartheta_1 + \vartheta_2)}{\pi(\varrho_1 + \varrho_2)}}. \qquad \text{(I)}$$

Die Auswertung der Druckkomponenten kann an Hand der Hertzschen allgemeinen Gleichungen[1]) geschehen:

$$\left.\begin{aligned}
X_x &= -\frac{E}{1+\mu}\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} - 4\mu\frac{\partial P}{\partial z}\\
Y_y &= -\frac{E}{1+\mu}\frac{\partial^2 \Pi}{\partial y^2} - 4\mu\frac{\partial P}{\partial z}\\
Z_z &= -\frac{E}{1+\mu}\frac{\partial^2 \Pi}{\partial z^2} - 4(2-\mu)\frac{\partial P}{\partial z}\\
X_y &= -\frac{E}{1+\mu}\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x \partial y}\\
X_z &= 2z\frac{\partial^2 P}{\partial x \partial z}\\
Y_z &= 2z\frac{\partial^2 P}{\partial y \partial z}.
\end{aligned}\right| \qquad \text{(II)}$$

Obigen Formeln ist in jedem der beiden sich berührenden Körper ein besonderes mit ihm im Unendlichen starr verbundenes, rechtwinklig-geradliniges Koordinatensystem zugrunde gelegt, und zwar derart, daß die xy-Ebene und die z-Achse des Systems mit der gemeinsamen Tangentialebene bzw. mit der Normalen, die in die Richtung des auszuübenden Druckes fällt, während der ursprünglichen mathematischen Berührung zusammenfällt; die x-Achse können wir uns dabei parallel der Zylinderachse denken, während die in das Innere eines jeden Zylinders gezogene z-Achse als positiv gelten soll.

Die Verschiebung der beiden Körper gegeneinander bei einem auf die Körper ausgeübten Drucke hat natürlich auch eine gegenseitige Verschiebung der beiden Koordinatensysteme zur Folge, und zwar parallel der z-Achse, wobei ihre Größe der Annäherung der von der Druckfläche unendlich entfernten Teile beider Körper gleich ist. Die xy-Ebene entfernt sich also von der Druckfläche um eine unendlich kleine Strecke und kann daher als in der Oberfläche liegend angesehen werden, ebenso die Richtung der z-Achse als die Richtung der gemeinsamen Normalen.

X_x, Y_y, Z_z bezeichnen die Normaldruckkomponenten in der Richtung der x-, y-, z-Achse, während X_y die Tangentialdruckkomponente in der Richtung der x-Achse bildet, welche in einem Flächenelemente, dessen Normale die y-Richtung hat, von dem Körperteile, in dem y kleinere Werte besitzt, auf denjenigen, in dem y größer ist, ausgeübt wird; analoge Bezeichnungen gelten für die übrigen Tangentialkomponenten. P ist außerhalb der Druckfläche eine Funktion der Koordinaten von der Form:

$$P = \frac{p'}{4\pi}\int_u^\infty \frac{1 - \frac{y^2}{b^2+\lambda} - \frac{z^2}{\lambda}}{\sqrt{(b^2+\lambda)\lambda}}\, d\lambda, \qquad \text{(III)}$$

wo die untere Integralgrenze u die positive Wurzel der quadratischen Gleichung

$$\frac{y^2}{b^2+u} + \frac{z^2}{u} = 1 \qquad \text{(IV)}$$

bezeichnet. Für das Innere der Druckfläche ist die untere Grenze des Integrals $u = 0$ zu setzen. Schließlich bezeichnet Π zwei Funktionen, deren eine sich auf den einen, die andere auf den anderen Körper bezieht:

$$\left.\begin{aligned}
\Pi_1 &= -\frac{2(1+\mu_1)}{E_1}P + \\
&\quad + \frac{2(1+\mu_1)(1-2\mu_1)}{E_1}\left\{\int_z^\infty P\,dz - J_\infty\right\}\\
\Pi_2 &= -\frac{2(1+\mu_2)}{E_2}P + \\
&\quad + \frac{2(1+\mu_2)(1-2\mu_2)}{E_2}\left\{\int_z^\infty P\,dz - J_\infty\right\}.
\end{aligned}\right| \qquad \text{(V)}$$

Hierin bezeichnet J_∞ eine unendliche Konstante, die so gewählt ist, daß Π endlich wird.

Da die Funktion P also auch Π, wie ersichtlich, von der x-Koordinate unabhängig ist, darf man wegen (II) annehmen, daß der Spannungszustand in jedem Querschnitte derselbe ist, wie in jedem anderen, d. h. wir haben hier mit einem ebenen Problem zu tun. In der Tat werden hier zwei Tangentialspannungen zu Null, und zwar:

$$X_y = X_z = 0,$$

was bekanntlich den zweiachsigen Spannungszustand bedingt.

Da unsere Gleichungen demnach für jede beliebige Lage des Koordinatenursprungs gelten, können wir daher ihn jedesmal mit dem Punkte zusammenfallen lassen, welcher den gewählten Querschnitt bestimmt.

Das Integral (III) läßt sich in folgender geschlossener Form darstellen:

$$P = \frac{p'}{2\pi}\left\{J_\infty - \ln\frac{1}{b}\left(\sqrt{u} + \sqrt{b^2+u}\right) - \frac{\frac{y^2}{\sqrt{b^2+u}} + \frac{z^2}{\sqrt{u}}}{\sqrt{b^2+u}+\sqrt{u}}\right\}, \qquad (1)$$

1) „Über die Berührung fester elastischer Körper“. Journ. f. d. reine u. angew. Mathem. **92**, 156—171, 1881; oder auch „Ges. Werke“ **1**, 155—173, 1895.

wo wegen (IV)

$$u = \frac{1}{2}\left[y^2 + z^2 - b^2 + \sqrt{(y^2+z^2-b^2)^2 + 4b^2z^2}\right]. \qquad (2)$$

Die Differentiation nach z liefert ohne Schwierigkeit:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{p'}{2\pi}\left\{\frac{\partial u}{\partial z}\left[-\frac{1}{2\sqrt{(b^2+u)u}} + \frac{\sqrt{b^2+u}-\sqrt{u}}{2b^2}\,\frac{\sqrt{b^2+u}+\sqrt{u}}{\sqrt{(b^2+u)u}}\right] + \frac{2}{b^2}(\sqrt{u}-\sqrt{b^2+u})\frac{z}{\sqrt{u}}\right\}.$$

Hier verschwindet jedoch identisch der Ausdruck in der eckigen Klammer; folglich ist

$$\frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{p'z}{\pi b^2}\left\{\sqrt{\frac{b^2+u}{u}} - 1\right\}. \qquad (3)$$

Die Verdichtung in einem beliebigen Punkte des Körpers außerhalb der Druckfläche ist gegeben durch die Hertzsche Gleichung:

$$\sigma = \frac{4(1+\mu)(1-2\mu)}{E}\frac{\partial P}{\partial z}, \qquad \text{(VI)}$$

also wegen (3):

$$\sigma = -\frac{p'}{\pi b^2}\,\frac{4(1+\mu)(1-2\mu)}{E}\,\frac{\sqrt{b^2+u}-\sqrt{u}}{\sqrt{u}}\,z. \qquad (4)$$

Aus (V) folgt ohne Berücksichtigung der Indizes:

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial x^2} = \frac{2(1+\mu)}{E}\left\{(1-2\mu)\int_z^\infty \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}dz - z\frac{\partial^2 P}{\partial x^2}\right\} \qquad (5)$$

und wegen

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0$$

folgt aus (II) für die normale Druckkomponente außerhalb der Druckfläche:

$$X_x = -4\mu\frac{\partial P}{\partial z},$$

also wegen (3)

$$X_x = 4\mu\frac{p'z}{\pi b^2}\left[\sqrt{\frac{b^2+u}{u}} - 1\right]. \qquad (6)$$

Für die in die Richtung des Druckes fallende Spannungskomponente findet man aus (II) und (V) die allgemeine Gleichung:

$$Z_z = -2\frac{\partial P}{\partial z} + 2z\frac{\partial^2 P}{\partial z^2}. \qquad \text{(VII)}$$

Berücksichtigt man die wegen (IV) bestehende Identität:

$$\frac{1}{2u+b^2-y^2-z^2} = \frac{u}{u^2+b^2z^2} \qquad (7)$$

und bildet den Differentialquotienten

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{2z(b^2+u)u}{u^2+b^2z^2}, \qquad (8)$$

so liefert die Differentiation von (3):

$$\frac{\partial^2 P}{\partial z^2} = -\frac{p'}{\pi b^2}\left\{\frac{u^2}{u^2+b^2z^2}\sqrt{\frac{b^2+u}{u}} - 1\right\}. \qquad (9)$$

Folglich ist

$$Z_z = \frac{2p'}{\pi}\,\frac{z^3}{u^2+b^2z^2}\sqrt{\frac{b^2+u}{u}}. \qquad (10)$$

Die dritte Normalkomponente Y_y finden wir aus der Relation:

$$X_x + Y_y + Z_z = -4(1+\mu)\frac{\partial P}{\partial z}, \qquad (11)$$

welche aus den Gleichungen (II), wegen

$$\nabla^2 \Pi = -\frac{4(1+\mu)}{E}\frac{\partial P}{\partial z} \qquad \text{(VIII)}$$

leicht zu entnehmen ist. Wir erhalten demnach:

$$Y_y = \frac{2p'z}{\pi b^2}\left\{\sqrt{\frac{b^2+u}{u}}\left[2 - \frac{b^2z^2}{u^2+b^2z^2}\right] - 2\right\}. \qquad (12)$$

Unter Berücksichtigung, daß

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2u^2y}{u^2+b^2z^2}, \qquad (13)$$

erhalten wir schließlich wegen (3) für die tangentiale Druckkomponente die Formel:

$$Y_z = \frac{2p'}{\pi}\,\frac{yz^2}{u^2+b^2z^2}\sqrt{\frac{u}{b^2+u}}. \qquad (14)$$

Wie aus den Formeln (6), (10), (12), (14) leicht einzusehen ist, verschwinden alle vier Druckkomponenten für die unendlichen Werte der Koordinaten, was den von Hertz gewählten Grenzbedingungen vollkommen genügt.

Mit Hilfe der bekannten Formel:

$$S_{\substack{\max\\\min}} = \frac{1}{2}\left[Y_y + Z_z \pm \sqrt{(Z_z - Y_y)^2 + 4Y_z^2}\right]$$

findet man leicht die größte und die kleinste Hauptspannung (außerhalb der Druckfläche):

$$S_{\substack{\max\\\min}} = \frac{2p'z}{\pi b^2}\left\{\sqrt{\frac{b^2+u}{u}} - 1 \pm \sqrt{\left[1 - \frac{u^2}{u^2+b^2z^2}\sqrt{\frac{b^2+u}{u}}\right]^2 + \left[\frac{b^2yz}{u^2+b^2z^2}\right]^2\frac{u}{b^2+u}}\right\}; \qquad (15)$$

die mittlere Hauptspannung wird, wie ersichtlich, mit X_x identisch.

Die Größe der Hauptdrucke in der z-Achse ergibt sich ohne Schwierigkeit mit

$$(u)_{y=0} = z^2$$

aus den allgemeinen Formeln (6), (10), (12):

$$(X_x)_{y=0} = \frac{4\mu p'}{\pi b^2}\left[\sqrt{b^2+z^2} - z\right] \qquad (16)$$

$$(Y_y)_{y=0} = \frac{2p'}{\pi b^2}\left\{\sqrt{b^2+z^2}\left[2 - \frac{b^2}{b^2+z^2}\right] - 2z\right\} \qquad (17)$$

$$(Z_z)_{y=0} = \frac{2p'}{\pi\sqrt{b^2+z^2}}. \qquad (18)$$

Für den Koordinatenursprung erhalten wir folglich mit $z = 0$:

$$X_x^0 = \frac{4\mu p'}{\pi b} \qquad (19)$$

$$Y_y^0 = Z_z^0 = \frac{2p'}{\pi b}. \qquad (20)$$

Da in der Druckfläche $z = 0$ und $u = 0$ zu setzen ist, so nimmt in allgemeinen Formeln für X_x, Y_y und Z_z der Ausdruck $\frac{z}{\sqrt{u}}$ die Form $\frac{0}{0}$ an. Findet man aber auf bekannte Weise seinen wahren Wert:

$$\left(\frac{z}{\sqrt{u}}\right)_{\substack{z=0\\u=0}} = \frac{\sqrt{b^2-y^2}}{b},$$

dann gelten für die Hauptdrucke in der Druckfläche folgende Formeln:

$$X_x = \frac{4\mu p'}{\pi b^2}\sqrt{b^2-y^2} \qquad (21)$$

$$Y_y = Z_z = \frac{2p'}{\pi b^2}\sqrt{b^2-y^2}. \qquad (22)$$

Die letzte Gleichung ist bereits von Hertz angegeben worden.

Es ist zu beachten, daß für $y = b$, also am Rande der Druckfläche, alle Spannungskomponenten verschwinden, während bei zwei sich berührenden Kugeln gerade am Rande des Druckkreises die größte Zugspannung entsteht[1]).

Die Spannungsverteilung in einem gegebenen Körper wird durch Angabe der Spannungstrajektorien besonders klar dargestellt. Bezeichnet γ und $\gamma + \frac{\pi}{2}$ die Neigung der Hauptrichtungen gegen die y-Achse für die in der yz-Ebene liegenden Punkte, dann gilt bekanntlich folgende Formel:

$$\operatorname{ctg} 2\gamma = \frac{Z_z - Y_y}{2 Y_z}$$

und wegen (10), (12), (14) ist:

$$\operatorname{ctg} 2\gamma = \frac{b^2+u}{b^2 y z}\left\{\frac{u^2+b^2z^2}{u}\sqrt{\frac{u}{b^2+u}} - u\right\}. \qquad (23)$$

Aus der letzten Gleichung findet man ohne Schwierigkeit die Differentialgleichungen der beiden Hauptspannungstrajektorien:

$$\frac{dy}{dz} = -\frac{b^2+u}{b^2 y z}\left[\sqrt{\left\{\frac{u^2+b^2z^2}{u}\sqrt{\frac{u}{b^2+u}} - u\right\}^2 + \left\{\frac{b^2 y z}{b^2+u}\right\}^2} + \frac{u^2+b^2z^2}{u}\sqrt{\frac{u}{b^2+u}} - u\right]$$

$$\frac{dY}{dz} = \frac{b^2+U}{b^2 Y z}\left[\sqrt{\left\{\frac{U^2+b^2z^2}{U}\sqrt{\frac{U}{b^2+U}} - U\right\}^2 + \left\{\frac{b^2 Y z}{b^2+U}\right\}^2} - \frac{U^2+b^2z^2}{U}\sqrt{\frac{U}{b^2+U}} + U\right], \qquad (24)$$

wobei (y, z) bzw. (Y, z) die Koordinaten der beiden Trajektorienscharen und U eine Funktion der Y, z analog der Gleichung (2) bezeichnen. Die Integration dieser Gleichung scheitert jedoch praktisch wegen ihrer großen Kompliziertheit. Man kann aber mit Vorteil die approximative Heunsche Lösung[1]) anwenden, bei der eine vorgeschriebene Annäherung nicht durch willkürliche Vermehrung der Gliederzahl einer Formel, sondern im wesentlichen durch sukzessive Substitutionen erreicht wird. Wählen wir eine Approximation dritter Ordnung, dann gelten, wenn wir an die den Gleichungen (24) zugrunde gelegten Bezeichnungen

$$\operatorname{ctg}\gamma = \left[\frac{dy}{dz}\right] = \psi(y, z)$$

$$\operatorname{tg}\gamma = \left[\frac{dY}{dz}\right] = \Psi(Y, z) \qquad (24')$$

denken, folgende einfache Formeln:

$$\Delta y = \frac{1}{4}\{\operatorname{ctg}\gamma + 3\operatorname{ctg}\gamma'\}\Delta z$$

$$\Delta Y = \frac{1}{4}\{\operatorname{tg}\gamma + 3\operatorname{tg}\gamma'\}\Delta z, \qquad (25)$$

wobei

$$\operatorname{ctg}\gamma' = \psi\left(y \pm \frac{2}{3}\psi\left\{y \pm \frac{1}{3}\psi(y, z)\Delta z,\quad z + \frac{1}{3}\Delta z\right\}\Delta z,\quad z + \frac{2}{3}\Delta z\right)$$

$$\operatorname{tg}\gamma' = \Psi\left(Y + \frac{2}{3}\Psi\left\{Y + \frac{1}{3}\Psi(Y, z)\Delta z,\quad z \pm \frac{1}{3}\Delta z\right\}\Delta z,\quad z + \frac{2}{3}\Delta z\right). \qquad (25')$$

Δy bzw. ΔY bezeichnen offenbar den Zuwachs der Funktion $y = f(z)$ bzw. $Y = F(z)$ bei entsprechender Änderung von z um Δz; bei bekannter Anfangsstelle (y, z) ist es also möglich,

1) Zeitschr. f. Math. u. Phys. **45**, 30, 1900.

1) Huber, l. c.

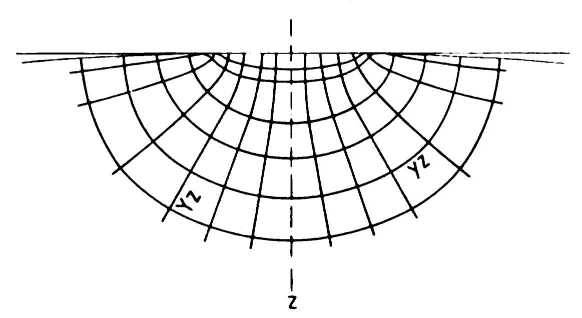
die unbekannte Funktion $y = f(z)$ sukzessive analytisch fortzusetzen. Bei Wahl des entsprechenden Zeichens in den Gleichungen (25') soll man beachten, daß bei den angedeuteten Änderungen von y bzw. Y das Vorzeichen von Δy bzw. ΔY, bei den von z das Vorzeichen von Δz zurückzulassen ist; das Vorzeichen von Δy, ΔY und Δz ist natürlich bei bekanntem γ eindeutig bestimmt.

Als Beispiel diene die Auswertung einer Hauptspannungskurve für $b = 0{,}003$:

y	z	$\operatorname{ctg}\gamma$	Δz	$\operatorname{ctg}\gamma'$	Δy
0,000500	0,00240	9,350	−0,00015	4,7500	+0,000885
0,001385	0,00225	3,185	−0,00045	1,9500	+0,001015
0,002400	0,00180	1,548	−0,00060	1,1440	+0,000747
0,003147	0,00120	0,831	−0,00060	0,5415	+0,000368
0,003515	0,00060	0,400	−0,00060	0,1315	+0,000119
0,003634	0,00000				

Zur graphischen Darstellung der Hauptspannungstrajektorien gelangt man aber viel schneller durch graphische Auswertung der Differentialgleichungen (24) oder noch besser durch die Anwendung der üblichen Mohrschen Konstruktion[1]) bei direkter Benutzung der Formeln (10), (12), (14), weil man dabei auch über die Größe der Hauptspannungen urteilen kann. Der graphischen Auswertung liegt, wie bekannt, die Ermittelung der Hauptrichtungen für benachbarte Punkte zugrunde, wobei man eine gebrochene Linie erhält, in die die Spannungskurve eingeschrieben werden kann; das Verfahren entspricht also in seinem ersten Teile den Gleichungen (25), indem man $\gamma' = \gamma$ voraussetzt.

Auf Grund des Mohrschen Verfahrens wurden die Hauptspannungskurven in der yz-Ebene für den Fall der Berührung eines elastischen Kreiszylinders $\left[E_1,\ \mu_1 = \frac{3}{10}\right]$ mit einer Platte $[E_2 = E_1\ \mu_2 = \mu_1]$ gezeichnet.



Die yz-Linien bedeuten Linien der kleinsten Hauptspannung; sie bezeichnen überall Druck, welcher stetig abnimmt, wenn wir von der z-Achse die Spannungstrajektorie entlang gehen, und wird dann in der Oberfläche außerhalb der Druckfigur zu Null. Die Größe der genannten Hauptspannung nimmt schnell ab, wenn wir längs der z-Achse in das Innere der Walze eindringen. In der Druckfläche nimmt der Hauptdruck vom Rande aus gegen die Mitte zu wie die Ordinaten einer über der „Drucklinie" **2b** stehenden Ellipse, deren Gleichung

$$\frac{Y_y^2}{\left(\frac{2p'}{\pi b}\right)^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (26)$$

aus der Formel (22) leicht zu entnehmen ist. In der Oberfläche des Zylinders außerhalb der Druckfläche sind die Tangenten zu den yz-Linien stets des z-Achse, dagegen in der Druckfläche der y-Achse parallel.

Die Y_z-Linien sind überall Drucklinien und folgen der Richtung der größten Hauptspannung. Die Größe des Druckes sinkt stetig, wenn wir längs einer von der Druckfläche auslaufenden Spannungstrajektorie in das Innere des Zylinders eindringen; indem wir von der Oberfläche außerhalb der Druckfläche die Y_z-Linie entlang gehen, nimmt der Hauptdruck von Null an stetig zu. Die Spannungsverteilung in der Druckfläche entspricht der Gleichung (26), weil wegen (22) $Z_z = Y_y$. Die genannten Drucklinien endigen selbstverständlich senkrecht in der Druckfläche und sind außerhalb derselben in der spannungsfreien Oberfläche der Y-Achse parallel. Zu den Y_z-Trajektorien ist natürlich auch die z-Achse hinzuzurechnen.

Es ist zu beachten, daß unsere Betrachtungen nur für einen unendlich kleinen, die Druckstelle umgebenden Teil des Zylinders gelten. Innerhalb dieses Teiles verschwindet also in der Oberfläche z gegen y, was auch ein Verschwinden der Spannungskomponenten zur Folge hat. Da wir die Druckfläche ebenfalls als unendlich klein voraussetzten, dann gelten unsere Gleichungen und Spannungskurven, streng genommen, nur für ein Gebiet von gleicher Größenordnung wie die Druckfläche. An allen anderen Stellen, die von der Druckfläche weiter entfernt sind, gilt ein anderer, zuerst von Hertz gefundener, Spannungszustand[1]).

Zusammenfassung.

Es wurden aus der Hertzschen allgemeinen Lösung die Spannungskomponenten für zwei elastisch-isotrope, längs einer erzeugenden Ge-

1) Zeitschr. d. V. d. Ingen. **44**, 1526, 1900.

1) Vgl. Hertz, „Über die Verteilung der Druckkräfte in einem elastischen Kreiszylinder", Zeitschr. f. Math. u. Phys. **28**, 125—128, 1883, oder „Gesamm. Werke" **1**, 283—287, 1895, oder auch Föppl, „Vorles. üb. techn. Mechanik" **5**, 333—342, 1907.



raden sich berührende Kreiszylinder abgeleitet — die Differentialgleichungen der Hauptspannungstrajektorien für den obigen Fall ausgerechnet und ihre approximative Integration auf Grund der Heunschen Lösung durchgeführt.

Für den Fall der Berührung eines Kreiszylinders mit einer Platte wurden Hauptspannungstrajektorien gezeichnet, wobei sich zeigte, daß, innerhalb des den Formeln zugrunde gelegten Gültigkeitsgebiets, ausschließlich Druckspannungen vorkommen.

Lemberg, Labor. f. techn. Mechan. an d. Techn. Hochschule, Februar 1914.

(Eingegangen 11. Februar 1914.)

Nachtrag zu einer Bemerkung über die Abhängigkeit der dreifachen Luftspiegelung nach Vince von der Temperaturverteilung[1]).

Von Wilhelm Hillers.

Zur Diskussion der dreifachen Luftspiegelung nach Vince wurde früher in dieser Zeitschrift[1]) die Temperaturfunktion

$$t = \frac{t_0(1 + e^{-\alpha a})}{1 + e^{\alpha(x-a)}} \qquad (1)$$

vorgeschlagen. Es konnte gezeigt werden, daß für $\lim a = -\infty$, wobei das vorliegende Temperaturgesetz (1) in ein rein exponentielles ohne Wendepunkt übergeht, die Abbildung den Charakter des dreifachen Bildes nach Vince verliert und den der Formart nach Monge mit zweifachem Bilde annimmt. Die Voraussetzung war dabei, daß t auf Temperaturunterschiede beschränkt bleibt, die gegen die absolute Temperatur klein sind. In den Verhältnissen der freien Atmosphäre gilt diese Beschränkung immer, nicht aber bei künstlichen Versuchen an geheizten Flächen. Daher muß die Betrachtung für diesen Fall auch auf große t ausgedehnt werden. Die Funktion (1) erweist sich als geschmeidig genug, diese Untersuchung der früheren ohne weiteres anzuschließen. Dabei wird ein interessantes Ergebnis gewonnen. Läßt man also die Beschränkung auf „kleine" t fallen, behält aber die auf „kleine" φ bei, so wird die Differentialgleichung für die Lichtbahn:

$$\frac{dy}{dx} = \pm \frac{1}{\sqrt{\varphi_1^2 - \frac{(n_1^2 - 1)t}{T_1 + t}}}. \qquad (2)$$

Für den Scheitel eines Strahls des Parameters φ_1 gilt demnach

$$\varphi_1 = \sqrt{\frac{n_1^2 - 1)t}{T_1 + t}} = \sqrt{\frac{2(n_1 - 1)t}{T_1 + t}}, \qquad (3)$$

für den Strahl größter Neigung gegen die Grenzebene des optischen Mittels

$$\varphi_0 = \sqrt{\frac{2(n_1 - 1)t_0}{T_1 + t_0}}. \qquad (4)$$

Daher wird aus der obigen Differentialgleichung (2)

$$y = + \int_{x_1}^{x} \frac{dx}{\sqrt{\varphi_1^2 - \varphi_0^2 \left(\frac{t}{t_0}\right) \cdot \frac{T_1 + t_0}{T_1 + t}}}. \qquad (5)$$

Für $\lim t = \infty$ liefert (4) $\varphi_0 = 1^0 20'$, die Beschränkung der Betrachtung auf stets kleine Neigungen der Strahlenasymptoten gegen die Grenzebene können wir also ohne Gefahr aufrecht erhalten. (3), (4) und (5) gehen in die früher benutzten Gleichungen über, wenn wir im ganzen Variationsgebiet von t, t und t_0 gegen T_1 vernachlässigen dürfen.

Setzen wir t nach (1) in (5) ein, so erhält man nach einigen Umformungen

$$y = + \int_{x_1}^{x} \frac{dx}{\sqrt{\varphi_1^2 - \varphi_0^2 \frac{T_0(1 + e^{-\alpha a})}{T_0 + t_0 \cdot e^{-\alpha a}} \cdot \frac{1}{1 + e^{\alpha\left(x - a - \frac{1}{\alpha}\log\frac{T_0 + t_0 \cdot e^{-\alpha a}}{T_1}\right)}}}},$$

statt früher ($t_0 << T_1$)

$$y = \pm \int_{x_1}^{x} \frac{dx}{\sqrt{\varphi_1^2 - \varphi_0^2 \frac{(1 + e^{-\alpha a})}{1 + e^{\alpha(x-a)}}}}.$$

Ein Vergleich zeigt, daß die Form des Integrals ganz die gleiche geblieben ist. Nur treten für die Konstanten φ_0 und a im zweiten Integral etwas veränderte Größen φ_0' und a' im ersten auf, für die gilt

$$\varphi_0' = \varphi_0 \sqrt{\frac{T_0}{T_0 + t_0 \cdot e^{-\alpha a}}},$$

$$a' = a + \frac{1}{\alpha} \log \frac{T_0 + t_0 \cdot e^{-\alpha a}}{T_1}.$$

Die Diskussion ist somit ganz wie früher durch-

1) Siehe diese Zeitschrift **14**, 718—723, 1913.

führbar. Es macht sich aber ein Unterschied geltend. Die Scheitel der Strahlen, die das dritte Bild liefern, werden im wesentlichen nach den früheren Untersuchungen zwischen der Grenze des Mediums und der Entfernung a liegen. Das dritte Bild wird desto unentwickelter bleiben, je kleiner das nur positiv brauchbare a ist. Da an Stelle von a jetzt das größere a' zu setzen ist, werden die Bedingungen für das dritte Bild günstiger sein. In der Tat verschwindet für $\lim a = -\infty$ das dritte Bild nicht unbedingt, da dann a' einen endlichen Wert behält.

$$\underset{\lim a = -\infty}{a'} = \frac{1}{u} \log \frac{t_0}{T_1}.$$

Auch eine rein exponentielle Temperaturfunktion kann also eine dreifache Abbildung nach Vince erzeugen. Praktisch wird das aber nur möglich sein, wenn

$$t_0 > T_1$$

wird, da dann a' positive Werte annimmt. In den im nächsten Aufsatze angeführten Versuchen war die höchste gemessene Temperatur 186°, während T_1 gegen 300° ist. Somit dürfen wir erwarten, daß auch hierbei ein dreifaches Bild stets mit einem Wendepunkte der Temperaturfunktion vergesellschaftet ist, sofern diese nur einen der Gleichung (1) ähnlichen Charakter hat.

(Eingegangen 3. Februar 1914.)

Einige experimentelle Beiträge zum Phänomen der dreifachen Luftspiegelung nach Vince[1]).

Von Wilhelm Hillers.

Vor einiger Zeit konnte ich hier[2]) das dreifache Bild einer Luftspiegelung nach Vince vorführen, das man überraschenderweise an einer durch Sonnenschein erwärmten Mauer häufig beobachten kann. Die Skizze einer damit angegebenen Diskussion ließ vermuten, daß während der Entwicklung dieses dreifachen Bildes die der Wand zu veränderliche Temperatur der Luft einen Vorzeichenwechsel in der Änderung der Temperatur aufzuweisen hat. Eine vorläufige thermometrische Untersuchung zeigte einen solchen Wendepunkt der Temperaturfunktion nicht mit genügender Sicherheit. Zunächst wurde daher das dreifache Bild nach Vince an einer künstlich geheizten Fläche erzeugt, die zugehörige Temperaturverteilung mit Thermoelementen durchgemessen. Ebenfalls wurde die Temperaturfunktion an der erwähnten Mauer mit Thermoelementen genauer zu bestimmen gesucht. Im folgenden soll über das Ergebnis beider Untersuchungen berichtet werden.

Der Apparat. Der zur Erzeugung von Luftspiegelungen benutzte Apparat bestand aus einem horizontalen, 2 m langen und 8 cm breiten Brette. Es war (Fig. 1) zunächst mit einer Lage Asbestpappe bedeckt, auf die ein 12 m langer und 0,4 mm dicker Eisendraht hin

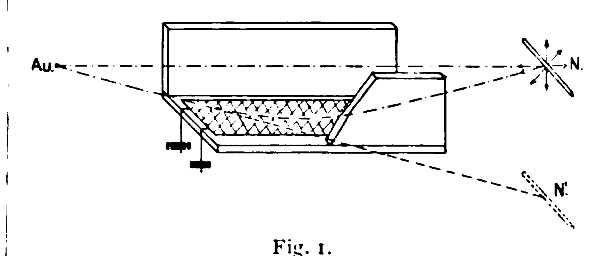


Fig. 1.

und her gespannt war. Ihm konnte durch Anschlußklemmen elektrischer Strom zugeführt werden. Der Draht wurde in eine mehrere Millimeter dicke Schicht von Portlandzement eingebettet. Die einigermaßen ebene obere Fläche, die Heizfläche, konnte durch den Strom auf beliebige Temperaturen gebracht werden. Die normale Belastung des Heizdrahtes mit Energie war 110 Volt × 3,1 Amp. Blickt man hierbei aus etwa 3 m Entfernung des Auges *Au* vom diesseitigen Ende des Brettes über die Heizfläche hin nach dem glühenden Stifte N einer Nernstlampe, der sich wenig oberhalb der Fläche jenseits befindet, so bemerkt man in der Heizfläche als Spiegel ein glänzendes Reflexbild N' des Stiftes. Das Bild ist unruhig. Der Abstand vom Objekt (dem ersten Bilde) wird merklich vergrößert, wenn an das Grundbrett zwei vertikale Seitenbretter angeschraubt werden. Im folgenden wurde der Apparat stets mit ihnen gebraucht. Er soll daher als „Rinne" bezeichnet werden. Sie stand bei den Versuchen auf einem Bocke, der sich leicht beliebig in verschiedenen Höhen einstellen ließ. Setzt man vor die Lichtquelle N einen Spalt und eine Projektionslinse, die ein horizontales Büschel erzeugt, und schickt dieses Büschel von oben unter geringer Neigung in die Rinne, so zeichnet sich auf den Seitenbrettern der gekrümmte Weg der Lichtstrahlen innerhalb der ungleich warmen Luft ab. Stellt man die Rinne in der Höhe noch so ein, daß der Scheitel des krummen Lichtbüschels die Heizfläche gerade in der Mitte der Erstreckung berührt, so liegen

1) Auszug aus einer größeren Abhandlung, die in den Abhandlungen des Naturw. Vereins zu Hamburg erscheinen wird.

2) Diese Zeitschr. **14**, 718—723, 1913.

die Ein- und Austrittsstellen des Büschels in die Rinne etwas über 1 cm höher. In erster Näherung werde die Krümmung als gleichmäßig angenommen. Dann berechnet sich danach der Krümmungsradius zu 50 m. Dieser Wert stimmt mit den folgenden Temperaturbeobachtungen gut überein. Andeutungen eines dreifachen Bildes des Nernststiftes wurden bei Beobachtungen mit bloßem Auge erhalten, wenn an die Heizleitung 220 Volt kurz angelegt wurden. Es schien sich dann öfter von dem ersten Spiegelbilde (dem zweiten Bilde) ein zweites Spiegelbild (drittes Bild) abzuspalten. Wurde die Rinne oben zugedeckt, so ging die ganze Erscheinung der Luftspiegelung stark zurück. Das erste und zweite Bild rückten viel näher aneinander. Die Abspaltung des dritten Bildes war besonders deutlich in den ersten Augenblicken zu beobachten, nachdem diese Bedeckung wieder abgenommen worden war. An eine eingehendere Untersuchung war so aber nicht zu denken, da bei der hohen Belastung der Apparat zu sehr gefährdet wurde und die ganze Erscheinung zu unbeständig und unruhig war.

Die Temperaturfunktion. Die Lötstelle eines Thermoelements aus einem je 0,1 mm dicken Eisen- und Konstantandraht wurde durch den Raum über der geheizten Fläche geführt. Bei unverdeckter Rinne waren die Ablesungen, besonders für 1—4 mm Abstand von der Heizfläche, recht inkonstant. Es wurden daher von 20 zu 20 sec im ganzen 20 Ablesungen gemacht und aus ihnen das Mittel genommen. Diese Mittelwertsbildung erwies sich als unnötig, als die Rinne oben mit Klötzen lose verdeckt wurde.

In Fig. 2 sind die Meßergebnisse in Form von Kurven wiedergegeben. Als Abszissen sind die Abstände x in Millimetern von der Heizfläche, als Ordinaten die Temperaturüberschüsse t über Zimmertemperatur genommen. Die Kurven I, II, III, V beziehen sich auf oben offene Rinne. Kurve IV wurde erhalten, als diese oben nicht sehr dicht mit Klötzen zugedeckt worden war. Bei Kurve I war der Heizeffekt 156 Watt, bei den Kurven II und V normal 330 Watt und den Kurven III und IV 500 Watt. In allen Kurven bei unverdeckter Rinne fällt also die Temperatur innerhalb der ersten 5 mm sehr steil ab, während der weitere Abfall auf Zimmertemperatur dann immer langsamer asymptotisch erfolgt. Ein Wendepunkt ist in Kurve I bei halber Belastung nicht deutlich erkennbar. Mit steigender Belastung des Heizdrahtes tritt dann aber ein ausgesprochener Wendepunkt in den Kurven II, III, IV, V auf. Er liegt bei Normalbelastung zwischen 1 und 2 mm Abstand von der Heizfläche (II und V) und rückt bei 1½facher Belastung zu etwas größeren Werten nach etwa 2 mm (III). Wird die Rinne verdeckt, so scheint er sich nicht merklich im Abstande zu verschieben (III und IV).

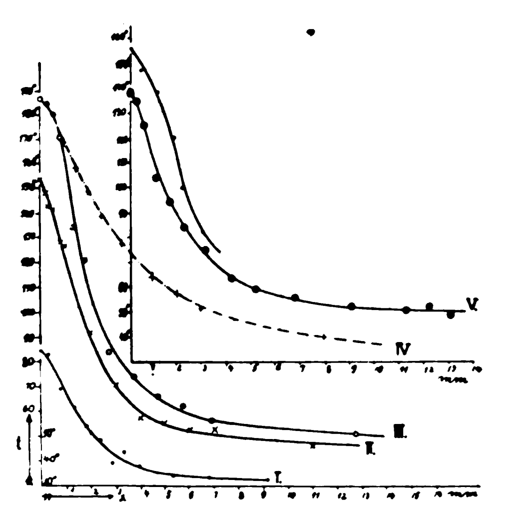


Fig. 2.

Die gefundenen Funktionen für t zeigen im allgemeinen Verlaufe Ähnlichkeit mit der vorgeschlagenen Gleichung[1]). Die Kurven schneiden ersichtlich die Grenze der veränderlichen Temperatur ($x = 0$) unter endlicher Neigung, besitzen einen Wendepunkt und sind gegen einen Grenzwert ($t = 0$, $x = \infty$) asymptotisch. Ohne Zweifel liegen aber auch zwischen der Formel und den Kurven systematische Abweichungen vor. Der Wendepunkt ersterer trennt die Funktion in zwei zu ihm symmetrische Äste. Das scheint für die Kurven nicht zuzutreffen. Ferner fallen diese zum asymptotischen Grenzwerte viel langsamer ab, als es der Gleichung entsprechen würde. Dieser Teil der Funktionen spielt aber auch bei den Luftspiegelungen eine nur geringe Rolle.

Das dreifache Bild eines Spaltes. Durch das 19fach vergrößernde Fernrohr eines Theodoliten wurden das direkte Bild eines Spaltes und seine Spiegelbilder aus 9,4 m Entfernung des Fernrohrs von der Rinne beobachtet, der Abstand der Bilder und die Neigungen der Blicklinien gegen den Horizont gemessen. Die Veränderung der Bildentwicklung mit wachsender Belastung des Heizdrahtes zeigt folgende Beobachtungsreihe.

Bei 88 Watt Heizeffekt war überhaupt noch keine Spiegelung zu sehen. Wohl traten „Kimmungen", Verrückungen und Verzerrungen des Objekts ein, wenn man durch die warme Luft

1) Siehe voranstehenden Aufsatz.



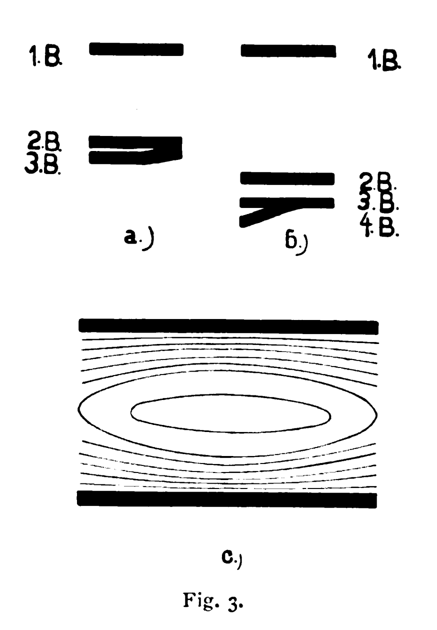


Fig. 3.

nach dem Spalt blickte. Vergrößerung der Belastung auf 225 Watt rief deutlich Spiegelung hervor. Objekt und Bild waren nur wenig voneinander getrennt. Der Abstand vergrößerte sich mit wachsender Belastung. Er konnte bei Vollbelastung (330 Watt) 20′ betragen. Schon bei dieser Belastung spaltete sich vom Spiegelbilde des Spaltes ein zweiter heller Streifen ab, wenn man das Fernrohr und den Spalt so einstellte, daß das Spiegelbild in die Nähe der Spiegelgrenze fiel (Fig. 3a). Die Trennung der beiden Bilder war nicht beständig, es fanden Trennungen und Wiedervereinigungen statt. Der Abstand war je nach Anordnung von Spalt und Rinne 1′ bis 2′. Bei höherer Belastung des Heizdrahtes trennten sich das zweite und dritte Bild dauernd und rückten mehr und mehr auseinander. Ihr Abstand konnte bei 720 Watt Heizeffekt auf über 3′ gebracht werden. Dabei wurde eine unerwartete Beobachtung gemacht. Unter ganz derselben Erscheinung, wie früher sich vom zweiten das dritte Bild abspaltete, schien sich bei den hohen Belastungen vom dritten ein viertes Bild zu trennen (Fig. 3b). Wenigstens zerfiel das dritte Bild an dem einen Ende in zwei Teile, die aber nie völlig getrennt erblickt wurden.

Zwischen zweitem und drittem Bilde lag regelmäßig ein System z. T. geschlossener Interferenzlinien (Fig. 3c). Sie schnürten sich punktförmig zusammen und verschwanden, wenn die Bilder bei ihren Schwankungen einmal zusammenflossen. Die Linien verbinden Orte gleicher Phasendifferenz der in ihnen vom Objekte her auf zwei verschiedenen Wegen zur Vereinigung kommenden Lichtbüschel. Die beiden Bilder begrenzen den Interferenzraum. Danach haben die Bildorte offenbar überhaupt keine Phasendifferenz mehr. Somit bietet die Beobachtung eine interessante Bestätigung des bekannten Satzes von Fermat. Es gibt Bilder danach in einer solchen Anzahl, als Lichtwege zwischen Objekt und Beobachtungsort vorhanden sind, die in gleicher Zeit durchlaufen werden.

Das Fernrohr zeichnete das zweite Bild nicht scharf, wenn auf das Objekt scharf eingestellt wurde und umgekehrt. Genauere Beobachtung lehrte, daß das zweite Bild zwischen Objekt und Beobachter innerhalb der Rinne etwa 10 cm von ihrem zugewandten Ende entfernt anzusetzen war. Das dritte Bild schien nahe in Objektentfernung zu liegen.

Das dreifache Bild eines flächenhaften Objekts. In Folie wurden drei sehr feine Löcher eingestochen, die auf den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks von etwa 1 mm Seitenlänge lagen. Dieses Dreieck, von rückwärts beleuchtet, diente als Objekt. Beobachtet wurde zunächst aus 4,41 m Entfernung des Fernrohrs von der Rinne. Bei unverdeckter Rinne glückte es nur selten, das dreifache Bild aufzusuchen. Überraschenderweise wurde es recht regelmäßig gefunden, wenn die Rinne oben lose mit Handtüchern oder Klötzen verdeckt wurde. Das dritte Bild lag stets in unmittelbarer Nähe der Spiegelgrenze und des zweiten Bildes. Der Abstand dieser beiden Bilder wurde durch die Abdeckung der Rinne nicht merklich geändert, er betrug wie früher etwa 2′ bei Normalbelastung und konnte mit höherer Belastung auf 3′ gebracht werden. Der Abstand des zweiten Bildes vom ersten ging durch die Bedeckung hingegen stets außerordentlich zurück, in einem Falle von 20′ auf 7′.

Äußerst lästig erwies sich der Astigmatismus des zweiten Bildes. Der Einstellungsunterschied der horizontalen und vertikalen Erstreckungen betrug 27 Dioptrien. Stellte man möglichst scharf auf horizontale Erstreckungen ein — d. i. auf den Ort eines fiktiven zweiten Spaltbildes —, so hatte man einen Anblick, wie ihn Fig. 4 wiedergeben soll. Die drei Punkte des Objekts verschwammen zu Zerstreuungskreisen. An Stelle des zweiten Bildes erschienen horizontale Lichtbänder, an deren Enden sich häufig in auffälliger gegenseitiger seitlicher Verschiebung zwei verkehrt liegende Bilder des Objekts scharf abhoben. Vom dritten Bilde war nichts zu sehen.

Wurde auf vertikale Erstreckungen im zweiten Bilde scharf eingestellt, so zerrten sich die horizontalen Bänder zu vertikalen um (Fig. 5a). Gleichzeitig wurde das erste Bild scharf. Dar-

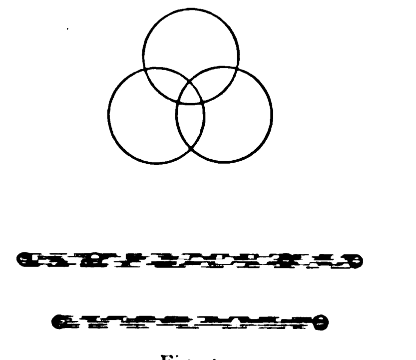


Fig. 4.

unter erschien nun scharf, aber äußerst beweglich und lichtschwach, das dritte Bild oder nur ein Teil desselben. Häufig war von ihm nur ein einziger scharfer Punkt zu sehen (Fig. 5a), indem die beiden andern in den vertikalen Strichen des zweiten verschwanden;

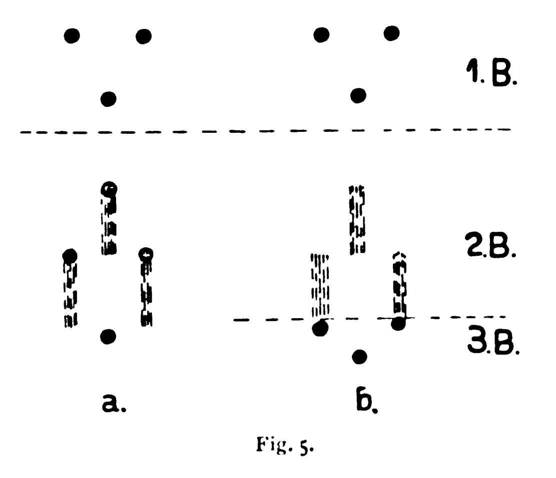


Fig. 5.

manchmal löste sich aber auch für einige Zeit ein vollkommenes Bild los (Fig. 5b). Es hatte die aufrechte Lage des dritten Bildes nach Vince und zeigte die diesem Bilde charakteristische Zusammendrückung. Die Bilder wurden in sehr viel schärferer Zeichnung erhalten, als auf das mehrere Zentimeter im Durchmesser haltende Fernrohrobjektiv eine Lochblende von etwa 9 mm² Fläche gesetzt wurde. Wählte man dann eine mittlere Einstellung der Bildschärfe zwischen erstem und zweitem Bilde, so konnte man sehr gut die Anordnung der Punkte beobachten, wie sie Fig. 6 zeigt. Manchmal kam das dritte Bild nicht zur völligen Entwicklung, weil der Raum zwischen zweitem Bilde und der Spiegelgrenze zu klein war (Fig. 6a und 6b).

Diskussion der Beobachtungen. Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß die Luftschichten, in denen die Scheitel der Strahlen liegen, die das dritte Bild erzeugen, der Heizfläche unmittelbar benachbart sind. Da die Verdeckung der Rinne wenig Einfluß auf den Abstand des zweiten und dritten Bildes voneinander hat, ist offenbar jener Teil der Temperaturfunktion für die Entstehung des dritten Bildes maßgebend, der auch dabei keine wesentliche Änderung erleidet. Ein Vergleich der Kurven III und IV in Fig. 2 zeigt, daß daher diese Schichten innerhalb des ersten Millimeters liegen müssen. Zu demselben Resultate führt eine rechnerische Schätzung auf Grund der Gleichung 3 der voranstehenden Abhandlung. Der Wendepunkt würde von diesen Schichten also höchstens gerade erreicht werden. Bei geringeren Belastungen, wobei ein Wendepunkt nicht deutlich auftrat, fehlte auch das dritte Bild. Gegen die Grenze der Abbildung hin konvergiert ferner die Vergrößerung nicht gegen Null. Das zeigen die Abbildungen Fig. 6. Daher ist auch die Art der Abbildung mit der endlichen Neigung der Temperaturfunktionen an der Grenze des Mediums in Einklang.

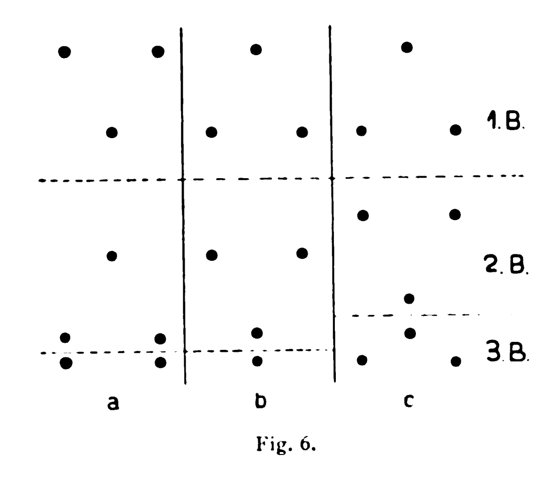


Fig. 6.

Die Temperaturfunktion der bestrahlten Mauer. Ähnlich wie an der Heizfläche der Rinne wurde versucht, die Temperaturfunktion an der Mauer mit Thermoelementen aufzunehmen. In frühen Nachmittagsstunden, während bei Sonnenschein die Luftspiegelung in sehr guter Entwicklung, durch den Feldstecher auch häufig mit dem dritten Bilde, zu beobachten war, wurden die Messungen vorgenommen. Die außerordentliche Unbeständigkeit der Einstellung des Galvanometers störte stark. Nur in nächster Wandnähe waren die Temperaturen stabiler. Die Beobachtungen, die die Kurven I und II der Fig. 7 bestimmen, entspringen einer länger dauernden Mittelwertsbildung. Die Kurven stellen also eine mittlere Verteilung der Temperatur dar. Hingegen wurden die anderen Kurven III, IV, V, VI gewonnen, indem möglichst rasch in einem Zuge

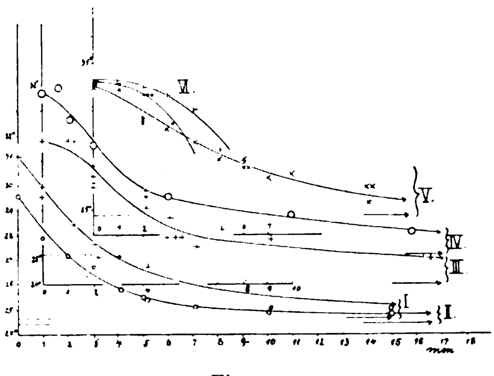


Fig. 7.

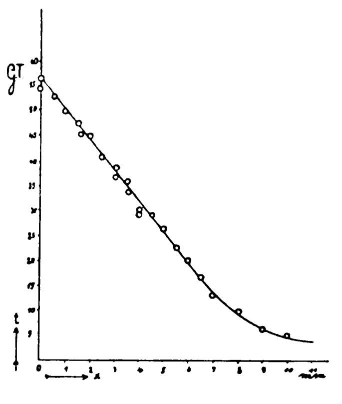


Fig. 8.

auf eine Einstellung die nächste folgte. Sie stellen somit Verteilungen dar, die mehr einzelnen Phasen der immer wechselnden Verhältnisse entsprechen. Die in Fig. 7 eingezeichneten Pfeile geben die asymptotischen Grenzwerte der Temperatur bei großen Abständen von der Wand an.

Das Ergebnis der neuen feineren Durchmessung bestätigt im allgemeinen durchaus den früheren thermometrischen Befund und die daraus gezogenen Schlüsse, obgleich das Intervall der Beobachtung jetzt ein anderes ist. Der mittleren Temperaturverteilung (Kurve I und II, Fig. 7) ohne Wendepunkt kann niemals ein drittes Bild entsprechen. Es treten aber länger dauernde Verteilungen mit mehr oder minder hervorgehobenen Wendepunkten auf. Das dritte Bild der früher veröffentlichten photographischen Aufnahme[1]) verlangt nach seiner relativen Größe für die Scheitel der erzeugenden Strahlen ein Temperaturintervall von $^7/_{16}\ t_0$. Das würde nach den Kurven (Fig. 7) 2,5° bis 2,6° ausmachen. Ein solcher Betrag würde in den Kurven IV und VI etwa in die Gegend des Wendepunktes führen, während dieser in den Kurven III und V überschritten wird. Die photographische Aufnahme muß also gerade in einem für die Entwicklung des dritten Bildes besonders günstigen Augenblicke gemacht worden sein. Die Schichten, die das dritte Bild erzeugen, liegen auch hier der warmen Wand offenbar äußerst nahe an; sie befinden sich in keinem größeren Abstande als etwa 5 mm. Das ist ein unerwartetes Ergebnis der Messungen. Früher[2]) hatte ich das wirksame Temperaturgebiet als von größerer Ausdehnung schätzen zu müssen geglaubt. Dafür haben die Messungen keinen Anhalt gegeben, die Schätzung ist auf obigen Betrag einzuschränken.

1) a. a. O. Fig. 2, Tafel XXVIII.
2) a. a. O. S. 723.

Die Form der Temperaturverteilung. Die Temperaturverteilung an der künstlich geheizten Fläche und die der Kurven III—IV (Fig. 7) an der Wand sind bemerkenswert ähnlich. Man kann in ihnen drei Abschnitte erkennen, den wenig ausgedehnten Teil geringen Abfalls in unmittelbarer Nähe der warmen Fläche, den dann folgenden steilen Absturz und schließlich die asymptotische Näherung an die Außentemperatur. Der steile Abfall kann vermutlich der schnell aufsteigenden warmen Luft zugeschrieben werden, die viel Wärme fortführt und durch turbulente Mischung für einen schnellen Temperaturausgleich sorgt. Ihr Einfluß muß in unmittelbarer Nähe der Fläche geringer werden. Im Experiment liefert die hohe Temperatur, an der Mauer die große vertikale Ausdehnung den Auftrieb. Ein Experiment stützte diese Auffassung. Einer Kupferscheibe von 15 cm Durchmesser, die dicht auf einem Holzbrett saß, wurde durch das Brett hindurch Wärme zugeführt, so daß sie etwa 5° Temperaturüberschuß über die Umgebung hatte. Fig. 8 zeigt dann die Verteilung der Temperatur vor der Scheibe, wie sie mit derselben Anordnung bestimmt wurde, die zur Aufnahme der Kurven (Fig. 7) diente. (Die Ordinaten sind Galvanometerteile, 10,9 Teile = 1° C.)

(Eingegangen 3. Februar 1914.)

Welche Strahlungsformel folgt aus der Annahme der Lichtatome?

Von M. Wolfke.

Herr P. Debye hat vor einigen Jahren bewiesen, daß zur Ableitung der Planckschen Strahlungsformel allein die Annahme genügt,

daß sich die Energie über die Eigenschwingungen in ganzen Quanten $h\nu$ verteilt[1]).

Ohne von dieser Arbeit Kenntnis zu haben, kam ich zu einem ähnlichen Resultat, indem ich auf Grund der Lichtatomenhypothese sowohl die Quanten $h\nu$ selbst, als auch die Plancksche Strahlungsformel ableitete[2]).

Herr G. Krutkow hingegen hat darauf hingewiesen, daß aus der Annahme der Einsteinschen unabhängigen Lichtquanten die Wiensche Strahlungsformel folgt[3]).

Da aus der Abhandlung des Herrn G. Krutkow nicht deutlich hervorgeht, worin die eigentliche Ursache besteht, daß derselbe im Gegensatz zu P. Debye und zu mir das Wiensche Strahlungsgesetz erhalten hat, so will ich hier darauf näher eingehen.

Vor allem muß ich kurz meine Ableitung der Planckschen Strahlungsformel andeuten.

§ 1. Die Lichtatome. Nehmen wir an, daß die Lichtenergie im Raume diskontinuierlich in Punkten verteilt ist, die wir Lichtatome nennen. Indem wir auf Grund der Relativitätstheorie für die Masse m eines Lichtatoms mit der Energie ε:

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2}$$

setzen, und die Reflexion solcher Lichtatome an bewegten Spiegeln betrachten, so finden wir, daß jedes Lichtatom sowohl seine Frequenz ν, als auch seine Energie ε ändern kann, jedoch beide gleichzeitig in dieser Weise, daß stets die Bedingung

$$\varepsilon = h\nu$$

erfüllt bleibt[4]).

§ 2. Die Strahlungsformel. Bezeichnen wir a priori mit w_ν die „thermodynamische Wahrscheinlichkeit" für die Existenz eines Lichtatoms in dem Volumen V, mit der Frequenz zwischen ν und $\nu + d\nu$. Die Größe w_ν bedeutet also die Zahl aller verschiedenen Möglichkeiten, auf welche ein Lichtatom mit der Frequenz zwischen ν und $\nu + d\nu$ im Volumen V realisierbar ist. Um die Wahrscheinlichkeit W_ν der gleichzeitigen Existenz von N_ν solcher Lichtatome im Volumen V zu bestimmen, muß man die N_ν Lichtatome über die w_ν verschiedenen Realisierungsmöglichkeiten verteilen. Alsdann ist die Zahl der Komplexionen gleich der Anzahl der „Kombinationen mit Wiederholung von w_ν Elementen zur N_ν^{ten} Klasse". Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist gleich:

$$W_\nu = \frac{(w_\nu + N_\nu - 1)!}{(w_\nu - 1)!\, N_\nu!}.$$

Daraus folgt nach dem Boltzmannschen Prinzip für die Entropie S_ν folgender Ausdruck:

$$S_\nu = k w_\nu \left\{ \left(1 + \frac{N_\nu}{w_\nu}\right) \log \left(1 + \frac{N_\nu}{w_\nu}\right) - \frac{N_\nu}{w_\nu} \log \frac{N_\nu}{w_\nu} \right\};$$

der schließlich zu der Planckschen Strahlungsformel führt[1]).

§ 3. Die entscheidenden Voraussetzungen. Auf den prinzipiellen Unterschied zwischen der Einsteinschen Lichtquantentheorie und der obigen Betrachtung hat mich Herr Einstein persönlich aufmerksam gemacht.

Allein maßgebend für die abgeleiteten Strahlungsformeln ist die in den Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen vorausgesetzte Definition der Unabhängigkeit der Lichtatome voneinander.

In der obigen Ableitung (§ 2) der Planckschen Strahlungsformel wird nur diese allgemeine Annahme benutzt, daß die Lichtatome in bezug auf ihre **Existenz** voneinander **unabhängig** sind, es wird in anderen Worten angenommen, daß die Wahrscheinlichkeit für die Existenz eines Lichtatoms von einer bestimmten Frequenz davon unabhängig ist, wieviel Lichtatome von der gleichen Frequenz im betrachteten Volumen gleichzeitig vorhanden sind.

In bezug auf die räumliche Verteilung der Lichtatome wurden jedoch in meiner Ableitung keine beschränkenden Voraussetzungen aufgestellt.

Die Einsteinsche Lichtquantentheorie setzt jedoch im Gegensatz hierzu den speziellen Fall voraus, daß die Lichtatome auch **räumlich** voneinander **unabhängig** sind, d. h., daß die Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Lage eines Lichtatoms von der gleichzeitigen Lage der anderen Lichtatome gleicher Frequenz unabhängig ist.

Demzufolge führt die Einsteinsche Lichtquantentheorie zu dem Wienschen Strahlungsgesetz, das bekanntlich als Spezialfall der Planckschen Strahlungsformel betrachtet werden kann.

§ 4. Die Resonatoren und die Lichtatome. Nur dann läßt sich eine Voraussetzung über die räumliche Verteilung der Lichtatome vermeiden, wenn man die Energieverteilung über die

1) P. Debye, Ann. d. Phys. (4) **33**, 1427, 1910.
2) M. Wolfke, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 1123, 1215, 1913.
3) G. Krutkow, diese Zeitschr. **15**, 133, 1914.
4) Vgl. M. Wolfke, l. c. § 1, 1123—1126.

1) Vgl. M. Wolfke, l. c. § 3, 1126—1128 und § 2, 1216—1217.

Lichtatome selbst, ohne Zuhilfenahme von Resonatoren, berechnet. Will man jedoch die Energieverteilung über die Resonatoren berechnen, so ist vor allem folgende Frage zu beantworten:

> Ist die Aufnahme eines neuen Quants $h\nu$ durch einen Resonator davon abhängig, wieviel Lichtquanten dieser Resonator schon besitzt?

Diese Frage steht aber mit der räumlichen Verteilung der Lichtatome in engem Zusammenhang. Sind nämlich die Lichtatome im Raume gruppenweise verteilt, so werden sie auch gruppenweise von den Resonatoren aufgenommen; befinden sich die Lichtatome in bezug auf ihre Verteilung im Raume voneinander unabhängig, so wird auch die Aufnahme eines jeden Quants durch einen Resonator ein unabhängiges Ereignis sein.

§ 5. Die räumliche Verteilung der Lichtatome. Betrachten wir die räumliche Verteilung der Lichtatome, so muß uns folgendes auffallen.

Bei großen Werten von λT, also bei großer Strahlungsdichte, wo das Rayleigh-Jeanssche Strahlungsgesetz gilt, scheint die Strahlung einen kontinuierlichen Charakter zu besitzen.

Mit abnehmender Strahlungsdichte, bei kleineren λT, tritt der diskontinuierliche Charakter der Strahlung auf.

Im Bereich, wo die Plancksche Strahlungsformel allein gilt, scheinen „Lichtmoleküle" vorhanden zu sein, die aus gruppenweise verteilten Lichtatomen bestehen.

Bei weiter abnehmender Strahlungsdichte, wo die Wiensche Strahlungsformel anwendbar ist, dissoziieren sich diese „Lichtmoleküle" in einzelne voneinander unabhängige Lichtatome[1]).

1) Vgl. M. Wolfke, Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 4, 1914.

Zürich, Februar 1914.

(Eingegangen 17. Februar 1914.)

Zusatz zu meiner Arbeit „Theoretisches über das elektrische Analogon des Zeemanphänomens".

Von A. Garbasso.

In der betreffenden Arbeit habe ich den Abstand der äußeren (dem Felde parallelschwingenden) Komponenten berechnet, was übrigens, wie ich nachher erfuhr, auf ganz ähnliche Weise Herrn Warburg schon gelungen war.

Eine Erklärung für die inneren (dem Felde senkrechten) Komponenten war aber nicht zu finden. Ich habe sie wiederholentlich, aber immer vergebens gesucht.

Nun ist vielleicht die Bohrsche Theorie in ihrer jetzigen Form unfähig, die Erscheinung zu berechnen; gerade deshalb, weil sie, wie für das Zeemansche Phänomen, auch für den neuen Effekt einer ganzen Linienserie ein einziges Auflösungsgesetz vorschreiben muß.

Dies schien auch nach den ersten Angaben von Professor Stark, wie von Herrn Lo Surdo, durchaus richtig, wird aber durch neuere Beobachtungen an starken Feldern nicht mehr bestätigt.

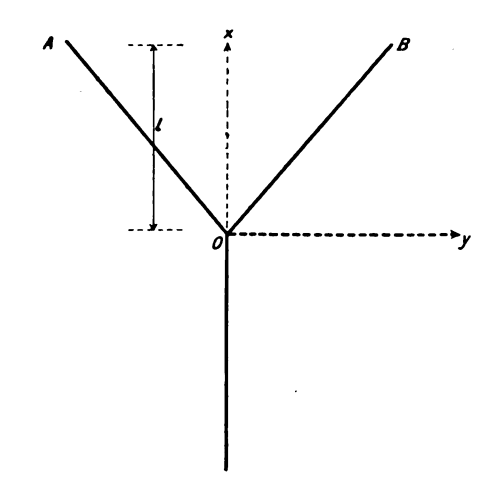
So haben z. B. Lo Surdo und Puccianti gefunden, daß, während aus jeder Linie der Balmerschen Serie immer zwei dem Felde parallel schwingende Komponenten zu erhalten sind, die Zahl der senkrechten Komponenten von Glied zu Glied zunimmt und der Ordnungszahl genau gleich ist.

Die für diese Beobachtung geeigneten, sehr starken Felder können ohne Schwierigkeiten in dünnen Röhren nach Lo Surdos Verfahren erregt werden.

Es werden sich wohl die Fachgenossen für einige genaue Angaben über die günstigsten Versuchsbedingungen interessieren.

In einer Röhre von 1,5 mm Durchmesser, bei einer Potentialdifferenz von etwa 8000 Volt und einer Stromintensität von 1 Milliampere, zieht sich die erste Kathodenschicht zu einer Strecke von 2 mm zusammen; so bekommt man einen mittleren Potentialabfall von ungefähr 40000 Volt/cm zur Verfügung.

Werden nun die äußeren Komponenten irgendeiner Linie aus der Balmerschen Serie aufgenommen, indem die Röhre dem Spalt parallel gehalten wird, so erhält man eine Art Y-Figur.





Hierbei sind die Punkte A und B auf der Kathode zu denken, während O an der Grenze der ersten Schicht liegt.

Die Gleichung der Geraden OB sei

$$x = ay.$$

Nun ist nach Stark

$$y = -k\frac{dV}{dx},$$

also

$$x = -ak\frac{dV}{dx}, \qquad (1)$$

und hieraus

$$\frac{x^2}{2} = ak(V_0 - V_x),$$

und für $x = l$ (d. h. an der Oberfläche der Kathode)

$$\frac{l^2}{2} = ak(V_0 - V_l).$$

Nach (1) ist aber

$$l = -ak\left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=l},$$

und wir bekommen

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=l} = 2\frac{V_l - V_0}{l}.$$

Unter den oben geschilderten Versuchsbedingungen hat man also, unmittelbar vor der Kathode, ein Feld von etwa 80000 Volt/cm. Die Verhältnisse unter diesen recht günstigen Umständen können nun abgesondert studiert werden, indem man die Röhre dem Spalte senkrecht stellt. Der Effekt ist mit jedem Spektroskop direkt zu beobachten. Freilich muß man von Zeit zu Zeit den Strom unterbrechen, damit die Röhre nicht beschädigt wird. Man kann aber auf eine andere Weise fertig werden, indem man die Röhre einfach in flüssige Luft taucht, wobei der Effekt unverändert bleibt.

Florenz, den 25. Februar 1914.

(Eingegangen 28. Februar 1914.)

BESPRECHUNGEN.

N. R. Campbell, Moderne Elektrizitätslehre. Übersetzt von U. Meyer. gr. 8. X u. 423 S. Dresden, Th. Steinkopff. 1913. M. 14.—, geb. M. 15.50

Vorliegende warm zu empfehlende Monographie wendet sich an Leser, die bereits eine gewisse Kenntnis der experimentellen und theoretischen physikalischen Grundlagen sowie der mathematischen Hilfsmittel besitzen. Es sind in erster Linie im Zusammenhang die verschiedenen, zur Erklärung der in früherer wie in neuester Zeit entdeckten Erscheinungen herangezogenen Theorien beschrieben. Das Hauptgewicht der Darstellung ist erfreulicherweise auf klares Herausschälen des mathematischen Ansatzes aus den physikalischen Vorstellungen gelegt. Mathematische Entwicklungen sind nur insoweit gebraucht, als es zur Erläuterung der physikalischen Beweismittel erforderlich ist. Verfasser beabsichtigt eine Erweiterung und Vertiefung des physikalischen Verständnisses, nicht eine Ausbildung im Rechnen.

Das Buch zerfällt in drei annähernd gleich umfangreiche Abschnitte, die der Elektronentheorie, der Elektrizität, der Korpuskular- und Wellenstrahlung und den Beziehungen zwischen Elektrizität und Materie gewidmet sind.

Der erste Teil bringt zunächst eine vielleicht zu knappe Ableitung der Grundformeln der Elektronentheorie; als Anhang ist die Theorie der Kraftröhren in der von J. J. Thomson herrührenden Form dargestellt. In den beiden folgenden Kapiteln ist die Elektronentheorie der Isolatoren und Leiter im wesentlichen nach Drude behandelt, mit Einschluß der Thermoionik nach Richardson. Es folgt eine Darstellung der Ionen- und Elektronentheorie, der Elektrizitätsleitung in Gasen und der Elektronentheorie des Magnetismus nach Langevin. Den Schluß des ersten Teils bildet ein Kapitel über Magnetooptik, dem sich ein zusammenfassender Überblick über die verschiedenen Anwendungsgebiete der Elektronentheorie anschließt.

Im zweiten Teil über die Strahlung wird zunächst über die α- und β-Strahlung radioaktiver Substanzen berichtet. In dem folgenden, der Lichtstrahlung gewidmeten Kapitel sind verhältnismäßig sehr ausführlich die die Struktur des natürlichen Lichts betreffenden Fragen diskutiert, außerdem verschiedene aktuelle Fragen, wie Struktur der Spektrallinien, besprochen, ferner der lichtelektrische Effekt, Phosphoreszenz und Fluoreszenz behandelt. Das nächste Kapitel bringt die Gesetze der schwarzen Strahlung und die an die Plancksche Formel sich anschließenden Theorien, insbesondere natürlich die Quantentheorie zur Darstellung. Die Besprechung der Eigenschaften der γ- und Röntgen-Strahlung ist an den Schluß dieses Teils gestellt, weil nach Ansicht des Verfassers bis jetzt keine der vorgeschlagenen Theorien dieser Strahlen alle Erscheinungen einwandfrei erklären kann.

In dem letzten Teil findet man zunächst die Beziehungen zwischen optischen und mechanischen Eigenschaften der Materie, die zuerst von Madelung und Sutherland aufgefunden sind, die Formeln für die Berechnung der spezifischen Wärme aus den elastischen Konstanten entwickelt; weiter sind die Beziehungen zwischen optischen und chemischen Eigenschaften dargestellt. Es folgt eine Reihe von Betrachtungen über die Aufschlüsse, die die Erscheinungen der Gasionisation, der Radioaktivität und der Röntgenstrahlen über die Konstitution des Atoms geben können. Eingehender wird über die Theorie des Thomsonschen und namentlich des Starkschen Atommodells gesprochen. Eine Darstellung des Relativitätsprinzips bildet den Schluß des Buches.

Die Darstellung ist, wie sehr anerkannt werden muß, in hohem Maße klar, anschaulich und namentlich auch anregend geschrieben. In sich wider-

spruchsfrei ist dieselbe nicht, was sie bei dem Gegensatz von Maxwellscher und Quanten-Theorie auch gar nicht sein kann; es ist dem Verfasser jedenfalls gelungen, einen Umriß der „modernen" Elektrizitätslehre zu geben, der vor allem für reife Studierende wertvoll ist. Am Schlusse jedes Abschnitts finden sich Literaturhinweise, die sich auf die wichtigsten Lehrbücher und wissenschaftlichen Arbeiten über den gerade behandelten Stoff beschränken. Instruktive numerische Beispiele sind vielfach eingefügt. Ausstellungen, die zu machen sind, beziehen sich nur auf Einzelheiten, und zwar meist auf Zitate von Namen der Autoren, deren Leistungen gerade besprochen werden; eine einzige sei an dieser Stelle erwähnt: es ist wohl nicht richtig, die Versuche von E. Wiechert über die Bestimmung von e/m an Kathodenstrahlen als nicht sehr erfolgreich zu bezeichnen. G. Rümelin

P. Volkmann, Einführung in das Studium der theoretischen Physik, insbesondere in das der analytischen Mechanik. Mit einer Einleitung in die Theorie der physikalischen Erkenntnis. Vorlesungen. Zweite, mehrfach umgearbeitete Auflage. gr. 8. XVI u. 412 S. u. 23 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1913. M. 13.—, gebunden M. 14.—

Der Inhalt gliedert sich in folgende Abschnitte: I. Einleitende Vorbemerkungen (Koordinaten- und Vektorenrechnung, Hauptsätze aus der analytischen Koordinatengeometrie). II. Die Grundlagen der Galilei-Newtonschen Mechanik und ihre Konsequenzen für die Mechanik eines materiellen Punktes bzw. eines Massenpunktes. III. Die Mechanik eines Massensystems für diskrete und kontinuierliche Massen. IV. Anwendungen auf die praktische Physik. Methoden- und Instrumentenlehre (Instrumente mit vertikaler und horizontaler Schwingungsfähigkeit. Maßeinheiten und Dimensionen). V. Theorie der Hydrostatik (einschließlich Kapillaritätstheorie). VI. Einführung in die Behandlung geophysikalischer Fragen (besonders solcher, die in das Gebiet der Mechanik fallen). VII. Einführung in die allgemeinen Prinzipe der Mechanik. VIII. Einleitung in die Theorie der physikalischen Erkenntnis.

Diese Vorlesungen sind zum Selbststudium für den jungen Studenten hervorragend geeignet. Die mathematischen Ableitungen zeichnen sich durch große Übersichtlichkeit aus, das Historische kommt, nach dem Beispiel Machs, daneben besonders zur Geltung. Ebenso auch das Erkenntnistheoretische. Hierfür ist mehr Interesse vorhanden, als vielfach angenommen zu werden pflegt. Das Werk kann nicht nur Studierenden, sondern auch als Grundlage für einleitende Vorlesungen angelegentlichst empfohlen werden. Reinganum.

F. Auerbach, Die Weltherrin und ihr Schatten. Ein Vortrag über Energie und Entropie. 2., ergänzte und durchgesehene Auflage. gr. 8. 74 S. Jena, G. Fischer. 1913. M. 2.—

In diesem anregend geschriebenen Aufsatz behandelt der Verf. in allgemein verständlicher und stellenweise recht humorvoller und anschaulicher Weise die beiden Hauptsätze als die Grundlinien physikalischen Geschehens nach einer anfänglichen kurzen Abschweifung über die Konstanz der Masse. Was den zweiten Hauptsatz anlangt, so wird er als richtunggebendes Prinzip dargestellt, ohne näheres Eingehen auf eine genauere, strenge Formulierung der Entropie. Gegen die 1. Auflage[1]) unterscheidet sich die vorliegende unter anderem durch Hinzunahme einer Betrachtung über die Grenzen der Gültigkeit der Energie- und Entropiesätze, über das Verhalten der Energie und Entropie in der lebenden Substanz und über das Wesen des Psychischen. Die Art der Behandlung der mit diesen Dingen zusammenhängenden Fragen entspricht natürlich der vom Verf. in einer besonderen Schrift weiter ausgeführten Theorie über die entropische Natur der Lebensenergie und wird nicht jeden ganz befriedigen, kann sogar manchen lebhaften Widerspruch hervorrufen.

In einem Anhang sind eine Reihe von Anmerkungen beigefügt, samt einem Literaturverzeichnis, welche manchen, die etwas weiter in den Stoff eindringen möchten, erwünscht sein werden.

1) Siehe diese Zeitschr. **4**, 280, 1903.

S. Valentiner.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Bonn Dr. Robert Wintgen für Chemie, an der Universität Göttingen Dr. Wilhelm Behrens für Mathematik.

Ernannt: Der Privatdozent für Chemie an der Technischen Hochschule Berlin Professor Dr. Siegfried Hilpert zum Abteilungsvorsteher am Kaiser-Wilhelm-Institut für Kohlenforschung in Mülheim (Ruhr), der Privatdozent an der Universität Berlin Professor Dr. Erich Regener zum etatsmäßigen Professor der Physik an der Landwirtschaftlichen Hochschule Berlin, der Privatdozent an der Universität Leipzig Dr. Robert König zum etatsmäßigen a.o. Professor der Mathematik an der Universität Tübingen.

Verliehen: Dem Privatdozenten für physikalische Medizin an der Universität Kiel Dr. Heinrich Schade der Titel Professor.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 7. 1. April 1914. 15. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 8 am 28. März 1914.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Trennung eng benachbarter Spektrallinien zum Zwecke monochromatischer Beleuchtung.
(Separation of Close Spectrum Lines for Monochromatic Illumination.)

Von R. W. Wood.

Bei Untersuchungen in vielen Zweigen der physikalischen Optik ergibt sich öfters aus diesem oder jenem Grunde die Notwendigkeit, zwei oder mehr eng benachbarte Spektrallinien zu trennen und nur eine von ihnen zu verwenden.

Beispielsweise muß bei Versuchen über die monochromatische Erregung von Resonanzspektren die zur Beleuchtung des fluoreszierenden Dampfes verwendete Linie entweder mit Hilfe von Absorptionsschirmen oder mittels eines als Monochromator benutzten Spektroskops isoliert werden.

Wenn man sich des letztgenannten Verfahrens bedient, so wird die Beleuchtung sehr eingeschränkt durch die Notwendigkeit, einen Spalt, oder vielmehr zwei Spalte, zu verwenden, und bei eng benachbarten Spektrallinien, wie beispielsweise bei den *D*-Linien des Natriums, macht die Notwendigkeit der Verwendung sehr feiner Spalte es nahezu unmöglich, auf diesem Wege irgend etwas zu leisten. Selbst bei den drei grünen Kupferlinien habe ich die größte Schwierigkeit gefunden, mit einer einzelnen mittels eines sehr großen Monochromators von 1,5 m Brennweite isolierten Linie eine ausreichende Beleuchtung zu erhalten.

In der vorliegenden Mitteilung werde ich ein Verfahren angeben, das uns in den Stand setzt, eine Lichtquelle von großen Abmessungen, etwa 1×3 cm, zu benutzen und aus ihr eine oder mehrere Linien praktisch ohne Lichtverlust auszuschalten. Beispielsweise können wir mit Hilfe eines Kondensors, der ein wirksames Öffnungsverhältnis von $f/2$ hat, von einer Natriumflamme zwei Bilder erzeugen, von denen das eine nur das Licht von der Wellenlänge 5890 A.-E., das andere nur das Licht von der Wellenlänge 5896 A.-E. enthält, und zwar sind beide Bilder nahezu so intensiv (im Vergleich zu einer Natriumlinie) als ob wir den Kondensor ohne die Trennungsvorrichtung verwendet hätten.

Das Verfahren ist eine Verbesserung eines anderen Verfahrens, das ich vor vielen Jahren bei der Untersuchung der Dispersion des Natriumdampfes angewandt und damals kurz beschrieben habe. Es ist ein Polarisationsverfahren und läßt sich in Kürze folgendermaßen beschreiben:

Wenn man eben polarisiertes monochromatisches Licht durch eine Platte aus irgendeinem doppeltbrechenden Kristall so hindurchgehen läßt, daß seine Schwingungsrichtung mit der

Achse einen Winkel von 45^0 bildet, so wird es bei bestimmten Plattendicken parallel zur ursprünglichen Ebene eben polarisiert austreten und bei bestimmten anderen Plattendicken senkrecht zu dieser Ebene eben polarisiert. Bei Plattendicken, die zwischen diesen beiden liegen, wird das austretende Licht elliptisch oder zirkular polarisiert sein.

Wenn wir eine 30 mm dicke Quarzplatte verwenden, so werden die austretenden Wellen der Natriumlinien D_1 und D_2 senkrecht zueinander eben polarisiert sein, und wir können dann mittels eines passend orientierten Nicols eine von beiden auslöschen. Wenn wir weißes Licht verwenden und dieses mittels eines Spektroskops analysieren, so wird das Spektrum von dunklen Banden durchfurcht sein, und zwar wird der Abstand zwischen einer hellen und einer dunklen Bande im gelben Spektralgebiet 6 Å.-E. oder den Abstand zwischen den D-Linien betragen.

Es war nun erwünscht, dieses Prinzip für die Trennung der D-Linien nutzbar zu machen zu dem Zwecke, die Resonanzstrahlung des Natriumdampfes durch das Licht von D_1 und von D_2 getrennt zu erregen; auf diese Weise können wir nämlich feststellen, ob die Mechanismen, welche die Strahlung hervorrufen, miteinander gekoppelt sind, eine Untersuchung, die ich gegenwärtig in Gemeinschaft mit Herrn L. Dunoyer zu einem erfolgreichen Abschluß bringe. Aus diesem Grunde wurde es erforderlich, das Verfahren möglichst wirksam auszugestalten. Da es notwendig ist, einen großen Kondensor anzuwenden und mit stark divergenten oder konvergenten Lichtkegeln zu arbeiten, muß man einen Quarzblock von sehr großen Abmessungen benutzen, den man zwischen die beiden Hälften des Kondensors bringt, weil die durch den Block hindurchgehenden Strahlen parallel sein müssen. Wenn letzteres nicht der Fall ist, werden die verschiedenen Strahlenbündel verschieden dicke Schichten durchlaufen und verschieden polarisiert sein. Überdies geht die eine Hälfte des Lichtes zu Beginn durch das polarisierende Nicol verloren. Diese Schwierigkeit wurde dadurch überwunden, daß ein großes Doppelbild-Prisma verwandt und hinterher die Analyse mit Hilfe eines Doppelbild-Prismas vorgenommen wurde. Auf diese Weise fielen bei richtiger Orientierung der Prismen die beiden Bilder, die nur D_2-Licht enthielten, aufeinander, während die D_1-Licht enthaltenden Bilder (mit je der halben Intensität) rechts und links von ihnen lagen. Durch diesen Kunstgriff erhielt das D_2-Bild die volle Intensität, abgesehen von dem Verlust durch Reflexion an den sechs Flächen der durchsichtigen Prismen und des Quarzblocks.

Eine Quarzplatte von 0,032 mm Dicke erzeugt beim Natriumlicht eine Drehung der Polarisationsebene um 90^0; infolgedessen muß die Platte bis auf beträchtlich weniger als diese Strecke planparallel sein, denn sonst wird von einigen Stellen des Gesichtsfeldes D_1-Licht und von anderen D_2-Licht hindurchgelassen werden. Wenn sich die Schichtdicke beim Übergange von einer Kante des Blocks zur anderen um mehr als 0,032 mm ändert, wird die eine Kante nur D_2-Licht hindurchlassen und heller erscheinen als die andere Kante, die nur D_1-Licht durchläßt, während die Mitte der Platte sowohl D_1-Licht als auch D_2-Licht in einem Zustande zirkularer Polarisation durchläßt. An dieser Stelle werden dann beide Wellenlängen seitens des Analysator-Nicols durchgelassen werden, und die Intensität wird zwischen den an den Kanten geltenden Werten liegen. Wenn sich die Schichtdicke schneller ändert, werden helle und weniger helle Banden das Gesichtsfeld durchqueren, und zwar werden die hellen Banden D_2-Licht und die minder hellen Banden D_1-Licht enthalten. Der berechnete Wert von 0,032 mm wurde an einem Bruchstück einer 30 mm dicken Quarzplatte bestätigt, die ein wenig keilförmg war, und die mir der Geschäftsführer der Firma Adam Hilger & Co., Herr Twyman, zur Verfügung gestellt hatte. Der genannte Herr hat mir auch das gleichfalls bei den Vorversuchen benutzte Quarz-Stufengitter geliehen. Als dieser Block zwischen gekreuzten Nicols angeordnet war, wurden sieben Banden gezählt; dabei wurden sowohl die dunklen als auch die hellen Banden gezählt. Das bedeutet, daß wir, wenn wir quer über die Platte gehen, siebenmal von der Durchlässigkeit für D_1-Licht zur Durchlässigkeit für D_2-Licht übergehen. Wenn wir die berechnete Schichtdicke von 0,032 mm mit 7 multiplizieren, so erhalten wir 0,224 mm, während der Dickenunterschied zwischen den beiden Rändern der Platte bei Messung mit dem Sphärometer zu 0,243 mm ermittelt wurde.

Ich stellte ferner eine Untersuchung mit einem Stufengitter aus Quarz an, das so zwischen den Nicols angeordnet wurde, daß seine Elemente horizontal lagen. Es wurde mit einer Natriumflamme beleuchtet, und ein Bild der Stufen wurde auf den Spalt eines Spektroskops entworfen. Auf diese Weise werden die einzelnen von einer Gitterstufe bedeckten Elemente des Spaltes von solchem Licht beleuchtet, das jedesmal eine andere Schichtdicke des Quarzes durchlaufen hat. An manchen Punkten erschien nur D_1-Licht, an anderen nur D_2-Licht, während wieder andere D_1- und D_2-Licht miteinander aufwiesen. Das Polarisator-Nicol ist natürlich so angeordnet, daß eine seiner Diagonalen mit

der Vertikalen einen Winkel von 45^0 bildet. Ein Photogramm dieser Erscheinung ist in Fig. 1 wiedergegeben. Die beste Trennung der Linien D_1 und D_2 lieferte die Stufe Nummer 6, und da jede Platte 4,7 mm dick

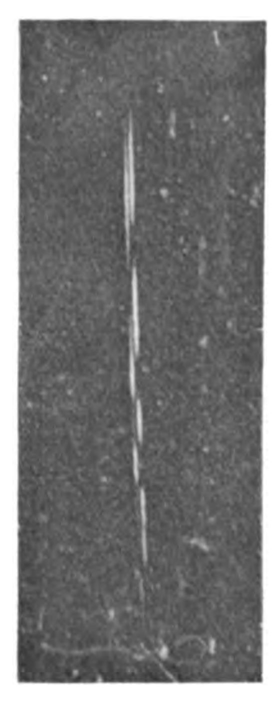


Fig. 1.

war, so betrug die Gesamtdicke $4,7 \times 6 = 28,2$ mm. Die siebente Stufe wies sowohl D_1- als auch D_2-Licht auf, da die Gesamtdicke hier gerade so groß war, daß sie für beide Wellenlängen Zirkularpolarisation ergab. In der Praxis können wir eine Platte verwenden, deren Schichtdicke irgendwo zwischen 25 mm und 40 mm liegt. Die günstigste Dicke beträgt 32 mm, und diese Dicke liefert uns für jede der beiden Natriumlinien die höchste Intensität, wenn wir die andere Linie abblenden. Mit einer Platte von beispielsweise 25 mm Dicke kann man das D_1-Licht vollständig auslöschen, aber das durchgelassene D_2-Licht wird dann nicht so hell sein wie bei Verwendung einer Platte von der richtigen Schichtdicke. Wenn man das Stufengitter mit weißem Licht beleuchtet, so wird das kontinuierliche Spektrum, das von jeder einzelnen Stufe hindurchgelassen wird, von schwarzen Banden durchfurcht, und diese Banden entsprechen den Wellenlängen solchen Lichtes, das parallel zur größeren Diagonale des Analysator-Nicols schwingt. Der Abstand zwischen den Banden nimmt mit der Anzahl der auf den einzelnen Stufen wirksamen Platten ab. Eine photographische Aufnahme dieser Banden mit übergelagerten D-Linien ist in Fig. 2 wiedergegeben. Bei einer Schichtdicke von 32 mm beträgt der Abstand zwischen aneinandergrenzenden hellen und dunklen Banden 6 A.-E. Wenn man eine andere Schichtdicke benutzt und eine schwarze Bande mit D_1 zusammenfallen läßt, wird D_2 ein wenig seitlich von der Mitte der angrenzenden hellen Bande liegen, und die Intensität wird kleiner sein als bei Anwendung der richtigen Schichtdicke.

Die Auslöschung einer der D-Linien kann man mit einem natürlichen ungeschnittenen Quarzkristall zeigen, wenn dessen Flächen einigermaßen gut sind. Man muß dann den Kristall zwischen gekreuzte Nicols setzen und zwei Flächen auf der Seite benutzen, die durch einen Abstand von zwei bis drei Zentimetern voneinander getrennt sind. Man entwirft ein Bild des Kristalls auf den Spalt des Spektroskops und wird finden, daß D_1 an gewissen Stellen fehlt und

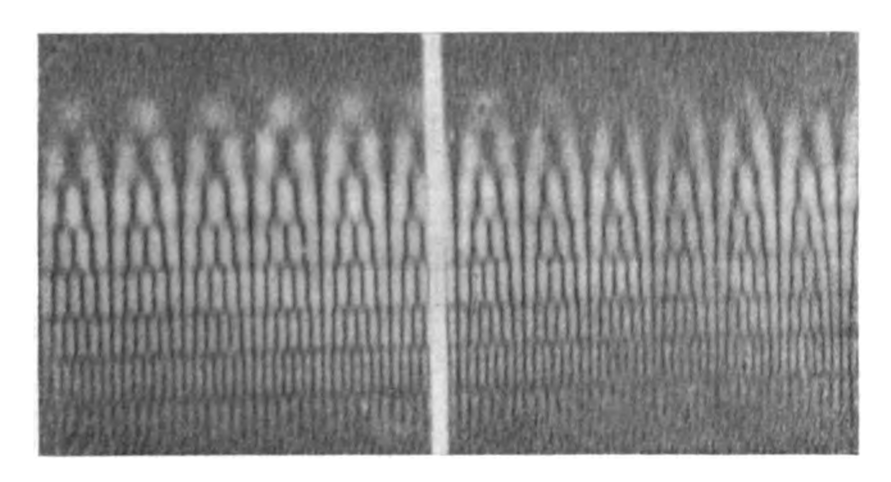


Fig. 2.

D_2 an anderen. Etwas anderes ist es, wenn man eine große Lichtmenge gebrauchen muß, wie bei Versuchen über die Fluoreszenz. In diesem Falle muß man nämlich einen großen Block von gleichmäßiger Dicke benutzen, der frei von allen Spuren kristallinischer Unregelmäßigkeiten ist. Man sollte brasilianischen Quarz verwenden, denn die Kristalle aus Madagaskar zeigen bei der Untersuchung mit polarisiertem Licht Unregelmäßigkeiten.

Ich wählte einen großen und sehr klaren Kristall aus und untersuchte ihn mit Natriumlicht zwischen gekreuzten Nicols. Es schienen keine derartigen inneren Unregelmäßigkeiten vorhanden zu sein, wie sie ein schöner Quarzblock aufwies, den mir Herr Twyman geliehen hatte, und der möglicherweise aus einem Kristall aus Madagaskar geschnitten worden war. Es ist nicht immer möglich, einen Kristall zu beurteilen, bevor er geschnitten worden ist; aber wenn die Flächen einigermaßen eben und klar sind, ist es für gewöhnlich möglich, zu sagen, ob Änderungen in der Intensität des Natriumlichtes die Folge innerer Störungen oder kleiner Unterschiede in der Dicke sind. Aus dem ausgesuchten Kristall wurde ein Block von $85 \times 60 \times 32$ mm parallel zur Achse herausgeschnitten und poliert[1]). Dieser Block wurde, ehe das Polierstadium erreicht wurde, zwischen gekreuzten Nicols untersucht, und es stellte sich heraus, daß er eine vollkommen gleichmäßige Beleuchtung lieferte; dies ist gerade das, was verlangt wird. Natürlich wurden Glasplatten und Benzin benutzt, um den Block durchsichtig zu machen. Herr Bertin hat noch nach dieser Prüfung die Gleichmäßigkeit der Dicke beträchtlich gesteigert und dann die sechs Flächen des Blocks poliert. Wenn dieser Block zur Trennung der D-Linien benutzt wird (Schichtdicke 32 mm), so hat er eine Fläche von 50 cm². Bei Benutzung in der anderen Stellung mit 60 mm Schichtdicke wird er Linien trennen, die um 3 Å.-E. auseinander liegen. Bei Verwendung in der Längsdurchsicht kann man bei gewissen Versuchen sein natürliches Drehungsvermögen nutzbar machen.

Die Doppelbrechung des Doppelspats ist sehr viel größer als die des Quarzes, und eine Platte von weniger als 3 mm Dicke ist für die D-Linien nötig. Sie würde indessen in zehnmal so hohem Maße planparallel sein müssen, wie dies beim Quarz der Fall ist. Höchstwahrscheinlich würde man einen dicken Block aus Doppelspat, der nach den bei der Konstruktion moderner Interferometer gebräuchlichen Methoden planparallel gemacht worden wäre, benutzen können, um die starke mittlere Komponente mehrfacher Linien zu unterdrücken, wenn man die schwächeren Trabanten photographieren oder untersuchen will. Versuche nach dieser Richtung hin sind gegenwärtig im Gange. Die Quarzplatte hat sich in jeder Hinsicht als höchst zufriedenstellend erwiesen. Wenn man sie zwischen den beiden Hälften eines Kondensors nach Dunoyer von 10 cm Durchmesser und 12 cm Brennweite für paralleles Licht (d. h. 24 cm Brennweite, wenn er ein Bild einer Lichtquelle von gleicher Größe wie diese Lichtquelle erzeugt) anordnet, so ist es möglich, die ganzen 50 cm² der Platte bei der Erzeugung eines Bildes der vor der Natriumflamme angebrachten Öffnung (1×3 cm) auszunutzen, das nur D_1- oder nur D_2-Licht enthält.

Fig. 3 zeigt die Anordnung der Apparatur. Das Doppelbild-Prisma A ist so orientiert, daß

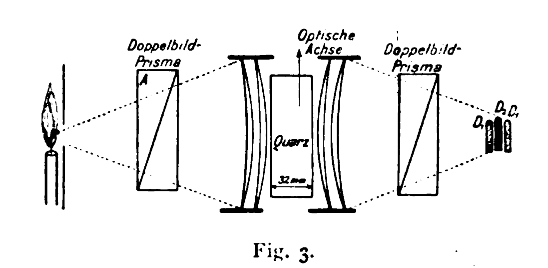


Fig. 3.

die Schwingungen der beiden durchgelassenen Strahlen einen Winkel von 45° mit der Vertikalen bilden. Das zweite Doppelbild-Prisma wird bei Abwesenheit des Quarzblocks so orientiert, daß es zwei Bilder der Lichtquelle nebeneinander liefert, die durch einen Abstand gleich der Breite des einzelnen Bildes voneinander getrennt sind. Jedes dieser Bilder enthält sowohl D_1- als auch D_2-Licht. Wenn man nunmehr den Quarzblock zwischen die beiden Hälften des Kondensors setzt, verläßt alles D_2-Licht (beispielsweise) die ursprünglichen Bilder und vereinigt sich zu einem zwischen den beiden anderen gelegenen dritten Bild. Dieses ist das Bild, das benutzt wird. Wünscht man, in diesem Bilde D_1-Licht zu haben, so braucht man nur den Block um einen bis zwei Grad zu drehen und dadurch die optische Weglänge im Quarz zu vergrößern. Wenn wir das analysierende Doppelbild-Prisma drehen, so spaltet sich das mittlere Bild in zwei Teile, und wir können dann die

1) Diese Arbeit wurde von Herrn Bertin, Paris, 13, Quai St. Michel, ausgeführt, den ich über die Prüfungsverfahren mittels polarisierten Natriumlichtes instruiert habe. Der Preis des Kristalls mit Einschluß des Schneidens und Polierens betrug 140 Francs. Da sich der Genauigkeitsgrad, mit dem die Platte planparallel sein muß, durch Anwendung des Sphärometers leicht erreichen läßt, und da die Seitenflächen nicht genau parallel zur Achse zu sein brauchen, bietet die Herstellung der Platte keine großen Schwierigkeiten.

richtige Stellung des Prismas dadurch bestimmen, daß wir diese beiden Bilder genau zum Zusammenfallen bringen. Wie ich schon oben gesagt habe, vermeidet dieses Verfahren den Lichtverlust von 50 v. H., der sich aus der Verwendung Nicolscher Prismen ergibt. Da die Doppelbild-Prismen beträchtlich kleinere Öffnung hatten als der Quarzblock, wurden sie mitten zwischen die Kondensorlinsen und das Bild bzw. die Lichtquelle gestellt, wie es die Fig. 3 zeigt. Bei Verwendung von Prismen mit zu kleiner Öffnung, die man dicht an die Lichtquelle und

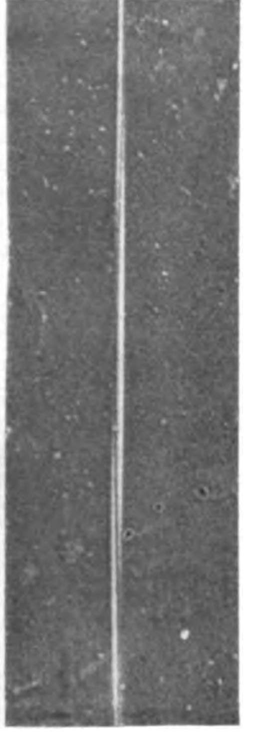


Fig. 4.

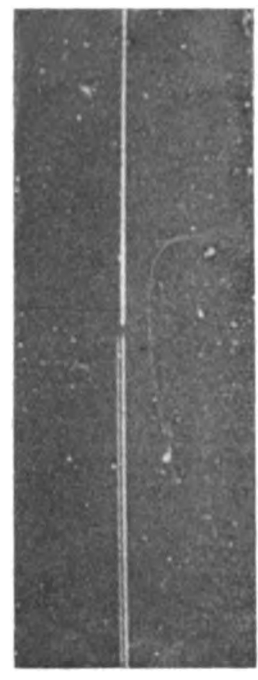


Fig. 5.

an das Bild heranbringen würde, würde indessen die Trennung der Bilder unzureichend sein.

Um die Einstellung des Quarzblocks und die allgemeine Wirksamkeit der Apparatur zu prüfen, brauchen wir nur die drei Bilder auf einem Stück weißen Papiers aufzufangen und ein Bild des mittleren Bildes auf den Spalt eines Spektroskops zu entwerfen, das die D-Linien deutlich aufzulösen vermag.

Wenn die optische Achse nicht vertikal ist, werden einige Teile des Spaltes mit D_1-Licht, andere mit D_2-Licht, und noch andere sowohl mit D_1-Licht als auch mit D_2-Licht beleuchtet sein, wie es die in Fig. 4 wiedergegebene photographische Aufnahme zeigt. Der Block muß nach vorn oder nach hinten geneigt werden, bis man längs des ganzen Spaltes denselben Zustand erhält. Nunmehr dreht man den Block ein wenig, bis entweder das D_1-Licht oder das D_2-Licht vollständig ausgelöscht ist. Dann kann man überzeugt sein, daß das Bild ganz und gar von monochromatischem Licht gebildet wird.

In Fig. 5 sehen wir die obere Hälfte des Spaltes von dem Lichte beleuchtet, das von dem weißen Papier bei richtiger Einstellung des Quarzblocks reflektiert wird, während die untere Hälfte des Spaltes von dem Licht einer Natriumflamme beleuchtet wird, das von dem Vergleichsprisma des Spektrographen reflektiert wird.

Bei lang andauernden Expositionen ist es wichtig, auf die Temperatur zu achten, denn eine Änderung um 5^0 reicht aus, um D_1 erscheinen zu lassen, wenn der Block ursprünglich für diese Linie auf Auslöschung eingestellt war.

Beim Arbeiten mit dem Spektroskop allein, wo man keine Lichtkegel von großer Apertur braucht, erfüllt ein Stufengitter aus Quarz alle Erfordernisse; somit kann dieses Instrument, das die Firma Adam Hilger & Co. jüngst auf den Markt gebracht hat, in neuartiger Weise Verwendung finden.

Die in der vorstehenden Mitteilung beschriebenen Versuche wurden an der Sorbonne zu Paris im Institut des Herrn Bouty ausgeführt, der mir alle gewünschten Hilfsmittel freundlichst zur Verfügung gestellt hat.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 23. Februar 1914.)

Eine photometrische Untersuchung der Fluoreszenz des Joddampfes. (A Photometric Study of the Fluorescence of Jodine Vapour.)

Von R. W. Wood und W. P. Speas.

Die Verringerung der Intensität der Fluoreszenz des Joddampfes infolge von Beimischung von Luft oder einem anderen fremden Gase hat der eine von uns vor einer Reihe von Jahren untersucht[1]). Im Anschluß hieran haben dann Wood und Franck[2]) entdeckt, daß solche Gase, welche stark elektronegativ waren, am wirksamsten waren, was die Verringerung der

1) R. W. Wood, Phil. Mag. (6) **21**, 309, 1911; Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 72, 1911; diese Zeitschr. **12**, 1204, 1911.

2) Phil. Mag. (6) **21**, 314, 1911; Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 78, 84, 1911; diese Zeitschr. **12**, 81, 1911.

Fluoreszenzstärke anbetrifft. Von allen untersuchten Gasen war Helium das am wenigsten wirksame, war doch die Fluoreszenzintensität des Joddampfes, wenn er mit Helium gemischt worden war, selbst bei zwei bis drei Zentimetern Druck, fast ebenso groß wie im Vakuum. Die Farbe des Fluoreszenzlichtes veränderte sich jedoch infolge der Gegenwart des Heliums von Gelbgrün in Orangerot, und die erhaltenen Kurven zeigten, daß dies eine Folge des Umstandes war, daß das Helium die Intensität der kurzwelligeren Strahlungen im Fluoreszenzspektrum in höherem Maße verringerte als die minder brechbaren Strahlungen. Die ausgedehnten Untersuchungen über die merkwürdigen Resonanzspektren, welche der Dampf emittiert, wenn er durch monochromatisches Licht erregt wird, Untersuchungen, die der eine von uns im Laufe der letzten beiden Jahre ausgeführt hat, ließen eine eingehendere photometrische Untersuchung wünschenswert erscheinen; schien es doch wahrscheinlich, daß sorgsame Bestimmungen der Intensitätsänderungen der Strahlungen mit der Dichte des Joddampfes gewisse dunkle Punkte — beispielsweise den Umstand, daß das schwache Bandenspektrum, welches das Resonanzspektrum begleitet, dann stärker entwickelt ist, wenn sich der Joddampf infolge Kühlung der Röhre in Eis auf sehr geringer Dichte befindet — einigermaßen beleuchten würden. Ferner bietet es erhebliches Interesse, festzustellen, bis zu welchem Grade das Leuchten eines Jodmoleküls durch die Nähe anderer Jodmoleküle vermindert wird, mit anderen Worten: den Einfluß von Joddampf unter verschiedenen Drucken auf die Intensität der Jodfluoreszenz zum Zwecke der Vergleichung mit den Wirkungen der verschiedenen anderen in den früheren Untersuchungen bestimmten Gasen festzustellen.

Im vorliegenden Falle wird indessen die Sache dadurch kompliziert, daß durch eine Druckerhöhung die Anzahl der fluoreszierenden Moleküle gesteigert wird.

Es hat sich indessen als möglich herausgestellt, diesem Umstande Rechnung zu tragen, und eine Kurve zu konstruieren, welche die zerstörende Wirkung des Joddampfes auf die Fluoreszenz des Joddampfes zeigt, und welche den Kurven genau analog ist, die bei den früheren Untersuchungen für Helium, Argon, Stickstoff, Wasserstoff usw. konstruiert worden sind.

Der Joddampf war in einer ausgepumpten Glasröhre von derselben Form enthalten, wie sie bei der Untersuchung der Resonanzspektren[1]) benutzt wurde. Das mittels eines großen Kondensors längs der Achse der Röhre erzeugte Bild eines Quarz-Quecksilberlichtbogens erregte eine Fluoreszenz von sehr konstanter Stärke, und diese wurde mit einem Photometer unter Betrachtung der fluoreszierenden Dampfsäule in der Längsdurchsicht („*end-on*") gemessen. Das Photometer gehörte derselben Type an wie das bei den früheren Untersuchungen benutzte, und zwar war die Vergleichslichtquelle ein weißer Schirm, der von dem Lichte eines Auerstrumpfes beleuchtet wurde, nachdem dieses durch geeignete Filter hindurchgegangen war, damit seine Farbe mit der gelbgrünen Farbe der Fluoreszenz übereinstimmte. Die Temperatur der Röhre wurde mittels eines Wasserbades erhöht oder aber dadurch erniedrigt, daß ein seitliches Ansatzrohr in ein Alkoholbad eingetaucht wurde, das in einem kleinen Dewarbecher enthalten war und durch Zusatz von flüssiger Luft auf jede gewünschte Temperatur abgekühlt werden konnte. Die Dichte des Joddampfes wird durch die Temperatur des kältesten Teiles des Systems bestimmt; es war somit beim Arbeiten unterhalb der Zimmertemperatur nichts weiter erforderlich, als die Temperatur des kleinen Ansatzrohres zu verändern.

Es stellte sich heraus, daß eine meßbare Fluoreszenz noch bei einer Dichte erhalten wurde, die -30^{0} C entsprach. Es war indessen unmöglich, einen absolut schwarzen Hintergrund zu erhalten, selbst dann nicht, wenn das Ende der Röhre auf eine Strecke von 10 cm schwarz angestrichen worden war. Um die geringe Menge zerstreuten und reflektierten Lichtes zu bestimmen, die der Hintergrund aussandte, brauchten wir nur das Ansatzrohr in flüssige Luft einzutauchen; dadurch wurde jede Spur von Joddampf aus der Beobachtungsröhre entfernt, und wir hatten dann nur nötig, die Intensität der sehr schwachen Beleuchtung des Hintergrundes zu messen. Diese konstante Größe brachten wir in jedem Einzelfalle von der gemessenen Intensität der Fluoreszenz in Abzug.

Beim Arbeiten oberhalb der Zimmertemperatur wurde die ganze Röhre in einen mit destilliertem Wasser von der verlangten Temperatur gefüllten rechteckigen Glastrog eingetaucht.

Die Intensitätsänderung der Fluoreszenz als Funktion der Temperatur wird durch die Kurve A unserer Fig. 1 veranschaulicht. In dieser Kurve stellen die Ordinaten die Intensitäten und die Abszissen die Temperaturen dar. Selbstverständlich beeinflußt eine Temperaturänderung die Intensität der Fluoreszenz nur dadurch, daß sie die Dampfdichte verändert.

Die Änderung der Dichte des Joddampfes mit der Temperatur wird aus der Kurve **B** ersichtlich, bei der die Drucke in Millimetern Quecksilber (als Ordinaten) links von der Kurve

1) Diese Zeitschr. **14**, 177, 1913.

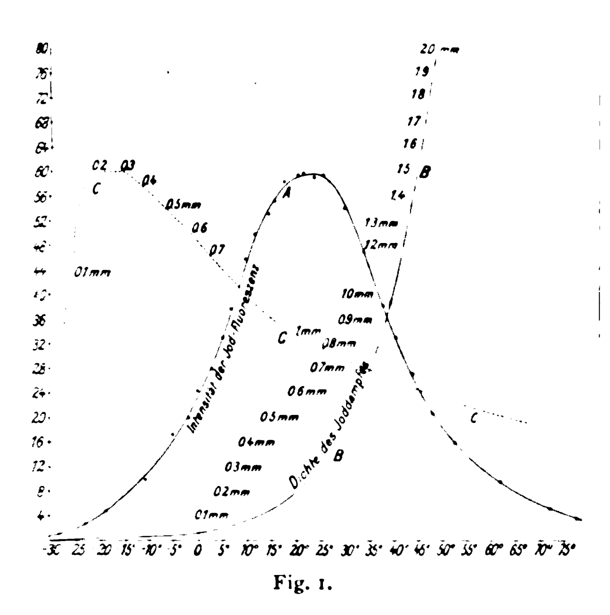


Fig. 1.

angegeben sind. Diese Kurve ist nach den Werten gezeichnet worden, die Baxter, Hickey und Holmes[1]) zwischen 0° C und 55° C erhalten haben. Diese Forscher geben keine Werte unterhalb 0° an, trotzdem sich eine schwache Fluoreszenz bei —30° C beobachten läßt; bis zu diesem letztgenannten Punkte haben wir denn auch die Kurve durch rohe Extrapolation weiter geführt.

Die Intensitätskurve **A** ist merkwürdig symmetrisch und hat ihren Höchstwert bei 20° bis 25° C. Wenn wir die Temperatur von —30° C bis 0° C steigern, so wächst die Intensität wahrscheinlich sehr nahezu proportional mit der Druckzunahme, da ja bei diesen sehr geringen Dichten die seitens eines Moleküls ausgesandte Strahlung nicht durch die Gegenwart seiner Nachbarmoleküle vermindert wird. Oberhalb 0° ist indessen die Zunahme nicht mehr proportional der Zunahme der Molekülzahl, weil der Dampf anfängt, seine eigene Fluoreszenz auf dieselbe Weise zu vernichten, wie es ein anderes Gas, beispielsweise Stickstoff oder Kohlensäure, tun würde, nur in sehr viel höherem Maße. Beispielsweise ist bei einem Druck von 0,05 mm (bei 5° C) die Intensität 33, während sie bei einem Druck von 0,1 mm (bei 11° C) nur 46 ist und nicht 66, ein Wert, den wir erwarten müßten, falls keine Wechselwirkung zwischen den Molekülen bestände. Zwischen 17° C und 25° C wird zwar die Anzahl der Moleküle mehr als doppelt so groß, aber es findet keine Zunahme der Intensität statt, weil die Zunahme in der Anzahl der strahlenden Moleküle durch die Verminderung der Intensität der von jedem einzelnen Moleküle ausgehenden Strahlung infolge der Gegenwart der Nachbarmoleküle fast genau ausgeglichen wird. Oberhalb 25° C überwiegt die Intensitätserniedrigung, und die Kurve fällt schnell.

Wenn wir die Intensitäten (als Ordinaten) als Funktion der Drucke (als Abszissen) auftragen, so erhalten wir die (gestrichelte) Kurve **C**, bei der die Drucke (also die Abszissen) längs der Kurve vermerkt worden sind. Diese Kurve gibt uns eine bessere Vorstellung von der Erscheinung als die Kurve **A**, weil hier die Intensitäten unmittelbar als Funktion jener Änderungen des physikalischen Zustandes dargestellt werden, welche die Strahlung beeinflussen. Diese Kurve zeigt uns indessen nur die Änderung in der Intensität der seitens sämtlicher Moleküle emittierten Gesamtstrahlung mit zunehmendem Druck.

Angesichts der früheren Arbeiten, in denen die Verringerung der Intensität der Strahlung seitens einer konstanten Anzahl von Jodmolekülen infolge der Gegenwart fremder Moleküle untersucht worden war, bietet es großes Interesse, festzustellen, in welchem Maße die von einer gegebenen Gruppe von Jodmolekülen ausgesandte Strahlung durch Einschaltung anderer Moleküle derselben Art verringert wird, oder mit anderen Worten, den verringernden Einfluß des Joddampfes auf seine eigene Fluoreszenz im Vergleich zu dem Einfluß anderer Gase festzustellen.

Dies läßt sich sehr leicht erreichen, wenn man die durch die Kurven **A** und **B** dargestellten Werte folgendermaßen kombiniert:

Bei einer Temperatur von 0° ist der Druck 0,03 mm und die Intensität der Fluoreszenz 24. Wir wollen nun die Intensität der Strahlung eben derselben Molekülgruppe bestimmen, wenn eine gleiche Anzahl ähnlicher Moleküle zwischen sie eingeschaltet worden ist. Wir erhöhen die Temperatur auf 7° C: der Druck verdoppelt sich (auf 0,06 mm) und die Intensität wächst auf 36. Wir haben indessen die Strahlung seitens sämtlicher Moleküle gemessen und haben es nur mit jener zu tun, die seitens der ursprünglichen Gruppe emittiert wird, und diese Gruppe steuert zu der gemessenen Intensität die Hälfte bei. Infolgedessen müssen wir den Wert 36 durch 2 dividieren, und das ergibt uns 18. Die Intensität der Strahlung unserer Gruppe ist durch einen Druckzuwachs um 0,03 mm von 24 auf 18 verringert worden.

Bei einer Temperatur von 11° C ist der Druck 0,09 mm und die Intensität 47; von dieser wird ein Drittel, also 15,7, von der ursprünglichen Gruppe beigesteuert. Folglich wird

1) Journ. Amer. Chem. Soc. **29**, 127, 1907 (Februar).

die Intensität durch eine Druckzunahme um 0,06 mm von 24 auf 15,7 verringert.

Auf diese Weise können wir eine Kurve konstruieren, welche die Intensitätsabnahme infolge der Wechselwirkung zwischen den Molekülen zeigt.

Es ist indessen zu beachten, daß wir die ursprüngliche Gruppe bei einem Drucke unterhalb jenes Druckes wählen müssen, bei dem die Wirkung eines Moleküls auf die von einem Nachbarmolekül ausgesandte Strahlung merklich ist. Wenn wir als Ausgangspunkt die Intensität 12 bei einem Druck von 0,015 mm nehmen, finden wir, daß die Intensität bei 0,03 mm 24 ist. Die Hälfte hiervon ist 12, unser ursprünglicher Wert. Das heißt mit anderen Worten: eine Druckerhöhung um 0,015 mm hat keine Intensitätsabnahme zur Folge gehabt. Bei 0,045 mm ist die Intensität 30; ein Drittel hiervon ist 10; es hat also eine geringe Abnahme stattgefunden.

Auf diese Weise haben wir die Kurve **D** (Fig. 2) ermittelt; dabei haben wir die berechneten Werte

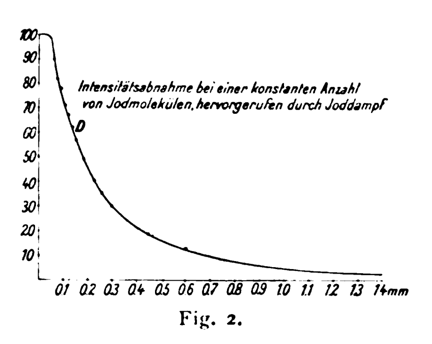


Fig. 2.

mit $8^1/_3$ multipliziert, um die Intensität der bei dem niedrigsten Druck von dem Dampf ausgehenden Strahlung gleich 100 zu machen. Diese Kurve zeigt uns den außerordentlichen Einfluß des Joddampfes auf seine eigene Fluoreszenz; vermindert doch der Dampf bei 1 mm Druck die Intensität von 100 auf 5.

Es ist interessant, die Wirkung des Joddampfes mit jener der in den früheren Arbeiten untersuchten Gase und Dämpfe zu vergleichen. In jenen anderen Fällen wurde eine konstante Temperatur angewandt, was zur Folge hatte, daß die Dichte des Joddampfes unverändert blieb; gemessen wurde die Intensität der Fluoreszenz, wenn verschiedene Gase bei verschiedenen Drucken in die Röhre eingeleitet wurden.

Die Intensität wird von 100 auf 19 erniedrigt durch Wasserstoff bei 24 mm, durch Luft bei 11 mm, durch CO_2 bei 7 mm, durch Ätherdampf bei 3 mm, durch Jodchlorid bei 1,8 mm und durch Joddampf bei einem Druck von nur 0,4 mm.

Es ist wahrscheinlich, daß Chlor noch wirksamer sein würde als Jod, weil es noch stärker elektronegativ ist. Der oben angeführte Wert für Jodchlorid ist der in der früheren Veröffentlichung für Chlor angegebene; es war dort nämlich die Tatsache übersehen worden, daß sich die Dämpfe, wenn sie miteinander vermischt werden, zu der Verbindung vereinigen. Es war immer ein Überschuß von Jod in der Röhre, so daß es kaum zweifelhaft ist, daß die richtige Deutung des Versuchs die sein wird, den aktiven Dampf als Jodchlorid anzusehen, und nicht als Jod.

Bromdampf ist stärker elektronegativ als Joddampf, und trotzdem er ein ähnliches Absorptionsspektrum hat wie Jod, ist seine zerstörende Wirkung auf seine eigene Fluoreszenz so gewaltig, daß es nur bei Drucken, die vermutlich in der Nähe von 0,001 mm liegen, möglich ist, die Fluoreszenz zu beobachten, da die Intensität so gering ist, daß die Erscheinungen nur unter Schwierigkeiten wahrgenommen werden können. Man muß Sonnenlicht auf die Mitte der ausgepumpten Kugel fokussieren und den Bromdampf durch Anwendung fester Kohlensäure auf die Außenwand kondensieren. Unmittelbar, ehe sich die letzte Spur von Dampf kondensiert, zeigt sich eine sehr schwache grüne Fluoreszenz, etwa von der Intensität, wie Joddampf sie bei —30° C aufweist.

Die mit Joddampf bei verschiedenem Druck gewonnenen Ergebnisse bestätigen die in der früheren Veröffentlichung aufgestellten allgemeinen Sätze:

> Damit wir eine sichtbare Fluoreszenz erhalten, muß eine hinreichende Anzahl von Molekülen zugegen sein. Ihre Anzahl darf jedoch nicht so groß sein, daß sie zu gegenseitigen Störungen Anlaß gibt. Der Druck, bei dem die stärkste Fluoreszenz auftritt, hängt von dem elektrischen Charakter des Moleküls ab.

Absorption des Fluoreszenzlichtes[1]) durch Joddampf.

Es liegt auf der Hand, daß man zum Zwecke einer richtigen Deutung der mit dem Photometer gefundenen Ergebnisse Bestimmungen über das Absorptionsvermögen des Dampfes für das Fluoreszenzlicht vornehmen muß, weil bei sämtlichen Versuchen das Fluoreszenzlicht gezwungen ist, eine größere oder geringere Menge absorbierenden Dampfes zu durchlaufen.

1) Die Absorption des erregenden Lichtes zu berücksichtigen, ist, außer bei den höheren Dampfdichten, unnötig, da die Beobachtungen in wenigen Millimetern Abstand vom Eintrittspunkte vorgenommen werden, und die Intensitätsverminderung des Lichtstrahls erst nach Durchlaufen von mehreren Zentimetern des Dampfes merklich wird. Bei unseren Versuchen war die Intensität des Fluoreszenzflecks (des Querschnitts des Bildes des Quarz-Lichtbogens) auf seiner ganzen Fläche völlig gleichmäßig.

Die Farbe des Fluoreszenzlichtes ist bei dichtem Dampfe ausgesprochen rot, bei Zimmertemperatur orangegelb, und bei den tiefsten Temperaturen gelb mit einem Stich ins Grüne. Wenngleich dieser Farbenwechsel zum Teil auf einer Absorption des grünen Teiles des Spektrums des emittierten Lichtes beruht, spielt doch zweifellos noch ein Faktor mit. Bei der früheren Untersuchung hat sich herausgestellt, daß sich die Farbe ganz ausgesprochen nach rot hin änderte, wenn einer konstanten Menge Joddampf Helium beigemischt wurde, und dieselbe Wirkung wurde in abnehmendem Maße bei Argon, Wasserstoff und Stickstoff beobachtet. Indessen wurde keine Farbenänderung beobachtet, wenn die Intensität durch Chlor verringert wurde. Wir sprachen die Vermutung aus, daß ein fremdes Gas die Intensität der Fluoreszenz auf zweierlei Weise verminderte, nämlich einerseits durch seine elektronegative Eigenschaft — und zwar ist die Verminderung in diesem Falle von keinem Farbenwechsel begleitet —, andererseits durch Zusammenstöße, welche die Intensität der kurzen Wellen stärker vermindern als die der langen. Es ist durchaus möglich, daß die Zusammenstöße jene Linien, die ich als Resonanzstrahlungslinien bezeichnet habe, mehr schwächen als die Linien erhöhter Wellenlänge.

Bei der Schwächung der Intensität durch Joddampf beruht die Farbenänderung vermutlich zum großen Teile auf Absorption. Die Messungen haben nämlich gezeigt, daß das Fluoreszenzlicht durch Joddampf stärker absorbiert wurde als Licht von derselben Farbe, das durch Filtrieren des Auerlichtes durch geeignete Farbfilter erhalten worden war. Das ist eine Folge des Umstandes, daß das Fluoreszenzspektrum diskontinuierlich ist und einige seiner Linien mit Absorptionslinien zusammenfallen. Wenn die beiden Felder im Photometer, von denen das eine mit dem Fluoreszenzlicht beleuchtet wurde, das andere mit dem filtrierten weißen Licht, gegeneinander abgeglichen worden waren, wurde das Gleichgewicht gestört, wenn zwischen das Auge und das Photometer eine Kugel mit Joddampf gehalten wurde. Wir stellten auch Messungen in der Weise an, daß wir die Länge der beleuchteten Joddampfsäule mit Hilfe von Schirmen einschränkten und zuerst das am weitesten vom Photometerkopf entfernte Ende der Röhre beleuchteten und danach das näher gelegene Ende. Die tatsächliche Intensität der Fluoreszenz war in beiden Fällen dieselbe, aber im ersteren Falle war die gemessene Intensität geringer, weil das emittierte Licht eine größere Schichtdicke Joddampf durchlaufen hatte.

Die Ergebnisse zeigten an, daß die dem Photometer zunächst gelegenen Teile der beleuchteten Säule mehr zu der Intensität beitrugen als die weiter entfernt gelegenen.

Es ergab sich, daß die Absorption für die Fluoreszenz des Dampfes bei 0^0 viel stärker war als bei Zimmertemperatur; sie belief sich nämlich bei einer 14 cm dicken Joddampfschicht von 23^0 im ersteren Falle auf 43 v. H. und im letzteren auf 29 v. H. Die Absorption wurde dadurch herbeigeführt, daß zwischen die Fluoreszenzröhre und das Photometer eine ausgepumpte Kugel von 14 cm Durchmesser eingeschaltet wurde, die Jodkristalle enthielt. Statt die Kugel zu entfernen, um die Intensität ohne Absorption zu bestimmen, kondensierten wir den Joddampf durch Auflegen von Watte, die mit flüssiger Luft getränkt wurde. Auf diese Weise eliminierten wir den von Reflektionen an den Wänden der Kugel herrührenden Verlust.

Die Wirkung der Absorption wird darin bestehen, daß sie eine Intensitätsabnahme der Fluoreszenz mit zunehmender Dampfdichte herbeiführt. Die Wirkung wird dadurch einigermaßen kompliziert, daß der grüne Teil des Spektrums stärker absorbiert wird als der rote. Dieser Umstand wird eine Änderung der Fluoreszenzfarbe zur Folge haben, abgesehen von der bereits erwähnten Ursache, nämlich den Zusammenstößen mit anderen Molekülen. Die Intensitätskurve fällt infolgedessen rascher ab, als es der Fall sein würde, wenn keine Absorption vorhanden wäre. Es ist nicht ganz leicht, die Korrektion für die Absorption vorzunehmen, weil das von jedem einzelnen beleuchteten Elemente der Dampfsäule ausgehende Licht gezwungen ist, eine andere Schichtdicke des Dampfes zu durchlaufen. Die Hauptursache für die Intensitätsabnahme ist die Wechselwirkung zwischen den Molekülen. Es ist nicht die geringste Spur einer Oberflächenfluoreszenz oder eines Glühens einer dünnen, mit der Wandung in Berührung stehenden Dampfschicht vorhanden. Eine solche würde durch Absorption praktisch nicht beeinflußt werden. Sie ist bei Quecksilberdampf in sehr ausgesprochenem Maße vorhanden, und zwar sowohl bei der sichtbaren Fluoreszenz, die man erhält, wenn man den in einem erhitzten Quarzkolben enthaltenen dichten Dampf mit dem Lichte des Funkens beleuchtet, als auch bei der ultravioletten Resonanzstrahlung, die bei Drucken unter 1 mm seitens der Quecksilberbogenlinie 2536 Å.-E. erregt wird, wie dies der eine von uns kürzlich dargetan hat.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Ikle.)

(Eingegangen 23. Februar 1914.)



Zur Photometrie der Lumineszenzerscheinungen.

Von F. v. Hauer und J. v. Kowalski.

Die Ausmessungen der Lumineszenzerscheinungen benötigen einer einfachen Apparatur, welche sowohl erlaubt, das lumineszierende Präparat monochromatisch zu beleuchten, als auch die resultierende Lumineszenzerscheinung spektralphotometrisch zu untersuchen.

Wir beabsichtigen zunächst einen zu diesem Zweck gebauten Ultraviolett-Monochromator und ein lichtstarkes Spektralphotometer zu beschreiben, wie auch einige damit durchgeführte Lumineszenzbeobachtungen mitzuteilen, um auf die vielseitige Anwendbarkeit der Apparate[1]) hinzuweisen.

1. Der Monochromator.

Die Konstruktion des Monochromators ist aus der Fig. 1a zu ersehen. J stellt die Lichtquelle dar, deren Licht durch den Quarzkondensor C auf den mikrometrisch verstellbaren Spalt S^1 konzentriert und sodann durch die Kollimatorlinse L^1 parallel gemacht wird. PS stellt ein Compound-Quarzprisma mit konstanter Ablenkung dar. Nachdem das Licht das Prisma durchsetzt hat, entwirft die Linse L^2 auf dem Schirm ein reelles Spektrum, aus dem durch den verstellbaren Spalt S^2 eine beliebige Stelle ausgeblendet werden kann. Durch die zwei Zylinderlinsen L^3 und L^4 werden diese Strahlen zu einem Rechteck abgebildet. Die Einstellung der Linsen L^1 und L^2, sowie des Prismas für

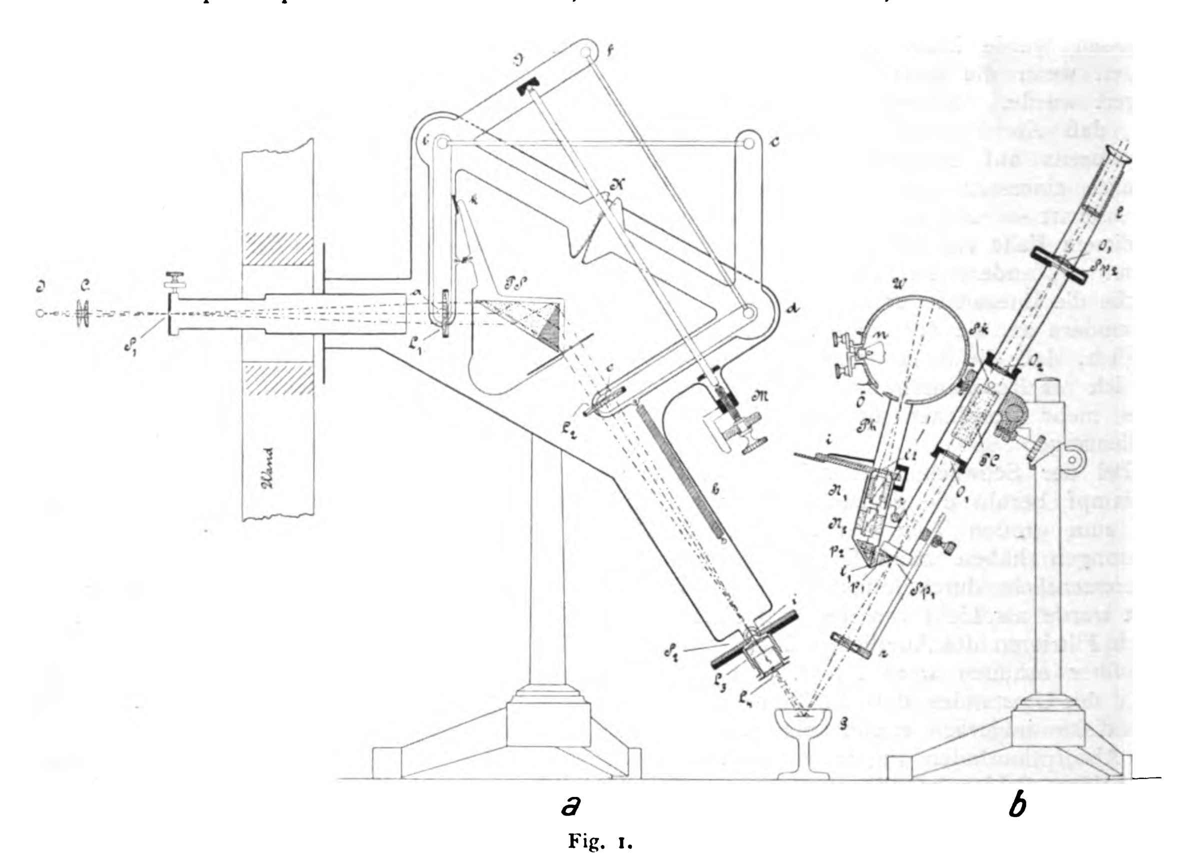


Fig. 1.

die verschiedenen Wellenlängen erfolgt an der Mikrometerschraube M, mit Hilfe des Gestänges und des Zahngetriebes K, das so berechnet ist, daß immer die auf den Spalt S^2 fallende Wellenlänge des Spektrums scharf erscheint. Es kann also ein Rechteck von der Größe 2 auf 3 mm erleuchtet, mit beliebigem Spektrallicht auf ein Präparat konzentriert werden. Der ganze Apparat kann sowohl in horizontaler, wie in vertikaler Ebene benutzt werden. In der Fig. 1 wird seine Anwendung in der vertikalen Ebene zur Beleuchtung eines in dem Dewargefäß G befindlichen Präparats dargestellt. Die Mikrometerschraube M ist mit einer Teilung versehen,

1) Die beiden Apparate wurden auf Veranlassung eines von uns in den optischen Werkstätten der Firma Franz Schmidt & Haensch in Berlin ausgeführt und erlauben wir uns hiermit, dem wissenschaftlichen Leiter der Firma, Herrn Dr. Bechstein, unsern verbindlichsten Dank auszusprechen für die tadellose Art und Weise, in welcher er die beiden Apparate durchkonstruiert hat.

welche eine Kalibrierung des Apparats in Wellenlängen ermöglicht.

Zu diesem Zwecke kann man auf dem Schirm *i* eine fluoreszierende Uranglasplatte aufsetzen und so visuell bekannte Spektrallinien, z. B. von einer Quecksilberbogenlampe, mit dem Spalt S^2 zur Deckung bringen. Der Schirm *i* ist außerdem um eine, in der Verlängerung des Spaltes 2 befindlichen Achse drehbar und mit einer Millimeterteilung versehen. Eine Schiefstellung des Schirmes *i* erlaubt, auf der Uranglasplatte das ganze ultraviolette Spektrum angenähert scharf aufzufangen. Diese Vorrichtung ist bequem, wenn man sich schnell orientieren will, welche Durchlässigkeit gewisse Substanzen im Ultraviolett haben. Folgende Angaben geben ein Bild von der Dispersion dieses Monochromators:

Trommelskalenteil:	4135......	3381......	2458......
Wellenlänge:	365,5 $\mu\mu$	296,7 $\mu\mu$	253,7 $\mu\mu$.

2. Das Spektro-Photometer.

Bei der Konstruktion dieses Spektral-Photometers, welches zur subjektiven Beobachtung der sehr lichtschwachen Phosphoreszenz- und Fluoreszenzerscheinungen bestimmt war, war der Gedanke maßgebend, daß es hier nicht auf großes Öffnungsverhältnis, sondern vielmehr darauf ankam, daß das in den Apparat gelangende Licht auch möglichst in die Augenpupille des Beobachters fällt. Die Details der Konstruktion sind aus der Fig. 1 b ersichtlich. Das zu untersuchende Licht wird durch die Linse *z* auf die untere Hälfte des verstellbaren Spaltes Sp^1 konzentriert, durch die achromatische Linse O^1 parallel gemacht, und vermöge des geradsichtigen Prismas *PC* und der Linse O^2 zu einem reellen Spektrum bei Spalt Sp^2 abgebildet. Sp^2 stellt einen verstellbaren Spalt dar, dessen Feld mit Hilfe des Okulars *L*, das bei *a* eine ungefähr dem Durchmesser der Augenpupille (etwa 7 mm) entsprechende Blende besitzt, betrachtet wird. Natürlich erscheint nur die eine Hälfte des Spaltes mit dem von *z* kommenden Lichte erleuchtet, auf die andere Hälfte wird das Vergleichsspektrum geworfen. Zu dessen Herstellung dient eine Bechsteinsche Beleuchtungsvorrichtung; die innen mit Gips ausgekleidete Hohlkugel *W* wird durch das bei konstanter Spannung (etwa 2 Volt) brennende Glühlämpchen erhellt. Das aus einer engen Öffnung austretende Lichtbündel fällt auf die Linse l^1, wird durch diese parallel gemacht, durchsetzt die beiden Nicols N^1 und N^2 und wird mit Hilfe der Prismen p^1 und p^2 und der Linse l^1 auf die obere Hälfte des Spaltes Sp^1 konzentriert, so daß das zu untersuchende und das Vergleichsspektrum in Sp^2 unmittelbar übereinander gelagert erscheint. Die Helligkeit des Vergleichslichtes kann durch Drehen des Nicols N^1 geändert werden. Die Ablesung der Stellung des Nicols auf der Skala *i* gibt direkt die Prozente der Intensität. Eine kleine verschließbare Öffnung *Ö* in der Kugel *W* dient zur Beleuchtung der Skala *i*. Seitlich rechts, auf der Figur nicht sichtbar, befindet sich noch ein Ansatzrohr, das die Abbildung der durch ein Glühlämpchen erleuchteten Wellenlängenskala in der Ebene des Spektrums ermöglicht. Um die vielseitige Anwendung dieser beiden Apparate bei der Beobachtung der Lumineszenzerscheinungen zu zeigen, beschreiben wir im folgenden einige von uns ausgeführte Untersuchungen.

3. Momentane und progressive Phosphoreszenz des Phenantrens.

Wie einer von uns in einer früheren Arbeit hervorgehoben hat, beobachtet man in der alkoholischen Lösung des Phenantrens bei der Temperatur der flüssigen Luft eine starke Phosphoreszenz. Die spektrale Untersuchung zeigt, daß, wenn man diese Phosphoreszenz mit dem Gesamtlicht einer *Hg*-Bogenlampe erregt, zugleich Momentan- und Dauerbanden auftreten, welche von Lenard in seinen Schwefelphosphoren beobachtet worden sind. Wir haben nun den Monochromator benutzt, um zu untersuchen, in welcher Weise sich die Erscheinung bei monochromatischer Belichtung zeigt. Zu diesem Zwecke wurde eine alkoholische Lösung von Phenantren in ein Platinnäpfchen gefüllt, dieses in ein mit flüssiger Luft gefülltes Dewargefäß gehängt und von oben mit Hilfe des Monochromators belichtet. Die Beobachtungsanordnung ist aus Fig. 1 ersichtlich. Bei dem Photometrieren diente als Vergleichslicht das Glühlämpchen bei konstant gehaltener Spannung. Die Energieverteilung im Spektrum wurde durch Vergleich mit einer Hefnerlampe unter Zugrundelegung der Messungen Angströms[1]) ausgewertet, so daß die relativen Intensitätsverhältnisse auf Energien reduziert werden konnten. Zunächst wurde das Präparat mit der starken *Hg*-Liniengruppe 365, 365,5 und 366,3 $\mu\mu$ bestrahlt. Man beobachtet eine Fluoreszenz im Orange beginnend, welche nach den kurzen Wellenlängen hin an Intensität zunimmt. Auch bei Zimmertemperatur ist in der Lösung eine solche, allerdings sehr lichtschwache Fluoreszenz zu bemerken.

Die Verteilung der Energie im Fluoreszenzspektrum, wie sie mit dem beschriebenen Photometer ermittelt worden ist, ergibt die Fig. 3.

1) Diese Zeitschr. 5, 456, 1904.

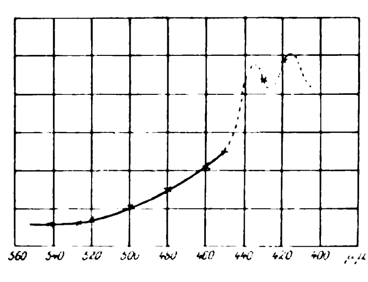


Fig. 3.

Dabei ist aber zu bemerken, daß die Messungen in der Nähe von 430 $\mu\mu$ infolge des störenden Einflusses der durch Diffusion an den Monochromatorlinsen hereingelangten Strahlen der *Hg*-Linie 434,8 $\mu\mu$ nicht genau gemacht werden konnten. Daher konnten die auf photographischem Wege bei gewöhnlicher Temperatur von J. Stark und W. Steubing[1]) im sichtbaren Spektrum gefundenen Banden nicht durchphotometriert werden. Die Belichtung des Phenantrens mit der *Hg*-Linie 404,7 $\mu\mu$ oder den Magnesiumlinien 382,9, 383,2 und 383,8 $\mu\mu$ ergab denselben Charakter der Fluoreszenz. Dieser Fluoreszenz entspricht die momentane Phosphoreszenz. Belichten wir nun das Präparat mit *Hg*-Licht, welches kurzwelliger als die Linie 365 $\mu\mu$ ist, so ist die Erscheinung völlig verschieden, es treten schmale Banden auf, deren Intensitätsverteilung im Spektrum die Fig. 4

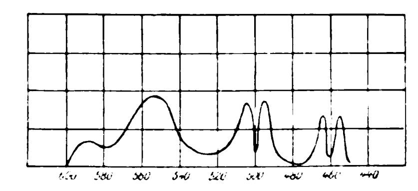


Fig. 4.

wiedergibt; diese Banden konnten wegen ihrer Feinheit nur schätzungsweise ausphotometriert werden. Sie erscheinen nicht sofort bei ihrer Belichtung in der vollen Stärke, sondern klingen erst in einigen Sekunden an, ebenso klingen sie nach der Belichtung etwa 1 Minute lang ab. Sie entsprechen also dem, was einer von uns als progressive Phosphoreszenz bezeichnet hat. (Dauerbanden nach Lenard.) Die Absorptionsverhältnisse des Phenantrens wurden im hiesigen Institut von Herrn Friedblatt beobachtet, und werden in einer demnächst erscheinenden Dissertation veröffentlicht werden. Wir entnehmen den Resultaten des Herrn Friedblatt die Beobachtung, daß unterhalb der Wellenlänge 350 $\mu\mu$ die starke selektive Absorption des Phenantrens beginnt, während oberhalb dieser Wellenlänge nur zwei schwache, flache Banden zu erkennen sind. Es bestätigt sich also die seinerzeit aufgestellte Behauptung, daß die Dauerbanden der Phosphoreszenz der Absorption des Lichtes im Gebiete der selektiven Absorption entsprechen. [v. Kowalski[1]).]

1) J. Stark u. W. Steubing, diese Zeitschr. **9**, 486, 1908.

4. Erregungsverteilung für die Fluoreszenz des *Li*-*K*-*Pt*-Cyanürs.

Eine ausführliche Untersuchung der Absorptions- und Lumineszenzeigenschaften der Platincyanüre wird an anderer Stelle beschrieben werden. Wir wollen hier nur einige Beispiele anführen, welche die Anwendbarkeit der beschriebenen Apparatur kennzeichnen sollen. Es wurde die Intensität des Fluoreszenzlichtes bei einem Lithium-Kalium-Platincyanürkristall in Abhängigkeit von der Wellenlänge des erregenden Lichtes bestimmt. Zu diesem Zwecke wurde mit den einzelnen *Hg*-Linien, die mit Hilfe des eingangs beschriebenen Monochromators aus der Quecksilberlampe isoliert wurden, ein solcher Kristall bestrahlt und die Helligkeit des Fluoreszenzlichtes in der Gegend von 560—570 $\mu\mu$ gemessen. Diese Helligkeiten wurden unter der Annahme, daß die Intensität des Fluoreszenzlichtes der erregenden Intensität proportional, nach den Messungen im *Hg*-Spektrum von E. Ladenburg[2]) und A. Pflüger[3]) auf gleiche erregende Intensitäten reduziert und so die Intensität des Fluoreszenzlichtes als Funktion der Wellenlänge des erregenden Lichtes graphisch aufgetragen. (Fig. 2.)

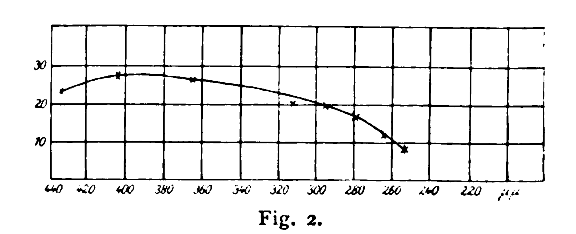


Fig. 2.

Man sieht, daß die Kurve ungefähr bei 400 $\mu\mu$ durch ein Maximum geht. Dabei war als erregende Intensität die auffallende, nicht die absorbierte Energie genommen, da eine Messung der Absorption wegen der Inhomogenität des Kristalls und der dadurch bedingten starken Zerstreuung des Lichtes im Innern nicht möglich war.

1) v. Kowalski, diese Zeitschr. **12**, 956, 1911.
2) E. Ladenburg, diese Zeitschr. **5**, 525, 1904.
3) A. Pflüger, Ann. d. Phys. **26**, 789, 1908.

5. Fluoreszenzspektrum des *Ru-Pt*-Cyanürs bei verschiedenen Erregungen.

Schließlich wurde das Fluoreszenzspektrum des Rubidium-Platinocyanürs bei verschiedenen erregenden Wellenlängen untersucht. Dabei zeigte sich, daß diese bei Erregung mit Licht von der Wellenlänge 4047 A. eine Fluoreszenzbande aussendet, deren Maximum ungefähr bei 470 $\mu\mu$ liegt, bei Erregung mit den *Hg*-Linien 365, 365,5 und 366,3, aber auch bei 314,5, 313,2 und 313,6 $\mu\mu$ ins Ultraviolette rückt. (Fig. 5.) Die Intensitäten sind, weil Mittelwerte, über einen bestimmten Wellenlängenbereich, durch Striche eingezeichnet.

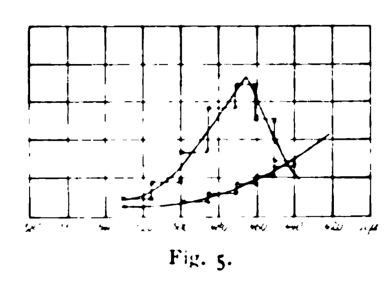


Fig. 5.

Es läge die Vermutung nahe, diese Verschiebung als eine scheinbare aufzufassen, hervorgerufen durch die verschieden starke Erregung zweier Banden. Der Verlauf der Kurven spricht aber nicht dafür, denn daraus könnte schwerlich eine so starke Verschiebung resultieren, und außerdem müßte bei Kurve *A*, deren erregende Wellenlängen (365, 365,5, 366,3) von der bei Kurve *B* (404,7) gar nicht so sehr verschieden sind, das Maximum der langwelligeren dieser beiden gedachten Banden zu bemerken sein. Eine andere mögliche Erklärung wäre, daß das Maximum der Kurve *A* durch Absorption bedingt ist, denn die Änderung der Intensitätskurve durch Absorption braucht nicht für beide Fälle gleich zu sein, da ja das erregende Licht in den beiden Fällen verschieden tief in den Kristall eindringt. Die Fluoreszenzstrahlung kommt, da die Absorption, wenigstens im sichtbaren Gebiet, nach den kürzeren Wellenlängen wächst, im Falle *A* zum Teil aus tieferen Schichten, wird also mehr absorbiert. Wäre das der Grund der Verschiebung, so müßte das auf der anderen Seite des Kristalls austretende Fluoreszenzlicht, da jetzt das von dem tiefer eingedrungenen Licht erregte Fluoreszenzlicht eine kürzere Strecke zurückzulegen hat, also weniger durch Absorption entstellt ist, die Verschiebung umgekehrt zeigen. Die untenstehenden Zahlen, die die Messungen dieses an der Rückseite des Kristalls austretenden Fluoreszenzlichtes wiedergeben, zeigen aber, daß das Maximum wieder für Kurve *A* bei den längeren Wellen liegt, und zwar wieder ungefähr bei 470 $\mu\mu$. Auch diese Messungen sind auf gleiche Intensitäten reduziert.

		Erregung (4047)	(365, 365,5, 366,3)
Intensität des Fluoreszenzlichtes bei	500 $\mu\mu$	25 4	5,4
	490 „	40	6,3
	480 „	53,5	7,7
	470 „	52,4	9,7
	460 „	47,7	12

Die Verschiebung läßt sich also nicht durch Absorption erklären, sondern es scheint tatsächlich, als ob die Lage des Maximums der Bande von der Wellenlänge des erregenden Lichtes abhängig wäre. Bei Erregung mit Röntgenstrahlen lag das Maximum der Energie im Fluoreszenzspektrum wieder ungefähr bei 470 $\mu\mu$, doch wurde hier wegen der schlechten Konstanz von einer Messung der Energieverteilung abgesehen.

6. Einfluß der Temperatur auf einen Samarium-Kalzium-Phosphor.

Wie es einer von uns gemeinschaftlich mit Herrn Ch. Garnier[1]) gezeigt hat, darf man mit Vorteil in den Lenardschen Phosphoren seltene Erden als aktive Zusätze benutzen. Sehr schön phosphoreszieren die Samarien-Phosphore. Die folgende Untersuchung bezieht sich auf einen Samarium-Kalzium-Phosphor[2]), in welchem die Konzentration des Samariums $^1/_{100}$ normal war. Dieser Phosphor fluoresziert und phosphoresziert sehr stark. Bei Erregung mit dem durch ein Lehmannsches Uviolfilter, filtrierten Lichte einer Kohlenbogenlampe, gibt er sehr intensive Dauerbanden, welche sich sehr fein auf einem kontinuierlichen Grunde der momentanen Phosphoreszenz aufzeichnen. Die Banden konnten mit einem lichtstarken Spektrographen ausgemessen werden, ihre Breite übersteigt bei gewöhnlicher Temperatur nie mehr als 2 A. Bei etwa 250° werden einige Banden breiter. In der folgenden Tabelle haben wir für die schmalen Banden die Wellenlänge auf die Mitte der Bande bezogen angegeben, dagegen bei den verbreiterten Banden die Grenzen derselben.

Nun wurde der Phosphor mit der genannten Lichtquelle erregt und in einem Quarzdewargefäß[3]) in einem Schwefelsäurebad auf eine

1) J. v. Kowalski u. Ch. Garnier, C. R. **144**, 836 bis 839, 1907.

2) Herrn Ch. Garnier, welchem wir das Samarium-Kalzium-Phosphorpräparat verdanken, sprechen wir hiermit unsern verbindlichsten Dank aus.

3) Das Quarzdewargefäß wurde aus den Mitteln, welche mir vom Elisabeth-Thompson-Fund zur Verfügung gestellt wurden, angeschafft, und spreche ich an dieser Stelle dem Kuratorium meinen verbindlichsten Dank aus.

20°		100°		250°	
λ	Bemerkung	λ	Bemerkung	λ	Bemerkung
6061	sehr stark	6526	breit, schwach	6652—6551	schwach
6013	stark	6148	schwach	6526—6463	"
5702	sehr stark	6096	"	6457—6416	"
5661	stark	6060	sehr stark	6140	"
5604	kaum sichtbar	6013	stark	6094	"
5564	" "	5982	schwach	6058	sehr stark
		5952	"	6014	stark
		5774	sehr schwach	5983	schwach
		5732	" "	5952	"
		5703	sehr stark	5870	kaum sichtbar
		5661	stark	5772	ziemlich stark
		5603	schwach	5730	" "
		5564	sehr schwach	5702	sehr stark
				5660	stark
				5627	sehr schwach
				5602	ziemlich stark
				5562	schwach

Gesamtmaximum der Intensität bei 170°.

bestimmte Temperatur gebracht. Bei jeder Temperatur wurde nun die Intensität für die stärkste Bande der orange und grünen Gruppe der Banden bestimmt. Da bei der gewöhnlichen Temperatur die beiden Banden sehr schwach sind und außerdem infolge ihrer Feinheit nicht mit Sicherheit photometriert werden können, beschränkte man sich auf das Intervall zwischen 70° und 220°. Der Verlauf der Kurven für die Intensitäten ist in Fig. 6 wiedergegeben.

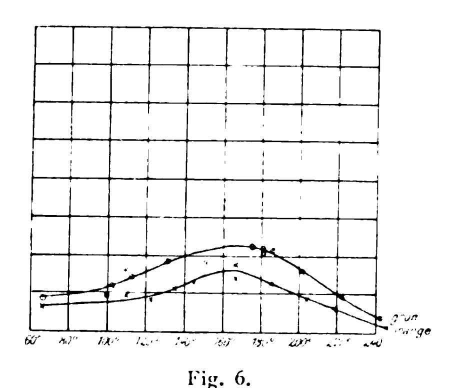


Fig. 6.

Es ergibt sich, daß das Maximum der Orangegruppe bei etwa 165° erreicht wird, das Maximum der grünen Gruppe bei etwa 170°. In Anbetracht der Schwierigkeiten bei den photometrischen Messungen darf man wohl annehmen, daß praktisch die Maxima bei derselben Temperatur erreicht werden. Da aber der Verlauf der Kurven ein verschiedener ist und speziell bei höherer Temperatur die grüne Intensität schneller abfällt als die orange, so zeigt der Phosphor bei starker Erwärmung einen Farbenwechsel. Es wurden auch einige Messungen über den Abfall der Phosphoreszenz bei der Temperatur von 70° und 170° gemacht. Diese Messungen wurden folgendermaßen ausgeführt: Während der Belichtung stellte man zunächst die Nicols des Spektrophotometers auf Gleichheit der Intensität der Fluoreszenzbande und des entsprechenden Vergleichsspektrums ein, sodann wurde das Vergleichsspektrum auf ein Zehntel seiner Intensität gebracht. Indem man nun das erregende Licht mittels eines Momentverschlusses unterbrach, konnte man die Zeit messen, welche verging, bis das Phosphoreszenzspektrum gleich intensiv dem Vergleichsspektrum wurde. Eine Reihe von Messungen zeigte, daß man solche Messungen mit einer Genauigkeit von 6 Proz. ausführen kann. Aus diesen Messungen ergab sich als Resultat: I. Der Abfall der Phosphoreszenz sowohl bei der orange wie bei der grünen Bande erfolgt viel schneller bei 170° als bei 70°. II. Der Abfall der Orangebande erfolgt rascher als der der grünen Bande. Infolgedessen tritt auch beim Abfall der Phosphoreszenz ein Farbenwechsel der Gesamtstrahlung im entgegengesetzten Sinne, aber wie bei der früher erwähnten starken Temperaturerhöhung ein.

Zusammenfassung.

1. Es wurde ein Monochromator für Ultraviolett, sowie ein Spektrophotometer zur Photometrierung schwacher Lichtquellen beschrieben. Die Anwendung der beiden Apparate wurde an verschiedenen Beispielen demonstriert.

2. Es zeigt sich, daß die Erregungsverteilung der momentanen Banden der Phosphoreszenz von der Erregungsverteilung der Dauerbanden des Phenantrens getrennt werden kann. Diese letzteren klingen nur an, wenn die Erregung in das Gebiet der selektiven Absorption des Phenantrens fällt.

3. Das Maximum der Erregung der Fluoreszenz des $Li \cdot K \cdot Pt$-Cyanürs liegt bei etwa 390 $\mu\mu$ und nimmt gegen das ultraviolette Ende des Spektrums ab.

4. Verschiedene Erregungen der Fluoreszenz des $Ru \cdot Pt$-Cyanürs entsprechen verschiedenen Lagen des Maximums der Intensität der Fluoreszenzbande.

5. Es wurden Temperatureigenschaften der Phosphoreszenzdauerbanden bei einem Samarium-Kalzium-Phosphor untersucht. Es ergab sich:

a) Das Maximum der Intensität entspricht bei zwei verschiedenen Dauerbanden der Phosphoreszenz beinahe derselben Temperatur.

b) Die Temperaturkoeffizienten der Intensität sind aber für die verschiedenen Banden nicht gleich, und dieses hat zur Folge, daß ein Farbenwechsel in der Gesamtstrahlung stattfindet.

c) Die Geschwindigkeit des Abklingens der Phosphoreszenz nimmt im allgemeinen mit der Temperatur zu, dagegen ist diese Zunahme für verschiedene Banden verschieden und infolgedessen kommt auch ein Farbenwechsel bei dem Abklingen zum Vorschein.

Diese Erscheinungen konnten mit dem Photometer quantitativ bis auf etwa 6 Proz. genau verfolgt werden.

Freiburg in der Schweiz, Physikal. Institut der Universität, Februar 1914.

(Eingegangen 25. Februar 1914.)

Versuch, eine Gestalt der Furche für Plangitter zu finden, um ein intensives Beugungsspektrum zu bekommen.

Von Felix Biske.

Die Herren R. W. Wood und A. Trowbridge machten umfangreiche experimentelle Versuche, solche Echelettegitter zu konstruieren, die intensive Spektra im Ultrarot liefern[1]). Die Herren J. A. Anderson und C. M. Sparrow untersuchten theoretisch den Einfluß der Furchengestalt auf die spektrale Energieverteilung im Gitter, das mehrere, für verschiedene kleine Wellenlängenintervalle intensive Spektra liefert[2]). Es schien mir lohnenswert zu sein, vorerst solche Gestalt der Furche zu suchen, die möglichst viel Energie in ein Spektrum konzentriert, und dann die Energieverteilung nach der Diffraktionstheorie zu ermitteln.

Es sei in Fig. 1 eine dreieckige Gestalt der Furche BCA angenommen, mit den reflektierenden Seiten $BC = a$, $AC = b$, der Gitterkonstanten $BA = c$ und den entsprechenden

1) Physical Optics, S. 226 u. f., 1911.
2) Astrophys. Journ. **33**, 338, 1911.

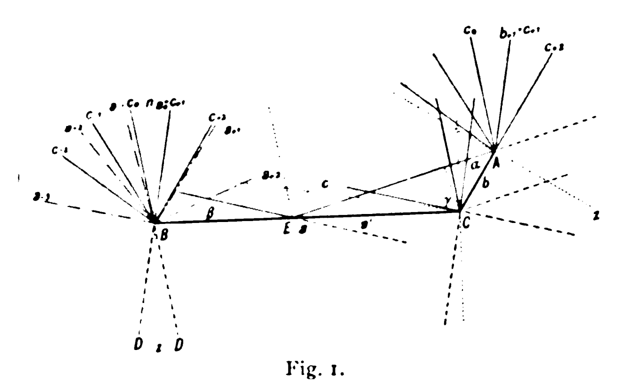


Fig. 1.

Winkeln β, α, γ, und es falle paralleles Licht senkrecht auf das Gitter in der Richtung $c_0 B$ ein. Den hauptsächlichsten Teil des Lichtes, der von der größeren Seite a in der Richtung Bc_{+1} reflektiert wird, kann man sich denken als in der Richtung DB einfallend. Die Lichtintensität in Spektren, die von der Gesamtheit solcher Seiten a des Gitters geliefert werden, ergibt sich für eine bestimmte Richtung nach der Diffraktionstheorie

$$I = I_0 \frac{\sin^2 \frac{\mu a}{2}}{\left(\frac{\mu a}{2}\right)^2} \cdot \frac{\sin^2 \frac{m \mu' c}{2}}{\sin^2 \frac{\mu' c}{2}},$$

wo $\mu = \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha_1 + \alpha_0)$, $\alpha_1 \alpha_0$ die Richtungskosinus, welche die Richtung BD nach der Lichtquelle und die nach dem betrachteten Spektrum mit der Seite BC, entsprechend μ' für die Richtung BD' und die nach dem Spektrum mit der Seite BA, bilden und I_0 die Lichtintensität im Beugungsbilde einer Seite in der Richtung der einfallenden Strahlen bedeuten. Daraus ergibt sich im reflektierten Lichte das Beugungsbild des Spaltes a durchschnitten von dunklen Fransen in Richtungen, die bestimmt sind durch die Gleichung

$$a(-\sin\beta + \sin\delta_a) = \pm h\lambda,$$

wo alle Winkel in der rechten Richtung als positiv und die Beugungswinkel δ_a von der Normalen Bn zur Seite a aus zu zählen sind. Diese Richtungen der dunklen Fransen verschiedener Ordnungen h für eine bestimmte Wellenlänge λ seien durch Ba_{+1}, Ba_{-1} usw. bezeichnet. Da die Gitterkonstante c ist, so ergeben sich die Beugungsmaxima des ganzen Gitters in Richtungen, die bestimmt sind durch die Gleichung

$$c \sin\delta_c = \pm h\lambda,$$

wo die Beugungswinkel δ_c von der Normalen Bc_0 zur Seite c aus zu zählen sind. Die Richtungen dieser Maxima seien durch Bc_0, Bc_{+1}.

Bc_{+2} usw. bezeichnet. Diese Maxima fallen in den Richtungen aus, in welchen die dunklen Fransen im Bilde des einzigen Spaltes a liegen würden. Damit ein Maximum, es sei das in Richtung Bc_{+1}, möglichst intensiv wird, ist es nötig, daß diese Richtung mit der Richtung des Maximums im Bilde des Spaltes a, d. h. mit der Richtung der Reflexion Ba_0 zusammenfällt, was die Bedingung gibt

$$\sin 2\beta = \frac{\lambda}{c} = x, \qquad (1)$$

weil dann $\delta_{c+1} = 2\beta$, und wenn bei bekannter Wellenlänge λ die unbekannte Gitterkonstante c durch $\frac{\lambda}{c} = x$ bestimmt wird. Weiter wäre es vorteilhaft, daß die Richtung des nächstliegenden noch intensiven Maximums Bc_{+2} in die Richtung der dunklen Franse Ba_{+1} einfällt, damit das zweite Spektrum nicht die Ausbreitung des ersten Spektrums stört und damit die Lichtenergie nicht auf unnötige Spektra verbraucht wird; diese Bedingung führt zu den Gleichungen:

$$a(-\sin\beta + \sin\delta_{a+1}) = \lambda, \quad c\sin\delta_{c+2} = 2\lambda,$$

$$\delta_{a+1} = \delta_{c+2} - \beta,$$

oder nach Elimination des δ_{a+1} und δ_{c+2}

$$2x\cdot\cos\beta - \sin\beta(1 + \sqrt{1-4x^2}) = \frac{\lambda}{a} = y, \quad (2)$$

wenn die unbekannte Seite a durch $\frac{\lambda}{a} = y$ bestimmt wird. Das zentrale Bild, welches für alle Wellenlängen dieselbe Richtung Bc_0 behält, stört die Ausbreitung des ersten Spektrums nicht. Ferner wäre es notwendig, daß das gewählte erste Spektrum, welches zuerst in der Ausdehnung von der Wellenlänge λ bis 2λ angenommen wird, im ganzen Wellenlängenintervall mit voller Intensität zustande kommen kann, d. h. daß die elementaren Diffraktionsbündel, welche von der Seite a ausgehen, noch für die Wellenlänge 2λ durch die Seite b nicht gestört werden. Da die Richtung des ersten Spektrums für die Wellenlänge 2λ mit der des zweiten Spektrums für λ zusammenfällt, so bekommt man die Gleichungen:

$$\sin\delta_{c+2} = \frac{2\lambda}{c} = 2x,$$

$$-\operatorname{tg}\alpha = \frac{a\sin\beta}{c - a\cos\beta} = \frac{\sin\beta}{\frac{y}{x} - \cos\beta},$$

$$-\alpha = 90^0 - \delta_{c+2},$$

oder nach Elimination des α und δ_{c+2}

$$\frac{\sin\beta}{\frac{y}{x} - \cos\beta} = \frac{\sqrt{1-4x^2}}{2x}. \qquad (3)$$

Die drei Gleichungen (1), (2), (3) enthalten die drei Unbekannten x, y, β, welche für eine bestimmte Wellenlänge λ die Elemente c, a, β des Dreiecks BCA bestimmen könnten. Die exakte Auflösung dieser Gleichungen würde aber zu den Grenzwerten dieser Elemente, entsprechend den verschwindend kleinen x, y, β, führen. Da dies jedenfalls viele Spektra mit sich heranzöge, was umständlich wäre und die Lichtenergie auf viele Spektra zerstreuen würde, so schien es angemessen nur den Gleichungen (1) und (3) völlig zu genügen, der Gleichung (2) aber nur insofern, daß der Winkel

$$a_{+1}Bc_{+2} = \delta_{a+1} - (\delta_{c+1} - \beta) = \xi > 0$$

einen solchen Wert habe, bei dem die Lichtintensität des zweiten Spektrums für λ in der Richtung Bc_{+2} noch einen unmerklichen Wert erreicht. Für ein wenig größere Wellenlänge wird die zugehörige Richtung Bc_{+2} des zweiten Spektrums durch die entsprechende Richtung der dunklen Franse Ba_{+1} hindurchgehen, weil

$$d\delta_{c+2} = \frac{2}{c}\sec\delta_{c+2}\cdot d\lambda,$$

$$d\delta_{a+1} = \frac{1}{a}\sec\delta_{a+1}\cdot d\lambda,$$

$$d\delta_{c+2} > d\delta_{a+1},$$

und so für ein bestimmtes Wellenlängenintervall das zweite Spektrum unmerklich bleiben. Auf diese Weise wurde der Wert $x = \frac{\lambda}{c} = \frac{1}{3}$ gewählt, bei welchem erst $\xi = 1^0\,9'\,30''$, außerdem nur das erste und zweite Spektrum in Betracht kommt und der die folgende Gestalt der Furche liefert:

$$\beta = \frac{\delta_{c+1}}{2} = 9^0\,44'\,8'',$$

$$-\alpha = 90^0 - \delta_{c+2} = 48^0\,11'\,22'',$$

$$\gamma = 122^0\,4'\,30''.$$

Mit diesen Werten erübrigt es sich, die Energieverteilung in einzelnen Spektren für verschiedene Wellenlängen nach der oben zitierten Intensitätsformel zu ermitteln. Dabei ist zu bemerken, daß für die Richtungen der Spektra der letzte Faktor der Formel den Wert m^2 hat, so daß die Intensität bei m Seiten a sich m^2mal so groß ergibt als bei einer Seite; darum genügt es, die Spektralintensitäten für eine Seite a zu bestimmen. Da ferner nach dieser Formel das Beugungsbild durchzogen ist von dunklen Fransen für die

$$mc\sin\delta_c = \pm h\lambda,$$

und diese Fransen die Breite der Spektrallinien bestimmen

$$2\frac{d\delta_c}{dh} = \frac{2\lambda}{m \cdot c} \sec \delta_c,$$

so ist die Lichtmenge in jeder Spektrallinie proportional der Größe

$$I \cdot \sec \delta_c .$$

Endlich ist die zentrale Intensität I_0 im Beugungsbilde einer Seite a, abgesehen vom Reflexionsvermögen, proportional dem Quadrat der Projektion der beugenden Öffnung a, d. h. in Einheiten der ganzen Öffnung von der Breite c proportional der Größe

$$\left(\frac{a}{c} \cos \beta\right)^2 .$$

Darum sind die Lichtmengen in einzelnen Spektrallinien von der Seite a nach der Formel zu rechnen

$$I_a = 100 \left| \frac{\sin\left[(\ \sin \beta + \sin(\delta_c \ \beta))\frac{a}{\lambda}\pi\right]}{\left[(\ \sin \beta + \sin(\delta_c \ \beta))\frac{a}{\lambda}\pi\right]} \cdot \frac{a}{c} \cos \beta \right|^2 \cdot \sec \delta_c, \qquad \text{(I)}$$

wenn die gesamte Lichtmenge, die von der ganzen Öffnung der Breite c geliefert wäre, mit 100 bezeichnet wird. Eine ganz ähnliche Formel ergibt sich für die Lichtmenge in Spektrallinien, die allein die Seite b liefern würde, wenn man statt β und a entsprechend α und b einsetzt:

$$Ib = 100 \cdot \left| \frac{\sin\left[(\ \sin \alpha + \sin(\delta_c \ \alpha))\frac{b}{\lambda}\pi\right]}{\left[(-\sin \alpha + \sin(\delta_c - \alpha))\frac{b}{\lambda}\pi\right]} \cdot \frac{b}{c} \cos \alpha \right|^2 \cdot \sec \delta_c . \qquad \text{(II)}$$

Um die wirklich in den Spektrallinien vorhandenen Lichtmengen zu ermitteln, ist es nötig, die beiden Teile, die von den Seiten a und b herrühren, vektorial zu addieren. Der Phasenunterschied zwischen den Lichtbündeln, die von diesen Seiten herrühren, abgesehen von dem Unterschied der Phasenänderungen, die allein durch die Reflexionen entstehen, ist gleich demjenigen, der zwischen den Strahlen, die von den Mitten der Seiten a und b herrühren, besteht. Der Wegunterschied zwischen den letzten Strahlen für die Richtungen der Spektra ist aber halb so groß wie derjenige für die Strahlen, die von B und A ausgehen, d. h. gleich o, $\pm \frac{\lambda}{2}$, $\pm \lambda$ usw., wie aus einfacher geometrischer Konstruktion ersichtlich ist. Darum ist der gesuchte Phasenunterschied zwischen den beiden Lichtbündeln gleich o, $+\pi$, $+2\pi$ usw. Die wirkliche Lichtmenge ist dann

$$I = (\sqrt{Ia} \pm \sqrt{Ib})^2 ,$$

wo + für das zentrale Bild und die geraden Spektra, — für die ungeraden Spektra zu nehmen ist.

Außer diesen Bündeln, die von den Seiten a und b direkt in die Richtungen der betreffenden Spektra ausgesandt sind, wäre es noch nötig, die sekundären Beugungsbündel zu berücksichtigen, welche von einer Seite in solcher Richtung ausgehen, daß sie die andere Seite treffen und von dieser erst in die betreffenden Spektra gelangen. Oder weil die Richtung des Maximums des Beugungsbildes mit der Richtung der regulären Reflexion zusammenfällt, so könnte es genügen, nur den hauptsächlichsten Teil der sekundären Beugung zu ermitteln. Zur Berechnung der Intensität der Strahlen, die auf einen solchen Teil $Ec = a'$ der Seite a direkt einfallen und unter dem Winkel δ' in die Richtung EA gebeugt werden, daß sie von der Seite b regulär in das zentrale Bild Ac_0 oder in das erste Spektrum Ac_{+1} reflektiert werden, dient die Formel

$$Ia'b = 100 \cdot \left| \frac{\sin\left[(-\sin \beta + \sin(\delta' - \beta))\frac{a'}{\lambda}\pi\right]}{\left[(-\sin \beta + \sin(\delta' - \beta))\frac{a'}{\lambda}\pi\right]} \frac{a'}{c} \cos \beta \right|^2 \sec \delta_c ,$$

wo die Elemente a' und δ' leicht aus dem Dreieck EAC zu entnehmen sind. Ebenfalls zur Berechnung der Intensität der Strahlen, die auf die Seite b direkt einfallen, in die Richtung AE regulär reflektiert und von dem Teile $EC = a'$ in die verschiedenen Spektra gebeugt werden, dient die Formel

$$Iba' = 100 \cdot \left| \frac{\sin\left[(\sin(\alpha + \gamma) + \sin(\delta_c - \beta))\frac{a'}{\lambda}\pi\right]}{\left[(\sin(\alpha + \gamma) + \sin(\delta_c - \beta))\frac{a'}{\lambda}\pi\right]} \frac{b}{c} \cos \alpha \right|^2 \sec \delta_c .$$

Endlich zur Berechnung der Intensität der Strahlen, die auf die Seite b direkt einfallen und unter solchem Winkel δ' in die Richtung AE gebeugt werden, daß sie von einem Teil CE der Seite a regulär in die betreffenden Spektra reflektiert werden, dient eine ähnliche Formel wie (II). Das erste Bündel ergibt sehr kleine Werte vermöge sehr großer Beugungswinkel.

Das zweite und dritte Bündel können merkliche, obgleich relativ auch kleine Werte nur in solchen Richtungen ergeben, die der Richtung der zweimaligen regulären Reflexion benachbart sind, d. h. jedenfalls in weiteren negativen Spektren; zu dem uns interessierenden Spektrum erster positiver Ordnung tragen sie unmerkliche Werte bei. Aus diesen Gründen sind in der folgenden Tabelle nur die Lichtmengen der Spektrallinien der primären Bündel von den Seiten *a*, *b* und ihre vektoriale Summe *c* gerechnet. Für die Spektra, deren Beugungswinkel größer als $90^0 + \alpha$ sind und deren elementare Bündel *a* teilweise durch die Seite *b* gestört werden, sind nur die maximalen ungestörten Werte angegeben, der von *b* reflektierte Teil gehört zu den obigen sekundären Bündeln.

Die Summe der in den Kolonnen *a* bzw. *b* enthaltenen Werte sollte für jede Wellenlänge $100 \cdot \frac{a}{c} \cos\beta = 86{,}7$ bzw. $100 \cdot \frac{b}{c} \cos\alpha = 13{,}3$ betragen. Die ermittelten ersten Summen liegen zwischen 82,1 bei $\frac{8}{30}$ und 95,7 bei $\frac{14}{30}$, die zweiten Summen sind ein wenig kleiner, beides aus obigen Gründen und weil die benutzte Diffraktionsformel für große Beugungswinkel nicht vollständig anwendbar ist. Die wirklich in den Spektren vorhandenen Lichtmengen sind nach den Werten *c* der Tabelle in Fig. 2 graphisch

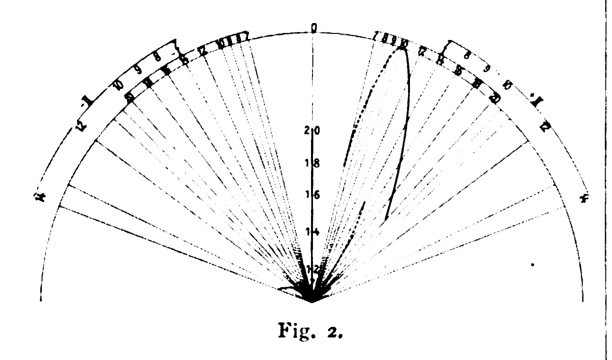


Fig. 2.

dargestellt. Nimmt man die Ausgangswellenlänge

$$\lambda = \frac{1}{3} c = 385\ \mu\mu,$$

so ist in dem intensiven ersten positiven Spektrum der ganze sichtbare Teil bis $\lambda = 770\,\mu\mu$ ausgezogen und der ultraviolette Teil bis $\lambda = 269{,}5\ \mu\mu$ punktiert gezeichnet. Im zweiten Spektrum ist der sichtbare Teil unmerklich, und darum stört er die Ausbreitung des ultraroten Teils des ersten Spektrums nicht, der ultraviolette Teil dagegen würde erst bei $\lambda = 269{,}5\ \mu\mu$ größere Intensitäten erreichen. Aus den negativen Spektren ergibt

Tabelle.

S.O. \ λ/c	7/30 (269,5)			8/30 (308,0)			9/30 (346,5)		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c
−IV	0,8	3,4	7,6						
−III	0,5	0,3	0,0	1,0	1,2	0,0	1,1	2,9	0,4
−II	0,0	0,0	0,1	0,5	0,2	1,4	1,2	0,5	3,6
−I	0,2	0,0	0,1	0,0	0,0	0,0	0,6	0,1	0,2
0	2,7	0,1	3,6	0,8	0,0	1,0	0,0	0,0	0,0
+I	45,5	0,1	41,7	65,5	0,0	61,8	76,1	0,0	74,0
+II	30,0	0,1	33,3	11,6	0,1	13,7	3,1	0,0	3,8
+III	<4,7	—	—	<2,7	—	—	<0,6	—	—
+IV	<2,8	—	—						

S.O. \ λ/c	10/30 (385,0)			12/30 (462,0)			14/30 (539,0)		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c
−IV									
−III									
−II	1,6	0,9	4,9	1,7	2,0	7,5	1,1	4,5	10,1
−I	1,5	0,2	0,6	3,1	0,5	1,0	4,0	0,9	1,1
0	1,0	0,0	1,4	7,2	0,2	9,5	15,5	0,4	20,6
+I	79,7	0,0	79,7	75,8	0,1	71,6	66,9	0,2	59,6
+II	0,2	0,0	0,3	<1,7	—	—	<8,2	—	—
+III									
+IV									

S.O. \ λ/c	16/30 (616,0)			18/30 (693,0)			20/30 (770,0)		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c
−IV									
−III									
−II									
−I	4,1	1,3	0,8	3,8	1,6	0,5	3,4	1,9	0,2
0	23,7	0,6	31,5	31,0	0,7	41,2	37,2	0,9	50,9
+I	58,0	0,4	48,7	50,5	0,6	39,8	44,6	0,9	32,9
+II									
+III									
+IV									

das erste ganz unmerklich, das zweite sehr vach, obgleich sie faktisch ein wenig inten- r sein können. Außerdem ergibt sich das rale Spaltbild mit ziemlich intensiven größeren llenlängen, welches als Ausgangspunkt für Messungen nützlich sein kann. Es ist auch glich, die Wellenlängen anders zu verteilen, . das sichtbare Spektrum allein von $\frac{8}{30}c$ bis : zu nehmen.

In dem hier betrachteten Falle $\frac{1}{3}c = 385\,\mu\mu$ bt sich die Gitterkonstante $c = 0{,}001155$ mm. $\frac{8}{30}c = 385\,\mu\mu$ wäre $c = 0{,}001444$ mm, rend noch Gitterkonstanten $c = 0{,}000585$ mm führbar sind[1]). Beim Karborundkristall, wel- r für Gitterherstellung benutzt wird, beträgt Winkel einer reißenden Ecke 120°, während : $\gamma = 122^{0}\,4'\,30''$. Es ist leicht möglich die rderliche Neigung des Kristalls beim Reißen ugeben, damit die Furche die hier berechnete talt hat.

1) P. Drude, Lehrbuch der Optik 211, 1906.

Warschau, Physikal. Institut der K. Uni- sität, 18. Februar 1914.

(Eingegangen 23. Februar 1914.)

perimentelles zur Beugung des Lichts in Raumgittern.

Von Eberhard Buchwald.

(Mit Tafel III.)

§ 1. Laue[1]) hat als erster die inzwischen rch zahlreiche Tatsachen[2]) bestätigte An- ht ausgesprochen, daß die Röntgenstrahl- erferenzen in Kristallen eine kompliziertere rm der aus der Optik bekannten Beugungs- cheinung eines Kreuzgitters seien, kompli- rter dadurch, daß zu der doppelten Perio- ität des einfachen Kreuzgitters (einer Mole- schicht) durch Hintereinandersetzen vieler cher Gitter eine dritte Periodizität in der ahlenrichtung hinzutritt. Da sich die Laue- e Theorie fast wortgetreu, und die Versuchs- rdnung von Laue und seinen Mitarbeitern[3]) Prinzip von Röntgenstrahlen auf Lichtstrah- übertragen läßt, liegt es nahe, eine optische Nachbildung der Laueschen Röntgenphotogramme zu versuchen; kann doch auch die Frage, ob die durch die dreifache Periodizität bewirkten Veränderungen des einfachen Kreuzgitterspektrums in der Weise auftreten, wie sie die Theorie fordert, in der Optik insofern eindeutig beantwortet werden, als man es hier mit wohl definierten Gitterkonstanten und Wellenlängen zu tun hat und beide innerhalb weiter Grenzen variieren kann. Im folgenden wird über einige in dieser Hinsicht angestellte Versuche berichtet. Die Gleichungen der Laueschen Theorie sind dabei so aufgefaßt, als ob sie sich auf homogenes Licht von der Wellenlänge λ bezögen, während bei den Röntgenstrahlen aller Wahrscheinlichkeit nach aus dem kontinuierlichen Spektrum bestimmte Wellenlängen durch das Raumgitter herausgesiebt werden[1]).

1) W. Friedrich, P. Knipping u. M. Laue, Münch. . 1912, 303; Ann. d. Phys. **41**, 971, 1913.
2) Vgl. z. B. W. Friedrich, diese Zeitschr. **14**, 9, 1913.
3) W. Friedrich, P. Knipping und M. Laue, . O.

Entsprechend der größeren Wellenlänge des sichtbaren Lichts muß an Stelle des natürlichen Kristalls eine Raumgitterstruktur von größerer Gitterkonstante gesetzt werden. Man gewinnt sie durch Hintereinanderstellen zweier genau identischer Kreuzgitter, von denen das zweite entbehrlich wird, wenn man das Licht nach seinem Austritte aus dem ersten normal auf einen Spiegel auffallen läßt, so daß es in sich reflektiert wird und nochmals durch das erste Gitter geht. Man ersetzt hierbei das zweite Gitter durch das Spiegelbild des ersten und kommt so zu einer Versuchsanordnung, wie sie im wesentlichen schon 1755 der Herzog von Chaulnes[2]) benutzt hat, der einen Schirm aus feinem Musselin vor einen Hohlspiegel brachte und dabei die auch für den vorliegenden Fall charakteristische Erscheinung beobachtete: die Kombination des Kreuzgitterspektrums mit den Newtonschen Staubringen. Mit ähnlichen Erscheinungen haben sich später u. a. Pouillet[3]), Biot[4]), Stokes[5]) und besonders ausführlich Lommel[6]) beschäftigt.

§ 2. Die einfache Lommelsche Versuchsanordnung ist im folgenden im Prinzip benutzt worden (Fig. 1). Das Licht einer Bogenlampe mit horizontaler Kohle wird auf dem Spalt S eines Zeißschen Monochromators M vereinigt.

1) Vgl. z. B. W. Friedrich, a. a. O.
2) Duc de Chaulnes, Mem. de l'anc. Acad. 136, 1755.
3) C. S. M. Pouillet, Ann. Chim. Phys. (2) **1**, 87, 1816.
4) J. B. Biot, Traité de Physique IV, 220. Paris 1816.
5) G. G. Stokes, Pogg. Ann., Erg.-Bd. **3**, 546, 1853.
6) E. Lommel, Pogg. Ann., Erg.-Bd. **8**, 82 u. 225, 1878. Hier noch (S. 233) einige andere Literatur über Gitter vor Spiegeln. Vgl. auch die Arbeiten von G. Meslin, C. R. **142**, 1039, 1906; **143**, 35, 1906; **144**, 321, 1906; **144**, 689, 1907; Journ. d. Phys. IV, **5**, 725, 1906; IV, **6**, 853, 1907.

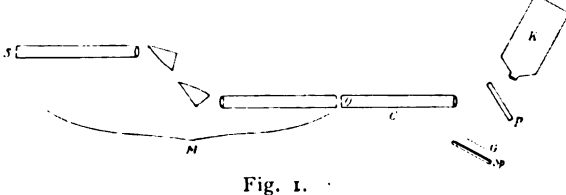


Fig. 1.

Das von diesem gelieferte einfarbige Licht tritt durch die punktförmige Öffnung O in das Kollimatorrohr C eines Spektrometers ein, wird von einer auf dem Spektrometertisch stehenden planparallelen Glasplatte P auf das Kreuzgitter G geworfen, sodann von dem vorderseitig versilberten Spiegel Sp normal reflektiert, geht nochmals durch G und endlich in die Kamera K oder bei okularer Beobachtung in das Fernrohr.

O ist ein feiner kreisrunder Nadelstich in einem Stanniolblättchen und mißt etwa 0,05 mm im Durchmesser. Das Kreuzgitter G wurde photographisch hergestellt. Im Papierhandel sind weiße, in ihrer ganzen Fläche regelmäßig durchbohrte Pappbogen unter dem Namen Stramin erhältlich; z. B. enthielt die von mir am häufigsten benutzte Sorte weit über hunderttausend kreisförmige Löcher in der durch Fig. 2

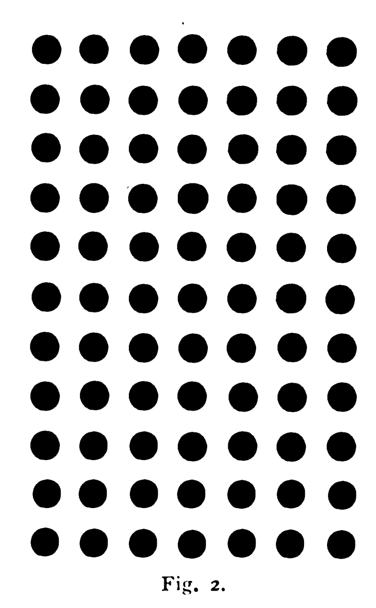


Fig. 2.

angedeuteten Anordnung, die einen Durchmesser von 0,58 mm und einen gegenseitigen Abstand von 1,06 mm hatten. Durch Photographieren solcher Straminbogen erhält man ohne jede Schwierigkeit Kreuzgitter von beliebiger Gitterkonstante, die etwa fünf Spektralordnungen zeigen, wenn sie einigermaßen kontrastreich sind. Da es sich, wie später begründet werden soll, als zweckmäßig erwies, Kreuzgitter nicht mit beugenden Öffnungen auf dunklem Grunde, sondern mit beugenden Scheibchen auf hellem Grunde zu verwenden, wurden von den gewonnenen Negativen Diapositive auf sorgfältig ausgesuchtes Spiegelglas angefertigt.

Das Kreuzgitter wurde, die photographische Schicht dem Spiegel Sp zugekehrt, auf einem senkrecht zu Sp mikrometrisch verschiebbaren Tischchen parallel zum Spiegel befestigt. Man erkennt die Parallelstellung daran, daß im Fernrohr oder auf der Mattscheibe das am Spiegel und das an der Glasseite des Gitters reflektierte Bild von O zusammenfallen. Da man übrigens weiß[1]), daß der Durchmesser der Newtonschen Staubringe nur von der mittleren Entfernung der beugenden Teilchen von der Spiegelfläche abhängt, kommt es im vorliegenden Falle auf genauen Parallelismus gar nicht an, und dementsprechend wurde z. B. bei den photographischen Aufnahmen durch eine geringe Drehung des Gitters das von ihm herrührende störende Reflexbild seitlich hinaus verlegt.

Der Abstand $b/2$ von Gitter zu Spiegel wurde durch Ausmessung von Newtonschen Staubringen bestimmt: oberhalb des Gitters wurde ein Teil der photographischen Schicht entfernt und die frei gelegte Glasplatte mit Eisenfeilspänen bestäubt. Durch Herauf- und Herabschrauben des Tischchens, auf dem die ganze Gitter-Spiegel-Anordnung stand, konnte, ohne daß an $b/2$ etwas geändert wurde, abwechselnd das Kreuzgitter und die Staubschicht in den Strahlengang gebracht werden, und im letzteren Falle wurden im Fernrohr die Staubringe in außerordentlicher Schärfe bis in hohe Ordnungen sichtbar und konnten durch Einstellung des Fadenkreuzes auf die Durchmesser z. B. der dunklen Ringe ausgemessen werden. Der Durchmesser des n-ten hellen Ringes ist durch

$$1 - \cos \varphi_n = \frac{n \lambda}{b},$$

der des n-ten dunklen durch

$$1 - \cos \varphi_n = \frac{2n - 1}{2} \cdot \frac{\lambda}{b}$$

gegeben[2]), wo φ_n der angulare Radius des Ringes, λ die Wellenlänge des Lichts und b das Doppelte des gesuchten Abstands von Staubschicht zu Spiegel, d. h. die Gitterkonstante in der Strahlrichtung, ist.

Die Methode wurde in der Weise angewandt, daß mit ihr ein kleiner b-Wert festgelegt

1) Vgl. z. B. E. Lommel, a. a. O., S. 237.

2) Vgl. z. B. W. Friedrich, P. Knipping und M. Laue, a. a. O.

und von ihm als Nullpunkt aus die übrigen an der das Gitter bewegenden Mikrometerschraube (Ganghöhe 1 mm) abgelesen wurden.

§ 3. Die gesuchte Erscheinung, das optische Analogon zu den Röntgenstrahl-Interferenzpunkten in der Laueschen Auffassung, ist folgende: die bekannte Beugungsfigur eines Kreuzgitters (Fig. 3, Tafel III[1]), ein System also von hellen, mit großer Annäherung auf den Ecken von Quadraten liegenden Punkten, wenn wie im vorliegenden Falle ein Punkt (*O* in Fig. 1) als Lichtquelle dient, monochromatisches Licht auffällt und die beiden Konstanten des Kreuzgitters gleich sind; doch sollen von diesen Punkten — das ist das Wesentliche — nur diejenigen auftreten, deren Winkelabstand φ vom Zentrum der Gleichung

$$1 - \cos\varphi = \frac{n\lambda}{b}$$

genügt, die mit anderen Worten auf einem hellen Newtonschen Staubring liegen, während diejenigen, die auf einem dunklen Ringe liegen, verschwinden sollen.

Diese Erscheinung wurde mit der eben beschriebenen Versuchsanordnung in der Tat beobachtet. Es empfiehlt sich dabei, das Augenmerk auf die verschwindenden Punkte zu richten; denn da nur zwei Gitter hintereinandergesetzt sind, ist der Intensitätsabfall vom Maximum zum Minimum in den Staubringen ein so allmählicher, daß die hellen Punkte nicht nur auftreten, wenn ihr Winkelabstand genau die eben genannte Gleichung erfüllt, sondern auch noch in einem großen benachbarten Bereiche. Dagegen verschwinden die Punkte in dem Momente, wo sie auf die Mitte eines dunklen Ringes zu liegen kommen, vollständig oder fast vollständig.

Fig. 4 (Tafel III) ist die Reproduktion einer bei viertelstündiger Exposition auf Agfa-Chromo-Isorapid-Platte gewonnenen Aufnahme, die das Gewünschte zeigt: Das für die Röntgenogramme charakteristische Fehlen gewisser Spektralpunkte im Kreuzgitterspektrum. Erst bei längerer Exposition treten die fehlenden Spektren, obgleich sie bei diesen kleinen Lochdurchmessern okular unsichtbar sind, schwach hervor. Daß ihr Wegfall der Laueschen Theorie entspricht, zeigt die folgende einfache Rechnung, aus der zu entnehmen ist, daß die ersten Spektren rechts und links bzw. ober- und unterhalb vom Zentralbilde deswegen fehlen, weil sie auf dem ersten dunklen Staubringe liegen. Der Winkel φ zwischen ihrer Richtung und der des Zentralbilds genügt nämlich den beiden Gleichungen

$$\sin\varphi = \frac{\lambda}{a} \qquad (1)$$

$$1 - \cos\varphi = \frac{1}{2}\frac{\lambda}{b}, \qquad (2)$$

von denen die erste das erste Spektrum, die zweite den ersten dunklen Staubring charakterisiert; denn b ist so gewählt worden, gleich 24,8 mm, daß sich unter Berücksichtigung von

$$\lambda = 550\ \mu\mu$$
$$a = 0{,}117 \text{ mm}$$

sowohl aus der ersten wie aus der zweiten Gleichung das gleiche

$$\varphi = 16'\,10''$$

ergibt. b ist hier und in den folgenden angeführten Beispielen so viel größer als a gewählt, weil für $b = a$ schon der erste dunkle Ring und um so mehr alle weiteren auf ein Spektrum verhältnismäßig hoher Ordnung und entsprechend geringer Intensität fällt, z. B. für $b - a = 0{,}1$ mm zwischen das 13. und 14., für $b - a = 0{,}01$ mm immer noch zwischen das 4. und 5.

Direkt läßt sich φ durch Ausmessung der photographischen Platte bestimmen: Das zweite Spektrum ist vom Zentralbild auf der Platte 2,258 mm entfernt, dem fehlenden ersten Spektrum kommt also der Abstand $\frac{1}{2}\,2{,}258 = 1{,}129$ mm zu, und da die Brennweite der Kameralinse bekannt ist (gleich 238 mm), folgt für φ im genügender Übereinstimmung mit dem oben gefundenen Werte drittens aus

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{1{,}129}{238}$$
$$\varphi = 16'\,18''.$$

Es fehlen in dem Photogramm (Fig. 4) ferner die acht Punkte, die in dem Schema (Fig. 5) durch kleine Kreise bezeichnet sind[1]). Der Abstand d, den sie auf der photographischen Platte einnehmen würden, ist gegeben durch

$$d^2 = 2{,}258^2 + \left(\frac{2{,}258}{2}\right)^2; \; d = 2{,}524$$

weil, wie eben erwähnt, 2,258 mm der Abstand des zweiten Spektrums ist. Für ihren Winkelabstand vom Zentralbild folgt demnach

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{2{,}524}{238}$$
$$\psi = 36'\,27''$$

1) Die fünf Photogramme (Fig. 3, 4, 6, 7, 8) auf Tafel III sind etwa $4\frac{1}{2}$fach vergrößert.

1) In Fig. 4 sind leider auch die vier Eckpunkte des Schemas Fig. 5 nicht zu erkennen, die im Originalnegative deutlich sichtbar sind. Ein gleiches gilt für zwei Eckpunkte der Fig. 6.

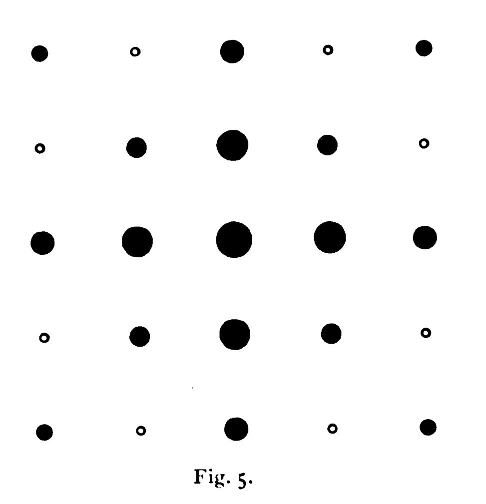


Fig. 5.

Das ist annähernd der dem dritten Newtonschen Ringe entsprechende Winkel, der sich aus

$$1 - \cos \psi = \frac{5}{2} \frac{\lambda}{b}$$

$$1 - \cos \psi = \frac{5}{2} \frac{0{,}00055}{24{,}8}$$

zu

$$\psi = 36' 13''$$

ergibt. Auch hier ist also das Experiment im Einklange mit der Laueschen Theorie.

Vergebliche Versuche wurden gemacht, dieselbe Interferenzerscheinung durch Hintereinandersetzen zweier vom gleichen Negativ abgezogener Kreuzgitter ohne Benutzung des Spiegelungsprinzips darzustellen. Man erhält zwar auch so die Staubringe, sie sind aber vermutlich infolge der durch das Plattenkorn bedingten Ungleichheit der beiden Gitter viel weniger scharf. Da im Gegensatz hierzu die Spektren ganz enorm an Helligkeit gewinnen — denn der Lichtverlust durch die Reflexion an der planparallelen Platte fällt fort —, ist von einem Verschwinden der Spektren, wenn sie auf einem dunklen Ring liegen, nicht im entferntesten die Rede.

Die Interferenzfigur 4 wurde bei verschiedenem λ und bei verschiedenen Gitterkonstanten im Einklange mit der Theorie erhalten, auch bei Anwendung der Gitter, von denen im letzten Paragraph die Rede sein wird. Verändert man $b/2$ ein wenig, etwa um 0,2 mm, was bei der angegebenen Gitterkonstanten und Wellenlänge einer Änderung des angularen Ringradius um ca. 8″ entspricht, so treten die ersten Spektren wieder auf, denn durch eine derartige Veränderung wird nur der Winkelabstand der Ringe, nicht aber der der Spektren beeinflußt, die Koinzidenz der ersten Spektren mit dem ersten Ringe also gestört. Auch bei einer Veränderung der Farbe bleibt die Interferenzfigur nicht erhalten; bei einer Verkleinerung von λ z. B. wird der Winkelabstand sowohl der Spektren, als auch der Ringe kleiner, aber der der Spektren rascher als der der Ringe.

§ 4. Eine andere charakteristische Interferenzfigur tritt auf, wenn der zweite dunkle Ring mit den zweiten Spektren koinzidiert. Die Gleichungen (1) und (2) ergeben, daß man diese Figur, von Fig. 4 ausgehend, erhält, wenn man entweder bei konstant gehaltenem b zur Wellenlänge $\lambda = 414\,\mu\mu$ übergeht oder wenn man bei konstant gehaltener Wellenlänge b auf 18,7 mm verkleinert. Da 414 $\mu\mu$ zur okularen Beobachtung nicht mehr geeignet ist, wurde b verändert und, wie erwartet, ein Kreuzgitterspektrum ohne zweite Spektren gefunden, wie es in Fig. 6 reproduziert ist, aber nicht bei dem von der Theorie geforderten Gitter-Spiegel-Abstand $b/2 = 9{,}35$ mm, sondern bei einem um 0,95 mm größeren Wert; bei $b/2 = 9{,}35$ mm sind dagegen die Spektren deutlich sichtbar. Hier haben wir es also zweifellos mit einer Diskrepanz gegen die Lauesche Theorie in ihrer einfachen Form zu tun: die Spektren verschwinden zwar, aber nicht dann, wenn ihr Winkelabstand vom Zentrum einem dunklen Ring entspricht, eine Tatsache, die insofern von einschneidender Bedeutung ist, als sie uns der Möglichkeit beraubt, aus der Ausmessung eines unvollständigen Kreuzgitterspektrums bindende Schlüsse über Gitterkonstanten und Wellenlänge oder auch nur über deren Verhältnis zu ziehen.

Zwei weitere Photogramme (Fig. 7 und 8) führen die Diskrepanz deutlich vor Augen. Sie sind mit einem weniger kontrastreichen Gitter (von der Konstanten 0,105 mm) gewonnen, das als „Staubschicht“ mit überlagerter Gitterstruktur aufgefaßt werden kann und demgemäß Ringe und Spektren gleichzeitig zeigt. Die Rechnung ergibt, daß für $\lambda = 550\,\mu\mu$ die zweiten Spektren mit dem zweiten dunklen Ringe bei $b/2 = 7{,}5$ mm koinzidieren und verschwinden sollen; der Versuch zeigt, daß sie bei $b/2 = 8{,}3$ mm verschwinden, während sowohl die Spektren wie die Ringe für sich allein genommen die von der Theorie geforderte Lage haben. Fig. 7 ist bei dem theoretisch geforderten Werte $b/2 = 7{,}5$ mm aufgenommen; die zweiten Spektren liegen auf dem zweiten dunklen Ringe, sind aber nicht verschwunden. Fig. 8 ist bei $b/2 = 8{,}3$ mm aufgenommen: die zweiten Spektren sind fast vollständig verschwunden, aber die schwachen Andeutungen, die noch auf ihre Lage hinweisen, finden sich nicht auf dem

zweiten dunklen, sondern halbwegs zwischen dem zweiten dunklen und dem zweiten hellen Ringe.

Die gleiche Diskrepanz kehrt bei allen Gittern wieder, die von dem in § 2 erwähnten Stramin abphotographiert sind; sie findet sich auch bei allen Farben, hier allerdings mit systematischen Unterschieden. Während man bei 550 μμ $b/2$ um 0,8 mm vergrößern muß, um von dem theoretisch geforderten zu dem experimentell gefundenen Werte überzugehen, ist bei

λ = 500 μμ eine Vergrößerung um 0,95 mm
600 μμ „ „ „ 0,7 mm
650 μμ „ „ „ 0,65 mm

erforderlich. Im Winkelmaß ausgedrückt heißt das, daß der Radius des zweiten Ringes bei allen vier Wellenlängen vom theoretischen Wert um etwa 1′50″ abweicht.

Es wurde zunächst festgestellt, daß der Polarisationszustand des angewandten Lichts ebensowenig von Einfluß auf die Erscheinung war wie die speziellen Eigenschaften der planparallelen Platte P; daß es ferner belanglos ist, ob die Gitterdiapositive auf Glas oder auf Films abgezogen sind oder ob die photographische Schicht, von der Platte losgelöst[1]) und auf einem Rahmen befestigt, ohne Unterlage benutzt wird.

Man wird so dazu geführt, die Eigenschaften der verwendeten Gitterstruktur zur Erklärung heranzuziehen und kann speziell die Photogramme 7 und 8 unter diesem Gesichtspunkt folgendermaßen deuten: die Granulation der Gelatineschicht liefert ein Ringsystem, das auf den Photogrammen zu sehen ist und der Theorie entspricht. Außerdem liefern die kreisförmigen dunklen Gitterpunkte ein Ringsystem oder exakter ein System von Interferenzstreifen, das auf den Photogrammen nicht zu sehen ist und sich nur durch das Verschwinden der Spektralpunkte bemerkbar macht. Die Photogramme lehren, daß dieses zweite System mit dem ersten nicht koinzidiert, also auch nicht wie jenes die einfache Ringformel, wie sie in der Laueschen Theorie angesetzt wird, befolgt. Als Grund kann einerseits die Form, andrerseits die Anordnung der Gitterpunkte in Frage kommen.

§ 5. Um eine Entscheidung zwischen beiden Möglichkeiten treffen zu können, wurde ein Zeichenblatt mit zahlreichen, regellos verteilten, gleich großen, kreisförmigen Punkten bedeckt und photographiert. Die abgezogenen Diapositive gestatteten den Einfluß der Punktform unabhängig von dem der Punktanordnung zum Gitter zu untersuchen. Ersetzte man das Kreuzgitter durch eine derartige „Punktschicht", so beobachtete man als Interferenzerscheinung eine Überlagerung der Newtonschen Staubringe mit der Fraunhoferschen Beugungserscheinung von Kreisscheiben (Lykopodiumringen), also zwei sich überlagernde konzentrische Ringsysteme.

Die Formel für die Intensitätsverteilung in der kombinierten Erscheinung, mit andern Worten für die Staubringe bei kugelförmiger Bestäubung, hat Exner[1]) gegeben. Aus ihr ist zu entnehmen, daß die Nullstellen beider Ringsysteme als Nullstellen erhalten bleiben. Der Versuch bestätigt das; die Frage aber, ob die neuen, sich zwischen die Staubringe einschiebenden dunklen Ringe zur Erklärung der im vorigen Paragraphen behandelten Abweichung dienen können, muß unbedingt verneint werden. Denn die Lykopodiumringe sind im Gegensatz zu den Staubringen so lichtschwach und verwaschen, daß sie nur wie eine matte Schattierung des Grundes wirken, auf dem die Staubringe scharf hervortreten. Weder verschwindet ein Spektralpunkt deswegen, weil er auf einen dunklen Lykopodiumring fällt, noch beeinflussen die unterlagerten Lykopodiumringe die Lage der Staubringminima, wie zahlreiche Messungen nicht nur an photographisch hergestellten Punktschichten, sondern auch an Lykopodiumbestäubungen selbst und an Schichten von Quecksilbertröpfchen, die nach dem Woodschen[2]) Verfahren auf Glas niedergeschlagen waren, bestätigt haben.

§ 6. Wir schließen, daß die räumliche Ausdehnung den beugenden Partikeln, die in der einfachen Theorie nicht berücksichtigt wird, die beobachteten Abweichungen erst dann erklären kann, wenn die Partikeln zum Gitter angeordnet sind. Diese Vermutung gewinnt an Wahrscheinlichkeit, wenn wir die Resultate der im ersten Paragraphen erwähnten Arbeit von Lommel ins Auge fassen.

Lommel behandelt den Fall, daß vor dem Spiegel nicht ein Kreuz-, sondern ein gewöhnliches Strichgitter steht; als Lichtquelle dient entsprechend der den Gitterstrichen parallele Spalt des Kollimators. Man übersieht ohne weiteres, daß die Newtonschen Staubringe in diesem Falle zu Graden ausarten, die parallel zu dem Spalt und den Gitterstrichen liegend die einzelnen Spektren als dunkle Streifen durchziehen. Aber diese Streifen gehorchen durchaus nicht, wie man zunächst anzunehmen geneigt ist, dem Staubringgesetz

1) Hierbei bewährte sich das von Eder, Rezepte und Tabellen für Photographie, Halle 1912, S. 36, angegebene Formalin-Soda-Verfahren.

1) F. Exner, Wied. Ann. 11, 218, 1880.
2) R. W. Wood, diese Zeitschr. 14, 189, 1913.

$$1-\cos\varphi_n = \frac{2n-1}{2}\,\frac{\lambda}{b}.$$

Man muß nämlich berücksichtigen, daß ein von einem Gitterspalt auf den Spiegel zu austretendes Strahlenbündel nur dann an der Interferenzerscheinung mitwirken kann, wenn es nach der Reflexion am Spiegel auf eine Gitteröffnung trifft, daß es aber ganz oder teilweise unwirksam gemacht wird, wenn sich ihm ein dunkler Gitterstab in den Weg stellt und es am Austritte verhindert. Das zweite Gitter wirkt also gewissermaßen schattenwerfend, und diese Schattenwirkung hat, wie die lediglich rechnerisch etwas umständliche Durchführung der Theorie zeigt, zur Folge, daß die Streifung in den Spektren ein gegen das einfache Ringgesetz bedeutend kompliziertes Aussehen annimmt.

Ein gleiches dürfte für den Fall des Kreuzgitters gelten. Auch hier beobachtet man, wenn man weißes, statt homogenem Licht anwendet, daß von einem Streifensystem nach dem einfachen Gesetz nicht die Rede ist. Schon bei den Gittern mit dunklen Punkten auf hellem Grunde, bei denen eine Schattenwirkung verhältnismäßig weniger in Frage kommt, kann man gewisse Verzerrungen an den Ringen beobachten, besonders, wenn die Gitter kontrastreich sind. Die beim Photographieren des Stramins zunächst gewonnenen negativen Gitter vollends mit ihren hellen Punkten auf dunklem Grunde und ihrer entsprechend größeren Schattenwirkung liefern eine Interferenzerscheinung, die in ihrer zierlichen Musterung mit einem konzentrischen Ringsystem kaum mehr etwas zu tun hat. Ähnliche komplizierte Erscheinungen zeigen gekreuzte Drahtgitter.

Falls es richtig ist, daß die gefundenen Abweichungen von der einfachen Theorie auf Grund der Lommelschen Anschauungen zu erklären sind, muß man erwarten, daß die bei Lommel mit $\varkappa$ bezeichnete Größe, d. i. das Verhältnis von dunklem Gitterstab zur Gitterkonstanten, in unserem Falle also das Verhältnis von Gitterpunkt-Durchmesser zur Gitterkonstanten, einen wesentlichen Einfluß auf die Größe der Abweichung hat; und zwar ist anzunehmen, daß die Abweichung kleiner werden wird, wenn man $\varkappa$, also cet. par. die Gitterpunkte, verkleinert und dadurch die Möglichkeit einer Schattenwirkung verringert.

Leider ist bei den käuflichen Straminen, so verschieden im einzelnen Lochdurchmesser und Lochabstände sind, gerade $\varkappa$, das Verhältnis beider, annähernd gleich groß; es lag bei den mir zugänglich gewesenen Sorten zwischen 0,53 und 0,57. Daher mußten geeignete Gitterzeichnungen angefertigt und photographiert werden. $\varkappa$ wird mit einem Okularmikrometer bestimmt, wobei natürlich infolge der Plattenkörnung eine gewisse, wenn auch für die Resultate unbedeutende Willkür nicht zu vermeiden ist.

Der Einfluß von $\varkappa$ ist aus der folgenden Tabelle zu entnehmen, deren zweite Kolumne den Wert von $\varkappa$ enthält, während die dritte angibt, um wieviel Millimeter der aus der Theorie berechnete Wert des Gitter-Spiegel-Abstands zu vergrößern ist, damit die zweiten Spektren tatsächlich verschwinden. Diese Zahlenwerte hängen natürlich auch noch von dem Absolutwert der Gitterkonstanten ab, der aber in allen angeführten Fällen ähnlich ist. (Er liegt zwischen 0,105 und 0,167 mm.)

$\lambda = 550\ \mu\mu$

	$\varkappa$	
Gitter 17	0,53	0,95 mm
„ 15	0,47	0,8 „
„ 37 b	0,34	0,7 „
„ 42	0,33	0,15 „
„ 48	0,32	0,1 „
„ 51 a	0,30	0,1 „
„ 51 c	0,28	0,0 „

Wie erwartet, nehmen die Abweichungen mit kleiner werdendem $\varkappa$ ab und verschwinden schließlich ganz, ein Resultat, das sich für alle untersuchten Wellenlängen ergab. Dem Wert $\varkappa = 0{,}33$, der auch bei Lommel eine Rolle spielt, scheint hier eine besondere Bedeutung zuzukommen.

Die Frage, warum sich ein Einfluß von $\varkappa$ beim Verschwinden der ersten Spektren (Fig. 4) nicht bemerkbar macht, ist erst zu beantworten, wenn es gelingt, die Lommelsche Theorie auf das Kreuzgitter zu übertragen, was nicht unerheblichen rechnerischen Schwierigkeiten begegnet. Auch dürfte diese Erweiterung erst dann ein größeres Interesse beanspruchen, wenn ihre Anwendung auf den Fall des natürlichen Kristalls und der Röntgenstrahlen möglich wäre. Daß eine Einwirkung der Atome auf die gebeugten Wellen, eine „Wirkung zweiter Ordnung“, bei der Deutung der Röntgenogramme berücksichtigt werden muß, erscheint bei den Zahlenwerten, die sich für den Moleküldurchmesser und für den Abstand benachbarter Moleküle ergeben, von vornherein nicht ausgeschlossen; doch ist eine derartige Wirkung, worauf Herr v. Laue mich liebenswürdigerweise aufmerksam gemacht hat, dort wohl zu schwach, um eine Rolle zu spielen.

Zusammenfassung.

Es werden einige Versuche über Beugung sichtbaren Lichts an einer Raumgitterstruktur

beschrieben, die zu einer Interferenzerscheinung vom Typus der Kristallröntgenogramme (in der Laueschen Auffassung) führen, d. i. zu einem unvollständigen Kreuzgitterspektrum.

Ein Vergleich der Versuchsresultate mit der Laueschen Theorie zeigt, daß diese im vorliegenden Falle zwar qualitativ, nicht aber allgemein quantitativ anwendbar bleibt, daß man demnach aus den Photogrammen keine bindenden Schlüsse über Wellenlänge und Gitterkonstante ziehen kann. Der Grund der Abweichungen dürfte in einer Schattenwirkung der beugenden Partikeln zu suchen sein.

Breslau, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 20. Februar 1914.)

Zum Problem des Interferenzbildes einer Gitterlinie.

Von Johann Kern.

Herr E. Schrödinger[1]) hat kürzlich die Intensitätsverteilung im Interferenzbild einer Gitterlinie berechnet und kommt dabei zu einem Resultat, das sich wesentlich von dem von Herrn Debye erhaltenen[2]) unterscheidet. Herr Schrödinger meint zudem (S. 86, l. c.), „es könne wohl keinem Zweifel unterliegen, daß die bis jetzt (d. i. für den eindimensionalen Fall) aufgestellten Gesetze auch für den dreidimensionalen Geltung haben werden". Diese Vermutung muß um so mehr überraschen, als eine einfache Überschlagsrechnung zeigt, daß — im eindimensionalen Falle — das durch die Schrödingersche Formel (32) (l. c.) gegebene Verhältnis von $\frac{I_{(\min)}}{I_{(\max)}}$ für einen Fleck (bei Zimmertemperatur $\lambda \cong 10^{-9}$ cm, $f \sim 10^5 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}}$ — d. i. etwa für Steinsalz — und einem Winkel von 30° zwischen Beobachtungsrichtung und Richtung des einfallenden Strahles) $\frac{1}{2}$ sein würde, was nahezu vollkommener Verwaschung entspräche und sicher sehr weit von den tatsächlichen Verhältnissen entfernt ist. Wenn man auch einwenden kann, daß in diesem Punkte sich möglicherweise die Verhältnisse stark zugunsten der Schrödingerschen Formel ändern können, falls man vom eindimensionalen zum dreidimensionalen übergeht, so scheint doch ein anderes von ihm abgeleitetes Resultat, das wohl von diesem Übergang unberührt bleiben muß — nämlich die Unabhängigkeit der Gesamtintensität eines Fleckes von der Temperatur — mit dem Experiment im Widerspruch zu stehen.

Es ist im Hinblick auf diese Sachlage vielleicht nicht ganz überflüssig, wenn ich im folgenden die Grundlagen der Schrödingerschen Rechnung untersuche. Es mag dies auch deshalb von Interesse sein, weil sich dabei zeigen wird, daß die Anwendung der Born- und v. Karmanschen Methode der Approximation endlicher, aus zahlreichen Massenpunkten bestehender Systeme durch das unendliche System im Eindimensionalen nicht immer zu denselben Resultaten führt wie die Berücksichtigung von Grenzbedingungen.

Herr Schrödinger zeigt folgendes:

Sind $\xi_1 \ldots\ldots \xi_N$ die Verschiebungen der Punkte einer Gitterlinie, von denen angenommen wird, daß sie nur in der x-Richtung schwingen können, und drückt man ξ_p in üblicher Weise durch Normalkoordinaten Q_k aus, indem man $\xi_p = \sum_{k=1}^{k=N} Q_k U_{pk}$ setzt, so ergibt sich die im Röntgeninterferenzbild der Gitterlinie beobachtbare Intensität:

$$I_m = \sum_m \sum_n e^{i\varkappa a(n-m)\cos\vartheta - \frac{kT}{2f}k^2\cos^2\vartheta \sum_k \frac{(U_{nk}-U_{mk})^2}{p_k}}, \tag{1}$$

worin p_k mit der Frequenz ν_k durch:

$$\nu_k = \sqrt{\frac{f}{m}}\, p_k$$

verknüpft ist. (Für weitere Bezeichnungen siehe die zitierte Arbeit.)

Zur Berechnung des Wärmeeinflusses bedarf es der Auswertung der Summe im Exponenten:

$$\sum_k \frac{(U_{nk}-U_{mk})^2}{p_k}, \tag{2}$$

für die Herr Schrödinger sich der Approximation des endlichen durch das unendliche System bedient mit der Motivierung, daß eine Berücksichtigung von Randbedingungen sowohl physikalisch bedeutungslos sei, als auch die Rechnung äußerst unübersichtlich machen würde (l. c., S. 82).

Ich will nun zeigen:

I. Eine — wie mir scheint — korrektere Anwendung der Born- und v. Karman-

1) „Über die Schärfe der mit Röntgenstrahlen erzeugten Interferenzbilder", diese Zeitschr. 15, 79, 1914.

2) P. Debye, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 678 u. 738, 1913; Ann. d. Phys. 43, 49, 1914.

schen Methode führt zu einem von dem des Herrn Schrödinger abweichenden Resultat.

II. Die Berücksichtigung der Randbedingungen — die, ohne daß sich die Rechnung dadurch kompliziert, möglich ist — liefert je nach der Wahl derselben für die Summe (2) sehr verschiedene Werte, und zwar für

a) Randpunkte frei:

$$\Sigma = |m - n|,$$

b) Randpunkte fest:

$$\Sigma = |m - n| - \frac{(m-n)^2}{N-1}$$

— also ein von *a*) wesentlich abweichendes Resultat.

I.

Die Darstellung von ξ_n für ein unendliches System ist:

$$\xi_n = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} \{Q_\varphi' \cdot \cos(n\varphi) + Q_\varphi'' \sin(n\varphi)\} \, d\varphi, \tag{3}$$

worin

$$Q_\varphi' = q_\varphi' \cos(\nu t - \beta'),$$
$$Q_\varphi'' = q_\varphi'' \cos(\nu t - \beta'')$$

die Normalkoordinaten,

$$\frac{\cos(n\varphi)}{\sqrt{2\pi}}, \quad \frac{\sin(n\varphi)}{\sqrt{2\pi}}$$

die normierten Eigenfunktionen sind und

$$\nu = \nu_0 \sin\frac{\varphi}{2}$$

ist, wenn wir mit ν_0 die höchste Schwingungszahl der Kette bezeichnen. (3) entspricht der Darstellung des Zustandes unserer Kette durch ein System stehender Wellen einer cos-Welle und einer sin-Welle. Das Spektrum des Systems ist durch das von Born und v. Kármán bewiesene Gesetz, daß φ gleichmäßig über die Phasenlinie verteilt ist, bestimmt. Approximiert man ein endliches, aus N Punkten bestehendes System durch ein unendliches, so bedeutet dies im Born- und v. Kármánschen Sinne, daß man das Spektrum des endlichen Systems durch N gleichmäßig über die Phasenlinie verteilte Punkte darstellt. Handelt es sich um ein Problem wie das der spezifischen Wärmen, wo es nur auf das Spektrum ankommt, so ist es mit dieser Festlegung gelöst. Bei einem Problem wie dem von Schrödinger behandelten muß man aber einen Schritt weitergehen, denn hier interessieren uns noch außer dem Spektrum die Koeffizienten der Entwicklung von ξ_p nach Normalkoordinaten.

Man kann nun ganz allgemein folgendes beweisen:

Soll die Darstellung (3) fähig sein, ein endliches System mit Randbedingungen zu approximieren, so muß $\beta' = \beta''$ und $\frac{Q_\varphi'}{Q_\varphi''} = \frac{q_\varphi'}{q_\varphi''} = f(\varphi)$ sein, wobei $f(\varphi)$ eindeutig durch die Randbedingungen bestimmt ist[1]).

Wir müssen also, wenn unser Approximationssystem zur Darstellung eines endlichen Systems mit — vielleicht unbekannten — aber sicher vorhandenen Randbedingungen geeignet sein soll, schreiben:

$$\xi_n = \mathop{\mathrm{S}}_{(\varphi)} \{q \cos(\nu t - \beta) \cdot \mathfrak{A} \cdot \cos(n\varphi) + $$
$$+ f(\varphi) \cdot q \cdot \cos(\nu t - \beta)\, \mathfrak{A} \sin(n\varphi)\} \text{ [2]}).$$

Wir greifen mit dieser Beschränkung gewissermaßen aus den Lösungen für die unendliche Kette eine besondere Klasse heraus, nämlich eben die, die zur Approximation endlicher Systeme überhaupt verwendbar sind. Nunmehr ist es gestattet:

$$Q' = Q \cos\delta, \quad Q'' = Q \sin\delta,$$

also

$$\mathrm{tg}\,\delta = \frac{Q''}{Q'}$$

zu setzen, worin δ von t unabhängig ist[3]).

Die Gleichungen:

$$\xi_p = \mathop{\mathrm{S}}_{(\varphi)} Q_k \mathfrak{A}_k \cos(n\varphi - \delta),$$

$$V = \frac{m}{2} \mathop{\mathrm{S}}_{(\varphi)} \nu_k Q_k^2,$$

1) Bei der Kette von Massenpunkten ergibt sich dies einfach, indem man von dem allgemeinen, für die „Innenpunkte" gültigen Ansatz verlangt, daß er auch die beiden Gleichungen der Randpunkte befriedigt. Dies liefert immer zwei homogene lineare Gleichungen für die Amplituden der cos- und der sin-Welle, und damit zu jedem Werte von φ ein bestimmtes Verhältnis dieser Amplituden als Funktion von φ. Für die kontinuierliche Saite erhält man dasselbe Resultat, wenn man verlangt, daß der allgemeinste Ansatz:

$$A_1 \sin\left(\frac{nx}{c}\right) \cdot \sin(nt)$$
$$+ A_2 \sin\left(\frac{nx}{c}\right) \cdot \cos(nt)$$
$$+ A_3 \cos\left(\frac{nx}{c}\right) \cdot \sin(nt)$$
$$+ A_4 \cos\left(\frac{nx}{c}\right) \cdot \cos(nt)$$

zwei beliebige Randbedingungen

$$u_0 + f_1 \frac{\partial u_0}{\partial x} = 0$$
$$u_L + f_2 \frac{\partial u_L}{\partial x} = 0$$

erfüllen muß.

2) Wir schreiben von jetzt ab das Summationszeichen über die Phasenpunkte statt des Integrationszeichens.

3) Vgl. hierzu die zitierte Annalenarbeit von P. Debye, S. 59 u. f.



$$T = \frac{1}{2m} \mathop{\mathrm{S}}_{(\varphi)} Q_k^2$$

folgen nun ohne weiteres, und damit, daß für die U der Summe (2) einzusetzen ist:

$$U_{nk} = \mathfrak{A}_k \cos(n\varphi - \delta_\varphi).$$

Der für den Einfluß der Wärmebewegung maßgebende Teil des Exponenten von (1) lautet jetzt:

$$-M = \mathop{\mathrm{S}}_{(\varphi)} \frac{kT}{2f} \varkappa^2 \cos^2\vartheta\, \mathfrak{A}_k^2 \frac{[\cos(n\varphi - \delta) - \cos(m\varphi - \delta)]^2}{p_k},$$

in vollkommener Übereinstimmung mit dem von Debye abgeleiteten [Formel (29), l. c.]:

$$-M = \mathop{\mathrm{S}}_{(\varphi)} \frac{\varkappa^2}{2m\nu_k^2} \frac{\frac{h\nu_k}{2\pi}}{e^{\frac{h\nu_k}{2\pi kT}} - 1} [(\alpha - \alpha_0)\mathfrak{A}_k + (\beta - \beta_0)\mathfrak{B}_k + (\gamma - \gamma_0)\mathfrak{C}_k]^2 \cdot [\cos(\Omega - \delta) - \cos(\Omega' - \delta)]^2,$$

wenn man seine Formel auf den eindimensionalen Fall spezialisiert, den Grenzübergang zu $T = \infty$ macht, $\alpha_0 = 0$ und $m\nu_k^2 = p_k$ setzt.

Approximieren wir die Summation durch Integration, so lautet das für die Summe eintretende Integral:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{[\cos(n\varphi - \delta) - \cos(m\varphi - \delta)]^2}{4\sin^2\frac{\varphi}{2}}\, d\varphi. \qquad (4)$$

(4) ist nun aber **vollkommen unbestimmt**, solange keine Verfügung über δ als Funktion von φ getroffen ist. Das Spektrum bestimmt eben — im Gegensatz zum Problem der spezifischen Wärmen — hier das Problem nicht eindeutig.

Debye[1]) hat bei seiner Behandlung des dreidimensionalen Problems den dort physikalisch zu rechtfertigenden Weg des Mittelns über δ eingeschlagen. Würden wir ihm hierin auch im eindimensionalen folgen, so erhielten wir für unser Integral:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{[\cos(n\varphi - \delta) - \cos(m\varphi - \delta)]^2}{4\sin^2\frac{\varphi}{2}}\, d\varphi = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{1 - \cos(n - m)\varphi}{4\sin^2\frac{\varphi}{2}}\, d\varphi = \frac{m-n}{2}.$$

Herr Schrödinger setzt als Eigenfunktionen für jeden Wert φ: $\frac{\cos(n\varphi)}{\sqrt{2\pi}}$ und $\frac{\sin(n\varphi)}{\sqrt{2\pi}}$ ein, so daß er für (2) das Integral:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{[\cos(n\varphi) - \cos(m\varphi)]^2 + [\sin n\varphi - \sin m\varphi]^2}{4\sin^2\frac{\varphi}{2}}\, d\varphi \qquad (5)$$

erhält, dessen Wert $m - n$ ist.

Diesem Integral liegt implizite die Annahme zugrunde, daß Q' und Q'' voneinander unabhängig sind. Dies ist nach unseren obigen Auseinandersetzungen nicht zu rechtfertigen. Es wäre nach ihnen auch unrichtig, die Wahrscheinlichkeit der Q' und Q'' als voneinander unabhängig zu behandeln, denn Q' und Q'' sind **durch die Randbedingungen gekoppelt**[1]).

Im folgenden soll nun an zwei Extremfällen gezeigt werden, daß wir durch Wahl von δ den **Wert der Summe** (2) innerhalb gewisser Grenzen **beliebig variieren** können.

1) Es ist kaum nötig darauf hinzuweisen, daß sich (5) aus (4) durch **keine** wie immer geartete spezielle Annahme über δ erhalten läßt.

II.

a) Gitterlinie mit **freien** Endpunkten (1 und N).

Das System der **Bewegungsgleichungen** lautet:

1) **Debye** behandelt in der zitierten Arbeit den **Extremfall**, daß die räumlichen Phasen auch schon **nächstbenachbarter** Punkte voneinander unabhängig sind. Der **zweite Extremfall** — gleiche räumliche Phasenkonstante zweier Punkte mit verschiedenen Indizes l, m, n, l', m', n' — wird, wie Herr **Debye** so freundlich war mir mitzuteilen, in einer demnächst erscheinenden Arbeit untersucht werden. Dieselbe wird damit auch die Frage erledigen, wie groß der maximale Fehler ist, den man bei Verwendung der Formel (29) (l. c.) begeht.

$$\left.\begin{aligned} m\ddot{\xi}_1 &= -f\xi_1 + f\xi_2 \\ &\ldots\ldots\ldots \\ m\ddot{\xi}_p &= f\xi_{p-1} - 2f\xi_p - f\xi_{p+1} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ m\ddot{\xi}_N &= f\xi_{N-1} - f\xi_N. \end{aligned}\right|$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems wird erhalten durch den Ansatz:

$$\xi_p = C\cos\left(p - \frac{1}{2}\right)\alpha \cdot \cos(\nu t - \beta),$$

worin:

$$\nu^2 = 4\frac{f}{m}\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

und α eine Lösung von

$$\sin(N\alpha) = 0$$

ist.

Dies liefert als **allgemeine Lösung** unter Einführung von Normalkoordinaten:

$$\xi_p = \sum_{k=1}^{k=N} Q_k U_{pk},$$

worin

$$Q_k = q_k \cos(\nu_k t - \beta_k),$$

$$\nu_k^2 = 4\frac{f}{m}\sin^2\frac{k\pi}{2N}$$

ist und die **normierten Eigenfunktionen**

$$U_{pk} = \sqrt{\frac{2}{N}} \cdot \cos\left(p - \frac{1}{2}\right)\frac{k\pi}{N}$$

sind.

Die Summe (2) wird jetzt:

$$\frac{2}{N}\sum_{k=1}^{k=N}\frac{\left[\cos\left(m-\frac{1}{2}\right)\frac{k\pi}{N} - \cos\left(n-\frac{1}{2}\right)\frac{k\pi}{N}\right]^2}{4\sin^2\frac{k\pi}{2N}} =$$

$$= \frac{2}{N}\sum_{k=1}^{k=N}\frac{\sin^2\left(a\frac{k\pi}{2N}\right)\sin^2\left(b\frac{k\pi}{2N}\right)}{\sin^2\left(\frac{k\pi}{2N}\right)},$$

worin

$$a = m - n, \quad b = m + n - 1,$$

also $a < b$ ist.

Die Auswertung obiger Summe ist mittels folgender elementarer Rechnung[1]) möglich:

Wir schreiben sie:

$$\sum_1^N = -\frac{1}{4}\sum_1^N \frac{\left(e^{ia\frac{k\pi}{2N}} - e^{-ia\frac{k\pi}{2N}}\right)^2\left(e^{ib\frac{k\pi}{2N}} - e^{-ib\frac{k\pi}{2N}}\right)^2}{\left(e^{i\frac{k\pi}{2N}} - e^{-i\frac{k\pi}{2N}}\right)^2} =$$

$$= -\frac{1}{4}\sum_1^N x^{k(-a-b+1)} \cdot \frac{(x^{ak}-1)^2(x^{bk}-1)^2}{(x^k-1)^2},$$

wenn wir zur Abkürzung $e^{i\frac{\pi}{N}} = x$ setzen.

Wir dividieren $(x^{ak}-1)^2$ durch den Nenner, multiplizieren unter dem Quadrat aus und erhalten:

$$\left.\begin{aligned} \sum &= -\frac{1}{4}\sum_1^N x^{k(-a-b+1)}\left[-1 - x^k - x^{2k}\ldots - x^{(a-1)k} + x^{bk} + x^{(b+1)k} + \ldots x^{(a+b-1)k}\right]^2 \\ &= -\frac{1}{4}\sum_{k=1}^{k=N}\left[x^{-(a+b-1)k} + 2x^{-(a+b-2)k} - 2ax^0 \ldots + 2x^{+(a+b-2)k} + x^{(a+b-1)k}\right] \end{aligned}\right| \quad (6)$$

mit **vollkommen symmetrischem Aufbau** um das Glied x^0. Es lassen sich daher immer je zwei symmetrisch gelegene Glieder zusammenfassen; jedes solche Gliederpaar ist aber nichts anderes als: $2\cos\left(p\frac{k\pi}{N}\right)$, wenn wir den vor k stehenden Faktor mit p bezeichnen. Nach elementaren trigonometrischen Sätzen ist aber:

$$\sum_{k=1}^{k=N}\cos\left(p\frac{k\pi}{N}\right) \text{ für } \begin{cases} p \text{ gerade} = 0 \\ p \text{ ungerade} = -1 \\ p \text{ Null} = N \end{cases}$$

($p < 2N$ vorausgesetzt). Es liefern also alle Gliederpaare mit geradem p bei der Summation über k Null; von denen mit ungeradem p läßt sich leicht zeigen, daß die Zahl derer mit positivem Vorzeichen = der Zahl derer mit negativem Vorzeichen ist. Sie heben sich also gegenseitig auf und es bleibt nur das Glied im Symmetriezentrum mit dem Exponenten 0 übrig. Dieses aber liefert bei der Summation über k: $-2Na$.

Daher ist der Wert der Summe im Exponenten:

$$-\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{N}\cdot -2Na = a^{2)} = |m-n|.$$

1) Die hier verwendete Methode verdanke ich Herrn Stud. math. van Os (Leiden).

2) a ist als die **Zahl** der Glieder mit Exponenten von 0 bis $(a-1)$ ein **Absolutwert**.

b) Gitterlinie mit festen Endpunkten.

Das System der Bewegungsgleichungen ist jetzt:

$$\left.\begin{array}{l} \xi_1 = 0 \\ m\ddot{\xi}_2 = -2f\xi_2 + f\xi_3 \\ \dots\dots\dots \\ m\ddot{\xi}_p = f\xi_{p-1} - 2f\xi_p + f\xi_{p+1} \\ \dots\dots\dots \\ m\ddot{\xi}_{N-1} = f\xi_{N-2} - 2f\xi_{N-1} \\ \xi_N = 0. \end{array}\right|$$

Die allgemeine Lösung[1]) ist unter Einführung von Normalkoordinaten:

$$\xi_p = \sum_{k=1}^{k=N-2} Q_k U_{pk},$$

worin

$$Q_k = q_k \cos(\nu_k t - \beta_k)$$

$$\nu_k^2 = 4\frac{f}{m}\sin^2\frac{k\pi}{2(N-1)} \quad (k = 1 \text{ bis } k = N-2)$$

$$U_{pk} = \sqrt{\frac{2}{N-1}}\sin\frac{(p-1)k\pi}{N-1}$$

ist.

Die Summe (2) wird jetzt:

$$\frac{2}{N-1}\sum_{k=1}^{k=N-2}\frac{\left[\sin(n-1)\frac{k\pi}{N-1} - \sin\frac{(m-1)k\pi}{N-1}\right]^2}{4\sin^2\frac{k\pi}{2(N-1)}}. \quad (7)$$

Diese Summe ist ganz ähnlich zu behandeln wie die frühere. Um eine Kontrolle des Resultats zu erleichtern, will ich die einfache Rechnung hier kurz angeben: Derselbe Prozeß wie früher führt (7) in eine mit (6) vollkommen identische Summe über, nur daß jetzt keine Glieder mit Minuszeichen auftreten und zu berücksichtigen ist, daß jetzt $a + b - 1$ immer ungerade ist $(a = m - n,\ b = m + n - 2)$ und ferner die Summation nur von 1 bis $(N-1)$ zu erstrecken ist. Die Zahl der Glieder mit Exponenten 0 ist wieder $2a$, von den übrigen brauchen wir die Zahl der Paare mit ungeraden Exponenten. Diese ist a^2. Bei Ausführung der Summation über k liefern die Nullglieder wieder $\frac{(N-1)a}{2}$, die Gliederpaare mit ungeraden Exponenten: $\frac{1}{4}(a^2 \cdot - 2)$ (nach dem früher zitierten trigonometrischen Satz). Der Wert der Summe (2) ist also jetzt:

$$\frac{2}{(N-1)}\cdot\left[\frac{(N-1)a}{2} - \frac{a^2}{2}\right] = $$

$$= m - n - \frac{(m-n)^2}{N-1}.$$

Zusammenfassung.

Wir haben also für den von den Summationsindizes abhängigen Faktor des für den Einfluß der Wärmebewegung maßgebenden Teils des Exponenten erhalten.

1. Bei Approximation des endlichen Systems durch das unendliche:

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{[\cos(n\varphi - \delta) - \cos(m\varphi - \delta)]^2}{4\sin^2\frac{\varphi}{2}}d\varphi.$$

2. Bei Annahme von bestimmten Grenzbedingungen

a) für freie Enden: $|m - n|$,

b) für feste Enden: $m - n - \frac{(m-n)^2}{N-1}$.

Die Summe (1) lautet demnach unter der Annahme 2a:

$$I_m = \sum_m\sum_n c^{i\varkappa a(n-m)\cos\vartheta - \frac{kT}{2f}\varkappa^2\cos^2\vartheta\,|m-n|},$$

unter der Annahme 2b:

$$I_m = \sum_m\sum_n c^{i\varkappa a(n-m)\cos\vartheta - \frac{kT}{2f}\varkappa^2\cos^2\vartheta\left\{|m-n| - \frac{(m-n)^2}{N-1}\right\}}.$$

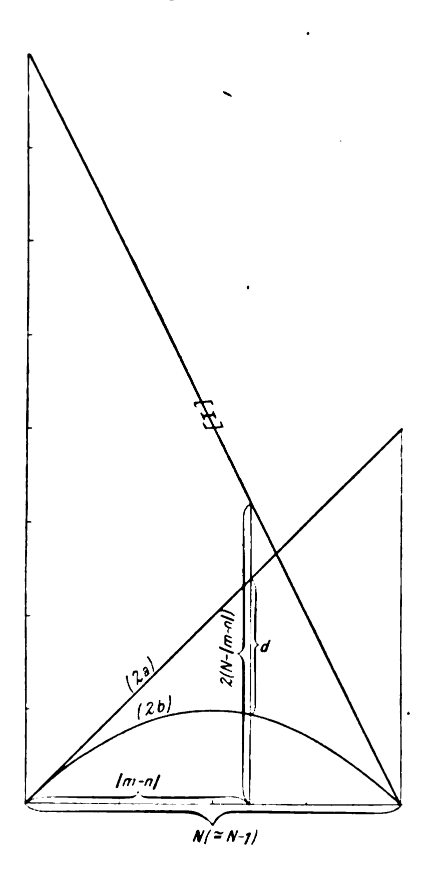
Diese Summen sind natürlich wesentlich verschieden. Man kann eine Abschätzung ihres Unterschieds ohne Rechnung durch eine graphische Darstellung gewinnen. Trägt man nämlich auf der Abszissenachse $|m - n|$, d. i. der Abstand eines interferierenden Punktpaares, auf der Ordinatenachse die Werte $|m - n|$ bzw. $m - n - \frac{(m-n)^2}{N-1}$ auf, so erhält man die nebenstehenden Kurven:

2a liefert eine unter 45° gegen die Abszissenachse geneigte Gerade, 2b eine Parabel, deren Tangente im Nullpunkt unter 45° geneigt ist. Die Werte der Ordinaten sind in die Summen 2a bzw. 2b einzutragen[1]). Jedes Glied von 2a

1) Siehe hierzu: Rayleigh, Theory of Sound p. 172.

1) Für feste Enden ist der Schwächungsfaktor des äußersten festen Punktpaares $(m - n = N - 1) = 1$, wie es sein muß, dagegen für freie Enden am kleinsten; dieses Punktpaar schwingt sozusagen am „unabhängigsten" und interferiert daher am wenigsten.

wird aus dem entsprechenden von 2b erhalten, indem man es mit e^{-d} multipliziert. Die Ordinaten der Kurve [I] geben uns die Dichte-



verteilung der einzelnen Glieder der I_m-Summe über die Abszissenachse an; es kommt das Punktpaar mit dem Abstand $|m-n|$ in den I_m-Summen $2(N-|m-n|)$mal vor. Bei irgendwelchen Grenzbedingungen, die zwischen den von uns angenommenen liegen, wird die für I_m charakteristische Kurve zwischen 2a und 2b verlaufen.

Würde man also nur einen kleinen Teil eines eindimensionalen Kristalls ($|m-n|_{max} << N$) bestrahlen, so würden nur Glieder, die in der Nähe des Nullpunkts liegen, in die Intensitätssumme eingehen, und es wäre deren Wert für beliebige Grenzbedingungen identisch mit 2a. Wir können also resümierend sagen: Das von Schrödinger abgeleitete Resultat ist streng gültig für einen nur auf einem endlichen Stück bestrahlten unendlichen eindimensionalen Kristall. Je größer der bestrahlte Bruchteil des Kristalls ist, um so mehr kommt der Einfluß der Randbedingungen zur Geltung.

Der charakteristische Zug der Schrödingerschen Rechnung — die Abhängigkeit des Wärmebewegungs-Schwächungsfaktors eines interferierenden Punktpaares von dessen Indizes —, die im wesentlichen für die Unterschiede gegen die Debyeschen Resultate verantwortlich ist, bleibt natürlich in jedem Falle erhalten. Es geht jedoch schon aus der Unbestimmtheit der Lösung hervor, daß das eindimensionale Problem in diesem Falle kaum dazu geeignet sein dürfte, ein gutes Bild vom Einfluß der Wärmebewegung auf das Röntgenstrahleninterferenzbild zu geben.

(Eingegangen 18. Februar 1914.)

Charakteristische Erscheinungen bei der Bestrahlung von Rändern mit Röntgenstrahlen.

Von J. Laub.

(Mit Tafel IV.)

Ausgehend von der Annahme, daß die Sekundärstrahlen für die Interferenzerscheinungen bei Röntgenstrahlen von großer Bedeutung sind, und in der Meinung, daß, wenn Kanten beim Röntgenlicht überhaupt eine Rolle spielen sollen, dafür gesorgt werden müsse, daß eine genügend intensive sekundäre oder zerstreute Strahlung vorhanden sei, habe ich im Anschluß an meine früheren Beobachtungen (diese Zeitschrift **14**, 992, 1209, 1913; **15**, 140, 1914) noch im September des vorigen Jahres in Buenos-Aires den in folgendem beschriebenen Versuch ausgeführt[1]).

Die von der Antikathode kommenden Strahlen gingen durch ein 5 cm langes, 3 cm weites, 0,7 cm starkes Bleirohr und fielen auf ein 6 cm langes, 2,9 cm breites Zinkblech von der Dicke 0,6 mm, so, wie es aus der Fig. 1 ersichtlich ist

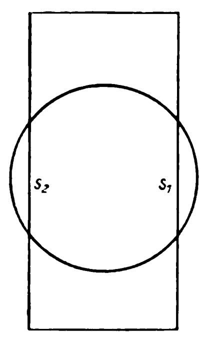


Fig. 1.

1) Die Arbeiten der Herren Bragg und Hupka waren mir damals noch unbekannt; Herr Einstein war so freundlich mich auf sie aufmerksam zu machen.



(Sicht von oben). Die Strahlen gingen also nach dem Austritt aus dem Bleirohr durch das Zinkblech, während sie auf der rechten und linken Seite frei durch den Spalt s_1 bzw. s_2 liefen und die Ränder streiften. Die Spaltbreite von jeder Seite war etwas kleiner als 0,5 mm. Hinter der Zinkplatte waren in entsprechenden Abständen drei photographische Lumière-Platten angebracht.

Das Zinkblech und die photographischen Platten befanden sich in einem dickwandigen Bleikasten, der Deckel, in dem das oben erwähnte Bleirohr angebracht war, und durch das die Röntgenstrahlen zu gehen hatten, war aus 1 cm dicken *Pb* angefertigt. Alles war aufs sorgfältigste geschützt, so daß sicher keine unerwünschten Strahlen auf die Platten fielen. Verwandt wurde eine Müllersche Rapidröhre mit Wasserkuhlung und *Pt*-Antikathode: das Induktorium wurde mit 110 Volt und 5 Ampere gespeist, als Unterbrecher diente ein Quecksilberturbinenunterbrecher von der A. E.-G.

Nach einer Expositionszeit von 75 Minuten fand ich auf der photographischen Platte folgendes Bild. In der Mitte sieht man den Durchstoßungskreis der durch das Zinkblech durchgelassenen Primärstrahlen, links und rechts eine stärkere Schwärzung, die von dem Spalt[1]) herrührt (ellipsenähnlicher Spalt). An den Spalt schließt sich ein „Abbild", das mit ihm unverkennbare Ähnlichkeit hat, nur ist es etwas größer und weniger intensiv. An die erste Abbildung schließt sich eine ähnliche zweite, stark vergrößert und geschwächt. Ferner sieht man in der Abbildung einen scharfen Strich, der viel schwärzer als seine Umgebung ist (Verstärkung) und offenbar vom Zinkrand herkommt. Die Begrenzung der beiden „Abbildungen" ist eine äußerst exakte (s. Phot. 1, Tafel IV).

Dank dem großen Entgegenkommen des Herrn Professors Weiß[2]) war es mir möglich, hier in Zürich die Beobachtungen zu wiederholen und zu erweitern. Zuerst habe ich den oben beschriebenen Versuch wiederholt. Um aber zu sehen, ob nicht eventuell die an den Wänden des Bleirohrs zerstreuten Strahlen[3]) die geschilderten Erscheinungen vortäuschen, habe ich das Rohr abgeschnitten und die Röntgenstrahlen direkt durch das in die 1 cm dicke *Pb*-Platte gebohrte 3-cm-Loch auf das Zinkblech fallen lassen.

1) Durch den die Strahlen direkt gehen.

2) Es sei mir gestattet auch an dieser Stelle Herrn Prof. Weiss besten Dank zu sagen.

3) Auf diese Möglichkeit wurde ich auch in einer Unterredung mit Herrn Pohl in Berlin aufmerksam gemacht.

Gebraucht wurde jetzt eine Gundelachröhre mit Wolframantikathode und ein Klingelfuß-Induktor (50 cm Funkenlänge) mit einem mechanischen Starkstromunterbrecher. Die Unterbrechungszahl betrug 50 pro Sekunde. Der Abstand Antikathode — bestrahltes Zink war 35 cm.

Zink — erste photographische (Schleußner-) Platte — 2 cm,
Zink — zweite photographische Platte — 8 cm,
Zink — dritte photographische Platte — 14 cm.

Nach einer Belichtungszeit von 150 Minuten erhielt ich die Photographie 2, Tafel IV. Es sei gestattet, auf die ausgeprägte Verstärkung (schwarzer Strich) hinzuweisen, die man in den beiden „Abbildern" sieht, ferner auf den schwachen Kreissektor und auf die Trennung der einzelnen Partien durch Intensitätsminima. (Auf der zweiten und dritten Platte sieht man die Intensitätsminima noch viel besser.) Auch die scharfe Begrenzung der Abbildungen sei nochmals hervorgehoben.

Auf der zweiten und dritten Platte sind dieselben Figuren in vergrößertem Maßstabe vorhanden.

Um die Erscheinung weiter zu studieren, habe ich die in der Skizze (2) angegebene Anordnung getroffen.

In den Gang der Strahlen wurde eine Zinkplatte gebracht, die einen 6 cm langen und 1 mm breiten rechteckigen Spalt enthält. Auf der linken Seite war der Rand des Bleidiaphragmas durch das Zink abgeschirmt, die Strahlen konnten den langen rechteckigen Spalt frei passieren, während die rechte Seite ungeändert wie bei den früheren Versuchen blieb. Belichtet wurde nur 90 Minuten. Das Resultat ist aus Photographie 3, Tafel IV zu ersehen. Auf der rechten Seite ist ein Abbild wie bei den früheren Versuchen vorhanden, während wir

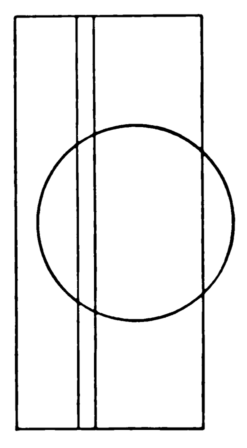


Fig. 2.

auf der linken Seite ein Abbild sehen, das durchaus dem rechteckigen Spalt ähnlich ist. Die Form des Spaltes ist von Einfluß. Zu beachten ist in dem Rand des rechten Abbildes die kleine Figur, die ich als eine Wiederholung des ellipsenförmigen Spaltes betrachte. Auch auf die Intensitätsunterschiede zwischen den einzelnen Zonen sei wieder hingewiesen.

Kehren wir zu der Versuchsanordnung zurück und betrachten wir noch einmal die Photographien, so müssen wir sagen, daß bei der Entstehung der „Abbildungen" die Ränder der Körper zweifellos eine Rolle spielen. Denn nur auf der rechten und linken Seite, wo freie Ränder vorhanden sind, kann man scharfe Abbilder sehen.

Die Lage und Schärfe der Abbildungen sind stark abhängig vom Neigungswinkel, den die bestrahlte Platte mit den Strahlen bildet.

Besonders günstig erweisen sich — wenigstens was Zink betrifft — mittelweich-harte Röhren. Eine Änderung des Härtezustandes während der Exposition in dem Gebiete mittelweich-hart hat keinen wesentlichen Einfluß auf die Erscheinungen. Auch scheint das Material und die Form der Antikathode keinen Einfluß zu haben.

Ähnliche Erscheinungen wurden auch mit einer Schwefelplatte erhalten.

Zum Schluß seien noch einige merkwürdige Beobachtungen erwähnt, die ich gemacht habe. Fallen Röntgenstrahlen 3—4 Stunden auf Körper, so kommt es oft vor, daß man auf der photographischen Platte zweifache, ja sogar dreifache Abbildungen desselben Gegenstandes von abnehmender Intensität findet. Und so ist es vorgekommen, daß der Eisenhalter der photographischen Platte, der nur 2 cm weit vom Diaphragma entfernt war, sich zweifach abgebildet fand. Auch der Rand einer Glasplatte war einmal zweifach abgebildet auf der photographischen Platte vorhanden.

Es ist mir nicht gelungen, eine einwandfreie Erklärung der geschilderten Erscheinungen zu finden. Zu ihrer Deutung sind ausführlichere und eingehendere Versuche nötig, die ich demnächst in Buenos-Aires auszuführen gedenke.

Buenos-Aires, Departemento de Fisica del Instituto Nacional del Profesorado Secundario und Zürich, Polytechnikum.

(Eingegangen 16. Februar 1914.)

Nachtrag bei der Korrektur:

Es scheint mir richtig zu sein, noch folgenden Versuch mitzuteilen: Hinter die 3 cm weite Öffnung wurde ein zylindrisches aus Papier angefertigtes Schächtelchen gestellt, das mit fein pulverisierter Holzkohle vollständig gefüllt war, so daß die Röntgenstrahlen eine Strecke von 5 cm in der Kohle zurücklegen mußten. Gleich hinter der Kohle stand eine photographische Platte, der Abstand Antikathode—Kohle betrug 40 cm. Gebraucht wurde eine sehr harte Gundelachsche Intensivröhre, die ich der Freundlichkeit des Herrn v. Laue verdanke und eine Müllersche Rapidröhre mit Wasserkühlung. Nach einer Expositionszeit von 1 Std.[1]) erhielt ich auf der photographischen Platte, ähnlich wie früher bei der Verwendung von sehr engen Diaphragmen, dunkle und helle Ringe. Aber außerdem war der Durchstoßungskreis der Primärstrahlen stark deformiert und nicht gleichmäßig geschwärzt, sondern in zwei Gebiete von verschiedener Intensität getrennt. Ferner sieht man auf der Platte wiederholte Figuren, wie ich sie schon bei früheren Versuchen gefunden hatte. Ob die Figuren auf sekundäre Wirkungen in der Platte zurückzuführen sind, kann ich erst nach weiteren Versuchen entscheiden.

Da die von mir beschriebenen Erscheinungen, wie man es aus den photographischen Platten sieht, sehr stark ausgeprägt sind, habe ich versucht sie mit bloßem Auge auf einem Astralschirm zu beobachten, ohne jedoch vorläufig zu einem Resultate zu gelangen.

Zum Schluß möchte ich der Firma Reiniger, Gebbert & Schall meinen besten Dank dafür aussprechen, daß sie so freundlich war, mir während meines kurzen Aufenthalts in Zürich manche Instrumente leihweise zur Verfügung zu stellen.

1) Es ist günstig, keine zu langen Expositionszeiten zu nehmen, weil dann die photographischen Platten nicht „verwaschen" sind.

(Eingegangen 15. März 1914.)

Ein Modell zur Erklärung der Lichtemission. III.

Von E. Gehrcke.

§ 9[1]). Das System von Stufenflächen, das den positiven Kern eines Natriumions umgibt (vgl. § 4 u. 5), sei nunmehr hinsichtlich der relativen Intensitäten der verschiedenen Serienlinien näher diskutiert. Die empirisch feststehenden Zugehörigkeiten der einzelnen Linien in den Haupt- und Nebenserien zueinander lassen sich nämlich an dem Modell in einfacher Weise zum Ausdruck bringen.

1) Diese Zeitschr. 15, 123, 198, 1914.



Das für Natrium (und die Alkalien) typische Bild der Stufenflächen, wie es früher behandelt wurde, sei in Fig. 1 schematisch dar-

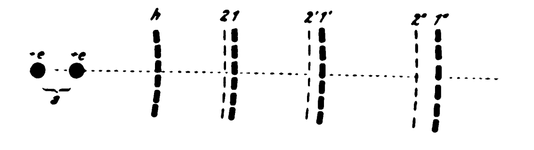


Fig. 1.

gestellt: Der (doppelte) positive Kern des Ions wird hiernach umgeben von der einfachen Stufenfläche *h*, um welche das Stufenpaar 2 und 1 gelagert ist. Um das letztere ist das Paar 2' und 1', dann das Paar 2" und 1" usw. gruppiert. Ein Elektron, das von irgendeiner Stufenfläche ausgehend auf die Stufenfläche *h* fällt, erzeugt daselbst eine Linie der Hauptserie; ein Elektron dagegen, das von irgendeiner äußeren Stufenfläche auf 2 oder 1 fällt, erzeugt eine Linie der Nebenserien, und zwar im Falle des Natriums:

eine Linie der zweiten Nebenserie beim Fall von einer der Stufen 2', 2", 2'''... auf 2 oder 1;
eine Linie der ersten Nebenserie beim Fall von einer der Stufen 1', 1", 1'''... auf 2 oder 1.

Beim Fallen auf die Stufen 2', 1' entstehen ultrarote Serien (Bergmann-Serien).

Die kürzere Welle eines Paares der Nebenserien entsteht beim Fall des Elektrons bis 2, die längere Welle beim Fallen bis 1.

Es werde nun angenommen, daß die verschiedenen Stufen nicht alle gleich häufig von den Elektronen beim Fallen benutzt werden. Das Elektron soll vielmehr an gewissen Stufenflächen leichter hängen bleiben und von diesen auch leichter herabfallen als von andern. Solche von den Elektronen bevorzugten Stufen[1]) seien die äußeren Stufen der Paare, also 1, 1', 1"... Dann ergeben sich folgende Konsequenzen: alle Spektrallinien, die bei Benutzung dieser Stufen 1, 1', 1"... durch das Elektron entstehen, müssen stärker sein als die Spektrallinien der Stufen 2, 2', 2"..., welche in Fig. 1 durch dünne Striche bezeichnet sind. Dies sagt aus, daß die Linien der **ersten** Nebenserie **stärker** sein werden als diejenigen der zweiten. Ferner folgt, da die von den Stufen 1, 1', 1"... nach *h* fallenden Elektronen die kürzeren Wellen der Paare der Hauptserie erzeugen, daß jede kurzwelligere Linie eines Paares der Hauptserie **stärker** sein wird als die langwelligere. Endlich folgt, da die Stufe 1 öfter benutzt wird als die Stufe 2, und da beim Stoppen eines Elektrons in der Stufe 1 eine längere Welle erzeugt wird als beim Stoppen desselben Elektrons in 2, daß in **beiden** Nebenserien die **längere** Welle eines Paares intensiver sein muß als die kürzere. Alle diese Folgerungen sind bekannte Erfahrungstatsachen[1]), die bisher lose nebeneinander stehen und die sich von dem Modell, wie man sieht, im Zusammenhang wiedergeben lassen; es sind hier, um an einen Ausspruch von Heinrich Hertz zu erinnern, die denknotwendigen Folgen des Bildes (Modells) in Übereinstimmung mit den naturnotwendigen Folgen des Geschehens.

§ 10. In den von Kayser und Runge aufgestellten Serienformeln der Alkalien ist auffällig, daß die zweiten Glieder, also die Koeffizienten von p^{-2} (vgl. oben S. 200, Gl. 15–17 und Kayser, Spectroscopie, Bd. II) Werte haben, die dicht um einen mittleren Wert 120000 herumliegen; nur beim Lithium finden sich größere Abweichungen bis rund 10 Proz.; die anderen Koeffizienten in den Formeln sind dagegen um bedeutende Beträge voneinander verschieden. Vergleicht man hiermit die theoretischen Formeln 12–14 auf S. 200, so wären diese Eigentümlichkeiten im Bau der Alkalienspektren erklärt, wenn die Größe β oder die Fundamentalgrößen r_0 und r_1 (vgl. Gl. 5 auf S. 199) für alle Alkalien gleiche Werte hätten und wenn nur die Größe a, also der Abstand a der beiden positiven Kerne, für die verschiedenen Alkalien verschiedene Werte hätte. Aus den Werten der von p freien Glieder der Hauptserien würde folgen, daß der Abstand a der positiven Kerne mit wachsendem Atomgewicht steigt. Für die Alkalienionen würde sich also hierdurch das sehr einfache Resultat ergeben, daß nur der gegenseitige Abstand der positiven Kerne für das Spektrum des betreffenden Elements charakteristisch ist, während die übrigen Konstanten des Stufensystems dieser Gruppe gleiche Werte haben. Nähere quantitative Schlüsse hieraus mögen indes übergangen werden, da die Formeln 12–14 auf S. 200, wie bereits früher hervorgehoben wurde, nur angenäherte Gültigkeit haben.

Es sei bemerkt, daß auch, wenn man für die Hauptserien $q = 2$ setzt (statt $q = 0$ in § 5 auf S. 199) und für die Nebenserien $q = 3$ (statt $q = 1$ auf S. 199), die Fundamentalbeziehung $\nu_{II} - \nu_{II}' = \nu_I - \nu_I' = (N' - N)_{p=3}$, welche die Haupt- und Nebenserien verbindet, herauskommt; hier ist dann für die D-Linien $p = 3$, nicht $p = 1$ zu setzen. Vielleicht gelingt es,

1) Die vorzugsweise Benutzung mancher Stufen durch die Elektronen kann z. B. durch größere Breite dieser Stufen veranschaulicht werden.

1) Vgl. Kayser, Spectroscopie Bd. 2, S. 522, 523, 557.

einen Ansatz für die geometrische Anordnung der Stufen zu finden, der die empirischen Formeln vollkommener wiedergibt als dies die Gl. 12—14 auf S. 200 vermögen.

Als weitere Konsequenz der in § 4 angegebenen allgemeinen Formeln sei noch erwähnt, daß für $p = \infty$ die Differenz $N - \nu_I'$, also die Differenz des Endes der Hauptserie und des zugehörigen Endes der Nebenserien, sich gleich der Frequenz des ersten Gliedes der Hauptserie ergibt. Dies ist die bekannte Rydbergsche Regel.

§ 11. In § 8 war bereits angenommen worden, daß die Stufenflächen Ringe sind und nicht geschlossene Schalen. Die letztere Annahme von geschlossenen Schalen (aus Äthervakuum) scheidet schon deshalb aus, weil dann unverständlich wäre, wie die im Innern erzeugten Schwingungen des Äthermediums nach außen heraus könnten. Nur die innerste Isopotentialfläche, an deren Oberfläche die positiven Kerne liegen, wird man als nahezu geschlossene Schale auffassen dürfen. Die Annahme von Ringen wird aber besonders unterstützt durch die von Stark gefundene elektrische Aufspaltung von Serienlinien in mehrere scharfe Komponenten, welche polarisiert sind. Dies sei am Wasserstoff näher erläutert und dabei das in § 2 Gesagte ergänzt.

Zunächst sei noch darauf hingewiesen, daß unser Modell zwei Vermutungen über neue Erscheinungen gewinnen ließ, die sich bestätigten:

1. In § 2 war angenommen, daß der Polarisationszustand der äußeren Komponenten der elektrisch aufgespalteten Linien H_β und H_γ ein solcher ist, daß die Polarisationsebene senkrecht zum elektrischen Felde liegt. Herr Stark[1]) hatte zwar in seiner ersten Veröffentlichung angegeben, daß die äußeren Komponenten senkrecht zu F schwingen. Da ich mir jedoch eine Richtung des elektrischen Vektors der Welle senkrecht zu F an dem Modell nicht recht verständlich machen konnte, so hatte ich angenommen, Herr Stark beziehe seine Angabe auf die Polarisationsebene. Nun hat aber Herr Stark später[2]) angegeben, daß die äußeren Komponenten parallel zu F schwingen; dies steht auch im Einklang mit den Beobachtungen von Lo Surdo[3]) und neuerdings von Stark[4]) und ist gerade derjenige Polarisationszustand der äußeren Komponenten, den das Modell hatte erwarten lassen.

1) J. Stark, Sitzungsber. d. Berl. Akad. 1913, S. 932.
2) Ebenda S. 1110.
3) Lo Surdo, diese Zeitschr. **15**, 122, 1914. Wie ich erst bei der Korrektur bemerke, haben auch Stark und Wendt den Longitudinaleffekt beobachtet, vgl. Göttinger Nachr. 1914.
4) Stark, Die Naturwissenschaften, 13. Febr. 1914.

2. Ich hatte aus dem Modell vermutet, daß in Richtung des Kanalstrahls die beiden äußeren Komponenten der in 5 Linien aufgespalteten Wasserstofflinie nicht erscheinen könnten, und daß die in dieser Richtung sichtbaren Linien keine Polarisationen zeigen würden. Diese Folgerungen treffen ebenfalls zu, wie Lo Surdo[3]) fand, welcher an der vor der Kathode eines engen Geißlerrohrs elektrisch aufgespalteten H_γ-Linie nur drei mittlere Komponenten ohne Polarisation beobachtete.

In § 2 mußte noch offen gelassen werden, ob es die Bewegung des leuchtenden Atoms im Äther oder aber das elektrische Feld ist, welches auf das leuchtende Wasserstoffatom in bestimmter Weise richtend einwirkt; denn die damals vorliegenden Beobachtungen bezogen sich auf den Fall gleicher Richtung von elektrischem Feld und Bewegung der H-Träger. Nun ist aber auf Grund von Versuchen, die ich mit Reichenheim zusammen ausführte, zu schließen, daß die richtende Wirkung auf das H-Atom durch das elektrische Feld ausgeübt wird und daß der Einfluß der Bewegung der Träger im Vergleich hiermit unerheblich ist. Trifft dies zu, so führt das obige Atommodell zu folgendem Bild für die Anordnung der ringförmigen Stufenflächen, welche als Ausgangsort der Elektronen bei der Erzeugung der Linien H_α, H_β, H_γ und H_δ im elektrischen Feld dienen, wenn dabei die neueren Angaben von Stark zugrunde gelegt werden (vgl. Fig. 2).

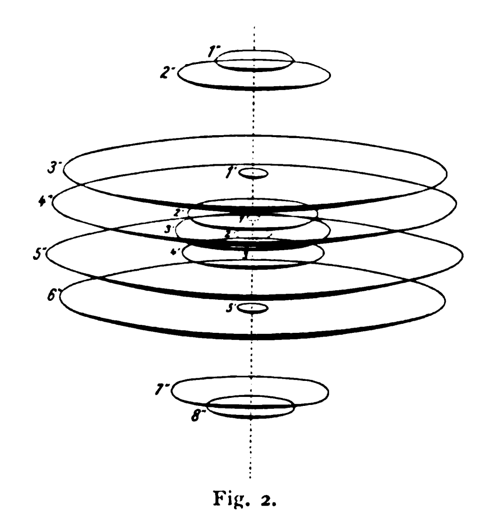


Fig. 2.

Diejenige Stufenfläche, von der das Elektron abgeht, welches H_α erzeugt, besteht aus 3 Ringen: 1 und 3 sind polare kleine Ringe (d. h. Ringe in der Nähe der Pole), 2 ist ein größerer äquatorialer Ring (d. h. Ring in der Nähe des

Äquators). Die Ringe 1, 2, 3 sind Parallelzonen auf einer Kugelschale im Abstand $9 r_0$ vom positiven Kern (vgl. § 1). Die Stufenfläche von H_β besteht aus 5 Ringen, welche Parallelkreise auf einer die erste umhüllenden Kugelschale vom Radius $16 r_0$ sind; 2', 3', 4' sind äquatoriale, 1' und 5' polare Ringe. Um das Ganze herum liegt ein System von 8 Ringen 1"—8", die als Startflächen des Elektrons bei der Erzeugung von H_γ dienen und auf einer Kugelschale vom Radius $25 r_0$ liegen; 1", 2" und 7", 8" sind polare, 3", 4", 5", 6" sind äquatoriale Ringe. Um diese herum liegt das aus 8 Ringen bestehende System von H_δ, das nicht mehr gezeichnet ist, usw. Die Fig. 2 zeigt nur die schematische Anordnung der Ringe und ist nicht im richtigen Abstand der geometrischen Abmessungen gezeichnet, da sie dann unbequeme Abmessungen erhalten würde. Wir setzen ferner voraus, daß alle polaren Ringe Schwingungen in Richtung der Achse des ganzen Systems, alle äquatorialen Ringe Schwingungen senkrecht zur Achse veranlassen.

Wenn kein äußeres elektrisches Feld F da ist, so fällt also bei Erzeugung von H_α das Elektron von irgendeinem der Ringe 1 bis 3 auf eine (nicht in Fig. 2 gezeichnete) Schale im Innern aller Ringe; der Radius dieser inneren Schale ist $= 4 r_0$ (vgl. § 1). Obgleich die Polarisationsrichtungen für die polaren und äquatorialen Ringe verschieden sind, so entstehen doch, wenn das System keine Vorzugsrichtung hat, nur unpolarisierte Schwingungen der Linie H_α; bei schneller Bewegung des Ganzen im Äther mag aber eine teilweise Orientierung des Systems und damit auch eine teilweise Polarisation resultieren, auch wenn kein elektrisches Feld vorhanden ist, wie Herr Stark beobachtet hat.

Ganz anders wird die Sache, wenn wir annehmen, daß ein genügend starkes äußeres Feld F die Ringsysteme richtet[1]), so daß die Achse des Ganzen parallel zu F eingestellt wird: Beim Abspringen von dem Ringe 1 oder 3 wird das Elektron dann wegen der veränderten Energie eine nach längeren oder kürzeren Wellen verschobene Linie erzeugen (vgl. § 2), so daß also zwei äußere, parallel zum Feld polarisierte Komponenten von H_α entstehen. Beim Abspringen vom Ringe 2 wird dagegen das Elektron die mittlere, unveränderte Wellenlänge H_α erzeugen, deren Polarisation senkrecht zur vorigen steht. Dies ist die elektrische Aufspaltung von H_α. Für H_β gilt Analoges, es entstehen 5 Komponenten mit entsprechender Polarisation. Bei H_γ entstehen 8 Komponenten usw.

Auch die relativen Intensitäten der Komponenten kann man sich veranschaulichen. Am stärksten wird diejenige Komponente sein, bei welcher das Elektron von dem der positiven Feldrichtung zugekehrten polaren Ring abspringt; denn für diese Bewegung ist der Dipol: positiver Kern-Elektron durch das äußere Feld F in seine stabile Gleichgewichtslage gerichtet. Der andere polare Ring wird weniger oft, aber immerhin noch zuweilen vom Elektron benutzt werden; die äquatorialen Ringe werden ebenfalls seltener in Funktion treten dürfen, wenn die relativen Intensitäten der aufgespaltenen H-Linien richtig herauskommen sollen. — Die elastische Kraft, welche die Schwingungen des Elektrons auf einer Ringfläche bewirkt, wird in allen diesen Fällen dadurch geweckt, daß das Elektron gegen eine Grenzfläche des Äthers anläuft: die eigenen Kraftlinien des Elektrons im Äther wirken dann dem Eindringen in das Äthervakuum entgegen.

Es sei noch bemerkt, daß ein etwaiger Einfluß des elektrischen Feldes auf Absorptionslinien, wie überhaupt eine nähere Behandlung der Absorption durch das Modell besondere Annahmen nötig macht.

Man mag über das Modell denken, wie man will, jedenfalls ist es fähig, in einfacher Weise viele Einzeltatsachen im Zusammenhange zu erklären. Was die Alkalien anlangt, so gibt es folgende Eigenschaften der Alkalispektren wieder: 1. Die beiden Nebenserien bestehen aus Paaren von konstanter Schwingungsdifferenz; 2. die Hauptserie besteht aus Paaren von nach kurzen Wellen bis auf Null abnehmender Schwingungsdifferenz; 3. die Enden der beiden Nebenserien eines Alkalis fallen zusammen; 4. das Ende der Hauptserie liegt bei kürzeren Wellen als das der Nebenserien; 5. die konstante Schwingungsdifferenz der Paare der Nebenserien ist gleich der Schwingungsdifferenz des ersten Paares der Hauptserie; 6. die Schwingungszahl des Endes der Hauptserie unterscheidet sich von derjenigen des Endes einer zugehörigen Nebenserie um die Frequenz einer Linie des ersten Paares der Hauptserie; 7. in der Hauptserie ist die kurzwelligere Linie eines Paares die stärkere, umgekehrt wie bei den Nebenserien. Dies sind sämtliche feststehenden Eigentümlichkeiten, die für die Alkalien charakteristisch sind. Hinsichtlich der Zahlenwerte der einzelnen Linien ist dagegen das Modell unvollkommen, hier ist die Sache noch nicht fertig. Man könnte z. B. der Hauptserie äquatoriale, den Nebenserien polare, etwas verschobene Stufenflächen zuordnen, um

1) Es erscheint nicht schwierig, sich vorzustellen, daß elektrische Kraftlinien, d. h. Spannungen im Äther, ein System von Ringen aus Äthervakuum richten.

zahlenmäßig besser stimmende Serienformeln zu erhalten; doch sollten dann die Linien der Hauptserie keine Aufspaltung im elektrischen Felde zeigen.

Im übrigen mag betont werden, daß das Modell sehr anpassungsfähig ist, z. B. wenn die genauere Untersuchung der Erscheinungen weitere Einzelheiten enthüllen sollte.

(Eingegangen 15. Februar 1914.)

Thermionenströme im hohen Vakuum. (Thermionic Currents in High Vacuum)[1]). I. Wirkung der Raumladung. (Effect of Space Charge.)

Von Irving Langmuir.

Innerhalb der letzten Jahre hat sich eine wachsende Neigung gezeigt, die Elektronenemission seitens erhitzter Metalle als einen entweder durch die Entbindung okkludierter Gase oder durch chemische Reaktionen zwischen dem Metall und den dieses umgebenden Gasen hervorgerufenen Sekundäreffekt anzusehen. Hierfür sind viele Gründe maßgebend gewesen.

Pring und Parker[2]) behaupten, gefunden zu haben, daß der aus glühender Kohle erhaltene Strom sich durch fortschreitende Reinigung der Kohle und Verbesserung des Vakuums auf einen sehr kleinen Wert erniedrigen ließe. Sie folgern daraus, „daß die großen Stromstärken, die man bisher mit erhitzter Kohle erhalten hat, nicht der Emission von Elektronen seitens der Kohle selbst zugeschrieben werden können, sondern daß sie wahrscheinlich herrühren von irgendeiner bei hohen Temperaturen zwischen der Kohle oder in ihr enthaltenen Verunreinigungen und den umgebenden Gasen verlaufenden Reaktion, welche die Emission von Elektronen verursacht". Pring und Parker beobachteten ferner, daß die Ionisation (oder vielmehr der Thermionenstrom) „mit der Temperatur oberhalb 1800° nur sehr wenig zunahm".

Neuerdings hat Pring[3]) die Messungen unter Verwendung noch reinerer Kohle und eines noch besseren Vakuums mit ähnlichen Ergebnissen wiederholt.

Fredenhagen[4]) fand bei seinen Versuchen, daß die Alkalimetalle keinen irgendwie merklichen Thermionenstrom liefern, selbst nicht bei Erhitzung auf 600°. Er schloß hieraus, daß die früher von Richardson beobachteten Ströme von chemischen Reaktionen zwischen dem Metall und den Gasresten herrührten.

Spätere Versuche gaben Fredenhagen[1]) Grund zu der Annahme, daß keine der bisherigen Messungen des von Platin kommenden Thermionenstroms in Wirklichkeit irgend etwas anderes ergeben hat als Sekundäreffekte.

Richardson[2]) führt indessen in einer Arbeit über die Emission von Elektronen seitens des Wolframs den Beweis dafür, daß der Thermionenstrom nicht auf dem Zerfall des Metalles beruht. Fredenhagen[3]) zweifelt die Erklärung Richardsons an und meint, daß die Elektronenemission auf „einer sich selbst regenerierenden Ursache" beruhen könne. Zur Erledigung dieser Frage hält er es für nötig, „daß Versuche abgewartet werden, ob Wolframdrähte verschiedener Herstellung und verschiedener Reinheit besonders bezüglich des bei ihrer Herstellung schwer zu vermeidenden Kohlenstoffgehalts den gleichen Effekt geben, ob der Effekt auch bei sehr langen Versuchsdauern konstant bleibt, und ob die Temperaturabhängigkeit des Effekts eine der Theorie entsprechende ist".

Im Laufe der letzten Jahre habe ich eine große Anzahl von Versuchen über die Thermionenströme aus verschiedenen Drähten in hochgradigem Vakuum angestellt. Im Verlaufe dieser Arbeit habe ich eine eingehende Untersuchung über die Wirkung von Gasresten bei Drucken ausgeführt, die für gewöhnlich kleiner als 1 μ (0,001 mm) *Hg* waren. Das hierbei angesammelte Material brachte mich allmählich zu der Überzeugung, daß der Thermionenstrom aus einem erhitzten Metall in einem sehr hochgradigen Vakuum eine charakteristische Eigenschaft des reinen Metalls ist.

Es ergab sich, daß mit der Verbesserung des Vakuums der Thermionenstrom aus Wolfram, sowie der aus Tantal, Molybdän, Platin und Kohle, gegen einen bestimmten Grenzwert hin zunahm. Die Gegenwart winziger Spuren gewisser Gase, 0,01 μ oder gar noch weniger, erniedrigte den Thermionenstrom stark, während andere Gase (die einatomigen) selbst bei Drucken bis zu 1 μ (zuweilen sogar bis zu 100 μ) aufwärts und selbst bei solchen Spannungen, daß eine leuchtende Entladung auftrat, keinen merklichen Einfluß hatten.

1) Diese Veröffentlichung bildet in der Hauptsache einen Auszug aus einer Arbeit, die ich am 18. Okt. 1913 in der American Physical Society zu Newyork vorgetragen habe, und die in der Phys. Rev. (2) **2**, 450, 1913 ausführlich veröffentlicht worden ist.

2) Pring and Parker, Phil. Mag. (6) **23**, 192, 1912.

3) Pring, Proc. Roy. Soc. (A) **89**, 344, 1913.

4) Fredenhagen, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 384, 1912.

1) Fredenhagen, Leipz. Ber., math.-phys. Kl., **65**, 42, 1913.

2) Richardson, diese Zeitschr. **14**, 793, 1913.

3) Fredenhagen, diese Zeitschr. **15**, 19, 1914.

Die Tatsache, daß andere Beobachter zu dem genau entgegengesetzten Schlusse gelangt sind, nämlich zu dem Schlusse, daß die Elektronenemission verschwindet, wenn man sich einem vollkommenen Vakuum nähert, diese Tatsache beruht meiner Meinung nach auf zwei Ursachen. Diese Ursachen sind, daß es nicht gelungen ist, die Wirkungen der durch die emittierenden Elektronen verursachten Raumladung zu beseitigen, und daß es nicht gelungen ist, ein Vakuum zu erhalten, das hinreichend frei von Wasserdampf und Kohlenwasserstoffdämpfen war.

Der übrige Teil der vorliegenden Veröffentlichung wird die Wirkungen der Raumladung bei Thermionenströmen behandeln. In einer weiteren Veröffentlichung soll der Einfluß von Gasresten und die allgemeine Bedeutung dieser Ergebnisse für die Methoden zur Bestimmung der Elektronenemission in einem vollkommenen Vakuum behandelt werden.

Vorläufige Beobachtungen.

Es ist allgemein bekannt, daß Wolframlampen für hohe Spannungen, die bis zu 1 μ Gasreste enthalten, für gewöhnlich ein Aufblitzen eines blauen Glimmlichts aufweisen, wenn die Spannung plötzlich angelegt wird. Bei höheren Drucken hält diese Entladung häufig an und kann dann so lange anwachsen, bis der Strom die Zuführungsdrähte schmilzt und die Lampe zerstört. In einer gut ausgepumpten Lampe findet indessen keine sichtbare Entladung statt, selbst dann nicht, wenn man die Spannung an der Lampe auf das 2,5fache der normalen Spannung steigert oder den Draht bis zu seinem Schmelzpunkte erhitzt. Die Charakteristik einer solchen Lampe bei hohen Spannungen liefert kein Anzeichen dafür, daß irgendein merklicher Strom durch das Vakuum geleitet würde. Trotzdem müßten wir nach veröffentlichten Angaben über die Thermionenströme aus Metallen bei tieferen Temperaturen und einer Extrapolation auf hohe Temperaturen nach der Richardsonschen Gleichung Thermionenströme von mehreren Ampere erhalten.

Somit scheint die einfache Beobachtung an Wolframlampen die Ansicht zu stützen, daß der Thermionenstrom aus Wolfram mit besser werdendem Vakuum sehr klein wird.

Die ersten sorgfältigen Versuche mit einer Lampe, die eine Hilfselektrode enthielt, zeigten, daß die bei dem hohen Vakuum erhaltenen geringen Thermionenströme durch einen Sekundäreffekt verursacht wurden, der mit der eigentlichen Elektronenemission nichts zu tun hat.

Die bei diesen Versuchen benutzten Lampen enthielten zwei Wolframfäden mit je einer Schleife (Haarnadelform) mit getrennten Zuleitungsdrähten. Auf diese Weise konnte die eine Schleife als Kathode betrieben werden, während die andere als Anode diente. Die Lampe erhielt ein besonders gutes Lampenvakuum und wurde bei einem Druck von ungefähr 0,05 μ abgeschmolzen.

Es stellte sich heraus, daß bei 125 Volt an der Anode der quer durch den Raum zwischen der heißen Kathode und der kalten Anode fließende Thermionenstrom mit der Fadentemperatur unterhalb 2000° nach der Richardsonschen Gleichung zunahm. Oberhalb dieser Temperatur nahm der Strom weniger rasch zu, als es die Theorie ergibt, und wenn die Temperatur schließlich bis über 2200° K gesteigert wurde, trat keine weitere Zunahme der Thermionenstromstärke ein, selbst dann nicht, wenn der Faden bis nahezu auf seinen Schmelzpunkt, 3540° K, erhitzt wurde. Bei Steigerung des Potentials an der Anode auf 250 Volt wuchs indessen die Stromstärke nahezu auf das Dreifache, vorausgesetzt, daß die Temperatur des Fadens genügend hoch war, während bei tieferen Temperaturen die Stromstärke vom Anodenpotential unabhängig war.

Spätere Versuche zeigten, daß jede Kurve des Thermionenstroms als Funktion der Fadentemperatur aus drei Teilen bestand, nämlich

1. einem Teil, der genau der Richardsonschen Gleichung gehorcht;
2. einem Teil, der aus einer horizontalen Geraden besteht, d. h. einem Teil, in welchem die Stromstärke von der Fadentemperatur unabhängig ist;
3. einer Verbindungskurve zwischen diesen beiden Teilen.

Der horizontale Teil der Kurve war besonders interessant. Es ergab sich, daß der Thermionenstrom durch jeden der folgenden vier Faktoren sehr stark beeinflußt wurde:

1. durch das Anodenpotential;
2. durch die Gegenwart eines Magnetfeldes;
3. durch den Flächeninhalt der Anode;
4. durch den Abstand zwischen Anode und Kathode.

Keiner dieser vier Faktoren hatte im ersten Teile der Kurve, also in dem Teile, welcher der Richardsonschen Gleichung folgt, irgendwelchen Einfluß auf den Thermionenstrom. Das heißt, die Konstanten a und b in der Gleichung

$$i = a\sqrt{T} \cdot \varepsilon^{-\frac{b}{T}}$$

wurden weder durch das Potential, noch durch ein Magnetfeld, noch durch die Entfernung oder den Flächeninhalt der Anode beeinflußt.

Nachdem ich verschiedene Hypothesen versucht hatte, die sich boten, kam ich schließlich

auf den Gedanken, daß diese Temperatursättigung von einer durch die Elektronen zwischen der Kathode und der Anode erzeugten Raumladung herrühren könnte. Die Theorie der Elektronenleitung in einem von allen positiven Ladungen oder Gasmolekülen leeren Raume scheint auffallend vernachlässigt worden zu sein. Man hat anscheinend immer als erwiesen hingenommen, daß positive Ionen vorhanden sind, oder daß mindestens eine genügende Menge Gas vorhanden ist, damit die Bewegung der Elektronen den Gesetzen der Diffusion folgt. J. J. Thomson[1]) gibt die Differentialgleichungen an, die für die Berechnung der Elektronenleitung durch den Raum gelten, und spricht die Vermutung aus, daß man auf diese Weise ein Verfahren zur Bestimmung von e/m ausbilden könne. Anscheinend integriert er die Gleichungen nicht vollständig oder führt ihre Anwendung auf gewöhnliche Thermionenströme nicht durch.

Die Theorie der Elektronenleitung in einem von Molekülen oder positiven Ionen freien Raume.

Wir wollen zwei unendliche parallele Ebenen A und B betrachten, von denen die eine, A, die Eigenschaften eines glühenden festen Körpers haben möge; d. h. wir wollen annehmen, daß sie spontan Elektronen aussende. Die andere Ebene, B, wollen wir als positiv geladen annehmen.

Richardson und andere Forscher haben gezeigt, daß die mittlere kinetische Energie der Thermionen sehr nahezu gleich jener der Gasmoleküle bei derselben Temperatur ist. Diese Tatsache deutet darauf hin, daß sie so niedrige Geschwindigkeiten haben, daß sehr wenige von ihnen imstande sind, sich einem negativen Potential von mehr als ein paar Volt entgegen zu bewegen. Da die an die Anode angelegten Potentiale viel größer sind, können wir der Bequemlichkeit halber annehmen, daß die Elektronen von der Platte A ohne Anfangsgeschwindigkeit abgegeben werden.

Es möge nun V das Potential in einer Entfernung x von der Platte A sein. Demnach wird die kinetische Energie eines Elektrons, wenn es die Strecke x von der Platte aus durchlaufen hat,

$$\tfrac{1}{2} m v^2 = Ve \qquad (1)$$

sein.

Der von den Elektronen an irgendeiner Stelle getragene Strom (per Flächeneinheit) wird

$$i = \varrho v \qquad (2)$$

sein.

Der Bequemlichkeit halber wollen wir e und ϱ auch für Elektronen positiv annehmen. Aus der Laplaceschen Gleichung folgt dann (in elektrostatischen Einheiten):

$$\Delta V = \frac{d^2 V}{dx^2} = 4\pi\varrho. \qquad (3)$$

Diese drei Gleichungen setzen uns in den Stand, V als Funktion von x und i auszudrücken. Wenn wir ϱ und v aus (1), (2) und (3) eliminieren, erhalten wir:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = 2\pi\sqrt{2}\sqrt{\frac{m}{e}} \cdot \frac{i}{\sqrt{V}}. \qquad (4)$$

Durch Multiplikation mit $2\frac{dV}{dx}$ und Integration erhalten wir:

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 - \left(\frac{dV}{dx}\right)_0^2 = 8\pi i\sqrt{\frac{2mV}{e}}. \qquad (5)$$

Wenn nun an der Oberfläche der Platte A ein entgegen wirkendes (negatives) Potential vorhanden ist, wird kein Strom fließen. Wenn ein positiver Potentialgradient vorhanden ist, werden alle Elektronen, die von der Platte A abgegeben werden, B erreichen, so daß der Strom, der fließt, durch die Richardsonsche Gleichung bestimmt sein wird. Der Fall, der uns interessiert, ist der, in welchem der Strom geringer ist als der Sättigungsstrom und von dem Potential an der Anode bestimmt wird. Offenbar ist für diesen Fall der Potentialgradient an der Platte A Null, d. h.:

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)_0 = 0;$$

somit folgt aus (5), wenn wir die Quadratwurzel ziehen:

$$\frac{dV}{dx} = \sqrt{8\pi i}\sqrt[4]{\frac{2mV}{e}}. \qquad (6)$$

Wenn wir diese Gleichung integrieren und nach i auflösen, erhalten wir:

$$i = \frac{\sqrt{2}}{9\pi}\sqrt{\frac{e}{m}}\frac{V^{3/2}}{x^2}. \qquad (7)$$

Diese Gleichung[1]) ergibt die maximale Elektronenstromstärke zwischen zwei unendlichen parallelen Platten bei der Entfernung x zwischen

1) J. J. Thomson, Conduction of Electricity through Gases, 2. Aufl., S. 223.

1) Nachdem ich diese Arbeit zum Druck gegeben hatte, bin ich darauf aufmerksam gemacht worden, daß Herr C. D. Child bereits (Phys. Rev. **32**, 492, 1911) diese Gleichung abgeleitet hat. Er hat sie jedoch nur auf den Fall angewandt, daß die Leitung ausschießlich durch positive Ionen erfolgt.

ihnen und bei einer Potentialdifferenz V. Sie gilt nur für den Fall, daß die Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen an der Platte A gegenüber der durch das Potential V erzeugten Geschwindigkeit vernachlässigt werden kann. Sie gilt nicht bei Potentialen, die so hoch sind, daß sich die Elektronen mit Geschwindigkeiten bewegen, die der Lichtgeschwindigkeit nahe kommen.

Nehmen wir $e/m = 1{,}77 \times 10^7$ elektromagnetische Einheiten an, reduzieren auf elektrostatische Einheiten, setzen den Wert in Gleichung (7) ein und reduzieren dann auf Volt und Ampere als Einheiten, so erhalten wir aus (7):

$$i = 2{,}33 \times 10^{-6} \frac{V^{3/2}}{x^2}, \tag{8}$$

wo i die maximale Stromdichte in Ampere per Quadratzentimeter, x der gegenseitige Abstand der Platten in Zentimetern und V die Potentialdifferenz in Volt ist.

Elektronenstrom zwischen konzentrischen Zylindern.

Wir wollen einen in der Achse eines Zylinders vom Halbmesser r angeordneten Draht vom Halbmesser a betrachten. Es sei i der Thermionenstrom aus dem Drahte per Längeneinheit.

Für den Fall symmetrischer Zylinderkoordinaten wird die Laplacesche Gleichung[1]):

$$\varDelta V = \frac{1}{r} \frac{d}{dr}\left(r \frac{dV}{dr}\right) = 4\pi\varrho$$

oder

$$\frac{d}{dr}\left(r \frac{dV}{dr}\right) = 4\pi\varrho r. \tag{9}$$

Die der Gleichung (2) entsprechende Gleichung ist:

$$i = 2\pi r \varrho v. \tag{10}$$

Diese beiden Gleichungen ergeben uns zusammen mit der in diesem Falle gleichfalls anwendbaren Gleichung (1):

$$r \frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{dV}{dr} = i \sqrt{\frac{2m}{eV}}. \tag{11}$$

Diese Gleichung läßt sich wahrscheinlich nicht direkt integrieren, aber es ist möglich, ein Resultat in Form einer Reihe zu erhalten. Die Endlösung nimmt die Form

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{e}{m}} \frac{V^{3/2}}{r\beta^2} \tag{12}$$

an, wo β eine zwischen 0 und 1 veränderliche Größe ist. Den Wert von β können wir erhalten, wenn wir Gleichung (12) in (11) einsetzen und

$$r = a e^{\gamma} \tag{13}$$

setzen.

1) Webers Differentialgleichungen 1, 98, 1900.

Die Gleichung (11) geht somit über in

$$3\beta \frac{d^2\beta}{d\gamma^2} + \left(\frac{d\beta}{d\gamma}\right)^2 + 4\beta \frac{d\beta}{d\gamma} + \beta^2 - 1 = 0. \tag{14}$$

Die Lösung dieser Gleichung ergibt

$$\beta = \gamma - \frac{2}{5}\gamma^2 + \frac{11}{120}\gamma^2 - \frac{47}{3300}\gamma^4 + \cdots, \tag{15}$$

wo

$$\gamma = \log\text{nat} \frac{r}{a} \tag{16}$$

ist.

Herr E. Q. Adams am hiesigen Laboratorium hat eine Methode zur Berechnung von β für große Werte von γ abgeleitet und hat gezeigt, daß sich β schnell der Einheit nähert, wenn r/a wächst. Zu diesem Zwecke setzt er

$$\beta = 1 - e^{-\mu}. \tag{17}$$

Die Gleichung (14) geht dann über in

$$\left(\frac{d\mu}{d\gamma}\right)^2 + (e^{\mu} - 1)\left[3 \frac{d^2\mu}{d\gamma^2} - 3\left(\frac{d\mu}{d\gamma}\right)^2 + 4 \frac{d\mu}{d\gamma} - 2\right] = 1. \tag{18}$$

Durch Einsetzen von

$$\mu = A x + B x^2 + C x^3 + \cdots$$

in diese Gleichung und Bestimmung von A, B, C, $\cdots$ nach der Methode der unbestimmten Koeffizienten erhält er:

$$\mu = \gamma + \frac{1}{10}\gamma^2 + \frac{1}{40}\gamma^3 + \frac{49}{6600}\gamma^4 + \frac{31723}{18480000}\gamma^5 + \cdots. \tag{19}$$

Durch Kombination von (19), (17) und (16) sind wir in der Lage, β für verschiedene Werte von r/a zu berechnen.

In der nachstehenden Tabelle I sind Werte von β^2 (in der Gleichung (12) kommt nämlich gerade β^2 vor) als Funktion von r/a angegeben. Wie man sieht, ist β^2 für größere Werte von r/a als etwa 17 außerordentlich nahezu gleich 1.

Tabelle I.

r/a	β^2	r/a	β^2
1,00	0,000	5,0	0,755
1,25	0,042	6,0	0,818
1,50	0,120	7,0	0,867
1,75	0,202	8,0	0,902
2,00	0,279	9,0	0,925
2,50	0,405	10,0	0,941
3,00	0,512	15,0	0,981
4,00	0,665	20,0	0,99999
		∞	1,00000

Da in praktischen Fällen der Durchmesser des den Draht umgebenden Zylinders gewöhnlich weit mehr als zwanzigmal so groß ist wie

der des Drahtes, können wir die Formel (12) für gewöhnlich als

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{9}\sqrt{\frac{e}{m}}\frac{V^{3/2}}{r} \qquad (20)$$

schreiben. Das heißt: die höchste Elektronenstromstärke aus einem dünnen Draht ist von dem Durchmesser des Drahtes unabhängig, dem Halbmesser des umgebenden Zylinders umgekehrt proportional und $V^{3/2}$ direkt proportional.

Wenn wir für e/m Zahlenwerte einsetzen und auf die gewöhnlichen elektrischen Einheiten (Volt, Ampere, cm) reduzieren, wird die Gleichung (20):

$$i = 14{,}65 \times 10^{-6}\frac{V^{3/2}}{r}. \qquad (21)$$

Elektronenstrom zwischen anders gestalteten Elektroden.

Es läßt sich zeigen, daß die maximale Elektronenstromstärke zwischen beliebig gestalteten Elektroden sich wie $V^{3/2}$ ändert. Wir wollen ein System betrachten, in welchem wir die maximale Elektronenstromstärke bei der Potentialdifferenz V haben. Dann gilt für einen solchen Raum die Laplacesche Gleichung

$$\Delta V = 4\pi\varrho \qquad (3)$$

sowie die beiden Gleichungen

$$i = \varrho v \qquad (2)$$

und

$$\frac{1}{2}mv^2 = Ve. \qquad (1)$$

Wir wollen nun die Spannung im Verhältnis $1:n$ steigern und die Stromstärke im Verhältnis $1:n^{3/2}$. Dann wird aus den Gleichungen (2) und (1):

$$n^{3/2} i = \varrho v$$

und

$$\frac{1}{2}mv^2 = nVe.$$

Eliminieren wir hieraus v, und lösen wir nach ϱ auf, so erhalten wir:

$$\varrho = ni\sqrt{\frac{m}{2Ve}}.$$

Hieraus ersehen wir, daß ϱ auf das n-fache gewachsen ist. Da indessen V ebenfalls auf das n-fache erhöht worden ist, gilt die Laplacesche Gleichung (3) weiter. Wir sehen somit, daß eine Erhöhung der Stromstärke um einen Faktor $n^{3/2}$ und eine Erhöhung der Spannung um den Faktor n zu einer Bedingung führen, welche weiterhin den drei Gleichungen (3), (1) und (2) genügt. Dies ist jedoch gleichwertig mit einer Erhöhung der Stromstärke proportional mit $V^{3/2}$. Wir sehen also, daß unabhängig von der Konfiguration der Elektroden die maximale Elektronenstromstärke sich wie $V^{3/2}$ ändert.

Experimentelle Bestätigung der Theorie.

Die vorstehenden Betrachtungen haben gezeigt, daß in einem von positiven Ionen oder Gasmolekülen freien Raume die durch die Elektronen verursachte Raumladung die zwischen einer heißen Kathode und einer kalten Anode unter der Wirkung einer gegebenen Potentialdifferenz fließende Stromstärke begrenzt.

Im hiesigen Laboratorium ist eine sehr große Menge experimenteller Daten gesammelt worden. Dieses Material beweist, daß sich die in dieser Theorie angenommenen Bedingungen praktisch erreichen lassen, und daß der Thermionenstrom in einer gut ausgepumpten Lampe tatsächlich durch diese Raumladung begrenzt wird. Die substantielle quantitative Übereinstimmung zwischen den beobachteten Thermionenstromstärken und den nach den Gleichungen (8) oder (21) berechneten beweist, daß die Anzahl der positiven Ionen unter diesen Bedingungen im Vergleich mit der Anzahl der freien Elektronen zu vernachlässigen sein muß.

Es ist möglich gewesen, ein so gutes Vakuum zu erhalten, daß die Thermionenstromstärke sich von 30 Volt bis hinauf zu 1200 Volt genau wie die $^3/_2$te Potenz der angelegten Spannung änderte, ohne eine Spur des blauen Glimmlichts oder ein anderes Anzeichen positiver Ionisation. Bei höheren Spannungen wurden die Thermionenströme so stark, daß die Erhitzung der Anode übermäßig groß wurde. Die zur Verwirklichung eines derartigen Vakuums erforderlichen Bedingungen sollen im zweiten Teil dieser Arbeit ausführlicher erörtert werden.

Herr Dr. **Dushman** hat im hiesigen Laboratorium quantitative Messungen über die maximale Thermionenstromstärke angestellt, die man in einem hochgradigen Vakuum zwischen einem Wolframdraht und einem konzentrischen Molybdänzylinder unter solchen Bedingungen erhalten kann, daß die Gleichung (21) anwendbar ist.

So lange noch auch nur winzige Spuren von Gas zurückbleiben, sind die erhaltenen Stromstärken sehr viel größer als die berechneten; aber mit der allmählichen Beseitigung der Gase aus dem Glas und aus der Anode nimmt der Thermionenstrom ab, bis er schließlich den durch die Gleichung (21) gegebenen Grenzwert erreicht.

Es ist indessen klar, daß diese Abnahme der Thermionenstromstärke keineswegs auf einer Abnahme der Elektronenemission beruht, sondern einzig und allein durch die allmähliche Beseitigung der positiven Ionen verursacht wird.



Herr Dr. Dushman wird diese Ergebnisse demnächst in der Physical Review veröffentlichen.

Ähnliche Ursachen sind zweifellos dafür verantwortlich, daß es Pring und Parker nicht gelungen ist, aus heißer Kohle in einem hochgradigen Vakuum Thermionenströme zu erhalten. Bei ihren Versuchen standen nicht nur die Elektroden in beträchtlicher Entfernung voneinander, sondern die Glaswandung des Gefäßes war auch sehr nahe an der Anode.

Die Glasoberflächen haben die Neigung, sich gegen den am stärksten negativen Teil der Kathode negativ zu laden, sobald durch die Verbesserung des Vakuums die Zufuhr positiver Ionen hinlänglich vermindert wird. Bei höheren Drucken verhindern die positiven Ionen jegliche Raumladung oder jegliche negative Ladung auf dem Glase. Bei sehr niedrigen Drucken aber wandern die Elektronen aus der Kathode direkt an das Glas, ohne mit Molekülen zusammenzustoßen oder irgendwelche Gelegenheit zu haben, sich mit positiven Ionen zu vereinigen. Diese Aufladung des Glases setzt sich so lange fort, bis das Glas ein negatives Potential von etwa 1 bis 2 Volt gegen die Kathode erreicht.

Es ist noch ein weiterer Effekt vorhanden, der möglicherweise bei den Versuchen von Pring den Thermionenstrom begrenzt hat. Wenn eine Kathode von positiven Ionen bombardiert wird, werden bekanntlich seitens der Kathode Elektronen (δ-Strahlen) mit einer Anfangsgeschwindigkeit von 5 bis 15 Volt emittiert. Diese werden bestrebt sein, das Glas so stark negativ aufzuladen, daß das von der Anode erzeugte Feld praktisch vernichtet werden wird.

Auf eine dritte Ursache für die Begrenzung der Stromstärke bei den Versuchen von Pring hat mich Herr Professor Richardson hingewiesen. Herr Richardson meint, daß möglicherweise das Magnetfeld, das durch die zur Erhitzung der Kathode benutzten starken Ströme (30 bis 80 Amp.) erzeugt wurde, zur Folge gehabt hat, daß die emittierten Elektronen zur Kathode zurückkehrten. Dieser Effekt würde bei höheren Drucken nicht vorhanden sein, würde aber in einem hochgradigen Vakuum sehr stark ausgeprägt sein. Selbst wenn das Magnetfeld die Elektronen nicht veranlassen würde, zur Kathode zurückzukehren, würde das Feld doch ihre freie Bewegung von der Kathode fort stören, und dadurch die durch die Raumladung hervorgerufenen Wirkungen bedeutend erhöhen.

Research Laboratory, General Electric Co., Schenectady N. Y.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 1. März 1914.)

Über die Sättigungskurve bei Ionisation mit α-Strahlen.

Von George Jaffé.

Die Schwierigkeit, bei der Ionisation von Gasen mit α-Strahlen Sättigung zu erzielen, ist von Langevin und Moulin[1]) mit der räumlichen Anordnung der Ionen erklärt worden. Danach finden sich die Ionen in „Kolonnen", d. h. in den Bahnen der erzeugenden α-Teilchen angehäuft, so daß sehr viel größere Feldstärken erforderlich sind, um die Ionen beiderlei Zeichens zu trennen, als bei homogener Verteilung der gleichen Zahl von Ionen über das ganze Volumen notwendig wären.

Unter der Annahme, daß die Anfangsverteilung der Ionen in einer Kolonne durch ein Gesetz von der Form

$$n = \frac{N}{\pi b^2} e^{-\frac{r^2}{b^2}} \tag{1}$$

gegeben ist, wo r den Abstand von der Achse, N die Gesamtzahl der Ionen in einer Kolonne und b einen für das Gas charakteristischen Parameter bedeuten, hat der Verfasser[2]) die Langevinsche Annahme rechnerisch verfolgt. Es haben sich so theoretische Formeln für die Sättigungskurven ergeben, und zwar bei beliebiger Orientierung der Kolonnen gegen das elektrische Feld. Die Formeln beanspruchen Gültigkeit für beliebige gasförmige oder flüssige Medien, und zwar bei solchen Werten des elektrischen Feldes, bei denen der Verlust an Ionen durch „allgemeine Wiedervereinigung" (d. h. zwischen Ionen, die verschiedenen Kolonnen angehört haben), oder durch Diffusion gegen die Elektroden zu vernachlässigen ist. Es läßt sich in jedem Falle angeben, bei welchen Feldwerten das der Fall ist, indem man die Sättigungskurve für homogene Verteilung der gleichen Ionenzahl berechnet[3]); danach gelten die für Kolonnen abgeleiteten Formeln bei Luft von Atmosphärendruck unter normalen Versuchsbedingungen von etwa 10 bis 20 Volt/cm aufwärts.

Der Verfasser hat nun gezeigt, daß die abgeleiteten Formeln die an Gasen und Flüssigkeiten beobachteten Sättigungskurven und ihre Abhängigkeit von den in Betracht kommenden Parametern quantitativ wiedergeben. Bei der Vergleichung der Theorie mit der Erfahrung blieb nur ein Punkt unerledigt, nämlich der

1) M. Moulin, Thèses, Paris, Gauthier-Villars 1910; abgedruckt in Ann. de chim. et de phys. (8) **21**, 550, 1910 und (8) **22**, 26, 1911.

2) G. Jaffé, Ann. d. Phys. **42**, 303, 1913. Vgl. auch G. Jaffé, Le Radium **10**, 126, 1913.

3) Man vgl. G. Jaffé, Ann. d. Phys. **43**, 249, 1914.

Fall, daß Feld und Kolonnen genau parallel sind[1]); die Versuche von Moulin konnten hier nicht zur Prüfung der Theorie herangezogen werden, weil bei ihnen die α-Strahlen dem Felde nicht genügend parallel waren, und andererseits ließen Versuche von Wheelock[2]) die Möglichkeit offen, daß reelle Abweichungen zwischen Experiment und Theorie vorliegen. Der Verfasser hat sich darum die Aufgabe gestellt, diesen Punkt durch neue Versuche aufzuklären, und es mag das Resultat vorweg erwähnt werden, daß die experimentellen Ergebnisse in vollstem Einklang mit der Theorie sind.

Um den in Frage stehenden Punkt aufzuklären, war es vor allem erforderlich, die verwendeten α-Strahlen weitgehend zu kanalisieren, und dafür mußte wieder ein möglichst kräftiger α-Strahler zur Verwendung gelangen. Ein solcher wurde dem Verfasser in Gestalt eines Poloniumpräparates vom Institut für Radiumforschung in Wien zur Verfügung gestellt; der Verfasser möchte es darum nicht unterlassen, den Herren Professor Stefan Meyer und Dr. V. F. Hess auch an dieser Stelle seinen verbindlichsten Dank für ihre liebenswürdige Hilfe zu sagen, durch welche sie die gegenwärtige Untersuchung ermöglicht haben. Das Polonium war auf einem Platinblech von $2{,}7 \times 1{,}3$ cm² Fläche niedergeschlagen und erzeugte auf der einen Seite anfangs einen Gesamtstrom von etwa 17 elektrostat. Einh. pro cm² Oberfläche.

Die Ionisationskammer war aus 2 mm starkem Aluminiumblech hergestellt; die isolierte Elektrode war kreisförmig (16 mm Durchmesser) und von einem Schutzring umgeben. Dieser war sehr breit (9,5 cm äußerer Durchmesser) und der Spalt zwischen Elektrode und Schutzring sehr eng (etwa 0,1 mm); auf diese Weise wurde auch für größere Elektrodenabstände die Homogenität des Feldes aufrecht erhalten. Der isolierten Elektrode gegenüber befand sich in der zweiten Platte ein kreisförmiges Loch von gleichem Durchmesser wie jene; über das Loch war eine dünne Aluminiumfolie (0,0033 mm stark, also 5,8 mm Luft äquivalent) geklebt. Durch diese Folie drangen die α-Strahlen in die Ionisationskammer. In festem Abstand von der unteren Elektrode befanden sich das kanalisierende Sieb und das Poloniumblech. Die ganze Ionisationskammer war natürlich metallisch geschirmt; der Abstand der oberen Elektrode von der unteren konnte mittels einer Mikrometerschraube verstellt werden.

Zur Kanalisierung der Strahlen kamen drei verschiedene Siebe zur Verwendung; sie bestanden aus Messingklötzen von 1 cm Stärke. Das erste hatte 20 Bohrungen von 2 mm Durchmesser, das zweite 63 Bohrungen von 1 mm Durchmesser, und das feinste 100 Bohrungen von 0,5 mm Durchmesser. Auf die Parallelität der Bohrlöcher war bei der Herstellung besondere Sorgfalt verwandt worden; das feinste Sieb bestand aus 10 zusammengelöteten Platten, die einzeln in der gleichen Form gebohrt waren; das mittlere aus 5 ebensolchen Platten.

Bei dem gröbsten Sieb betrug der wahrscheinlichste Winkel der durchgelassenen Strahlen, wie bei Moulin[1]), etwa 5°, bei dem mittleren etwa die Hälfte, bei dem feinsten etwa ein Viertel davon.

Die auftretenden Ströme wurden mit Hilfe eines Piezoquarzapparates kompensiert. Für jedes Potential wurden mindestens je fünf Beobachtungen bei jeder Stromrichtung ausgeführt, und es wurden stets gleich viele Potentialpunkte mit steigendem und mit abnehmendem Potential aufgenommen. Jede im folgenden mitgeteilte Versuchsreihe ist das Mittel von mindestens zwei an verschiedenen Tagen unabhängig voneinander ausgeführten Reihen. Um dem Abfall des Poloniumpräparats Rechnung zu tragen, sind alle Versuche auf einen gemeinsamen Zeitpunkt umgerechnet. Die so korrigierten Beobachtungen verschiedener Reihen stimmen in fast allen Fällen auf weniger als 1 Proz. überein, nur bei den schwächsten Strömen ist der Fehler etwas größer.

Tabelle I enthält die Versuche bei 10 mm Elektrodenabstand, Tabelle II diejenigen bei 4 mm, und Tabelle III diejenigen bei 2 mm Elektrodenabstand. Das engste Sieb ließ sich nur bei dem größten Elektrodenabstand verwenden, weil bei kleinerem Abstande die Ströme zu klein ausgefallen wären. In den gleichen Tabellen sind die Versuchsergebnisse in der Weise mit der Theorie verglichen, daß zu jedem Punkte der Sättigungswert auf Grund der theoretischen Formel berechnet und eingetragen worden ist.

Die Formel, welche für parallelen Verlauf von Feld und Kolonnen in Betracht kommt, lautet[2]):

$$\frac{i}{i_\infty} = \frac{u}{2D} X \frac{b^2}{d} y_1 e^{-y_1} (li\, e^{y_2} - li\, e^{y_1}); \qquad (2)$$

dabei ist

$$li\, e^x = \int_\infty^{-x} \frac{e^{-u}}{u} du \qquad (3)$$

1) G. Jaffé, loc. cit., S. 326.

2) F. E. Wheelock, Amer. Journ. of Science **30**, 233, 1910.

1) Vgl. M. Moulin, Thèses, S. 82.

2) G. Jaffé, loc. cit., S. 317 und 318.

Tabelle I.

10 mm Elektrodenabstand.

Feld in Volt/cm	½-mm-Sieb i beob.	½-mm-Sieb i_∞ ber.	1-mm-Sieb i beob.	1-mm-Sieb i_∞ ber.	2-mm-Sieb i beob.	2-mm-Sieb i_∞ ber.
	Elektrostat. Einh. 10^{-3}		Elektrostat. Einh. 10^{-3}		Elektrostat. Einh. 10^{-3}	
20	0,1792	0,265	1,281	1,897	8,66	12,81
50	0,1873	0,263	1,350	1,892	9,24	12,93
100	0,1973	0,265	1,420	1,914	9,78	13,13
200	0,207	0,260	1,482	1,907	10,28	13,20
600	0,2205	0,264	1,607	1,919	11,01	13,16
1000	0,2284	0,266	1,632	1,900	11,22	13,08
Mittelwert von i_∞		0,265		1,925		13,05

Tabelle II.

4 mm Elektrodenabstand.

Feld in Volt/cm	1-mm-Sieb i beob.	1-mm-Sieb i_∞ ber.	2-mm-Sieb i beob.	2-mm-Sieb i_∞ ber.
	Elektrostat. Einh. 10^{-3}		Elektrostat. Einh. 10^{-3}	
25	0,512	0,692	3,35	4,53
50	0,539	0,700	3,53	4,58
100	0,561	0,696	3,68	4,56
200	0,584	0,698	3,82	4,57
600	0,616	0,692	3,97	4,45
1000	0,642	0,700	4,04	4,41
1750	0,652	0,695	4,11	4,38
2500	0,660	0,695	4,16	4,38
Mittelwert von i_∞		0,696		

Tabelle III.

2 mm Elektrodenabstand.

Feld in Volt/cm	1-mm-Sieb i beob.	1-mm-Sieb i_∞ ber.	2-mm-Sieb i beob.	2-mm-Sieb i_∞ ber.
	Elektrostat. Einh. 10^{-3}		Elektrostat. Einh. 10^{-3}	
50	0,278	0,344	1,726	2,14
100	0,288	0,343	1,821	2,17
200	0,301	0,344	1,875	2,14
600	0,317	0,343	1,909	2,07
1000	0,325	0,345	1,964	2,08
1750	0,331	0,344	1,972	2,05
2500	0,335	0,345	1,978	2,04
5000	0,338	0,343	1,987	2,02
Mittelwert von i_∞		0,344		

der Integrallogarithmus, und es ist weiter:

$$\left.\begin{aligned} T &= \frac{d}{2uX}, \\ y_1 &= \frac{8\pi D}{\alpha N_0}, \\ y_2 &= \frac{8\pi D}{\alpha N_0} + \lg\frac{4DT+b^2}{b^2}. \end{aligned}\right| \quad (4)$$

Dabei bedeutet α den Wiedervereinigungskoeffizienten, u die mittlere Beweglichkeit, D den mittleren Diffusionskoeffizienten der beiden Ionenarten, d den Elektrodenabstand, X das elektrische Feld und N_0 die „lineare Ionisationsdichte" in einer Kolonne, d. h. die Zahl der pro cm Bahn eines α-Teilchens erzeugten Ionenpaare. Der Kolonnenparameter b hat die Bedeutung, welche aus (1) hervorgeht, d. h. $r_0 = b\sqrt{\frac{\pi}{4}}$ ist der mittlere Abstand der Ionen von der Kolonnenachse im Anfangszustand.

Für die Auswertung des Integrallogarithmus stehen Tabellen zur Verfügung[1]); ist aber $\frac{8\pi D}{\alpha N_0}$ größer als etwa 10, wie das bei Luft von Atmosphärendruck der Fall ist, so kann man für $li\, e^x$ die semikonvergente Reihe

$$li\, e^x = \frac{e^x}{x}\left(1 + \frac{1!}{x} + \frac{2!}{x^2} + \frac{3!}{x^3} + \cdots\right) \quad (5)$$

benutzen, und erhält dann

$$\left.\begin{aligned} \frac{i}{i_\infty} = \frac{u}{2D}X\frac{b^2}{d}y_1 \Big\{ & \frac{4DT+b^2}{b^2}\frac{1}{y_2}\left(1 + \frac{1!}{y_2} + \right. \\ & \left. + \frac{2!}{y_2^2} + \cdots\right) - \frac{1}{y_1}\left(1 + \frac{1!}{y_1} + \frac{2!}{y_1^2} + \cdots\right)\Big\}. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Nach (2) ist $\frac{i}{i_\infty}$, wenn alle übrigen Parameter konstant gehalten werden, nur Funktion von $\frac{X}{d}$, d. h. für ein und dasselbe Gas bei konstantem Druck ergeben sich die Charakteristiken für verschiedene Elektrodenabstände, indem man die Ordinaten $\frac{i}{i_\infty}$ konstant läßt, und die Abszissen X im Verhältnis der Abstände variiert. Das gilt aber nur, solange N_0 als konstant angesehen werden darf, was im allgemeinen nicht der Fall ist.

Die numerischen Werte, welche zur Berechnung von i_∞ aus den beobachteten Werten von i verwendet wurden, sind folgende:

1) E. Jahnke und F. Emde, Funktionentafeln. B. G. Teubner, Leipzig und Berlin 1909, S. 19

$a = 3420 \cdot \varepsilon$, wo $\varepsilon = 4{,}65 \cdot 10^{-10}$ die Elementarladung bedeutet; $u = 1{,}66$; $D = 0{,}0347$. Für b wurde der Wert eingesetzt, welcher früher aus den Versuchen von Moulin — bei normaler Richtung des Feldes zu den Kolonnen — bestimmt worden ist, d. h. $b = 1{,}79 \cdot 10^{-3}$. Bei Berechnung der Moulinschen Versuche war — bei einer Ionisationskammer von 4 mm Tiefe und 2,3 cm Abstand des Poloniumpräparats von ihrer Mitte — $N_0 = 4{,}9 \cdot 10^4$ gesetzt worden. Bei den vorliegenden Versuchen betrug der Abstand des Poloniumpräparats von der Ionisationskammer 1,94 cm (unter Mitrechnung des Luftäquivalents der abschließenden Aluminiumfolie); für diesen Abstand ergibt sich auf Grund der von Moulin gegebenen Bragg-Kurven[1]) der Wert $N_0 = 4{,}3 \cdot 10^4$ bei 2 mm Elektrodenabstand. Dieser Wert wurde der Berechnung zugrunde gelegt, und die Werte für die anderen Abstände durch besondere Versuche, die weiter unten Erwähnung finden werden, relativ dazu bestimmt. Es ergab sich so $N_0 = 4{,}425 \cdot 10^4$ für $d = 4$ mm und $N_0 = 4{,}86 \cdot 10^4$ für $d = 10$ mm.

Ist nun die zugrunde gelegte Theorie richtig, so müssen die auf die angegebene Weise aus verschiedenen i-Werten berechneten Sättigungsstromwerte i_∞ konstant sein. Es zeigt sich nun, daß dieses für die Versuche mit den beiden engen Sieben innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit der Fall ist, daß sich dagegen für das weiteste Sieb beträchtliche Abweichungen ergeben.

Bei dem Elektrodenabstand von 10 mm ist die Überlegenheit der mit besser kanalisierten Strahlen ausgeführten Versuche noch nicht so überzeugend, weil hier nur bis zu einem Felde von 1000 Volt/cm beobachtet werden konnte. Bei den beiden anderen Abständen zeigen aber die i_∞-Werte für das weite Sieb einen deutlich ausgeprägten Gang, und zwar in dem Sinne, wie er zu erwarten ist. Denn die Beimengung von Strahlen, die gegen das Feld merkliche Neigung haben, bewirkt, daß Sättigung zu früh eintritt, und daß dann die beobachteten Stromwerte nicht mehr so stark mit dem Felde zunehmen, wie es die Formel verlangt, und wie es die Versuche bei besserer Kanalisierung der Strahlen auch zeigen.

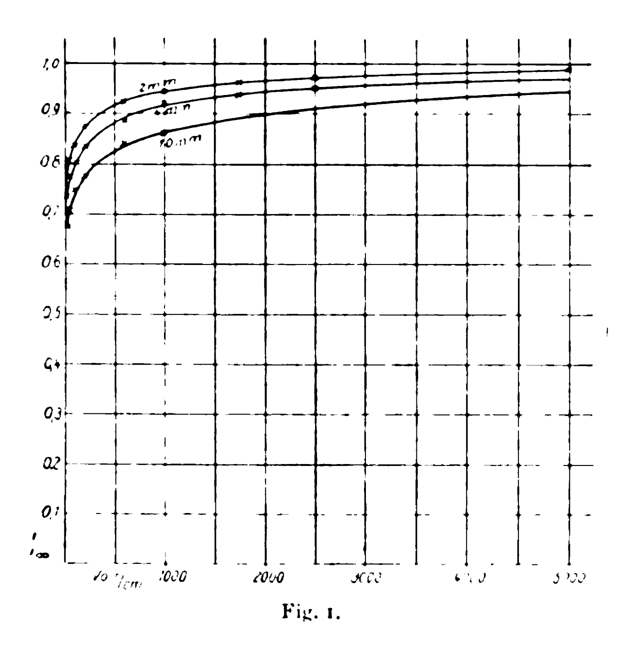
Wenn die Strahlen dem Felde möglichst genau parallel sind, ist also vollständige Sättigung noch schwieriger zu erreichen, als die Versuche von Moulin, Wheelock u. a. vermuten ließen. Die mitgeteilten Versuchsergebnisse zeigen selbst bei dem kleinsten Abstand von 2 mm eine deutliche Zunahme der Stromwerte bis zu 5000 Volt/cm, und nach der theoretischen Formel fehlen bei diesem Werte noch immer $1^1/_2$ Proz. an der vollständigen Sättigung, bei 4 mm Elektrodenabstand ist schon ein doppelt so starkes Feld erforderlich, um den gleichen Sättigungsbetrag zu erreichen (konstantes N_0 vorausgesetzt).

Wheelock hat ebenfalls einen Einfluß geringer Neigung der Kolonnen gegen das Feld vermutet und darum Versuche angestellt, bei denen sich die Strahlungsquelle im Zentrum eines aus Kugelschalen bestehenden Kondensators befand. Es gelang ihm aber nicht, auf diese Weise einen merklichen Unterschied gegen seine sonstigen Versuche, bei denen die Kanalisierung der Strahlen nicht sehr vollkommen war, festzustellen. Auf Grund der hier vorliegenden Versuche ist es möglich, dieses negative Resultat zu deuten. Wheelock hat nämlich seine Versuche nur bis zu Feldern von etwa 1300 Volt/cm ausgedehnt, und in diesem Bereiche ist ein Einfluß der Kanalisierung — wie alle Versuchsreihen der Tabellen I bis III zeigen — noch nicht mit Sicherheit festzustellen. Die Versuche von Wheelock können also nicht als Beweis gegen die hier vertretene Theorie angeführt werden, so wenig wie die Betrachtungen, die sich an eine von ihm aufgestellte Formel knüpfen; denn diese läßt die Diffusion der Ionen unberücksichtigt.

Es verdient vielleicht noch besonders hervorgehoben zu werden, daß für die Berechnung der i_∞-Werte keine einzige Konstante aus den hier mitgeteilten Versuchen abgeleitet worden ist, daß vielmehr alle benutzten Konstanten — auch der Kolonnenparameter b — auf Grund anderweitiger Versuche bekannt waren.

Mit Hilfe der berechneten Sättigungswerte sind aus den Versuchen mit dem 1-mm-Sieb die Werte von $\frac{i}{i_\infty}$ abgeleitet und in Fig. 1 in die theoretischen Kurven eingetragen. Wenn nun auch die Übereinstimmung von Theorie und Experiment sehr befriedigend ist, so schien es doch wünschenswert, durch direkte Versuche zu prüfen, ob die wahren Sättigungswerte so hoch liegen, wie es die Berechnungen für die größeren Plattenabstände verlangen. Da es nicht angängig war, diese Prüfung durch weitere Steigerung des Potentials auszuführen, wurde der Weg eingeschlagen, die Sättigungswerte für die größeren Plattenabstände stückweise — durch Summation — festzustellen. Zu diesem Zwecke wurde die untere Elektrode in 2 mm Abstand von der oberen durch kleine isolierende, planparallele Platten am Schutzring befestigt; so konnte durch Verstellen der oberen Platte mittels der Mikrometerschraube eine Ionisationskammer von 2 mm Tiefe durch das ganze benutzte Intervall ge-

1) M. Moulin, loc. cit.


Fig. 1.

führt, und an jeder Stelle die lineare Ionisationsdichte gemessen werden. Das ist dasselbe Verfahren, wie es **Bragg** bei Aufnahme seiner Ionisierungskurven benutzt hat, nur daß hier die Strahlungsquelle fest und die Kammer beweglich war.

Da für diese Versuche möglichst vollständige Sattigung der gemessenen Ströme und zugleich Steigerung der Meßgenauigkeit durch Vergrößerung derselben wünschenswert war, wurde das 2-mm-Sieb verwendet und ein Potential von 1000 Volt/cm. Aus der Tabelle III geht hervor, daß unter diesen Umständen die Ströme noch etwas mehr als 1 Proz. von vollständiger Sattigung entfernt sind; aber die so gewonnenen Zahlen dürfen ohne Bedenken als den wahren Sattigungsströmen proportional gesetzt werden, denn der Öffnungskegel der Strahlen ist bei allen Abständen der gleiche, und die unbeträchtliche Änderung der linearen Ionisationsdichte kann nur einige Prozent Fehler auf den „Mangel an Sättigung" bewirken. Die Ströme wurden in fünf Stellungen, die je 2 mm Verschiebung entsprachen, gemessen, und durch Addition zweier oder mehrerer dieser Stromwerte erhielt man dann Zahlen, welche den wahren Sättigungswerten für größere Elektrodenabstände proportional sind. Die so gewonnenen Werte sind unter I in Tabelle IV vermerkt; dividiert man die Zahlen I durch den jeweiligen Abstand und multipliziert sie mit einem solchen Faktor, daß die kleinste $4{,}3 \cdot 10^4$ wird, so erhält man die Werte für N_0 als Funktion des Elektrodenabstands, die in der Tabelle IV vermerkt sind, und von denen oben schon Gebrauch gemacht wurde.

Mit den auf die angegebene Weise bestimmten Zahlen I wurden nun die theoretischen Sättigungswerte verglichen, welche aus Messungen mit gut kanalisierten Strahlen bei variablem Elektrodenabstand ermittelt sind. Es wurde also eine zweite Serie von Versuchen angestellt, bei welcher mit der ursprünglichen Anordnung des Meßkondensators und dem 1-mm-Sieb, bei Elektrodenabständen von 2 bis 10 mm, der Strom für das konstante Feld von 1000 Volt/cm bestimmt wurde. Die so gemessenen Stromwerte — und zwar die Mittelwerte von vier unabhängigen Reihen — sind unter i_{1000} in Tabelle IV vermerkt. Aus diesen Werten sind nun mit Hilfe der theoretischen Quotienten $\frac{i_{1000}}{i_\infty}$ die Werte i_∞ ermittelt. Ist die zugrunde gelegte Theorie richtig, und zeigen insbesondere die Quotienten $\frac{i_{1000}}{i_\infty}$ die verhältnismäßig starke Abhängigkeit vom Elektrodenabstand, welche die Theorie verlangt, so müssen die Zahlen I und i_∞ einander proportional sein. Das ist nun in der Tat, wie die letzte Kolonne der Tabelle IV zeigt, mit großer Genauigkeit der Fall.

Im folgenden soll nun noch die Richtigkeit der Theorie an Versuchen geprüft werden, die **Ogden**[1]) neuerdings mitgeteilt hat. Diese beziehen sich auch auf den Fall der Parallelität von Feld und Kolonnen; sie sind an verschiedenen Gasen ausgeführt, und zwar mit α-Strahlen (des Radiums und seiner Produkte), die in gleicher Weise kanalisiert waren, wie bei dem 1-mm-Sieb des Verfassers. **Ogden** kommt zu dem Schluß, daß die quantitativen Unter-

Tabelle IV.

Elektrodenabstand	I beob. Elektst.E. 10^{-3}	N_0	$\frac{i_{1000}}{i_\infty}$ theoret.	i_{1000} beob. Elektrost. Einh. 10^{-3}	i_∞ ber. Elektrost. Einh. 10^{-3}	$\frac{i_\infty}{I}$
2 mm	2,10	$4{,}30 \cdot 10^4$	0,943	0,340	0,361	0,1719
4 „	4,32	$4{,}425 \cdot 10^4$	0,916	0,680	0,742	0,1718
6 „	6,67	$4{,}46 \cdot 10^4$	0,894	1,025	1,147	0,1720
8 „	9,16	$4{,}69 \cdot 10^4$	0,879	1,384	1,576	0,1721
10 „	11,85	$4{,}86 \cdot 10^4$	0,859	1,793	2,041	0,1722

1) H. Ogden, Phil. Mag. **26**, 991, 1913.

Tabelle V.

Gas	Luft	O_2	H_2	CO	CO_2	SO_2
Druck in Millimetern	750	756	718	733	750	761
α	$3420 \cdot \varepsilon$	$3500 \cdot \varepsilon$?	$2830 \cdot \varepsilon$	$1746 \cdot \varepsilon$	$3500 \cdot \varepsilon$	$3380 \cdot \varepsilon$
u	1,66	1,58	7,75	1,165	0,83	0,425
D	0,0347	0,0323	0,165	[0,0307]	0,0245	[0,0112]
Bremsvermögen	100	106	24,3	98	147	218
Totalionisation	100	110	100	102	108	137
N_0	$4,0 \cdot 10^4$	$4,7 \cdot 10^4$	$0,93 \cdot 10^4$	$3,91 \cdot 10^4$	$6,35 \cdot 10^4$	$12,1 \cdot 10^4$
b	$1,79 \cdot 10^{-3}$	$1,674 \cdot 10^{-3}$	$7,7 \cdot 10^{-3}$	$1,87 \cdot 10^{-3}$	$1,18 \cdot 10^{-3}$	$0,81 \cdot 10^{-3}$
i_∞	1,053	1,042	1,00	1,047	1,173	1,93

schiede bei verschiedenen Gasen nicht durch die Kolonnentheorie erklärt werden können. Allerdings gründet sich dieser Schluß im wesentlichen auf einen Vergleich der Versuchsergebnisse mit der unvollständigen Wheelockschen Formel. Es soll nun im folgenden gezeigt werden, daß die Ogdenschen Beobachtungen bei verschiedenen Gasen in völlig befriedigender Weise durch die Formel (2) wiedergegeben werden, soweit wenigstens die in Betracht kommenden Konstanten ausreichend bekannt sind.

Zunächst ist zu bemerken, daß — wie die Berechnung zeigt — der wahre Sättigungswert von Ogden außer bei Wasserstoff in keinem Falle erreicht wurde (das höchste von ihm benutzte Feld betrug 3050 Volt/cm). Demgemäß sind die Ogdenschen, aus seinen Figuren 2 und 2 A entnommenen Zahlen, noch durch einen Faktor zu dividieren, der bei jedem Gas einen anderen Wert hat. Diese Faktoren i_∞, die demnach angeben, um wieviel der wahre Sättigungswert höher liegt, als der größte von Ogden beobachtete Wert, sind in Tabelle V vermerkt, zusammen mit den sonstigen zur Berechnung benutzten Konstanten.

Über die Herkunft dieser Konstanten ist noch folgendes zu bemerken: Die Rekombinationskoeffizienten für CO und SO_2 sind aus den neuesten Beobachtungen von Thirkill[1]) für die betreffenden Drucke interpoliert; für Sauerstoff ist $\alpha = 3500 \cdot \varepsilon$ angenommen. Die Werte für die Beweglichkeiten u und die Diffusionskoeffizienten D sind den Zusammenstellungen im Rutherfordschen Lehrbuch[2]) entnommen, nur die Diffusionskoeffizienten von CO und SO_2, die noch nicht gemessen sind, wurden aus den Beweglichkeiten mit Hilfe der Townsendschen Relation abgeleitet. Die Zahlen für das Bremsvermögen und die Totalionisation stammen aus der Zusammenstellung bei Moulin[3]).

Die Werte für die lineare Ionisationsdichte N_0 sind mit erheblicher Unsicherheit behaftet, da von Ogden keine Angaben über den Abstand der Strahlungsquelle von der Ionisationskammer gemacht werden. Die Werte von N_0 wurden darum in folgender Weise festgelegt: Es wurde für Luft $N_0 = 4,0 \cdot 10^4$ gesetzt und daraus die Werte für die anderen Gase abgeleitet, indem angenommen wurde, daß sie proportional dem Druck, dem Bremsvermögen und der Totalionisation seien. Diese Festsetzung entspricht der Annahme, daß für alle Gase an der homologen Stelle des Bereichs der α-Strahlen beobachtet worden ist. Das braucht nun keineswegs der Fall gewesen zu sein; aber es muß hervorgehoben werden, daß selbst relativ bedeutende Änderungen von N_0 zwar die Absolutwerte von $\frac{i}{i_\infty}$ ändern, ihre Relativwerte aber nur wenig beeinflussen; für Luft bewirkt z. B. eine Änderung von etwa 20 Proz. in N_0 nur eine Änderung von 1,5 Proz. im Verhältnis der Stromwerte für 1500 Volt/cm und 100 Volt/cm, d. h. in dem bei Ogden maßgebenden Feldbereich. Wenn also bei den verschiedenen Gasen Fehler in der Schätzung von N_0 gemacht sind, so würde das im wesentlichen nur den Wert von i_∞, nicht aber die Übereinstimmung der theoretischen Kurven mit den experimentellen Ergebnissen beeinflussen.

Die Kolonnenparameter b sind aus dem für Luft gültigen Werte abgeleitet unter Benutzung der früher vom Verfasser gefundenen Beziehung, daß b dem Druck umgekehrt proportional und in verschiedenen Medien der Reichweite der α-Strahlen direkt proportional, d. h. in Gasen dem Bremsvermögen umgekehrt proportional ist[1]).

Die mit Hilfe der Konstanten der Tabelle V berechneten Kurven sind in Fig. 2 gezeichnet, und die Ogdenschen Beobachtungen (nach Division mit dem betreffenden i_∞) eingetragen. Die Übereinstimmung ist so gut, wie sie in Anbetracht der Unsicherheit der Daten zu erwarten ist. Es wäre natürlich möglich gewesen, die Übereinstimmung noch weiter zu verbessern, wenn für jedes Gas N_0 oder b,

1) Thirkill, Proc. Roy. Soc. **88**, 488, 1913.
2) E. Rutherford, Radioactive Substances, S. 44 u. 54. Cambridge 1913.
3) M. Moulin, Thèses, S. 16.

1) G. Jaffé, loc. cit., S. 340.



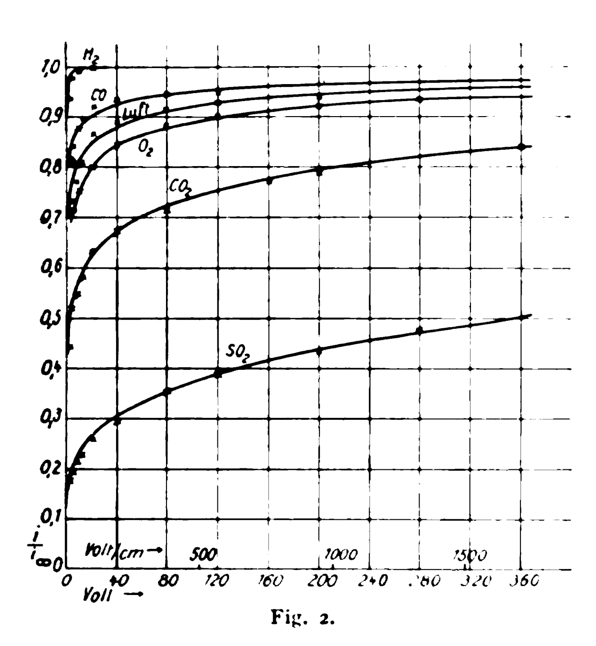


Fig. 2.

oder beide Größen passend gewählt worden wären; aber es wurde gerade Wert darauf gelegt, die theoretischen Kurven auf Grund anderweitig bekannter Daten voraus zu berechnen. Genau wie oben bei den Versuchen des Verfassers sind die Ogdenschen Versuche selbst nur zur Bestimmung von i_∞, nicht aber zur Berechnung der $\frac{i}{i_\infty}$-Kurven herangezogen worden.

Es zeigt sich nun, daß die theoretische Formel nicht nur die großen quantitativen Unterschiede vom Wasserstoff bis zum Schwefeldioxyd richtig wiedergibt, sondern daß diese Unterschiede sogar noch größer sind, als die Ogdenschen Zahlen vermuten lassen, da i_∞ natürlich um so größer ist, je weniger das benutzte Maximalpotential zur vollständigen Sättigung ausreichend war. Schon Moulin hatte festgestellt, daß bei Kohlensäure für seine weniger gut kanalisierten Strahlen Felder von 8000 bis 10000 Volt/cm zur vollständigen Sättigung erforderlich wären. Beim Schwefeldioxyd nähern sich dann die Verhältnisse denjenigen, wie sie der Verfasser in seiner früheren Arbeit für Luft bei sehr hohen Drucken, oder für Flüssigkeiten charakterisiert hat.

Im einzelnen ist noch folgendes zu bemerken: Bei Wasserstoff ist die Größenordnung des Effekts zwar richtig durch die Formel (2) wiedergegeben, aber die theoretische Kurve liegt merklich über der experimentellen. Hier spielt offenbar — bei der großen Beweglichkeit der Ionen — die Diffusion an die Elektroden eine Rolle. In der Tat: berechnet man die Charakteristik nach der Langevinschen Formel, die homogene Ionisation voraussetzt und nur Diffusion berücksichtigt[1]), so liegt diese Charakteristik bereits unter derjenigen, welche nach Formel (2) berechnet ist. Für so kleine Plattenabstände, wie sie Ogden benutzt hat (2,1 mm), spielt also bei Wasserstoff die Kolonnenstruktur überhaupt keine entscheidende Rolle mehr, sondern die Stromkurve ist im wesentlichen durch Diffusion an die Elektroden bedingt. Demgemäß hat auch Moulin keinen Einfluß der Kolonnenorientierung bei Wasserstoff feststellen können.

Bei Kohlenoxyd scheinen in der gezeichneten Figur systematische Abweichungen vorzuliegen. Nun erwähnt aber Ogden Versuche, nach denen die Form der Kurve gerade bei CO sehr stark von der Trockenheit des Gases abzuhängen scheint; von den beiden Versuchsreihen, die S. 990 mitgeteilt werden, weicht die eine genau so viel im einen Sinne von der theoretischen Kurve ab, wie die andere im entgegengesetzten Sinne. Es scheint also, daß bei CO die Ionenkonstanten sehr vom Feuchtigkeitsgehalt des Gases abhängen, und daß die für die Berechnung der theoretischen Kurve benutzten Werte einen gewissen mittleren Wert repräsentieren.

Bei Luft sind die Abweichungen am beträchtlichsten; aber gerade bei Luft sind die Verhältnisse durch die oben mitgeteilten Versuche des Verfassers genügend geklärt. Die Ogdenschen Versuche können möglicherweise größere Fehler enthalten, weil die Kurven noch für die β-Strahlwirkung des Radiums korrigiert werden mußten. Bei O_2, CO_2 und SO_2 ist die Übereinstimmung sehr befriedigend.

Ammoniak, an dem Ogden ebenfalls Messungen ausgeführt hat, ist nicht mit aufgenommen, weil der Wiedervereinigungskoeffizient nicht bekannt ist; der Verfasser muß aber Ogden darin beistimmen, daß die Sättigung in Ammoniak auffallend schlecht ist. α müßte etwa 6—7000 betragen, d. h. so groß sein, wie es die Langevinsche Relation überhaupt nur zuläßt (oder b auffallend klein sein?), um eine leidliche Übereinstimmung der Messungen mit der Formel zu ergeben. Bis α direkt gemessen ist, muß also dahingestellt bleiben, ob etwa bei Ammoniak besondere Verhältnisse vorliegen.

Bei allen anderen untersuchten Gasen wird aber das Verhalten in quantitativer Weise durch die in Tabelle V aufgeführten Konstanten geregelt. Betrachtet man nun die Formeln (2) und (4) daraufhin, welche Konstanten das individuelle Verhalten eines Mediums charakterisieren,

1) P. Langevin, Le Radium **10**, 113, 1913. Wäre die absolute Stromstärke bei Ogden angegeben, so ließe sich der reduzierte Plattenabstand δ bestimmen (s. Jaffé, Ann. d. Phys. **43**, 249, 1914) und danach der relative Einfluß von Diffusion und Wiedervereinigung abschätzen; aber letztere ist fraglos zu vernachlässigen.

so spielt zunächst die Reichweite der α-Strahlen die wichtigste Rolle, da sie sowohl den Kolonnenparameter b, wie die lineare Ionisationsdichte N_0 bestimmt. (Die Totalionisation variiert nur in verhältnismäßig engen Grenzen.) Außerdem treten die Konstanten nur in der Kombination $\frac{u}{D}$ und $\frac{\alpha}{D}$ auf; nun ist $\frac{u}{D}$ bei konstanter Temperatur konstant, und $\frac{\alpha}{D}$ unter der gleichen Voraussetzung proportional der Langevinschen Zahl. Diese ist also außer der Reichweite (und der Totalionisation) allein maßgebend für die Sättigungskurve eines Mediums bei Ionisierung mit α-Strahlen. Die Werte der Langevinschen Zahl für Wasserstoff, Kohlenoxyd, Luft, Sauerstoff, Kohlensäure und Schwefeldioxyd sind nun bez.: 0,049, 0,21, 0,27, 0,29, 0,51, etwa 1,0; die Reihenfolge der Gase ist also genau dieselbe, wie in ihrem Verhalten bezüglich der Sättigung. So ist vermutlich die Feststellung von Ogden zu interpretieren, daß ein Gas um so stärkere „anfängliche Wiedervereinigung" zeigt, je näher es seinem Siedepunkte ist. Das Primäre ist der Zusammenhang zwischen der Langevinschen Zahl und der Theorie der Kolonnen, sekundär ergibt sich die nicht ganz überraschende Beziehung, daß die Langevinsche Zahl um so näher bei 1 liegt, je näher ein Gas dem Flüssigkeitszustande ist. Eine Veranlassung, die Existenz besonderer, schwer beweglicher Ionen anzunehmen, liegt aber — außer bei feuchten Gasen — nicht vor[1]).

Zusammenfassend kann man sagen: Die vom Verfasser früher aufgestellte Theorie der Ionisation in Kolonnen gibt die Beobachtungen auch für den Fall quantitativ wieder, daß Feld und Kolonnen möglichst genau parallel sind. Dieses wurde an eigenen Versuchen des Verfassers mit Luft bei verschiedenem Elektrodenabstande, und an Versuchen von Ogden mit verschiedenen anderen Gasen nachgewiesen.

Die früher vom Verfasser aufgestellte Beziehung, daß der Kolonnenparameter in verschiedenen Medien der Reichweite der α-Strahlen proportional ist, bestätigt sich an den Ogdenschen Messungen.

Leipzig, Physikal. Institut der Universität, Februar 1914.

(Eingegangen 6. März 1914.)

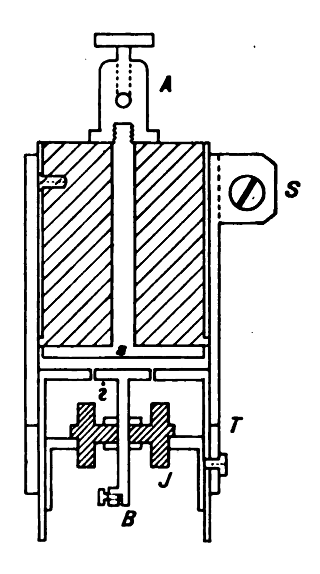
1) Ogden hat noch Versuche mit Kohlensäure und Wasserstoff bei variablem Druck ausgeführt. Berücksichtigt man die Abhängigkeit der Parameter vom Druck, wie das Verfasser schon früher (l. c., S. 336) für Luft gezeigt hat, so werden die Ogdenschen Versuche an Kohlensäure in befriedigender Weise durch Formel (2) wiedergegeben, wenigstens abwärts bis zu dem Druck von 22 cm Hg, für noch kleinere Drucke greift vermutlich — wie bei den Versuchen mit Wasserstoff — Diffusion an die Elektroden störend ein. Der Verf. hat schon in der früheren Arbeit betont, daß Versuche mit zunehmendem Druck geeigneter zur Prüfung der Theorie sind. Die von Ogden auf Grund der Wheelockschen Formel vermutete Beziehung bei verschiedenen Drucken ist nach (2) nicht zu erwarten.

Die Verwendung des Thomsonschen Schutzringkondensators zu absoluten Kapazitätsbestimmungen nach der Influenzierungsmethode.

Von G. Hoffmann.

Die sich oft bietende Aufgabe der Kapazitätsbestimmung von elektrostatischen Versuchsanordnungen findet in vielen Fällen und namentlich, wenn es sich um relativ geringe Gesamtkapazitäten handelt, wohl ihre bequemste Lösung in der Influenzierungsmethode[1]). Wünscht man die Anordnung möglichst wenig durch Zusatzkapazität zu belasten, so ist die Benutzung des einfachen Drahtes nach Art des Zylinderkondensators zu empfehlen[2]). Der Absolutwert wird aber hier leicht um einige Prozente fehlerhaft sein, die durch ungenügende Zentrierung des Drahtes usw. bedingt sind. Der Schutzringkondensator als Influenzierungsvorrichtung läßt sich dagegen mechanisch leicht so exakt herstellen, daß die Berechnung des Influenzierungskoeffizienten aus den Dimensionen des Apparats mit einem unter einem Prozent liegenden Fehler erfolgen kann.

Der Anschluß der Apparatur erfolgt (siehe die Schnittzeichnung) bei der Klemme B; die



1) F. Harms, diese Zeitschr. 5, 47, 1904.
2) G. Hoffmann, Ann. d. Phys. 42, 1196, 1913.

Influenzierungsspannungen werden bei A angelegt. Der mechanische Aufbau ist auf die Benutzung von Messingpräzisionsrohr gestellt. Zunächst wird das durch den Bernstein J isolierte zentrale Tischchen (i) so justiert, daß es mit dem umgebenden Ring in genau einer Ebene liegt. Die Regulierung des Abstands der Gegenplatte (a) von i geschieht mit Hilfe eines zwischengelegten Paßringes. Die Gegenplatte wird in ihrer Lage durch die Klemmung S fixiert und der Paßring dann entfernt. Hierzu ist das äußerste Rohr bei T mit genauem Auflager geteilt. Die Übereinstimmung der Beobachtungen zeigt, daß auf diese Weise die Regulierung des Abstands der Kondensatorflächen bis auf $^1/_{100}$ mm genau bewirkt wird.

Bezieht sich der Index i auf das Tischchen und die mit ihm verbundenen Leiterteile, a auf die Gegenplatte, o auf die äußeren Metallteile, und bezeichnet e die Ladung, V die Potentiale, C die Kapazitätskoeffizienten, so ist

$$e_i = C_{ii}V_i + C_{i0}V_0 + C_{ia}V_a .$$

In dieser Gleichung läßt sich nun C_{ia} aus den Dimensionen heraus bestimmen. C_{ia} bedeutet die auf i befindliche Ladung, falls a das Potential 1 und alle übrigen Teile das Potential 0 besitzen. Die genaue Formel für diese Ladung unter Berücksichtigung der Wirkung des Spaltes zwischen Tischchen und Ring ist bekannt. V_0 kann ständig gleich null gesetzt werden; i wird während der Messung isoliert, so daß e_i konstant ist. Eine Änderung von V_a um den Betrag V_a^* wirkt dann so, als ob auf den Körper i die Ladung $-C_{ia}V_a^*$ aufgebracht wäre.

Die absolute Eichung der angeschlossenen Apparatur, Elektrometer usw. auf Ladungen erfordert also nur, daß an A verschiedene Potentiale in gemessener Abstufung angelegt werden; sie ist also nicht wesentlich komplizierter als die auf Spannungen.

Ist das Elektrometer auch noch auf Potentiale geeicht, und bewirkt eine Potentialveränderung V_a^* hier die Änderung V_i^*, so gibt der Bruch

$$-\frac{V_a^*}{V_i^*}\cdot C_{ia} = C_{ii}$$ die „wirksame" Kapazität[1]).

1) Es wäre sehr erfreulich, wenn diese in der Ausführung so einfachen Influenzierungsmessungen dazu führten, daß die Angabe von Elektrometerkapazitäten auf die für die Benutzung allein maßgebende „wirksame" Kapazität bezogen würden. Aus der Angabe Herrn C. Müllys (Über Elektrometer von hoher Empfindlichkeit, diese Zeitschr. **14**, 237, 1913): Kapazität der Kleinheit entsprechend, 1—2 cm könnte man z. B. in Verbindung mit der Angabe 1 Volt = 40000 mm auf eine Ladungsempfindlichkeit von 1 Volt cm = 20000 mm schließen, während sich aus den angegebenen Dimensionen und Hilfsspannungen berechnen läßt, daß die maximale Ladungsempfindlichkeit höchstens einige Prozente davon betragen hat (vgl. Hoffmann, Ann. d. Phys. **42**, 1218, 1913).

Die Eigenkapazität des Hilfsapparats in den unten angegebenen Dimensionen ist auf etwa 2 cm — wovon etwa 1 cm auf den zwischen Tischchen und Ring liegenden Spalt entfällt — zu schätzen und ist in den Wert von C_{ii} eingeschlossen; der Apparat muß also dauernd in die Meßanordnung eingeschaltet bleiben, doch bildet er in den meisten Fällen keine störende Kapazitätsvergrößerung. Es liegt ferner nahe, diesen Apparat zur Kompensation von Ladungen zu benutzen.

Im speziellen Falle war:
Durchmesser des Tischchens . = 1,00 cm,
Breite des Spaltes . . . . = 0,05 „ ,
Abstand der Platten . . . . . = 0,204 „ .
Hieraus berechnet[1]) sich $C_{ia} = 0{,}338$ cm.

1) Formeln siehe z. B. Kohlrausch, Prakt. Physik

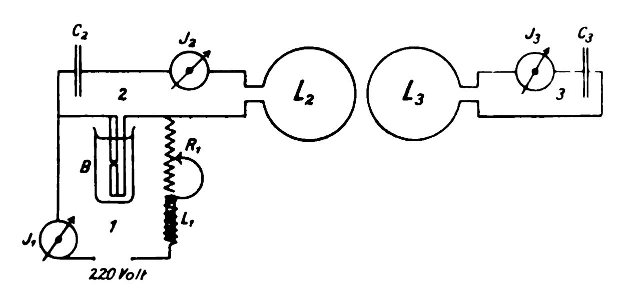
Königsberg, Physik. Institut, Februar 1914.

(Eingegangen 22. Februar 1914.)

Wellenstromlichtbogen in Flüssigkeiten.

Von The Svedberg.

Als ich vor etwa anderthalb Jahren mit einer physikalisch-chemischen Untersuchung beschäftigt war, bei der Wechselströme hoher Frequenz zur Verwendung gelangten, kam ich gelegentlich einiger Versuche mit der Poulsen-Lampe darauf, zu prüfen, ob nicht die Wasserstoff- oder Alkoholdampfatmosphäre derselben durch eine Flüssigkeit ersetzt werden könnte. Es zeigte sich in der Tat, daß dies der Fall ist. Die von mir verwendete Versuchsanordnung ist in der beistehenden Figur schematisch wiedergegeben.



Der Bogen B brennt in vertikaler Stellung in einem Becherglas mit Flüssigkeit. Die Elektroden sind in ein geeignetes Funkenmikrometer[1]) eingesetzt, so daß die Bogenlänge genau eingestellt und konstant gehalten werden kann.

1) Nova acta reg. soc. sc. Upsaliensis (4) **2**, Nr. 1, 21, 1907.

Bei den meisten Versuchen betrug dieselbe 0,06 mm.

Die Kapazitäten, Selbstinduktionen, Ohmschen Widerstände und Stromstärken in den drei Schwingungskreisen 1, 2 und 3 waren:

C_1 = sehr klein; L_1 = sehr groß;
$R_1 > 200\ \Omega$; I_1 bis 0,7 Amp.;
$C_2 = 8 \cdot 10^{-10}$ Farad; $L_2 = 1 \cdot 10^{-6}$ Henry;
$R_2 = 2{,}5\ \Omega$; I_2 bis 1,5 Amp.;
$C_3 = 1 \cdot 10^{-9}$ bis $3 \cdot 10^{-9}$ Farad;
$L_3 = 0{,}8 \cdot 10^{-5}$ bis $2 \cdot 10^{-5}$ Henry;
$R_3 = 2{,}5\ \Omega$; I_3 bis 1,5 Amp.

Folgende Elektrodenmetalle und Flüssigkeiten wurden geprüft: Kupfer in Wasser, Äthylalkohol, Methylalkohol, Azeton, Äthyläther; Silber, Gold, Aluminium, Magnesium, Zink, Kadmium, Eisen in Äthyläther[1]). Unter den Flüssigkeiten zeigte sich Äthyläther am vorteilhaftesten, Azeton gab auch gute Resultate, die beiden Alkohole waren eben noch verwendbar, bei Wasser war aber die Erscheinung kaum mehr zu beobachten. Betreffs des Elektrodenmaterials trat ein deutlicher Parallelismus zwischen dem Wärmeleitungsvermögen desselben und dem Umfang des Bereichs, innerhalb dessen ein Wellenstromlichtbogen zu erhalten war, hervor. So zeigten sich Kupfer und Silber am vorteilhaftesten, Gold war deutlich schlechter, mit Aluminium und Magnesium war das Bereich sehr klein, und mit Zink, Kadmium und Eisen konnte ich nur bisweilen bei sehr kleiner Stromstärke im Kreise 1 einen Wellenstromlichtbogen erhalten. Es stellte sich heraus, daß der schwingende Zustand des Bogens überhaupt nur bei I_1-Werten, die unter einem gewissen kritischen Wert lagen, zu erhalten waren, wobei dieser kritische Wert für verschiedene Elektrodenmetalle verschieden war. Durch Aufnahme von Resonanzkurven mit Hilfe des Kreises 3, der einen variablen Kondensator enthielt, konnte die Frequenz im Bogen bestimmt werden. Bei Schwingungszahlen von der Größenordnung $5 \cdot 10^5$ bis $1{,}5 \cdot 10^6$ funktionierte die Anordnung gut. Bei viel kleineren oder viel größeren Frequenzen war die Konstanz weniger befriedigend. Die von dieser Lampe produzierten Wellenströme scheinen, aus den Resonanzbestimmungen zu beurteilen, weniger rein zu sein als diejenigen, welche die Poulsen-Lampe liefert. Die Resonanzkurven waren ziemlich flach und zeigten Andeutungen von Oberschwingungen. Die „Flüssigkeitslampe" ist aber viel billiger und bequemer als die Poulsen-Lampe und zeichnet sich durch gute Konstanz des produzierten Wellenstroms aus. Die Zerstäubung der Elektroden ist in Übereinstimmung mit dem von mir früher an ähnlichen Stromformen erhaltenen Resultat[1]) bei Wellenstrom viel größer als bei Gleichstrom. Sehr auffällig zeigt sich diese Erscheinung, wenn man durch Ausschalten von Widerstand im Kreise 1 aus dem Bereich der Wellenstrombogen heraustritt. Trotz der Steigerung der Stromstärke nimmt dabei die Zerstäubung stark ab.

1) Die untersuchten Metalle kamen in Stäben von 5,6 mm Diameter mit plangeschliffenen Endflächen zur Verwendung.

Die Untersuchung der Wellenstromlichtbogen in Flüssigkeiten wird im hiesigen Physikalischen Institut unter der Leitung von Herrn Professor G. Granqvist fortgesetzt.

1) Nova acta, loc. cit., S. 53—54.

Upsala, Chemisches Universitätslaboratorium, Februar 1914.

(Eingegangen 7. Februar 1914.)

Die Abhängigkeit der Plastizizät des Steinsalzes vom umgebenden Medium.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von K. Kleinhanns.

Den Arbeiten von Herrn Prof. Milch[1]) verdanken wir den Nachweis, daß Steinsalz bereits bei einer Temperatur, die noch sehr weit von seiner Schmelzkurve entfernt liegt, sehr plastisch wird. Auf Veranlassung von Herrn Prof. Milch angestellte quantitative Untersuchungen von Herrn Schröder[2]) haben ergeben, daß bei gleicher Versuchsanordnung die Biegungsgeschwindigkeit, d. h. die in der Zeiteinheit erreichte Durchbiegung eines Steinsalzstäbchens von ungefähr 2 mm Dicke bei 100° sehr gering ist, bei 150° sehr zunimmt (etwa um das Achtzigfache) und bei 200° das Zwölffache der bei 150° erreichten Durchbiegung beträgt, während der Schmelzpunkt des Steinsalzes bei 820° gelegen ist.

Diese Eigenschaft des Steinsalzes, bereits in großer Entfernung vom Schmelzpunkt sehr biegsam zu sein, hat ein Bergmann des Kaliwerks Solvayhall bei Bernburg, Herr Engelhardt, schon seit 45 Jahren dazu benutzt, aus Steinsalz kleine Kunstgegenstände, wie Schweizer Häuschen, herzustellen. Doch außer durch Erhitzen erreicht dieser das Plastischwerden des Salzes noch dadurch, daß er es in heißes Wasser bringt und in diesem formt. Diese Tatsache, die Herr Prof. Milch kürzlich durch Herrn Prof. Stille erfuhr, veranlaßte ihn, mich mit

1) Neues Jahrb. f. Min. 1909, I, S. 60, Geol. Rundschau 1911, S. 145.
2) Inaug.-Diss., Greifswald 1913.

der Untersuchung der Frage, ob die plastischen Eigenschaften des Steinsalzes durch das umgebende Medium beeinflußt würden, zu beauftragen.

Die Ergebnisse meiner bislang rein qualitativen Versuche möchte ich schon jetzt vorläufig mitteilen.

Das zu den Versuchen benutzte Material, das ich dem Entgegenkommen des Salinenwerks Heilbronn verdanke, zeichnete sich durch seine vollkommen wasserhelle, einschlußfreie Beschaffenheit aus. Die Versuchsanordnung war sehr einfach. Das Salz wurde parallel den Würfelflächen in kleine Stäbchen von ungefähr 30 mm Länge und 3—5 mm Dicke gespalten, die sodann mittels zweier Pinzetten, welche gleichweit vom geschätzten Mittelpunkt des Stäbchens angriffen, in das betreffende Medium eingetaucht wurden. Durch einen mit den Händen auf die Pinzetten ausgeübten Druck wurde die Biegung bewirkt. Aus der Anzahl der auf diese Weise in den verschiedenen Medien gebogenen und gebrochenen Stäbchen gelang es so, einen Einfluß des Mediums auf die Plastizität des Steinsalzes festzustellen.

Daß ein solcher vorliegt, geht schon aus dem einen Ergebnis hervor, daß es gelingt, in kochendem Wasser alle Stäbchen zu biegen, während in Öl von 100° sich vielleicht unter 50 Stäbchen ein einziges schwach biegen läßt. In kochendem Wasser war die Biegsamkeit überraschend gut. Selbst verhältnismäßig dicke Stäbchen wurden leicht und so schnell gebogen, daß ihr Querschnitt sich nur sehr wenig durch Auflösung verringerte. Und dieser leichten Biegsamkeit steht das vollkommen negative Ergebnis in Öl von 100° gegenüber, das mich nunmehr veranlaßte, die Biegsamkeit des Steinsalzes in einer Reihe von Salzlösungen, Säuren, Laugen, organischen Substanzen zu untersuchen.

Aus dem so gewonnenen Material zur Beurteilung der vorliegenden Frage will ich vorläufig nur noch auf eine Tatsache hinweisen, die wohl einen Anhalt zur Erklärung der Erscheinung in sich birgt. In allen denjenigen Medien, Säuren, Laugen, gesättigten Lösungen von Salzen, die Steinsalz aufzulösen vermögen, gelang es mir, wenn auch sicher noch mit quantitativem Unterschied, die Stäbchen zu biegen. Dagegen in allen denjenigen Medien, die keine Lösung bewirken, in Öl, gesättigter Steinsalzlösung, Amylalkohol, Xylol, war bei 100° eine Biegung bei dieser Versuchsanordnung nicht zu erreichen. Dies Ergebnis legt die Vermutung nahe, daß die Plastizität des Steinsalzes in direktem Zusammenhang mit seiner Löslichkeit steht.

Da ein Apparat zur quantitativen Untersuchung dieser Frage fertiggestellt ist, hoffe ich demnächst quantitative Ergebnisse mitteilen zu können.

Greifswald, Geol.-Mineral. Institut, 17. Februar 1914.

(Eingegangen 20. Februar 1914.)

Bemerkung zu Herrn Wolfkes Note: „Welche Strahlungsformel folgt aus der Annahme der Lichtatome?"

Von G. Krutkow.

Die Note des Herrn Wolfke[1]) nötigt mich zu folgenden Erklärungen:

A. Ich habe gezeigt[2]), die Annahmen:

(I) Ein Resonator (oder eine Hohlraum-Eigenschwingung) von der Schwingungszahl ν kann nur die Energiewerte haben: $0, h\nu, 2h\nu, \ldots$.

(II) Diese Energiewerte kommen durch Aneinanderlagerung elementarer unabhängiger Energiebeträge $h\nu$ zustande

führen zur Wienschen und nicht zur Planckschen Strahlungsformel.

B. Die Darstellung, die Planck in der ersten Auflage der „Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung" gegeben hatte[3]), sowie die Ausführungen von Debye[4]) konnten die mißverständliche Auffassung erzeugen oder stützen, daß aus den Annahmen I und II die Plancksche Strahlungsformel folgt. Die Bemerkungen von Ehrenfest[5]) und die Untersuchung von Natanson[6]) reichen im wesentlichen hin, diese irrige Auffassung zu beseitigen: Die von Planck benutzte Funktion

$$\frac{(N+P-1)!}{(N-1)!\,P!}$$

läßt sich nicht deuten als Anzahl von gleichberechtigten Verteilungsarten von P unabhängigen Elementen über N Resonatoren (oder Eigenschwingungen). Diese Anzahl ist natürlich N^P. Übrigens hat ja — worauf ich schon in meiner Note hinwies — auch Herr Planck in der zweiten Auflage seines Buches seine Darstellung so verändert, daß sie nicht mehr jenes Mißverständnis zuläßt[7]).

1) M. Wolfke, diese Zeitschr. 15, 308, 1914.
2) G. Krutkow, diese Zeitschr. 15, 133, 1914.
3) M. Planck, Vorl. über die Theorie der Wärmestrahlung, 1. Aufl., § 148.
4) P. Debye, Ann. d. Phys. 33, 1427, 1910.
5) P. Ehrenfest, Ann. d. Phys. 36, 110 u. 113, 1911.
6) L. Natanson, diese Zeitschr. 12, 659, 1911; Bull. de l'Acad. de Cracovie, Serie A, Mars 1911.
7) M. Planck, Wärmestrahlung, 2. Aufl., § 141—143.

C. Herr Wolfke behauptet nun seinerseits (siehe § 3):

falls man die Lichtatome „in bezug auf ihre Existenz" unabhängig nimmt (Annahme α),

komme man zur Planckschen Formel;

falls man die Lichtatome „auch räumlich voneinander unabhängig" nimmt (Annahme β),

komme man zur Wienschen Strahlungsformel.

Und er erläutert den — wie er nachdrücklich betont — prinzipiellen Gegensatz dieser beiden Annahmen folgendermaßen:

Annahme Wolfke: „Die Wahrscheinlichkeit für die Existenz eines Lichtatoms von einer bestimmten Frequenz ist davon unabhängig, wieviel Lichtatome von der gleichen Frequenz im betrachteten Volumen gleichzeitig vorhanden sind."

Annahme Einstein: „Die Wahrscheinlichkeit einer bestimmten Lage eines Lichtatoms ist von der gleichzeitigen Lage der anderen Lichtatome gleicher Frequenz unabhängig."

Da Herr Wolfke diesen, wie er sagt, so fundamentalen Gegensatz auch weiterhin nur in Worten und nicht in expliziten Formeln formuliert hat, so ist mir natürlich eine nähere Analyse seiner Ausführungen unmöglich. Um aber den an der Frage interessierten Lesern den kritischen Vergleich meiner Ausführungen mit denen von Herrn Wolfke möglichst zu erleichtern, hielt ich mich für verpflichtet, in den obigen Erklärungen das Ergebnis meiner früheren Darlegungen noch einmal kurz zusammenzufassen.

Leiden.

(Eingegangen 8. März 1914.)

AEF.
Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen [1]).

Der Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen stellt die nachfolgenden Entwürfe: XIII. Gewicht. — XIV. Dichte. XV. Formelzeichen des AEF, Liste C. — XVI. Energieeinheit der Wärme gemäß § 4, Abs. 3 seiner Satzung zur Beratung und lädt die beteiligten Vereine ein, ihm das Ergebnis ihrer Beratungen bis Mitte Januar 1915 mitzuteilen. Zur gleichen Frist kann auch jedes Mitglied der beteiligten Vereine sich zu dem Entwurf äußern. Es wird gebeten, von Äußerungen in Zeitschriften dem AEF stets wenigstens einen Abdruck zu senden.

Berlin, Januar 1914. Strecker.

Entwurf XIII. Gewicht.

Der Ausdruck „Gewicht" bezeichnet eine Größe gleicher Natur wie eine Kraft; das Gewicht eines Körpers ist das Produkt seiner Masse in die Beschleunigung der Schwere.

1) Vgl. diese Zeitschr. **15**, 113, 1914.

Erläuterungen

(vgl. die ausführliche Mitteilung in der Elektrot. Zeitschr. **35**, 280, 1914; s. a. Verh. d. D. Physik. Ges. **16**, 170, 1914).

Entwurf XIV. Dichte.

1. Massendichte (spezifische Masse) ist der Quotient der Masse eines Körpers durch sein Volumen.
2. Gewichtsdichte (spezifisches Gewicht) ist der Quotient des Gewichts eines Körpers durch sein Volumen.
3. Dichtezahl (Dichteverhältnis) ist das Verhältnis der Massendichte oder der Gewichtsdichte eines Körpers zu der Massendichte oder der Gewichtsdichte eines Vergleichskörpers. Wenn keine besonderen Gründe dagegen sprechen, ist für feste und flüssige Körper als Vergleichskörper Wasser von 4° C zu wählen.
4. Massenräumigkeit (spezifisches Massenvolumen) ist der Quotient des Volumens eines Körpers durch seine Masse.
5. Gewichtsräumigkeit (spezifisches Gewichtsvolumen) ist der Quotient des Volumens eines Körpers durch sein Gewicht.

Erläuterungen [1])

von Eugen Meyer und Friedrich Auerbach.

Wird die Masse eines Körpers mit m, sein Volumen mit V, Masse und Volumen eines Vergleichskörpers mit m_0, V_0 und die Beschleunigung der Schwere mit g bezeichnet, so werden die fünf festgelegten Begriffe durch folgende Formeln dargestellt:

1. $\frac{m}{V}$

2. $\frac{mg}{V}$

3. $\frac{m}{V}:\frac{m_0}{V_0}=\frac{mg}{V}:\frac{m_0 g}{V_0}$

4. $\frac{V}{m}$

5. $\frac{V}{mg}$.

Für die Begriffe 1 und 2 könnte man auch an die Bezeichnungen Raummasse (Volumenmasse), Raumgewicht (Volumengewicht), für die Begriffe 4 und 5 an Massenvolumen, Gewichtsvolumen denken; doch erscheinen die oben vorgeschlagenen besser.

Im Gegensatz zu den Begriffen 1 und 2, denen eine bestimmte Dimension zukommt, ist der Begriff 3 eine unbenannte Zahl. Seine Einführung neben 1 und 2 könnte auf den ersten Blick vielleicht überflüssig erscheinen; die unbenannte Verhältniszahl ist aber unentbehrlich für die Chemie, weil die vielen an chemischen Stoffen und Lösungen ausgeführten Dichtebestimmungen zum größten Teil als Verhältniszahlen angegeben sind und vielfach aus guten Gründen (z. B. bei Gasen wegen der Beziehungen zum Molekulargewicht) voraussichtlich auch in Zukunft so angegeben werden. Der Zusatz zu der Begriffsbestimmung 3 soll darauf hinwirken, daß jeder Experimentator die von ihm erhaltene Dichtezahl auf Wasser von 4° selbst umrechnet, falls er Wasser von anderer Temperatur beim Vergleichsversuch benutzt hat.

Mit der Einführung der Bezeichnungen „Massendichte", „Gewichtsdichte", „Massenräumigkeit", „Gewichtsräumigkeit" soll es nicht ausgeschlossen werden, die einfachen Ausdrücke „Dichte" und „Räumigkeit" da zu benutzen, wo über ihre Bedeutung, sei es durch eingangs gegebene Erklärungen oder sonst durch den Zusammenhang, kein Zweifel bestehen kann.

1) Im Auszuge. Die vollständigen Erläuterungen finden sich in der Elektrot. Zeitschr. **35**, 280, 1914 und Verh. d. D. Physik. Ges. **16**, 173, 1914.



Entwurf XV. Formelzeichen des AEF.

Liste C.

Nr.	Größe	Zeichen
1	Energie	W
2	Periodendauer	T
3	Kreisfrequenz	ω
4	Frequenz (bei Wechselstrom)	f
5	Spezifischer Widerstand	ϱ
6	Leitwert	G
7	Elektrostatische Induktion	D
8	Dielektrizitätskonstante	ε
9	Gegeninduktivität	M
10	Magnetischer Fluß	Φ

Erläuterungen
von Friedrich Neesen und Max Seyffert.

In der Liste C wird Stellung genommen zu der von der Internationalen Elektrischen Kommission (IEC) vorgeschlagenen Liste von Formelzeichen.

In betreff der ersten Größe — Energie — ist es nicht ratsam, hierfür den Buchstaben A zu benutzen, welcher nach der ersten Liste für die Größe „Arbeit" vorgesehen ist[1]). Denn Arbeit tritt nur auf, wenn eine Änderung der Energie irgendeiner Form erfolgt; Energie ist noch keine Arbeit, drückt vielmehr das Vermögen aus, Arbeit zu leisten (vgl. Verhandlungen des AEF S. 10). Dieser Unterschied muß auch in dem Unterschiede der Bezeichnungen zum Ausdruck kommen. Bei der Wahl schien der Buchstabe W, welcher als Anfangsbuchstabe von Werk eine Beziehung zur Arbeit enthält, zweckmäßig. Die IEC hat dasselbe Zeichen gewählt.

In betreff des zweiten Zeichens T für Periodendauer herrscht schon jetzt beinahe vollständige Übereinstimmung.

Das Zeichen ω für Kreisfrequenz ist im allgemeinen Gebrauch. Derselbe Buchstabe ist vom Ausschuß als Bezeichnung für Winkelgeschwindigkeit festgesetzt. Trotzdem erscheint es nicht notwendig, von der feststehenden Benutzung von ω für beide Größen abzugehen.

Bei der Abwägung der zur Bezeichnung der Frequenz bei Wechselströmen in Frage kommenden Buchstaben erscheint das in Liste A[2]) für Schwingungszahl vorgesehene Zeichen nicht zweckmäßig, weil dasselbe in der Technik für Tourenzahl benutzt wird. Die IEC hat den Buchstaben f gewählt, der frei ist und sich auch als Anfangsbuchstabe von Frequenz empfiehlt. Daß es sich bei dieser Wahl wesentlich nur um die Zwecke der Wechselstromtechnik handelt, so daß ein Zwiespalt mit Schwingungszahl nicht zu befürchten ist, findet seinen Ausdruck durch Hinzufügung der Klammer.

Die übrigen Zeichen entsprechen dem Gebrauche und sind in Übereinstimmung mit der Festsetzung der IEC. Insbesondere empfiehlt sich der Buchstabe ϱ noch wegen der Verwandtschaft mit dem für Widerstand festgelegten Zeichen R. Die IEC hat für Blindwiderstand und Scheinwiderstand die Buchstaben X und Z gewählt; diese aber empfehlen sich nicht wegen der Verwechslung mit Koordinaten. Es ist daher zunächst von Formelzeichen für diese Größen noch abgesehen worden.

Entwurf XVI. Energieeinheit der Wärme.

Die Energieeinheit der Wärme ist das internationale Kilojoule oder die internationale Kilowattsekunde.

1) Das Zeichen A für Arbeit wird voraussichtlich in die Liste B aufgenommen werden.

2) Vgl. diese Zeitschr. **15**, 113, 1914.

Begründung
von Fritz Emde, Eugen Meyer und Karl Scheel.

Es ist eine Folge der Entdeckung des mechanischen Wärmeäquivalents, daß man mechanische Arbeiten und Wärmemengen durch dieselbe Maßeinheit ausdrücken kann. Dies bedeutet in vielen Fällen einen Rechenvorteil, den man sich aber fast gar nicht zunutze gemacht hat. Für die erste Zeit nach der Entdeckung mag sich dies daraus erklären, daß der Zahlenwert des Äquivalents nicht genau genug bekannt war, so daß die Umrechnung oft leicht größere Fehler hätte mit sich bringen können als die Messung. Heute aber fällt dieser Grund weg. Denn das Wärmeäquivalent ist jetzt so genau bekannt, daß es selten möglich sein wird, die Messungsfehler unter die Unsicherheit des Wärmeäquivalents herabzudrücken. Sicherlich hätten deshalb längst viele praktische Rechner für Wärmemengen eine mechanisch definierte Energieeinheit benutzt, wenn sie nicht durch einen anderen Umstand oft genötigt würden, zur Kalorie zurückzukehren: Die Tabellen der Wärmekonstanten liegen noch nicht auf mechanisches Maß umgerechnet vor. Aber es kostet nur eine einmalige verhältnismäßig kleine Mühe, dies Hindernis aus dem Wege zu räumen.

Wenn man nun fragt, für welche mechanische Energieeinheit man sich bei der Umrechnung der Wärmekonstanten entscheiden soll, so kann die Antwort nicht zweifelhaft sein: Nachdem der Vorschlag des AEF, für alle Energieformen als Leistungseinheit das Kilowatt zu benutzen, allseitig Zustimmung und nirgends Widerspruch gefunden hat, so ergibt sich daraus für den AEF die Folgerung, daß er als Wärmeeinheit das Kilojoule oder die Kilowattsekunde vorzuschlagen hat. Statt dessen kann man natürlich auch, wo es bequem ist, dekadische Vielfache oder Teile des Kilojoules benutzen, unter andern das Joule.

Es besteht vielfach die Meinung, daß das Joule keine mechanische, sondern eine elektrische Einheit sei; eine solche Meinung ist irrig und ist nur dadurch hervorgerufen, daß man bei der Entwicklung der Elektrotechnik kein eigentliches elektrisches Energiemaß (wie in der Wärmelehre die Kalorie) schuf, sondern sofort zur mechanischen Energieeinheit überging, was jetzt auch einheitlich für die Wärmelehre angestrebt wird. Tatsächlich besteht nun, wie in dem Bericht über die Äußerungen der Vereine usw. zu Satz I, Nr. 4, ausgeführt ist, ein kleiner Unterschied zwischen dem in der Elektrotechnik gebräuchlichen internationalen Joule (= 1 internationale Wattsekunde) und der mechanischen Einheit 10^7 Erg, der sich aber zurzeit noch nicht genau angeben läßt. Aus rein formellen Gründen wird das internationale Kilojoule als Energieeinheit der Wärme vorgeschlagen, für welches in Satz I, Nr. 4. die Beziehung zur 15°-Kalorie bereits festgesetzt ist; 1 internationales Kilojoule = 0,23865 15° kcal. Umgekehrt ist also die Wärmemenge, die die Temperatur von 1 kg Wasser von 14,5 auf 15,5° erhöht: 1 15°-kcal = 4,190 internationale Kilojoule.

Aber selbst, wenn man das Kilojoule als rein elektrische Energieeinheit ansprechen wollte, würde man seine Berechtigung, als allgemeine Energieeinheit zu dienen, nicht in Frage stellen können. Denn je mehr die elektrischen Meßmethoden überhaupt an Boden gewonnen haben, um so mehr sind auch elektrische Methoden zur Messung von Wärmekonstanten verwendet worden (vgl. z. B. die Messungen der spezifischen Wärme fester Körper in tiefen Temperaturen von Nernst; ferner die Untersuchungen im Münchener Institut für technische Physik über den Wärmedurchgang durch Isoliermaterialien u. a. m.). Es ist aber anzunehmen, daß, wo nicht, wie in manchen Gebieten der Technik, besondere Gründe für die Beibehaltung der Kalorie sprechen, sich das Kilojoule als Energieeinheit auch für Wärmevorgänge leicht einführen wird.

Um den Übergang zu erleichtern, sind in den folgenden Tabellenschematen die verschiedenen Wärmeeigenschaften an Beispielen im mechanischen und teilweise noch vergleichsweise im kalorischen Maße angegeben.

I. Wärmeaufspeicherung.

	Kalorisches Energiemaß	Mechanisches Energiemaß
	1. Spezifische Wärme.	
Aluminium	$0{,}214\ \frac{\text{g-Kal}}{\text{g}\cdot\text{Grad}}$	$0{,}896\ \frac{\text{Joule}}{\text{g}\cdot\text{Grad}}$
Wasser	1 „	4,19 „
	2. Schmelzwärme.	
Aluminium	$77\ \frac{\text{g-Kal}}{\text{g}}$	$323\ \frac{\text{Joule}}{\text{g}}$
Eis	80 „	335 „
	3. Verdampfungswärme.	
Wasser bei 100°	$538\ \frac{\text{g-Kal}}{\text{g}}$	$2{,}254\ \frac{\text{Kilojoule}}{\text{g}}$
	4. Verbrennungswärme.	
Steinkohlengas	$5800\ \frac{\text{g-Kal}}{\text{g}}$	$24{,}3\ \frac{\text{Kilojoule}}{\text{g}}$
„	$5{,}3\ \frac{\text{g-Kal}}{\text{cm}^3}$	$22{,}3\ \frac{\text{Joule}}{\text{cm}^3}$

5. Wasserdampf.

Temperatur	Druck	Energie	Wärmeinhalt	Entropie
0°	$0{,}0063\ \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 0{,}0062\cdot 10^6\ \frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$	$2370\ \frac{\text{Joule}}{\text{g}}$	$2490\ \frac{\text{Joule}}{\text{g}}$	$9{,}13\ \frac{\text{Joule}}{\text{g}\cdot\text{Grad}}$
100°	$1{,}033$ „ $= 1{,}013\cdot 10^6$ „	2510 „	2680 „	7,36 „
200°	$15{,}890$ „ $= 15{,}582\cdot 10^6$ „	2610 „	2810 „	6,48 „

II. Wärmetransport.

1. Wärmeleitung.

	Kalorisches Energiemaß	Mechanisches Energiemaß
Aluminium	$0{,}48\ \frac{\text{g-Kal}}{\text{Grad}\cdot\text{cm}\cdot\text{sec}}$	$2{,}01\ \frac{\text{Joule}}{\text{Grad}\cdot\text{cm}\cdot\text{sec}} = 2{,}01\ \frac{\text{Watt}}{\text{Grad}\cdot\text{cm}}$
Quarz	$0{,}0001\ \frac{\text{g-Kal}}{\text{Grad}\cdot\text{cm}\cdot\text{sec}}$	$0{,}4\ \frac{\text{Millijoule}}{\text{Grad}\cdot\text{cm}\cdot\text{sec}} = 0{,}4\ \frac{\text{Milliwatt}}{\text{Grad}\cdot\text{cm}}$

2. Strahlungsenergie der Hefnerlampe.

Kalorisches Energiemaß	Mechanisches Energiemaß
$0{,}0000215\ \frac{\text{g-Kal}}{\text{cm}^2\cdot\text{sec}}$	$90{,}1\ \frac{\text{Mikrojoule}}{\text{cm}^2\cdot\text{sec}} = 90{,}1\ \frac{\text{Mikrowatt}}{\text{cm}^2}$
3. Strahlungskoeffizient des schwarzen Körpers.	
$1{,}28\cdot 10^{-12}\ \frac{\text{g-Kal}}{\text{Grad}^4\cdot\text{cm}^2\cdot\text{sec}}$	$0{,}0536\ \frac{\text{Mikrojoule}}{\text{Grad}^4\cdot\text{m}^2\cdot\text{sec}} = 0{,}0536\ \frac{\text{Mikrowatt}}{\text{Grad}^4\cdot\text{m}^2}$

(Eingegangen 17. Februar 1914.)

BESPRECHUNGEN.

H. A. Lorentz, A. Einstein u. H. Minkowski, Das Relativitätsprinzip. Eine Sammlung von Abhandlungen. Mit Anmerkungen von A. Sommerfeld und Vorwort von O. Blumenthal. (Fortschritte der mathematischen Wissenschaften in Monographien. Herausgegeben von O. Blumenthal. Heft 2.) gr. 8. 89 S. mit 6 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1913. M. 3.—, gebunden M. 3.80

Als zweites Heft der von O. Blumenthal herausgegebenen „Fortschritte der mathematischen Wissenschaften in Monographien" erscheint eine Sammlung der grundlegenden Abhandlungen von Lorentz, Einstein und Minkowski über das Relativitätsprinzip; das erste Heft, das die beiden größeren Arbeiten Minkowskis über denselben

Gegenstand enthielt, wird dadurch aufs beste ergänzt. Die beiden Abhandlungen von H. A. Lorentz stehen noch nicht auf dem Standpunkte, der die Relativität zum Prinzip erhebt; aber sie enthalten die Elektrodynamik bewegter Körper in einer Gestalt, die sich nicht in den Formeln, sondern nur in ihrer Deutung von der späteren Einsteinschen Theorie unterscheidet. Und es wird noch heute viele geben, die auf diesem Lorentzschen Standpunkte, der durch die „Kontraktionshypothese" gekennzeichnet ist, festhalten. Es folgen dann die bekannten Abhandlungen Einsteins, in denen er die Relativität postuliert und auf Grund der daraus folgenden Kinematik die gesamte Mechanik und Elektrodynamik einer Revision unterwirft. Minkowskis Vortrag „Raum und Zeit" gab der neuen Kinematik ihr mathematisch vollkommenes Gewand; hierzu hat Prof. Sommerfeld eine Reihe von Anmerkungen gefügt, die teils Minkowskis knappe Aussagen erläutern, teils die weitere Entwicklung der Theorie darstellen. Am Schluß ist ein Göttinger Vortrag von Lorentz abgedruckt, in dem dieser seine Stellung zu der Entwicklung klarlegt, die die von ihm begründete Theorie inzwischen genommen hat.

Die Sammlung, die mit einem Bilde Minkowskis geschmückt ist, bildet eine bequeme Quelle zum Studium der Originalabhandlungen.

M. Born.

A. Kalähne, Grundzüge der mathematisch-physikalischen Akustik. II. Teil. (Sammlung mathematisch-physikalischer Schriften. Herausgegeben von E. Jahnke. XI. 2.) gr. 8. X u. 225 S. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1913. M. 5.40, gebunden M. 6.—

Wie schon bei der Besprechung des ersten Teiles[1]) zu konstatieren war, ist auch dieser zweite Teil mit außerordentlicher Gewissenhaftigkeit bearbeitet und kann zu ernstem Einarbeiten in das Gebiet warm empfohlen werden. Die ersten 27 Seiten sind den Grundlagen der Elastizitätstheorie gewidmet, um in sauberer Weise das Verständnis vorzubereiten für die drei folgenden Abschnitte: II. Elementare Theorie der von einer einzigen Koordinate abhängigen Schwingungen und Wellen in kontinuierlichen Medien. Eindimensionale Probleme. III. Theorie der von zwei Raumkoordinaten abhängigen Schwingungen. Eigenschwingungen von Membranen und Platten. IV. Vervollkommnete Theorie für offene gasgefüllte Hohlräume.

Hervorzuheben ist, daß der klug ausgewählte, dann aber auch mathematisch gründlich behandelte Stoff in einer vorzüglichen, prägnanten Darstellung geboten wird, sowohl bei der Entwicklung der Grundbegriffe wie bei der Erläuterung durch Beispiele. Die Tabellen, Figuren und Kurven sind ausgezeichnet durchgearbeitet, so daß hier dem Bedürfnis des Studierenden, sich auch ein quantitatives Bild der Vorgänge zu machen, in dankenswerter Weise entsprochen ist. Das Buch will zu selbständiger Arbeit anregen und stellt durch vielfache Anmerkungen den Kontakt mit neueren Arbeiten auf akustischem Gebiete her.

1) Diese Zeitschr. **12**, 192, 1911.

H. Hörig.

Handbuch der anorganischen Chemie. In vier Bänden. Herausgegeben von R. Abegg † und Fr. Auerbach. Band IV, 2. Abteilung: Die Elemente der 7. Gruppe des periodischen Systems. Lex. 8. X u. 904 S. mit 36 Figuren. Leipzig, S. Hirzel. 1913. M. 26,—, gebunden M. 28.—

Endlich ist nach einer vierjährigen Unterbrechung, die hauptsächlich durch den beklagenswerten Tod Richard Abeggs verursacht worden ist, wieder ein Band des nach seiner Eigenart bereits früher in dieser Zeitschrift (**7**, 334 und 549, 1906; **10**, 720, 1909) charakterisierten Handbuches der anorganischem Chemie, diesmal unter der alleinigen Redaktion von Fr. Auerbach in Berlin erschienen, der Abegg bereits bei der Herausgabe zweier der früher erschienenen Bände zur Seite gestanden hatte.

Der vorliegende Band behandelt die 7. Gruppe des periodischen Systems, also die Elemente Fluor, Chlor, Brom, Jod und Mangan. Fluor und Chlor hat A. Kötz in Göttingen, das Brom und Jod E. Abel in Wien, das Jod in Gemeinschaft mit F. Halla, und das Mangan A. Miolati in Turin bearbeitet. Ein Kapitel über die Verbindungen des sechs- und siebenwertigen Mangans hat O. Sackur in Breslau beigesteuert. Die dem Bande vorausgehende Gruppenübersicht wird von Auerbach und Brauner gegeben. Die wichtigen Abschnitte über die Atomgewichte hat wie bisher stets B. Brauner in Prag und die interessanten Kapitel kolloidchemischen Inhaltes A. Lottermoser in Dresden verfaßt. In der Art der Darstellung und der Auswahl des Materials entspricht der vorliegende Band den früher erschienenen Bänden, nur sind ausnahmsweise beim Mangan auch seine Verbindungen mit anderen Metallen besprochen worden, obwohl die Legierungen sonst erst in dem später erscheinenden allgemeinen Bande eine Stätte finden sollen.

Das Abeggsche Handbuch ist nicht nur für den Chemiker, sondern auch für den Physiker ein durch seine Systematik unentbehrliches, wenn auch nicht „vollständiges" Nachschlagebuch, in dem die Betrachtung der experimentellen Tatsachen von physikalisch-chemischem Standpunkte im Vordergrunde des Interesses steht. Für den Physiker kommen in dem vorliegenden Bande insbesondere die eingehenden Abschnitte über die elektro- und thermochemischen Erscheinungen in Betracht, ferner werden ihn die Darlegungen über den Magnetismus der Manganverbindungen interessieren.

Werner Mecklenburg.

Les Progrès de la Chimie en 1912, Traduction française autorisée des Annual Reports on the Progress of Chemistry for 1912. Vol. IX issued by the Chemical Society, London. Publiée sur l'initiative du Service de Recherches du Laboratoire Municipal de Paris. Traducteurs: D. Florentin, E. Gelin, P. Huchet, M. Drecq, J. Saphores, P. Pourquery. gr. 8. XIV u. 411 S. Paris, Librairie Scientifique A. Hermann et Fils. 1913. Fr. 7.50

Die wissenschaftliche Massenproduktion in der Chemie macht besonders sorgfältig organisierte literarische Sammelwerke nötig. In Deutschland sind wir hierin ziemlich gut daran; wir verfügen über eine

mustergültige Zeitschrift für wöchentliche Berichterstattung, zahlreiche Jahresberichte und Sammelreferate und besitzen wenigstens für die organische Chemie ein vortreffliches Repertorium. In Frankreich bestand lange kaum etwas dergleichen, die Benutzung der deutschen Werke mußte vielfach wohl infolge mangelnder Sprachkenntnisse unterbleiben und so kam es, daß die Berücksichtigung ausländischer Literatur dort recht oft zu wünschen übrig ließ. Es ist eines von den vielen Zeichen eines frischen Zuges im chemischen Leben Frankreichs, daß jetzt auch dort der Sammelliteratur ein lebhafteres Interesse gewidmet wird. Das vorliegende Buch ist von André Kling, dem Direktor des städtischen Untersuchungslaboratoriums zu Paris angeregt worden und soll dem Bedürfnis nach alljährlicher kurzer Berichterstattung auf allen Gebieten der Chemie dienen. Da sich aus mehr äußerlichen Gründen ein eigenes Werk zunächst nicht schaffen ließ, begnügte man sich mit der Übersetzung eines englischen. Wir nachbarlichen Fachgenossen können uns nur darüber freuen, daß nunmehr in Frankreich selbst ein Weg nötig befunden wurde, der dazu beitragen kann, der manchmal geradezu naiven Unkenntnis des Nichteinheimischen daselbst gänzlich ein Ende zu machen. W. Biltz.

Berichtigung.

In der Arbeit:

„Über die Frage, ob sich im absoluten Nullpunkt die Entropie beim Mischen ändert“,

von W. H. Keesom

(diese Zeitschr. **15**, 217, 1914) lese man auf Seite 219 in Formel (6): —*k* log nat .... statt — log nat ....

Tagesereignisse.

Akademische Ferienkurse in Hamburg. Vom 13. Juli bis 22. August finden, wie zum ersten Male im Vorjahre (vgl. diese Zeitschr. **14**, 504, 1913) wieder Ferienkurse statt. Von den angekündigten Vorlesungen dürften die folgenden für unsere Leser von Interesse sein: Hensel (Erlangen): Probleme der neueren deutschen Philosophie; Much (Eppendorf): Führt die Naturwissenschaft unter allen Umständen zum Monismus?; Lenz (Hamburg): Entwicklung und Eigenart der deutschen Universitäten; Winkler (Hamburg): Der Wert der Wissenschaft für die Praxis; Voigt (Hamburg): Die naturwissenschaftlichen Institute in Hamburg; Classen (Hamburg): Unsere Kenntnis vom elektrischen Elementarquantum; Tams (Hamburg): Über einige Fragen der geographischen Verbreitung und der Entstehung von Erdbeben; Behm (Hamburg): Die deutsche Seewarte. Außerdem seien die noch mit Besichtigungen verbundenen Vorträge aus dem Gebiete der Wirtschafts- und Verkehrswissenschaft (Schiffbau, Post-, Telegraphen- und Fernsprechwesen) erwähnt. Nähere Auskunft erteilt die Geschäftsstelle der Akademischen Ferienkurse, Martinistraße 52, Hamburg 20.

Dem Vorlesungsverzeichnis der Frankfurter Akademie für Sozial- und Handelswissenschaften für das Sommersemester ist die Mitteilung vorangestellt, daß die Universität im Oktober d. J. eröffnet wird. Die Akademie wird damit zu bestehen aufhören. Ihre Handelshochschuleinrichtungen bleiben jedoch ungeschmälert erhalten und werden der neuen Universität im Rahmen der wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Fakultät angegliedert. Die Universität wird folgende fünf Fakultäten umfassen: 1. Rechtswissenschaftliche Fakultät, 2. Medizinische Fakultät, 3. Philosophische Fakultät, 4. Naturwissenschaftliche Fakultät, 5. Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Freiburg i. B. Dr. Kurt Heß für Chemie, an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn Dr. Hermann Suida für organische Chemie, an der Böhmischen Universität Prag Dr. Heinrich für Astronomie, an der Universität Wien Dr. Erwin Schroedinger für Physik, an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Richard Löwenherz für Chemie, speziell für Warenkunde.

Ernannt: Dr. William Duane (bisher am Curielaboratorium in Paris) zum Assistant Professor für physikalische Chemie an der Harvard Universität in Cambridge Mass., der Observator an der Universitätssternwarte Berlin-Babelsberg Dr. Leo Courvoisier zum Hauptobservator, Dr. Julius Liebmann zum Observator an dieser Anstalt, der o. Professor für Chemie und Leiter der photochemischen Abteilung an der Universität Moskau Dr. Ivan Stepanovič Plotnikov zum Direktor des Laboratoriums für anorganische, physikalische und Photochemie ebendaselbst.

Berufen: Der ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Darmstadt Dr. Jakob Horn in gleicher Eigenschaft an die Universität Jena.

Verliehen: Dem Assistenten am Kaiser Wilhelm-Institut für Physikalische Chemie in Berlin-Dahlem Dr. Richard Leiser der Titel Professor.

Preise: Die Universität Göttingen verteilte den Preis von 12000 Mark der Otto-Vahlbruch-Stiftung (für Arbeiten, die in den letzten zwei Jahren den größten Fortschritt in den Naturwissenschaften gebracht haben) je zur Hälfte an den Professor der Physik an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Johannes Stark (Entdeckung der Zerlegung von Spektrallinien der chemischen Atome durch die elektrische Kraft) und den Professor der Physik an der Universität Zürich Dr. Max v. Laue (Entdeckung der Interferenz von Röntgenstrahlen an Kristallen).

Gestorben: Der bisherige etatsmäßige Professor für anorganisch-chemische Technologie an der Technischen Hochschule Breslau Fritz Lüty, der ord. Professor der Chemie an der Landwirtschaftlichen Hochschule in Kopenhagen Dr. Odin J. Christensen, der Erfinder der nach ihm benannten Luftbremse Dr.-Ing. George Westinghouse in New York, der Professor der Chemie an der Universität Lemberg Dr. Bronislaw Radziszewski, der frühere Professor für Technische Chemie an der Universität Pittsburgh Dr. Robert Kennedy Duncan, der Assistent für Chemie an der Universität Budapest Dr. Karl Wlassich, der Privatdozent für Vulkanologie und Seismologie an der Universität Neapel und Direktor des Vesuv-Observatoriums Dr. Giuseppe Mercalli.

Angebote.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



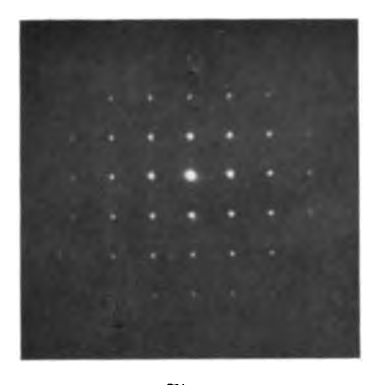


Fig. 3.

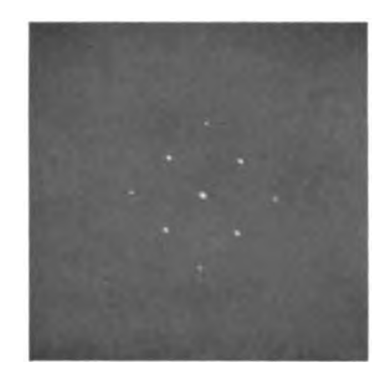


Fig. 4.



Fig. 6.

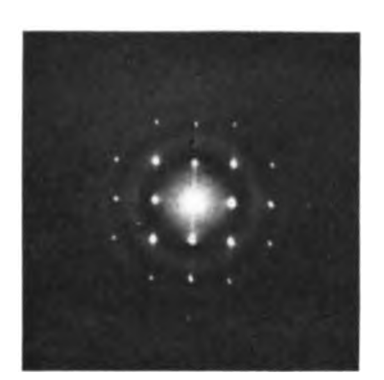


Fig. 7.

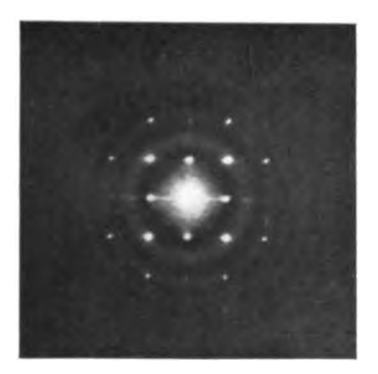


Fig. 8.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

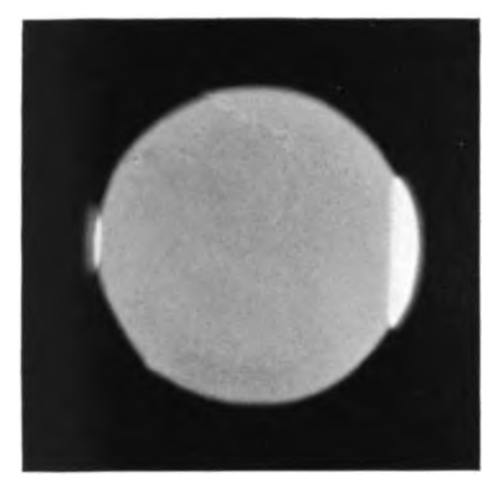




Fig. 1.

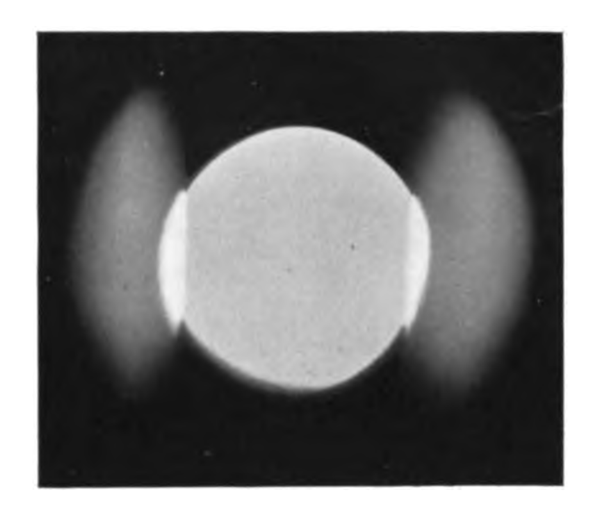


Fig. 2.

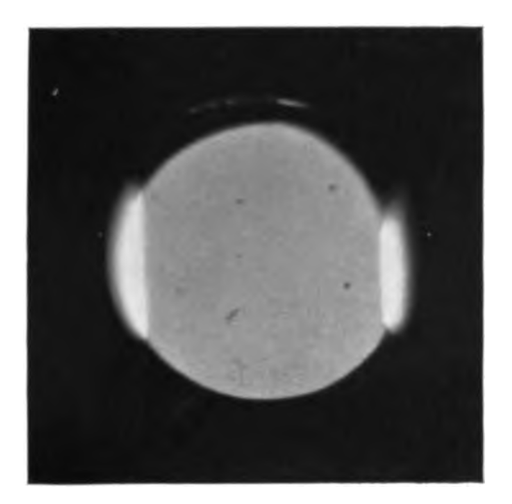


Fig. 3.

J. Laub, Charakteristische Erscheinungen bei der Bestrahlung von Rändern mit Röntgenstrahlen.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 8. 15. April 1914. 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 9 am 18. April 1914.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Verschiebung der Sonnenlinien nach dem roten Ende auf Grund der Hypothesen von Einstein und Nordström.

Von Erwin Freundlich.

In seiner Abhandlung „Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes" (Ann. d. Phys. **35**, 898, 1911) hat Herr A. Einstein zwei Effekte abgeleitet, die der experimentellen Prüfung zugänglich sind und die Annahmen und Folgerungen seiner Theorie stützen sollen. Der eine ist die Ablenkung des Lichtes von der geradlinigen Bewegung beim Passieren eines Gravitationsfeldes und der zweite eine relative Verlagerung der Spektrallinien zweier Spektren, welche in verschieden starken Gravitationsfeldern erzeugt worden sind. Dieser zweite Effekt hat noch wenig Beachtung gefunden, obwohl er schon deshalb besonders interessant ist, weil er auch von Nordström auf Grund seiner Gravitationstheorie gefordert wird, während nach Nordström keine Ablenkung des Lichtes im Gravitationsfelde stattfindet. Einstein hat in seiner Arbeit schon auf die Untersuchungen von L. F. Yewell und Chr. Fabry und H. Buisson hingewiesen, welche eine Verschiebung der Linien des Sonnenspektrums nach dem Roten festgestellt haben, wie es dem zweiten Effekte gemäß der Fall sein müßte. Jene Verfasser haben diese Verschiebungen jedoch als Druckverschiebungen angesprochen.

Nun ist in letzter Zeit eine Arbeit von J. Evershed, dem Direktor des Kodaikanal Observatory, erschienen, betitelt: „A new interpretation of the general displacement of the lines of the solar spectrum towards the red" (Kodaik. Observatory Bulletin, Nr. 36), welche diese Frage in ein neues Stadium deswegen rückt, weil Evershed auf Grund dieser Messungen von ca. 140 Linien des Sonnenspektrums zu dem Resultat gelangt, daß Druckeinflüsse unmöglich bei der allgemeinen Verlagerung der

Linien nach dem Roten in Betracht kommen können. Da Evershed jedoch offenbar keine andere Erklärungsweise für Linienverschiebungen kennt als Verschiebungen durch Druck oder durch Bewegungen im Visionsradius, so bleibt ihm nur die letztere Erklärung für seine Beobachtungen übrig, und er entwickelt eine Theorie, auf Grund welcher gewisse Strömungen in den oberen Schichten der Sonne, die nach innen gerichtet sind, diese Verschiebung der Linien nach dem Roten verursachen sollen. Ich will diese Theorie hier keiner Kritik unterziehen, da die sehr komplizierten Erscheinungen auf der Sonne sehr eingehende Spezialuntersuchungen voraussetzen, ich möchte jedoch darauf hinweisen, daß die von Einstein und Nordström geforderte Linienverschiebung die Messungen von Evershed zwanglos zu deuten erlauben und auch quantitativ die Übereinstimmung eine überraschend gute ist, wenn man die Kleinheit des Effektes bedenkt.

Daß die Druckverhältnisse nicht an der Linienverschiebung schuld sein können, erhellt nach Evershed daraus, daß Linien des gemessenen Bereiches, die absolut verschieden druckempfindlich sind, der Größenordnung und dem Vorzeichen nach gleiche Verschiebungen liefern. Ich gebe hier in der Tabelle I einen Teil der entsprechenden Tabelle von Evershed wieder. In der ersten Kolonne stehen die zugehörigen Wellenlängen der Linien, in der zweiten die gemessenen Verschiebungen (positives Vorzeichen bedeutet Verlagerung nach dem roten Ende zu), und in der dritten Kolonne die Verschiebung, die bei 9 Atm. Druck resultieren müßte. Die Einheit ist 0,001. Man sieht, daß in den Messungen Sonne—Vergleichsspektrum sich nicht der geringste Druckeinfluß offenbart. Die Vergleichung dieser Werte mit den von Fabry und Buisson (Astrophys. Journ. Bd. **31**) gefundenen liefert eine recht gute Übereinstimmung, nur erhalten Fabry und Buisson für solche Linien, die druckempfindlich sind, stärkere negative Werte, wo Evershed entweder ganz kleine negative Verschiebungen findet oder noch schwach positive. Da nun gerade für diese Linien Fabry und Buisson beim Übergang vom Lichtbogen im Vakuum zu einem Lichtbogen unter Atmosphärendruck (der Lichtbogen liefert das Vergleichsspektrum) unsymmetrische Erweiterungen der Linien nach dem Roten zu finden, die zu systematischen Verfälschungen Anlaß geben, so schalten Fabry und Buisson nach einer eingehenden Diskussion diese Linien aus der weiteren Verwendung für die Druckbestimmung aus und leiten auf Grund der Rotverschiebung der übrigen Linien einen Druck von ca. 4—5 Atm. für die umkehrende Schicht in der Sonne ab. Evershed beanstandet nun diese Folgerungen, weil bei seiner Versuchsanordnung speziell bei seinem Lichtbogen auch die von Fabry und Buisson beanstandeten Linien fein und scharf definiert sind, so daß kein Grund vorliegt, dieselben auszuschalten; da vielmehr bei seinen Messungen diese Linien keine Ausnahmewerte liefern, obwohl sie besonders druckempfindlich sind, so kommt er zu dem wichtigen Ergebnis, daß die gemeinsame Verschiebung der Linien nach dem roten Ende zu nicht durch Druck hervorgerufen sein kann, daß vielmehr, wie eine eingehende Diskussion zeigt, in der umkehrenden Schicht ein Druck herrschen muß, der kleiner als eine Atmosphäre ist, so daß die Linien im Gegenteil ein wenig nach dem violetten Ende hin verschoben sein müßten. Um die in der Tat beobachteten Verschiebungen nach dem Roten hin zu deuten, nimmt Evershed Bewegungen der Schichten in der Visionslinie an; ich möchte hier jedoch darauf hinweisen, daß der von Einstein und Nordström vermutete Effekt ebenso zwanglos die Erscheinungen zu erklären vermag.

Wenn man die Linien in drei Gruppen zusammenfaßt und nur die weniger druckempfindlichen Linien berücksichtigt, so erhält man die in Tabelle II wiedergegebenen Werte für die gemessenen mittleren Verschiebungen, neben welche ich die aus der Einsteinschen Formel folgenden gesetzt habe. Der dritte Wert in der zweiten Kolonne stimmt übrigens nicht ganz mit dem von Evershed abgeleiteten Wert überein, weil ich ein oder zwei Werte, die Evershed selbst als unzuverlässig bezeichnet, fortgelassen habe. Bei Evershed steht dafür 0,0089. Fabry und Buisson haben für zwei entsprechende

Tabelle I.

λ Rowland	Sonne—Vergleichsspektrum	Druckverschiebung bei 9 Atm. Druck
4071,908	+ 5	+ 21
4132,235	+20	+ 22
4144,038	+14	+ 20
4181,919	+ 3	+ 22
4187,204	+ 7	+111
4187,943	+ 8	+108
4191,595	— 1	+110
4199,267	+10	+ 32
4202,198	+17	+ 15
4219,516	+15	+ 26

Tabelle II.

Mittl. Wellenlänge der Gruppe λ_m	Verschiebung, gemessen nach Evershed	Verschiebung nach Einstein
4040	+0,0078	+0,0081
4500	+0,0071	+0,0090
5170	+0,0093	+0,0103

Gruppen die in Tabelle III angegebenen Werte gemessen.

Tabelle III.

λ_m	gemessen	nach Einstein
4250	+0,0062	+0,0085
5300	+0,0103	+0,0106

Wenn auch die gute Übereinstimmung noch keine zwingenden Schlüsse gestattet, da der vermessene Spektralbereich zu klein ist, so scheint mir doch eine Deutung der Beobachtungen auf Grund der Einsteinschen Hypothese nicht minder möglich als auf Grund der Hypothese von Evershed, der nach innen gerichtete Strömungen annimmt, deren Dopplereffekt zu den gemessenen Linienverschiebungen Veranlassung gibt, wenn auch noch weitere Gesichtspunkte für ihn bei der Entwicklung seiner Überlegungen maßgebend waren. Vielleicht wird eine andere bisher noch nicht aufgeklärte Erscheinung die Entscheidung über die mögliche Deutung der Beobachtungen liefern. Halm hat nämlich (Astr. Nachr. Bd. **173**) nachgewiesen, daß die Verschiebung der Linien nach dem roten Ende hin gegen den Rand der Sonne anwächst. Wenn man nun annimmt, daß die Linien am Rande der Sonne tieferen Schichten entspringen, wie das z. B. Halm in der Tat voraussetzt, so müssen dieselben auch, da sie auf dem Wege zur Erde einen stärkeren Potentialabfall erleben, stärker nach dem Roten hin verschoben sein. Evershed kann natürlich mit seiner Strömungshypothese diese Zunahme der Verschiebung nach dem Rande hin nicht ohne weiteres erklären, er kündet aber an, daß er in einer späteren Abhandlung auch dieser Erscheinung gerecht zu werden hofft, jedenfalls aber nachweisen könne, daß auch hier Druckeinflüsse nicht maßgebend seien. Nach seinen Andeutungen soll ein direkter Einfluß der Erde diese Rotverschiebung am Rande der Sonne hervorrufen; dann bleibt es jedoch rätselhaft, warum sich ein entsprechender Einfluß der übrigen Planeten nicht bemerkbar macht, der ebenso groß, wenn nicht größer sein könnte und Perioden hätte, die Schwankungen der Linienverschiebungen im Laufe des Jahres verursachen müßten, was nicht beobachtet ist. Jedenfalls muß man den von Einstein und Nordström vermuteten Effekt bei solchen Messungen stets mit in Rechnung ziehen, da der unzweifelhafte Nachweis seiner Existenz von großer Wichtigkeit wäre und bisher keine andere Möglichkeit besteht, denselben nachzuweisen. Das vorhandene Material scheint in der Tat die theoretischen Vermutungen zu stützen.

Neubabelsberg, Kgl. Sternwarte, 26. März 1914.

(Eingegangen 28. März 1914.)

Über die Relativität der Beschleunigungen in der Mechanik.

Von H. Reißner, Charlottenburg.

Das Relativitätspostulat kann für beschleunigte Bewegungszustände, soweit ich sehe, nach zwei Richtungen erweitert werden, nämlich durch die zwei wesentlich voneinander verschiedenen Forderungen:

1. Es soll die in der Newtonschen Mechanik geltende vollkommene Äquivalenz zwischen äußeren Kräften (insbesondere den Schwerkräften) und den Trägheitskräften, auch im Bereich elektromagnetisch-optischer und thermodynamischer Erscheinungen durchgeführt werden (Einsteinsche Äquivalenzhypothese).

2. Es soll verlangt werden, daß nicht nur absolute Geschwindigkeit, sondern überhaupt absolute Bewegung, insbesondere Beschleunigung unerkennbar sein soll. Die Forderung ist schon von Mach aufgestellt, aber bisher noch nicht durchgeführt worden, vielmehr haben neuere Forscher mehrfach die Berechtigung eines solchen Postulats entschieden bestritten.

Ich möchte nun demgegenüber zeigen, daß die Durchführung dieses letzteren Postulats sich sehr einfach gestalten läßt, wobei zwar die Grundlagen der Newtonschen Mechanik, aber nicht merklich deren Ergebnisse geändert werden.

Für diese erste Orientierung soll nur von Massenpunkten die Rede sein, obgleich es später nötig sein wird, die Ergebnisse durch Grenzübergang aus einem Kontinuum zu stützen.

Es sollen ferner alle Geschwindigkeiten als klein gegen die Lichtgeschwindigkeit angesehen werden, so daß solche Fragen, wie die Fortpflanzung der Wechselwirkung von Massen, durch den leeren Raum nicht auftreten.

Ich gehe zur Begründung einer beschleunigungsrelativen Mechanik folgendermaßen vor:

1. Es hat keinen Sinn von einer Beschleunigung oder von einer kinetischen Energie eines unabhängigen Massenpunktes zu sprechen, dagegen hat folgende Aussage einen Sinn:

Die kinetische Energie in beschleunigungsrelativer Form.

Zwei Punkte mit den gravitierenden Massen m_1 und m_2 in der Entfernung r voneinander besitzen eine kinetische Energie, die proportional dem Produkt der beiden Massen, ferner eine quadratische Funktion ihrer Gegengeschwindigkeit $\dot{r}$ ist und die zunächst auch den Abstand r enthalten darf. Also:

$$T = m_1 m_2 \dot{r}^2 f(r). \qquad (1)$$

Es soll dann der Energiesatz für dieses abgeschlossene System von zwei Massenpunkten gelten, nämlich:



$$T - U = \text{const}, \tag{2}$$

wo $-U$ die potentielle Energie der Gravitation dieser beiden allein auf der Welt vorhanden gedachten Massen und

$$U = \gamma \frac{m_1 m_2}{r} \tag{3}$$

In diesem Ansatz liegt schon die Aussage, daß ein einzelner Massenpunkt weder potentielle noch kinetische Energie besitzt, wenn nämlich m_1 oder $m_2 = 0$ wird.

Energiesatz (3) liefert nun:

$$\dot{r}^2 f(r) - \gamma r^{-1} = \text{const}$$

$$\dot{r}^2 = \frac{\gamma}{r f(r)} + \frac{\text{const}}{f(r)}.$$

Da nun die Geschwindigkeit $\dot{r}$ bei unendlich großem Abstand der beiden Massen jeden beliebigen endlichen, vorgeschriebenen Wert muß annehmen können, muß $f(r)$ entweder sich asymptotisch im Unendlichen einer Konstanten nähern oder überhaupt eine Konstante sein. Es liegt zunächst kein Grund vor, diese letztere einfachste Annahme nicht zu machen und wir setzen also

$$T = \delta m_1 m_2 \dot{r}^2$$

und nach dem Energiesatz:

$$\dot{r}^2 = \frac{\gamma}{\delta r} + \frac{\text{const}}{\delta}.$$

$\dot{r}_\infty = \sqrt{\frac{\text{const}}{\delta}}$ ist also die Gegengeschwindigkeit, welche die beiden Massen bei der angenommenen Anfangsbedingung (des Wertes der Konstante) bei sehr großer Entfernung voneinander annehmen würden.

Die Gesamtenergie zweier Massen ist also hier getrennt worden in eine potentielle und eine kinetische Energie. Ob und wie diese Energieformen bei Geschwindigkeiten, die mit der Lichtgeschwindigkeit von derselben Größenordnung sind, zu einem einzigen Ausdruck, analog demjenigen der Relativitätstheorie vereinigt werden können, kann rein mechanisch wohl nicht ermittelt werden.

Die Kraft in beschleunigungsrelativer Form.

Aus dem Energieausdruck (2) soll die Bewegungsgleichung zwischen zwei allein existierenden Massenpunkten abgeleitet werden in der Lagrangeschen Form:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial}{\partial \dot{r}}(T-U)\right] - \frac{\partial}{\partial r}(T-U) = 0.$$

Dieser Ausdruck kann zerlegt werden in den Beitrag der Gravitationskraft

$$K_g = \frac{\partial U}{\partial r}$$

und den Beitrag der Trägheitskraft

$$K_t = \frac{d}{dt}\left(\frac{dT}{d\dot{r}}\right) - \frac{\partial T}{\partial r} = {}^1/_2\, \delta m_1 m_2 \ddot{r}. \tag{4}$$

Dieses erst durch das Vorhandensein von mindestens zwei Massen bedingte Bewegungsgesetz lautet demnach:

Zwei Massenpunkte (wenn sie allein auf der Welt existierten) setzen einer Gegenbeschleunigung $\ddot{r}$ einen Widerstand entgegen vom Betrage ${}^1/_2\, \delta m_1 m_2 \ddot{r}$.

Dagegen hat es keinen Sinn von einer Beschleunigung dieser Punkte in irgendeiner anderen Richtung zu sprechen.

Oder wenn man will, kann man auch sagen, daß eine Kraft in irgendeiner anderen Richtung nicht entstehen kann.

Oder schließlich der Raum zweier Massenpunkte ist eindimensional.

Der Raum wird erst mehrdimensional durch das Hinzutreten von anderen Massenpunkten, bzw. es werden Beschleunigungen und Geschwindigkeiten in anderer Richtung als der der Verbindungslinie der zwei ersten Massenpunkte erst bemerkbar bei Vorhandensein weiterer Massen.

Um nun weiter zu kommen, sei die einfachste Annahme gemacht, daß beim Hinzukommen weiterer Massenpunkte nicht nur die Gravitationskräfte, sondern auch die Trägheitskräfte sich geometrisch addieren.

Aus dieser Annahme wird dann die allgemeine Massenträgheit und insbesondere das Newtonsche Bewegungs- und Trägheitsgesetz in einer Form fließen müssen, die letzteres als eine außerordentlich gut angenäherte Aussage des beschleunigungsrelativen Bewegungs- und Trägheitsgesetzes erkennen lassen muß.

Zur Aufstellung eines solchen Gesetzes muß nun jetzt ein Koordinatensystem gewählt werden, das irgendwie gegen die vorhandenen, übrigens sehr zahlreich angenommenen Massenpunkte festgelegt wird. Es soll dann die folgende Frage beantwortet werden:

Gibt es in der oben angesetzten beschleunigungsrelativen Mechanik ein Koordinatensystem, für welches das Newtonsche Bewegungsgesetz wenigstens mit genügend großer Annäherung gilt und welches also bisher für ein absolutes gehalten wurde?

Die resultierende Trägheitskraft in der Richtung der X-Achse an einem Massenpunkt mit der Masse m_1 und den Koordinaten $x_1\ y_1\ z_1$ infolge der Wirkung der anderen Massen $m_2 \cdots m_n \cdots m_r$ hat nach unserem Ansatz den Wert:

$$X = m_1 \delta \Sigma m_n \ddot{r}_{1n} \frac{x_n - x_1}{r_{1n}}. \tag{4a}$$

Drücken wir r_{1n} und $\ddot{r}_{1n}$ durch die Koordinaten aus, so ergibt sich:



$$\ddot r_{n1} = \frac{1}{r_{n1}}\left[(\dot x_n - \dot x_1)^2 + \cdots + (x_n - x_1)(\ddot x_n - \ddot x_1) + \cdots\right] - \frac{1}{r_{n1}^3}\left[(x_n - x_1)(\dot x_n - \dot x_1) + \cdots\right]^2.$$

Legen wir den Anfangspunkt des Koordinatensystems für den betrachteten Augenblick in bzw. auf Ort und Geschwindigkeit mit m_1 zusammen und trennen wir diesen Ausdruck in einen Anteil, der den Faktor $\ddot x_1$ enthält und einen Ausdruck, der alle übrigen Glieder enthält, so gewinnen wir die Trägheitskraft in der Form:

$$\left.\begin{aligned} X = &- m_1 \ddot x_1 \delta \Sigma m_n \frac{x_n^2}{r_{n1}^2} \\ &- m_1 \ddot y_1 \delta \Sigma m_n \frac{x_n y_n}{r_{n1}^2} - m_1 \ddot z_1 \delta \Sigma m_n \frac{x_n z_n}{r_{n1}^2} \\ &+ m_1 \delta \Sigma m_n \frac{\ddot r_{n0} x_n}{r_{n1}^2}. \end{aligned}\right\} \quad (4b)$$

Wir haben also jetzt ein Koordinatensystem, dessen Anfangspunkt in Ort und Geschwindigkeit mit Punkt 1 mitgeht, aber gegen diesen die Beschleunigungen $\ddot x_1$, $\ddot y_1$, $\ddot z_1$ besitzt, $\ddot r_{n0}$ soll dann die Entfernungsbeschleunigung des Punktes n gegen diesen Koordinatenanfangspunkt bedeuten.

Die gewöhnlichen Newtonschen Bewegungsgleichungen in den drei Achsen gelten dann, wenn die folgenden Gleichungen genau oder mit genügend großer Näherung erfüllt sind:

$$\Sigma m_n \frac{x_n y_n}{r_{n1}^2} = \Sigma m_n \frac{x_n z_n}{r_{n1}^2} = \Sigma m_n \frac{y_n z_n}{r_{n1}^2} = 0 \quad (5)$$

$$\delta \Sigma m_n \frac{x_n^2}{r_{1n}^2} = \delta \Sigma m_n \frac{y_n^2}{r_{n1}^2} = \delta \Sigma m_n \frac{z_n^2}{r_{n1}^2} = 1 \quad (6)$$

$$\Sigma m_n \frac{\ddot r_{n0} x_n}{r_{n1}^2} = \Sigma m_n \frac{\ddot r_{n0} y_n}{r_{n1}^2} = \Sigma m_n \frac{\ddot r_{n0} z_n}{r_{n1}^2} = 0. \quad (7)$$

Die Gl. (5) werden erfüllt sein, wenn die Massenverteilung der leuchtenden und nichtleuchtenden Himmelskörper gewisse Polarsymmetrie besitzt.

Die Gl. (6) geben die Bedeutung der Konstante δ, wenn man setzt

$$\sum \frac{m_n x_n^2}{r_{n1}^2} = \frac{1}{3} \sum m_n \frac{x_n^2 + y_n^2 + z_n^2}{r_{n1}^2} = \frac{1}{3} \sum m_n$$

in der Beziehung

$$\delta = \frac{1}{\frac{1}{3}\sum m_n}$$

und lassen erkennen, daß nach diesen Ansätzen die Proportionalität zwischen träger und gravitierender Masse gewahrt ist.

Die Kleinheit der Konstante δ des Wechselwirkungsgesetzes der Trägheit erklärt, daß zwar je zwei Massen ihrer Gegenbeschleunigung widerstehen, daß diese Wirkung aber unmeßbar klein gegenüber der Trägheitskraft aller übrigen Massen ist.

Andererseits zeigt der Wert von $\delta = \frac{3}{\Sigma m}$, daß Gl. (4) kein eigentliches Elementargesetz ist, da bei der Wechselwirkung zwischen je zwei Massen alle übrigen Massen einen Einfluß auf δ haben. Dagegen erscheint das Newtonsche Gravitationsgesetz mit einem festen Wert der Gravitationskonstante γ, der von der Anwesenheit der übrigen Massen unabhängig ist, als wahres Elementargesetz.

Allerdings kann man dies Verhalten auch umkehren. Wenn man z. B. die Massen im Gravitationsmaß einführt, so muß man die kinetische Energie $T = \frac{\delta}{\gamma} m_1 m_2 \dot r^2$ schreiben, und dann würde sich ergeben $\frac{\delta}{\sqrt{\gamma}} = \frac{1}{3 \Sigma m}$. Man könnte dann δ als von der Zahl der Massen unabhängige Konstante und γ als abhängig von Σm betrachten.

Die oben auseinandergesetzte Auffassung der Massenträgheit braucht sich zwar in ihren Konsequenzen nicht merklich von der Newtonschen zu unterscheiden; sie erfüllt aber die Machsche Forderung der Unfeststellbarkeit von Beschleunigung gegen den leeren Raum, insbesondere gibt sie auf den Einwand der Absolutmechaniker, daß die Zentrifugalkräfte der Rotation von Körpern einen Nachweis absoluter Rotation ergäben, die folgende Antwort:

Einesteils entsprechen diesen Zentrifugalkräften gleich große und entgegengesetzte Zentrifugalkräfte, die auf alle übrigen Massen der Welt verteilt sind, so zwar, daß ganz dieselben Kräfte und Gegenkräfte entständen, wenn wir den rotierenden Körper in Ruhe und den Fixsternhimmel rotierend dächten. Zwischen beiden Bewegungsvorstellungen ist eben nach den oben durchgeführten Ansätzen kein Unterschied.

Merkliche Zentrifugalkräfte entstehen immer dann, wenn ein Körper gegen eine gewisse Mittellage aller anderen Körper rotiert. Er übt dann auf jeden anderen Körper Zentripetalkräfte aus, aber diese sind wegen ihrer Verteilung auf alle Massen der Welt unmerklich.

Die drei Gleichungen (7) bestimmen für jeden Punkt des Raumes und jeden Augenblick das Verhalten dreier Inertialebenen gegen die Massen der Welt, und zwar genau genommen für jeden Punkt und für jeden Augenblick anders, da die Massen der Welt durcheinander beschleunigt sind.

Jedoch folgt wohl aus astronomisch-statistischen Überlegungen, daß die räumlichen und zeitlichen Veränderungen für irdisch sehr große Räume und Zeiten unmerklich sind.

Um noch weiteres über die Bestimmung des beschleunigungsrelativen Inertialsystems aussagen zu können, wird es nötig sein, die Trägheitsdrehmomente auf einen kleinen Körper nach den obigen Ansätzen zu untersuchen und den Eulerschen Kreiselgleichungen der beschleunigungsabsoluten Mechanik gegenüberzustellen.

Die kinetische Energie des Massenpunktes und das Linienelement des Raumes.

Das Trägheitsgesetz für einen Massenpunkt kann aus der Nullsetzung der Trägheitskraft K_t gefolgert werden. Bequemer ist es aber, den Erhaltungssatz der Energie hierbei zu benutzen. Der Energiesatz liefert nach Gl. (2)

$$T - U = \text{const.}$$

$$\Sigma\Sigma m_r m_s (\delta \dot{r}^2_{rs} - \gamma r^{-1}_{rs}) = \text{const.}$$

und soll nun eine Aussage für den Massenpunkt m_1 liefern. Zu dem Zweck schreiben wir diese letzte Gleichung wie folgt:

$$m_1 \sum m_s (\delta \dot{r}^2_{1s} - \gamma r^{-1}_{1s}) + \\ + \sum_2 \sum_2 m_r m_s (\delta \dot{r}^2_{rs} - \gamma r^{-1}_{rs}) = \text{const.},$$

wo in der zweiten Summe der Index 1 nicht mehr auftritt.

Da man die Wirkung der Trägheit allein ohne die Gravitation auf den Massenpunkt m_1 haben will, dürfen wir im ersten Gliede den Summand γr^{-1}_{1s} fortlassen und erhalten:

$$m_1 \delta \sum m_s \dot{r}^2_{1s} = \\ = -\sum\sum m_r m_s (\delta \dot{r}^2_{rs} - \gamma r^{-1}_{rs}) + \text{const.}$$

Das erste Glied der rechten Seite bedeutet die Gesamtenergie (Gravitations- und kinetische) aller übrigen Massen und darf wegen der geringen Bedeutung des Teilchens m_1 für die übrige Welt konstant gesetzt werden.

Drückt man ferner r_{1s} in kartesischen Koordinaten aus, so schreibt sich die obige Gleichung

$$m_1 \delta \sum m_s \frac{[(x_s - x_1)(\dot{x}_s - \dot{x}_1) + (y_s - y_1)(\dot{y}_s - \dot{y}_1) + (z_s - z_1)(\dot{z} - \dot{z}_1)]^2}{r^2_{s_1}} = \text{const.}$$

oder nach Herausziehung von $\dot{x}_1^2$, $\dot{x}_1$, $\dot{y}_1^2$ usw. aus den betreffenden Summen:

$$\left.\begin{aligned} m_1 \delta \Big[\dot{x}_1^2 \sum \frac{m_s (x_s - x_1)^2}{r^2_{s_1}} + \dot{y}_1^2 \sum \frac{m_s (y_s - y_1)^2}{r^2_{s_1}} + \dot{z}_1^2 \sum \frac{m_s (z_s - z_1)^2}{r^2_{s_1}} + \\ + 2\dot{x}_1 \dot{y}_1 \sum m_s \frac{(x_s - x_1)(y_s - y_1)}{r^2_{s_1}} + 2\dot{x}_1 \dot{z}_1 \sum m_s \frac{(x_s - x_1)(z_s - z_1)}{r^2_{s_1}} + \\ + 2\dot{y}_1 \dot{z}_1 \sum m_s \frac{(y_s - y_1)(z_s - z_1)}{r^2_{s_1}} \\ - 2\dot{x}_1 \sum m_s \frac{\dot{x}_s (x_s - x_1)^2 + \dot{y}_s (y_s - y_1)(x_s - x_1) + \dot{z}_s (z_s - z_1)(x_s - x_1)}{r^2_{s_1}} \\ - 2\dot{y}_1 \sum m_s \frac{\dot{y}_s (y_s - y_1)^2 + \dot{z}_s (z_s - z_1)(y_s - y_1) + \dot{x}_s (x_s - x_1)(y_s - y_1)}{r^2_{s_1}} \\ - 2\dot{z}_1 \sum m_s \frac{\dot{z}_s (z_s - z_1)^2 + \dot{x}_s (x_s - x_1)(z_s - z_1) + \dot{y}_s (y_s - y_1)(z_s - z_1)}{r^2_{s_1}}. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Multipliziert man diesen Ausdruck mit dem Quadrat des Zeitelements dt^2, so entsteht eine homogene quadratische Funktion der vier Größen dx, dy, dz, dt mit Koeffizienten g_{xy}, g_{xt} usw., die Funktionen des Ortes sind und man bemerkt die Gleichartigkeit dieser Funktion mit dem Linienelement des Einstein-Großmannschen Gravitationsraumes. Dieser Ausdruck geht nur dann in den der Newtonschen Mechanik über, $m_1 \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = \text{const.}$, wenn, wie in Gl. (6),

$$\delta \sum m_s \frac{(x_s - x_0)^2}{r^2_{s_0}} = \delta \sum m_s \frac{(y_s - y_0)^2}{r^2_{s_0}} = \\ = \delta \sum m_s \frac{(z_s - z_0)^2}{r^2_{s_0}} = 1$$

und die übrigen Faktoren gleich Null gesetzt wird.

Letzteres wird zwar aus statistischen Gründen im Verhältnis zu den ersteren Faktoren mit sehr großer Annäherung, aber immerhin nicht genau zutreffen.

Man kann nun entweder, wie es hier bisher geschehen ist, diese Abweichungen der Bewegung des Massenpunktes von der Bewegung der beschleunigungsabsoluten Mechanik dem Trägheitseinfluß der übrigen Massen zuschreiben oder man kann die Schuld an diesem abweichenden Verhalten der geometrischen Struktur des leeren Raumes in die Schuhe schieben.

Analog hat ja H. A. Lorentz die Kontraktion der Körper und die Gangänderung der

Uhren bei Geschwindigkeitsänderung den elektromagnetischen, ponderomotorischen Kräften zugeschrieben, während Einstein und Minkowski die Eigenschaften der Raum — Zeitwelt dafür verantwortlich gemacht haben.

Es scheint mir, daß Herr Einstein bei dem Ansatz[1]) des Linienelements des Gravitationsraumes auch weiterhin für die beschleunigungsrelative Physik, die Absicht hatte, den Einfluß des Gravitationsfeldes durch rein geometrischen Eigenschaften der Raum — Zeitwelt auszudrücken und daß mein obiger Ansatz (8) der kinetischen Energie des Massenpunktes, der mit Einsteins Hamiltonscher Funktion H und dem Linienelement ds des Raumes der verallgemeinerten Relativitätstheorie der Form nach[1]) übereinstimmt und deren Koeffizienten $g_{\mu\nu}$ als Funktionen der Koordinaten angibt, ein erstes physikalisches Beispiel für ein solches nichteuklidisches Linienelement liefert.

Wird Ausdruck (8) als Linienelement aufgefaßt, dann wird damit zwar die Isotropie des Raumes aufgegeben, dagegen das bisherige Trägheitsgesetz der gleichförmigen Bewegung in kürzester Bahn bei Abwesenheit von Kräften aufrecht erhalten.

Es wäre dann so, als ob der Raum und seine geometrischen Eigenschaften erst durch die Anwesenheit der Massen erzeugt würde und die Koeffizienten der resultierenden Geschwindigkeit (8) bei Einstein $g_{\mu\nu}$ die Art der Längen- und Zeitmessung in jedem Punkte vorschreiben.

Die oben gegebenen Ansätze enthalten in ihren Koeffizienten die Abstände entfernter Massenpunkte und sind also zunächst auf der Vorstellung einer Fernwirkung aufgebaut.

Es erscheint nun offenbar wünschenswert, die Massenträgheit auch vom Standpunkt der Feldwirkung darzustellen ohne explicite Kenntnis der Lage und relativen Bewegung der entfernten Massen. Dazu wäre es nötig, die Koeffizienten der lebendigen Kraft (8) (bei Einstein $g_{\mu\nu}$) als Integrale von Differentialgleichungen (erweiterten Laplaceschen) darzustellen. Wie dem auch sei, jedenfalls ist es nicht das Gravitationspotential allein, welches hierbei in Betracht kommt, denn die Koeffizienten von der Form $\sum m \frac{xy}{r^2}$ sind nicht aus dem Potential $\sum \frac{m}{r}$ ableitbar wie daraus hervorgeht, daß zu einem und demselben Gravitationspotential $\sum \frac{m}{r}$ sehr verschiedene Werte von $\sum m \frac{xy}{r^2}$ durch geeignete Massenverteilungen konstruiert werden können.

1) A. Einstein und M. Großmann, Entwurf einer verallgemeinerten Relativitätstheorie und einer Theorie der Gravitation, 1913 (Teubner), S. 7.

Nach Einstein dürften sie überhaupt nicht aus einer skalaren Funktion ableitbar sein.

Was hier über Trägheitskräfte ponderabler Massen zu formulieren versucht wurde, das wird sicher auch für alle Kräfte, z. B. für die ponderomotorischen Kräfte an elektrischen Ladungen gefordert werden müssen. Es werden also auch die Maxwellschen elektromagnetischen Gleichungen so ausgesprochen werden müssen, daß ein einzelnes Elektron durch sein eigenes Feld allein keine Wirkungen erfährt, sondern erst bei Anwesenheit entweder von anderen elektrischen Ladungen oder von ponderablen Massen. Ist dies vielleicht auch Herrn Einsteins erwünschtes Nebenergebnis gewesen, als er Lichtgeschwindigkeit und Gravitationspotential bis auf eine Konstante gleich setzte? Diese Konstante müßte dann freilich bei einem isolierten elektrischen Teilchen Null werden dürfen, so daß bei Abwesenheit von gravitierenden Massen die Maxwellschen Gleichungen keinen Inhalt mehr haben.

Die vorstehende Skizze stellt freilich nur denjenigen Teil der Beschleunigungsrelativität dar, der sich auf die Mechanik allein bezieht. Die weiteren Postulate, daß absolute Beschleunigung auch nicht optisch, elektrisch, thermodynamisch und elastisch festgestellt werden kann und daß auch durch letztere Mittel Trägheitskräfte von Schwerekräften nicht unterscheidbar sind, werden diese Erweiterung der Relativitätstheorie erst wahrhaft fruchtbar machen, mit einem Erfolge, dem man meiner Meinung nach mit der größten Spannung entgegensehen muß.

(Eingegangen 21. März 1914.)

Über den Energiesatz in der Gravitationstheorie.

Von Gunnar Nordström.

In einem Aufsatz in dieser Zeitschrift, wo Herr Gustav Mie die Einsteinsche Gravitationstheorie behandelt[1]), äußert er sich auch über die von mir entwickelte Theorie[2]) und behauptet, in derselben einen Widerspruch mit dem Energiesatz zu finden. Herr Mie stützt seine Behauptung auf die untenstehende Formel (a), die er aus den Grundsätzen seiner Theorie[3]) ableitet, von welcher Formel er aber behauptet, daß sie in jeder Gravitationstheorie gelten müsse, in welcher der Energiesatz die richtige Form hat. Ich werde indessen zeigen, daß der Miesche Beweis für die Formel keineswegs von besonderen Voraussetzungen frei ist, und daß es ganz natürlich ist, daß sie in meiner

1) G. Mie, diese Zeitschr. **15**, 115 und 169, 1914.
2) G. Nordström, diese Zeitschr. **13**, 1126, 1912; Ann. d. Phys. **40**, 856, 1913, zitiert als I; Ann. d. Phys. **42**, 533, 1913, zitiert als II.
3) G. Mie, Ann. d. Phys. **40**, 25, 1913.



Theorie nicht gilt. Damit wird dem Mieschen Einwand gegen meine Theorie der Grund entzogen. Ich benutze zugleich die Gelegenheit, um den Energiesatz im Zusammenhang mit meiner Gravitationstheorie etwas näher zu behandeln.

Die Formel, worauf Herr Mie sich stützt, lautet:

$$-g \cdot \nu = \frac{\partial H}{\partial \Phi}. \qquad \text{(a)}$$

Bei Anwendung auf meine Gravitationstheorie bedeutet hier ν die Ruhmassendichte und g den Gravitationsfaktor. g ist in meiner neuen Theorie eine Funktion des Gravitationspotentials Φ

$$g = \frac{c^2}{\Phi + A} = \frac{c^2}{\Phi'}.$$

In den Mieschen Bezeichnungen hat man für g

$$g = \frac{\varkappa}{1 - \varkappa\omega},$$

wo $\varkappa$ die Gravitationskonstante ist. Der Mieschen Größe H entspricht in meiner Theorie die Größe

$$\Psi + \frac{1}{2}\left\{(\nabla \Phi)^2 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)^2\right\},$$

wo Ψ die Ruhenergiedichte der Materie ist. Doch sind diese beiden Größen nicht vollkommen identisch.

Bevor ich auf den Energiesatz eingehe, möchte ich kurz auf die tiefgehenden prinzipiellen Unterschiede hinweisen, die, trotz einer formalen Ähnlichkeit, zwischen der Mieschen Gravitationstheorie einerseits und meinen beiden Theorien andererseits bestehen. Zunächst ist zu bemerken, daß Herr Mie keinen prinzipiellen Unterschied zwischen Äther und Materie annimmt; die Materie wird durch sehr hohe Werte gewisser Zustandsgrößen charakterisiert; im Äther sind diese Größen zwar sehr klein, aber nicht streng null. In meinen Theorien dagegen sind Materie und Äther (= leerer Raum) voneinander prinzipiell verschieden. Der Zustand der Materie wird durch einen vierdimensionalen Tensor $\boldsymbol{T}$ charakterisiert, dessen sämtliche Komponenten in einem Punkte der Materie nicht null sein können; im Äther sind sämtliche Komponenten von $\boldsymbol{T}$ dagegen streng null. Ein weiterer wichtiger Unterschied ist der, daß in der Mieschen Theorie elastische Spannungen in der Materie als Zustandsgrößen nicht vorkommen, während sie in meinen Theorien ganz wesentlich für die Charakterisierung des Zustandes der Materie sind. Deswegen ist die Anzahl voneinander unabhängiger Zustandsgrößen, die den physikalischen Zustand bestimmen, bei mir größer als bei Mie. Mit dem Angeführten hängt zusammen, daß Herr Mie keine eigentlichen Bewegungsgleichungen für einen beliebigen Raumteil aufstellen kann. Die Miesche Dynamik ist auf vollständige, abgeschlossene Systeme beschränkt, während in meinen Theorien die von Herrn v. Laue gegebene Dynamik[1]) für einen beliebigen, von Materie erfüllten Raumteil gültig ist. Es hat in meinen beiden Theorien der Bewegungsvektor (die vierdimensionale Geschwindigkeit) für jeden Punkt der Materie einen bestimmten Sinn, so daß der Bewegungszustand der Materie wohl definiert ist. In der Mieschen Theorie ist die Sachlage eine andere.

Ich will nun den Impuls-Energiesatz vom Standpunkt meiner Theorie erörtern. Auf die Materie wirken im allgemeinen Falle ein elektromagnetisches und ein Gravitationsfeld. Diese Felder verursachen in der Materie einen Spannungs- und Bewegungszustand, welcher durch den Tensor $\boldsymbol{T}$ und den Bewegungsvektor $\mathfrak{V}$ charakterisiert wird. Die Wirkung des Gravitationsfeldes drückt sich durch einen vierdimensionalen Tensor $\boldsymbol{G}$, und die Wirkung des elektromagnetischen Feldes durch einen vierdimensionalen Tensor $\boldsymbol{L}$ aus; das Gesetz der Wirkung ist nach den allgemeinen Grundsätzen der Relativitätstheorie in dem System folgender vier Gleichungen enthalten[2]) (der Kürze wegen sind nur die erste und die letzte ausgeschrieben):

$$\frac{\partial}{\partial x}(G_{xx}+L_{xx}+T_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(G_{xy}+L_{xy}+T_{xy}) + \frac{\partial}{\partial z}(G_{xz}+L_{xz}+T_{xz}) + \frac{\partial}{\partial u}(G_{xu}+L_{xu}+T_{xu}) = 0,$$

— —

— —

$$\frac{\partial}{\partial x}(G_{ux}+L_{ux}+T_{ux}) + \frac{\partial}{\partial y}(G_{uy}+L_{uy}+T_{uy}) + \frac{\partial}{\partial z}(G_{uz}+L_{uz}+T_{uz}) + \frac{\partial}{\partial u}(G_{uu}+L_{uu}+T_{uu}) = 0. \qquad (1)$$

Die letzte dieser Gleichungen mit $-ic$ multipliziert, drückt den Energiesatz aus. Wir wollen die in derselben vorkommenden Größen betrachten.

Es sind in meiner Gravitationstheorie

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{S}^g_x &= -ic\,G_{ux} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}\frac{\partial \Phi}{\partial x}, \\ \mathfrak{S}^g_y &= -ic\,G_{uy} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}\frac{\partial \Phi}{\partial y}, \\ \mathfrak{S}^g_z &= -ic\,G_{uz} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}\frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

1) M. v. Laue, Das Relativitätsprinzip, 2. Aufl., S. 180 ff., Braunschweig 1913.

2) M. v. Laue, l. c., S. 184, Gleichung (27a).

die Komponenten des Energiestromes $\mathfrak{S}^g$ im Gravitationsfelde und

$$\psi^g = -G_{uu} = \frac{1}{2}\left\{(\nabla\Phi)^2 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)^2\right\} \quad (3)$$

die Energiedichte ψ^g dieses Feldes. Es gilt weiter die für unsere späteren Betrachtungen wichtige Beziehung[1])

$$\operatorname{div}\mathfrak{S}^g + \frac{\partial\psi^g}{\partial t} = g\nu\frac{\partial\Phi}{\partial t}. \quad (4)$$

Für die Komponenten des Energiestromes $\mathfrak{S}^l$ im elektromagnetischen Felde und die Energiedichte ψ^l dieses Feldes hat man

$$\mathfrak{S}_x^l = -icL_{ux}, \quad \mathfrak{S}_y^l = -icL_{uy}, \quad \mathfrak{S}_z^l = -icL_{uz}, \quad (5)$$

$$\psi^l = -L_{uu}. \quad (6)$$

Wie sich diese Größen durch die Feldgrößen der Maxwellschen Gleichungen ausdrücken, interessiert uns in diesem Zusammenhang nicht. Es sei nur bemerkt, daß vom Standpunkt meiner Theorie kein Grund vorliegt, weshalb (wie in der Mieschen Theorie) in den Ausdrücken für $\mathfrak{S}^l$ und ψ^l das Viererpotential als eine Zustandsgröße auftreten würde. Für uns ist aber von Bedeutung, daß die Feldgleichungen eine Gleichung (4) entsprechende Beziehung

$$\operatorname{div}\mathfrak{S}^l + \frac{\partial\psi^l}{\partial t} = -\mathfrak{K}_t^l \quad (7)$$

liefern; $\mathfrak{K}_t^l$ ist eine Funktion der elektromagnetischen Zustandsgrößen.

Es sollen nun die Komponenten des Tensors T, die sich also auf die Materie beziehen, betrachtet werden. Wir bemerken zunächst, daß jeder beliebige Punkt der Materie auf Ruhe transformiert werden kann. Die Komponente T_{uu} des Tensors T erhält durch Transformation auf Ruhe einen Wert $-\Psi$. Die Größe Ψ, die wir als Ruhenergiedichte der Materie bezeichnen, ist ein vierdimensionaler Skalar. Um das einzusehen, multipliziert man den Tensor T skalar mit dem aus dem Bewegungsvektor $\mathfrak{B}$ gebildeten vierdimensionalen Tensor. Man hat

$$c^2\Psi = T_{xx}\mathfrak{B}_x^2 + T_{yy}\mathfrak{B}_y^2 + T_{zz}\mathfrak{B}_z^2 + T_{uu}\mathfrak{B}_u^2 + 2T_{xy}\mathfrak{B}_x\mathfrak{B}_y + 2T_{xz}\mathfrak{B}_x\mathfrak{B}_z + \cdots, \quad (8)$$

denn durch Transformation auf Ruhe erhält man $c^2\psi = -c^2 T_{uu}$, indem neun der zehn Glieder rechts null werden. Weil die rechte Seite von (8) gegen Lorentz-Transformationen invariant ist, ist Ψ es auch.

Der Zustand der Materie wird, wie gesagt, durch den Tensor T und den Bewegungsvektor $\mathfrak{B}$ charakterisiert. Es fragt sich, wieviele voneinander unabhängige Größen zur Bestimmung des materiellen Zustandes erforderlich sind. Der Bewegungsvektor wird ja durch drei, voneinander unabhängige Größen bestimmt; wir wählen hierfür die Komponenten $\mathfrak{v}_x$, $\mathfrak{v}_y$, $\mathfrak{v}_z$ der gewöhnlichen, dreidimensionalen Geschwindigkeit. Was den Tensor T betrifft, ist zu bemerken, daß, wenn keine Wärmeleitung vorkommt, die Komponenten T_{ux}, T_{uy}, T_{uz} im Falle der Ruhe null sind; sieben voneinander unabhängige Komponenten bleiben übrig. Bei der Betrachtung der kleinsten Teile der Materie ist ja die Annahme fehlender Wärmeleitung ohne weiteres berechtigt. Dann treten zu den drei Geschwindigkeitskomponenten noch sieben voneinander unabhängige Zustandsgrößen; wir können hierfür die elastischen Spannungen (sechs Größen) und die Ruhenergiedichte Ψ der Materie wählen. Als elastische Spannungen sind in der Relativitätstheorie die aus dem Tensor T gebildeten relativen Spannungen zu bezeichnen. Diese sind durch folgende Gleichungen ausgedrückt[1]),

$$t_{xx} = T_{xx} + \frac{i}{c}T_{xu}\mathfrak{v}_x, \quad t_{xy} = T_{xy} + \frac{i}{c}T_{xu}\mathfrak{v}_y \text{ usw.} \quad (9)$$

Von den neun Größen t sind nur sechs unabhängige, denn es ist (vgl. unten Gl. (12))

$$t_{yx} - t_{xy} = \frac{1}{c^2 - \mathfrak{v}^2}\left\{(t_{xx} - t_{yy})\mathfrak{v}_x\mathfrak{v}_y - t_{yx}\mathfrak{v}_x^2 + t_{xy}\mathfrak{v}_y^2 - t_{yz}\mathfrak{v}_x\mathfrak{v}_z + t_{xz}\mathfrak{v}_y\mathfrak{v}_z\right\} \text{ usw.} \quad (10)$$

Durch die drei Geschwindigkeitskomponenten, die sechs elastischen Spannungen und die Ruhenergiedichte Ψ der Materie — in allem also durch 10 Größen — wird der materielle Zustand (bei fehlender Wärmeleitung) bestimmt. Durch diese Größen lassen sich sämtliche Komponenten von T ausdrücken; um die Ausdrücke zu erhalten, kann man so verfahren, wie ich es an anderem Orte gezeigt habe[2]). Durch Transformation auf Ruhe sieht man die Gültigkeit eines Systems von vier Gleichungen ein; die erste lautet:

$$T_{xx}\mathfrak{B}_x + T_{xy}\mathfrak{B}_y + T_{xz}\mathfrak{B}_z + T_{xu}\mathfrak{B}_u = -\Psi\mathfrak{B}_x, \quad (11)$$

und die übrigen werden durch Austausch von x gegen y, z, u erhalten. Wenn man hier die Komponenten des Bewegungsvektors durch die der Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ ausdrückt, erhält man nach einfacher Umformung

$$-icT_{xu} = \Psi\mathfrak{v}_x + T_{xx}\mathfrak{v}_x + T_{xy}\mathfrak{v}_y + T_{xz}\mathfrak{v}_z.$$

Durch Elimination der räumlichen Komponenten

1) G. Nordström, l. c., I, Gleichungen (49) und (60).

1) M. v. Laue, l. c., S. 192.

2) G. Nordström, l. c., I, S. 864. Die dort gemachte Zerlegung des Tensors T hat keinen Einfluß auf das Resultat; die Zerlegung ist auch vom Standpunkt meiner ersten Theorie nicht notwendig und vom Standpunkt meiner zweiten Theorie ganz nutzlos.

von $\boldsymbol{T}$ mittels der Gleichungen (9) bekommt man

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{S}_x^\mu &= -ic\boldsymbol{T}_{xu} = \\ &= \frac{1}{1-\mathfrak{q}^2}\{\Psi\mathfrak{v}_x + \boldsymbol{t}_{xx}\mathfrak{v}_x + \boldsymbol{t}_{xy}\mathfrak{v}_y + \boldsymbol{t}_{xz}\mathfrak{v}_z\},\end{aligned}\right\} \quad (12)$$

wo $\mathfrak{v} = c\mathfrak{q}$. $\mathfrak{S}^\mu$ ist entsprechend den Gleichungen (2) und (5) der **Energiestrom der Materie**; für seine übrigen Komponenten gelten natürlich entsprechende Ausdrücke.

Die Gleichung, die durch Austausch von x gegen u in (11) entsteht, gibt für die Energiedichte ψ^μ der Materie

$$\psi^\mu = -\boldsymbol{T}_{uu} = \Psi + \frac{1}{c^2}\mathfrak{S}^\mu\mathfrak{v}. \quad (13)$$

Für die räumlichen Komponenten von $\boldsymbol{T}$ geben die Gleichungen (9) und (12) die Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned}\boldsymbol{T}_{xx} &= \boldsymbol{t}_{xx} + \\ &+ \frac{\mathfrak{v}_x}{c^2-\mathfrak{v}^2}\{\Psi\mathfrak{v}_x + \boldsymbol{t}_{xx}\mathfrak{v}_x + \boldsymbol{t}_{xy}\mathfrak{v}_y + \boldsymbol{t}_{xz}\mathfrak{v}_z\}, \\ \boldsymbol{T}_{xy} &= \boldsymbol{t}_{xy} + \\ &+ \frac{\mathfrak{v}_y}{c^2-\mathfrak{v}^2}\{\Psi\mathfrak{v}_x + \boldsymbol{t}_{xx}\mathfrak{v}_x + \boldsymbol{t}_{xy}\mathfrak{v}_y + \boldsymbol{t}_{xz}\mathfrak{v}_z\}\end{aligned}\right\} \quad (14)$$

usw.

Wir haben nun sämtliche Komponenten von $\boldsymbol{T}$ durch die 10 Zustandsgrößen der Materie ausgedrückt.

Die oben über den Zustand der Materie angestellten Betrachtungen ergeben sich ja ganz allgemein aus der von Herrn v. Laue entwickelten Dynamik der Materie, die ich in meinen beiden Theorien der Gravitation als gültig angenommen habe. Ich habe die Betrachtungen angeführt, um deutlich zu zeigen, welche Größen in meinen Theorien den Zustand der Materie bestimmen. Da in der Mieschen Theorie kein $\boldsymbol{T}$ entsprechender Tensor und also keine elastischen Spannungen angenommen werden, wird in dieser Theorie der Zustand in jedem Punkt durch die Zustandsgrößen des elektromagnetischen und des Gravitationsfeldes vollständig bestimmt; zu diesen Größen gehören dann allerdings auch der Viererstrom und das Viererpotential des elektromagnetischen Feldes sowie das skalare Potential des Gravitationsfeldes.

Was über den Tensor $\boldsymbol{T}$ und den Zustand der Materie gesagt ist, gilt sowohl für meine ursprüngliche als für meine neue Gravitationstheorie; nur ist der Begriff der Massendichte in den beiden Theorien verschieden. In meiner ursprünglichen Theorie hatte man für die Ruhdichte ν der Materie

$$\nu = \frac{1}{c^2}\Psi,$$

in meiner neuen Theorie gilt dagegen

$$\nu = -\frac{1}{c^2}(\boldsymbol{T}_{xx} + \boldsymbol{T}_{yy} + \boldsymbol{T}_{zz} + \boldsymbol{T}_{uu}), \quad (15)$$

$$\nu = \frac{1}{c^2}(\Psi - \boldsymbol{t}_{xx} - \boldsymbol{t}_{yy} - \boldsymbol{t}_{zz}). \quad (15a)$$

Mittels der letzten Gleichung kann man Ψ aus den Ausdrücken (12) bis (14) eliminieren, wodurch in dieselben ν eintritt. Man kann also zweckmäßig als die zehn Zustandsgrößen der Materie die Ruhmassendichte ν, die Komponenten der Geschwindigkeit und die elastischen Spannungen betrachten.

Obwohl die zehn Zustandsgrößen der Materie in dem Sinne voneinander unabhängig sind, daß zwischen ihren gleichzeitigen Werten in einem Punkte keinerlei Beziehungen bestehen, gelten doch zwischen ihren räumlichen und zeitlichen Ableitungen sechs Differentialgleichungen, die die elastischen Eigenschaften der Materie ausdrücken. Diese Gleichungen entsprechen den Gleichungen der gewöhnlichen Elastizitätstheorie, welche den Zusammenhang zwischen Spannungen und Deformationen angeben. Die örtliche Verschiedenheit der Geschwindigkeit bedingt ja eine zeitliche Veränderung des Deformationszustandes und also auch des Spannungszustandes. Wir wollen die sechs Differentialgleichungen, deren Gestalt uns weiter nicht interessiert, die **Differentialgleichungen der Materie** nennen.

Die Zustandsgrößen des Gravitationsfeldes sind

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{F}_x = -\frac{\partial\Phi}{\partial x}, \quad \mathfrak{F}_y = -\frac{\partial\Phi}{\partial y}, \quad \mathfrak{F}_z = -\frac{\partial\Phi}{\partial z}, \\ ic\,\mathfrak{F}_u = -\frac{\partial\Phi}{\partial t};\end{aligned}\right\} \quad (16)$$

sie sind also durch vier Differentialgleichungen mit dem Gravitationspotential Φ verbunden. Φ ist seinerseits durch die Fundamentalgleichung meiner (neuen) Gravitationstheorie

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial u^2} = \frac{c^2}{\Phi}\nu \quad (17)$$

mit ν verknüpft.

Wir wollen für einen Augenblick annehmen, daß kein elektromagnetisches Feld vorkommt, und für diesen Fall die Anzahl der Zustandsgrößen mit der Anzahl der Differentialgleichungen vergleichen. Die Zustandsgrößen sind 15, nämlich: die zehn Zustandsgrößen der Materie, die vier Zustandsgrößen $\mathfrak{F}$ des Gravitationsfeldes und Φ. Die Differentialgleichungen zwischen diesen 15 Größen sind ebenfalls 15: die vier Gleichungen (1) (worin jetzt alle Komponenten des Tensors $\boldsymbol{L}$ null sind), die sechs Differentialgleichungen der Materie, die vier Gleichungen (16) und Gl. (17). Wenn auch ein elektromagnetisches Feld vorliegt, vermehrt sich die Anzahl von Zustandsgrößen und Differentialgleichungen

im gleichen Maße. Die Zahl der voneinander unabhängigen Differentialgleichungen ist demnach immer die zur vollständigen Bestimmung der Vorgänge erforderliche. Eine dieser Differentialgleichungen, nämlich die letzte Gleichung (1), ist ja die Energiegleichung; durch Multiplikation mit $-ic$ erhält sie die gewünschte Form

$$\operatorname{div}(\mathfrak{S}^g + \mathfrak{S}^l + \mathfrak{S}^u) + \frac{\partial}{\partial t}(\psi^g + \psi^l + \psi^u) = 0, \tag{18}$$

wo für die vorkommenden Größen die Ausdrücke (2), (3), (5), (6), (12), (13) gelten.

Besonders zu betonen ist, daß die vier Gleichungen (1) von den übrigen Gleichungen unabhängig, also aus denselben nicht ableitbar sind. In der Mieschen Theorie ist die Sachlage eine ganz andere. Weil in dieser Theorie kein Tensor T vorkommt, hat man voneinander unabhängige Zustandsgrößen nicht genug, um Gleichungen von der Form (1) vorschreiben zu dürfen, welche von den übrigen Gleichungen unabhängig wären. In der Mieschen Theorie muß man vielmehr aus den Feldgleichungen Formeln ableiten, welche die Form (1) haben. Dies gelingt auch Herrn Mie, aber nur unter der Voraussetzung, daß in dem Ausdruck der Energiedichte als Summand ein vierdimensionaler Skalar H auftritt, welcher eine Funktion der Zustandsgrößen ist, und für welche unter anderem die Beziehung (a) gilt,

$$\frac{\partial H}{\partial \Phi} = -g\nu.$$

Wenn man in meiner Theorie so wie Herr Mie verfahren will, hat man zunächst die Gleichungen (4) und (7) zu addieren. Man erhält:

$$\operatorname{div}(\mathfrak{S}^g + \mathfrak{S}^l) + \frac{\partial}{\partial t}(\psi^g + \psi^l) - g\nu\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mathfrak{K}'_t = 0, \tag{19}$$

und es würde gelten, die beiden letzten Glieder in die Form der übrigen zu bringen. In meiner Theorie gelangt man ja ohne weiteres zu diesem Ziel, indem die Wirkung der Ätherfelder auf die Materie eine solche ist, daß

$$-g\nu\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \mathfrak{K}'_t = \operatorname{div}\mathfrak{S}^u + \frac{\partial \psi^u}{\partial t}$$

ist. In der Mieschen Theorie kommen dagegen keine Größen $\mathfrak{S}^u$ und ψ^u vor, und es muß auf anderem Wege versucht werden, das Gewünschte zu erzielen. Es gelingt Herrn Mie, seiner (19) entsprechenden Gleichung die Form

$$\operatorname{div}\mathfrak{S} + \frac{\partial \psi_1}{\partial t} + \sum_n F_n \frac{\partial \alpha_n}{\partial t} - g\nu\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$$

zu geben; $\alpha_1, \alpha_2 \ldots$ sind gewisse Zustandsgrößen und $F_1, F_2 \ldots$ sind Funktionen von diesen Größen sowie von Φ. Herr Mie muß nun folgende Beziehungen annehmen:

$$F_n = \frac{\partial H}{\partial \alpha_n},$$
$$-g\nu = \frac{\partial H}{\partial \Phi}, \tag{a}$$

wo H eine Funktion von $\Phi, \alpha_1, \alpha_2, \ldots,$ und erhält dadurch für die Energiegleichung die gewünschte Form

$$\operatorname{div}\mathfrak{S} + \frac{\partial}{\partial t}(H + \psi_1) = 0.$$

Wie man sieht, ist aber der Beweis des Satzes (a) keineswegs, wie Herr Mie es behauptet, von speziellen Voraussetzungen frei. Wenn man, wie in meiner Theorie, zur Charakterisierung des Zustandes noch einen Tensor T heranzieht, hat man voneinander unabhängige Zustandsgrößen genug, um die Gleichungen (1) vorschreiben zu können. Dann erhält der Energiesatz ganz unabhängig von der Beziehung (a) die richtige Form (18), und dem Mieschen Beweis für seine Beziehung (a) wird jeder Grund entzogen. Der Umstand, daß Gleichung (a) in meiner Gravitationstheorie nicht gilt, sondern eine andere Abhängigkeit der Ruhenergiedichte, der Masse usw. vom Gravitationspotential besteht, führt also keineswegs zu einem inneren Widerspruch.

Das Gravitationspotential Φ ist in meiner Theorie keine Zustandsgröße in demselben Sinne wie die Komponenten der Feldstärken und die elastischen Spannungen, denn Φ kommt nicht explicite in den Ausdrücken für Energiestrom, Energiedichte usw. vor. Trotzdem tritt Φ in den Differentialgleichungen, welche den Verlauf der Vorgänge bestimmen, auf. Wie ich früher gezeigt habe[1]), folgt aus meiner neuen Theorie, daß eine Veränderung des Gravitationspotentials in dem Raume, wo ein Körper sich befindet (z. B. durch Nähern oder Entfernen umgebender Massen), eine Veränderung sowohl der Dimensionen als der Zustandsgrößen des Körpers zur Folge hat. Ist der Körper elektrisch, wird auch die elektrische Feldstärke indirekt vom Gravitationspotential beeinflußt. Die Gesamtladung des Körpers verändert sich zwar nicht mit dem Gravitationspotential; durch die Veränderung der Körperdimensionen verändert sich aber die Ladungsdichte und also auch die elektrische Feldstärke. Sowohl die elektrische und magnetische Feldstärke wie die Feldstärke $\mathfrak{F}$ des Gravitationsfeldes verändern sich proportional mit Φ'^2, wobei alle Abstände zwischen korrespondierenden Punkten im Felde sich umgekehrt wie Φ' verändern. Für die

1) G. Nordström, l. c., II, § 4.

Ruhenergiedichte Ψ der Materie gilt dasselbe wie für ν und für sämtliche in den Gleichungen (1) vorkommende Tensorkomponenten; alle diese Größen verändern sich proportional mit Φ'^4.

Zum Schluß möchte ich noch hervorheben, daß der Miesche Begriff der Ruhenergiedichte prinzipiell ein ganz anderer als der meine ist. Bei mir ist diese Größe der (negative) Wert von der uu-Komponente eines Tensors bei Transformation auf Ruhe. Da die Transformation auf Ruhe für Punkte des freien Äthers keinen Sinn hat, würde ich in meiner Theorie nicht von einer Ruhenergiedichte der Ätherfelder sprechen. Wenn also Herr Mie bei der Besprechung meiner Theorie die Größen H und H_g als Ruhenergiedichten bezeichnet, verfährt er nicht im Sinne dieser Theorie.

Zusammenfassung. Es ist der tiefgreifende prinzipielle Unterschied zwischen den Gravitationstheorien von Herrn Mie und von mir erläutert worden. Weiter ist der Energiesatz vom Standpunkt meiner Theorie aus behandelt und gezeigt worden, daß der von Herrn Mie behauptete innere Widerspruch in der Theorie nicht vorhanden ist.

Helsingfors, 18. März 1914.

(Eingegangen 21. März 1914.)

Ein möglicher Sinn der Quantentheorie.

Von N. Umow.

I.

Das Mißlingen der Versuche, die Gesetze der Strahlung und der spezifischen Wärme auf Grund der Maxwellschen Energieverteilung abzuleiten, führte, wie bekannt, zu der Planckschen Quantenhypothese. Die Ursache dieses Mißlingens bleibt unerläutert, und deswegen kann man nicht die Beseitigung der Maxwellschen Energieverteilung als berechtigt anerkennen, solange keine entsprechende Erklärung erfolgt ist. Die Wichtigkeit der Frage zwingt mich, den Gesichtspunkt darzulegen, welcher die obengenannte Ursache aufdeckt und zu der richtigen Ableitung der Gesetze der Strahlung und der spezifischen Wärme im innigsten, nicht formalen, Anschluß an die Maxwellsche Energieverteilung den Weg weist.

In der Formel der spezifischen Wärme bei konstantem Volumen

$$C_v = \frac{dU}{dT} \tag{1}$$

bedeutet T die absolute Temperatur und U die Energie der ungeordneten Bewegungen eines Systems von Molekülen oder Oszillatoren. Diese Größe U bestimmt auch das Gesetz der Strahlung.

Die Lösung des Problems liegt in der Ermittlung der Funktion U. Die kinetische Theorie, von der Maxwellschen Verteilung ausgehend, gibt für einen Mol von q Freiheitsgraden den Ausdruck

$$U = \frac{q}{2} RT, \tag{2}$$

wo R die Gaskonstante bedeutet. Mit diesem erhalten wir Gesetze, die im Widerspruch mit der Erfahrung stehen. Planck gibt einen anderen Ausdruck, der im Einklang mit der Erfahrung steht. Es leuchtet aber die Möglichkeit eines anderen Auswegs ein. Statt die Maxwellsche Verteilung aufzugeben, sollte man eher zusehen, ob ein Grund vorhanden ist, der das Einsetzen des Ausdrucks (2) in die Formel (1) nicht gestattet.

Beim Erwärmen eines Systems von Molekülen erhält dieses die Wärme von einem Agens, bei der Ausstrahlung wird seine Energie von demselben Agens fortgenommen. Es handelt sich um die Bestimmung, welche Bewegungen des Systems relativ zu dem Agens die Bedeutung der ungeordneten und welche die Bedeutung der geordneten haben. Die Abgrenzung beider Bewegungen voneinander wird durch die relativen Eigenschaften des Agens und der Materie bestimmt. Es versteht sich, daß eine solche Trennung der Bewegungen nicht notwendig mit derjenigen zusammenfallen muß, die von unserer Vernunft, gemäß unseren Vorstellungen über die Bewegungsarten, gemacht wird. Die Annahme einer solchen Identität führte nämlich zu dem Ausdruck (2), als zu dem einzigen, der für die Größe U aus der Maxwellschen Verteilung abgeleitet werden kann. Früher lag kein Grund vor, einen Zweifel über eine solche Identität zu erwecken, da dem Ausdruck (1) eine absolute Bedeutung zugeschrieben war. Die Anwendung dieses Ausdrucks für verschiedene Energieverteilungsgesetze der modernen Strahlungstheorien hat ihm aber praktisch diesen Sinn genommen, und ich halte es für richtig, dem Ausdruck (1) einen relativen Sinn im voraus zuzuschreiben. Die moderne Physik belehrt uns, daß es unmöglich ist, die Materie von dem sie umgebenden elektromagnetischen Feld, oder wie ich mich kurz ausdrücken will, von einem Agens, abzusondern. Alle Eigenschaften der Materie werden uns nur durch dieses Agens vermittelt und bekannt, und deswegen muß der Ausdruck (1) als relativ zu diesem Agens bestehend angesehen werden.

Von einem allgemeineren Standpunkte ausgehend, müssen wir, entsprechend den gegen-

seitigen Beziehungen des Systems und des Agens, annehmen, daß die Energie e einer Molekel relativ zu diesem Agens als in zwei Teile gesondert erscheint — einem ungeordneten (u) und einem geordneten (g):

$$e = u + g. \qquad (3)$$

Der geordnete Teil nach seinem Sinne muß für alle Molekel derselbe sein und als eine kontinuierliche Funktion der Temperatur erscheinen. Der ungeordnete Teil u wird von einer Molekel zu der anderen und mit der Zeit sich ändern. Wir erhalten für die ganze Energie des Systems

$$E = \Sigma u + Ng, \qquad (4)$$

wo N die Zahl der Molekel bezeichnet. Gemäß dem Sinne der Bezeichnung U müssen wir in die Formel (1) die folgende Größe einsetzen

$$U = \Sigma u. \qquad (5)$$

Die gegenseitige Beziehung des Agens und des Systems werde ich durch die Eigenschaften eines Manometers darstellen. Wie ich weiter zeigen werde, ist das Mißlingen der kinetischen Theorie verursacht durch das Identifizieren der relativen Eigenschaften des Agens mit den Eigenschaften eines groben, üblichen Druckmanometers, der das Vermögen hat, die Impulse nur einer sehr großen Schar von Molekeln zu summieren, d. h. ein Gebiet von Molekularbewegungen zu umfassen, deren Grenzen durch die Energiegrößen o und ∞ bestimmt sind, und den Mittelwert der Summe anzugeben. Es wird weiter gezeigt, daß für einen solchen Manometer $\Sigma u = 0$ ist, also auch $U = 0$; für diesen bedeutet also die Größe (2) die Energie der relativen geordneten Bewegung, und konnte daher keineswegs in die Formel (1) eingesetzt werden.

Die Empfindlichkeit dieses Manometers muß gleich Null gesetzt werden. Einen anderen extremen Fall finden wir in dem Dämon von Maxwell. Das ist ein Manometer, der die Energie einzelner Molekel anzeigt. Seine Empfindlichkeit ist unendlich groß. Für ihn werden wir $g = 0$ und $e = u$ finden.

Zwischen diesen extremen Typen liegen unendlich viele Manometer, welche die Fähigkeit haben, den Mittelwert der Impulse von Energiegebieten anzugeben, die durch die Grenzen E und $E + \varepsilon$ bestimmt sind, wo ε, vorläufig, eine von der Natur des Manometers abhängige Konstante darstellt, die von einem Manometer zum andern wechselt. Der Bruch $\frac{1}{\varepsilon}$ stellt das Maß der Empfindlichkeit des Manometers dar. Für den üblichen Manometer ist $\varepsilon = \infty$, für den Maxwellschen Dämon $\varepsilon = 0$.

Ich gehe jetzt über zu der Theorie der eingeführten allgemeinen Manometer.

2.

In den weiter folgenden Berechnungen ist nur der Gesichtspunkt neu, sonst enthalten sie bereits bekannte Formeln.

Ich beschränke mich, wie es Herr Sommerfeld[1]) tut, auf den Fall eines zweidimensionalen einatomigen Gases und setze ihn in Berührung mit einem Manometer von allgemeinem Typus. Indem ich weiter einen reichlichen Gebrauch von den Formeln des Herrn Sommerfeld mache, schreibe ich die Maxwellsche Energieverteilung in der Form:

$$\frac{dN}{N} = A e^{-\frac{E}{\varkappa T}} dE, \quad A \varkappa T = 1. \qquad (6)$$

Es bedeutet hier dN die Zahl der Molekel, deren Energie zwischen E und $E + dE$ liegt, $\varkappa = \frac{R}{N}$, N ist die Avogadrosche Zahl. Ich setze voraus, daß der Manometer Mittelwerte der Gebiete von Energien, die zwischen E und $E + \varepsilon$ liegen, angeben kann. Bezeichnen wir mit N_i die Zahl der Molekel, deren Energien zwischen E_i und $E_i + \varepsilon$ liegen, dann haben wir:

$$N_i = AN \int_{E_i}^{E_i+\varepsilon} e^{-\frac{E}{\varkappa T}} dE = N e^{-\frac{E_i}{\varkappa T}} \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon}{\varkappa T}}\right). \qquad (7)$$

Es wird die mittlere Energie dieser Gruppe:

$$\bar{e}_i = \frac{1}{N_i} \int_{E_i}^{E_i+\varepsilon} E\, dN = E_i + \varkappa T - \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{\varkappa T}} - 1}. \qquad (8)$$

Der Manometer scheidet also aus den ungeordneten Bewegungen des Systems einen ungeordneten Teil E_i, welcher von einer Molekel zu der anderen und mit der Zeit sich ändert, und einen geordneten, der für alle Molekel der gleiche bleibt. Indem wir den letzten mit ϱ bezeichnen, erhalten wir augenscheinlich

$$g = \varrho = \varkappa T - \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{\varkappa T}} - 1} < \varepsilon. \qquad (9)$$

Diesen Ausdruck kann man auch in der Form darstellen

$$g = \varrho = \varkappa T - \frac{\varkappa T}{1 + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon}{\varkappa T} + \frac{1}{6}\left(\frac{\varepsilon}{\varkappa T}\right)^2 + \cdots}. \qquad (\mathrm{I})$$

Wir wollen die ganze Energie der relativ ungeordneten Bewegungen aufsuchen, d. h. die Größe:

$$U = \Sigma N_i E_i. \qquad (10)$$

1) Diese Zeitschr. 12, 1059, 1911.

Wir haben

$$\int_0^\infty E\, dN = \Sigma N_i E_i + N\varrho. \qquad (11)$$

Indem wir diese Gleichung auf beiden Seiten durch N dividieren und mit $\bar{U}$ die mittlere relativ ungeordnete Energie bezeichnen, erhalten wir gemäß den Gleichungen (6) und (9):

$$\varkappa T = \bar{U} + \varkappa T - \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{\varkappa T}} - 1}, \qquad (12)$$

woraus folgt

$$\bar{U} = \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon}{\varkappa T}} - 1}$$

oder

$$\bar{U} = \frac{\varkappa T}{1 + \frac{1}{2}\frac{\varepsilon}{\varkappa T} + \frac{1}{6}\left(\frac{\varepsilon}{\varkappa T}\right)^2 + }. \qquad (II)$$

Das ist die Plancksche Formel. Es ist dabei

$$U = N\bar{U}. \qquad (13)$$

Die Größe ε ist durch die Hypothese von Planck bestimmt

$$\varepsilon = h\nu, \qquad (III)$$

wo h die bekannte universelle Konstante ist und ν die Zahl der Eigenschwingungen der Molekel in der Zeiteinheit bedeutet.

Für den Manometer des ersten extremen Typus, dessen Eigenschaften mit denjenigen des Agens von der kinetischen Theorie identifiziert wurden, haben wir $\varepsilon = \infty$ und nach den Gleichungen (I), (II), (III):

$$g = \varrho = \varkappa T, \quad \bar{U} = U = 0, \quad \nu = \infty.$$

Für den Dämon von Maxwell ist $\varepsilon = 0$ und $g = \varrho = 0$, $\bar{U} = \varkappa T$, $U = N\varkappa T$, $\nu = 0$.

Dieser Typus entspricht unendlich langen Wellen, und nur für diesen hat die Einsetzung des Wertes $U = N\varkappa T = RT$ in die Formel (1) einen Sinn.

Für alle Werte von ε, die zwischen 0 und ∞ liegen, werden die Größen g und U nach den Formeln (I), (II), (III) berechnet. Es wird für q Freiheitsgrade

$$U = \frac{q}{2} N\bar{U}.$$

Für feste Körper ist $q = 6$, und wir haben die Plancksche Formel

$$U = 3R\frac{\frac{h\nu}{\varkappa}}{e^{\frac{h\nu}{\varkappa T}} - 1}.$$

An die Stelle der Quantentheorie können wir also bei Beibehaltung der Maxwellschen Energieverteilung die folgende Hypothese einführen:

Der Äther (oder das elektromagnetische Feld) ist gegen die ungeordneten Bewegungen der Molekel in verschiedener Weise empfindlich.

Diese Empfindlichkeit ist durch die Zahl der Eigenschwingungen des Moleküls bedingt und durch den Bruch $\frac{1}{h\nu}$ gegeben, wo h eine durch die Eigenschaften des Äthers bestimmte und daher universelle Konstante ist, und ν die Zahl der Eigenschwingungen des Moleküls.

Moskau, Dezember 1913.

(Eingegangen 2. März 1914.)

Eine Bemerkung über das Verhältnis zwischen den Intensitäten der *D*-Linien des Natriums.
(Note on the Ratio of the Intensities of the *D*-Lines of Sodium.)

Von R. W. Wood.

Wahrscheinlich sind keine anderen Spektrallinien so oft beobachtet worden wie die gelben Natriumlinien. Der Unterschied zwischen ihren Intensitäten ist häufig untersucht worden, und das Intensitätsverhältnis D_2/D_1 wird gewöhnlich zu ungefähr 1,35 angegeben. Einen bei einer der früheren Untersuchungen gefundenen Wert von 1,6 betrachtet Kayser als „offenbar zu hoch". Brotherus hat bei einer ausgedehnten und sorgfältig durchgeführten Messungsreihe, die er kürzlich in den Annalen veröffentlicht hat, gefunden, daß sich das Verhältnis mit der Natriummenge in der Flamme änderte. Sein höchster Wert war 1,5 und sein niedrigster 1,3.

Als ich kürzlich die Linien einer sehr schwachen Natriumflamme beobachtete, fiel mir der gewaltige Unterschied in der Intensität auf, und zwar schien das Verhältnis sicherlich die Größe 3 oder vielleicht gar 4 zu haben. Es erscheint sehr sonderbar, daß dies bisher noch nicht bemerkt worden ist. Ich stellte auf nachstehende Weise eine rohe Messung der Intensitäten an: Der Spalt eines großen Spektrographen mit konstanter Ablenkung (Type Hilger) wurde von dem Lichte einer schwachen Natriumflamme beleuchtet. Die Flamme war die eines Mekerbrenners, die nur durch das in der Luft des Zimmers enthaltene Natrium gefärbt wurde, und zwar war diese Luft zuvor durch einen zweiten Mekerbrenner, auf dessen Rost ein Stück $NaCl$ lag, mit Natrium geschwängert worden. Ich nahm fünf Expositionen von



1, 2, 3, 4 und 5 Minuten Dauer vor, die genau auf die Sekunde bemessen wurden. Alle Aufnahmen wurden auf derselben Platte gemacht, und diese wurde vor der Entwicklung einem sehr schwachen Licht ausgesetzt, um den vom Schwellenwert herrührenden Fehler zu vermeiden. Diese Exposition reicht eben aus, um die Platte auf den Punkt zu bringen, wo eine weitere Exposition gegen schwaches Licht ein entwicklungsfähiges Bild liefern wird.

Es stellte sich heraus, daß die Intensität von D_1 bei der Exposition von 4 Minuten nur um einen Schatten größer war als jene von D_2 bei der Exposition von 1 Minute, während

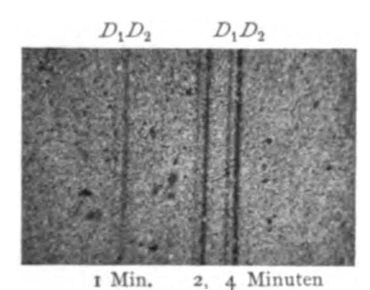


Fig. 1.



Fig. 2.

sie bei der Exposition von 3 Minuten deutlich geringer war. Das bedeutet, daß bei einer schwachen Natriumflamme D_2 zwischen drei- und viermal so intensiv ist wie D_1 (vermutlich ungefähr 3,75 mal). Das kleinere Verhältnis, das für gewöhnlich gefunden wird, rührt von der stärkeren Absorption von D_2 seitens der Flamme her.

Ich machte ferner gleichzeitig zwei Aufnahmen, und zwar eine mit einer sehr schwachen Natriumflamme, die andere mit einer sehr intensiven Flamme. Dabei ließ ich das Licht der letzteren Flamme durch ein Stück stark gefärbten Rauchglases gehen, um seine Intensität so weit herabzusetzen, daß sie jener der schwachen Flamme gleich wurde. Das von der letztgenannten Flamme ausgehende Licht trat durch Reflexion am Vergleichsprisma in die untere Hälfte des Spektroskopspaltes ein. Beide Bilder wurden gleich lange exponiert. Bei der intensiven Flamme waren die Intensitäten der beiden Linien sehr nahezu gleich. Dieses Photogramm ist in Figur 2 wiedergegeben.

Drei mit Expositionen von 1, 2 und 4 Minuten mit einer schwachen Flamme gemachte Aufnahmen sind in Figur 1 wiedergegeben.

Wie ersichtlich sein wird, ist diese Änderung des Intensitätsverhältnisses, die eine Folge der stärkeren „Selbstumkehrung" von D_2 ist, eine ähnliche Erscheinung wie die, auf welche ich vor etwa 10 Jahren[1]) aufmerksam gemacht habe, und die eine Folge des Umstandes ist, daß H_α leichter umgekehrt wird als H_β und H_γ, nämlich wie die Erscheinung, daß eine in Längsdurchsicht betrachtete Wasserstoffröhre bläulich weiß erscheint, obgleich das seitlich ausgesandte Licht deutlich hellrot ist.

Es ist sehr wohl möglich, daß die gleichförmigere Temperatur des Mekerbrenners für die Beobachtung dieses hohen Verhältnisses wesentlich ist, das man meines Erachtens als das wahre Verhältnis ansehen muß, da die Absorptionswirkungen hier auf ein Minimum herabgesetzt zu sein scheinen.

1) Diese Zeitschr. **7**, 926, 1906.

Paris, 15. März 1914.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von (Max Iklé.)

(Eingegangen 24. März 1914.)

Über einige Lithiumdubletts und ihre Aufspaltung im Magnetfelde.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von Norton A. Kent.

Zur Fortsetzung der Arbeit von Paschen und Back[1]) über Serien-Dubletts und -Tripletts und ihre magnetische Verwandlung schlug mir Prof. Paschen das Studium der Lithiumlinie 6708,2 vor, welche von Zeeman[2]) in der Absorption als eine Doppellinie mit der Wellenlängendifferenz 0,144 Å.-E. beobachtet ist.

1) F. Paschen u. E. Back, Ann. d. Phys. **39**, 897, 1912 und **40**, 960, 1913.
2) P. Zeeman, Diese Zeitschr. **14**, 913, 1913.

Durch Verwendung von Vakuum-Lichtquellen (Geißlerröhren und -Bogenlampe im Vakuum, letztere von E. Back[1]) erhielt man äußerst scharfe Emissionslinien. Die Analyse mit Hilfe eines leistungsfähigen Stufengitters von A. Hilger ergab vollen Erfolg: nicht nur für die rote, sondern auch für die orange, grüne und blaue Lithiumlinie. Diese Linien wurden visuell und photographisch mit und ohne Feld studiert. Die Resultate sollen hier kurz angegeben werden. Die ausführliche Veröffentlichung wird in einer amerikanischen Zeitschrift erfolgen.

Die vier Linien entsprechen ohne Feld durchaus den homologen Seriengliedern in den Dublett-Serien der anderen Alkalimetalle: sowohl in der Dublettstruktur, wie in der Intensitätsverteilung der beiden Dublettlinien.

λ Å.-E.	6708,2	6103,77	4972,11	4602,37
Kombination	$1{,}5s-2pi$	$2pi-3d$	$2pi-3{,}5s$	$2pi-4d$
$\Delta\lambda$ Å.-E.	0,151	0,114	0,084	0,069
$\Delta\nu = 2p_2 - 2p_1$ cm^{-1}	0,336	0,306	0,339	0,326

Entsprechend dem Serien-Schema liegt die starke Dublett-Komponente bei der Linie 6708 nach Violett, bei den anderen Linien nach Rot.

$\Delta\lambda$ sind die beobachteten Wellenlängendifferenzen der Dubletts. $\Delta\nu$ die Differenzen der Wellenzahlen (Anzahl Wellenlängen im cm).

Die schlechte Übereinstimmung in den Schwingungsdifferenzen ist möglicherweise reell. Der Verfasser glaubt ziemlich sicher zu sein, daß seine Messungen die zweite Dezimalstelle richtig ergeben haben.

Die genauere Untersuchung des Zeemaneffekts der Linie 6708,2 ergibt folgendes: Die beiden Komponenten der unmagnetischen Linien Li_1 und Li_2 zerspalten in schwachen Feldern genau in die Typen von D_1 und D_2 des Natriums. Mit wachsender Feldstärke treten Verwandlungen ein, deren erste Stufen den von Back[2]) für das Natriumpaar 3303 und von W. Voigt theoretisch studierten ähnlich sind. Die parallelen Komponenten von Li_1 und Li_2 sind in schwachem Feld selbst wieder Paare von der theoretischen Aufspaltung $\left(Li_1\,\frac{4a}{3},\ Li_2\,\frac{2a}{3}\right)$. Jedoch stoßen sich die Symmetriezentren dieser Paare gegenseitig ab. Zwischen 5500 und 8000 Gauß erfolgt eine schnelle Verwandlung, nach der jenseits 8000 Gauß eine einfache Mittelkomponente resultiert.

Die 6 senkrecht schwingenden Komponenten des Dubletts wandern mit wachsendem Felde übereinander hinweg und behalten angenähert die theoretisch verlangte Lage bis zu einem Felde von etwa 6000 Gauß. Hier erfolgt eine schnelle Änderung der Intensitäten und der Lagerung der Komponenten. Nach Rot erscheint ein Dublett, welches bei 10000 Gauß annähernd einfach geworden ist. Nach Violett ist von 18000 Gauß an eine annähernd einfache Komponente vorhanden. Mit weiter wachsendem Felde werden beide schärfer und schmaler. Doch erwiesen sich beide Seitenkomponenten im höchsten Felde (44000 Gauß) immer noch etwas unschärfer als die parallele Mittellinie, die ihrerseits ebenfalls mit steigendem Felde schärfer geworden ist. Von 18000 Gauß an ist die Aufspaltung des entstandenen Tripletts normal, ebenso sein Aussehen. Die Resultate der Beobachtungen mit dem Echelon bei hohen Feldern sind, soweit sie die Schärfe und den Betrag der Aufspaltung des Tripletts betreffen, bestätigt durch neue Aufnahmen mit dem großen Konkavgitter in I. und II. Ordnung, welche Herr Back bei hohen Feldern unter Verwendung eines Vakuumbogens zwischen metallischen Lithiumlegierungen gemacht hat.

Eine weniger eingehende Untersuchung der anderen Linienpaare hat folgendes ergeben: Die beiden Linien von 6103 spalten in schwachen Feldern je, wie es scheint, in ein Triplett auf. Diese beiden Tripletts greifen mit wachsender Feldstärke übereinander, wobei die Komponenten der schwächeren Dublettlinie abgeschwächt werden. Bei etwa 9000 Gauß ist ein einziges Triplett vorhanden, welches hauptsächlich aus dem Triplett der stärkeren Dublettlinie gebildet ist, und dessen langwellige Komponente schon einfach ist. Die kurzwellige Seitenkomponente ist noch doppelt und besitzt außen einen schwächeren Begleiter, den magnetischen Rest der schwächeren Dublettlinie. In diesem Stadium ähnelt das Gebilde dem der Heliumdoppellinie 5876 bei 31710 Gauß[1]). Die weitere Verwandlung verschärft alle Komponenten und führt die exakt normale Aufspaltung herbei. Annähernd einfach ist auch die kurzwellige Seitenkomponente bei etwa 12000 Gauß. Nach den Messungen von Back ist die Aufspaltung des Tripletts zwischen 34000 und 40000 Gauß exakt die normale.

Ebenso ist das Endresultat der Aufspaltung

1) Wird von E. Back demnächst beschrieben.

2) a. a. O. Anhang. Weitere Resultate von Back hierüber werden bald von ihm veröffentlicht. Sie sind z. T. von Voigt angegeben und bei einer theoretischen Behandlung des Falles verwendet. W. Voigt, Ann. d. Phys. **42**, 210, 1913.

1) Vgl. Paschen u. Back l. c., S. 916.



von 4602 nach Back ein exakt normales Triplett. 4972 wurde von Hansen[1]) bei 29800 Gauß innerhalb seiner Genauigkeit von $3^1/_2$ Prozent als normales Triplett gemessen.

Das Ergebnis dieser Arbeit ist demnach folgendes: Die untersuchten 4 Lithiumlinienpaare sind sämtlich richtige Serien-Dubletts und entsprechen den Dubletts der anderen Alkalispektren. Ferner spalten sie sämtlich in hohen Feldern als normale Zeeman-Tripletts auf, wie früher schon von Back gezeigt wurde, der in seiner früheren Untersuchung jedoch keine Vakuumlichtquelle, sondern einen Funken in Luft und als Spektralapparat ein Rowlandgitter anwandte.

Die Untersuchungen mit dem Vakuumbogen sind gemeinsam mit Herrn E. Back ausgeführt, dem ich aufrichtigen Dank schulde.

Vor allem wünsche ich aber Herrn Prof. Paschen meinen herzlichsten Dank auszusprechen, nicht nur für die Anregung zu dieser Untersuchung, sondern mehr noch für deren Leitung und seine unschätzbare Mitarbeit.

1) H. M. Hansen, Ann. d. Phys. **43**, 245, 1914.

Tübingen, 21. März 1914.

(Eingegangen 24. März 1914.)

Über natürliche optische Drehungsaktivität.

Von G. H. Livens.

Die Form der Drudeschen Theorie des natürlichen optischen Drehungsvermögens führt augenscheinlich nicht zu Resultaten, die mit den experimentellen Ergebnissen in Übereinstimmung stehen; und zwar zeigen sich die wirklichen Erscheinungen sehr viel komplizierter, als diese Theorie es erwarten läßt. Dies bezieht sich vor allem auf Lösungen aktiver Substanzen in aktiven oder inaktiven Flüssigkeiten, in welchem Falle das Drehungsvermögen eine komplizierte Funktion der Zusammensetzung des Mediums, wie auch der Frequenz des angewandten Lichts zu sein scheint.

Doch läßt sich zeigen, daß eine einfache Modifikation der Drudeschen Theorie, die durch gewisse Überlegungen von Lorentz angeregt wurde, zu einer Formel für das Drehungsvermögen führt, die allgemein genug zu sein scheint, um eine ausreichende Erklärung der meisten auftretenden Anomalien dieser Erscheinung zu enthalten.

Nach Drude ist die Ursache des Drehungsvermögens in einer abweichenden Art der Beziehung zwischen elektrischer Kraft E und elektrischer Induktion D begründet, die für isotrope inaktive Körper die Form $D = \varepsilon^2 E$ hat. Diese Beziehung wird gefunden durch eine statistische Analyse über die Bewegungen der darin enthaltenen Elektronen, auf welche die durch die Anwesenheit des Mediums bewirkte elektrische Induktion direkt zurückzuführen ist. Es wird angenommen, daß diese Elektronen mit den Molekülen des Mediums durch quasielastische Kräfte verbunden sind, und infolgedessen haben ihre Bewegungsgleichungen die Form

$$m(\ddot{s} + n_r^2 s) = e F_s,$$

wo m die Masse des Elektrons ist, e seine Ladung, s die Abweichung aus der Ruhelage, $m \cdot n_r^2$ der Parameter der quasi-elastischen Kraft und $e F_s$ die Kraftkomponente des elektrischen Feldes. Nun setzt Drude

$$F = E + b \operatorname{curl} E.$$

Doch hat Lorentz gezeigt[1]), daß die Kraft des elektrischen Feldes auf ein Elektron im Innern in Wirklichkeit durch $E + f(P)$ dargestellt wird, wenn $f(P)$ eine gewisse unbestimmte Funktion der in dem Medium bestehenden Polarisationsintensität P ist. In erster Annäherung scheint $f(P) = a \cdot P$ zu sein, wobei a nahezu $= 1/_3$ ist; aber bei Effekten zweiter Ordnung der besprochenen Art können andere Ausdrücke auftreten, und eben in diesen sieht Lorentz den Ursprung des Drehungsvermögens des Mediums. In der Tat setzt er

$$f(P) = a P + b \cdot \operatorname{curl} P,$$

worin b eine Materialkonstante des Mediums ist. Dieser Wert zweiter Ordnung $b \operatorname{curl} P$, dessen Ursprung in einer natürlich drehenden Struktur des Moleküls, oder der Molekülgruppe, liegt, ist aber nur in der Nähe der optisch aktiven Moleküle anwendbar; der Einfachheit halber werde angenommen, daß er nur auf die wirklich in diesen Molekülen enthaltenen Elektronen wirkt.

Die typische Bewegungsgleichung eines solchen Elektrons hat somit die Form

$$m(\ddot{s} + n_r^2 s) = e(E_s + a P_s + b \operatorname{curl}_s P).$$

Wenn ebene homogene Lichtwellen der Frequenz n sich durch das Medium hindurch fortpflanzen, finden wir nach bekannten Methoden, daß die obigen Gleichungen auf eine allgemeine Beziehung zwischen der elektrischen Kraft E und der elektrischen Polarisationsintensität P von der Form

$$P = \left(\sum \frac{e^2/m}{n_r^2 - n^2}\right)(E + aP) + \left(\sum{}^1 \frac{b\, e^2/m}{n_r^2 - n^2}\right) \operatorname{curl} P$$

1) Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen. (Leipzig [1895] 1906.) S. 78—81.

führen. Hier bezeichnet Σ eine Summe über alle Elektronen des Mediums pro Volumeneinheit, während Σ^1 nur über die in den optisch aktiven Molekülen enthaltenen Elektronen, vielleicht sogar nur über einen Teil derselben erstreckt wird. Lorentz schreibt diese Gleichung in der Form:

$$E = a P + \beta \operatorname{curl} P,$$

ohne über die Konstanten α und β nähere Angaben zu machen. Vermittels dieser Beziehung läßt sich leicht zeigen, daß die Polarisationsebene des durchgelassenen Lichts pro Längeneinheit um einen Betrag gedreht wird, der in sehr großer Annäherung ausgedrückt ist durch

$$\omega = \frac{1}{2} n^2 \frac{\beta}{\alpha} = \frac{n^2}{2} \frac{\left(\sum^1 \frac{b e^2/m}{n_r^2 - n^2}\right)\left(\sum \frac{e^2/m}{n_r^2 - n^2}\right)}{\left(1 - \sum \frac{a e^2/m}{n_r^2 - n^2}\right)^2}.$$

Hiermit hat man eine Formel, aus der alle Spezialfälle abgeleitet werden können[1]).

Wir machen die übliche Annahme, daß

$$\sum \frac{e^2/m}{n_r^2 - n^2},$$

pro Volumeneinheit über jede geschlossene Elektronengruppe erstreckt, der Partialdichte der betreffenden Substanz, mit deren Molekülen die Elektronen verbunden sind, proportional ist. Wir sehen, daß sodann in einem Medium, in dem verschiedene aktive Substanzen in den Partialdichten $\varrho_1, \varrho_2, \ldots$ und außerdem inaktive Substanzen der Partialdichten $\sigma_1, \sigma_2, \ldots$ enthalten sind, das Drehungsvermögen den Wert hat:

$$\omega = (r_1^1 \varrho_1^1 + r_2' \varrho_2 + \ldots) \frac{r_1 \varrho_1 + r_2 \varrho_2 + \ldots + s_1 \sigma_1 + s_2 \sigma_2 + \ldots}{(1 - a(r_1 \varrho_1 + \ldots + s_1 \sigma_1 + \ldots))^2}$$

wo $r_1^1, r_2^1, \ldots; r_1, r_2, \ldots; s_1, s_2, \ldots$ sämtlich physikalische Konstanten der entsprechenden Substanzen darstellen, die von der Natur dieser Substanzen sowie von der Frequenz des angewandten Lichts abhängig sind.

Es läßt sich zeigen, daß eine Formel dieser Art den Verlauf des Drehungsvermögens allgemein darstellt, sowohl in dem Falle einer Lösung aktiver Substanz von veränderlicher Konzentration[1]), als auch in dem allgemeinen Falle der chemischen Verbindung aktiver und inaktiver (oder anderer aktiver) Ionen, vorausgesetzt, daß der Anteil eines jeden Ions am Drehungsvermögen durch die Verbindung unbeeinflußt bleibt. Wir erhalten z. B. für die spezifische Drehung eines aktiven Salzes von der Konzentration c in einem inaktiven Lösungsmittel eine Gleichung der Form

$$[\omega] = \frac{A + Bc}{(C + c)^2},$$

in der A, B, C physikalische Konstanten sind, die von den Eigenschaften des Salzes sowie des Lösungsmittels und der Frequenz des angewandten Lichts abhängen. In diese Gleichung sind als Annäherungen die Formeln

$$[\omega] = A' + B'c$$
$$[\omega] = A'' + B''c + C''c^2$$
$$[\omega] = A''' + \frac{B'''c}{C + c}$$

einbegriffen, die zu verschiedenen Zeiten als brauchbare empirische Beziehungen zwischen $[\omega]$ und c vorgeschlagen wurden[2]). Sie scheint außerdem noch eine Reihe von Fällen einzuschließen, für die noch keine empirischen Relationen bestimmt worden sind.

Fernerhin scheint es, daß die Formel von der Notwendigkeit entbindet, Hypothesen bezüglich der Wirkung von Dissoziation, Assoziation oder der Bildung von Molekülaggregaten auf das Drehungsvermögen eines Ions aufzustellen[3]). Ein Bedürfnis für solche Hypothesen scheint durch die Beobachtung begründet, daß für Verbindungsmoleküle mit dem gleichen aktiven Bestandteil bei der Untersuchung in Lösungen von zunehmender Verdünnung die Werte des Drehungsvermögens sich einer gemeinsamen Grenze nähern. Dies ist aber genau so, wie wir es nach der vorliegenden Theorie zu erwarten haben. In der Tat wird das Drehungsvermögen einer Lösung, in der aktive Substanz der Partialdichte ϱ in einem Lösungsmittel von der Partialdichte σ enthalten ist, durch einen Ausdruck der Form

$$[\omega] = \frac{r'(r\varrho + s\varrho)}{(1 - a(r\varrho + s\sigma))^2}$$

dargestellt. Wenn wir nun die wahrscheinlich

1) In der Ableitung dieser Formel ist zwischen magnetischer Induktion und Feldstärke die Beziehung $B = H$ angenommen worden. Voigt hat gezeigt (Wied. Ann. (4) **69**, 307, 1899), daß dies nicht mit dem Energieprinzip vereinbar ist, und schlägt eine Abänderung vor, die sich aus der von ihm und Drude angewandten Theorie in zwangloser Weise ergibt.

Bei dem Versuch, auch die obige Theorie in entsprechender Art zu modifizieren, begegnet man einer prinzipiellen Schwierigkeit, die ich in einer künftigen Arbeit zu erörtern gedenke.

1) Livens, On Rotational Optical Activity of Solutions. Phil. Mag., June, 1913.

2) Landolt, Das optische Drehungsvermögen organischer Substanzen. Braunschweig 1898. S. 149.

3) Livens, On the Intrinsic Optical Rotativity of Solutions. Phil. Mag., Sept. 1913.

berechtigte Annahme machen, daß das Drehungsvermögen einer Atomgruppe keine Änderung erleidet, wenn dieselbe in ein chemisches Molekül als Bestandteil einer sauren oder basischen Verbindung eintritt, so können wir

$$r\varrho = r_1\varrho_1 + r_2\varrho_2$$

setzen, wo ϱ_1 die Partialdichte der aktiven Gruppe und ϱ_2 den entsprechenden Wert der mit ihr verbundenen Säure oder Base bezeichnet. Demnach wird

$$[\omega] = \frac{r'(r_1\varrho_1 + r_2\varrho_2 + s\sigma)}{(1 - a r_1\varrho_1 - a\varrho_2 r_2 - a s\sigma)^2}.$$

Aus dieser Formel sehen wir sogleich, daß bei zunehmender Verdünnung der Lösung die spezifische Drehung sich mehr und mehr dem Werte nähert

$$[\omega] = \frac{r' s\sigma}{(1 - a s\sigma)^2}$$

in dem σ jetzt auf die Dichte des reinen Lösungsmittels Bezug hat. Ein solcher Wert ist aber völlig unabhängig von der Natur des inaktiven Bestandteils der gelösten Verbindung.

Eine tiefergreifende Auslegung der hier abgeleiteten Formel ergibt eine Abhängigkeit des Drehungsvermögens von dem gewöhnlichen Brechungsexponenten des Mediums. Nennen wir diesen ε, so wissen wir, daß

$$\frac{\varepsilon^2 - 1}{a(\varepsilon^2 - 1) + 1} = \sum \frac{c^2/m}{n_r^2 - n^2}$$

ist, so daß

$$\omega = \frac{n^2}{2}\left(\sum{}' \frac{b c^2/m}{n_r^2 - n^2}\right)[(\varepsilon^2 - 1)/a(\varepsilon^2 - 1) + 1]$$

wird, eine Formel, aus der wir erkennen, daß Umstände, welche die Dispersion eines Mediums beeinflussen, ebenfalls dessen Drehungsvermögen ändern. Hieraus würde sich wahrscheinlich eine sehr brauchbare Methode zur Prüfung der Verwendbarkeit unserer Theorie ergeben.

Es muß erwähnt werden, daß gewisse Folgerungen der hier entwickelten einfachen Form der Theorie mit den experimentell bestimmten Tatsachen keine völlige Übereinstimmung zeigen; dieselben können jedoch durch die Berücksichtigung der Absorption vermieden werden, wie in einer vollständigeren analytischen Diskussion gezeigt werden soll, die demnächst an anderer Stelle erscheinen wird.

Es gibt noch eine andere Probe, der wir eine Formel dieser Art unterwerfen können: sie muß die Frequenz des angewandten Lichts in einer Weise enthalten, die mit dem experimentell bestätigten Ausdruck vereinbar ist. Nach Landolt[1]) ist die befriedigendste empirische Beziehung zwischen ω und n eine von Lommel auf theoretischer Grundlage abgeleitete Gleichung

$$\omega = \frac{A n^2}{(n^2 - n_0^2)^2}.$$

Dies ist aber genau die Form, die von der vorliegenden Theorie als eine erste Annäherung in dem speziellen Fall geliefert wird, daß die Absorption der Substanz auf ein begrenztes Spektralgebiet, das sich in einigem Abstand von dem angewandten Bereich befindet, beschränkt ist.

Ein anderer Vorzug unserer Theorie besteht darin, daß in einfachen Fällen der eben erwähnten Art die für das Drehungsvermögen abgeleiteten Beziehungen genau dieselbe Funktion von n enthalten, wie die Formeln für das magnetische aktive Drehungsvermögen. Dies ist ein von Wiedemann vorhergesagtes Resultat, das hernach im einzelnen fur einige der einfacheren Substanzen (z. B. Quarz) von Disch[2]) und Lowry[3]) verifiziert worden ist.

Eine wichtige Bestätigung für eine beim Aufbau unserer Theorie grundlegende Annahme finden wir in Experimenten von Cotton, der in einigen Fällen entgegengesetzte Drehung an den beiden Enden einer Absorptionsbande im Spektrum der untersuchten Substanz zeigen konnte. Dies beweist, daß die Absorptionsbande herrühren muß von einer Elektronenart, die selbst keine direkte drehende Wirkung hat, obgleich sie selbstverständlich durch ihre Gegenwart das unabhängig hervorgerufene Drehungsvermögen beeinflußt. Hiernach erscheint die Unterscheidung zwischen den Summen Σ und Σ^1 in der Formel und die Annahme, auf der sie begründet ist, berechtigt zu sein.

Vielleicht ist es von Interesse, daß die hier getroffene Unterscheidung zwischen Drehung bewirkenden und nur absorbierenden Elektronen den Anforderungen der Drudeschen Theorie genau entgegengesetzt ist. Es muß bemerkt werden, daß nach der obigen Theorie entgegengesetzte Drehung an den beiden Seiten einer Absorptionsbande nur dann beobachtet werden kann, wenn diese Bande von einer Gruppe nicht drehend aktiver Elektronen ausgeht, während nach Drudes Theorie das Gegenteil der Fall ist.

Die Formel, die aus der entwickelten Modifikation der Drudeschen Theorie dadurch erhalten wird, daß man den Drehung bewirken-

1) l. c., S. 126.
2) Ann. d. Phys. 12, 1153, 1903.
3) Phil. Trans. (A) 1913.

den Einfluß auf das typische Elektron der Polarisation im Medium in höherem Maße als der elektrischen Kraft im Äther zuschreibt, scheint eine hinreichend komplizierte Funktion der Zusammensetzung des Mediums und der Frequenz des angewandten Lichts darzustellen, um eine ausreichende Erklärung für die meisten Änderungen im Drehungsvermögen eines Mediums zu enthalten, die beobachtet werden, wenn einer dieser Faktoren in irgendeiner willkürlichen Weise variiert wird. Sie muß deshalb einstweilen als befriedigender angesehen werden als die einfachere Formel von Drude.

Universität Sheffield, Februar 1914.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Luise Friedburg.)

(Eingegangen 9. März 1914.)

Über die elektromotorische Kraft im Temperaturgefälle eines Metalls. Theoretisches.

Von Heinrich Hörig.

Die prinzipielle Bedeutung der Frage nach einer elektromotorischen Kraft im Temperaturgefälle — nennen wir sie kurz „Gefällkraft" — für die experimentelle Fundierung der Theorie der Thermoelektrizität habe ich in einer vorläufigen Mitteilung in dieser Zeitschrift[1]) charakterisiert und in den Annalen der Physik[2]) die Experimente mitgeteilt, die ich bis jetzt in dieser Richtung angestellt habe. Es ergab sich, daß die Gefällkraft zwischen warmen und kalten Silber oder Nickel die Grenze von $\pm 3{,}5 \cdot 10^{-5}$ Volt pro Grad nicht übersteigen kann. Das warme Metall befand sich dabei in einem Vakuum von 10^{-5} bis 10^{-0} mm Hg.

Da für die Elektronentheorie die Fundamentalfrage besteht: Welches ist der Mechanismus der Wärmeleitung und warum besteht das Gesetz von Wiedemann-Franz, so scheint mir die Berechnung der Gefällkraft, die ja gerade diesen Zusammenhang betrifft, nach verschiedenen Theorien von Interesse, um so mehr als man andererseits im Begriff ist[3]) durch Einführung der Quantentheorie neue Bahnen zu betreten.

Ich knüpfe an die klassische Theorie von E. Riecke[4]) an, weil in ihr die Grundanschauungen am besten hervortreten, und sie den Ausgangspunkt bildete für die Weiterentwicklung durch P. Drude, H. A. Lorentz, P. Gruner u. a.

Dem durch W. Weber 1871 und F. Kohlrausch 1874 vorbereiteten Grundgedanken der Rieckeschen Mitführungstheorie der Thermoelektrizität zufolge ist in Metallen jeder Wärmestrom mit einem elektrischen Strome verbunden. Bezeichnen wir mit Riecke l. c. die elektromagnetisch gemessene Stromdichte mit j, die thermische Energiestromdichte mit $\mathfrak{W}$, so soll sein

$$j = \omega \mathfrak{W}, \tag{1}$$

wobei ω eine Materialfunktion ist, welche Mitführungszahl der Wärme für Elektrizität genannt wird.

In dem praktisch realisierbaren Falle eines isolierten wärmedurchströmten Metallstabes wird nach Erreichung stationärer Temperaturverteilung dieser mitgeführte Strom durch die auf dem System entstandenen Ladungen sistiert und der Wärmestrom fließt dann allein weiter. Dieser Fall ist bei Riecke l. c., S. 578 behandelt. Ist $\mathfrak{E}$ die elektrische Feldstärke[1]), k das Leitvermögen für Wärme, γ das für Elektrizität, T die absolute Temperatur und x die Längskoordinate des Stabes, so ist

$$\mathfrak{E} = \omega \frac{k}{\gamma} \frac{dT}{dx}, \tag{2}$$

also wenn E die E.M.K. und V das Potential bedeutet:

$$dE = -dV = \omega \frac{k}{\gamma} dT. \tag{3}$$

Dabei ist $\omega \frac{k}{\gamma}$ als von T unabhängig betrachtet, was nach Gleichung (18), l. c., S. 381, in den hier interessierenden Grenzen zulässig ist.

Wenn ω positiv ist, muß demnach das warme Ende negativ werden. Die Messung der Gefällkraft hat wie man sieht für die Mitführungstheorie grundlegende Bedeutung. Denn wenn sich etwa ergeben sollte, daß $\frac{dV}{dT}$ innerhalb in Frage kommender Grenzen gleich Null wäre, so hieße das: ein Wärmestrom führt keine Verschiebung von Elektronen herbei und die durch das Gesetz des Leitverhältnisses dokumentierte Verwandtschaft von Wärme und Elektrizitätsleitung hat andere Gründe.

Man könnte sich vorstellen, die Wärmeleitung würde vermittelt durch atomistisch zu denkende

1) Diese Zeitschr. **14**, 446, 1913.

2) Ann. d. Phys. **43**, 525, 1914.

3) Vgl. z. B. A. L. Bernoulli, Ber. d. Deutsch. Phys. Gesellsch. **13**, 573, 1911; K. F. Herzfeld, Ann. d. Phys. **41**, 27, 1913; W. Wien, Columbiavorlesungen, Teubner 1913.

4) E. Riecke, Wied. Ann. **66**, 352, 1898; **66**, 545, 1898; **66**, 1199, 1898; ferner: Ann. d. Phys. **2**, 835, 1900; Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **3**, 24, 1906; diese Zeitschr. **10**, 508, 1908.

1) Wenn nichts anderes bemerkt, ist im folgenden das absolute mechanische und elektromagnetische Meßsystem benutzt.

Energiequanten, die ja dem Gedankengange mehrerer neuerer Arbeiten[1]) durchaus nicht indiskutabel erscheinen, und daß die hierzu erforderliche Anzahl in einer bestimmten Beziehung zur Zahl der Leitungselektronen stände. Zusammenhänge zwischen dem Wirkungsquantum und dem Elektron aufzudecken, ist bekanntlich von mehreren Forschern versucht worden[2]).

Der Ausdruck $\omega \frac{k}{\gamma}$ steht nun mit dem Thomsoneffekt in Beziehung. Nach l. c. S. 387 Gl. (24) entwickelt der Strom i in einem Volumelemente, dessen Temperatur in der Stromrichtung um dT fällt, pro Sekunde die in Erg gemessene Wärmemenge

$$d\mathfrak{W} = T \cdot 2\delta \cdot i \left[\omega \frac{k}{\gamma}\right]_0 dT. \qquad (4)$$

Rechnet man, wie üblich, den Thomsonkoeffizienten σ positiv, wenn i mit dem Temperaturgefälle fließt, so ist

$$\sigma = 2T\left[\omega \frac{k}{\gamma}\right]_0 \delta \qquad (5)$$

und es wird nach (3)

$$\frac{dV}{dT} = -\omega \frac{k}{\gamma} = -\frac{\sigma}{2T\delta}, \qquad (6)$$

$$\left(\frac{dV}{dT}\right)_{T=273} = -\frac{\sigma}{546 \cdot \delta} \cdot 10^{-8} \frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \qquad (7)$$

Dabei ist δ ein Koeffizient, der die Temperaturabhängigkeit der Geschwindigkeit u der „elektrischen Teilchen“ in Rieckes Theorie nach der Gleichung regelt:

$$u = C\sqrt{T}(1 + \delta(T - 273)).$$

Ist α_0 der Temperaturkoeffizient von $\frac{k}{\gamma}$ und α_1 derjenige von $\frac{1}{\gamma}$, so ergibt sich für δ durch eine ganz elementare auf Gl. (3), (10), (16″) l. c. basierte Rechnung durch Elimination des dort auftretenden Koeffizienten β, der hier nicht interessiert, die Beziehung:

$$2\delta = \frac{1 - \frac{1{,}3663}{1 + 100 \cdot \alpha_0}}{524{,}84 \cdot \frac{1 + 100\alpha_1}{1 + 100\alpha_0} - 182}, \qquad (8)$$

welche zwischen $T = 273$ und $T = 373$ mit dem Grade von Genauigkeit geltend betrachtet sei, als α_0 und α_1 in diesem Intervalle konstant angesehen werden dürfen.

In der Tabelle habe ich die nach dieser Formel berechneten δ-Werte zusammengestellt und dabei die Zahlen von Jaeger und Diesselhorst[1]) benutzt, mit Ausnahme der mit * bezeichneten Metalle, bei denen die von Riecke, l. c. S. 579, zur Berechnung einiger δ verwendeten Zahlen von Lorenz[2]), als Unterlage dienten, um so den Einfluß der Reinheit des Materials und der Genauigkeit der Messung auf die Berechnung von δ zu beurteilen. Die Zahlen differieren teils, z. B. bei Cu, stark. Die Richtigkeit von σ kommt weniger stark in Frage, da es sich ja zunächst nur um die Größenordnung der Gefällkraft handelt. Von Cd und vor allem dem ganz indiskutablem Bi wird man natürlich absehen. In den drei letzten Kolonnen ist außer ω auch die Mitführungszahl η für Wärme durch den elektrischen Strom gegeben, für die nach l. c. S. 380 in den hier benutzten absoluten Einheiten gilt:

$$\eta = \omega \frac{k}{\gamma} T, \qquad (9)$$

sowie das Produkt $\omega\eta$. Letzteres kann allerdings nur geringe Genauigkeit beanspruchen, da es, wie man sieht, dem Quadrate von $\frac{\sigma}{\delta}$ proportional ist. Bezüglich der Gefällkraft dürfte der Wert für Silber das meiste Vertrauen verdienen:

$$\frac{dV}{dT} = -52{,}3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \qquad (10)$$

Das warme Ende müßte demnach negativer werden. Der Wert (10) ist rund 15 mal größer als er durch meine Messungen am Silber dem Absolutbetrag nach sein kann, spricht also wenig für die Richtigkeit dieser Theorie. — Dagegen wäre der experimentelle Befund sehr wohl noch mit dem der Lord Kelvinschen thermodynamischen Theorie der Thermoelektrizität jedenfalls nicht widersprechenden Ansatze

$$\frac{dV}{dT} = -\sigma = -3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{Volt}}{\text{Grad}} \qquad (11)$$

zu vereinbaren. Nur darf man hier nicht außer acht lassen, daß diesem Ansatz zufolge σ rein elektrischen Ursprungs wäre, und dies bekanntlich ein viel umstrittener Punkt ist. Diese Frage kann nur durch weitere Experimente entschieden werden, welche die Meßgenauigkeit

1) M. Wolfke, Ber. d. Deutsch. Phys. Ges. **15**, 1123, 1913; **15**, 1215, 1913; **16**, 4, 1914. In gewissem Sinne auch G. Mie, Ann. d. Phys. **37**, 511, 1912; **39**, 1, 1912; **40**, 1, 1913. — Ich komme hierauf in einer anderen Mitteilung noch zurück.

2) A. E. Haas, Wiener Sitz.-Ber. Math.-naturw. Kl. **119**, IIa, Februar 1910; A. E. Haas, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. **7**, 261, 1910; J. H. Jeans (Bericht), diese Zeitschr. **14**, 1297, 1913.

1) Ber. d. Ph. T. R. III, 269.

2) Wied. Ann. **13**, 598, 1881.

Tabelle 1.

		$\delta \cdot 10^5$	$\delta \cdot 10^5$ Riecke, l. c.	$\sigma \cdot 10^7$ in $\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}$	σ-Quelle	$\left[\omega \frac{k}{\gamma}\right] \cdot 10^5$ in $\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}$	ω in $\frac{1}{\text{Volt}}$	$\eta \cdot 10^3$ in Volt	$\omega\eta$
1	*Al* . . .	+ 6,02	— 0,8	— 2,5	Cermak, Ann. **33**	— 0,76	— 1,29	— 2,1	0,00268
2	*Al** . . .	+ 0,08			(Fig. 3)	— 57	— 94,8	— 157	14,7
3	*Cu* II . .	+ 2,69			Berg, Ann. **32**	+ 11	+ 17,3	+ 29,8	0,514
4	*Cu* III . .	+ 2,99		+ 16	(Kurve)	+ 9,8	+ 15,6	+ 26,8	0,417
5	*Cu** . . .	— 1,20	— 1,0			— 24	— 39,4	— 66,5	2,58
6	*Ag* . . .	+ 1,05		+ 30	Baedeker, S. 76	+ 52,3	+ 81,3	+ 143	11,6
7	*Au* I. . .	— 0,84			(extrapoliert,				
8	*Au* II . .	+ 0,93			Lecher)				
9	*Ni* . . .	+ 2,97							
10	*Zn* I. . .	+ 1,95		+ 32	Cermak l. c.	+ 31	+ 44,5	+ 84,5	3,76
11	*Zn* II . .	+ 1,95				+ 31	+ 49,2	+ 84,5	4,16
12	*Cd* . . .	+ 0,66		+ 92	do.	+ 256	+ 386	+ 698	269
13	*Cd** . . .	— 5,10	— 5,1			— 31	— 51,7	— 84,9	4,38
14	*Pb* . . .	+ 4,12		+ 1	do.	+ 0,45	+ 0,67	+ 1,2	0,00081
15	*Pb** . . .	— 6,10	— 6,1			— 0,3	— 0,47	— 0,82	0,00038
16	*Sn* . . .	— 2,51		— 3	do.	+ 2	+ 3,1	+ 5,97	0,0186
17	*Sn** . . .	— 3,20	— 3,1			+ 1,7	+ 2,68	+ 4,69	0,0126
18	*Pt* II . .	+ 10,68		— 90	Berg l. c.	— 15	— 22,3	— 42,1	0,94
19	*Pd* . . .	+ 11,47							
20	*Fe* I. . .	+ 6,36				— 12	— 15,5	— 31,4	0,49
21	*Fe* II . .	+ 5,87		— 40	do.	— 13	— 17,4	— 34,1	0,59
22	*Fe** . . .	+ 15,10	+ 15,0			— 5	— 7,7	— 13,2	0,102
23	Stahl . .	— 0,88							
24	*Bi* . . .	— 19,44		— 42,6	Riecke, Lehrbuch	+ 4	+ 4,4	+ 10,9	0,048
25	*Bi** . . .	+ 0,80	+ 1,0			— 98	— 141	— 266	37,5
26	Rotguß . .	+ 10,15							
27	Messing g.*	+ 9,10	+ 9,2						
28	„ r.*	— 0,60							
29	Constantan	+ 28,25		— 200	Lecher, Wiener	— 13	— 12,2	— 35,5	0,42
30	Manganin .	+ 19,95			Ber. 1905				
31	Neusilber*.	— 8,90	— 8,5						
32	*Sb** . . .	— 6,90	— 6,8						
33	*Mg** . . .	+ 3,30	+ 3,3						

um zwei Zehnerpotenzen zu erweitern hätten. Es handelt sich hier um ein Experimentum crucis für die ein halbes Jahrhundert alte Diskussion der Richtigkeit der thermodynamischen Theorie der Thermoelektrizität, deren Erledigung einige Opfer wert ist. Sollte sich experimentell erweisen, daß $\int \sigma dT$ die Gefällkraft liefert, so wäre damit ein wertvoller empirischer Ausgangspunkt für die atomistische Theorie der metallischen Leitung gewonnen.

Die Theorie von P. Drude[1]) ergibt für den Thomsoneffekt ebenfalls einen Ausdruck, der die Gefällkraft enthält. Beachtet man die in den Annalen d. Phys. 7, S. 687 gegebene Vorzeichenberichtigung, so bekommt man aus Drudes Gleichung (46), l. c. S. 586, falls man die dort mit σ_1 bezeichnete „Leitfähigkeit durch die positiven Kerne" gleich Null setzt, also nur die der negativen beibehält, was nach l. c. S. 587 wenigstens für die dem Wiedemann-Franzschen Gesetze gut folgenden Metalle zulässig sein müßte, die Gleichung:

$$\sigma = -\frac{\mathfrak{E}}{\frac{\partial T}{\partial x}} - \frac{\alpha}{e}.$$

σ und $\mathfrak{E}$ haben dieselbe Bedeutung wie oben, und es ist[1]) $\alpha = 2{,}02 \cdot 10^{-16}$ Erg pro Grad, $e = 1{,}565 \cdot 10^{-20}$ der Absolutwert der Elektronladung, elektromagnetisch gemessen. Man hat also:

$$\frac{dV}{dT} = \left(\sigma + \frac{\alpha}{e}\right) 10^{-8} \frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \tag{12}$$

Zu derselben Beziehung, nur mit dem entgegengesetzten Vorzeichen, gelangt man auch auf Grund der Theorie von J. J. Thomson[2]). Da $\frac{\alpha}{e} \cdot 10^{-8} = 1{,}29 \cdot 10^{-4}$ Volt pro Grad ist, so lehrt ein Blick auf die Tabelle, daß die Größenordnung des Effekts für die betrachteten Metalle die gleiche sein müßte. Für Silber wäre:

$$\frac{dV}{dT} = +1{,}32 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}, \tag{13}$$

1) P. Drude, Ann. d. Phys. **1**, 566, 1900; **3**, 1, 1900.

1) Baedeker, Die elektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern. 1911, S. 7.

2) J. J. Thomson, Korpuskulartheorie der Materie. Braunschweig 1908, S. 75 ff.

also dem Absolutwert nach rund das Vierfache meines experimentellen Grenzwertes. Nach Drude würde sich das warme Ende positiv laden.

Von Interesse ist die Theorie von P. Gruner[1]), und zwar will ich hier ebenfalls seinen ersten Entwurf benutzen, weil in ihm für jedes Metall nur eine einzige individuelle Konstante a vorkommt. Das scheint mir ein wesentlicher Vorzug gegenüber der erweiterten Theorie zu sein, die außerdem noch die aus der Koenigsbergerschen Leitfähigkeitstheorie übernommene Dissoziationswärme q der Elektronen enthält; obwohl nicht in Abrede gestellt werden soll, daß diese zweite Theorie vielleicht eine bessere Anpassung an die Erfahrung ermöglicht. Auf Grund des l. c. S. 531 aus Gruners Gleichung (11), S. 524, abgeleiteten Ausdrucks für das Potentialgefälle des ungleich erwärmten homogenen isolierten Stabes gewinnt man durch Einsetzen der darin enthaltenen Funktionen A, h und U nach einiger Rechnung[2]) die Gleichung:

$$\frac{dV}{dT} = -\frac{1}{3}\frac{\alpha}{e}\left(1 + 3\frac{a^2}{T(a+T)} + \frac{a^2}{T\left(a + T\left(1 - e^{\frac{a}{T}}\right)\right)}\right) \qquad (14)$$

oder mit $\frac{a}{T} = z$

$$\frac{dV}{dT} = -\frac{1}{3}\frac{\alpha}{e}\left(1 + 3\frac{z^2}{1+z} + \frac{z^2}{1+z-e^z}\right). \qquad (15)$$

Die Konstante a spielt die Rolle einer für das Metall charakteristischen Temperatur und ist maßgebend[3]) für die Grenzgeschwindigkeit G, welche ein Elektron erreicht haben muß, damit es beim Anprall an ein positives Atom nicht gebunden, sondern reflektiert wird. Für Silber ermittelt Gruner aus der Temperaturabhängigkeit des Leitverhältnisses für $T = 291$ den Wert[4]) $a = 291$, so daß man für diese Temperatur $z = 1$ und damit aus (15) mit Benutzung des obigen $\frac{\alpha}{e}$ Wertes erhält:

$$\frac{dV}{dT} = -4{,}76 \cdot 10^{-5}\,\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \qquad (16)$$

Man kann aber auch einen Ausdruck benutzen, der die Thomsonwärme explicit enthält. Die Ableitung ergibt sich aus dem Umstande, daß die oben erwähnte Ausgangsgleichung für das Potentialgefälle (l. c. S. 531), ebenso wie der Thomsonkoeffizient (l. c. S. 536), das Differential $d \ln A$ enthalten. Es ergibt sich:

$$\frac{dV}{dT} = +\sigma - \frac{2}{3}\frac{\alpha}{e}\left(2 - \frac{1}{2}\frac{a^2}{(a+T)^2} - \frac{1}{2}\frac{a^2\left(a e^{\frac{a}{T}} + T\left(1 - e^{\frac{a}{T}}\right)\right)}{T\left(a + T\left(1 - e^{\frac{a}{T}}\right)\right)^2}\right) \qquad (17)$$

$$\frac{dV}{dT} = +\sigma - \frac{2}{3}\frac{\alpha}{e}\left(2 - \frac{1}{2}\frac{z^2}{(z+1)^2} - \frac{1}{2}\frac{z^2(1 - e^z + z e^z)}{(1 + z - e^z)^2}\right). \qquad (18)$$

Für $T = 291$ ist (Tabelle l. c. extrapoliert) $\sigma = 3{,}16 \cdot 10^{-6}$ Volt pro Grad, somit für $z = 1$

$$\frac{dV}{dT} = (316 - 7770) \cdot 10^{-8} = -7{,}45 \cdot 10^{-5}\,\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \qquad (19)$$

Daß dieser Wert größer ist als der nach (15) berechnete kommt daher, daß die Theorie σ zu groß ergibt. Von der Formel (28) l. c. S. 536 ausgehend ergibt sich:

$$\sigma = \frac{\alpha}{e}\left(1 - \frac{1}{3}\frac{a^2(a+4T)}{T(a+T)^2} - \frac{1}{3}\frac{a^3\left(1 + e^{\frac{a}{T}}\right) + 2a^2T\left(1 - e^{\frac{a}{T}}\right)}{T\left(a + T\left(1 - e^{\frac{a}{T}}\right)\right)^2}\right) \qquad (20)$$

$$\sigma = \frac{\alpha}{e}\left(1 - \frac{1}{3}\frac{z^3(3z+4)}{(z+1)^2} - \frac{1}{3}\frac{z^3(1 + e^z) + 2z^2(1 - e^z)}{(1 + z - e^z)^2}\right), \qquad (21)$$

woraus für $z = 1$ folgt:

$$\sigma = 3012 \cdot 10^{-8}\,\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \qquad (22)$$

Das ist rund das Zehnfache des empirischen Wertes.

Für Wismut gibt Gruner $a = 698$. Mit $z = \frac{a}{T} = \frac{5}{2}$, also für $T = 279$ wird nach (21) $\sigma = -16100 \cdot 10^{-8}$ Volt pro Grad, während es nach der Tabelle $-426 \cdot 10^{-8}$ sein müßte. Ferner liefert mit diesem empirischen Werte die Gl. (18) den Betrag $-8{,}54 \cdot 10^{-5}$ Volt pro Grad,

1) P. Gruner, Verh. d. D. Phys. Ges. **10**, 509, 1908; diese Zeitschr. **10**, 48, 1909; Arch. de Genève **28**, 587, 1909. Herr Gruner hat mir in einem Briefe vom 3. II. 1911 mehrere Rechnungen seiner Theorie mitgeteilt, die mir im folgenden zum Teil zur Kontrolle gedient haben. Ich möchte Herrn Gruner auch an dieser Stelle verbindlichst danken.

2) Dabei ist die Anzahl N der Atome pro cm³ als unabhängig von T angenommen, also die thermische Ausdehnung vernachlässigt. Berücksichtigt man letztere, so sieht man, daß dies für die hier interessierende Genauigkeit durchaus unbeträchtlich ist.

3) l. c. 513, 523, 519.

4) Demnach wäre hier $G = 9{,}5 \cdot 10^6$ cm sec^{-1}.

während nach (15) sich $-2{,}42 \cdot 10^{-4}$ Volt pro Grad ergibt. Ich bin der Ansicht, daß man aus Zahlen, die das Wismut betreffen, sofern nicht alle zugrunde liegenden Messungen am gleichen Stück erfolgten, kein Urteil über die Theorie fällen darf. —

Beachtung verdient ferner die Theorie von K. Baedeker[1]). Danach müßte, wenn ich den Ansatz recht verstanden habe, die Arbeit, welche die Gefällkraft dE leistet, wenn sie die dem Grammolekül entsprechende Elektrizitätsmenge $F = 9647$ positiven elektromagnetischen Einheiten vom kalten zum warmen Ende transportiert, gleich sein der Arbeit, welche nötig ist, die Menge F des Elektronengases vom Zustande T, p in den Zustand $T + dT$, $p + dp$ überzuführen. Das heißt, es muß sein

$$F \cdot dE = R\,dT - RT\frac{d\ln p}{dT}dT = -F \cdot dV. \quad (23)$$

Wenn man nun, wie das Krüger[2]) getan hat, und auch Baedeker in seinem Buche S. 93 in Erwägung zieht, die Clausius-Clapeyronsche Gleichung

$$\frac{d\ln p}{dT} = \frac{q}{RT^2}$$

benutzen will, so muß man, wenn man sie in (23) einführt, q ansetzen als Summe aus innerer Dissoziationswärme[3]) $\bar{q}_1$ und äußerer Arbeit RT, denn hier ist unter p der Druck des Elektronengases in dem Raume zwischen den Atomen zu verstehen, d. h. dem sogenannten Kovolumen. Damit wird

$$\frac{dV}{dT} = \frac{1}{F}\frac{\bar{q}_1}{T} \cdot 10^{-8}\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}, \quad (24)$$

wenn man $\bar{q}_1$ in Erg pro Grammolekül mißt. Die Größenordnung von $\bar{q}_1$ ist nach Koenigsberger[4]) für Pt etwa 14 gr. cal. pro Grammolekül, für Fe etwa 30—40. Man hätte somit bei $T = 273$ für Platin

$$\frac{dV}{dT} = \frac{14 \cdot 4{,}189 \cdot 10^7}{9647 \cdot 273} \cdot 10^{-8} = 2{,}2 \cdot 10^{-6}\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}, \quad (25)$$

während bei Benutzung des Bergschen Wertes für σ (Tabelle) aus dem thermodynamischen Ansatze folgt

$$\frac{dV}{dT} = -\sigma = 9 \cdot 10^{-6}\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}. \quad (26)$$

Man kann natürlich auch umgekehrt $\bar{q}_1$ aus dieser Annahme, daß $\sigma = -\frac{dV}{dT}$ wäre, berechnen, und es ergibt sich für Eisen

$$\bar{q}_1 = -FT\sigma = \frac{9647 \cdot 10^8 \cdot 273 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{4{,}189 \cdot 10^7} = 25\,\text{gr. cal.} \quad (27)$$

pro Grammolekül; also ein nach obigem durchaus annehmbarer Wert.

Der Theorie von F. Krüger, l. c., zufolge wäre

$$F \cdot \frac{dE}{dT} = -\frac{q_1}{T}, \quad \text{wobei } q_1 = \bar{q}_1 + RT, \quad (28)$$

also

$$\frac{dV}{dT} = \frac{1}{F}\left(\frac{\bar{q}_1}{T} + R\right) \cdot 10^{-8}\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}, \quad (29)$$

was für Platin und $T = 273$ ergibt

$$\left.\begin{aligned}\frac{dV}{dT} &= 2{,}2 \cdot 10^{-6} + 86{,}3 \cdot 10^{-6} = \\ &= 88{,}5 \cdot 10^{-6}\frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}.\end{aligned}\right\} \quad (30)$$

Bei der Krügerschen Theorie ist indes zu beachten, daß die so berechnete Potentialdifferenz nicht mit der von mir gemessenen identisch sein kann, da sich die Potentialsprünge des kalten und des warmen Metalls gegen das Vakuum noch superponieren. —

Tabelle 2.

Theorie	Formel	Material	$\frac{dV}{dT} \cdot 10^6 \frac{\text{Volt}}{\text{Grad}}$
Experimentell . .		Ag, Ni	±35
Lord Kelvin .	(11)	Ag Pt Fe	−3 +9 +4
E. Riecke . . .	(7)	Ag Pt Fe II	+523 −150 −130
P. Drude. . . .	(12)	Ag Pt Fe II	+132 +120 +125
P. Gruner . . .	(15) (18)	Ag Ag	−47,6 −74,5
Baedeker . . .	(24)	Pt	+2,2
[Krüger	(29)	Pt	+88,5]

Aus der Zusammenstellung in Tabelle 2 ersieht man, daß für Silber die Elektronentheorien von Riecke und Drude beträchtlich zu große Werte liefern, während die von

1) K. Baedeker, diese Zeitschr. 11, 809, 1910; Ann. d. Phys. 35, 75, 1911.

2) Krüger, diese Zeitschr. 11, 800, 1910; 12, 360, 1911.

3) Ich benutze hier dieselbe Bezeichnung wie Krüger.

4) Joh. Koenigsberger, Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 4, 158, 1907.

Gruner noch haltbar wäre. Der thermodynamische Ansatz ist jedenfalls mit dem Experiment noch vereinbar.

Für eine weitere, durchaus erforderliche, experimentelle Prüfung ist außer der Erhöhung der Empfindlichkeit der Meßanordnung vor allem Gewicht zu legen auf die Sauberkeit der Oberflächen. Messungen irgendwelcher Art, die nicht im Vakuum angestellt sind, wie zum Beispiel die von Harry C. Burbridge[1]), der in Luft den Temperaturkoeffizienten kontaktelektromotorischer Kräfte mißt, sind für das vorliegende Problem nicht in Betracht zu ziehen. Bei Verfeinerung der Anordnung wird es erforderlich sein, im Vakuum geschabte[2]) bzw. abgedrehte Oberflächen der am besten vorher im Vakuum destillierten Metalle — falls dies angängig wäre — zu benutzen. Aber ganz abgesehen von den „Unsauberkeiten" der Metalloberfläche, muß man nach der beachtenswerten Konzeption des Herrn F. Krüger damit rechnen, daß auch die „ideal saubere" Oberfläche sozusagen eine Kontaktkraft gegen das „Vakuum" hat, die Temperaturfunktion ist, so daß das prinzipiell einfach erscheinende Experiment einer weitgehenden technischen Differenzierung bedarf. —

Der Gedanke des Einflusses eines umgebenden Dielektrikums ist übrigens von Oliver Heaviside in seinen „Electrical Papers", Bd. I, bei Besprechung der Kontaktkräfte[3]) in bekannter lichtvoller und mathematisch geistreicher Art behandelt: möglich, daß der Ersetzbarkeit einer elektrischen Doppelschicht durch eine Wirbellinie eine physikalisch tiefere Bedeutung zukommt, als man in der Theorie der Thermoelektrizität bisher angenommen hat.

Von der Verfeinerung der Messung der Gefällkraft wird man nach dem Dargelegten Aufschluß erwarten dürfen über die Zulässigkeit einer Mitführungstheorie überhaupt und über den eventuellen nichtelektrischen Anteil der Thomsonwärme.

1) Harry C. Burbridge, The thermal coefficient of contact electromotiv force. Phys. Rev. (2) **2**, 713—724, 1913.
2) Vgl. K. Fredenhagen, diese Zeitschr. **15**, 65, 1914; Hans Küstner, diese Zeitschr. **15**, 68, 1914.
3) Vgl. hierzu M. Abraham, Theorie d. Elektrizität I, 2. Aufl. 1904, S. 200.

Leipzig, Theoretisch-Physikalisches Institut der Universität, 27. Februar 1914.

(Eingegangen 10. März 1914.)

Die chemische Konstante des Wasserstoffs[1]).

Von v. Kohner und P. Winternitz.

(Aus dem Physikalisch-chemischen Institut der Universität Berlin.)

Die Integration der Horstmannschen Reaktionsisochore liefert bekanntlich

$$\ln K_p = -\frac{Q_0}{RT} + \frac{1}{R}\int \frac{dT}{T^2}\int_0^T \Sigma\nu C_p\, dT + J, \quad (1)$$

wo Q_0 die Wärmetönung beim absoluten Nullpunkt, K_p die Gleichgewichtskonstante, C_p die spez. Wärmen bei konstantem Druck bedeuten (K_p auf Partialdrucke bezogen). Die Integrationskonstante J läßt sich nun nach dem Nernstschen Wärmetheorem als Summe von Stoffkonstanten darstellen, die Nernst als „Chemische Konstanten" bezeichnet hat, und zwar sind sie dieselben, die als Integrationskonstanten in der Dampfdruckformel

$$\ln \pi = -\frac{\lambda_0}{RT} + \frac{1}{R}\int \frac{dT}{T^2}\int_0^T (C_p - c)\, dT + i \quad (2)$$

auftreten, wo π den Dampfdruck, C_p und c die spez. Wärmen (bei konstantem Druck) bzw. des Dampfes und des Bodenkörpers, λ_0 die Verdampfungswärme beim absoluten Nullpunkt bedeuten. Auf Grund des Satzes von der Vertretbarkeit der Phasen erhält man jetzt für eine heterogene Reaktion

$$\ln K_p' = \ln K_p - \Sigma n \ln \pi, \quad (3)$$

wo in K_p' nunmehr bloß diejenigen Gase auftreten, die im Gleichgewicht ohne Bodenkörper vorkommen und deren Partialdruck sich daher im Verlauf der Reaktion ändert. Wenn man (1) und (2) in (3) einführt, so resultiert

$$\left.\begin{aligned} \ln K_p' = &-\frac{Q_0'}{RT} + \\ &+ \frac{1}{R}\int \frac{dt}{T^2}\int_0^T (\Sigma\nu C_p + \Sigma n c)\, dt + \Sigma\nu i, \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

wo $Q_0' = Q_0 - \Sigma n \lambda_0$ ist und die Summation ν über die nur als Gase, n die als Bodenkörper vor-

1) Verschiedene Forscher sind in neuerer Zeit zu sehr merkwürdigen Formeln für die chemische Konstante der Gase geführt worden, deren Prüfung von hohem Interesse ist. Für einatomige Gase werden sich die experimentellen Schwierigkeiten wohl stets überwinden lassen; außer der Bestimmung eines geeigneten Gleichgewichts handelt es sich hier nur noch um die Kenntnis des Verlaufs der spezifischen Wärmen der Bodenkörper bis zu den tiefsten Temperaturen, die nach den in unserem Laboratorium ausgearbeiteten Methoden gewonnen werden kann. Bei mehratomigen Gasen muß aber auch der Verlauf des Verlustes der Rotationsenergie bekannt sein; diese wichtige Aufgabe ist aber bekanntlich bisher nur beim Wasserstoff von Eucken gelöst worden. Nernst.

kommenden Substanzen zu erstrecken sind. Wie leicht ersichtlich, fallen sowohl die spez. Wärmen, als auch vor allem die chemischen Konstanten derjenigen Gase fort, die auch als Bodenkörper an der Reaktion teilnehmen. In dem speziellen Fall, wo nur ein einziger, rein gasförmiger Bestandteil an der Reaktion teilnimmt, kann man offenbar bei Kenntnis des Gleichgewichts und der thermischen Daten die chemische Konstante ausrechnen. Bei den sog. permanenten Gasen ist die Ausrechnung aus Gleichgewichten leichter als aus den Dampfdruckformeln, da bei letzteren die thermischen Daten noch ungenügend bekannt sind.

Ganz exakt hat sich aus eben demselben Grunde die Berechnung bisher in keinem Falle durchführen lassen. Als Nernst im Jahre 1906 sein Wärmetheorem aufstellte, war die Kenntnis der thermischen Daten noch weit mangelhafter. Er sah sich daher genötigt, mit annähernden und, wie er ausdrücklich betonte, vorläufigen Annahmen zu rechnen, und zwar nahm er die Differenz der Molekularwärmen von Gas und Bodenkörper beim absoluten Nullpunkt zu 3,5 bei konstantem Druck an; kleine Änderungen dieser Zahl beeinflussen das Resultat kaum. Man erhält daher, indem man die spez. Wärmen in Reihen entwickelt

$$Q = Q_0 + \Sigma\nu\, 3{,}5\, T + \Sigma\nu\beta\tau^2 + \cdots$$

$$\ln K_p = -\frac{Q_0}{RT} + \Sigma\nu\, 1 \cdot 75 \ln T + \frac{\Sigma\nu\beta}{R} T + \cdots + \Sigma\nu i$$

oder bei Einführung Briggscher Logarithmen und unter Vernachlässigung höherer Potenzen

$$\log K_p = -\frac{Q_0}{4 \cdot 571\, T} + \Sigma\nu\, 1 \cdot 75 \log T + \Sigma\nu \mathfrak{C}.$$

Analog lautet die Dampfdruckformel

$$\log \pi = -\frac{\lambda_0}{4 \cdot 571\, T} + 1 \cdot 75 \log T + \mathfrak{C}.$$

Diese Formeln haben sowohl zur Vorhersage der Lage chemischer Gleichgewichte, als auch zur Darstellung experimenteller Ergebnisse glänzende Dienste geleistet. Die chemische Konstante $\mathfrak{C}$ ist natürlich nur eine „konventionelle". Die Möglichkeit, überhaupt mit diesen chemischen Konstanten zu rechnen, gründet sich auf die Übereinkunft, den Faktor 1,75 beizubehalten. Die wahren chemischen Konstanten werden erst bekannt, sobald man die Integrale in den Gleichungen (1), (2) und (4) sämtlich auswerten kann. Für feste Körper ist dies schon in vielen Fällen möglich, doch von Gasen ist H_2 das einzige, dessen spez. Wärme bis zu hinreichend tiefen Temperaturen genau bekannt ist. Es kann zwar Gleichung (2) (Dampfdruckformel) zur Berechnung nicht herangezogen werden, wohl aber eine beliebige heterogene Reaktion, wo H_2 als einziges Gas auftritt (vorausgesetzt, daß der gesamte Verlauf der spez. Wärmen aller Komponenten bekannt ist).

Eine solche Reaktion bietet sich in der von Brönsted sehr genau untersuchten Reduktion von Quecksilberoxyd durch Wasserstoff dar. Er bestimmte die elektromotorische Kraft der Kette $H_2 + HgO = Hg + H_2O$ bei verschiedenen Temperaturen. Der Zusammenhang zwischen Affinität und Gleichgewichtskonstante ist

$$A = RT(\Sigma\nu \ln p - \ln K_p),$$

wo p die Anfangsdrucke der an der Reaktion beteiligten Gase bedeuten. Für diese heterogene Reaktion ist

$$A = RT(\ln p_{H_2} - \ln K_p'),$$

wo K_p' demgemäß den Wasserstoffdruck im Gleichgewicht bedeutet, da die Dampfdrucke der drei kondensierten Komponenten sowohl in $\Sigma\nu \ln p$ als auch in K_p vorkommen und sich demgemäß fortheben. Brönsted findet bei seinen Versuchen mit etwa 0,01 normal $NaOH$ als Elektrolyt folgende Werte, die mit den wahren Werten praktisch identisch sind[1]).

$T - 273$	E
16,5	0,9290 Volt
29,5	0,9254 „
41,7	0,9219 „
54,3	0,9186 „

Diese Werte sind bereits auf den Wasserstoffdruck 760 mm umgerechnet.

Brönsted rechnet seine Daten noch auf konstante Konzentration um, was hier jedoch zu unterbleiben hat, da sich alle unsere Formeln auf konstanten Druck beziehen. Aus diesen Zahlen ergibt sich

$$\frac{dE}{dT} = -0{,}000275 \qquad E_{273} = 0{,}9334 \text{ Volt},$$

$$\frac{dA}{dT} = -12{,}65 \qquad A_{273} = 43020.$$

Mit Hilfe der bekannten Beziehungen

$$A - U = T\frac{dA}{dT}$$

folgt $U_{273}^{\text{fl}} = 46470$ Kal. für flüssiges Wasser, $U_{273}^{\text{fest}} = 47910$ für festes Eis als Bodenkörper (die Schmelzwärme des Eises zu 1400 Kal. angenommen, die Wärmetönungen bei konstantem Druck genommen). Damit sind nun bei Kenntnis der spez. Wärmen alle erforderlichen Zahlen zur exakten Auswertung gegeben.

1) Brönsted, Zeitschr. f. phys. Chem. **65**, 84 und 744, 1909.

Zunächst ergibt sich

$$U_0 = U_{273} - \int_0^{273} (C_{pH_2} + C_{HgO} - C_{Hg} - C_{Eis})\, dT.$$

Die Integrale haben folgende Werte:

1. $\int_0^{273.1} C_{pH_2}\, dT = 1584.$

Dieses Integral wurde aus den Euckenschen Messungen[1]) berechnet. Zugrunde gelegt wurden der Rechnung die Formel von Einstein und Stern, die diese Messungen am besten darstellt[2]). Der Energieinhalt besteht außer dem der fortschreitenden Bewegung ($5/2\, RT$) aus dem der Rotation. Der letztere ist

$$E_r = N_0 \frac{J}{2} (2\pi\nu)^2 = N_0 \left(\frac{h\nu}{2} + \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \right),$$

wo N_0 die Avogadrosche Zahl, J das Trägheitsmoment eines Moleküls und ν die mit der Temperatur veränderliche Frequenz bedeuten. Wir haben von diesem Ausdruck die Nullpunktsenergie $N_0 \frac{J}{2} (2\pi\nu)^2$ abzuziehen. Man findet so 1355 bzw. 229 Kal. für beide Summanden.

2. $\int_0^{273.1} C_{HgO}\, d\tau = 1934$ Kal.

Die spezifische Wärme von HgO wurde nach Messungen von Russell[3]) und Günther[4]) von uns durch zwei Debyesche Funktionen mit $\beta\nu_1 = 134{,}3$, $\beta\nu_2 = 650$ dargestellt. Für $C_p - C_v$ brauchte man keine Korrektion anzubringen[2]).

Die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Darstellung zeigen folgende Tabellen, deren erste die Messungen von Günther wiedergibt, während sich die zweite auf Russells Versuche bezieht.

Tabelle 1.

T	Wahre Molekularwärmen beobachtet	berechnet
25,1°	1,07	1,09
26,7	2,38	2,50
32,6	2,92	2,94
35,7	3,09	3,29
40,5	3,61	3,71
42,4	3,97	3,89
68,4	5,32	5,44
70,4	5,69	5,53
72,5	5,71	5,61
74,7	5,77	5,73

1) Eucken, Ber. d. Berl. Akad. vom 1. Februar 1912.

2) Einstein u. Stern, Ann. d. Phys. 40, 551, 1913; betreffs der Genauigkeit der Darstellung siehe auch diese Arbeit.

3) Russell, diese Zeitschr. 13, 59, 1912.

4) Herrn Günther sind wir für Messungen der spez. Wärme und Überlassung der noch unveröffentlichten Daten zu großem Dank verpflichtet.

Tabelle 2.

$T_2 - T_1$	Mittlere Molekularwärmen beobachtet	berechnet
192,0—83,1	7,66	7,87
273,1—199,0	9,70	9,95
310,2—276,3	10,85	10,55

3. $\int_0^{273.1} C_{Hg}\, d\tau = 1963$ Kal.

Es setzte sich aus zwei Teilen zusammen, dem Energiegehalt des festen Hg bei seinem Schmelzpunkt und dem des flüssigen zwischen dem Schmelzpunkt und dem Eispunkt. Die spez. Wärme des festen Hg ist nach Pollitzer[1]) durch eine Nernst-Lindemannsche Funktion mit $\beta\nu = 97$ darstellbar. Der Koeffizient von $T^{3/2}$ in der $(C_p - C_v)$-Korrektion ist $21 \cdot 10^{-5}$. Das Integral für festes Hg beträgt 1235 Kal. Die mittlere spez. Wärme des flüssigen Hg ist im genannten Gebiet 6,68 Kal. Also das betreffende Integral 258 Kal. Zu diesen beiden Integralen tritt noch die Schmelzwärme 555 Kal., so daß die gesamte von Hg herrührende Korrektion der Wärmetönung 2048 Kal. ist.

4. $\int_0^{273.1} C_{Eis}\, d\tau = 1269$ Kal.

Die spez. Wärme wurde nach Nernst[2]) durch die Summe aus einer Debyeschen Funktion mit $\beta\nu = 155$, einer Einsteinschen mit $\beta\nu = 355$ und vier Einsteinschen mit $\beta\nu = 1130$ dargestellt. Diese Summe bezieht sich auf ein Molekül $(H_2O)_2$. Mit Hilfe dieser Zahlen wird

$$U_0 = 47910 - 1584 - 1934 + 2048 + 1269 = 47700 \text{ Kal.}$$

Formel (4) gibt

$$\log K_p' = -\frac{U_0}{4{,}571\, T} + \frac{1}{4{,}571} \int_0^T \frac{dT}{T^2} \int_0^T (C_{pH_2} + C_{HgO} - C_{H_2O} - C_{Hg})\, dT + \mathfrak{C}$$

$$\frac{U_0}{4{,}571\, T} = \frac{47700}{4{,}571 \cdot 273{,}1} = 38{,}212.$$

Im folgenden findet sich die Berechnung der Integrale.

$$\frac{1}{4{,}571} \int_0^{273.1} \frac{dT}{T^2} \int_0^{273.1} c\, dT.$$

Bei H_2 wurde das Integral wieder in zwei Teile zerlegt; die translatorische Bewegung lie-

1) Pollitzer, Zeitschr. f. Elektrochem. 17, 5, 1911.

2) Nernst, Vortrag, gehalten auf dem Wolfskehl-Kongreß, Göttingen 1913.

fert $2{,}5 \log T = 6{,}091$. Der Anteil der rotatorischen Bewegung wurde durch mechanische Quadratur ausgewertet. $\frac{1}{T^2}\int_0^T c\,dT$ wurde als Temperaturfunktion aufgetragen (s. o.) und der Flächeninhalt der erhaltenen Kurve durch Zerlegung in 27 Trapeze sicherlich hinreichend genau ermittelt, da der Gesamtwert noch nicht 2 Proz. des von der translatorischen Bewegung herrührenden Teiles ausmacht. Er beträgt 0,102. Daher ist

$$1.\quad \frac{1}{4{,}571}\int \frac{dT}{T^2}\int_0^{273{,}1} C_{p\,H_2}\,dT = 6{,}193,$$

$$2.\quad \frac{1}{4{,}571}\int_0^{273{,}1} \frac{dT}{T^2}\int_0^{273{,}1} C_{HgO}\,dT = 1{,}922,$$

$$3.\quad \frac{1}{4{,}571}\int_0^{273{,}1} \frac{dT}{T^2}\int_0^{273{,}1} C_{\text{Eis}}\,dT = 0{,}996,$$

für die Konstanten der spez. Wärme wurden dieselben Zahlen wie oben verwendet.

$$4.\quad \frac{1}{4{,}571}\int_0^{273{,}1} \frac{dT}{T^2}\int_0^{273{,}1} C_{Hg}\,dT = 2{,}065.$$

Die Schmelzwärme spielt hier selbstredend keine Rolle, da durch den Schmelzprozeß wohl $\frac{dA}{dT}$, nicht jedoch A einen Sprung erleidet.

Endlich berechnet sich K_p' aus der Gleichung (6a), da der Wert von $p_{H_2} = 1$ ist;

$$\log K_p' = -\frac{A}{4{,}571\,T} = -\frac{43020}{4{,}571 \times 273{,}1} = -34{,}463.$$

Durch Substitution in Gleichung (4) folgt

$$-34{,}463 = -38{,}212 + 6{,}193 + 1{,}920 - 0{,}996 - 2{,}065 + \mathfrak{C}_{H_2},$$

oder

$$\mathfrak{C}_{H_2} = -1{,}303.$$

Die Unsicherheit in den spez. Wärmen kann diese Zahl höchstens um einige Einheiten der zweiten Dezimalstelle ändern, da eine derartige Verschiebung erst eintritt, wenn man die Werte für $\beta\nu$ um etwa 30 Einheiten nach oben oder unten variiert, was die Unsicherheit der spez. Wärme weitaus übertrifft. Beträchtlich größer ist die von der Affinität und Wärmetönung herrührende Unsicherheit. Dabei kommt es aber, wie die benutzten Formeln lehren, ausschließlich auf die Differenz zwischen A und U bzw. U_0 an; auch ganz falsche Werte der elektromotorischen Kraft würden eine richtige Konstante geben, wenn nur $A - U$ genau bleibt. Nun ist diese Differenz andererseits aus $\frac{dA}{dT}$ berechnet und daher basiert die Genauigkeit der gefundenen Zahl im wesentlichen auf der Genauigkeit, mit der Brönsted den Temperaturkoeffizienten seiner elektromotorischen Kraft bestimmen konnte[1]). Ein Fehler von 130 Kal. in $A - U$ macht eine Einheit der ersten Dezimale aus; ferner ist in unserem Falle $A - U = 4660$ Kal. Das heißt also, sofern der Brönstedsche Temperaturkoeffizient nur auf 3 Proz. genau ist, ist unsere Berechnung auf eine Einheit der ersten Dezimale sicher. Niemand, der sich eingehend mit der Brönstedschen Arbeit befaßt hat, wird daran zweifeln, daß diese Forderung erfüllt ist, vorausgesetzt, daß die Messungen nicht durch systematische Fehler entstellt sind.

Beide Fehlerquellen zusammenfassend sei eine maximale Unsicherheit von $\pm 0{,}15$ Einheiten zugestanden.

Zur Kontrolle wurden die Messungen von Hulett und Taylor[2]) über die Dissoziationsspannung des Quecksilberoxyds rechnerisch verwertet. Es wurde aus den beiden Werten bei 400° und 480° C., die die Autoren selber ihrer thermodynamischen Berechnung zugrunde legen, die Wärmetönung und Affinität der Gasreaktion nach dem zweiten Wärmesatz berechnet. Mit Hilfe der Knudsenschen Quecksilberdampfdrucke (bei 0° C) und aus der Verdampfungswärme des Quecksilbers[3]) wurden die charakteristischen Größen auf flüssiges Hg umgerechnet. Die Wasserdampfdissoziation — nach Bjerrum[4]) berechnet — und die dazu gehörige Wärmetönung liefern endlich A und U für die von Brönsted untersuchte Reaktion. Bemerkt muß aber werden, daß die vielen Umrechnungen mannigfache Fehlerquellen mit sich bringen, die allerdings zum Teil wieder dadurch kompensiert werden, daß sie für A und U meist dasselbe Vorzeichen und ähnliche absolute Größe haben, während es für die chemische Konstante, wie ausführlich auseinandergesetzt, nur auf Differenz $A - U$ ankommt. Nach Hulett und Taylor berechnen wir in der angedeuteten Weise $C = -1{,}22$, also noch innerhalb der

---

1) Das leuchtet übrigens ohne weiteres ein, wenn man bedenkt, daß $\frac{dA}{dT} = -S$, wo S die Entropie, und daß zwischen den Entropiekonstanten und der chemischen Konstante der einfache Zusammenhang besteht

$$\mathfrak{C} = \frac{S_0 - c_p + R \ln R}{2{,}3\,R}.$$

2) Hulett u. Taylor, Journ. of Phys. Chem. **17** (7), 565, 1912.

3) M. Knudsen, Ann. d. Phys. (4) **29**, 184, 1909.

4) Bjerrum, Zeitschr. f. phys. Chem. **79**, 513, 1912.

angegebenen Fehlergrenzen. Die oben gefundene Zahl ist aber zweifellos sicherer.

Aus kinetischen Betrachtungen fanden nun Sackur[1]), Tetrode[2]) und O. Stern[3]) für die chemische Konstante einatomiger Gase
$\mathfrak{C} = -1{,}021 + 1{,}5 \log M$ (M Molekulargewicht).

Da wir den Abfall der spez. Wärme bis zur Einatomigkeit verfolgt, oder mit anderen Worten das Gleichgewicht bis zu entsprechend tiefen Temperaturen heruntergerechnet haben, wäre diese Formel hier anzuwenden.

Man findet
$$\mathfrak{C} = -1{,}17.$$
Der Wert liegt innerhalb der möglichen Fehlergrenzen.

Zusammenfassung: Es wurde die wahre chemische Konstante des Wasserstoffs auf thermodynamischem Wege ermittelt.

Wir möchten nicht versäumen, an dieser Stelle Herrn Prof. Nernst für die Anregung zu dieser Berechnung unsern wärmsten Dank auszusprechen.

1) O. Sackur, Ann. d. Phys. 40, 67, 1913. Siehe auch Jahresber. d. Schles. Ges. 1913.
2) H. Tetrode, Ann. d. Phys. 38, 434; 39, 255, 1912.
3) O. Stern, diese Zeitschr. 14, 629, 1913.

(Eingegangen 13. März 1914.)

Über eine Anwendung der Nernstschen Näherungsformel.

(Aus dem Physikalisch-chemischen Institut der Universität Berlin.)

Von P. Winternitz.

Für die molekulare Verdampfungswärme einer Flüssigkeit bzw. eines festen Körpers bei ihrem Siedepunkt sind zwei Regeln bekannt — die von Trouton bzw. die von Le Chatelier-Forcrand.

Erstere wurde von Nernst[1]) einer Revision unterzogen und soll hier beiseite bleiben, da es sich um eine Anwendung der Nernstschen Näherungsformel handelt, die sich auf feste Stoffe bezieht.

Bei der Regel von Le Chatelier-Forcrand[2]) handelt es sich ursprünglich um chemische Reaktionen vom Typus der $CaCO_3$-Dissoziation. Ein prinzipieller Unterschied zwischen den Dissoziationsdrucken derartiger Reaktionen und Sublimationsdrucken ist nicht vorhanden.

Nach Le Chatelier soll nun der Quotient $\frac{Q}{T}$ für derartige Reaktionen den Wert 33 haben. Nernst[1]) hat gezeigt, daß sich mit Hilfe seines Wärmetheorems diese empirische Beziehung nicht nur theoretisch begründen, sondern auch ihr Gültigkeitsbereich vorhersagen läßt, und das Postulat aufgestellt, daß sie sowohl bei sehr hohen als auch bei sehr tiefen Temperaturen versagen muß.

1) Vgl. Nernst, Theoret. Chemie, 7. Aufl., S. 294.
2) Forcrand, Ann. de chim. et de phys. (7) 28, 545, 1903. Vgl. auch Matignon, Compt. rend. 128, 103, 1899.

Neuere Bestimmungen geben die Möglichkeit, $\frac{Q}{T}$ für diese extremen Fälle zu berechnen, da einerseits Kamerlingh Onnes und Travers die Dampfdruckkurve des Wasserstoffs bis zum Tripelpunkt hinab verfolgten und andererseits Langmuir die Tensionen des Wolframs ermitteln konnte.

Für die Verdampfungswärme des flüssigen Wasserstoffs finden Kamerlingh Onnes und seine Mitarbeiter[2]) aus der Dampfdruckkurve, sowie Keesom[3]) durch direkte Bestimmung einen von dem älteren Dewarschen[4]) erheblich abweichenden Wert zwischen
$$L = 106{,}4 \quad \text{und} \quad L = 110{,}2 \text{ cal},$$
im Mittel also $L = 108{,}4$ cal für $p = 75{,}15$ cm, es folgt die molekulare Verdampfungswärme
$$\lambda = 218{,}4 \text{ cal}.$$
Der Tripelpunkt des Wasserstoffs wurde festgelegt[5]) für
$$p = 53{,}8 \text{ mm} \quad \text{und} \quad T = 13{,}94 \text{ abs}.$$
Da nun
$$\frac{d\lambda}{dT} = c_{gas} - c_{fl} \sim -3 \left(c_{gas} = \frac{5}{2} R;\ c_{fl} \sim 8\right)$$
würde für den Tripelpunkt als molekulare Verdampfungswärme des flüssigen Wasserstoffs resultieren:
$$\lambda_{fl} \backsim 237 \text{ cal}$$
und
$$\lambda = \lambda_{fl} + \sigma$$
für festen Wasserstoff, wo σ die Schmelzwärme ist. Diese ist unbekannt, läßt sich aber ungefähr schätzen. Für einatomige Metalle gilt mit ziemlicher Annäherung $\sigma = 2\,T_s$, wenn T_s der Schmelzpunkt ist; je mehr Atome im Molekül die Flüssigkeit enthält, desto größer wird im allgemeinen der Zahlenfaktor; er liegt bei Wasser

1) Nernst, Theor. Chemie, 7. Aufl., S. 746; Ber. d. D. chem. Ges. 47, 632, 1914. Siehe auch Pollitzer, Die Berechnung chem. Affinitäten usw. Stuttgart 1912, S. 114 ff.
2) Kamerlingh Onnes und W. J. de Haas, Leiden Comm. 127c; Kamerlingh Onnes und Crommelin, Leiden Comm. 137a; Kamerlingh Onnes und W. H. Keesom, Leiden Comm. 137d.
3) W. H. Keesom, Leiden Comm. 137e.
4) Dewar, Proc. Roy. Soc. London 76, 325, 1905.
5) Kamerlingh Onnes und C. Brock, Leiden Comm. 95e.

zwischen 6 und 7, während v. Siemens[1]) für den vermutlich zweiatomigen Stickstoff kürzlich 3 fand.

Man wird also keinen großen Fehler begehen, wenn man auch hier σ zu $3\tau_s$ annimmt.

Man findet (immer nur in erster Näherung)

$$\lambda_{\text{fest}} \sim 237 + 42 = 279 \text{ cal}$$

und

$$\frac{d\lambda}{dT} = c_{\text{gas}} - c_{\text{fest}} = -1,$$

wenn man die Gültigkeit des Dulong-Petitschen Gesetzes beim Schmelzpunkt voraussetzt, so daß im Mittel zwischen 14 und 19° abs. wird

$$\lambda_{\text{fest}} \sim 277 \text{ cal.}$$

Der Siedepunkt des festen Wasserstoffs folgt nun aus der bekannten Gleichung

$$\log p_0 - \log p_1 = \frac{\lambda}{4{,}571}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0}\right),$$

wenn sich der Index 0 auf den Siedepunkt, der Index 1 auf den Tripelpunkt bezieht, da für den letzteren

$$p = 53{,}8 \text{ mm}, \quad T = 13{,}94$$

zu

$$T_0 = 19{,}0$$

und somit $\frac{\lambda}{T_0} = 15$ ein von 32 total verschiedener Wert. Wohl aber bewährt sich die Nernstsche Näherungsformel auch hier.

Aus

$$\log p_0 = -\frac{\lambda}{4{,}571\, T_0} + 1{,}75 \log T_0 + 1{,}53 = 0$$

berechnet sich

$$\frac{\lambda}{T_0} = 17$$

in hinlänglicher Übereinstimmung bei der Ungenauigkeit von λ.

Betont muß werden, daß Wasserstoff insofern eine Ausnahmerolle spielt, als seine „chemische Konstante" sich aus Dampfdruck und chemischen Gleichgewichten übereinstimmend zu ungefähr 1,53 berechnet, sofern man mit der Näherungsformel operiert, das aber für die allermeisten anderen Stoffe 3 die richtigen Werte liefert. Die Kleinheit der chemischen Konstante ist auch mit der vorstehenden Betrachtung in Übereinstimmung.

Eine ähnliche Rechnung läßt sich auch für das andere Extrem — sehr hohe Temperatur — durchführen.

In einer kürzlich erschienenen Arbeit hat Langmuir[2]) den Dampfdruck des metallischen Wolframs aus der Verdampfungsgeschwindigkeit gegen das Vakuum unter der Annahme berechnet, daß der Akkommodationskoeffizient des Wolframs 1 sei, d. h. daß alle auftreffenden Wolframdampfmoleküle vom festen Wolfram absorbiert und keine reflektiert werden.

Aus der gefundenen Kurve läßt sich der Siedepunkt des festen Wolframs (bei 760 mm) auf 5100° extrapolieren.

Ferner berechnet Langmuir nach dem zweiten Hauptsatz für die Verdampfungswärme

$$\lambda = 217\,800 - 1{,}8\, T \text{ cal}$$

und bemerkt, „dieser Wert ist größer als die bei irgendeiner bekannten chemischen Reaktion entwickelte Wärme". Das liegt aber offenbar nur daran, daß es bisher nicht gelungen ist, bei so hohen Temperaturen verlaufende Reaktionen zu studieren, was auch in der Nernstschen Näherungsformel anschaulich zum Ausdruck kommt.

Rechnen wir mit ihr, so wird

$$\log p = -\frac{\lambda}{4{,}571 T} + 1{,}75 \log T + 3$$

daher für $T = 5100°$ und $p = 1$

$$\frac{\lambda}{5100} = (6{,}61 + 3)\, 4{,}571 = 43{,}9$$

und $\lambda = 223\,900$ cal; hier bezieht sich λ auf Zimmertemperatur. Für den Siedepunkt wird entsprechend

$$\lambda_0 = 215\,000 \text{ cal ber.}$$
$$\lambda_0 = 209\,000 \text{ cal gef.},$$

und es wird weiter

$$\frac{\lambda_0}{T_0} = 42{,}2 \quad \text{ber.},$$
$$\frac{\lambda_0}{T_0} = 41{,}0 \quad \text{gef.}$$

Wieder ist der Faktor von dem LeChatelier-Forcrandschen ganz erheblich verschieden, während die Nernstsche Näherungsformel richtige Werte gibt.

Im Prinzip dasselbe ist es natürlich, wenn man umgekehrt mit dem von Langmuir gefundenen λ die Dampfdrucke nach der Näherungsformel berechnet und mit der aus seinen Werten interpolierten Formel vergleicht.

Man erhält für einige Werte

$\log \pi_{\text{mm}}$	$T_{\text{beob.}}$	$T_{\text{ber.}}$	Δ
−11,190	2000°	2001°	+1°
− 6,531	2500	2590	+90
− 3,441	3000	3090	+90
− 1,243	3500	3525	+25

Indes ist durch die vorstehenden Berechnungen ein überzeugender Beweis für die Er-

1) H. v. Siemens, Ann. d. Phys. **42**, 871, 1913.
2) Langmuir, diese Zeitschr. **14**, 1273, 1913.

laubtheit der von Langmuir gemachten Annahmen nicht erbracht. Wenn nämlich die berechneten Drucke immer kleiner bleiben als die tatsächlichen, sich ihnen aber mit steigender Temperatur nähern, entstehen Fehler von π und λ, die sich wenigstens zum Teil kompensieren, wie in einfacher Weise aus der Nernstschen Näherungsformel folgt. Es ist ja auch die Angabe v. Wartenbergs[1]), daß Wo kurz oberhalb des Schmelzpunktes siedet, mit Langmuirs Werten nicht in Übereinstimmung zu bringen, da das bei einem Drucke von wenigen Hundertsteln Millimetern auch im Hochvakuum unmöglich ist. Es ist daher von um so größerem Interesse, Metalle von bekanntem Dampfdruck zu untersuchen und so den Einfluß des Akkommodationskoeffizienten und anderer Umstände festzustellen, die die Gültigkeit der Grundformel

$$m = \sqrt{\frac{M}{2\pi RT}} \cdot p$$

beeinträchtigen könnten. Dafür haben Herr Dr. Bennewitz und ich unabhängig von Langmuir eine vollständig abweichende Methode ausgearbeitet. Wir sind bereits seit einiger Zeit damit beschäftigt, leichtflüchtige Metalle zu untersuchen.

Zusammenfassung: Es wird am Wasserstoff und Wolfram gezeigt, daß die Le Chatelier-Forcrandsche Regel sowohl bei sehr hohen wie bei sehr tiefen Temperaturen vollkommen versagt, und der Quotient $\frac{Q}{T}$ sich in einfacher Weise mit ziemlicher Annäherung aus der Nernstschen Näherungsformel berechnen läßt.

1) v. Wartenberg, Ber. d. D. chem. Ges. **40**, 3289, 1907.

(Eingegangen 13. März 1914.)

Die Berechnung der Kristallstruktur aus Interferenzaufnahmen mit X-Strahlen.

Von P. P. Ewald.

Die Berechnung der Kristallstruktur ist bisher nur von den Herren Bragg auf Grund von Reflexionsversuchen mit Röntgenstrahlen ausgeführt worden. Ihre Methode hat den Vorzug, die Struktur in großen Zügen verhältnismäßig leicht zu bestimmen, aber die Genauigkeit, die hierbei erreichbar ist, scheint mir aus zwei Gründen prinzipiell beschränkt zu sein. Der erste Grund ist, daß es große Schwierigkeiten bereitet, die Röntgenröhre während der ganzen Zeit der Reflexionsaufnahme an einer Fläche konstant zu halten, und daß daher die Intensitätsverhältnisse der verschiedenen Ordnungen selbst durch wiederholtes Messen nur annähernd festzustellen sind. Dies zeigt sich u. a. in den Angaben[1]) über die Reflexion an Pyrit {100}, wo das Intensitätsverhältnis zwischen erstem und zweitem Spektrum einmal (S. 484) zu 0,75, kurz vorher (S. 482) zu 0,80 angegeben ist[2]).

Der zweite Grund liegt in der Schwierigkeit der Interpretation der erhaltenen Intensitäten. Um nämlich abzuschätzen, welche Schwächung etwa durch die Struktur bedingt ist, und um hieraus auf die Anordnung der reflektierenden Flächen zu schließen, muß der „ideale" Intensitätsabfall der Spektren höherer Ordnung bekannt sein, d. h. sowohl der Abfall, der durch das wachsende Auflösungsvermögen der höheren Ordnungen bedingt ist (Lorentzscher Faktor $(h_1^2 + h_2^2 + h_3^2)^{-1}$) als auch die durch den zunehmenden Einfluß der Rauhigkeit der Flächen (infolge Wärmebewegung) hervorgerufene Intensitätsabnahme (Debyescher Faktor). Dieser „ideale" Abfall ist nun wegen des Anteils der Wärmebewegung von Kristall zu Kristall verschieden und läßt sich ohne Kenntnis der Struktur und der thermischen Eigenschaften auch nicht im voraus berechnen.

Die Herren Bragg behelfen sich damit, allen Kristallen den idealen Abfall 100:20:7:3:1 zugrunde zu legen; dabei wird kein Unterschied zwischen Steinsalz und Pyrit gemacht, obwohl ihre thermischen Eigenschaften und daher ihr individueller „idealer Abfall" stark verschieden sind.

Es ist natürlich, daß man sich bei dieser Ungenauigkeit der Ausgangsdaten darauf beschränken muß, die gemessenen Intensitäten ungefähr durch eine geschickte Anordnung der reflektierenden Flächen wiederzugeben.

Wo nun — wie es sich z. B. bei Diamant nachträglich herausstellt — ein Grund für rationale Abstandsverhältnisse vorliegt, wird man sich mit der Reflexionsmessung an wenigen Flächen begnügen dürfen, welche eine Auswahl unter den rationalen Werten ermöglicht. Sind aber keine Anhaltspunkte für rationale Verhältnisse gegeben, was z. B. schon bei der sonst so ähnlichen Struktur der Zinkblende zutrifft, so erfordert die genaue Lagebestimmung die Messung der Reflexion an sehr vielen Flächen. Da das nach der Methode von Laue-Friedrich-Knipping hergestellte Interferenzbild die Reflexion an allen Flächen zeigt, so ist es geeignet, die Feinheiten der Struktur mit größerer

1) W. L. Bragg, Proc. Roy. Soc. London **89** A, 468, 1914.

2) Herr Bragg schreibt mir, daß es ihm neuerdings gelungen sei, die Meßgenauigkeit zu erhöhen.

Schärfe zu offenbaren, als es mit Reflexionsmessungen geschehen kann.

Freilich gehört zu der Methode, die nun kurz auseinandergesetzt wird, daß die grobe Arbeit, nämlich die Bestimmung des Gittertypus, bereits erledigt ist; es soll sich nur noch darum handeln, einen Parameter, etwa — wie bei Pyrit — das Abstandsverhältnis auf der Diagonalenrichtung genau zu bestimmen.

Ein derartiger Fall liegt vor, wenn die Strukturen isomorpher Kristalle von einfacher Konstitution verglichen werden, denn diese unterscheiden sich nach den bisherigen Erfahrungen nur durch ihre Parameterwerte (vgl. Braggs[1]) Angaben über Kalkspat, Dolomit, $NaNO_3$; Pyrit und Hauerit). Gerade bei diesen Kristallen liegt ein besonderes Interesse an der möglichst genauen Feststellung der Struktur.

In den Interferenzbildern macht sich die Struktur in der Intensität der Flecken bemerkbar; diese hängt außer von der Wellenlänge noch von dem mehr oder weniger guten Zusammenwirken der verschiedenen elementaren Raumgitter ab, aus denen die Struktur aufgebaut ist. Die Amplitude eines Interferenzstrahls wird durch den Strukturfaktor Σ gegeben, der gerade dadurch entsteht, daß die Interferenzmaxima der einzelnen Raumgitter einen bestimmten Phasenunterschied haben:

$$\sum = \sum^{(x)} e^{\frac{2\pi i}{a}(h_1 \xi_x + h_2 \eta_x + h_3 \zeta_x)};$$

hierin sind ξ_x, η_x, ζ_x die „Konstruktionspunkte", d. h. die Koordinaten der Anfangspunkte der elementaren Raumgitter.

Während beim elementaren Raumgitter die Intensität sich mit der Wellenlänge ganz allmählich ändert (die Kurve der spektralen Intensitätsverteilung ist „glatt"), kann die durch den Strukturfaktor Σ eines komplizierten Gitters bewirkte Verschiedenheit der Intensität auch für benachbarte Wellenlängen sehr groß sein, wenn diese in verschiedenen Flecken vertreten sind; ja, im Fall hemiedrischer Interferenzbilder (Pyrit, Hauerit, Natriumchlorat, vgl. G. Friedel[2])) haben die hemiedrischen Flecken allein wegen des Faktors Σ verschiedene Helligkeit, obwohl ihre Wellenlänge, Absorption usw. identisch ist.

Ist nun bloß noch ein Parameter der Struktur unbekannt, so läßt sich für einige ausgewählte Flecken von gleicher oder benachbarter Wellenlänge die Änderung von Σ mit dem Parameter feststellen, und es läßt sich dann mit großer Schärfe derjenige Parameterwert bestimmen, der am besten die Intensitäten erklärt.

1) loc. cit.

2) Comptes Rendus, S. 1533, 29. Dez. 1913. Bezüglich der dort gezogenen Folgerungen über die Symmetrie der Interferenzbilder mag bemerkt werden, daß in der Tat nach Aufnahmen im hiesigen Institut Natriumchlorat (Klasse 28) hemiedrische Bilder liefert, und zwar rechts- und linksdrehende Kristalle die gleichen Bilder, wie es nach G. Friedel sein soll.

Das Verfahren wird am deutlichsten durch eine Anwendung auf Pyrit werden. Seine Struktur, die z. T. in dieser Zeitschr. **15**, 78, 1914 von Herrn Bragg[1]) angegeben worden ist, enthält als Parameter, dessen Bestimmung genauer zu geschehen hat, das Abstandsverhältnis der Atome auf den Diagonalenrichtungen. Herr Bragg findet, daß der Abstand zweier Schwefelatome $^1/_5$ des Abstandes von Eisenatomen ist, doch zeigt sich an der Interferenzaufnahme sofort, daß dieser Wert nicht richtig sein kann. (Die Flecken $37\bar{2}$ und $73\bar{2}$, sowie $18\bar{2}$ und $81\bar{2}$ sollten danach je gleiche Intensität haben, was nicht zutrifft[2]). Betrachtet man das allgemeinere System, dessen Abstandsverhältnis nicht $^1/_5$, sondern $\alpha/_5$ ist, so lautet der Strukturfaktor für Flecken mit gemischten Indizes (teils gerade, teils ungerade) nach Zusammenfassung der Exponentialfunktionen zu trigonometrischen:

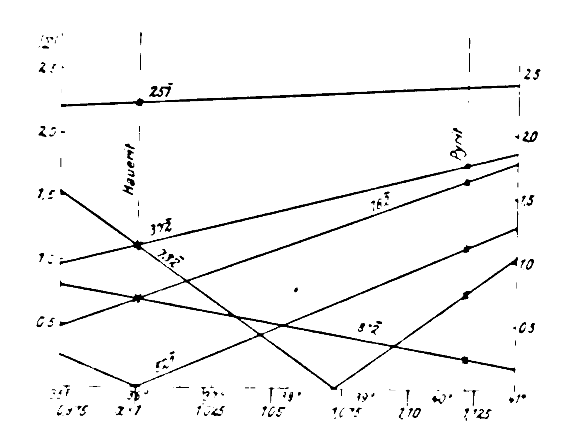
$$\begin{aligned}\sum = & (-1)^{h_1} \cos\frac{\pi}{5}\alpha(h_1 - h_2 - h_3) + \\ & + (-1)^{h_1} \cos\frac{\pi}{5}\alpha(-h_1 + h_2 - h_3) + \\ & + (-1)^{h_1} \cos\frac{\pi}{5}\alpha(-h_1 - h_2 + h_3) + \\ & + (-1)^{h_1+h_2+h_3} \cos\frac{\pi}{5}\alpha(h_1 + h_2 + h_3).\end{aligned}$$

Betrachten wir, um Diskussionen über das Spektrum ganz aus dem Wege zu gehen, die Flecken $25\bar{1}$, $52\bar{1}$; $37\bar{2}$, $73\bar{2}$; $18\bar{2}$, $81\bar{2}$, welche paarweise gleiche Wellenlänge haben. Werden diese Indizes in die Formel für Σ eingesetzt, so läßt sich Σ für $\alpha = 1$ berechnen, und gibt die Intensitäten, welche der von Herrn Bragg vorgeschlagenen Struktur zukommen; wird α nur wenig anders als 1 gewählt, so verändert sich Σ bereits erheblich, und zwar ist für kleine Änderungen von α der Verlauf von Σ hinreichend genau geradlinig darzustellen.

Man erhält so die Interpolationsfigur (S. 401) in der der absolute Betrag von Σ als Funktion von α aufgetragen ist; es ist schön zu sehen, wie die Intensität von $52\bar{1}$, welche etwa $^1/_4$ von der von $25\bar{1}$ ist, bei $\alpha = 1$ überhaupt Null ist, sich aber dem richtigen Wert ($\Sigma_{52\bar{1}} = {}^1/_2 \cdot \Sigma_{25\bar{1}}$) nähert, wenn α größer gewählt wird ($\alpha = 1{,}12$). Beobachtet ist ferner, daß $73\bar{2}$ bedeutend schwächer als $37\bar{2}$ ist, und $81\bar{2}$ überhaupt kaum sichtbar, während $18\bar{2}$ etwa gleich stark wie $37\bar{2}$ ist. Bei $\alpha = 1$

1) Ausführlich loc. cit.

2) Die Photogramme von Pyrit und Hauerit werden demnächst in den Ann. d. Phys. reproduziert erscheinen.



sind die Strukturfaktoren je zweier Flecke gleich, bei $\alpha = 1{,}12$ hingegen haben sie Werte, welche die Intensitäten aufs beste erklären. Es kann somit geschlossen werden, daß der wahre Wert von α zwischen 1,11 und 1,125 liegt, und somit das Abstandsverhältnis nicht $^1/_5$, sondern etwa $\frac{1{,}12}{5}$ ist.

Sehr mühelos ist genaue Bestimmung des Aufbaues von Hauerit, indem dort sozusagen das Fehlen eines Fleckes den Wert von α sofort entscheidet. Während nämlich $25\bar{1}$ sehr stark ist, fehlt $52\bar{1}$ so vollständig, daß nicht die geringste Spur dieses Fleckes zu entdecken ist. Daher muß α mit großer Genauigkeit gleich 1 sein — bis auf weniger als 1 Proz. Dieser Wert stimmt auch für die anderen Flecke.

In den Beispielen des Pyrit und des Hauerit war die Benutzung der hemiedrischen Flecken besonders bequem, weil sie nicht die Kenntnis der Spektralkurve voraussetzt. Bei Kristallen mit holoedrischen Interferenzbildern müssen Flecken benutzt werden, die möglichst ähnliche Wellenlängen haben, und deren Indizes außerdem nicht zu sehr verschieden sind. (Das letztere hängt mit der Verschiedenheit der Spektralkurven für verschiedene Aufzählungsindizes zusammen[1]). Doch erschwert dieser Umstand das Verfahren nicht wesentlich, namentlich nicht, wo es sich um den Vergleich innerhalb einer isomorphen Reihe handelt.

Zusammenfassung. Es wird eine Methode angegeben, Feinheiten der Kristallstruktur, welche über die Genauigkeit der Braggschen Reflexionsmessungen hinausgehen, aus den Interferenzaufnahmen nach Laue-Friedrich-Knipping festzustellen.

Die Methode wird auf Pyrit und Hauerit angewandt.

München, Institut für theoret. Physik.

(Eingegangen 15. März 1914.)

1) Vgl. eine demnächst in den Ann. d. Phys. erscheinende Arbeit, oder auch A. Sommerfeld, II. Conseil Solvay, Brüssel 1913.

Experimenteller Beitrag zur Interferenz der Röntgenstrahlen. II.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von R. Glocker.

Auf der 85. Naturforscherversammlung in Wien hat Herr E. Wagner[1]) über gemeinsam mit dem Verfasser ausgeführte Versuche berichtet, deren Resultate hier zunächst noch einmal kurz zusammengefaßt werden:

1. Die an einem Kochsalzraumgitter abgebeugten Röntgenstrahlen sind „monochromatisches" Röntgenlicht — monochromatisch in dem Sinn verstanden, daß außer der Grundwellenlänge noch die Obertöne vertreten sind — im Gegensatz zu dem von einer Röntgenröhre emittierten Strahlengemisch, das als „weißes" Röntgenlicht bezeichnet werden kann.
2. Diese Quelle monochromatischer Strahlung erwies sich als genügend intensiv, um bei nicht allzu großer Expositionsdauer (etwa 15—20 Stunden) vollständige „selektive" Kristallphotogramme zu erhalten.
3. Es war damit die Möglichkeit gegeben, Röntgenstrahlen von einer bestimmten Wellenlänge in genügender Intensität zu erzeugen, um mittels der photographischen Methode die Struktur der Kristalle zu erforschen. Eine Vergleichung der „weißen" und der „selektiven" Aufnahme, sowie eine genaue Winkelbestimmung des Kristalls I, dessen Raumgitter der benutzte Interferenzstrahl entstammt, ermöglicht es, nicht nur über die Raumgitterbeschaffenheit des untersuchten Kristalls II etwas auszusagen, sondern direkt das Verhältnis der beiden Gitterkonstanten zu bestimmen.

Nachdem in der früheren Veröffentlichung die prinzipielle Frage nach der Natur der Interferenzstrahlen entschieden worden ist, soll im folgenden kurz über Versuche berichtet werden, die eine Anwendung der früher gewonnenen Kenntnis auf die Erforschung der Kristallstruktur bedeuten.

Experimentelles.

Ein etwa 2 mm weites Strahlenbündel trifft auf einen Kristall K_1 (Fig. 1), der so orientiert

1) Diese Zeitschr. **14**, 1232, 1913.

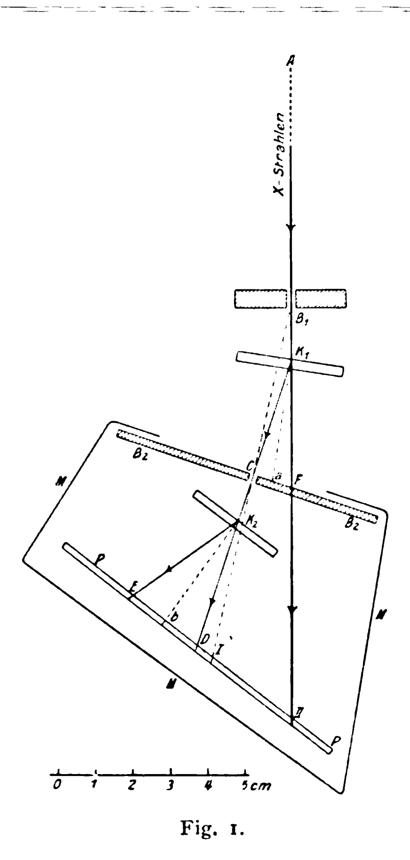


Fig. 1.

ist, daß an einer Würfelfläche eine Reflexion bei streifender Inzidenz ($\measuredangle\,\psi$ etwa 8^0) stattfindet. Dieser Interferenzstrahl K_1K_2 trifft nach Passieren einer 1,8 mm weiten Bleiblende den zu untersuchenden Kristall in K_2. Denken wir uns ein im Kristall festes Koordinatensystem, dessen Achsen den drei Würfelkanten parallel gehen sollen, so wurde der Kristall K_2 zunächst so aufgestellt, daß der einfallende Strahl in einer Würfelebene verlief (Zeichenebene der Figur $1 = XY$-Ebene), während er mit der Würfelebene K_2b einen Winkel φ bildete. Diese Orientierung bedingt auf den Photogrammen eine Symmetrie zur horizontalen Y-Achse und es entsprechen meistens je zwei Punkte derselben Wellenlänge. Um kleine Wellenlängenunterschiede zwei solchen symmetrischen Punkten zu erteilen, wurde der Kristall um die Y-Achse um den kleinen Winkel δ (etwa 2^0) gedreht.

Für die Richtungskosinus des einfallenden Strahles ergibt sich dann

$$\alpha_0 = \cos\varphi\cos\delta$$
$$\beta_0 = -\sin\varphi$$
$$\gamma_0 = -\cos\varphi\sin\delta.$$

Die jedem Punkt auf dem Photogramm entsprechenden Millerschen Indizes (η_1, η_2, η_3) der betreffenden Kristallebene wurden in der früher angegebenen Weise[1]) graphisch bestimmt. Hieraus berechnet sich der Reflexionswinkel χ (Winkel zwischen Strahl und Normale) und der Netzebenenabstand d, nämlich

$$\cos\chi = \frac{\alpha_0\eta_1 + \beta_0\eta_2 + \gamma_0\eta_3}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}}$$

und

$$d = \frac{a}{\sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}},$$

wobei a die Kantenlänge des Elementarwürfels bedeutet.

Durch Einsetzen dieser Werte in die bekannte Formel $n\lambda = 2d\cos\chi$ erhält man die jedem Interferenzpunkt zukommende Grundwellenlänge ($n = 1$)

$$\lambda = \frac{\alpha_0\eta_1 + \beta_0\eta_2 + \gamma_0\eta_3}{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2}\cdot 2a.$$

Als Beispiel sei hier mitgeteilt die Berechnung eines Versuches, bei dem der an der Würfelfläche von Kochsalz unter 8^0 reflektierte Strahl auf Bromkalium geleitet wurde. Die Anwendung in Form eines Dünnschliffs erlaubte es, die bei diesem stark absorbierenden Kristall sonst nötigen großen Expositionszeiten etwas herabzusetzen. Es war

$$\alpha_0 = +0{,}971$$
$$\beta_0 = -0{,}238 \quad \text{und} \quad \varphi = 13^0\,46'$$
$$\gamma_0 = -0{,}0225 \quad „ \quad \delta = 1^0\,20'.$$

Eine besondere Einstellvorrichtung ermöglichte es, das primäre Strahlenbündel in die Richtung K_1K_2 zu leiten. Genau in derselben Orientierung wie die monochromatische Aufnahme konnte also von dem Kristall eine Aufnahme mit weißem Röntgenlicht gemacht werden; eine Vergleichung dieser beiden zeigt Fig. 2 und Fig. 3. Die Größe der Kreise stellen die Schwärzungsverhältnisse dar. Die nach obiger Formel berechneten Wellenlängen für $n = 1$, d. h. diejenigen Wellenlängen, welche an den betreffenden Ebenen in erster Ordnung reflektiert werden, sind mit 1000 multipliziert zusammengestellt in Tabelle 1 für die auf der monochromatischen Aufnahme sichtbaren und in Tabelle 2 für alle übrigen auf der weißen Aufnahme sichtbaren Punkte.

Tabelle 1.

Index	λ berechnet	Index	λ berechnet
$12\bar{2}$	$60{,}0 \times 2a$	$10\bar{4}$	$62{,}4 \times 2a$
113	$60{,}5 \times 2a$	012	$56{,}6 \times 2a$
032	$58{,}3 \times 2a$	010	$238{,}0 \times 2a$
$1\bar{1}4$	$62{,}1 \times 2a$	011	$130{,}2 \times 2a$
$11\bar{5}$	$31{,}3 \times 2a$	$0\bar{1}1$	$107{,}8 \times 2a$

1) Diese Zeitschr. **14**, 1232, 1913.

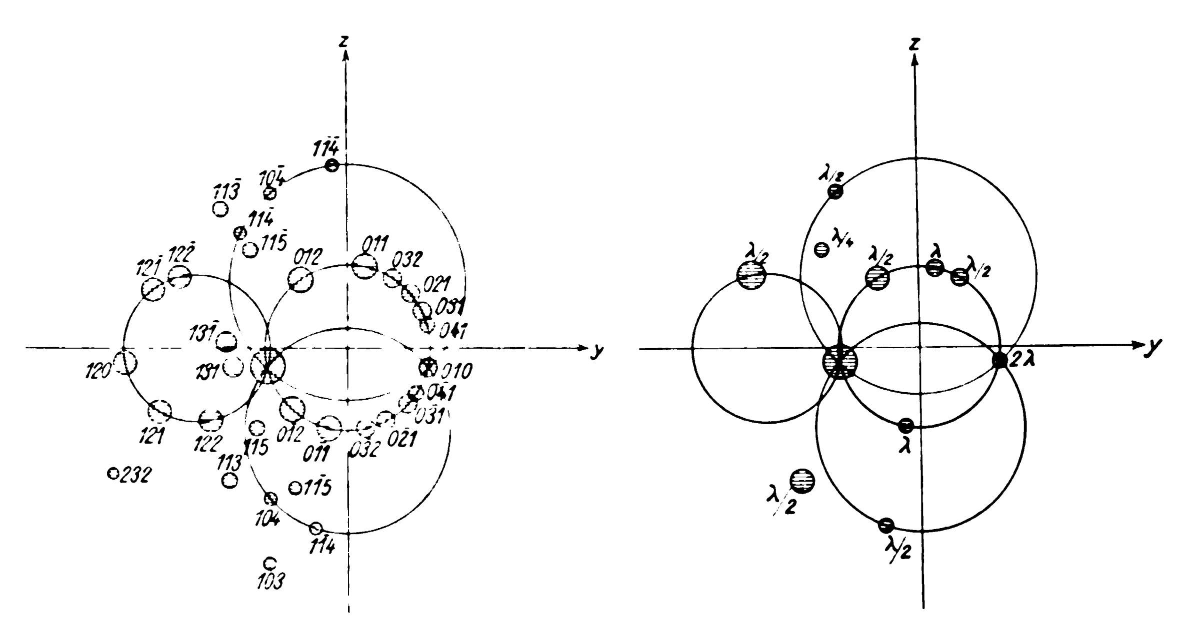


Fig. 2. „Weißes Röntgenogramm".

Fig. 3. „Monochromatisches" Röntgenogramm (Wellenlängen berechnet unter Annahme eines einfach kubischen Raumgitters.)

Tabelle 2.

Index	λ berechnet	Index	λ berechnet
$0\bar{1}2$	$38,6 \times 2a$	122	$50,0 \times 2a$
$0\bar{3}2$	$51,5 \times 2a$	232	$69,5 \times 2a$
$0\bar{2}1$	$99,7 \times 2a$	131	$21,3 \times 2a$
021	$99,7 \times 2a$	$13\bar{1}$	$25,3 \times 2a$
$0\bar{3}1$	$69,2 \times 2a$	115	$23,0 \times 2a$
031	$73,6 \times 2a$	104	$51,8 \times 2a$
$0\bar{4}1$	$54,7 \times 2a$	103	$90,4 \times 2a$
041	$57,3 \times 2a$	$11\bar{5}$	$40,0 \times 2a$
120	$90,0 \times 2a$	$11\bar{4}$	$45,7 \times 2a$
121	$78,8 \times 2a$	113	$72,7 \times 2a$
$12\bar{1}$	$86,2 \times 2a$	$\bar{1}\bar{1}4$	$72,1 \times 2a$

Ein Blick in Tabelle 1 zeigt, daß die Wellenlängen sich gruppieren um bestimmte Werte, nämlich um 30, 60, 120, 240.

Wie früher schon auseinandergesetzt wurde, enthält der auf den Kristall K_2 treffende Interferenzstrahl neben einer Grundwellenlänge λ_0 noch $\frac{\lambda_0}{2}$ und $\frac{\lambda_0}{3}$ usw. Es ist nun zu bestimmen, welcher dieser charakteristischen Werte $= \lambda_0$ zu setzen ist. Die folgende Überlegung zeigt, daß λ_0 etwa $= 120$ sein muß. Die Wahl von 60 als Grundton würde nämlich bedingen, daß {010} mit $\lambda = 238$ als Reflexion vierter Ordnung erklärt werden müßte, was aus Intensitätsgründen äußerst unwahrscheinlich ist. Ebenso unmöglich ist die Annahme von 238 als Grundton, da der relativ sehr starke Punkt {122} nur durch Annahme einer unwahrscheinlich großen Intensität von $\frac{\lambda_0}{4}$ erklärt werden könnte.

Divergenzeinfluß: Aus der Öffnungsweite der Blenden und dem Abstand der Antikathode vom Kristall berechnet sich die Divergenz zu etwa 40′ oder ausgedrückt in Prozenten der ausgesandten Grundwellenlänge zu etwa 4,5 Proz. Die vorkommenden Abweichungen liegen, wie Tabelle 3 zeigt, durchweg innerhalb dieses Spielraums, sofern nicht Flächen mit ganz besonders kleinen Indexquadratsummen in Betracht kommen. Dasselbe Ergebnis fand sich bei Versuchen mit anderen Kristallen wieder.

A bezeichnet die Gruppe der Punkte, deren Indexquadratsumme > 5 ist,

B bezeichnet die Gruppe der Punkte, deren Indexquadratsumme ≤ 5 ist.

Tabelle 3.

A		B	
Index	Abweichung in Prozenten von	Index	Abweichung in Prozenten von
$12\bar{2}$	0 Proz. von $\frac{\lambda_0}{2}$	012	5,6 Proz. von $\frac{\lambda_0}{2}$
113	0,8 „ „ $\frac{\lambda_0}{2}$	010	0,8 „ „ $2\lambda_0$
		011	8,5 „ „ λ_0
032	2,8 „ „ $\frac{\lambda_0}{2}$	$0\bar{1}1$	10 „ „ λ_0
$\bar{1}\bar{1}4$	3,5 „ „ $\frac{\lambda_0}{2}$		
$11\bar{5}$	4,3 „ „ $\frac{\lambda_0}{4}$		
$10\bar{4}$	4,0 „ „ $\frac{\lambda_0}{2}$		

Die Punkte in Tabelle 2 zeigen alle größere Abweichungen als 4,5 Proz.; am relativ kleinsten sind sie bei $\{041\}$ und $\{0\bar{4}1\}$, nämlich 4,5 Proz. und etwa 9 Proz. $\{041\}$ ist also gerade an der Grenze des Divergenzbereiches.

Resultate.

Die Betrachtung des monochromatischen Photogramms erlaubt es, verschiedene Schlüsse über die Struktur des dem Bromkaliumkristall zugrunde liegenden Raumgitters zu ziehen:

1. Es erscheint auffallend, daß der Punkt $\{11\bar{5}\}$ durch den dritten Oberton $\left(\frac{\lambda_0}{4}\right)$ verursacht sein soll, während $\{0\bar{1}2\}$ der Vertreter des zweiten Obertons $\left(\frac{\lambda_0}{3}\right)$ trotz eines geringeren Divergenzfehlers (etwa 3,5 Proz.) nicht zu sehen ist.
   Ferner zeigt eine Vergleichung der Schwärzungen der Punkte $\{113\}$ und $\{032\}$ auf der ersten und letzten Platte — es waren nämlich mehrere Platten hintereinander aufgestellt worden —, daß $\{113\}$ einer stärker absorbierbaren Wellenlänge zuzuordnen ist als $\{032\}$.

Der Berechnung der Tabellen war zugrunde gelegt die einfachste Annahme eines kubischen Raumgitters, dessen Gitterpunkte mit Molekülen BrK besetzt sind. Wählt man statt dessen ein flächenzentriertes Raumgitter, so hat man zu unterscheiden zwischen den Veränderungen, welche dadurch die Abstände

a) von Netzebenen mit lauter ungeraden Indizes,

b) von Netzebenen mit gemischten Indizes

erleiden.

Für alle Ebenen der Abteilung a) treten keine neuen Zwischenebenen auf durch Einführung der sechs neuen Gitterpunkte (in der Mitte jeder Würfelfläche), während nach Zentrierung genau doppelt so viele Ebenen der Abteilung b) vorhanden sind. Sei also der Abstand der Würfelebene

im einfach kubischen Gitter $= a$,
„ flächenzentrierten „ $= a'$

und γ ein Zahlenfaktor[1]), so lautet die Beziehung für den Netzebenenabstand d irgendeiner Ebene mit ungeraden Indizes

beim einfach kubischen Gitter $d = \gamma a$,
„ flächenzentrierten „ $d = 2\gamma a'$.

Man sieht also, daß die Annahme eines flächenzentrierten Gitters bewirkt, daß der Punkt $\{11\bar{5}\}$ mit $\frac{\lambda_0}{2}$ und $\{113\}$ mit λ_0 übereinstimmt; somit fordern die unter 1. aufgezählten Versuchsergebnisse die Annahme eines flächenzentrierten Gitters.

2. Direkte Bestimmung des Gitterkonstanten-Verhältnisses von Bromkalium und Kochsalz.

Aus Tabelle 1 ergibt sich folgender Wert für die von K_1 ausgesandte Wellenlänge λ_0, ausgedrückt in Würfelebenenabstand a von Bromkalium,

$$\lambda_0 = 0{,}120 \cdot 2a.$$

Andererseits liefert eine genaue Winkelbestimmung des strahlenden Kristalls einen in a_0 (Würfelebenenabstand von Kochsalz) gemessenen Wert von

$$\lambda_0 = 0{,}138 \cdot 2a_0,$$

somit

$$a : a_0 = 138 : 120 = 1{,}15 : 1.$$

Berechnet man unter Zugrundelegung des von W. H. Bragg[1]) angegebenen Kochsalzraumgitters dieses Verhältnis

I. für ein einfach kubisches Raumgitter von BrK Molekülen,

II. für ein flächenzentriertes Raumgitter von BrK Molekülen,

so ergibt sich

I. 1,48 : 1 und II. 1,17 : 1.

Der experimentelle Wert 1,15 unterscheidet sich nur um 2 Proz. von dem theoretischen Wert 1,17.

Das Versuchsergebnis verlangt also, ebenso wie oben unter 1, die Annahme eines flächenzentrierten Raumgitters von BrK Molekülen. In den Tabellen 1 und 2 sind dann die Werte der Wellenlängen für die ungeraden Punkte mit 2 zu multiplizieren; die richtigen Werte der Wellenlängen sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt:

Tabelle 4a.

Index	λ berechnet	Index	λ berechnet
$12\bar{2}$	$60{,}0 \times 2a'$	$10\bar{4}$	$62{,}4 \times 2a'$
113	$121{,}0 \times 2a'$	012	$56{,}6 \times 2a'$
032	$58{,}3 \times 2a'$	010	$238{,}0 \times 2a'$
$1\bar{1}4$	$62{,}1 \times 2a'$	011	$130{,}2 \times 2a'$
$11\bar{5}$	$62{,}6 \times 2a'$	$0\bar{1}1$	$107{,}8 \times 2a'$

Die von W. L. Bragg[2]) angegebene Erklärung des Bromkaliumraumgitters als eine Ineinanderstellung von zwei flächenzentrierten Raumgittern von Br-Atomen und K-Atomen, von denen des höheren Atomgewichts wegen hauptsächlich nur die ersteren wirksam sind, ergibt dasselbe Resultat, wie die der Berechnung zu-

1) Vgl. die kurze Bemerkung über dieselbe Erscheinung bei Kochsalz. Diese Zeitschr. **14**, 1232, 1913.

1) Proc. Roy. Soc. **89**, Nr. 610, 1913. Bestätigung bei E. Wagner, diese Zeitschr. **14**, 1232, 1913.

2) Proc. Roy. Soc. **89**, Nr. 610.

Tabelle 4b.

Index	λ berechnet	Index	λ berechnet
$0\bar{1}2$	$38,6 \times 2a'$	122	$50,0 \times 2a'$
032	$51,5 \times 2a'$	232	$69,5 \times 2a'$
021	$90,7 \times 2a'$	131	$42,0 \times 2a'$
021	$99,7 \times 2a'$	$13\bar{1}$	$50,6 \times 2a'$
$0\bar{3}1$	$69,2 \times 2a'$	115	$46,0 \times 2a'$
031	$73,6 \times 2a'$	104	$51,8 \times 2a'$
041	$54,7 \times 2a'$	103	$90,4 \times 2a'$
041	$57,3 \times 2a'$	115	$81,2 \times 2a'$
120	$99,0 \times 2a'$	114	$45,7 \times 2a'$
121	$78,8 \times 2a'$	113	$145,4 \times 2a'$
$12\bar{1}$	$86,2 \times 2a'$	114	$72,1 \times 2a'$

grunde gelegte Annahme eines flächenzentrierten Molekülraumgitters,

1. in bezug auf das gegenseitige Abstandsverhältnis von Netzebenen mit ungeraden und mit gemischten Indizes,
2. in bezug auf das Verhältnis der Gitterkonstanten von Bromkalium und Kochsalz.

Der hier mitgeteilte Versuch läßt zwar die Entscheidung zwischen beiden Möglichkeiten offen; ähnliche Versuche an Sylvin führen aber notwendig zur Annahme von Atomraumgittern, so daß man aus Analogiegründen (Isomorphie der beiden Kristalle) auch hier vermuten muß, daß die Gitterpunkte mit Atomen und nicht mit Molekülen besetzt sind.

Genauere Mitteilungen über ähnliche Versuche mit Sylvin und Flußspat werden in der Dissertation des Verfassers zu finden sein; sämtliche Versuchsergebnisse dieser photographischen Methode sind in vollem Einklang mit der von W. H. und W. L. Bragg auf Grund der Ionisationsmethode gewonnenen Ansicht von der Struktur der betreffenden Raumgitter.

München, Physikal. Institut der Universität, 14. März 1914.

(Eingegangen 18. März 1914.)

Das Gesetz der Glimmströme in zylindrischen Feldern unter Atmosphärendruck[1]). (La loi des courants de lueurs dans les champs cylindriques sous la pression atmosphérique.)

Von V. Schaffers.

Unseres Wissens gibt es nur zwei experimentelle Arbeiten über dieses Thema. Die erste verdanken wir G. Jaumann[2]), der mit sieben Drähten von 0,0025—0,0494 cm Durchmesser in einem Zylinder von 3,023 cm Radius arbeitete. Die Potentialmessungen wurden nur bei vier verschiedenen Stromstärken vorgenommen. Wir wollen von Jaumanns Beobachtungen nur festhalten, daß eine Temperaturänderung des umgebenden Mediums von 10—25° keinerlei Einfluß auf die Resultate gehabt hat. Man braucht also auf die Temperatur keine Rücksicht zu nehmen. Die zweite auf unseren Gegenstand bezügliche Arbeit hat J. C. Almy[1]) zum Verfasser. Wie die vorhergehende enthält sie keine hinreichende Anzahl von Messungen, um die wahren Gesetze klarzulegen; eins indessen ausgenommen, das Jaumann nicht erkannt hat: nämlich, daß die Stromstärke der Länge des Drahtes zwischen den isolierenden Scheiben, die den Zylinder abschließen, proportional ist, insoweit diese Länge größer ist als der Durchmesser des Zylinders. Almy hat ferner das Gas in seinem Apparat beständig erneuert, er hat in verschiedenen Medien gearbeitet (Luft, Wasserstoff), und endlich hat er statt eines drei verschiedene Zylinder benutzt.

J. J. Thomson[2]) hat, von der Ionentheorie ausgehend, versucht, die Charakteristik der Glimmentladungen in zylindrischen Feldern a priori zu bestimmen.

Abgesehen von der Schicht, die dem Draht unmittelbar anliegt, wird der Strom von Ionen des gleichen Zeichens übertragen. Die Gleichung von Poisson ergibt für die Längeneinheit

$$\frac{d}{dr}(Rr) = -\frac{2i}{KR},$$

wobei r der Abstand von der Achse ist, R das Feld und K die Beweglichkeit. Aber diese Lösung ist nur unter allgemeinen Voraussetzungen erhalten worden.

Wir haben versucht, in diese Lösung den speziellen Wert des zylindrischen Feldes einzuführen, nachdem Franck[3]) gezeigt hat, daß die durch die Ionen bewirkte Änderung des Feldes bei Radien mittlerer Größe gering ist, ausgenommen wohlverstanden in der Umgebung der Elektroden. Die letztere Eigenschaft gestattet, die Poissonsche Gleichung zu integrieren $\left(\text{in dem nicht veränderten zylindrischen Felde wäre } \frac{d}{dr}(rR) = 0\right)$, denn der plötzliche Potentialsturz in der Nähe des Zylinders, für den wir immer das Erdpotential annehmen, bewirkt, daß der Schnittpunkt der Verlängerung der Kurve, die das Feld als Funktion von r darstellt, mit der Abszissenachse im Abstand $b + c$ statt in b

1) Auszug einer Abhandlung, die demnächst in den Ann. de la Soc. Scient. de Brux. erscheinen wird.
2) Wiener Ber. (2) **97**, 1587, 1888.

1) Amer. Journ. of Science (4) **12**, 175, 1901.
2) Conduction of Electricity through Gases, 2. Aufl., S. 502.
3) Ann. d. Phys. **21**, 972, 1906.

(Radius des Zylinders) liegt. Integriert man nun zwischen a und b, so findet man zunächst

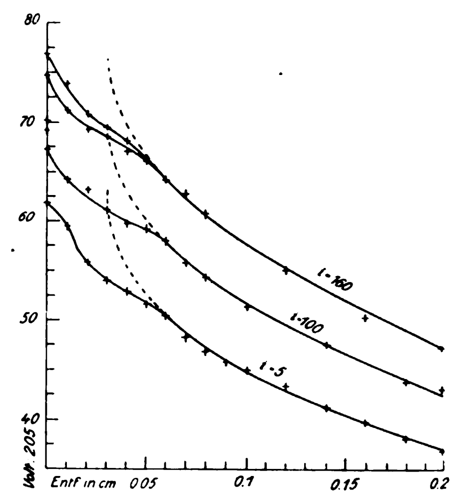
$$\left(\frac{V_a}{\ln\frac{b+c}{a}}\right)^2 = \frac{2i}{K}\left[(b+c)^2 - a^2\right]$$

eine Gleichung, die i als Funktion des Potentials V_a darstellt, das im Abstand a durch die Ionen bewirkt ist. Dieses Potential addiert sich zu demjenigen, das an diesem Punkt des Feldes zu der Zeit bestand, als der Strom einsetzte. Es ist also gleich der Differenz $V - V_c$ zwischen dem vorhandenen und dem anfänglichen Potential in diesem Punkte. Wir berücksichtigen die Länge l des Drahtes und ziehen in Betracht, daß c und ebenfalls a im allgemeinen gegenüber b zu vernachlässigen ist. So erhalten wir schließlich

$$i = \frac{Kl}{2}\left(\frac{V - V_c}{b\ln\frac{b}{a}}\right)^2. \qquad \text{(A)}$$

Die Potentiale im Abstand a von der Achse sind schwierig zu messen. Man kann die obige Differenz durch diejenige des vorhandenen und des anfänglichen Potentials auf dem Draht selbst ersetzen; und diese Bedeutung wollen wir im folgenden $V - V_c$ zuschreiben. In der Tat zeigen die mit der Sonde ausgeführten Messungen (Ann. de la Soc. Scient. de Brux. **37**, 3, 1913), daß diese Differenz sich sowohl mit r als auch mit der Stromstärke nur ganz wenig ändert, wenn man $a - r = 0{,}03$ cm wählt (r ist der Radius des Drahtes). Man erkennt dies z. B. aus Fig. 1, welche die vermittels der Sonde in der Nähe eines Drahtes von 0,03 cm Radius gemessenen Potentiale darstellt.

Immerhin bleibt diese Substitution ziemlich willkürlich. Auch die Formel (A) ist nicht streng analytisch abgeleitet. Wir werden aber finden, daß sie, empirisch jedenfalls, die sehr zahlreichen Messungen, die während meiner Untersuchungen angestellt wurden, ausgezeichnet deckt, besonders wenn man noch eine ebenfalls empirische Modifikation einführt, die es erlaubt, ihren Geltungsbereich beträchtlich auszudehnen. Wenn wir nämlich die Formel (A) an den verschiedenen untersuchten Fällen prüfen, so zeigt sich, daß sie nicht mehr gilt, sobald $\frac{b}{r} < 1000$. Wenn man jedoch den Exponenten 2 in dieser Formel durch den dekadischen Logarithmus von $\frac{b}{a}$, also durch $0{,}434 \ln\frac{b}{a}$ ersetzt, findet man, daß die Messungen genau dargestellt werden. (Siehe hierzu Fig. 4 und 5.)



$r = 0{,}0303$. Draht positiv. Die Potentiale als Ordinaten in Volt $\times \frac{1}{205}$. Die Abstände von der Metalloberfläche als Abszissen. Die Stromstärke i in Amp. $\times \frac{10^6}{0{,}3}$.

Fig. 1.

Man hat also die ganz allgemeine Formel

$$i = \frac{Kl}{2}\left(\frac{V - V_c}{b\ln\frac{b}{a}}\right)^{0{,}434\ln\frac{b}{a}} \qquad \text{(B)}$$

mit der Bedingung, daß der Exponent durch 2 ersetzt werden muß, sobald $0{,}434 \ln\frac{b}{a} > 2$ wird.

Die Formel (B) wäre streng linear für $\frac{b}{a} = 10$. Aber es scheint, als ob dies in unseren Anordnungen ein unrealisierbarer Fall bliebe. Es ist uns wenigstens niemals gelungen, gleichmäßige Resultate zu erzielen, wenn der Zylinderradius dem Wert $10a$ nahe kam. Die weiter unten beigegebenen Figuren zeigen ebenfalls, daß die Kurven sich der Geraden sehr bald nähern, sie aber nicht erreichen.

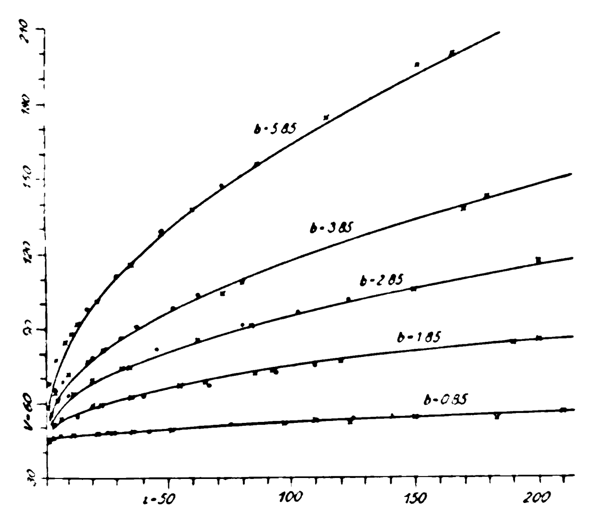
Messungsresultate. Das Anfangspotential V_c.

Die angewandte Methode ist die gleiche wie die, welche in der Arbeit über die direkte Bestimmung der Anfangspotentiale beschrieben worden ist[1]). Zwei Beobachter lasen gleichzeitig, der eine das Potential, der andere die zugehörige Stromstärke ab. Die letztere ist im folgenden in Millimetern einer Skala angegeben, deren Abstand vom Spiegelgalvanometer 1,70 m betrug. 1 mm entspricht unter diesen Bedingungen

1) Diese Zeitschr. **14**, 981, 1913.

0.3×10^{-6} Amp. Die Messungen, die namentlich nahe am Nullwert der Stromstärke in großer Zahl gemacht worden sind, wurden in der Weise ausgeführt, daß man sukzessive das Potential anwachsen ließ. Gewöhnlich wurde die Reihe sodann in der Richtung abnehmender Potentiale wiederholt, wenigstens in der Nähe des Nullwerts.

Bekanntlich ist bei der Untersuchung der Spitzenströme oft beobachtet worden, daß das Endpotential niedriger ist als das Anfangspotential. Bei den Drähten befindet sich der



Draht negativ. $r = 0{,}00127$. Die Potentiale V in Volt $\times \frac{1}{53}$. Die Stromstärken i in Amp. $\times \frac{10^6}{0{,}3}$. Die Kreuze bezeichnen die Messungen bei steigendem, die Kreise die Messungen bei sinkendem Potential. Die Kurven sind mittels der Werte der Tabellen II und IV konstruiert, die unterste nach Formel (B), die übrigen nach Formel (A).

Fig. 2.

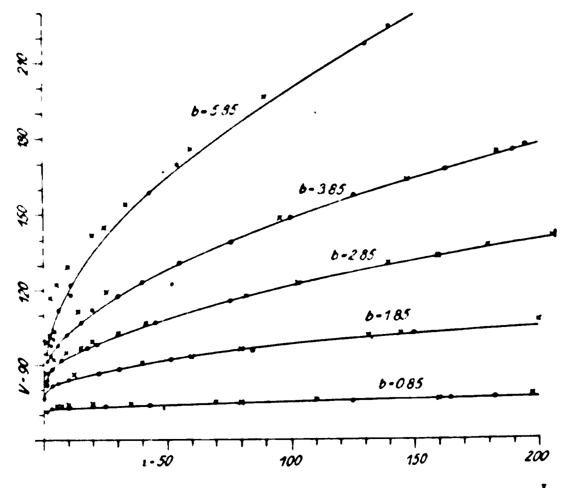
rücklaufende Zweig der Charakteristik im allgemeinen in engen Röhren unterhalb, in weiten Röhren oberhalb des Ausgangszweiges. (Siehe z. B. Fig. 2 und Fig. 5, in denen die Kreuze Messungen bei steigendem, die Kreise Messungen bei fallendem Potential darstellen.) Man sieht übrigens aus diesen Figuren, daß die Messungen sich mit den theoretischen, durch die Formel gelieferten Kurven (ausgezogene Kurven) völlig decken, außer für sehr schwache Anfangsströme.

Man kann sich die Frage vorlegen, ob diese Abweichung möglicherweise durch die wachsende Oberfläche des Glimmlichtes bedingt ist. Im Geißlerschen Vakuum hat H. A. Wilson[1]) Konstanz der Stromdichte in 0,025 cm Abstand von der Elektrode gefunden, solange diese noch nicht völlig vom Glimmlicht bedeckt ist. Nehmen wir statt dessen den Abstand zu 0,03 cm an und extrapolieren auf Atmosphärendruck, so entspricht dies 0,253 Mikroampere. Wir finden anderseits auf unseren Drähten die Stromdichten:

Tabelle I.

r	bei 0,03 cm Abstand	am Metall
0,0099	0,154	0,616
0,0151	0,207	0,610
0,0303	0,257	0,513
0,0521	0,244	0,385
0,1000	0,367	0,477

Es bleibt zweifelhaft, ob man Konstanz der Stromdichte am Metall selbst oder in 0,03 cm Abstand annehmen soll, da bei dem außerordentlich schwachen Lichte keine genauen Messungen möglich sind. Aber die bemerkenswerte Übereinstimmung des Mittelwertes von 0,246 im Abstand von 0,03 cm mit dem Resultat von H. A. Wilson macht die zweite Annahme wahrscheinlicher. Ein weiterer Grund für diese Wahl ist in der Tatsache enthalten, daß, wenn man die Intensitäten aufsucht, bei denen der Strom aufhört instabil zu sein und leichter meßbar wird, man die gleichen Dichten bei 0,03 cm Abstand findet. Jedenfalls sind die in Frage stehenden Intensitäten bei weitem schwächer als diejenigen, die die Anwendbar-



Draht negativ. $r = 0{,}00385$. Die Potentiale V in Volt $\times \frac{1}{53}$, die Stromstärken i in Amp. $\times \frac{10^6}{0{,}3}$. Die Kurven sind empirisch konstruiert mit Benutzung der durch Kreise dargestellten Messungsreihen. Die Kreuze repräsentieren Reihen, die zu einer anderen Zeit aufgenommen wurden. N.B. Die Übereinstimmung ist nicht immer so gut. Das Beispiel wurde gewählt, um einen bestimmten Punkt zu beleuchten.

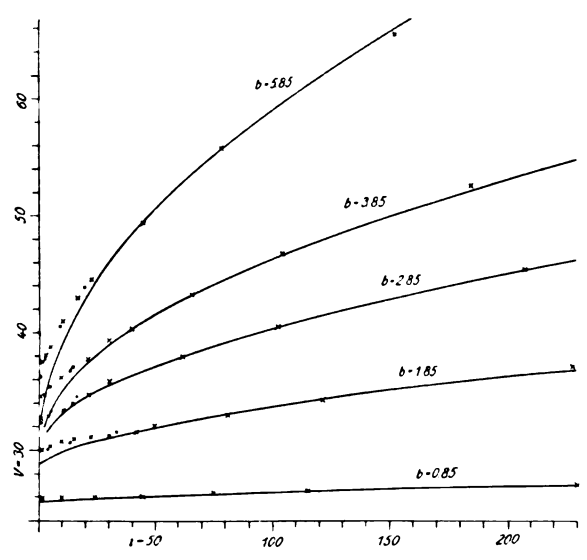
Fig. 3.

1) Phil. Mag. (6) **4**, 608, 1902.

keit des allgemeinen Stromgesetzes (A) oder (B) begrenzen, für die man als Mittelwert, mit sehr geringen Abweichungen, findet:

$$\delta = 1{,}6 \times 10^{-6} \text{ Amp.}$$

Die Kurven der Figuren 2, 3, 4 und 5 zeigen diese Eigenschaften sehr deutlich. Fig. 3, in der nicht die theoretischen, sondern nur diejenigen Kurven dargestellt sind, die sich aus zwei an verschiedenen Tagen aufgenommenen Messungsreihen ergeben, läßt außerdem erkennen, daß der Einfluß störender Umstände besonders dann merklich wird, wenn die Stromdichte den obigen Wert noch nicht erreicht hat, der hier $i = 27$ entsprechen würde. In Fig. 2 würde er $i = 25$ betragen, in Fig. 4 $i = 32$ und endlich in Fig. 5 $i = 65$.



Draht positiv. $r = 0{,}0099$. Die Potentiale V in Volt $\times \frac{1}{205}$, die Stromstärken i in Amp. $\times \frac{10^6}{0{,}3}$. Die Kreuze bezeichnen Messungen bei steigendem, die Kreise Messungen bei abnehmendem Potential. Die Kurven sind mittels der Werte der Tabellen II und IV konstruiert; die beiden oberen nach Formel (A), die anderen nach Formel (B).

Fig. 4.

Welcher physikalischen Erscheinung entspricht nun dieser neue bestimmte Wert der Dichte? Man findet eine Deutung in der Unveränderlichkeit der Dicke des Glimmlichts. Man könnte annehmen, daß die Beständigkeit derselben von dem Augenblick an statthätte, in dem die Stromdichte den Wert $1{,}6 \times 10^{-6}$ erreicht. Wir haben durch direkte Messungen gesehen (Ann. de la Soc. Scient. de Brux., loc. cit.), daß diese Dicke ebenfalls etwa 0,03 cm beträgt, da der äußere Saum der leuchtenden Schicht 0,06 cm vom Metall entfernt war, und der innere Saum bei 0,03 cm lag, wie auch aus Fig. 1 ersichtlich.

Im folgenden werden die Anfangspotentiale angegeben. Sie sind aus den theoretischen Kurven berechnet, die sich, vom Anfangsabschnitt abgesehen, am besten mit den ausgeführten Messungen decken:

Tabelle II.

r	$b = 0{,}85$	$b = 1{,}85$	$b = 2{,}85$	$b = 3{,}85$	$b = 5{,}85$
Positive Anfangspotentiale (berechnet).					
0,00038	*1616,5*	*1616,5*	*1616,5*	—	—
0,00127	2544	*2459*	*2459*	*2459*	*2459*
0,00176	2862	2968	*2809*	*2809*	*2809*
0,00385	3657	3975	3959	*3948,5*	*3948,5*
0,0099	5227,5	5904	6150	6150	*6150*
0,0151	—	7072,5	7277,5	7585	*7790*
0,0521	—	12956	14288	15088	15900
0,1000	—	—	20192	21730	23472
Negative Anfangspotentiale (berechnet).					
0,00038	*1219*	*1219*	*1219*	—	—
0,00127	2385	*2385*	*2385*	*2385*	*2385*
0,00176	2650	2931	*2756*	*2756*	*2756*
0,00385	3763	4160,5	4134	*4134*	*4134*
0.0099	5391,5	6211,5	6355	6396	*6662*
0,0151	—	7974,5	8138,5	8466,5	*8507,5*
0,0303	—	10865	12013	12238	*12402*
0,0521	—	13407	14862	—	16810

Die in Kursivschrift angegebenen Potentiale sind nach Formel (A) berechnet, die übrigen nach Formel (B). r ist der Radius des Drahtes.

Die nach den Kurven berechneten negativen Potentiale sind höher als die positiven, sobald der Radius des Drahtes größer wird als 0,00176 cm. Man sieht, daß bei den beobachteten Anfangspotentialen[1]) dies erst von $r = 0{,}01$ cm an der Fall ist.

Ganz allgemein ist das berechnete Anfangspotential V_c kleiner als das beobachtete. Für $\frac{b}{r} > 1000$ wird die Differenz zwischen den beiden Potentialen merklich proportional zu b und unabhängig von r. Sie beträgt 220 b beim positiven und 144 b beim negativen Potential. Bei letzterem Vorzeichen kommt infolge der häufigeren Unregelmäßigkeiten das Gesetz nicht so klar zur Erscheinung.

Im gleichen Bereich ist ferner beobachtet worden, daß die um 350 Volt verminderten positiven Anfangspotentiale und die negativen Potentiale selbst der Quadratwurzel aus dem Radius r proportional sind.

1) Diese Zeitschr. **14**, 981, 1913.

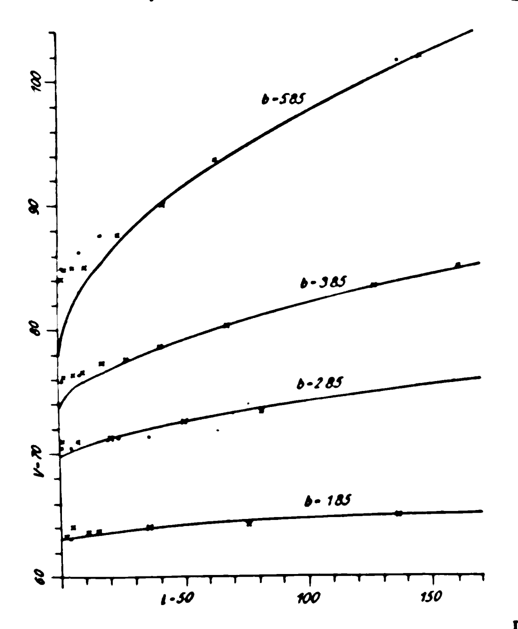
Tabelle III.

r	0,00038	0,00127	0,00176	0,00385	0,0099	0,0151
$+\frac{V_c - 350}{\sqrt{r}}$	64950	59200	58550	58000	58000	60500
$-\frac{V_c}{\sqrt{r}}$	62600	64000	65620	66700	66620	69146

Die Mittelwerte sind 59870 und 66542, abgerundet 60000 und 66500.

Endlich sind, immer im gleichen Bereich, die Anfangspotentiale V_c unabhängig vom Radius b. Alle diese Eigenschaften, zu denen noch, wie wir sehen werden, die Konstanz der Beweglichkeit K hinzukommt, bilden in dem Bereiche, in dem die Formel (A) (mit dem Exponenten 2) gilt, eine sehr charakteristische und völlig definierte Gesetzmäßigkeit für den Glimmstrom. Sie stellt anscheinend den normalen Verlauf dieser Entladungsform dar, denn sie wird immer reiner in dem Maße, wie der Draht dünner wird, wodurch er gerade immer früher in das durch $\frac{b}{r} > 1000$ definierte Gebiet eintritt.

Die an einem gegebenen Draht in verschiedenen Zylindern beobachteten Anfangs-



Draht positiv. $r = 0{,}0521$. Die Potentiale V in Volt $\times \frac{1}{205}$, die Stromstärken i in Amp. $\times \frac{10^6}{0{,}3}$. Die Kreuze stellen Messungen bei steigenden, die Kreise Messungen bei fallenden Potentialen dar. Die Kurven sind nach den Tabellen II und IV unter Benutzung der Formel (B) konstruiert.

Fig. 5.

potentiale haben in diesem Bereich die Tendenz, sich zu vereinigen, wie aus den Fig. 2 und 3 ersichtlich, während sie in dem Maße mehr und mehr voneinander abweichen (Fig. 4 und 5), in dem $\frac{b}{r}$ abnimmt.

Die Beweglichkeit K.

Es folgen jetzt die Werte von K, wie sie aus solchen theoretischen Kurven bestimmt wurden, die die Messungen gut darstellen, z. B. aus den Kurven der Fig. 2, 4 und 5.

Tabelle IV.

r	$b = 0{,}85$	$b = 1{,}85$	$b = 2{,}85$	$b = 3{,}85$	$b = 5{,}85$
Positive Beweglichkeiten K_p.					
0,00038	*8191*	*8191*	*8191*	—	—
0,00127	20329	*12406*	*12406*	*12406*	*12406*
0,00176	20119	14060	*13250*	*13250*	*13250*
0,00385	34764	19554	15369	*14454*	*14454*
0,0099	53044	25014	20200	18030	*16100*
0,0151	—	38725	23969	22507	*20123*
0,0521	—	80000	47520	38386	23531
0;1000	—	—	55304	43043	20109
Negative Beweglichkeiten K_n.					
0,00038	*10840*	*10840*	*10840*	—	—
0,00127	23684	*14454*	*14454*	*14454*	*14454*
0,00176	21947	18557	*13973*	*13973*	*13973*
0,00385	52145	20331	19560	*14454*	*14454*
0,0099	39941	33320	20260	20080	*16100*
0,0151	—	61954	32805	28238	*20123*
0,0303	—	77961	78371	33564	*20878*
0,0521	—	53400	47520	—	29412

Die Berechnung ist mit elektrostatischen Einheiten durchgeführt. Die Kursivziffern wurden nach Formel (A), die übrigen nach Formel (B) erhalten.

Was unmittelbar auffällt, ist die Unabhängigkeit der Beweglichkeiten vom Radius b des Zylinders an dünnen Drähten in dem zweiten Stromgebiet $\left(\frac{b}{a} > 100 \text{ oder } \frac{b}{r} > 1000\right)$, sowie die Größe der Änderungen, die sich geltend machen, wenn man sich den Grenzwerten von $\frac{b}{a}$ oder $\frac{b}{r}$ nähert. Man wird ferner bemerken, daß die absoluten Werte bedeutend größer sind als bei gewöhnlichen Ionen in Luft.

Die Verhältnisse der Beweglichkeiten $\frac{K_n}{K_p}$ sind nicht ohne Interesse.

Tabelle V.
Verhältnisse der Beweglichkeiten der beiden Vorzeichen.

r	$b=0,85$	$b=1,85$	$b=2,85$	$b=3,85$	$b=5,85$
0,00038	1,3235	1,3235	1,3235	—	—
0,00127	1,165	1,168	1,168	1,168	1,168
0,00176	1,100	1,380	1,055	1,055	1,055
0,00385	1,50	1,50	1,273	1,00	1,00
0,0099	0,583	1,286	1,00	1,077	1,00
0,0151	—	1,60	1,37	1,25	1,00
0,0521	—	0,667	1,00	—	1,25

Man sieht, wie sehr die Eigenschaften der Ionen bei der Glimmentladung von der Vorstellung abweichen, die man sich gewöhnlich über sie macht. Nur eins bleibt: nämlich, daß die Beweglichkeit der negativen Ionen im allgemeinen größer, wenigstens aber gleich der Beweglichkeit der positiven Ionen ist. (Die beiden Zahlen kleiner als eins in der Tabelle V brauchen hier nicht in Betracht gezogen zu werden; sie beziehen sich auf Fälle, in denen $\frac{b}{a}$ schon nahe an 10 herankommt, und in denen experimentell große Abweichungen gefunden werden.) Aber das Verhältnis der beiden Größen ist durchaus nicht unveränderlich. An feinen Drähten hängt es nur von r ab, bei anderen ist es außerdem eine Funktion von b. In unserer Abhandlung in den Ann. de la Soc. Scient. de Brux. (loc. cit.) haben wir die Berechnungen auch in der Weise durchgeführt, daß wir nicht von den theoretischen Kurven ausgingen, die sich unseren Messungsreihen am besten anpaßten, sondern von den rein experimentellen Kurven. Wir fanden hierbei, daß das Verhältnis umgekehrt proportional der Kubikwurzel des Zylinderradius b ist, während es unabhängig vom Radius r des Drahtes bleibt. Wir konnten ferner feststellen, daß durch Einsetzen des $\ln \frac{b}{r}$ für $\ln \frac{b}{a}$ im Nenner der Formel (B) (ohne Änderung des Exponenten) Beweglichkeiten erhalten wurden, die unabhängig von r, aber als Funktion von b erschienen. Es würde zu weit führen, hier in die Diskussion dieser verschiedenen Versuche einzutreten.

Zusammenfassung.

Der Glimmstrom an den Drähten wird durch die Formel (A)

$$i = \frac{Kl}{2}\left(\frac{V - V_c}{b \ln \frac{b}{a}}\right)^2$$

vollständig dargestellt, wenn $\frac{b}{r} > 1000$. Das Anfangspotential V_c und die Beweglichkeit K sind unabhängig vom Radius b des Zylinders, aber Funktionen des Radius r des Drahtes. Der Ionisationsabstand $a - r$ ist $= 0,03$ cm.

Für $\frac{b}{r} < 1000$ gilt die Formel ebenfalls, wenn der Exponent 2 durch den dekadischen Logarithmus von $\frac{b}{a}$ ersetzt wird. Doch ändern sich sodann sowohl die Beweglichkeit als auch das Anfangspotential gleichzeitig mit b und mit r.

Es bestehen also zwei wohldefinierte Stromgebiete. In beiden gilt die Formel nur, wenn die Stromdichte im Abstand 0,03 cm vom Draht mindestens $1,6 \times 10^{-6}$ Amp. beträgt. Diese Dichte scheint den Wert darzustellen, der zur Aufrechterhaltung der unveränderlichen Dicke des Glimmlichts, die bei stärkeren Strömen beobachtet wird, erforderlich ist. Die Ausdehnung des Glimmlichts entspricht einer Stromdichte von $0,25 \times 10^{-6}$ Amp. im gleichen Abstand.

Für $\frac{b}{r} > 1000$ ist $V_c - 350 = 60000\sqrt{r}$ für das positive und $V_c = 66500\sqrt{r}$ für das negative Anfangspotential. Ferner ist $V_i - V_c = 220\,b$, positiv, und $V_i - V_c = 144\,b$, negativ, wenn V_i das beobachtete Anfangspotential bezeichnet.

Die erhaltenen Beweglichkeiten sind bedeutend größer als bei gewöhnlichen Ionen in Luft. Die negativen Beweglichkeiten sind immer mindestens gleich den positiven, aber ihr Verhältnis ist nicht unveränderlich.

(Eingegangen 17. Februar 1914.)

Das Ionometer und seine Verwendung zur Messung von Radium- und Röntgenstrahlen.

Von H. Greinacher.

§ 1. Prinzip des Apparates.

Im folgenden sei ein Apparat beschrieben, der die Ionisierung in Gasen direkt abzulesen erlaubt und daher unmittelbar zur Messung von Radium- und Röntgenstrahlen verwendet werden kann. Über den Apparat, der seit Anfang 1912 bekannt gegeben ist, habe ich seinerzeit schon in Kürze berichtet[1]). Der Konstruktion liegt im Prinzip die Bronsonsche Meßanordnung

1) Radium in Biologie und Heilkunde, 2, 137, 1913.

zugrunde. Während letztere aber infolge der nötigen Apparateaufstellung nur in der Laboratoriumspraxis Verbreitung finden konnte, ist die Anordnung an dem neuen Apparat so modifiziert, daß man ein überall verwendbares, kompendiöses Ganzes bekommt.

Die Konstruktion ist aus Fig. 1 ersichtlich. In einem Metallgehäuse G befindet sich ein

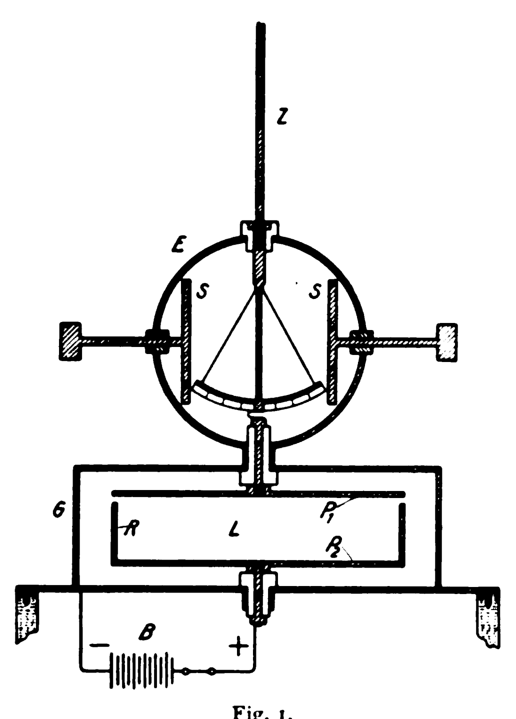


Fig. 1.

Luftkondensator L, bestehend aus den beiden Platten $P_1 P_2$. Letztere sind auf der einander zugewandten Seite mit einer konstant radioaktiven Substanz überzogen. Um die Ionisierung auf den Luftzwischenraum zu beschränken, ist die Platte P_2 mit einem ringförmigen Aufsatz R versehen. Die Platte P_2 ist in Verbindung mit einer Gleichstromquelle, deren anderer Pol mit dem Gehäuse verbunden ist. Die Platte P_1 bildet in Gemeinschaft mit dem Elektroskop E und dem Zerstreuungsstift Z ein für sich isoliertes System. Zieht man die Schutzbacken S auseinander, so lädt sich dieses System ohne weiteres durch den Luftwiderstand L auf das Potential der Platte P_2 auf. Wird jetzt die Luft um Z herum ionisiert, so fließt ein Strom von Z nach der Umgebung bzw. dem Gehäuse. Das Potential des Systems sinkt. Zugleich aber entsteht zwischen P_1 und P_2 eine Potentialdifferenz, die zu einem Strom von P_2 nach P_1 Anlaß gibt. Ein Gleichgewichtszustand wird erreicht, wenn der zu messende, von Z ausgehende Strom gleich ist dem Strom im Luftwiderstand L. Man erhält daher eine Dauereinstellung am Elektrometer E; und zwar gehen die Blättchen um so näher zusammen, je stärker der Ionisierungsstrom. Dem Strom o entspricht der größte am Instrument beobachtbare Ausschlag.

Als eigentliches Meßgerät kann ein gewöhnliches Blattelektroskop oder sonst ein entsprechendes Zeigerinstrument verwendet werden. Statt des Zerstreuungsstiftes Z kann ferner eine besondere Ionisierungskammer aufgesetzt werden (s. § 4). Die Gleichstromquelle wird geliefert entweder durch eine Trockenbatterie von mindestens 200 Volt, oder durch ein Gleichstromnetz. Auch an ein Wechselstromnetz von 100 oder 200 Volt kann mittels der Vorrichtung des § 2 angeschlossen werden.

Die Einrichtung des Apparates unterscheidet sich, wie ersichtlich, von der Bronsonschen Meßanordnung prinzipiell dadurch, daß man das Elektrometer nicht dem Luftwiderstand, sondern der Ionisierungskammer bzw. Z und Gehäuse parallel legt. Infolgedessen mißt man hier Spannungen, die ohne weiteres mit einem Blättchenelektroskop gemessen werden können. Auf diese Weise wird die Verwendung eines empfindlichen Quadrantelektrometers mit zugehöriger Hilfsbatterie entbehrlich, und es wird so möglich, die ganze Meßanordnung zu einem einfachen handlichen Apparat zu vereinigen.

Ein weiterer Unterschied betrifft die Verwendung des Luftwiderstandes. Bei der Bronsonschen Meßanordnung wird darauf Wert gelegt, daß der Luftwiderstand dem Ohmschen Gesetz folgt, eine Bedingung, die nur dann erfüllt ist, wenn am Luftwiderstand kleine Potentialdifferenzen vorhanden sind. Zur Messung mußte man demgemäß auch ein empfindliches Quadrantelektrometer verwenden. Dadurch wurde allerdings erreicht, daß die Ausschläge direkt proportional den zu messenden Strömen waren. Bei Verwendung von Elektroskopen bzw. Elektrometern ohne Hilfsladung ist keine Proportionalität mit der Spannung und damit auch nicht mit den zu messenden Strömen vorhanden. Da diese Instrumente daher an und für sich schon geeicht werden müssen, ist es ohne Belang, ob der Luftwiderstand dem Ohmschen Gesetz folgt. Bei der Messung mit dem Ionometer wird der Luftwiderstand tatsächlich auch bis zu Spannungen von 100 und mehr Volt beansprucht.

§ 2. Praktische Durchführung.

Der definitive Apparat, der von der Siemens & Halske-A.-G. gebaut wird, enthält in einem Holzkasten vereinigt (Fig. 2) ein Elster- und

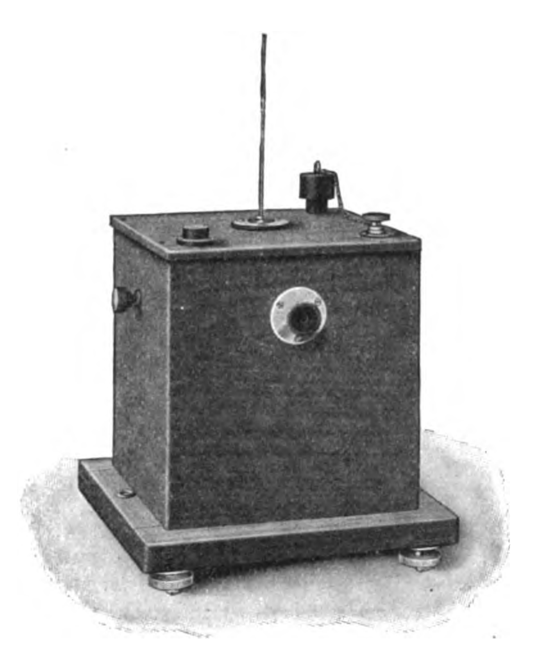


Fig. 2.

Geitelsches Elektroskop (Beobachtung mit Lupe oder objektiv) und einen Luftwiderstand. Letzterer besteht aus Platten, die mit U_3O_8 gleichmäßig bedeckt sind. Von der Größe dieses Luftwiderstands hängt sowohl die Empfindlichkeit des Instrumentes als auch — im Verein mit der Kapazität des Systems — die Einstellungsgeschwindigkeit des Elektroskops ab. Letztere beträgt Bruchteile einer Minute. Eine spezielle Ausführungsform des Apparates ist vorgesehen zur Messung stärkerer Ionisierungsströme, wie man sie bei Röntgenstrahlen erhält. Hier kann der Widerstand kleiner gemacht werden (Radiumbelegung, Flüssigkeitswiderstand), wodurch eine sofortige Einstellung des Apparates erzielt wird. Die vorliegende Ausführungsform ist ihrerseits geeignet zur Beobachtung schwacher Ionisierungen, z. B. kleiner Emanationsmengen.

Vom eigentlichen Apparat getrennt ist die Stromquelle. Als solche dient eine Trockenbatterie oder ein Gleichstromnetz von 220 Volt; auch die gleichzeitige Verwendung eines Gleichstromnetzes von 110 Volt und einer Batterie von 110 Volt ist vorgesehen. Durch die im folgenden beschriebene Gleichrichteranordnung ist es ferner möglich, den Apparat an ein Wechselstromnetz anzuschließen.

Hier sei in Kürze die Einrichtung dieses neuen Gleichrichters beschrieben, während ich betreffs der Details auf die gleichzeitig erfolgende Veröffentlichung in den Verhandlungen der Deutschen Phys. Ges. verweisen möchte. Nach Fig. 3 besteht die Einrichtung bei 200—220 Volt Wechsel-

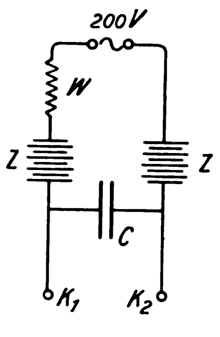


Fig. 3.

strom aus 2 Ventilzellenbatterien Z zu je 4 Elementen und einer Kapazität C von 2 Mikrofarad. An $K_1 K_2$ wird das Ionometer angeschlossen. Die Ventilzellen bestehen einfach aus kleinen Reagensgläschen (5 cm Höhe) mit $NaHCO_3$-Lösung und je einem *Al*- und einem *Fe*-Draht.

Als Kondensator dient ein kleiner technischer Papierkondensator (Telephonkapazität). Die ganze Einrichtung ist in einem kleinen Holzkästchen untergebracht. Um die Gleichspannung an $K_1 K_2$, die 230—250 Volt beträgt, auf 220 Volt, wie gewünscht, zu bringen, ist ein regulierbarer Vorschaltwiderstand W (einige Tausend Ohm) angebracht.

Um auch die Verwendung von nur 100 bis 110 Volt Wechselstrom zu ermöglichen, habe ich eine weitere Schaltung angegeben (l. c.), die nicht nur eine Gleichrichtung, sondern zugleich auch eine Verdopplung der Spannung erzielt. Fig. 4 läßt die Wirkungs-

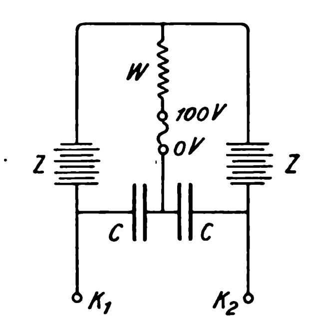


Fig. 4.

weise dieses Apparates ohne weiteres erkennen. Hiernach erhält man durch 8 Ventilzellen und 2 Kondensatoren zu 2 Mikrofarad an $K_1 K_2$ die gewünschte Gleichspannung, die man wiederum durch den Vorschaltwiderstand W einreguliert. Zwei Steckkontakte vermitteln den Anschluß einerseits an das Wechselstromnetz, andererseits an das Ionometer.

§ 3. Eichung des Ionometers.

Die Eichung ist etwas verschieden, je nachdem man den Apparat mit aufgestecktem Zerstreuungsstift oder zusammen mit einer Ionisierungskammer verwendet. In ersterem Fall ist das Luftvolumen, das Ionen zur Stromleitung liefert, nicht eigentlich begrenzt. Auch sind die Stromverhältnisse in verschiedenen Entfernungen vom Stift ganz verschieden. Man wird also aus dem gemessenen Ionisierungsstrom nicht direkt auf die Ionisierung der Luft (etwa Sättigungsstrom in Mache-Einheiten pro Liter Luft) schließen können. Wohl aber kann man den gemessenen Ionisierungsstrom vergleichen mit dem Strom, den man bekommt, wenn man (bei derselben Ionisierung) statt des Zerstreuungsstiftes eine Ionisierungskammer aufsetzt. In dieser ist dann einerseits das Luftvolumen bekannt und andrerseits praktisch Sättigungsstrom vorhanden. Als Ionisierungskammer kann etwa ein Apparat wie der in § 4 beschriebene verwendet werden. Man kann eine solche auch in einfacher Weise dadurch herstellen, daß man über den Zerstreuungsstift einen Zylinder aus massivem Metall oder aus Drahtnetz setzt. Der Ionisierungsstrom fließt dann vom Stift nach der Zylinderwandung.

Hat man nun das Ionometer mit einer Ionisierungskammer auf Mache-Einheiten pro Liter Luft geeicht, so kann man die Eichung auch ohne weiteres für den Zerstreuungsstift ausführen. Man macht nur eine zusammengehörige Serie von Beobachtungen, indem man den Ausschlag bei einer bestimmten Ionisierung (etwa Radiumbestrahlung) einmal mit Zerstreuungsstift und einmal mit Ionisierungskammer beobachtet.

Zu bemerken bleibt immerhin, daß man gute Resultate mit dem Zerstreuungsstift nur in Luft von geringem Staubgehalt erhält. Die infolge des Staubes vermehrte Wiedervereinigung der Ionen wird sonst eine zu geringe Stromstärke ergeben.

Die Eichung des Ionometers auf absolute Strom- bzw. auf Mache-Einheiten kann verschieden ausgeführt werden. Da stets der zu messende und der im Luftwiderstand fließende Strom gleich sind, so genügt es, den Luftwiderstand zu eichen. Man legt zu diesem Zweck verschiedene Spannungen an den Luftwiderstand an und mißt mittels irgendeiner anderen Meßanordnung die zugehörigen Ströme. Wir erhalten so eine Eichkurve für den Luftwiderstand: $i = f(V_2 - V_1)$, wobei $V_2 - V_1$ die Potentialdifferenz zwischen den Kondensatorplatten $P_2 P_1$ bedeutet. Überdies wird noch die Spannungseichkurve des Elektroskops aufgenommen. Damit kennt man auch $\alpha = \varphi(V_1)$. Unter Berücksichtigung, daß V_2 konstant gleich 220 Volt ist, kann man aus den beiden Kurven die zusammengehörigen Werte von i und α entnehmen, bzw. eine neue Kurve zeichnen: $i = \psi(\alpha)$.

Diese Kurve kann man auch ohne Eichung des Luftwiderstandes erhalten. Zu diesem Zweck setzt man auf das Ionometer eine Ionisierungskammer auf und stellt zunächst eine bestimmte Ionisierung her (etwa durch Bestrahlung aus größerer Entfernung mit Radium oder Röntgenstrahlen). Dieser Ionisierungsstrom i_0 werde mit irgendeiner anderen Anordnung bestimmt, wobei man den zugehörigen Ausschlag α_0 am Ionometer abliest. Die ganze Eichkurve $i = \psi(\alpha)$ erhält man nun einfach dadurch, daß man die Bestrahlung der Ionisierungskammer in meßbarer Weise ändert. Die mit der Bestrahlungsintensität proportional gehenden Ionisierungsströme sind dann ohne weiteres auch bekannt, und hat man nur die zugehörigen Einstellungen α am Ionometer abzulesen.

Die Strahlenintensität kann in meßbarer Weise verändert werden durch Abstandsänderung des Radiumpräparats, wobei die Intensität innerhalb weiter Grenzen umgekehrt dem Quadrat des Abstands proportional gesetzt werden darf, oder aber, man verwendet auswechselbare Blenden vor der Ionisierungskammer. Am bequemsten ist die Verwendung einer geeichten Irisblende (s. § 4).

§ 4. Anwendung des Ionometers.

Messung von Radium- und Radiumemanation. Das Instrument in der Ausführungsform der Fig. 2 (Zerstreuungsstift) erlaubt direkt irgendwelche Ionisierungseffekte zu beobachten und zu demonstrieren (Radiumstrahlen, lichtelektrischer Strom, Ionisierung durch chemische Reaktionseffekte usw.). Um radioaktive Gase zu untersuchen, kann auf den Apparat eine zylindrische Metallkanne luftdicht aufgeschraubt werden. Zwei Hähne dienen zur Einführung des emanationshaltigen Gases.

Hat man den Emanationsgehalt in freier Luft zu bestimmen, z. B. in Radiumemanatorien, so stellt man den Apparat einfach mit aufgestecktem Zerstreuungsstift in die betreffende Atmosphäre hinein. Der Ausschlag am Ionometer gibt dann ein direktes Maß für den Emanationsgehalt pro Liter Luft. Um den Emanationsgehalt innerhalb weiter Grenzen messen zu können, werden dem Apparat zwei Zerstreuungsstifte von 15 cm und 30 cm Länge beigegeben. Da das Exnersche Elektroskop 2 Blättchen besitzt, kann die Skala so geteilt

werden, daß die Ablesungen am einen Blättchen für den kürzeren, am andern für den längeren Zerstreuungsstift gelten. Die Eichung des Apparates als Emanationsmesser kann in der gleichen Weise, wie in § 3 beschrieben, ausgeführt werden, da man gewöhnlich die Emanationsmengen in Stromeinheiten pro Liter Luft angibt. Man kann aber auch so vorgehen, daß man den Apparat in eine Atmosphäre von variablem Emanationsgehalt stellt, welch letzteren man auf irgendeine andere Art, z. B. mit einem Fontaktometer nach Mache und Meyer bestimmt.

Um eine Ablagerung von aktivem Beschlag auf dem Zerstreuungsstift möglichst zu vermeiden, ist das System mit dem positiven Pol der Gleichstromquelle verbunden.

Der Apparat kann auch zur Messung von Radiummengen nach der γ-Strahlenmethode verwandt werden, in ähnlicher Weise, wie dies bereits bisher unter Benützung der Bronsonschen Meßanordnung geschehen ist[1]). Man wird zu diesem Zweck ein passendes Ionisierungsgefäß mit Blei- oder Zinkfenster verwenden und im übrigen durch eine dicke Bleiwand dafür sorgen, daß keine störenden γ-Strahlen in das Ionometer selbst eindringen.

Verwendung als Röntgendosimeter. Das Ionometer kann in der Ausführungsform mit Zeigerablesung und rascher Einstellungsdauer ohne weiteres als Röntgendosimeter verwendet werden. Sowohl Intensität als mittlere Härte der Röntgenstrahlen können am Apparat abgelesen werden. Um diese beiden Größen, die im Verein mit der Bestrahlungszeit die Dosis bestimmen, an irgendeiner Stelle zu messen, wird auf das Ionometer ein Zusatzapparat aufgeschraubt. Dieser besteht einesteils aus einer kleinen Ionisierungskammer *K* (Fig. 5), andernteils aus einer isolierten, zum Elektrometer führenden Zuleitung *D*, die sich in einem biegsamen Metallschlauch *S* befindet. Die zu messenden Strahlen werden durch die verstellbare Bleiblende *B* (Irisblende oder Schiebeblende) in die Ionisierungskammer *K* eingelassen. Eine dünne Aluminiumfolie *F* (0,01 mm) einerseits und die Auffängerplatte *P* andererseits begrenzen den Ionisierungsraum. Vermittels des Hebels *H* kann die Öffnung der Blende und damit das einfallende Strahlenbündel in meßbarer Weise verändert werden. Ein *Al*-Plättchen *Al* von 1 mm Dicke wird bei der Härtebestimmung vor die Blende *B* geschoben.

1) E. Rutherford u. Chadwick, Proc. Roy. Soc. London **24**, 141, 1912. V. F. Hess, Verhdlg. d. Deutsch. Physik. Ges. **15**, 1014, 1913.

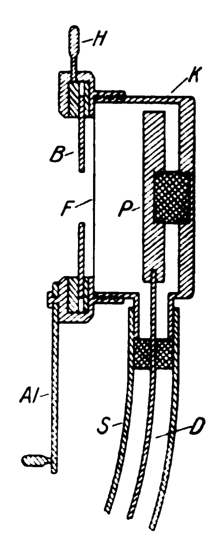


Fig. 5.

Die Messung von Intensität und Härte zugleich kann nun in folgender einfachen Weise ausgeführt werden. Am Zeigerinstrument (Fig. 6) bedeute A_0 die Einstellung, wenn kein Strom fließt (ohne Röntgenstrahlen). *A* sei

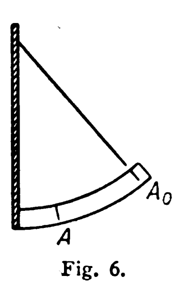


Fig. 6.

eine zweite beliebige Marke, die einem gewissen Ionisierungsstrom entspricht. Man reguliert nun die Blendenöffnung *B* bei allen Messungen stets derart, daß immer derselbe Ionisierungsstrom entsteht, daß das Ionometer also auf die Marke *A* einsteht. Es verhalten sich dann die Strahlenintensitäten direkt umgekehrt proportional der Blendenöffnung. Eine Teilung an der Hebelführung *H* wird somit ohne weiteres die Intensitäten angeben. Die zugehörige Strahlenhärte erhält man dadurch, daß man das *Al*-Plättchen *Al* vor die Blende schiebt. Je stärker die Strahlen im *Al* absorbiert werden, um so kleiner wird der Ionisierungsstrom, um so mehr nähert sich dann also die Zeigerstellung des Ionometers der Nullstellung A_0. Das Intervall zwischen *A* und A_0 kann somit direkt in Härtegrade eingeteilt werden.

Es ist leicht ersichtlich, daß das Meßverfahren auch so modifiziert werden kann, daß

man etwa die Intensitäten am Zeiger abliest und die Härte durch die Blendengröße bestimmt. Erwünscht bleibt eine rationelle Wahl der Einheiten für Intensität und Härte, nachdem es nun auf Grund eines einfachen Meßapparats auch für den Röntgenologen möglich ist, diese Größen genau zu messen. Betreffs der Härteangaben wird man sich wohl der zweckmäßigen, bereits in die Praxis eingeführten Angabe der Halbierungsdicken (für *Al*) anschließen. Die Intensität könnte man direkt in absoluten Strom- oder Mache-Einheiten pro Liter Luft (bei 760 mm und 20°) ausdrücken. Dabei ist allerdings nicht zu vergessen, daß solche Intensitätswerte nur im Verein mit der Härteangabe eine Bedeutung haben können.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität, März 1914.

(Eingegangen 23. März 1914.)

Über mikroseismische Bewegung.

(Vorläufige Mitteilung.)

Von W. Pechau.

In dieser Zeitschrift (**11**, 1184, 1910) hat Herr B. Gutenberg, Göttingen, einen vorläufigen Bericht über den obengenannten Gegenstand veröffentlicht. Da Verfasser dieses, der sich mit derselben Materie bereits seit einer Reihe von Jahren beschäftigt, zu wesentlich anderen Ergebnissen gelangt ist, sollen diese hier in Kürze mitgeteilt werden. (Es muß gleich hier bemerkt werden, daß sich die Resultate nur auf Jenaer Ergebnisse beziehen.)

Verfasser unterscheidet zwei Arten mikroseismischer Bewegung. Nämlich 1. solche von etwa 5—10 Sekunden Periode und 2. solche von 40—80 Sekunden Periode. Die erste Art nenne ich kurzweg „mikroseismische Bewegung", die zweite dagegen bezeichne ich als Pulsationen.

Herr B. Gutenberg unterscheidet ebenfalls zwei Arten von Bewegungen, nämlich solche durch lokale und solche durch fernliegende Ursachen hervorgerufene. Als Unterabteilungen zur ersten Art gibt er, auf Grund der sie angeblich hervorrufenden Einflüsse: a) Industrie- und Verkehrsstörung, b) Sturmstörung (Periode $T = 1—9$ sec), c) Brandungsstörung ($T = \frac{1}{2}—9$ sec), d) Störung durch hohen Seestand (T sehr groß).

Zur zweiten Art gibt Herr Gutenberg als Unterabteilungen entsprechend den Ursachen e) Brandung an steilen Küsten ($T = 3—10$ sec), f) Wind ($T =$ ca. 30 sec), g) Frost ($T = \frac{3}{4}—3$ Min.).

Für Jena ergibt sich nun aber ein wesentlich anderes Bild. Die Störungen unter a werden, da künstlichen Ursprungs, hier nicht betrachtet. Die durch lokalen Sturm erzeugten Bewegungen (b), welche in Göttingen eine Periode von 1—9 sec haben, werden hier nie beobachtet. Überhaupt kommt in Jena die Periode unter 6 sec eigentlich nicht herunter (in sieben Jahren trat ein einziges Mal etwa einen Tag lang eine Periode von 4—5 sec auf). Die unter c und d angeführten Ursachen bleiben hier ebenfalls unmerklich.

Die unter e angeführte Hypothese stammt von E. Wiechert. Nach einer Hypothese von Gutenberg sollen für diese Ursache besonders die Brandungserscheinungen in Südnorwegen maßgeblich sein. Die Hypothese f ist von O. Hecker, während g wiederum von Gutenberg stammt.

Für Jena ergeben sich nun für die beiden gleich eingangs erwähnten Bewegungsarten folgende Ursachen. Die „mikroseismische Bewegung" ($T = 6—10$ sec) ist eine rein lokale Erscheinung, die durch Windwogen hervorgerufen wird. Herr Gutenberg führt die Brandung in Südnorwegen als Ursache an. Wenn man jedoch überlegt, daß die Wellenbewegung des Meeres an sich gar nichts Originelles darstellt — sie wird doch eben durch Wind erzeugt — so ist es leicht erklärlich, warum man diese, die doch parallel läuft mit lebhaften Luftbewegungen auf dem Festland, als Ursache selbst ansieht.

Die mikroseismische Bewegung ist sowohl in bezug auf Periode, als auch auf Amplitude von der Temperatur abhängig. Im Sommer ist die Größe der Bodenbewegung etwa 0,5 μ bei 6 sec Periode, im Winter dagegen sind Bewegungen von 15—20 μ bei 10 sec Schwingungsdauer durchaus nicht selten. Leider konnte ich eine genaue Untersuchung darüber, ob diese Veränderungen allein den Luftdruckschwankungen zuzuschreiben sind oder, ob auch die Veränderung der Elastizität der obersten Erdschicht durch Frost daran Schuld trägt wegen des plötzlichen Abbruchs des letzten Winters nicht zu Ende führen.

Die zweite hier beobachtete Art von Bewegung bezeichne ich als Pulsationen. Diese sollen nach Herrn Hecker (Hypothese f) vom Wind erzeugt werden. Dieser Ansicht kann ich mich nur bedingungsweise anschließen, nämlich nur insoweit, als sie mit Luftbewegung im Zusammenhang stehen. Diese Pulsationen sind einzig vom Luftdruckgradienten abhängig. Je steiler derselbe ist, desto größer

sind die Amplituden. Während für gewöhnlich oft tagelang anhaltende Pulsationen als flache Wellen zur Aufzeichnung gelangen, arten diese in Zacken aus, wenn starke Stürme in der Nachbarschaft vorüberziehen. Es tritt dann noch eine rein dynamische Wirkung auf die Instrumente hinzu.

Nach Sammlung weiteren Materials werde ich Gelegenheit nehmen, auf diese Gegenstände in extenso zurückzukommen.

Hauptstation für Erdbebenforschung, Jena, den 19. März 1914.

(Eingegangen 23. März 1914.)

REFERATE.

Das allgemeine Magnetfeld der Sonne nach Messungen von G. E. Hale.

Von H. Wilsar.

Unter dem Titel „Preliminary results of an attempt to detect the general magnetic field of the sun" hat Professor George E. Hale im Astrophysical Journal (38, Juli 1913) eine experimentelle Untersuchung veröffentlicht, deren Inhalt hier in Kürze wiedergegeben werden soll.

„Ist jeder große rotierende Körper ein Magnet?" — Diese von A. Schuster vor mehr als 20 Jahren aufgeworfene und seitdem vielbesprochene Frage kann durch direkte Versuche nicht gelöst werden, da, nach Rechnungen von J. J. Thomson, ein merkliches Magnetfeld erst bei Dimensionen und Umdrehungsgeschwindigkeiten entstehen kann, die wir im Laboratorium nicht erreichen können. Zur Beantwortung der Frage können aber Himmelskörper herangezogen werden. Die Erde mit ihrem Magnetfeld ist der Hypothese günstig, genügt aber nicht zur Entscheidung. Als nächster zur Untersuchung geeigneter Himmelskörper erschien in jeder Hinsicht die Sonne.

Nachdem Hale selbst die Magnetfelder der Sonnenflecke mit Hilfe des Zeemaneffekts entdeckt hatte, lag es für ihn nahe, dieselbe Methode auch zur Auffindung eines allgemeinen Magnetfeldes der Sonne zu versuchen.

Wenn angenommen wird, daß die Sonne ein Magnetfeld besitzt, dessen Pole mit den Rotationspolen zusammenfallen, so verlaufen die Kraftlinien ähnlich denen einer magnetisierten Kugel. Der Winkel δ zwischen den Kraftlinien und der Sonnenoberfläche ist dann durch den Ausdruck

$$\operatorname{tg}\delta = 2\operatorname{tg}\varphi$$

gegeben, wobei φ die heliozentrische Breite ist.

Würde ein Beobachter die Sonnenpole in der Richtung der Kraftlinien ansehen können und das Bild eines Pols auf den Spalt eines starken Spektralapparates entwerfen, so würde er, falls das Magnetfeld stark genug ist, bestimmte Sonnenlinien als Dupletts sehen; die Komponenten würden entgegengesetzti zirkular polarisiert sein. Wird vor den Spalt en Nicolprisma mit der Längsachse parallel zum Spalt in Kombination mit einer $^1/_4$-Wellenlängenplatte, deren Hauptschnitt unter 45^0 zum Spalt steht, gesetzt, so wird eine Komponente eines jeden Dupletts ausgelöscht werden. Bei Drehung der $^1/_4$-λ-Platte um 90^0 wird die andere Komponente verschwinden, während die erste sichtbar wird. Besteht nun, wie es bei der vorliegenden Untersuchung der Fall war, die $^1/_4$-λ-Platte aus Glimmerstreifen, die je 2 mm breit und so aneinandergelegt sind, daß die nebeneinanderliegenden Streifen mit ihren Hauptschnitten zum Spalt immer unter 45^0, zueinander aber unter 90^0 liegen, so werden die Komponenten eines Dupletts in den aufeinanderfolgenden Streifen abwechselnd ausgelöscht werden, und im Spektralapparat wird ein gezahntes Bild einer Spektrallinie entstehen.

In Wirklichkeit kann der irdische Beobachter die Sonnenpole nur unter beinahe 90^0 zu den Kraftlinien sehen, und kann somit den Vorteil, das Feld dort, wo es am stärksten ist, zu beobachten, nicht ausnutzen. Doch ist der Winkel zwischen der Sehrichtung des irdischen Beobachters und den magnetischen Kraftlinien bei ca. 35^0 nördlicher und südlicher heliozentrischer Breite gleich Null. Ist der Winkel zwischen Sehrichtung und Kraftlinien nicht gleich Null, so muß der Effekt auch noch vorhanden sein, nur werden die Komponenten nicht mehr zirkular, sondern elliptisch polarisiert sein, was ein nicht vollständiges Auslöschen der betreffenden Komponenten durch Nicol und $^1/_4$-λ-Platte zur Folge haben wird. Trotz des Vorteils der zirkularen Polarisation bei 35^0 Breite ist eine Beobachtung bei 45^0 geeigneter zur Konstatierung des Effekts, da die Stärke des Magnetfeldes bei dieser Breite den Nachteil der Elliptizität überwiegt. — Von dieser Breite nach dem Pol und nach dem Äquator zu muß der Effekt wegen Abnahme der nach dem Beobachter zu gerichteten Feldkomponente kleiner werden und am Pol und Äquator gleich Null sein.



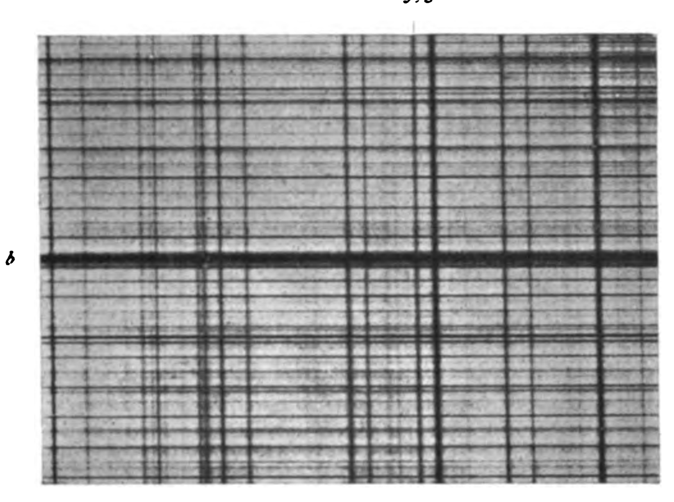


Fig. 1.

Da in der südlichen Sonnenhälfte die Kraftlinien den entgegengesetzten Verlauf wie in der nördlichen haben, so muß der Effekt, d. h. die Verschiebungen der Komponenten, in bestimmten südlichen Breiten gleich und entgegengesetzt dem Effekt in den entsprechenden nördlichen Breiten sein.

Die Schwäche des Effekts machte es notwendig, an die Apparatur die größten Anforderungen zu stellen. Mit Hilfe eines Coelostaten, der auf einem Turm von 50 m Höhe angebracht war, fiel das Sonnenlicht nach Reflexion an einem zweiten Spiegel vertikal auf ein Objektiv von 45,7 m Brennweite, welches ein Bild der Sonne von 43 cm Durchmesser auf einer Justierscheibe über dem Spalt des Spektralapparates an der Basis des Turmes entwarf. Nachdem das Licht den Spalt des Spektralapparates passiert hatte, ging es durch die Kollimatorlinse (Brennweite 22,9 m), die in einem unter dem Turme befindlichen, 24,4 m tiefen Brunnen angebracht war. Hinter der Kollimatorlinse am Boden des Brunnens befand sich ein Michelsongitter (67 × 126 mm Fläche; 622 Linien pro mm). Vom Gitter ging das Licht wieder durch die Kollimatorlinse zurück und entwarf ein Spektralbild auf einer photographischen Platte, die seitlich in der Ebene des Spaltes angebracht werden konnte. Die Kollimatorlinse diente also zugleich als Kameraobjektiv. Der Spektralapparat, dessen Teile durch passende mechanische Vorrichtungen drehbar und verschiebbar waren, wurde durch Aufnahmen des Jod-Absorptionsspektrums geprüft. Die meisten Sonnenaufnahmen wurden im Spektrum dritter Ordnung gemacht, wobei im Gebiet um 5900 Å. herum 1 Å. = 4,9 mm auf der Platte war. In dieser Gegend konnte der Apparat noch Linien auflösen, die 0,026 Å. voneinander entfernt waren (theoret. 0,023 Å.).

Über dem Spalt waren das schon erwähnte Nicolprisma (18 mm breit; 8 mm dick; 130 mm lang, aus 4 Teilen je 32,5 mm zusammengesetzt) und die aus 2 mm breiten Streifen zusammengesetzte $^1/_4$-λ-Platte montiert. Die obenstehende Fig. 1 gibt eine Sonnenaufnahme mit der Anordnung im Gebiet von 5900 Å. wieder. Die Spektrallinien verlaufen vertikal; die Verschiebungen betragen nur wenige Tausendstel Millimeter und sind auf der Reproduktion nicht sichtbar; das Spektrum ist durch die Stellen, wo zwei Glimmerplatten aneinanderstoßen, in 2 mm breite Streifen geteilt; der dicke Strich in der Mitte rührt von der Kontaktstelle zweier Nicolstücke her. Die stärkere (von der Mitte die fünfte nach unten) Linie ist eine Marke, die zu Orientierungszwecken benutzt wird. Sie rührt von einem Draht her, der quer über den Spalt gespannt wird und eine bestimmte Sonnenbreite markiert. Um Sonnenaufnahmen machen zu können, muß das Bild der Sonne so auf den Spalt geworfen werden, daß die Rotationsachse der Sonne dem Spalt parallel ist und es auch dauernd bleibt, was durch passende Justierung des Coelostaten und Drehung des Spalts erreicht wird.

Um das Gitter am Boden des Brunnens vom Versuchsraum aus so zu stellen, daß die Striche dem Spalt parallel verlaufen, war eine Vorrichtung mit Motor vorgesehen. Um verschiedene Teile des Spektrums auf die Platte zu bringen, war auch eine Drehung des Gitters

um eine zu den Strichen parallele Achse mittels Motors möglich.

Hale ging von dem Grundsatz aus, den Effekt zuerst an wenigen Linien mit Sicherheit festzustellen, und wurde bei der Auswahl der Linien von folgenden Gesichtspunkten geleitet:

1. Der weniger brechbare Teil des Spektrums ist zur Untersuchung geeigneter, weil die Trennung der Komponenten durch ein Magnetfeld proportional dem Quadrat der Wellenlänge ist.

2. Zu große Wellenlängen dürfen aber nicht genommen werden, weil die Schärfe der Sonnenlinien mit zunehmender Wellenlänge abnimmt.

3. Es war anzunehmen, daß die Funkenlinien, die bei Versuchen im Laboratorium die größten Trennungen gezeigt hatten, auch bei der Untersuchung des Sonnenspektrums am günstigsten sein würden, doch war es nicht ausgeschlossen, daß einige Linien, die bei künstlicher Erzeugung zu schwach waren, um den Zeemaneffekt zu zeigen, im Sonnenspektrum sich stark genug erweisen und größere Trennungen zeigen würden.

Von diesen Gesichtspunkten aus wurde das Gebiet $\lambda = 5800$ Å. bis 6000 Å. gewählt, und zwar erwiesen sich dabei die Linien $\lambda = 5812{,}139$ Å. (*Fe*), $\lambda = 5828{,}097$ (—) und $\lambda = 5929{,}898$ (*Fe*) als die günstigsten.

Es wurden 288 Sonnenaufnahmen dieses Spektralgebiets gemacht, zur Ausmessung jedoch nur die ganz tadellosen Platten genommen. Die Verschiebungen der Linien wurden teils mit dem Toeplerschen Komparator, teils mit einem speziell konstruierten Parallel-Platten-Mikrometer gemessen: dabei wurde die in dem oben erwähnten Orientierungsstreifen der $^1/_4$-λ-Platte liegende Komponente als Ausgangspunkt benutzt, und die Entfernungen bis zu den in anderen Streifen liegenden Komponenten als positiv oder negativ bezeichnet, je nachdem sie nach Rot oder nach Violett zu von der Ausgangslinie lagen. Die Messungen waren sehr schwierig, weil die Verschiebungen der Linien nur Tausendstel eines Millimeters betrugen.

Um den persönlichen Fehler des Beobachters auszuschalten, wurden die Messungen von verschiedenen Personen ausgeführt, welchen die Bedingungen, unter denen die Aufnahmen gemacht waren, unbekannt waren.

Da die verschiedenen Messungen untereinander nicht immer gut übereinstimmten, so war eine Untersuchung und eventuelle Elimination der systematischen und zufälligen Fehler notwendig.

Außer dem persönlichen Fehler können folgende Fehler in Betracht kommen:

Ungleichmäßige Beleuchtung des Gitters;

Erwärmung der Spaltbacken des Spektralapparats;

ungenügende Orientierung, Zentrierung und Führung des Sonnenbildes während der Expositionsdauer und eine ungenügende Schärfe oder eine Verzerrung des Sonnenbildes;

elliptische Polarisation durch die versilberten Spiegel des Coelostaten;

Polarisation im Spektralapparat;

ungenügende Korrektion der $^1/_4$-λ-Platte für die betreffende Wellenlänge.

Alle diese Fehlerquellen wurden sehr sorgfältig untersucht, ihr Einfluß bestimmt oder beseitigt.

Wir wollen hier auf die Besprechung der Fehlerquellen und die Bearbeitung der Messungen nicht weiter eingehen, sondern gleich eine graphische Darstellung einiger Messungen von Herrn van Maanen anführen (Fig. 2).

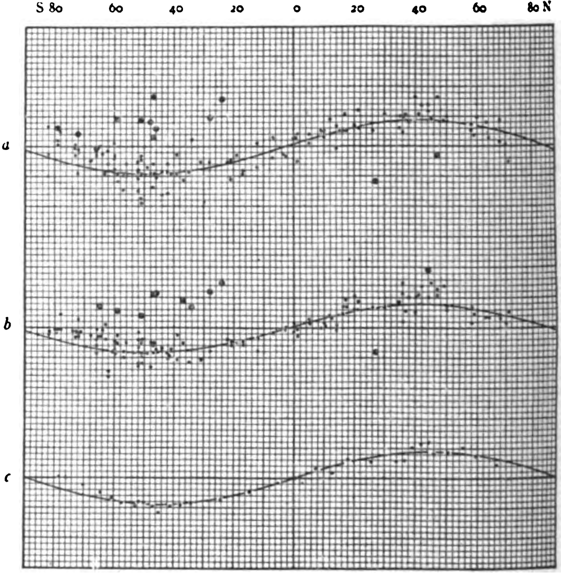


Fig. 2.

In Fig. 2a, b, c sind als Abszissen die heliozentrischen Breiten, als Ordinaten die Verschiebungen der Komponenten aufgetragen (1 Skalenteil = 0,001 mm). *a* bezieht sich auf Messungen an $\lambda = 5812$ Å., *b* auf $\lambda = 5828$ Å., in *c* sind die Mittelwerte der Verschiebungen aus Messungen an $\lambda = 5930$ Å., $\lambda = 5812$ Å. und $\lambda = 5830$ Å. aufgetragen. Die ausgezogenen Kurven zeigen den berechneten Verlauf der Verschiebungen unter der Annahme, daß die Sonne ein Magnetfeld hat, welches dem der Erde ähnlich verläuft.

Es fragt sich nun, ob man aus den erhaltenen Resultaten mit Sicherheit auf die Exi-

Tabelle.

Umkehr des Zeichens bei Drehung der $^1/_2$-λ-Platte.

Platten Nr.	26, 27		29, 30			32, 33, 34		35, 36		37, 38, 39		
$^1/_2$-λ-Platte	0°	−45°	0°	−45°	0°	−22,5°	−45°	+180°	−135°	+135°	+157,5°	+180°
Atmosphär. Linie	o	o	...	...	...	o	o	o	o	o	n. m.	o
$\lambda = 5812$ . . .	+ 8	−4	+8	−6	...	...	...	...	...	...	...	...
$\lambda = 5828$ . . .	+12	−4	+8	−3	...	...	...	...	...	...	...	...
$\lambda = 5930$ . . .	+ 8	−1	...	−1	+9	+3	−4	+7	−7	−5	n. m.	+7
Mittel	+ 9	−3	+8	−3	+9	+3	−4	+7	−7	−5	—	+7

stenz eines allgemeinen Magnetfeldes der Sonne schließen kann[1]).

Die Verschiebungen müssen bei 45° heliozentrischer Breite ein Maximum haben und nach dem Pol und Äquator zu bis auf Null abnehmen. Außerdem müssen die Verschiebungen in der südlichen Hälfte denselben Verlauf wie in der nördlichen haben, nur mit entgegengesetzten Zeichen. Alle diese Forderungen sind genügend gut erfüllt.

Ein anderer Beweis dafür, daß die Verschiebungen der Linien magnetischen Ursprungs sind, konnte dadurch geliefert werden, daß durch Umklappung der $^1/_4$-λ-Platte um eine dem Spalt parallele Achse die Verschiebungen ihre Zeichen änderten. Von 168 Platten zeigten 130, also 77 Proz., bei Umklappen der $^1/_4$-λ-Platte Zeichenumkehr der Verschiebungen. Wenn man die bei der Ausmessung möglichen Fehler in Betracht zieht, ist dieses Resultat als sehr günstig zu bezeichnen.

Es könnte endlich noch eine Prüfung der magnetischen Natur der Verschiebungen vorgenommen werden: eine Drehung um 90° des Nicolschen Prismas im Spektralapparat mußte die positiven Verschiebungen für eine bestimmte heliozentrische Breite in negative verwandeln. Nun war bei der Anordnung ein Drehen des Nicolprismas nicht möglich. Die Wirkung der Drehung des Nicols kann aber durch Drehung um den halben Winkel einer zwischen Nicol und $^1/_4$-λ-Platte eingesetzten $^1/_2$-λ-Platte ersetzt werden. Wenn der Hauptschnitt der $^1/_2$-λ-Platte mit der Längsachse des Nicols zusammenfällt, hat die $^1/_2$-λ-Platte keine Wirkung; eine Drehung um 22,5° bringt die Verschiebungen auf Null, bei weiterem Drehen der Platte um 22,5° treten die Verschiebungen wieder mit entgegengesetztem Zeichen auf, falls sie magnetischen Ursprungs sind. — Atmosphärische Linien dürfen durch Rotation der $^1/_2$-λ-Platte nicht beeinflußt werden.

Die Tabelle zeigt deutlich, wie die Komponenten der Sonnenlinien $\lambda = 5812$ A., $\lambda = 5828$ A., $\lambda = 5930$ A. durch die Drehung der $^1/_2$-λ-Platte beeinflußt werden, während eine beobachtete atmosphärische Linie unbeeinflußt bleibt.

Alle diese Resultate stellen die Existenz eines allgemeinen Magnetfeldes wohl kaum mehr in Zweifel, besonders da auch andere Beobachtungen (über die Form der Korona usw.) darauf hinweisen, daß die Sonne ein Magnet sein kann. Es bleibt nur noch übrig, einige Worte über die magnetische Polarität, Vorzeichen der elektrischen Ladung der Sonne und über die Stärke des Magnetfeldes zu sagen.

Nachdem die Verschiebungen der Komponenten der Sonnenlinien als durch den Zeemaneffekt im Sonnenfelde bedingt erkannt worden sind und die Richtung der zirkularen Polarisation des Lichtes der Komponenten in verschiedenen heliozentrischen Breiten bestimmt war, konnte ohne weiteres bestimmt werden, daß das Magnetfeld der Sonne dieselbe Polarität hat wie das der Erde, und daß die Ladung der Sonne eine negative sein muß.

Durch Vergleich der Beobachtungen der Komponenten der Linien $\lambda = 5812$ A. und $\lambda = 5831$ A. im Sonnenspektrum mit den Beobachtungen dieser Linien im Laboratorium, unter Einwirkung eines bekannten Magnetfeldes, konnte berechnet werden, daß die Sonne ein Magnetfeld hat, dessen Feldstärke an den Polen ca. 50 Gauß ist.

Auf weitere Einzelheiten der Untersuchung kann hier nicht eingegangen werden und muß auf die überaus interessante Originalarbeit verwiesen werden.

(Eingegangen 20. März 1914.)

1) Soeben entnehme ich einer persönlichen Mitteilung von Professor Hale, daß die Existenz eines allgemeinen Magnetfeldes der Sonne durch weitere Versuche bestätigt ist. Professor Hale hat den durch das Magnetfeld bedingten Effekt an 25 weiteren Sonnenlinien gefunden und nachgewiesen, daß das Magnetfeld beim Aufsteigen zu höheren Schichten der Sonnenatmosphäre in seiner Intensität stark abnimmt. Die maximale bisher gefundene Feldstärke (auf die Pole reduziert = 54 Gauß) entspricht einem Niveau von 280 km über der Photosphäre. Auf einem Niveau von ungefähr 440 km beträgt das Feld nur ca. 10 Gauß. Die absoluten Werte bedürfen noch einer Korrektion, aber die relativen Werte sind nach Professor Hales Ansicht der Wahrheit recht nahe. Es ist nicht ausgeschlossen, daß noch größere Feldstärken gefunden werden durch Untersuchungen an Linien, die für tiefere Schichten der Sonnenatmosphäre charakteristisch sind.

AUFRUF.

British Association for the Advancement of Science.

Committee for Radiotelegraphic Investigation.

Aufruf zur Beteiligung an der Spezialuntersuchung über den Einfluß der totalen Sonnenfinsternis am 21. August 1914 auf die Ausbreitung der elektrischen Wellen.

Die bevorstehende totale Sonnenfinsternis bietet eine seltene und wichtige Gelegenheit, unsere Kenntnisse bezüglich der Ausbreitung elektrischer Wellen durch die Luft bei Sonnenlicht und Dunkelheit und bei Überschreitung der Grenzen von hellen und dunkeln Regionen zu erweitern. Total ist die Finsternis auf einem Streifen, der sich von Grönland über Norwegen, Schweden, Rußland und Persien nach der Indusmündung hinzieht. Ihre Dauer beträgt in Rußland etwas mehr als zwei Minuten.

Vor allem sind es zwei Punkte, die untersucht werden sollen. Erstens werden im Kern- und Halbschatten für die Ausbreitung der radiotelegraphischen Wellen wahrscheinlich andere Absorptions- und Brechungsgesetze gelten als in beleuchteter Luft. Zweitens kann sich Stärke, Häufigkeit und Charakter der natürlichen elektrischen Wellen und der atmosphärischen Entladungen ändern. Solche Änderungen können entweder eintreten, weil die Ausbreitung der natürlichen, aus fernen Quellen stammenden Wellen durch die Sonnenfinsternis erleichtert oder gehemmt wird, oder vielleicht weil das Entstehen der natürlichen Wellen oder der atmosphärischen Entladungen auf irgendeine unbekannte Weise von der Sonnenfinsternis beeinflußt wird.

Diese zwei Punkte sind bis jetzt nur wenig untersucht worden. Fast alle Beobachter, die während der Sonnenfinsternis vom 17. April 1912 radiotelegraphische Zeichen aufgenommen haben, fanden übereinstimmend, daß die Zeichen stärker waren als eine Stunde vorher oder nachher. Die vagabundierenden Wellen wurden während derselben Finsternis nur einmal für sich untersucht, wobei sich scharf ausgesprochene, merkwürdige Veränderungen zeigten, solange der Schattenkegel über Europa hinzog.

Um die Ausbreitung der Signalwellen im Schatten studieren zu können, wird es nötig sein, daß drahtlose Stationen, die zu beiden Seiten der Zentrallinie der Finsternis liegen, in bestimmten Absätzen Zeichen senden während der Schatten zwischen ihnen durchzieht. Diese Schattenwanderung dauert ungefähr zwei Minuten. Es wäre daher sehr wünschenswert, daß die russischen und skandinavischen Stationen während der totalen Sonnenfinsternis, sowie einige Minuten vorher und nachher, in kurzen Zwischenräumen Zeichen gäben. Aber auch andere, nicht so günstig in der Nähe der Zentrallinie gelegene Stationen sollten trachten, alle Änderungen der Zeichen, die sich während der Finsternis bemerkbar machen, möglichst genau aufzuzeichnen. Europäische Stationen westlich von der Zentrallinie und Stationen am Mittelländischen Meer und in Kleinasien können möglicherweise zwischen 10 Uhr morgens und 3 Uhr nachmittags Greenwicher Zeit erhebliche Unterschiede in der Zeichenstärke beobachten, besonders wenn die Zeichen von entfernten Stationen herrühren; die Stationen in Indien und Ostafrika und Schiffe im Indischen Ozean werden wahrscheinlich nachmittags den Einfluß des Halbschattens merken, Schiffe im Atlantischen Ozean dagegen und die Stationen von Canada und den Vereinigten Staaten am frühen Morgen. In Montreal hat die partielle Finsternis um $5^h 52$ Normalzeit ihr Maximum. Es ist möglich, daß die Finsternis sogar dort noch eine Wirkung ausübt, wo sie gar nicht zu sehen ist.

Die Untersuchung der vagabundierenden Wellen ist von eben so großem Interesse wie die der telegraphischen Wellen. So weit bis jetzt bekannt, scheinen in Stationen, die höher als am 50. Breitegrad liegen, die aufgefangenen natürlichen Wellen meist von Süden herzukommen. Daher werden wahrscheinlich in den skandinavischen und russischen Stationen die größten durch die Sonnenfinsternis hervorgerufenen Veränderungen bei den vagabundierenden Wellen zu beobachten sein, denn um diese Stationen zu erreichen, müssen die Wellen den Weg des Kernschattens kreuzen. Aber auch an anderen Orten sind Änderungen zu erwarten, und es ist daher wünschenswert, daß auf der ganzen Erde, besonders aber an Orten, die innerhalb eines Erdquadranten von Südrußland liegen, statistische Beobachtungen über die natürlichen Wellen gemacht werden. Außerdem wäre sehr zu wünschen, daß der Kommission bei der späteren Bearbeitung der Aufzeichnungen über telegraphische und vagabundierende Wellen auch gleichzeitige meteorologische Beobachtungen einschließlich Messungen von Ionisation und Potentialgradient zur Verfügung stünden.

Die Kommission beabsichtigt, besondere Formulare für die Aufzeichnungen der telegraphischen und vagabundierenden Wellen auszuarbeiten und, besonders in den von der Sonnenfinsternis betroffenen Gegenden, zirkulieren zu lassen. Weiter wird sie trachten, besondere Zeichengebungen zu veranlassen, die in den Formularen näher angegeben werden sollen und den Leitern der in der Nähe der Zentrallinie gelegenen Stationen wird sie ein einfaches Arbeitsprogramm unterbreiten. Ferner wird die kritische Verarbeitung der gemachten Beobachtungen und der Vergleich mit den meteorologischen Daten von der Kommission ausgeführt werden. Auszüge aus den Aufzeichnungen sollen zugleich mit den gezogenen Folgerungen zu gehöriger Zeit veröffentlicht werden.

Die Organisationsarbeit für diese Untersuchung würde der Kommission sehr erleichtert werden, wenn jeder, der die Möglichkeit und die Absicht hat, während der Finsternis Beobachtungen anzustellen, sich sobald als möglich mit dem Sekretär Dr. W. Eccles, University College, London WC., in Verbindung setzen würde.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Hilde Barkhausen.)

(Eingegangen 20. März 1914.)

BESPRECHUNGEN.

C. V. Boys, Seifenblasen, ihre Entstehung und ihre Farben. Vorlesungen über Kapillarität. Autorisierte deutsche Ausgabe von G. Meyer. Zweite vermehrte Auflage. gr. 8. VIII u. 152 S. mit 79 Textfiguren u. 2 Taf. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1913. M. 5.—, gebunden M. 6.—

Während die erste deutsche Auflage zahlreiche, vom Übersetzer herrührende Anmerkungen enthielt, konnte die zweite Auflage sich wieder enger an



das englische Original anschließen, da jene Anmerkungen in der mittlerweile erschienenen englischen 2. Auflage in den Text verarbeitet sind. Unter Vermeidung mathematischer Entwicklungen enthält das Buch eine auf Experimente gegründete Darstellung der Kapillaritätslehre, bei der zahlreiche wunderhübsche, mit nur wenigen Hilfsmitteln ausführbare Versuche beschrieben werden. Es ist daher sehr geeignet für den Nichtphysiker, dem kein größerer Apparat zur Verfügung steht. Besonders aber ist es auch der experimentell interessierten Jugend zu empfehlen, die Gelegenheit erhält, anknüpfend an beliebte Versuche, ihre Kenntnisse in der experimentellen Physik zu erweitern. Auch der Fachmann erfreut sich an manchem, sonst nicht beschriebenen Experiment, an den einfachen geometrischen Erklärungen, wie die der Farben von Seifenlamellen, und der lichtvollen Behandlung der Flachen von der Krümmung Null und an manchen praktischen Winken. Ausstattung und Übersetzung sind vorzüglich. Auch der zweiten Auflage kann daher weiteste Verbreitung gewünscht werden.

Reinganum.

A. Brill, Das Relativitätsprinzip. Eine Einführung in die Theorie. Sonderabdruck aus dem XXI. Bande des Jahresberichtes der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. gr. 8. 28 S. mit 6 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1912. M. 1.20

Ausgehend von derjenigen, rein formalistischen Formulierung des Relativitätspostulats, nach der Kugelwellen im bewegten System wieder als Kugelwellen erscheinen sollen, stellt der Verfasser die Grundzüge der Relativitätstheorie und ihre einfachsten Anwendungen auf die reine Mechanik dar. Die kleine Schrift ist zur Einführung in die Theorie besonders für diejenigen geeignet, die von der Seite der Mathematik kommen. M. Born.

R. Marcolongo, Theoretische Mechanik. Autorisierte deutsche Bearbeitung von H. E. Timerding. gr. 8. Band I: Kinematik und Statik. VIII u. 346 S. mit 110 Textfiguren. Band II: Dynamik und Mechanik der deformierbaren Körper. VIII u. 344 S. mit 38 Textfiguren. Leipzig. B. G. Teubner. 1911 und 1912. Je M. 10.—. Gebunden je M. 11.—.

Der erste Band enthält die Kinematik und die Statik, der zweite die Dynamik des Punktes und der Punktsysteme mit einem Kapitel über Potentialtheorie und die Mechanik deformierbarer Körper. Das Werk erhebt keinen Anspruch auf systematische Vollständigkeit. Der Text beschränkt sich auf die allgemeinen Prinzipien und bestimmte speziellere Probleme, die als besonders typische Fälle gelten können (z. B. Wurf und Fall, Planetenbewegung, Pendel, Anziehung eines homogenen Ellipsoides). Die textlichen Erörterungen werden vervollständigt durch zahlreiche am Ende der einzelnen Kapitel angefügte Übungsbeispiele, für deren Lösung vom Übersetzer ausführliche Anleitungen gegeben sind, und deren Durchführung für den Studierenden eine wertvolle Förderung bildet. Dadurch hat das Buch den vom Verfasser als Nebenzweck erstrebten Charakter eines nützlichen Übungsbuches der Analysis bekommen. Äußerst anerkennenswert ist es, daß den einzelnen Kapiteln historische und bibliographische Anmerkungen angefügt sind, die einen Überblick über die Entwicklung der betreffenden Fragen und der einschlägigen Literatur vermitteln.

Für die Art der analytischen Behandlung ist die grundsätzliche Verwendung der Vektoranalysis charakteristisch. Die zum Verständnis notwendigen Kenntnisse werden in den zwei Eingangskapiteln dargeboten, die in klarer und knapper Form den noch nicht mit vektoranalytischen Methoden vertrauten Leser in hinreichender Weise einführen. Die Benutzung der vektoriellen Darstellung verleiht besonders den Beziehungen der Kinematik Kürze und Durchsichtigkeit. Auch in der Behandlung der Mechanik deformierbarer Körper ist sie mit Erfolg weitergehend, als bisher meist geschieht, angewandt.

Einen breiteren Raum als gewöhnlich in den Lehrbüchern der Mechanik nimmt die Statik ein. Sie füllt die ganze zweite Hälfte des ersten Bandes. Bemerkenswert ist der Versuch, die Statik axiomatisch aufzubauen. Es ist schade, daß der Verfasser sich gerade hier mit einer mehr skizzenhaften Ausführung begnügt und ausdrücklich auf volle Strenge der Deduktion verzichtet.

Gegen die italienische Ausgabe ist das Werk in vieler Beziehung vom Verfasser und besonders im ersten Band auch vom Übersetzer umgearbeitet und erweitert. Die Kapitel über Potential und die Mechanik deformierbarer Körper sind zugefügt. Der Übersetzer hat die Zahl der Figuren bedeutend vermehrt. Die Lesbarkeit des Werkes würde gewinnen, wenn im Text auf die Figuren durch Zitierung ihrer Nummern hingewiesen würde. Das Fehlen solcher Hinweise macht sich besonders bemerkbar, wenn, wie im Band I, S. 141, nach Benutzung anderer Figuren wieder auf eine frühere zurückgegriffen wird. Gelegentlich stört auch, daß innerhalb eines zusammengehörigen Abschnittes dasselbe Symbol in mehreren Bedeutungen vorkommt (VII. und VIII. Kap. des zweiten Bandes). Diese Schönheitsfehler können in Neuauflagen leicht beseitigt werden.

Im ganzen stellt das Werk eine erfreuliche Bereicherung der Darstellungen der theoretischen Mechanik dar. Schröder.

E. Lecher, Lehrbuch der Physik für Mediziner und Biologen. gr. 8. 451 S. mit 499 Abbildungen. Leipzig, B. G. Teubner. 1912. M. 8.—

Es ist dem Verfasser gut gelungen, der Forderung, es möge die Widmung „für Mediziner" nicht nur das Titelblatt zieren (s. Vorwort), gerecht zu werden; es ist in ausgedehntem Maße der zahlreichen Erfolge gedacht worden, welche die Physik zu Nutz und Frommen der Medizin und Biologie erarbeitet hat. Das hindert aber nicht, daß das Bändchen auch anderen naturwissenschaftlich interessierten Lesern bestens empfohlen werden kann, sobald — was meist der Fall sein wird — ein Interesse für die Physik der lebenden Materie nicht ganz fehlt. Besonders zahlreich sind die medizinisch-biologischen Betrachtungen in dem 4. Kapitel „Gestrahlte Energie" (Optik). Viel eingehender als in anderen Lehrbüchern der Physik gleichen und auch zum Teil in solchen größeren Umfangs sind die physikalischen Grundlagen der wichtigsten Gesichtsempfindungen und die in der Medizin viel gebrauchten optischen Instrumente, wie speziell das Mikroskop (Immersion) (Ultramikroskop) behandelt. Auch in den anderen Gebieten wird auf die vielen Anwendungen

der Physik in den medizinischen Wissenschaften hingewiesen, in der Darstellung der Elektrizität und der Wärme bietet sich viel Gelegenheit.

Das Buch ist leicht verständlich geschrieben, dabei knapp und daher zur Repetition des ganzen Gebietes gut geeignet. Von der Differentialrechnung wird selten Gebrauch gemacht, nicht mehr, als nicht jeder verstehen kann, der sich die Mühe nimmt, die Begriffe Differenzenquotient und Differentialquotient sich klar zu machen, die bei Gelegenheit der Behandlung der Kinematik eingeführt werden. S. Valentiner.

E. Grimsehl, Lehrbuch der Physik für Realschulen. Zweite verbesserte Auflage. gr. 8. V u. 298 S. Mit 438 Textfiguren u. einer farbigen Tafel. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1913. Gebunden M. 2.60

Die zahlreichen Vorzüge, welche die Grimsehlschen Lehrbücher zeigen, besitzt auch das vorliegende Buch. Es ist die Frucht einer Unterrichtserfahrung von über 25 Jahren an realistischen Anstalten. Während die Anordnung des Lehrstoffes nach den großen Abschnitten schematisch erfolgte, sind die einzelnen Abschnitte methodisch durchgearbeitet worden. Die Erfahrung ist immer an den Anfang gestellt.

Die neue Auflage ist vielfach umgearbeitet, durch 49 neue Figuren vervollkommnet und hinsichtlich der Zahl der Aufgaben vergrößert worden. Vielfach sind technisch wichtige Aufgaben neu hinzugefügt worden: die Gleitflieger, Flugmaschinen und lenkbaren Luftschiffe, ferner die elektrischen Kraftanlagen, die drahtlose Telegraphie. Etwas reichlich lang sind die Kapitel über die Elektrolyse ausgefallen. R. Lucas.

H. Hahn, Handbuch für physikalische Schülerübungen. Zweite, verbesserte Auflage. gr. 8. XVI u. 511 S. mit mehr als 340 in den Text gedruckten Figuren. Berlin, Julius Springer. 1913. M. 20.—, gebunden M. 22.—

Daß von einem so ausgezeichneten, in seiner Weise einzig dastehenden Werke, wie die Hahnschen Schülerübungen es sind, in wenigen Jahren eine neue Auflage nötig werden würde, war vorauszusehen. Inhaltlich schließt sich dieselbe ganz an die erste an, neue Übungen sind nicht hinzugekommen; doch hat der Verfasser sich bemüht, im einzelnen manches zu verbessern und klarer zu gestalten. Wenn eine Zahl von Fremdwörtern durch deutsche Bezeichnungen ersetzt sind, so ist das im Prinzip durchaus zu loben. Allerdings sind dadurch manche nicht ganz behagliche Härten entstanden. So scheint der Ersatz des Wortes Temperatur durch „Warmheit" wenig glücklich, auch wenn Helmholz schon das Wort geprägt hat. Auch das „Dichtefläschchen" an Stelle des altgewohnten „Pyknometer" will uns nicht recht gefallen, und so geht es noch mit Einigem. Vielleicht hätte der Verfasser auch die allzu ausführlichen Arbeitsschemata, welche dem Benutzer des Buches einen zu speziellen Zwang auferlegen, vereinfachen oder ganz fortlassen können, nachdem am Anfange einige Muster solcher Vorschriften angegeben wurden. Wir wünschen der neuen Auflage einen ähnlichen Erfolg wie der ersten und fügen die Bitte hinzu, später auch Übungen aus dem Gebiete der Elektrostatik zu bringen. Behrendsen.

H. Hahn, Physikalische Freihandversuche. Unter Benutzung des Nachlasses von B. Schwalbe. III. Teil: Licht. gr. 8. VIII u. 405 S. mit 420 Figuren im Text. Berlin, Otto Salle. 1912. M. 7.—

Nach einem Zwischenraum von 5 Jahren ist der III. Band des vom Verfasser mit Benutzung des Nachlasses von Schwalbe herausgegebenen Werkes erschienen. Die mit großer Spannung erwartete Fortsetzung ist außerordentlich reichhaltig, da sie 738 Versuche aus der Optik bringt. Wohl kein Anderer wie Hahn mit seiner enormen experimentellen Erfahrung und seiner großen Kenntnis der einschlägigen Literatur wäre imstande gewesen, einen solchen Reichtum zu entfalten, der neben vielem bloß Anregenden auch eine Fülle der folgenschwersten und wichtigsten Versuche mit einem Minimum an Hilfsmitteln, oder wenigstens von fertigen Apparaten, auszuführen lehrt. Werden doch selbst Gebiete wie dunkle Strahlung, Fluoreszenz, Lumineszenz, Beugung, Interferenz und Ähnliches in ausgiebigster Weise behandelt, so daß nicht allein diejenigen, die sich mit ganz einfachen Mitteln behelfen müssen, sondern auch wohl die meisten Lehrer der Physik an höheren Schulen dem Verfasser großen Dank schuldig sein werden. Nicht minder wird der Autodidakt in dem Buche sein volles Genüge finden, wie überhaupt Jeder, der nicht im Besitze eines ausgiebigeren Apparatenschatzes ist. Namentlich wird sich das Buch für physikalische Übungen eignen, die zugleich mit Handfertigkeitsunterricht verbunden sind. Denn als „Freihandversuche" kann eine sehr erhebliche Zahl der von Hahn gebrachten eigentlich nicht bezeichnet werden. Sind doch vielfach ziemlich komplizierte Anordnungen und Apparate notwendig, so z. B. gleich am Anfang der „Sonnenspiegel", der S. 233 angegebene, zur Spektralfarbenvereinigung dienende Apparat, ferner die Nachbildungen des Michelsonschen Interferenzspiegels oder des Czapski-Pulfrichschen Plattenprüfers, und Anderes.

Behrendsen.

J. Rust, Methodisches Hilfsbuch für den Unterricht in der Naturlehre an Volks- und Bürgerschulen. In 3 Teilen. I. Teil. gr. 8. VI u. 113 Seiten mit 261 Abbildungen. (Aus der Sammlung methodischer Handbücher im Sinne der schaffenden Arbeit und der Kunsterziehung.) Prag, A. Haase. 1913. K. 3.20, gebunden K. 3.60 u. K. 4.—

Das vorliegende Buch, das nach den neuen böhmischen Lehrplänen bearbeitet ist, ist als Vorbereitungsbuch für Volksschullehrer gedacht. Es will die Ideen für die Reform des Physikunterrichts an höheren Schulen, soweit das bei der großen Schülerzahl und den beschränkten Mitteln möglich ist, auf die Volksschule übertragen. Es strebt also, so gut das im Rahmen des heutigen Schulbetriebs geht, „den Übergang von der Lernschule zur Arbeitsschule" an. Das sucht es dadurch zu erreichen, daß es nur Versuche gibt, — übrigens sind dieselben zum größeren Teil aus den bekannten Büchern von Hahn, Rosenberg, Rebenstorff, Schreber u. a. entnommen —, die mit den allereinfachsten Mitteln ausgeführt werden können, so daß die Schüler sich selbst die Apparate dazu anfertigen können, daß es den Schüler im Unterricht selbst möglichst heranzieht (es sei auf die Abschnitte über Meteorologie verwiesen) und daß an jedes Kapital eine Reihe leicht auszuführender Frei-

handversuche angeschlossen werden, die den Schüler zur Selbsttätigkeit anregen sollen.

Das bis jetzt erschienene erste Heft behandelt Mechanik, Wärmelehre, Meteorologie, Magnetismus und Reibungselektrizität ziemlich ausführlich, ganz kurz Schall und Licht. Die ersten Abschnitte sind stellenweise in einer Ausführlichkeit gegeben, wie man sie kaum im vorbereitenden Kurse der O. III. und U. II. bringen kann. Es wird also, wie auch der Verfasser im Vorwort sagt, für die Volksschule eine sehr starke Sichtung vom Lehrer vorzunehmen sein. Vielleicht wäre es ganz gut, wenn der Verfasser dazu einige Winke gäbe. Im übrigen ist die Auswahl der Versuche und die Anordnung in den einzelnen Abschnitten sehr geschickt. Unbedingt nötig wäre es aber, daß an den entsprechenden Stellen auf die Gefährlichkeit einiger Versuche hingewiesen würde. Eine Reihe solcher Versuche, die mit Gefahren verbunden sind, hat Ohmann für den Volksschulunterricht zusammengestellt. Im einzelnen bedürfen auch hier und da noch einzelne Abschnitte der Durcharbeitung. Um einiges herauszugreifen: Wenn schon von der Regelation des Eises gesprochen werden soll, muß die Abhängigkeit des Schmelzpunktes vom Druck erörtert werden, da sonst der Versuch unerklärt bleibt. Sollen Schmelz- und Verdampfungswärme bestimmt werden, muß meiner Ansicht nach etwas genauer die Bestimmung der Kalorie erörtert werden usw.

Schließlich möchte ich noch besonders betonen, daß die schematisch gehaltenen Figuren durchgehend vorzüglich sind und direkt als Vorbilder für die Tafelzeichnung dienen können. Im großen und ganzen kann man nur wünschen, daß die weiteren Hefte des Werkes ebensogut wie das erste ausfallen mögen. Fr. A. Willers.

K. Umlauf, Mathematik und Naturwissenschaften an den deutschen Lehrerbildungsanstalten (Arbeiten des Bundes für Schulreform, Heft 3). gr. 8. 124 S. mit 4 Tafeln und 6 Figuren im Text. Leipzig, B. G. Teubner, 1912. M. 3.60

Der Bund für Schulreform hat im Jahre 1910 eine Umfrage veranstaltet, die den bisherigen Stand des Unterrichts an den Lehrerseminaren in der Mathematik und den Naturwissenschaften klarstellen sollte. Der Verfasser hat die eingelaufenen Antworten zu einem umfassenden Berichte zusammengestellt und damit eine sehr dankenswerte, für die Geschichte der Pädagogik hochwichtige Arbeit geliefert. Zum Teil sind die Resultate der Umfrage wenig erfreulich und zeigen die dringende Notwendigkeit der Reform der Seminare. Vor allem fehle, meint der Verfasser, „der wissenschaftliche Geist, zumal die Lehrkräfte nur zum kleinen Teil höheren Anforderungen gewachsen seien".

Daneben hat die Umfrage, und das scheint mir sehr belangreich zu sein, die Ansichten und Wünsche der Lehrer zum Ausdruck gebracht, was die Art, die Zeitdauer, den zu behandelnden Lehrstoff, die Unterrichtsmittel angeht. Es ist dadurch zweifellos eine Unterlage für die nötige Reform gegeben.

Dem ausführlichen Berichte folgen alsdann die Lehrpläne für die Seminare in Preußen, Württemberg, Baden, Anhalt, Hamburg und Lübeck, und schließlich sind gleichsam als Musterbeispiele für die äußere Einrichtung, namentlich auf naturwissenschaftlichem Gebiete, die Beschreibungen mehrerer modern gestalteter Lehrerbildungsanstalten (Dresden-Strehlen, Backnang in Württemb., Freiburg i. Br., Hamburg) beigefügt. Behrendsen.

Fr. Bidlingmaier, Ergebnisse der erdmagnetischen Beobachtungen zu Wilhelmshaven i. J. 1911. Veröff. d. K. Observatoriums in Wilhelmshaven. Neue Folge, Heft 2. Berlin, E. S. Mittler & Sohn. Preis M. 3.—

Nach zwölf Jahren Pause erschien im Jahre 1911 endlich wieder ein Heft magnetischer Beobachtungen aus dem Observatorium von Wilhelmshaven. Und nun erscheint das zweite und — letzte! Den äußeren Anlaß zum Einstellen der eben neu angefangenen Reihe bildet die Einführung des elektrischen Betriebs auf der dortigen Straßenbahn, der offenbar bei Herausgabe des vorigen Hefts noch nicht vorausgesehen werden konnte. Das neue wissenschaftliche Leben, das der Verfasser verstanden hat dem Wilhelmshavener Marineobservatorium zu verleihen, tritt in der vorliegenden Veröffentlichung noch einmal schön zutage, indem seine Gedanken über ein objektives Maß der Beweglichkeit der Variationen — das ist der von ihm so genannten „Aktivität" — eine endgültige und klare Zusammenfassung erfahren. Über die Definition dieser Größe siehe die Besprechung auf S. 663 des 14. Jahrgangs (1913) vorliegender Zeitschrift. Diesmal wird neben der theoretischen Grundlage noch besonders der Gang der praktischen Rechnung gezeigt, auch einige Resultate finden sich abgeleitet; so z. B., daß die Gesamtenergie der Deklinationsschwankungen, also der im Meridian fließenden Ströme, 45 Proz. größer ist, als jene der senkrecht dazu verlaufenden; daß die Energie aller Schwankungen des Erdmagnetismus $1{,}7 \cdot 10^{-6}$ des beharrlichen inneren Feldes ist u. a. m.

Der Verfasser ist jetzt Leiter des magnetischen Observatoriums zu München geworden und wird seine Untersuchungen an dem Material dieses Observatoriums fortsetzen. Von dem Wilhelmshavener Observatorium wird angeführt, daß die Beobachtungen des genannten Grundes wegen nicht weiter veröffentlicht werden sollen. Wilhelmshaven bildet einen Hauptstützpunkt zur Festlegung der Säkularvariation in Deutschland; wir bedürfen daher der dortigen Beobachtungen und erwarten von unserer Marine, daß sie die Beobachtungen nicht nur fortsetzt, sondern, wenn auch im bescheidensten Umfang, veröffentlicht. Es gibt Verfahren, mit einer Tätigkeit von zwei Stunden im Jahr, die Monats- und das Jahresmittel beider horizontalen Elemente abzuleiten. Nippoldt.

Berichtigung.

Auf Seite 199, rechte Spalte, Zeile 5 von unten fehlt der Faktor $\frac{e^2}{r_1 h}$ vor $\frac{1}{1+\beta} - \frac{1}{1+\beta+2\alpha}$.

Auf Seite 200 erste Gleichung 12) und erste Gleichung 14) muß es heißen: e^2 statt e_2.

Tagesereignisse.

Zur Errichtung eines physikalisch-meteorologischen Observatoriums in Oberhof haben die Herren Hofkammerpräsident von Bassewitz, Gotha, Dr. phil. A. Lippmann, Leipzig, Hofbankier Dr. jur. Stehle, Gotha, Staatsrat Wilharm, Gotha, eine Zentralstelle mit dem Sitze in Leipzig, Kaiserin-Augusta-Str. 55, gebildet, deren



Geschäftsführer Dr. phil. A. Lippmann, Leipzig, ist. Zur Erforschung möglichst aller Heilfaktoren eines Ortes in dieser Höhenlage sollen außer den Beobachtungen, die an den meteorologischen Stationen I. Ordnung üblich sind, namentlich Untersuchungen der Sonnenstrahlen angestellt werden hinsichtlich ihrer Wärme-, Licht- und chemischen Intensität, Untersuchungen über Polarisation und Durchlässigkeit der Strahlen, über Farbenzusammensetzung des Gesamt- und diffusen Lichts, über den Einfluß der Bewölkung auf die Strahlung usw., ferner Untersuchungen der Luft hinsichtlich ihres Potentialgefälles und ihrer Leitfähigkeit, radioaktive Messungen von Luft, Wasser, Erde, radioaktive und elektrische Messungen der Niederschläge, Untersuchungen der Luft auf ihren Staubgehalt, auf ihren Ozon- und Kohlensäuregehalt.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Am 27. März d. J. feierte Wilhelm Hittorf seinen 90. Geburtstag. Der Verehrung, deren sich der greise Gelehrte in weiten Kreisen erfreut, fand in hohen Auszeichnungen, insbesondere in der Ernennung zum Wirklichen Geheimen Rat mit dem Prädikat Exzellenz, und in einer großen Zahl persönlicher und schriftlicher Glückwünsche ihren Ausdruck. Auch die Leser unserer Zeitschrift werden bei diesem Anlasse erneut des Großen gedenken, was Hittorf für unsere Wissenschaft geleistet hat. Möge das Bewußtsein, daß seine Arbeiten mit den Grund gelegt haben zu der wunderbaren Entwicklung der Physik, dem verehrten Manne den Abend des Lebens verschönern, und möge er mit freundlichem Anteil die Arbeit derer betrachten, welche auf den von ihm gebahnten Wegen weiter vorzudringen suchen.

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Otto Haupt für Mathematik einschließlich darstellende Geometrie, an der Universität Würzburg Dr. L. Föppl für Mathematik, an der Universität Freiburg i. B. Dr. Robert Schwarz für Chemie, an der Universität Lemberg Dr. Siegmund Janiszewski für Mathematik.

Ernannt: Der Privatdozent für Chemie an der Universität Berlin Dr. Fritz Weigert zum a. o. Professor für Photochemie einschl. wissenschaftlicher Photographie an der Universität Leipzig, der Privatdozent für darstellende Geometrie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Wolfgang Vogt zum a. o. Professor für Mathematik an der Universität Heidelberg, der Privatdozent für Physik an der Universität Freiburg i. Schw. Dr. Paul Joye zum a. o. Professor ebendaselbst, der Privatdozent für Physikalische Chemie speziell theoretische Metallurgie an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Karl Bornemann zum etatsmäßigen Professor für Metallhüttenkunde an der Technischen Hochschule Breslau, der Privatdozent für Pharmazie an der Universität Straßburg Dr. Leopold Rosenthaler zum a. o. Professor für gerichtliche Chemie und Pharmakochemie an der Universität Bern, Octave Boudouard zum Professor für angewandte Chemie am Conservatoire des arts et métiers in Paris, Professor H. F. Baker zum Professor der Astronomie und Geometrie an der Universität Cambridge (England).

Berufen: Der ord. Professor der theoretischen Physik an der Universität Utrecht Dr. Peter Debye in gleicher Eigenschaft an die Universität Frankfurt.

Verliehen: Dem Hauptobservator an der Universitätssternwarte in Berlin-Babelsberg Dr. Leo Courvoisier und dem Observator an derselben Sternwarte Dr. Paul Guthnick sowie dem Privatdozenten für analytische Chemie und Elektrochemie an der Technischen Hochschule Aachen Dr.-Ing. Arthur Fischer und dem Privatdozenten für Nahrungsmittelchemie an der Technischen Hochschule Hannover Dr. Ernst Laves der Titel Professor.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Allgemeinen Chemie an der Universität Lyon Philipp Barbier.

Gestorben: Der Astronom am Harvard College Observatory in Cambridge Mass. Dr. S. C. Chandler, der ord. Professor für Mathematik und Naturphilosophie an der Harvard University in Cambridge Dr. Benjamin Osgood Peirce, der ord. Professor für Astronomie an der Brown University in Providence und Direktor des Ladd Astronomical Observatory Winslow Upton, der Chemiker Professor Dr. S. M. Jörgensen in Kopenhagen.

Gesuche.

Otto Vahlbruch-Stiftung.

Der am 28. März 1896 in Hamburg verstorbene Herr **Otto Vahlbruch** hat in § 11 seines Testamentes bestimmt, daß alle zwei Jahre dem Verfasser derjenigen in deutscher Sprache geschriebenen und veröffentlichten Arbeit, die in dem gleichen Zeitraum den größten Fortschritt in den Naturwissenschaften gebracht hat, ein Preis zuerkannt werden möge, welcher aus den Einkünften des von ihm hinterlassenen Vermögens entnommen werden soll.

Dem Wunsche des Stifters gemäß hat die philosophische Fakultät der Universität Göttingen das Ehrenamt übernommen, als ausschlaggebende Jury für die Zuerkennung des Preises zu fungieren.

Zum neunten (9) Male ist nun in diesem Jahre in sinngemäßer Auslegung des Testamentes, und gemäß Statut § 3, Abschnitt 2 der Otto Vahlbruch-Stiftung, nach welchem der Preis auch zwei Autoren zugesprochen werden kann, der Preis verliehen worden, und zwar im Betrage von

M. 12000,— je zur Hälfte:

an Herrn **Dr. Joh. Stark,** Professor an der Technischen Hochschule Aachen

für die Entdeckung der Zerlegung der Spektrallinien im elektrischen Felde,

an Herrn **Dr. M. von Laue,** Professor an der Universität Zürich,

für die Entdeckung der Beugung der Röntgenstrahlen durch die Raumgitter der Kristalle.

Beide Entdeckungen bezeichnen einen bedeutenden Fortschritt in der Erkenntnis der Konstitution der Materie.

Hamburg, den 28. März 1914.

Die Verwaltung der Otto Vahlbruch-Stiftung.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 9. 1. Mai 1914. 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 10 am 2. Mai 1914.

INHALT:

An unsere Leser!

Hiermit bringen wir unsern Lesern zur Kenntnis, daß Herr Privatdozent Dr. **M. Born** in Göttingen als Mitarbeiter in die Redaktion eingetreten ist. Den geschäftlichen Teil der Redaktion wird nach wie vor Herr Dr. **Busch** besorgen.

Herausgeber, Redaktion und Verlag der Physikalischen Zeitschrift.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über Randwinkel und Schwimmvermögen.

Von Siegfried Valentiner.

Läßt man Bleiglanz- oder Zinkblendekörnchen, die durch ein Sieb mit der Maschenweite 0,65 mm hindurchfallen, langsam auf eine Wasseroberfläche gleiten, so sinkt trotz des hohen spezifischen Gewichtes kaum ein Teilchen unter (bequemer Vorlesungsversuch); Quarz von derselben Korngröße schwimmt nicht so gut, Grauwacke, Tonschiefer u. a. schwimmen gar nicht. Diese Erfahrung wird besonders in unserer Zeit häufig mit gutem Erfolg in der Technik bei der Trennung von Erz und Gestein benutzt. Trotzdem hat man den Vorgang des Schwimmens kleiner schwerer Teilchen bisher noch nicht systematisch untersucht und von der Kapillaritätstheorie ausgehend durchgerechnet[1]). Ich habe daher Herrn stud. Schranz veranlaßt, bei einer größeren Anzahl von Materialien verschiedener Herkunft und von verschiedener Korngröße das Schwimmvermögen auf Wasser festzustellen und am gleichen Material den Randwinkel von Wasser und von verdünnter Schwefelsäure als die vermutlich für das Schwimmvermögen in erster Linie maßgebende physikalische Größe zu messen. Über die Resultate seiner Versuche und die von der Kapillaritätstheorie geforderte Beziehung zwischen Randwinkel,

1) Es liegt eine sehr große Anzahl experimenteller Untersuchungen über den Vorgang vor, in denen es sich indessen hauptsächlich um die Frage handelt, wie man technisch am zweckmäßigsten die Körnchen an die Flüssigkeitsoberfläche bringen kann.

Schwimmvermögen und Korngröße möchte ich im folgenden kurz berichten[1]).

§ 1. Der Randwinkel ϑ wurde an bequemen Stücken verschiedenen Materials von verschiedener Herkunft nach der von Quincke[2]) angegebenen Methode bestimmt. Als Flüssigkeit diente destilliertes Wasser, weiches Leitungswasser und künstlich hergestelltes hartes Wasser, ferner aus technischen Gründen verdünnte Schwefelsäure verschiedener Konzentration. Ein Unterschied infolge verschiedener Herkunft des gleichen Materials konnte im allgemeinen nicht festgestellt werden. Wenn ein solcher auftrat, ließ er sich in der Regel darauf zurückführen, daß das eine Material durch Einschlüsse mehr als das andere verunreinigt war. Ebenso ergab sich bei den verschiedenen Wassern auf ein und demselben Material immer der gleiche Randwinkel. Verdünnter Schwefelsäure gegenüber verhielten sich Zinkblende und Bleiglanz verschieden; bei Zinkblende trat keine Änderung des Randwinkels ein, während bei Bleiglanz der Randwinkel von verdünnter Schwefelsäure vom Prozentgehalt abhing und mit wachsendem Prozentgehalt abnahm. Es läßt sich dies wohl darauf zurückführen, daß die Oberfläche des Bleiglanzes infolge des sich bildenden schwerlöslichen Bleisulfates sich dauernd ändert, während dies bei Zinkblende nicht der Fall ist, da das Zinksulfat sich sehr leicht löst. In Tabelle 1 sind die Mittelwerte der zahlreichen Beobachtungen mitgeteilt, die mit destilliertem Wasser angestellt wurden[3]).

§ 2. Das Schwimmvermögen S wurde auf folgende Weise gemessen. Eine abgewogene Menge des Materials von einer Korngröße, daß die Körner durch ein Sieb mit der Maschenweite w_1 hindurchgingen und von dem Sieb mit der Maschenweite w_2 zurückgehalten wurden, fiel aus geringer Höhe auf eine Wasseroberfläche. Der Teil, der schwimmen blieb, wurde abfiltriert, getrocknet und wieder gewogen. Er diente in Proz. der aufgegebenen Menge ausgedrückt als Maß des Schwimmvermögens. Auch bei diesen Versuchen wurde der Einfluß von Schwefelsäurezusätzen bestimmt, und zwar indem man das Material vor dem Schwimmversuche 5 Minuten lang in verdünnter Schwefelsäure verschiedener Konzentration hielt und dann durch Auswaschen von jeder Spur Schwefelsäure befreite und trocknete.

Die Beobachtungen des Schwimmvermögens der Materialien ohne vorherige Schwefelsäurebehandlung sind ebenfalls in Tabelle 1 neben den Randwinkeln aufgenommen. Die Bestimmungen wurden für drei verschiedene Korngrößen ausgeführt, deren Grenzen (= Maschenweite der einschließenden Siebe) über den Spalten angegeben sind. Außerdem findet man noch in Tabelle 1 hinter den Materialien das spezifische Gewicht s.

Der Vergleich der Randwinkel mit dem Schwimmvermögen der ersten Korngrößenklasse zeigt einen ausgesprochenen Parallelismus; wie zu erwarten ist, spielt der Randwinkel eine wichtige Rolle bei den Schwimmvorgängen. Daß er nicht die allein dabei maßgebende physikalische Größe ist, geht aus den anderen Spalten der Tabelle 1 hervor, denen zufolge das Schwimmvermögen von der Korngröße abhängt.

§ 3. In welcher Weise das Schwimmvermögen von der Korngröße und dem Randwinkel abhängt, kann durch verhältnismäßig einfache Betrachtungen erkannt werden. Wir wollen die theoretische Behandlung des Vorgangs in zwei Teile teilen, nämlich zuerst die Frage beantworten, wann wird ein Körper, der vorsichtig auf Wasser gebracht wird, so daß nur eine letzte Fläche vom Wasser nicht benetzt wird, schwimmen, wann untersinken, vorausgesetzt, daß das spezifische Gewicht des Körpers größer als 1 ist. Die zweite Frage wird lauten müssen: Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß der Körper, für den die Bedingung des Schwimmens in irgendeiner Lage erfüllt ist, diese Lage annehmen wird, also wirklich schwimmt, wenn man ihn in willkürlicher Anfangsorientierung ins Wasser gleiten läßt. Beide Fragen sind leider nur für gewisse einfache Körperformen zu beantworten, und selbst für diese nur angenähert.

§ 4. Die Beantwortung der ersten Frage wollen wir zunächst für den Fall eines kleinen Kreiszylinders von der Höhe h_0 und mit zwei zur Achse senkrechten Endflächen vom Radius r in Angriff nehmen. Er sei mit vertikaler Achse in das Wasser eingetaucht, die Flüssigkeit greife am oberen Rand an (vgl. Fig. 1).

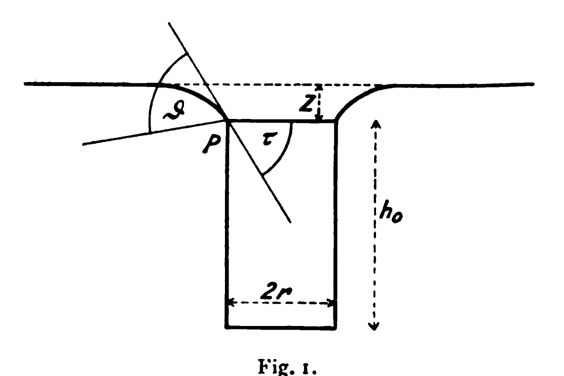


Fig. 1.

1) Ausführliche Mitteilung erfolgt in der technischen Zeitschrift „Metall und Erz", Mai 1914.

2) G. Quincke, Wied. Ann. 2, 150, 1877.

3) Genauere Angaben siehe a. a. O.



Tabelle 1.

Material	Fundort	s	ϑ	Schwimmvermögen bei der Korngröße 0,1—0,65 mm	0,65—1,5	1,5—2,5
Bleiglanz	Clausthal	7,5	71°	99%	52	0
	Lautenthal		70	99		
	Michailowitsch		75	99		
	Umba		71	99		
	Untereschbach		75	99	54	8
Zinkblende	Clausthal	4,0	72	95	49	7
	Untereschbach		71	98	63	7
Drusenblende	„		69	93		
Flußspat	Hagenbach a. Z.	3,2	70	97		
	Sarntal		70	98		
Schwefelkies	Piemont	5,1	73	99		
	Rammelsberg		58	89		
Meliertes Erz	„	>4	59	92		
Quarz	Clausthal	2,7	58	78	37	3
	Ratlinghausen		55	79		
	St. Gotthard [1])		28	21		
Kalkspat [2])	Clausthal	2,7	ca. 45	50	23	11
	Michailowitsch		„ 45	11		
	Umba		„ 45	27		
Gips	Dörnten	2,3	25	4		
Muskovit	D.-O.-Afrika	2,9	20	1		
Tonschiefer	Clausthal	2,8	13	6	2	1
	Rammelsberg		10	3		
Grauwacke	Clausthal	2,7	0	8	2	0
Quarzige Gangmasse	Untereschbach	2,7	0	2	1	0
Sandstein	„	2,3	0	1	1	0

1) Der Quarz vom St. Gotthard war völlig klar im Gegensatz zu dem von Clausthal und von Ratlinghausen.
2) Bei Kalkspat stellt sich anfangs ein größerer Randwinkel ein, der nach ca. 10 Minuten bis auf ca. 45° sinkt. Ähnlich verhalten sich Muskovit und Gips.

Der Auftrieb, den dieser kleine Zylinder erfährt, ist:

$$A = V + \pi r^2 z + \pi r a^2 \sin\tau; \qquad (1)$$

hierin bedeutet $V = \pi r^2 h_0$ das Volumen des Zylinders, $a^2 = 15{,}4\ \mathrm{mm}^2$ die Oberflächenspannung des Wassers, τ den Winkel der Tangentialebene an die Flüssigkeitsoberfläche im Punkt P gegen die Horizontale und z die Entfernung der oberen Zylinderbasisfläche von der Niveauebene der ungestörten Flüssigkeit. z hängt in komplizierter Weise, die aus der Kapillaritätstheorie, speziell der Theorie der Adhäsionsplatten sich ergibt, mit dem Winkel τ zusammen. Die Beziehung läßt sich in expliziter Form nicht angeben, aber schon Poisson[1]) hat für zwei extreme Fälle eine Annäherung berechnet, nämlich für den Fall, daß r (der Radius der Adhäsionsplatten in der Poissonschen Untersuchung) sehr groß, und für den Fall, daß r sehr klein gegen a sei. Der letztere Fall kommt für die praktisch benutzten Adhäsionsplatten nicht in Betracht, wohl aber können wir uns hier die angenäherte Form zunutze machen, da bei den Schwimmversuchen in der Tat die der Größe r entsprechende Dimension immer sehr klein gegen a ist. Die Beziehung lautet[1]):

$$z = r \sin\tau \left\{ \lg \frac{2a\sqrt{2}}{r(1+\cos\tau)} - c \right\}, \qquad (2)$$

wenn c die Eulersche Konstante $= 0{,}57722$ ist.

Der kleine Zylinder wird schwimmen können, wenn sein Gewicht $\pi r^2 h_0 s$ nicht größer ist, als der Auftrieb (1) für einen physikalisch möglichen Wert von τ werden kann. Aus Fig. 1 erkennt man leicht, daß τ jedenfalls kleiner sein muß als der Randwinkel ϑ, den die Flüssigkeit am festen Körper in Gegenwart von Luft bildet. Denn würde $\tau \geq \vartheta$ werden, so würde die Flüssigkeit über den Rand hinweg auf die noch nicht benetzte Fläche des festen Körpers treten können, und das Gleichgewicht wäre günstigenfalls labil.

Wir wollen weiterhin annehmen, unseren Versuchen entsprechend, daß $\vartheta < 90^0$ ist. Dann können wir sagen:

Die Bedingung dafür, daß der Zylinder in

1) Poisson, Nouvelle Théorie de l'Action capillaire. Paris 1831, S. 226 ff. Zur Prüfung seiner Formel berechnet er das Gewicht des Wassers, das ein Zylinder mit dem Radius $r = 1{,}34$ mm im Moment des Abreißens beim Aus-dem-Wasser-ziehen zu heben vermag, und findet gute Übereinstimmung mit dem experimentellen Ergebnis eines Versuches von Gay Lussac an einem solchen Zylinder. Größere Abweichung findet er bei der Anwendung seiner Theorie auf einen Zylinder mit dem größeren Radius 2,89 mm, wie zu erwarten war.

1) Poisson, l. c., S. 240. — Lohnstein, Ann. d. Phys. **25**, 807, 1908 gibt die Formel nicht richtig an, es fehlt bei ihm sowohl in Formel (2) auf S. 809 wie in der ersten Formel auf S. 810 ein Faktor, der dem $\sin\tau$ in unserer Schreibweise entspricht.

der in Fig. 1 gezeichneten Lage schwimmt, ist die: es muß die Gleichung

$$V(s-1) = \pi r^2 z + \pi r a^2 \sin\tau \qquad (3)$$

durch einen reellen Wert von $\tau < \vartheta < 90^0$ befriedigt werden können.

Diese Bedingung läßt sich für manche anders geformte Körper sehr leicht erweitern. Es sei (Fig. 2) ein Körper mit beliebig vielen

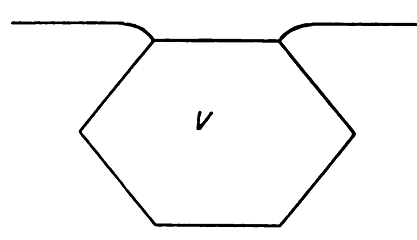


Fig. 2.

kleinen ebenen Flächen, die unter stumpfem oder rechtem Winkel aneinanderstoßen, auf Wasser gebracht, so daß nur noch eine ebene Fläche vom Inhalt O und der Umrandung U von Flüssigkeit frei ist; es sei ferner angenommen, daß die Mittelpunktsnormale dieser Fläche durch den Schwerpunkt des homogenen Körpers, also auch durch den Auftriebsmittelpunkt hindurchgehe, so daß keine Drehmomente auftreten, wenn die Fläche horizontal liegt. Der Körper wird schwimmen, wenn die Gleichung

$$V(s-1) = Oz + \frac{U}{2} a^2 \sin\tau \qquad (3')$$

durch ein $\tau < \vartheta$ befriedigt werden kann; zwischen z und τ besteht eine Beziehung, die in erster Annäherung durch Gleichung (2) mit $r = \frac{U}{2\pi}$ ersetzt werden kann.

Die Lösung τ der Gleichung (3) läßt sich am einfachsten finden, wenn man eine Tabelle berechnet, in der der Ausdruck

$$\pi r^2 z + \pi r a^2 \sin\tau$$

für verschiedene r und τ eingetragen ist. Man kann aus ihr zu einem bekannten Gewicht $V \cdot s$, also dem bekannten Wert

$$V(s-1) = \pi r^2 z + \pi r a^2 \sin\tau,$$

für ein bestimmtes r den Winkel τ durch Interpolation entnehmen. Ich habe eine solche Tabelle für den Fall des Kreiszylinders, an dessen oberer Kante die Flüssigkeit angreift, berechnet und teile sie hier mit (Tabelle 2). Man kann aus ihr ersehen, welche bedeutenden Gewichte infolge des kapillaren Zuges von der Flüssigkeitsoberfläche getragen werden können, sobald τ (also auch ϑ) und r groß sind.

§ 5. Wir wenden uns nun der zweiten Aufgabe zu, und wollen sie für den Fall behandeln,

Tabelle 2.

$\pi r^2 z + \pi r a^2 \sin\tau$.

τ	r = 0,25 mm	0,40	0,75	0,90	1,25	1,60
10°	2,12 mg	3,43	6,63	8,06	11,48	14,95
20	4,18	6,76	13,07	15,89	22,67	29,55
30	6,11	9,89	19,13	23,27	33,25	43,43
40	7,86	12,72	24,65	29,99	42,98	56,31
50	9,37	15,17	28,47	35,85	51,55	67,83
60	10,60	17,17	33,39	40,74	58,76	77,69
70	11,50	18,65	36,38	44,50	64,39	85,64
80	12,06	19,57	38,29	46,91	68,36	91,48
90	12,25	19,90	39,09	47,97	70,33	94,92

daß kleine Würfel in das Wasser gleiten, ohne kinetische Energie mitzubringen. Unter der Annahme, daß $\vartheta < 90^0$ und $s > 1$, läßt sich zeigen, daß, wie auch das Würfelchen in die Wasseroberfläche tritt (mit einer Ecke, oder Kante, oder ganzen Fläche), von labilen Gleichgewichtslagen abgesehen, stets, sei es, daß Drehungen stattgefunden haben oder nicht, in einem bestimmten Augenblicke gleichzeitig irgendeine zu einer Kante parallele Gerade a' der Fläche A und die Kante b in die Oberfläche der Flüssigkeit geraten[1]) (Fig. 3). Der Winkel φ zwischen der Fläche B und der Horizontalebene muß zwischen 0 und 45° liegen. Aus

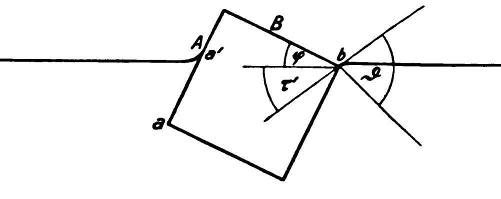


Fig. 3.

Fig. 3 erkennt man leicht, daß, wenn $\varphi > \vartheta - \tau'$, wobei unter τ' der in diesem Augenblick sich an der Kante b ausbildende Winkel der Flüssigkeitsoberfläche gegen die Horizontalebene bedeutet, die Flüssigkeit über b auf die Fläche B treten wird und das Würfelchen nun untersinken muß. Ist dagegen $\varphi < \vartheta - \tau'$, dann dreht sich der Würfel um die Kante b. φ nimmt ab bis 0°, und der Würfel nimmt die Lage an, für die in § 4 die Bedingung des Schwimmens angegeben ist. Sofort ergibt sich hieraus das erste wichtige Resultat, daß, wie der kleine Würfel auch in die Wasseroberfläche tritt, er sicher immer schwimmen bleiben wird, wenn $\vartheta - \tau' > 45^0$, und er immer untersinken wird, wenn $\vartheta - \tau' < 0^0$ ist.

Wenn, was wir annehmen wollen, jeder Wert von φ zwischen 0 und -45^0 gleich wahrscheinlich ist, so läßt sich die Wahrscheinlichkeit (= Verhältnis der dem Ereignis günstigen

1) Ausführlicher mitgeteilt a. a. O.

Fälle zu den möglichen) des Untersinkens eines in beliebiger Weise aufs Wasser gelangenden Würfelchens, wenn $0 < \vartheta - \tau' < 45^0$, durch den Ausdruck $1 - \frac{\vartheta - \tau'}{45}$ angeben, also die Wahrscheinlichkeit des Schwimmens durch $\frac{\vartheta - \tau'}{45}$. Nun ist es sehr schwer, den Wert von τ', der zweifellos von φ abhängt, genau anzugeben. Jedenfalls wird τ' größer sein müssen als die Lösung τ der Gleichung (3'), denn der resultierende Zug nach unten ist bei der Lage in Fig. 3 größer als bei der in § 4 angenommenen. Setzen wir also in dem Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit die Lösung τ an Stelle von τ' ein, so wird die berechnete Wahrscheinlichkeit des Schwimmens größer ausfallen als die wirklich vorhandene. Wir können indessen in Annäherung sagen: Ist $\vartheta - \tau > 45^0$, so müssen die Würfelchen schwimmen; ist $\vartheta - \tau < 0^0$, so müssen sie untersinken, wie sie auch auf das Wasser gebracht werden; ist $0 < \vartheta - \tau < 45^0$, so hängt die Möglichkeit des Schwimmens von der zufälligen Anfangsorientierung des Würfelchens ab, das Schwimmen wird um so wahrscheinlicher sein, je größer $\vartheta - \tau$ ist.

Die Schwierigkeit der Berechnung des Winkels τ', die schon in dem vorliegenden einfachen Beispiel nur eine angenäherte Berechnung der Wahrscheinlichkeit gestattet, tritt natürlich bei jeder Form auf. Wir müssen daher auf ein allgemein gültiges, exaktes Maß für die Wahrscheinlichkeit verzichten. Als angenähert richtiges Maß wird man auch bei Körpern anderer Form den Ausdruck $(\vartheta - \tau)$ betrachten dürfen, auf den wir in dem speziellen Fall geführt worden sind, wenn nur die die Oberfläche des Körpers ausmachenden Flächenstücke mit stumpfen oder rechten Winkeln aneinanderstoßen. Unter τ ist auch in diesem allgemeinen Fall die Lösung der Gleichung (3') zu verstehen.

§ 6. Bei Anwendung dieser Betrachtungen auf die experimentellen Ergebnisse stoßen wir nun sogar auf die Unmöglichkeit, den Winkel τ selbst exakt zu berechnen. Nicht allein haben die Körnchen sehr unregelmäßige Form, sie sind auch nicht einmal gleich groß. Wir kennen also die Bestimmungsstücke des Winkels τ in Gleichung (3') nicht genau. Wir müssen uns daher mit einer ziemlich rohen Annäherung begnügen, indem wir irgendeine plausible Annahme machen über den Zusammenhang zwischen dem für die Rechnung in Betracht kommenden Mittelwert der Umrandung U der nicht benetzten Flächenstücke und der uns allein zur Verfügung stehenden Korngrößengrenzwerte, und weiter eine Annahme über die Beziehung zwischen dem Volumen V und den Korngrößengrenzwerten. Wir wollen $U = 4d$ und $V = d^3$ setzen, wenn d die lichte Weite des die Teilchen hindurchlassenden Siebes bedeutet. Auch für den Inhalt O der Fläche mit der Umrandung U müssen wir eine bestimmte Annahme machen. Da freilich das erste Glied der rechten Seite von Gleichung (3') gegen das zweite sehr klein ist, ist es ziemlich gleichgültig, welche Annäherung wir für O wählen. Wir wollen

$$O = \left(\frac{U}{2\pi}\right)^2 \pi = \frac{4d^2}{\pi}$$

setzen; diese Annahme bietet den Vorteil, daß wir die für den Kreiszylinder berechnete Tabelle 2 benutzen können, wenn wir das r in der Tabelle $= \frac{U}{2\pi} = \frac{2d}{\pi}$ wählen.

Die Wahl von U und V würde in dem Fall, daß die Körnchen sämtlich Würfel wären, bedeuten, daß nur die größten Würfel berücksichtigt werden sollten; sie würde infolgedessen ein zu großes mittleres τ ergeben, eine zu geringe Wahrscheinlichkeit des Schwimmens. Trotzdem scheint mir das Verfahren gerechtfertigt; 1. ist τ kleiner als das eigentlich geforderte τ', 2. haben bei der Messung des Schwimmvermögens, das durch Wägung gefunden wurde, die größten Körner den bedeutendsten Einfluß auf das Resultat und 3. haben wir es tatsächlich nicht mit Würfeln zu tun; wenn aber a) die Körnchen z. B. länglich sind, so können durch das Sieb mit der Maschenweite d Körner fallen, die schwerer sind als $d^3 s$ und mit einer Fläche vom Umfang $4d$ an der Oberfläche vom Wasser gehalten werden müssen, wenn sie schwimmen sollen; dann ist die linke Seite der Gleichung (3') mit $d^3(s - 1)$ zu klein in Anrechnung gebracht, τ würde zu klein gefunden werden; und wenn b) die Körnchen ganz unregelmäßig sind und das Gewicht der Teilchen doch ungefähr $d^3 s$ ist, so werden die Flächen, an denen die Körnchen in der Wasseroberfläche gehalten werden können, einen bedeutend kleineren Umfang als $4d$ haben; wir haben $\sin \tau$ also mit einem zu großen Faktor versehen, auch dann wird τ zu klein ausfallen[1]).

In Tabelle 3 sind die Resultate der Theorie mit den Messungen des Schwimmvermögens zusammengestellt. Es ist der Übersichtlichkeit halber nur das Material aufgenommen, an welchem das Schwimmvermögen bei verschiedenen Korngrößen gemessen wurde. Der Wert von

1) Wenn man übrigens andere plausible Annahmen über die Beziehung zwischen d, U und V macht, etwa $U = 4d_1$ und $V = d_1^3$ setzt, worin d_1 das Mittel der Korngrößengrenzwerte darstellt, so kommt man auf ähnlich befriedigende Übereinstimmung.

Tabelle 3.

Korngröße:	0,1—0,65 mm		0,66—1,5		1,5—2,5	
Material	S	$\vartheta-\tau$	S	$\vartheta-\tau$	S	$\vartheta-\tau$
Bleiglanz . . .	99	68	53	44	4	—
Zinkblende . .	97	69	56	59	7	38
Quarz	78	55	37	49	3	38
Kalkspat	56	44	23	38	11	27
Tonschiefer . .	6	10	2	3	1	—
Grauwacke . .	2	—	1	—	0	—
Sandstein . . .	1	—	1	—	0	—

τ wurde aus Tabelle 2 in folgender Weise entnommen. Es wurde gebildet $0{,}65^3\,(s-1)$, bzw. $1{,}5^3\,(s-1)$, bzw. $2{,}5^3\,(s-1)$, in der Spalte $r = 0{,}4$, bzw. 0,9, bzw. 1,6 dieses Gewicht aufgesucht und der zugehörige Winkelwert τ entnommen.

Die Tabelle zeigt einen ausgesprochenen Parallelismus zwischen $\vartheta-\tau$ und dem Schwimmvermögen, wie es unsere Betrachtungen fordern. Ganz zweifellos bestätigen also die Versuche die dargelegte Theorie befriedigend, durch die das Schwimmvermögen kleiner Körper auf Wasser, die schwerer als Wasser sind, auf die bekannten Kapillaritätserscheinungen zurückgeführt wird.

Zusammenfassung: 1. Es wurde experimentell und theoretisch gezeigt, daß die Wahrscheinlichkeit des Schwimmens kleiner Körper auf Wasser, die schwerer als Wasser sind, in erster Linie durch die Größe der Winkeldifferenz $\vartheta-\tau$ bestimmt wird, wenn ϑ der Randwinkel ist und τ den aus Gleichung (3') sich ergebenden Wert hat.

2. Es wurden die Randwinkel einer Reihe von Mineralien gegen Wasser mitgeteilt.

Clausthal, März 1914, Phys. Inst. d. Kgl. Bergakademie.

(Eingegangen 29. März 1914.)

Über die Schichtung in reinen Gasen und ihre Beeinflussung durch Verunreinigungen.

Von Paul Neubert.

Die Frage, ob und welche reinen Gase Schichtung in der positiven Säule zeigen, ist noch immer nicht vollständig beantwortet.[1]) Die Versuche von Gehlhoff[2]) in Stickstoff und Helium ergaben, daß in diesen bei weitgehender Reinigung durch eine Kaliumzelle keine Schichtung mehr möglich ist. Ich habe nachgewiesen,[3]) daß Spuren von Sauerstoff die Schichtung in Wasserstoff weitgehend beeinflussen und das Druckgebiet, in dem Schichtung auftritt, nach oben hin vergrößern. Ich sprach damals die Vermutung aus, daß auch andere elektronegative Gase, z. B. Jod und Brom, denselben Einfluß zunächst auf Wasserstoff haben müßten. Die nachstehend angeführten Experimente bestätigen dies und zeigen, daß ebenso in anderen reinen Gasen Sauerstoff in erster Linie für die Schichtung verantwortlich ist.

Um zu eindeutigen Resultaten zu kommen, war Hauptforderung, möglichste Reinheit beider Komponenten, des Hauptgases und der zugefügten Verunreinigung. Alle Versuche wurden in einer Röhre vom Radius $r = 10{,}5$ mm (Entladungslänge 20 bis 50 cm) mit Platin-Anode (Scheiben von 16 mm Durchmesser) und Glühkathode gemacht. Zu letzterer wurde teils Tantal[1]) teils Calciumoxyd verwandt. Die Röhre wurde in der üblichen Weise durch Erhitzen im Ofen auf 375° und starke Belastung gereinigt. Es kamen Drucke von 3 mm Hg abwärts und Stromdichten von ca. 0,001 bis 0,05 Amp. cm^{-2} (3 bis 160 Milliamp.) in Betracht. Wegen der Zuführung von anderen Gasen ließen sich Hähne leider nicht ganz vermeiden, doch waren sie, soweit es der Versuch erlaubte, durch Kühlung mit flüssiger Luft von der Entladungsröhre getrennt, ebenso die Pumpe und das Manometer.

Wasserstoff.

Zunächst wurde die Frage geprüft, ob reiner Wasserstoff noch Schichtung zeigt. Hierzu konnte unterhalb der Glühkathode Kalium in die Röhre hineindestilliert und eine gesonderte Glimmentladung bei höheren Temperaturen zur Reinigung angelegt werden. Der Wasserstoff wurde nach der schon beschriebenen Methode[2]) durch Palladium eingeleitet. Es erschien, ohne jede weitere Reinigung durch längeres Durchströmen, die „weite rote Schichtung“[3]), da sämtlicher Sauerstoff sofort gebunden wurde. Die enge blaue, die dem Goldsteinschen Gesetz

$$l = 1{,}9 \cdot \frac{r^{(1-m)}}{p^m} \quad (m = 0{,}522)$$

folgt, konnte nicht entstehen. Die Schichtung war einförmig rot; der blaue Saum, der auch bei den weiten roten Schichten meist noch vorhanden ist (Doppelschicht), verschwand. Weiter änderte sich aber trotz Glimmentladung und langem Stehen nichts. Die Längenmessung ergab denselben Verlauf wie Kurve 1 der Tafel IIIB.[4]).

1) R. Seeliger, Jahrbuch d. Rad. u. Elektr. **7**, 534, 1910.
2) G. Gehlhoff, Verh. d. D. Phys. Ges. **14**, 965, 1912.
3) P. Neubert, Ann. d. Phys. **42**, 1487, 1913.

1) J. E. Lilienfeld, Ann. d. Phys. **43**, 38, 1914.
2) P. Neubert, s. o. S. 1458.
3) Desgl. s. ob. S. 1464 u. 1477.
4) P. Neubert, s. o. S. 1481.

Nur war die Schichtlänge etwas größer, doch war das Minimum vorhanden. Wir kommen zu dem Schluß, daß Wasserstoff auch bei größter Reinheit Schichtung zeigt, die den oben erwähnten Verlauf: ziemliche Konstanz der Länge mit einem flachen Minimum bei 0,3 mm *Hg* hat.

Jodzusatz.

Nach meiner Vermutung mußten analog dem Sauerstoff auch andere elektronegative Gase, wie Jod und Brom, die weite rote Schichtung in die enge blaue verwandeln. Um dies zu prüfen, war an der Gaszuleitung ein Gefäß angeschmolzen, in dem sich mehrfach destilliertes Jod befand. Das Gefäß konnte auf verschiedene Temperaturen gebracht und so der Dampfdruck und damit die prozentische Verunreinigung des Wasserstoffs geändert werden. Für gewöhnlich war das Jodgefäß in flüssige Luft getaucht. Es wurde nun so verfahren, daß zunächst die rote Schichtung vorhanden sein mußte. Dann wurde bei gewünschtem Druck das Jodgefäß in das betreffende Bad gebracht und nun 10 Min. stehen gelassen. Zeigte sich darauf nach Abschließen des Jodgefäßes beim Auspumpen keine Beeinflussung der roten Schichten, d. h. war noch ein deutliches Minimum der Schichtlänge bei ca. 0,3 mm Hg vorhanden, so nahm ich keine Wirkung an. Es wurde, wenn eine Einwirkung nachgewiesen war, ein Kontrollversuch in reinem Wasserstoff, bei Jod in flüssiger Luft angestellt.

Als Dampfdruck des Jods nahm ich die von Schmidt[1]) angegebenen Werte. Etwaige Extrapolationen habe ich nach der von Cuthbertson[2]) für Brom gegebenen Beziehung $p = a \cdot b^T$, die wohl ebenso für Jod gilt, berechnet. Es ergibt sich aus den Daten von Schmidt bei J_2 für $a = 3{,}735 \cdot 10^{-15}$, für $b = 1{,}114$. Meistens wurde aber bei den von Schmidt angegebenen Temperaturen von -41^0 und -21^0 gearbeitet, außerdem noch bei -82^0. Jod in flüssiger Luft oder fester Kohlensäure mit Alkohol hat keinen Einfluß. Dies entspricht bei einem Wasserstoffdruck von 0,1 mm *Hg* und einem extrapolierten Dampfdruck des Jods von $3{,}2 \cdot 10^{-6}$ bei -82^0 einer prozentischen Verunreinigung von 0,003 Proz. Doch schon bei 0,006 Proz. erscheint die enge blaue Schichtung. Wir haben also hier einen noch stärkeren Einfluß als bei Sauerstoff. Die Schichtung ist in ihrem Aussehen und ihrer Länge ganz analog den schon beschriebenen engen blauen. Sie folgt dem Goldsteinschen Gesetz mit denselben Konstanten. Bei größeren Verunreinigungen beginnt die Schichtung ebenfalls bei höheren Drucken. Es treten auch Schichtpaare auf. Wenn man zu starken Verunreinigungen etwa 0,9 Proz. und darüber übergeht, zeigt sich eine Änderung. Das Blau der Entladung verwandelt sich in Grün. Die erste Schicht wird grün, ebenso die 1. Schicht eines Schichtpaares grünlich. Größere Verunreinigungen wurden nicht untersucht.

Brom zeigt bei der Temperatur der flüssigen Luft keinen Einfluß; dies entspricht einer Verunreinigung von 0,015 Proz. Weitere Versuche mit Brom wurden nicht ausgeführt, da Kältebäder von unter -100^0 hätten angewandt werden müssen, wozu ein größerer Umbau der Apparatur erforderlich gewesen wäre. Auch ist wohl der gleiche Einfluß von Brom anzunehmen. Es ergibt sich also, daß elektronegative Gase im Wasserstoff die Schichtung in dem Sinne ändern, daß das Goldsteinsche Gesetz für die Schichtlänge herauskommt.

Stickstoff.

Der Stickstoff war in einer besonderen Anlage, die von Herrn Augustin in einer demnächst erscheinenden Leipziger Dissertation beschrieben wird, aus Natrumnitrit, Ammoniumsulfat und Kaliumbichromat hergestellt. Es wurde aus meinem Vorratsgefäß, das durch einen Schliff an meine Anordnung angeschlossen wurde, durch eine in flüssige Luft tauchende Kapillare entweder direkt oder durch eine Kaliumzelle nach Gehlhoff, die wieder durch Kühlung vom Entladungsrohr getrennt war, in dieses eingeleitet. Man konnte durchströmen lassen.

Es zeigten sich dieselben Erscheinungen, wie bei Gehlhoff.[1]) Die Schichtung ging bei größter Reinheit fort, d. h. sie erschien nur noch bei ganz geringen Stromstärken unter 15 Milliamp. in einem Druckbereich von 0,9 bis 0,1 mm *Hg* Nur bei niedrigen Stromstärken ist Schichtung bei geringen Verunreinigungen möglich. Die Schichtung ist nach meinen Beobachtungen nur in dem Stromgebiet möglich, indem die Entladung rot aussieht. Stickstoff zeigt bei größeren Stromdichten eine wundervoll goldgelbe Farbe.[2]) Je reiner der Stickstoff, bei umso kleineren Stromdichten tritt diese gelbe Färbung, die nur in einem Stärkerwerden der gelben und grünen Banden besteht, auf. Die Schichtung ist dann fast ganz verschwunden; es sind höchstens 2 verwaschene Schichten an der Kathode da. Ich beobachtete auch manchmal rötliche

1) Landolt und Börnstein, Phys. Chem. Tab. 4. Aufl., S. 374, 1912.
2) Cl. Cuthbertson und M. Cuthbertson, Proc. Roy. Soc. S. 307, 1911.

1) G. Gehlhoff, vgl. oben S. 965.
2) G. C. Schmidt, Ann. d. Phys. (4) 1, 628, 1900 u. E. Goldstein, Verh. d. D. Phys. Ges. 2, 110, 1900.

Färbung mit schwacher Schichtung an den Elektroden, in der Mitte dagegen war die positive Säule gelb und ungeschichtet. Dies kommt wohl von den von den Elektroden abgegebenen Verunreinigungen. In der schon oben beschriebenen Röhre mit Kaliumfüllung verschwand die Schichtung vollständig. Im ganzen Strom-Druckintervall von 5 bis 150 Milliamp. und von 2 mm *Hg* an war die Entladung dann goldgelb und ungeschichtet. Die rote Färbung bei geringen Stromstärken scheint also von kleinen Verunreinigungen abzuhängen.

Wasserstoff und Sauerstoffzusatz.

Es wurde nun Wasserstoff und Sauerstoff in bekannten Mengen zugefügt. Das Gas mußte zunächst rein sein, d. h. über 20 Milliamp. keine Schichtung zeigen. Wasserstoff hat nur ganz geringen Einfluß. Bis zu 10 Proz. Zusatz läßt kaum das Stromgebiet wachsen, in dem die Schichtung schwach sichtbar ist. H_α und H_β sind nicht zu sehen. Erst bei ca. 20 Proz. zeigen sich die Linien und die Schichtung nimmt zu. Die gelbe Färbung wird zurückgedrängt und die Schichtlänge nimmt den charakteristischen Verlauf der „weiten roten Schichtung" in Wasserstoff an.

Bei Sauerstoffzusatz, der durch Erhitzen von chemisch reinem Kaliumpermanganat im Vakuum hergestellt wurde (zur Trocknung durch eine Kühlschlange in flüssige Luft geleitet), zeigte sich ein ganz anderes Bild. Hier beginnt schon bei ca. 2 Proz. der Einfluß. Die Schichtbildung wird ausgesprochener, das Druckintervall vergrößert sich nach kleineren Drucken, die Farbe wird weißlicher und die gelbe Färbung erscheint erst bei Stromstärken von 50 Milliamp. aufwärts. Zugleich zeigt sich, wenn auch schwach, die grüne Linie bei 5331. Bei 10 Proz. ist die Schichtung sehr deutlich und schön. Hier tritt die rote Färbung schon sehr zurück. Bei 22 Proz., also ungefähr Luftzusammensetzung, zeigt sich bei 2 mm *Hg* eine grünblaue starke Fluoreszenz, die die nicht sehr lichtstarke rötliche positive Säule umgibt, vielleicht durch Bildung von Stickoxyd veranlaßt. Dann ist die Stickstofffärbung ganz verschwunden, die Banden sind nur noch schwach zu sehen, dagegen ausgesprochene Schichtung, die in ihrer Länge dem Goldsteinschen Gesetz folgt. Die erste Schicht ist mit einem zartblauen Schleier umgeben. Wir sehen also, daß reiner Stickstoff keine Schichtung liefert, dagegen Sauerstoff in geringen Mengen sie besonders leicht ermöglicht.

Sauerstoff.

Nach dem Einfluß auf Stickstoff war zu vermuten, daß reiner Sauerstoff auch Schichtung zeigt, doch dem ist nicht so. Man erhält im ganzen Druck-Stromgebiet keine Schichtung. Bei Sauerstoff beobachtet man eine Erscheinung, die soviel ich weiß, noch nicht erwähnt ist. Bei ca. 2 mm *Hg* und darüber hört Sauerstoff auf zu leuchten, während wir Stromdichten von 0,01 Amp. cm^{-2} (50 Milliamp.) haben, und ein kontinuierlicher Strom durchfließt. Bei passendem Glühen der Kathode kann auch das zunächst noch leuchtende Glimmlicht vollständig zum Verschwinden gebracht werden, so daß wir eine einheitlich dunkle Entladung haben. Bei stärkeren Strömen zeigt sich ein schwaches Leuchten, ebenso bei Induktorentladungen. Man braucht sehr hohe Spannungen zum Betrieb. Bei abnehmendem Druck beginnt dann das äußerst schwache Leuchten.

Es liegt nahe, diese interessante Erscheinung als Gegenbeispiel zu den schon bei ganz hohen Drucken und niedrigen Potentialen leuchtenden Edelgasen anzuführen. Aus den Arbeiten von Franck und Hertz[1]) wissen wir, daß in den Edelgasen Elektronen ohne Energieverlust an Molekülen reflektiert werden können und so auf mehreren freien Weglängen die Ionisierungsspannung oder auch noch größere Energien erreichen können. Bei dem elektronegativen Sauerstoff dagegen wird jedes stoßende Elektron sofort angelagert und erreicht auf einer freien Weglänge höchstens die Geschwindigkeit, die zur Ionisation nötig ist. Wenn wir auch über den Vorgang des Leuchtens nicht im klaren sind, so geht aus dem oben Gesagten hervor, daß die zum Leuchten nötige Energie leichter in elektropositiven, als in elektronegativen Gasen von den Elektronen gesammelt werden kann, gemäß den Versuchen. Bedenkt man ferner, daß in einer geschichteten Entladung eigentlich nur die Dunkelräume das Merkwürdige sind, so ist dieses Verhalten einer ganzen positiven Säule in einem definierten Gase, dessen elektrische Eigenschaften bekannt sind, um so bemerkenswerter. Wir müssen den Dunkelräumen in der positiven Säule jedenfalls ähnliche elektrische Eigenschaften zuschreiben, wie der dunklen Sauerstoffentladung.

Wasserstoffzusatz.

Es wurden nun Verunreinigungsversuche mit Wasserstoff gemacht. Es ergab sich, daß schon von etwa 0,4 Proz. aufwärts Wasserstoff Schichtung hervorbringt. Die Schichtung folgt in ihrer Länge dem Goldsteinschen Gesetz, nur sind die Schichten etwas länger. Genauere Messungen wurden nicht angestellt. Das Druckgebiet

1) J. Franck u. G. Hertz, Ber. Phys. Ges. **15**, 373 u. 613, 1913 u. **16**, 12f. 1914.



wird nach oben hin bei wachsendem Wasserstoffgehalt größer, z. B. bei 9,3 Proz. setzt die Schichtung bei ca. 1,6 mm *Hg* ein. Bei diesen Drucken, wo reiner Sauerstoff bei Stromstärken von 5 Milliamp. kein Leuchten zeigt, leuchtet die Röhre rot mit Wasserstoffspektrum. Dies zeigt sich schon bei ganz geringem Prozentgehalt. Die Röhre wird hier bei Verkleinern der Stromstärke dunkler und dunkler, plötzlich leuchtet bei ganz geringen Stromstärken die Röhre rot im Wasserstofflicht. Man muß dies wohl so deuten, daß die Elektrodenspannung für eine selbständige Entladung im Sauerstoff nicht mehr ausreicht, dagegen im Wasserstoff, so daß, sobald der Strom im Sauerstoff erlischt, der Wasserstoff allein die Stromleitung übernimmt und leuchtet.

Meistens wird der Wasserstoff rasch aufgebraucht, so daß die rote Färbung in die weißliche des Sauerstoffs übergeht. Es verschwindet dann auch die Schichtung. Nach kleineren Drucken hin wird das Stromgebiet der Schichtung kleiner, so daß den höchsten Drucken auch das größte Stromintervall bis zu 100 Milliamp. und darüber entspricht.

Es zeigt also auch reiner Sauerstoff keine Schichtung, während geringe Wasserstoffverunreinigung sie hervorbringt.

Quecksilber.

Ob Quecksilber Schichtung aufweist, darüber liegen nur Arbeiten von Schuster[1]) vor, von denen mir leider nur eine zur Verfügung stand. Er verneint die Möglichkeit in reinem sauerstofffreien Quecksilber, doch schien eine Nachprüfung nicht uninteressant.

In die Röhre, die mit einer Tantalglühkathode ausgestattet war, wurde nach der üblichen Reinigung schon vorher im Vakuum destilliertes Quecksilber bei laufender Pumpe hineindestilliert. Die Röhre wurde dann von der Pumpe abgeschlossen, einmal auch abgeschmolzen und in einem Paraffinölbad bis auf 150° erhitzt. Dort beträgt der Dampfdruck nach Knudsen[2]) 2,80 mm. Es zeigten sich nun nach der Kathode zu 3 bis 4 Schichten, die dem Goldsteinschen Gesetz folgten. Die übrige Säule war ungeschichtet im ganzen Druck-Stromgebiet. Die 4. Schicht war meist schon so verwaschen, daß man sie kaum unterscheiden konnte. Glühte man die Tantalkathode so stark, daß das Glimmlicht, das im Gegensatz zu Schusters Beobachtungen gut ausgebildet war, verschwand und die positive Säule bis zur Kathode heranrückte, so verschwand die Schichtung vollständig. Da diese Erscheinung (nämlich ein Verschwinden der Schichtung beim Heranrücken der positiven Säule) bei Wasserstoff niemals eintritt, außerdem die Schichten genau so wie die in Wasserstoff mit Sauerstoffverunreinigung aussehen (man hat eine der ersten Schicht schwach blaue vorgelagerte, außerdem erhielt ich Schichtpaare als dritte und vierte bei mittleren Drucken und die Länge folgt dem Goldsteinschen Gesetz), so glaube ich, daß diese Andeutung von Schichtung nur durch geringe Sauerstoffabgabe der durch die Tantalelektrode und das Heizbad sehr stark erhitzten Glaswände an der Kathodenkugel verursacht ist, und daß Quecksilber an sich keine Schichtung gibt. Gestützt wird diese Ansicht dadurch, daß, wenn man Luftreste im Rohr hat, man sehr schön ausgeprägte Schichtung erhält, die dem Goldsteinschen Gesetz folgt und sich noch zu tieferen Drucken bei größerer Schichtlänge als in Wasserstoff erstreckt. Interessant war folgende Beobachtung: die Abschmelzstelle war gesprungen, so daß Luft von ca. 3 bis 4 mm *Hg* eingeströmt war; die Röhre leuchtete bei Erwärmung trotzdem nur mit den Quecksilberlinien und zeigte eine ganz enge Schichtung von 2 mm. Die Elektrodenspannung ist ebenfalls äußerst gering, analog dem niedrigen Gradienten, wie ihn Heuse[1]) beobachtet hat. Dies ist wohl die Folge der niedrigen Ionisationsspannung des Quecksilbers, die zwar noch nicht gemessen aber vermutet wird.

Da aus äußeren Umständen die Arbeit abgeschlossen werden mußte, so konnte leider eine Wiederholung der Versuche in Quecksilber und geplante Versuche in Jod und Brom nicht mehr ausgeführt werden.

Jedenfalls ergibt sich aus diesen Versuchen, daß die Schichtung mit Ausnahme des Wasserstoffs, bei dem die Sachen jedenfalls nicht so einfach liegen und auch die Gesetze der Schichtlänge und des Potentials andere sind, stets dann einsetzt, wenn wir zwei in ihrem elektrischen Verhalten möglichst verschiedene Gase haben; hierbei dürfte die Elektronenaffinität ausschlaggebend sein. Die Schichtung folgt dann stets in ihrer Länge dem Goldsteinschen Gesetz. Messungen des Schichtpotentials dürften weitere interessante Ergebnisse liefern.

1) A. Schuster, Proc. Roy. Soc. **37**, 319, 1884 u. Repr. Brit. Assoc. Glasgow 1901.
2) M. Knudsen, Ann. d. Phys. **29**, 193, 1909.

1) W. Heuse, Ann. d. Phys. **5**, 676, 1901.

Leipzig, Physikalisches Institut der Universität, Ende März 1914.

(Eingegangen 29. März 1914.)

Messung der Absorption und Reflexion von β-Teilchen durch direkte Zählung. (Absorption and Reflection of β-Particles, measured by direct Counting.)

Von
Alois F. Kovářík und Louis W. Mc Keehan.

Einleitung. Die Untersuchungen über die Absorption und Reflexion von β-Teilchen wurden bisher vorwiegend nach der Ionisationsmethode ausgeführt. Vermittels dieser Methode hat man festgestellt, daß die β-Teilchen vieler radioaktiver Substanzen nach einem Exponentialgesetz absorbiert werden; daß diese exponential absorbierten β-Teilchen sehr verschiedenes Durchdringungsvermögen haben; daß β-Teilchen beim Durchgang durch Materie zerstreut und gebremst werden; daß β-Teilchen von Materie „reflektiert" werden, wobei die Anzahl der reflektierten Teilchen von dem „reflektierenden" Medium und von der Geschwindigkeit der β-Strahlung abhängt[1, 2, 3]). Die Absorption der vom aktiven Niederschlag des Radiums ausgesandten β-Teilchen ist ferner noch durch Messung der von den β-Teilchen durch Materie hindurchtransportierten Ladung bestimmt worden[4, 5]), und die so gefundene Absorption des Glases[6]) bestätigt die Ergebnisse der Ionisationsmethode. Solche Messung der Ladung müßte genaue Resultate für die Anzahl der durchgelassenen β-Teilchen ergeben, doch ist die Methode nicht sehr empfindlich und auf radioaktive Präparate von üblicher Stärke nicht anwendbar.

Will man die Resultate aus der Ionisationsmethode in Anzahlen von β-Teilchen ausdrücken, so entstehen Schwierigkeiten durch die Unsicherheit der Korrektion für die Änderung des Ionisierungsvermögens mit der Geschwindigkeit. Wenn auch Wilson[7]) gefunden hat, daß innerhalb eines bestimmten Bereiches die Ionisation sich umgekehrt proportional dem Quadrat der Geschwindigkeit ändert, ist doch die Anwendbarkeit dieses Gesetzes auf große Geschwindigkeiten noch nicht experimentell bestätigt, wodurch die Beziehung einer bestimmten Ionisation auf eine zugehörige Anzahl von β-Teilchen unbefriedigend erscheint.

Eine direkte Messung der Zahl von β-Teilchen, die Substanzen durchdringen oder an ihnen reflektiert werden, ist durch eine kürzlich erschienene Arbeit von Geiger[1]) möglich geworden. Unter Anwendung seiner Methode haben wir einige Ergebnisse der Ionisationsmethode bezüglich Absorption und Reflexion von β-Teilchen durch Elemente mit sehr verschiedenen Atomgewichten nachgeprüft.

Methode. Geigers Methode beruht auf der Tatsache, daß an einer scharfen Spitze, deren Potential eben unterhalb der zur Erzeugung kontinuierlicher Entladung erforderlichen Spannung gehalten wird, eine momentane Entladung erfolgt, sobald in ihrer Nähe ein paar Ionen erzeugt werden (z. B. durch ein β-Teilchen). Der Stromstoß wird am besten durch ein Saitenelektrometer nachgewiesen, das über einen hohen Widerstand zur Erde abgeleitet ist. Als Entladungsspitze versuchten wir einen feinen Platindraht (Wollastondraht) und eine sehr fein geschliffene Stahlnadel. Letztere eignete sich besser und wurde für die endgültigen Versuche verwandt. Unserer Erfahrung nach ist eine zu scharfe Spitze nicht günstig. Infolgedessen wurden die Spitzen so scharf wie möglich geschliffen und sodann in einer Flamme leicht abgestumpft. Die Nadel wurde axial am Ende eines Messingstabes angelötet, der durch einen isolierenden Ebonitstopfen hindurch in die Messing-Zählkammer hineinragte. Die Spitze befand sich im Abstand von wenigen Millimetern einer runden Öffnung in der entgegengesetzten Seite der Kammer gegenüber. Letztere war ein Zylinder von 1,5 cm Durchmesser und 3 cm Länge; die Öffnung hatte bei den verschiedenen Versuchen einen Durchmesser von 0,3 bis 1,0 cm. Die Zählkammer wurde vermittels einer Batterie in Serie geschalteter Trockenelemente auf einem positiven Potential von 1100 bis 1300 Volt gehalten. Die Nadel war mit dem Faden eines Lutz-Edelmannschen Saitenelektrometers verbunden und über einen hohen Widerstand (Tusche auf Papier)[2]) zur Erde abgeleitet. Die Größe dieses Widerstandes muß so eingestellt werden, daß man an dem benutzten Faden ziemlich große Ablenkungen und schnelle Rückkehr in die Ruhelage erhält.

Bei unseren Versuchen war der Faden nicht besonders fein, der Durchmesser betrug 0,002 cm, aber er erfüllte seinen Zweck in sehr befriedigender Weise. Die Kanten der Elektrometerplatten hatten einen Abstand von etwa 0,15 cm und waren auf ±90 Volt bzw. aufgeladen. Die Ausschläge des Elektrometerfadens waren untereinander nicht ganz gleich, weil einige β-Teilchen in

1) H. W. Schmidt, diese Zeitschr. **10**, 6, 1909.
2) Alois F. Kovářík, Phil. Mag. (6) **20**, 849, 1910.
3) A. F. Kovářík und W. Wilson, Phil. Mag. (6) **20**, 866, 1910.
4) W. Makower, Phil. Mag. (6) **17**, 171, 1909.
5) H. G. J. Moseley, Proc. Roy. Soc. (A) **87**, 230, 1912.
6) Makower, loc. cit.
7) W. Wilson, Proc. Roy. Soc. (A) **85**, 240, 1911.

1) H. Geiger, Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 534, 1913.
2) Franz A. Aust, Phys. Rev. **32**, 256, 1911; diese Zeitschr. **12**, 732, 1911.



schräger Richtung eintraten und in einigem Abstand an der Nadel vorbeigingen. Ein zur Prüfung dieser Erklärung angestelltes Experiment ergab, daß, bei im übrigen gleichen Bedingungen, der Ausschlag in erster Annäherung dem Abschnitt der Bahnstrecke des β-Teilchens proportional war, von dem aus noch Ionen in das starke elektrische Feld an der Spitze hineingezogen werden konnten. Ein gleicher Effekt ist bei den größeren, durch α-Teilchen bewirkten Ausschlägen zu beobachten (siehe Geiger). Wenn die Potentialdifferenz zwischen Nadel und Kammer gering und die mittleren Ausschläge klein waren, so war die Anzahl der unter gegebenen Bedingungen gezählten Ausschläge um 25 Proz. kleiner als bei höherer Spannung und ziemlich großen mittleren Ausschlägen (10 - 20 Teilstrichen). Es ist demnach wesentlich, durch Probieren die Voltzahl herauszufinden, bei der voraussichtlich alle β-Teilchen, die durch das Fenster der Zählkammer eintreten, eine bemerkbare Bewegung des Fadens verursachen. Zwischen der niedrigsten Potentialdifferenz, bei der einige in die Zählkammer eintretende β-Teilchen nachgewiesen werden können, und der Spannung, bei der eine kontinuierliche Entladung eben einzusetzen beginnt, liegt ein Abstand von etwa 100 Volt. Bei Verwendung von Potentialen innerhalb der oberen 50 Volt dieses Bereichs fanden wir keine Änderung in der Zahl der Ausschläge, wenn das Potential variiert wurde. Die Ausschläge wurden durch ein Mikroskop von geringer Vergrößerung beobachtet und durch einmalige Drehung des Hebels eines Umlaufzählers registriert. Die Zeit wurde mit der Stoppuhr gemessen. Die Zählung wurde für jede Versuchsreihe zu verschiedenen Malen wiederholt, um eine hinreichend lange Gesamtzeit der Zählung zu erhalten. Aus der Gesamtzahl der Ausschläge und der Gesamtzeit des Zählens wurde die Anzahl von β-Teilchen, die in der Minute in die Zählkammer eindrangen, berechnet. Bei den Versuchen mit aktivem Niederschlag des Thoriums, wo für alle Zählperioden, außer der ersten in jeder Versuchsreihe, Korrektionen wegen des Zerfalls vorgenommen werden mußten, erschien es angesichts des Wahrscheinlichkeitsgesetzes der Verteilung logisch, bei Reduktion auf die Beobachtungszeit Null diese Korrektion an der Zeit der Zählung und nicht an dem Betrage der gezählten β-Teilchen anzubringen, und hiernach wurde bei allen unseren Versuchen mit einer Strahlungsquelle dieses Typus verfahren.

Absorptionsversuche. Bei unseren ersten Versuchen über Absorption der β-Teilchen legten wir die absorbierende Substanz unmittelbar auf das Fenster der Zählkammer, wie es bei der Ionisationsmethode wesentlich ist (W. Wilson, loc. cit.). Diese Anordnung bietet jedoch folgende Schwierigkeiten: Die absorbierende Substanz zerstreut die β-Teilchen nach allen Richtungen, auch wenn das auffallende Bündel aus nahezu parallelen Strahlen bestand. Viele dieser zerstreuten Teilchen aber gehen dadurch verloren, daß sie den zylindrischen Rand der Öffnung treffen; denn die Wände der Zählkammer müssen hinreichend dick sein, um β-Teilchen abzuhalten, und diese Dicke ist von gleicher Größenordnung wie der Durchmesser der Öffnung. Einige Teilchen dringen sehr schräg in die Kammer ein und durchfliegen sie in beträchtlicher Entfernung von der Nadelspitze, wodurch sie nur geringe — vielleicht unmerkliche Ausschläge bewirken. Endlich ist es bei zunehmender Dicke der absorbierenden Schicht möglich, daß ein Teil der zerstreuten Strahlung die Öffnung verfehlt, obgleich er auf die absorbierende Schicht in Punkten auftrifft, die ihr direkt gegenüberliegen. Diese Verluste werden nicht durch Strahlen ausgeglichen, die von anderen Einfallspunkten herrühren, weil solche Strahlen das absorbierende Material in schräger Richtung durchdringen müssen und infolge davon mehr geschwächt werden.

Aus diesen Gründen haben wir eine Anordnung benutzt, bei der die erwähnten Effekte auf ein Minimum reduziert werden konnten. Dies wurde bewirkt, indem man die Strahlungsquelle in beträchlicher Entfernung von der Öffnung der Zählkammer hielt, und die absorbierende Schicht nahe am Ausgangspunkt in den Weg der Strahlung brachte (Fig. 1). Bei dieser Anordnung ist der räumliche Winkel, den die Öffnung begrenzt, für alle Punkte der Strahlungsquelle sowie des absorbierenden Materials derselbe, und außerdem ist dieser Winkel klein, so daß die β-Teilchen nahe an der Nadelspitze vorüberfliegen. Natürlich ist die Absorption auf einem gegebenen Wege in Luft und einem gegebenen Wege in absorbierendem Material nicht die gleiche, wenn die Reihenfolge beider vertauscht wird; aber der Weg in Luft ist während jedes Versuches der gleiche, und der Fehler, der durch die Änderung der Absorbierbarkeit in Luft infolge der vorhergegangenen Absorption entsteht, ist nicht bedeutend genug, um die obengenannten Vorteile aufzuwiegen.

Als Quelle der β-Strahlung benutzten wir ein Radium D-, E-, F-Präparat und aktiven Niederschlag des Thoriums. Bei letzterem, der aus einem radiumhaltigen Mesothorpräparat gewonnen war, wurden die Ablesungen erst fünf Stunden nach Entfernung der Emanation vorgenommen, so daß der aktive Niederschlag des Radiums sicher zerfallen war. Die β-Aktivität

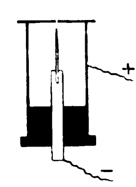


Fig. 1.

wurde sowohl vor wie nach einer etwa sechsstündigen Zählperiode nach der Ionisierungsmethode bestimmt. Aus diesen Aktivitäten wurden die Korrektionsfaktoren für den Zerfall berechnet. Dies Verfahren war nötig, weil sich auch Thorium X auf der Platte ansammelte, und zwar bei den verschiedenen Versuchen, je nach der Zeit, während welcher die Platte der Emanation ausgesetzt wurde, in verschiedenem Betrage. Wenn diese Thorium-X-Mengen auch gering waren, beeinflußten sie doch die Zerfallsperiode des aktiven Niederschlags merklich. Bei allen Versuchsreihen wurde der gewonnene Wert durch eine zweite Zählung korrigiert, die vorgenommen wurde, während der Durchgang von β-Teilchen durch dicke Schirme gehindert war. Die Ausschläge bei dieser Korrektion entstehen teils durch in der Luft enthaltene radioaktive Emanationen und vor allem durch die γ-Strahlung der radioaktiven Substanzen. Beim aktiven Niederschlag des Thoriums findet mit der Zeit eine Abnahme der Häufigkeit dieser Ausschläge statt. Wenn die dicken Schirme direkt über das Fenster der Zählkammer gelegt wurden, waren die Ausschläge, die jetzt nur durch die γ-Strahlung bewirkt wurden, seltener.

Die benutzten absorbierenden Substanzen waren Aluminium- und Zinnfolien. Die Folien wurden direkt über und unter die Strahlungsquelle gelegt. Die Ergebnisse der Absorptionsversuche mit Radium E und aktivem Niederschlag des Thoriums sind in Tabelle I und II und Fig. 2, sowie in Tabelle III und IV und Fig. 3 zusammengestellt. Zu jedem Versuch sind

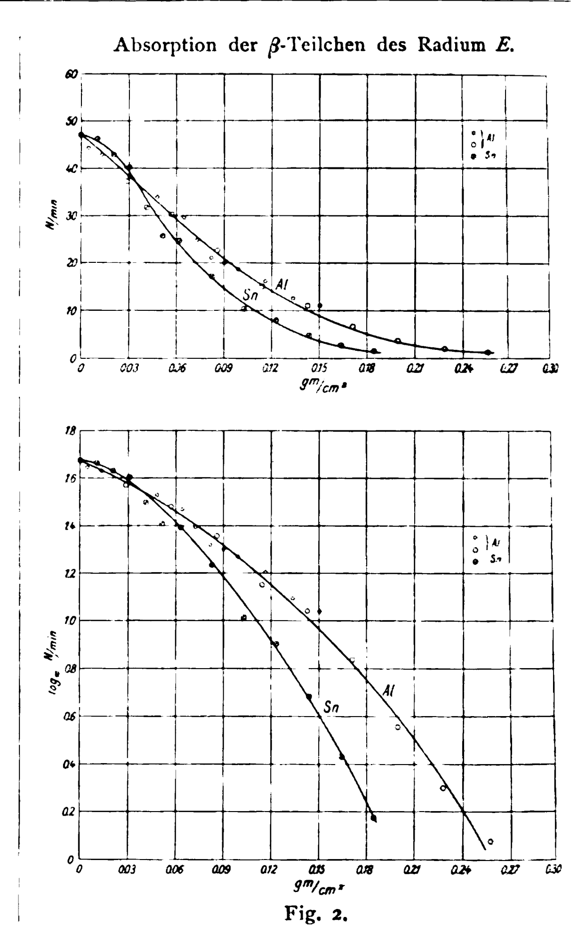


Fig. 2.

Tabelle I.

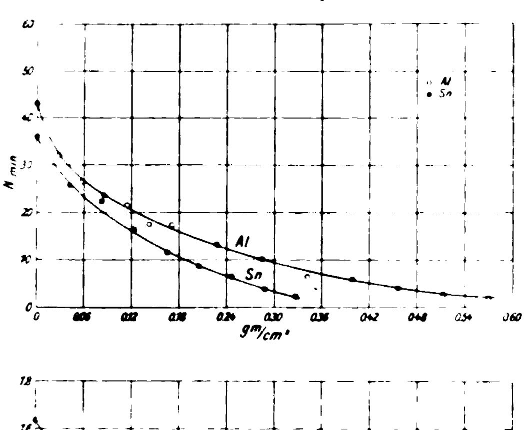
Absorption der β-Teilchen des RaE durch Aluminium.

Anzahl der Aluminiumfolien dick	Anzahl der Aluminiumfolien dünn	g/cm²	Gesamtzeit der Zählung in Minuten	Gesamte gezählte Anzahl	β-Teilchen pro Minute	N	$\log N$
0	0	0,0	135,4	6505	48,0	47,2	1,674
	1	0,0043	8,9	401	45,1	44,3	1,646
	3	0,0130	8,0	350	43,7	42,9	1,632
1		0,0285	39,1	1486	38,0	37,2	1,571
	7	0,0302	7,8	305	39,1	38,3	1,583
	11	0,0476	7,9	274	34,7	33,9	1,530
2		0,0570	34,3	1061	31,0	30,2	1,480
	15	0,0643	10,0	303	30,3	29,5	1,470
	17	0,0730	3,7	95	25,6	24,8	1,394
	19	0,0816	5,8	126	21,7	20,9	1,320
3		0,0856	34,4	805	23,4	22,6	1,354
	21	0,0902	4,7	98	20,8	20,0	1,301
	23	0,0989	9,2	178	19,4	18,6	1,270
4		0,1141	41,6	659	15,8	15,0	1,176
	27	0,1162	12,5	211	16,9	16,1	1,207
	31	0,1335	10,6	141	13,3	12,5	1,097
5		0,1426	41,5	492	11,8	11,0	1,041
	35	0,1508	5,4	64	11,8	11,0	1,041
6		0,1711	41,6	307	7,4	6,6	0,820
7		0,1996	45,1	196	4,4	3,6	0,556
8		0,2282	30,7	86	2.8	2 0	0,301
9		0,2567	16,4	33	2,0	1,2	0,079
		1,5	96,4	76	0,8		

Tabelle II.
Absorption von β-Teilchen des *RaE* durch Zinn.

Anzahl der Zinnfolien	g cm²	Gesamtzeit der Zählung in Minuten	Gesamte gezählte Anzahl	β-Teilchen pro Minute	*N*	log *N*
0	0,0	134,4	6505	48,0	47,2	1,674
1	0,0103	34,4	1023	47,2	46,4	1,666
2	0,0205	25,6	1118	43,6	42,8	1,631
3	0,0308	3,8	156	41,0	40,2	1,604
4	0,0410	29,1	942	32,4	31,6	1,500
5	0,0513	4,7	124	26,4	25,6	1,408
6	0,0616	20,8	531	25,5	24,7	1,393
8	0,0821	23,1	416	18,0	17,2	1,236
10	0,1026	31,2	351	11,2	10,4	1,017
12	0,1231	20,0	254	8,8	8,0	0,903
14	0,1436	18,4	104	5,6	4,8	0,681
16	0,1642	20,6	72	3,5	2,7	0,431
18	0,1847	23,4	54	2,3	1,5	0,176
	1,0	96,4	76	0,8		

Absorption von β-Teilchen aus aktivem Niederschlag des Thoriums.



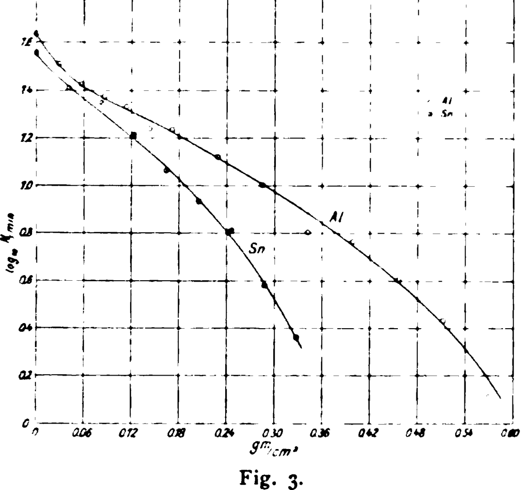


Fig. 3.

Tabelle III.
Absorption von β-Teilchen des aktiven Niederschlags des Thoriums durch Aluminium.

Anzahl der Aluminiumfolien	g cm²	Korrigierte Gesamtzeit der Zählung in Minuten	Gesamte gezählte Anzahl	β-Teilchen pro Minute	*N*	log *N*
0	0,0	43,2	1989	46,0	43,0	1,633
1	0,0285	16,8	589	35,1	32,1	1,507
2	0,0570	16,8	497	29,6	26,6	1,425
3	0,0856	22,9	608	26,6	23,6	1,373
4	0,1141	42,6	1045	24,5	21,5	1,332
5	0,1426	16,3	333	20,4	17,4	1,240
6	0,1711	33,2	674	20,3	17,3	1,238
8	0,2282	47,0	760	16,2	13,2	1,121
10	0,2852	43,2	565	13,1	10,1	1,004
12	0,3420	44,7	418	9,4	6,4	0,806
14	0,3991	31,9	282	8,8	5,8	0,763
16	0,4562	43,9	309	7,0	4,0	0,602
18	0,5133	14,4	82	5,7	2,7	0,431
20	0,5704	41,7	179	4,3	1,3	0,114
	1,5	81,7	247	3,0		

Tabelle IV.
Absorption der β-Teilchen des aktiven Niederschlags des Thoriums durch Zinn.

Anzahl der Zinnfolien	g cm²	Korrigierte Gesamtzahl der Zählung in Minuten	Gesamte gezählte Anzahl	β-Teilchen pro Minute	*N*	log *N*
0	0,0	60,6	2327	38,4	35,9	1,555
4	0,0410	21,8	615	28,2	25,7	1,410
8	0,0821	31,5	782	24,8	22,3	1,348
12	0,1231	34,7	655	18,9	16,4	1,215
16	0,1642	34,2	481	14,0	11,5	1,061
20	0,2052	58,3	650	11,1	8,6	0,934
24	0,2463	49,0	443	9,0	6,5	0,813
28	0,2873	47,9	301	6,3	3,8	0,580
32	0,3284	19,8	95	4,8	2,3	0,362
	1,0	61,0	150	2,5		

zwei Kurven gezeichnet; bei der ersten stellen die Ordinaten die Anzahl von β-Teilchen dar, die pro Minute in die Zählkammer eintreten; bei der zweiten sind die Ordinaten die Logarithmen dieser Werte. Die Abszissen beider Kurven geben die Menge absorbierenden Materials (*Al* oder *Sn*) in g/cm² an. Die durch die kleineren Kreise bezeichneten Punkte beziehen sich auf dünne Folien und verhältnismäßig kurze Zählzeiten. Wie man sieht, ist die logarithmische Kurve keine gerade Linie. Die numerische Absorption erfolgt mithin nicht exponential. Das nach der Ionisationsmethode gefundene Exponentialgesetz kommt demnach durch eine Abnahme der Geschwindigkeit zustande, und ist ein zusammengesetzter Effekt. Der anfängliche Abfall der Kurven beim aktiven Niederschlag des Thoriums wird durch die Absorption der weichen β-Strahlen des Thorium *B* verursacht.

Reflexionsversuche. Unter Benutzung der gleichen Apparatur wie bei den Absorptionsversuchen haben wir die Anzahl von β-Teilchen

gemessen, die von einem Material reflektiert werden, und haben das Verhältnis derselben zur Zahl der ursprünglich einfallenden β-Teilchen viel kleiner gefunden als das Verhältnis der Ionisationen in beiden Fällen. Ein kleineres Verhältnis ist zu erwarten, weil die Geschwindigkeit der reflektierten β-Teilchen herabgesetzt, und dadurch ihr Ionisierungsvermögen erhöht wird. Um festzustellen, ob diese Abnahme überhaupt von der reflektierenden Substanz abhängt, wie es nach der Ionisationsmethode den Anschein hat, und um die bezüglichen Zahlen an verschiedenen Substanzen reflektierter β-Teilchen durch Absonderung von der einfallenden Strahlung genauer bestimmen zu können, haben wir unseren Apparat in der Weise geändert, daß nur die reflektierten β-Teilchen gezählt wurden. Ein Gerüst aus Eisendraht von genügender Festigkeit gelangte schließlich zur Verwendung. Bei dieser Anordnung war die Anzahl von β-Teilchen, die an anderer als der untersuchten Substanz reflektiert waren, ein Minimum. Fig. 4

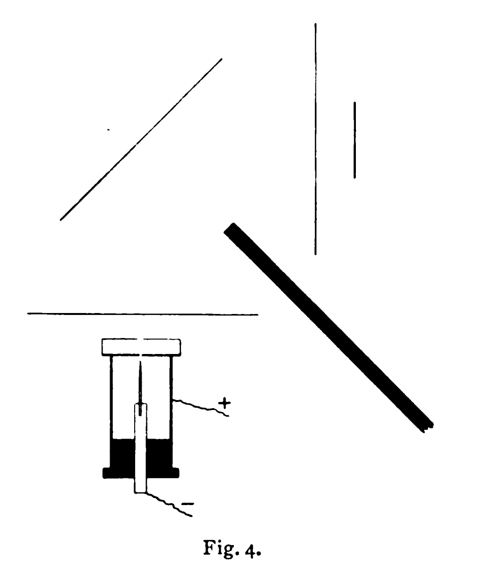


Fig. 4.

gibt ein Diagramm dieser Anordnung. Die Verbindungslinien von der Mitte der reflektierenden Platte zur Strahlungsquelle und zur Zählkammer standen im rechten Winkel zueinander und im Winkel von 45° zur Platte. Die Abstände betrugen beide 5,5 cm. Da dieser Abstand viel kleiner als der bei den Absorptionsversuchen gebrauchte war, mußte der Strahlenkegel durch eine Papierblende mit kleiner Öffnung in einigen Millimetern Abstand von der Blende der Zählkammer abgegrenzt werden. Alles reflektierende Material hatte die Gestalt eines Quadrats von 6 cm Kantenlänge und von hinreichender Dicke, um alle Strahlen zurückzuhalten oder zu reflektieren. Die Quelle der β-Strahlung war ein Radium-*E*-

Tabelle V.

Reflexion der β-Teilchen des *RaE* durch verschiedene Elemente.

Element	Atomgewicht	Gesamtzeit der Zählung in Minuten	Gesamte gezählte Anzahl	β-Teilchen pro Minute	N	Ionisierung durch reflektierte β-Strahlung des *RaE*	N'
C	12,0	53,7	848	15,8	7,3	17,1	8,2
Al	27,1	53,8	1154	21,5	13,0	30,0	14,3
Fe	55,8	49,4	1434	29,0	20,5	41,2	19,7
Cu	63,6	44,2	1320	29,9	21,4	44,7	21,4
Zn	65,4	53,9	1656	30,7	22,2	45,5	21,7
Ag	107,9	38,6	1383	35,9	27,4	57,4	(27,4)
Sn	119,0	92,1	3455	37,5	29,0	62,5	29,8
Pb	207,1	47,9	1855	38,8	30,3	70,2	33,5
nichts	.	85,4	725	8,5			

Reflexion der β-Teilchen des Radium *E* durch verschiedene Elemente.

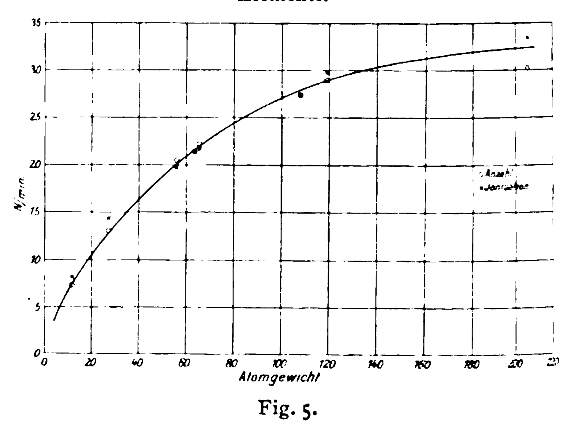


Fig. 5.

Präparat auf einer Aluminiumfolie (0,0058 cm). Die Versuchsergebnisse sind aus Tabelle V und Fig. 5 zu ersehen, in der die Anzahlen der pro Minute reflektierten β-Teilchen als Funktion des Atomgewichtes eingetragen und durch Kreise bezeichnet sind. Die Kreuze stellen im Verhältnis die Werte dar, wie sie nach der Ionisationsmethode für die β-Teilchen des Radium *E* gefunden wurden, wobei Silber als Standardsubstanz genommen ist. Wie man sieht, liegen beide Reihen von Punkten annähernd auf der gleichen Kurve, was darauf hinzudeuten scheint, daß die Geschwindigkeitsverringerung nach der Reflexion für die verschiedenen Elemente die gleiche ist.

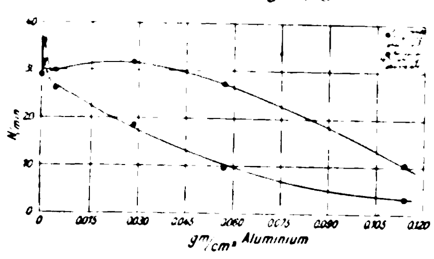
Um ferner noch den Unterschied in der Absorbierbarkeit der direkten und der reflektierten Strahlung zu untersuchen, wurden absorbierende Aluminiumfolien in den Weg der direkten Strahlung (in 1 cm Abstand von der Strahlungsquelle) sowie in den Gang der reflektierten Strahlung (1 cm vor der Blende) gebracht. Nullwertsbestimmungen, d. h. Ablesungen ohne Reflektor, aber mit aufgestellten Absorptionsfolien, wurden für jede

Tabelle VI.

Reflexion von β-Teilchen des Radium E durch Zinn in zwei verschiedenen Dicken, mit Absorption durch Aluminium im Gange der einfallenden oder der reflektierten Strahlen oder beider.

Reflektor: Dicke des Zinns in g/cm²	Absorbierende Schicht: Dicke des Aluminiums in g/cm² — Im Gange der einfallenden Strahlung	Im Gange der reflektierten Strahlung	Mit Reflektor — Gesamtzeit der Zählung in Minuten	Mit Reflektor — Gesamte gezählte Anzahl	Mit Reflektor — β-Teilchen pro Minute	Ohne Reflektor — Gesamtzeit der Zählung in Minuten	Ohne Reflektor — Gesamte gezählte Anzahl	Ohne Reflektor — β-Teilchen pro Minute	N
0.3284	0	0	92,1	3455	37,5	85,4	725	8,5	20,0
	0,0008	0	20,1	909	45,2	34,8	315	9,0	36,2
	0,0044	0	15,7	607	38,6	40,9	357	8,7	29,9
	0,0285	0	25,4	973	38,3	44,0	288	6,6	31,7
	0,0570	0	65,4	2144	32,8	42,8	245	5,7	27,1
	0,1141	0	29,2	419	14,3	43,3	169	3,9	10,4
	0	0.0008	22,3	876	39,3	50,7	383	7,5	31,8
	0	0,0044	32,0	1025	32,0	40,6	200	5,8	26,2
	0	0,0285	28,9	622	21,5	45,8	141	3,1	18,4
	0	0,0570	41,0	522	12,7	39,6	127	3,2	9,5
	0	0,1141	47,1	289	6,1	42,4	125	3,0	3,1
0,3284	0,0285	0,0285	34,9	436	12,5	33,9	150	4,4	8,1
0.3284	0,0285	0,0570	25,9	307	11,8	41,1	150	3,6	8,2
0,0103	0	0	62,1	1867	30,0	85,4	725	8,5	21,5
	0,0008	0	29,9	938	31,8	34,8	315	9,0	22,8
	0,0016	0	31,0	980	32,1	41,2	337	8,2	23,9
	0,0044	0	24,7	719	29,1	40,9	357	8,7	20,4
	0,0285	0	16,3	415	25,4	44,0	288	6,6	18,8
	0,0570	0	37,5	692	18,4	42,8	245	5,7	12,7
	0	0,0008	50,7	1396	27,5	50,7	383	7,5	20,0
	0	0,0044	51,2	1085	21,2	40,6	200	5,8	15,4
	0	0,0285	18,6	201	10,8	45,8	141	3,1	7,7
	0	0,0571	29,9	194	6,5	39,6	127	3,2	3,3

Dicker Zinnreflektor 0,3284 gm/cm².



Dünner Zinnreflektor 0,0103 gm/cm².

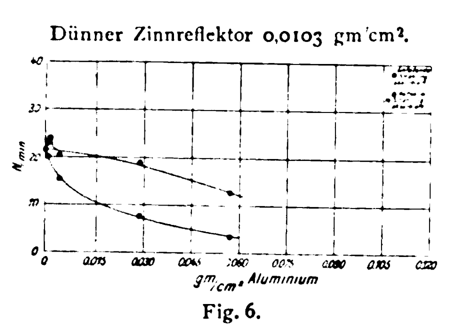


Fig. 6.

Dicke und Stellung des absorbierenden Materials vorgenommen. Dies ist erforderlich, um genaue Werte zu erhalten, weil Luft und Drahtrahmen eine Anzahl von β-Teilchen in die Zählkammer hinein reflektieren. Als Strahlungsquelle diente Radium E, und eine dicke, quadratische Zinnplatte von 6 cm Kantenlänge oder eine Zinnfolie (0,0103 g/cm²) bildeten den Reflektor. Die Ergebnisse finden sich in Tabelle VI und Fig. 6. Die Kurven zeigen deutlich, daß die reflektierten Strahlen leichter absorbiert werden als die einfallenden, und daß dickes Zinn einen größeren Bruchteil der durchdringenden Strahlen reflektiert als eine dünne Zinnfolie. Der steile Anfangsanstieg bei sehr dünnen absorbierenden Schichten ist bei diesen Kurven sehr ausgesprochen. Er rührt her von der Zerstreuung und findet dieselbe Erklärung, die der eine von uns in einem ähnlichen, bei der Ionisationsmethode beobachteten Falle gegeben hat[1]). Wenn die einfallende Strahlung vermittels einer sehr dünnen Zinnfolie zerstreut wurde, war der steile Anstieg im Anfang der Kurven sogar noch auffallender.

Zusammenfassung.

1. Von verschiedenen Substanzen durch-

1) A. F. Kovářík, loc. cit.

gelassene und reflektierte β-Teilchen wurden nach Geigers direkter Methode gezählt.

2. Die β-Teilchen des Radium *E* und des aktiven Niederschlags des Thoriums werden numerisch nicht nach einem Exponentialgesetz absorbiert, während das Gesetz für die Abnahme der Ionisation diesen Typus hat.

3. Reflektierte und durchgelassene β-Teilchen sind numerisch stärker absorbierbar als die einfallende Strahlung.

4. Die Anzahl an verschiedenen Elementen reflektierter β-Teilchen nimmt mit dem Atomgewicht in fast gleicher Art zu wie die Ionisierung der reflektierten Strahlen, woraus folgt, daß die Geschwindigkeitsabnahme der β-Teilchen infolge von Reflexion nahezu unabhängig von dem reflektierenden Material ist.

5. Zerstreuung durch sehr dünne Folien bewirkt eine Zunahme der Anzahl von β-Teilchen, die in gewisser Entfernung in Richtung der Normalen zu den dünnen Folien aufgefangen werden.

Minnesota, Physikalisches Laboratorium der Universität.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Luise Friedburg.)

(Eingegangen 18. März 1914.)

Versuche über den Zerfall der Radiumemanation in einer Heliumatmosphäre.

Von W. Marckwald.

Die kürzlich erschienene Abhandlung von L. Bruner und E. Bekier:[1]) Versuche über die Wirkung elektrischer Entladungen in Helium auf Radiumemanation gibt mir Anlaß kurz über einige vor längerer Zeit angestellte Versuche zu berichten, die sich in ähnlicher Richtung wie die angeführten bewegten. Auch sie galten der Untersuchung der Frage, ob der radioaktive Atomzerfall, der unter Abspaltung von Heliumatomen erfolgt, reversibel sei. Es sollte geprüft werden, ob Radiumemanation oder deren schnelle Zerfallsprodukte in einer Heliumatmosphäre eine Abweichung von der normalen Umwandlungsgeschwindigkeit zeigten.

Um diese Frage mit möglichster Genauigkeit prüfen zu können, wurde die folgende Versuchsanordnung gewählt. Zwei dünnwandige, etwa 1,5 cm weite Glasröhren von gleicher Form und etwa 10 ccm Inhalt wurden evakuiert und kommunizierend mit einem Gefäß verbunden, das gleichfalls evakuiert war und eine Lösung von etwa 5 mg Radium enthielt, über der sich die entsprechende Emanationsmenge nahezu im Gleichgewicht befand. Durch gleichzeitiges Eintauchen der beiden erstgenannten Glasröhrchen in flüssige Luft wurde in jedes der beiden Röhrchen annähernd die Hälfte der vorhandenen Emanation übergeführt. Nachdem die Kommunikation der Röhrchen aufgehoben war, wurde das eine mit Helium, das andere mit Luft gefüllt und beide dann zugeschmolzen.

Nunmehr sollte die γ-Strahlung beider Röhrchen zeitweilig verglichen werden. Wenn die Zerfallsgeschwindigkeit des *RaC* oder der Emanation in der Heliumatmosphäre merklich beeinflußt worden wäre, so hätte sich im Verhältnis der γ-Strahlungen beider Röhrchen während der Anstiegs- oder Abfallsperiode eine Differenz ergeben müssen.

Die Messungen erfolgten an einem Wulfschen Elektroskop. Die Präparate befanden sich jedesmal bei einer Vergleichsmessung in einer solchen Entfernung vom Meßapparat, daß während der für die Vergleichsmessung aufgewandten Zeit eine merkliche Änderung im Strahlungsvermögen nicht eintreten konnte. Um dies zu ermöglichen, wurde daher auch mit den Messungen niemals früher als zwei Stunden nach der Einfüllung der Emanation in die Röhrchen begonnen und jede Vergleichsmessung während des Restes der Anstiegsperiode innerhalb weniger Minuten ausgeführt. Während der Abklingungsperiode wurden dann die Entfernungen so gewählt, daß der Abfall des Elektroskops über den bei allen Messungen gleichen Teil der Skala in für die Beobachtung bequemeren Zeiten erfolgte. Um die größeren Beobachtungsfehler der ersten, kürzeren Messungen auszugleichen, wurden diese Messungen mehrfach wiederholt.

Das Verhältnis im Strahlungsvermögen der beiden Röhrchen zeigte sich, auch bei mehrfacher Wiederholung der ganzen Versuchsreihe mit neubeschickten Röhrchen, innerhalb der Beobachtungsfehler völlig konstant. Bis zu welchem Grade das der Fall war, möge die folgende Tabelle zeigen, die sämtliche Beobachtungen einer Versuchsreihe wiedergibt. Die Kolumne I führt die seit der Einführung der Emanation in die Röhrchen ungefähr verflossene Zeit an. Kolumne II die zur Erreichung des stets gleichmäßigen Spannungsabfalls verflossene Zeit bei der Bestrahlung mit dem Heliumröhrchen, Kolumne III den entsprechenden Wert für das Luftröhrchen, Kolumne IV das Verhältnis der Zahlen aus Kolumne II und III. Bezüglich der Abfallszeiten ist noch zu bemerken, daß der an sich sehr geringfügige Normalabfall des γ-Strahlenelektroskops wegen der genügend überein-

1) Diese Zeitschrift **15**, 240, 1914.

stimmenden Stärke der beiden Vergleichsröhrchen völlig vernachlässigt werden konnte.

I	II	III	IV	
2 Std.	127,4 Sek.	123,2 Sek.	1,034	1,036
	127,0 „	122,4 „	1,038	
2½ Std.	124,9 „	120,6 „	1,036	1,043
	124,0 „	118,2 „	1,040	
3 Std.	122,4 „	117,8 „	1,039	1,041
	121,4 „	116,8 „	1,040	
	122,4 „	117,2 „	1,044	
3½ Std.	121,6 „	117,0 „	1,040	1,041
	120,8 „	116,3 „	1,039	
	121,2 „	116,2 „	1,043	
4—4½ Std.	122,0 „	116,2 „	1,050	1,043
	121,4 „	116,6 „	1,042	
	120,6 „	116,0 „	1,042	
	121,2 „	116,6 „	1,040	
1 Tag	8,40 Min.	8,08 Min.	1,040	
2 Tage	8,94 „	8,61 „	1,039	
5 „	7,25 „	6,91 „	1,044	
8 „	10,39 „	10,02 „	1,037	
14 „	11,92 „	11,47 „	1,040	
20 „	7,90 „	7,60 „	1,040	
25 „	12,48 „	12,02 „	1,038	

Zusammenfassung.

Der radioaktive Atomzerfall unter Bildung von α-Teilchen erfolgt in einer Heliumatmosphäre mit merklich gleicher Geschwindigkeit wie in Luft.

Berlin, Physikalisch-chemisches Institut der Universität.

(Eingegangen 1. April 1914.)

Die Verwendbarkeit des Fontaktoskops zur Messung der Radioaktivität von Quellwässern.

Von C. Engler, H. Sieveking und A. Koenig.

Im Jahrgang **13** (1912) S. 943 dieser Zeitschrift beschreibt Herr W. Hammer eine neue Form des Fontaktoskops, welche gegenüber der von Engler und Sieveking im Jahre 1905 angegebenen einige Vorteile besitzen soll. In Gemeinschaft mit F. Vohsen berichtet Hammer[1]) sodann über Messungen mit diesem Instrument, die im großen und ganzen seine Brauchbarkeit nicht nur für orientierende, sondern auch für genauere Untersuchungen radioaktiver Emanationen dartun. Das Instrument ist gasdicht verschließbar, so daß man ohne Substanzverlust die Einstellung des radioaktiven Gleichgewichts abwarten kann; wie leicht einzusehen, ist die Zuverlässigkeit einer Messung in der Nähe des Maximums der Aktivitätskurve größer als zu Beginn, auf dem steilsten Stück derselben.

Bei den Messungen von Hammer und Vohsen decken sich die relativen Aktivitätswerte von Radiumemanation (als Funktion der nach dem Ausschütteln der Emanation aus dem Wasser verstrichenen Zeit) gut mit den Werten der Tabelle, welche H. W. Schmidt[1]) für Radiumemanation angegeben hat, mit Ausnahme der in den ersten Minuten erhaltenen Zahlen, die zu hoch erscheinen. Der Wert für die Zeit Null, der also der reinen Emanation (ohne Zerfallsprodukte) entsprechen würde und 46 bis 47 Proz. des Aktivitätswertes nach Verlauf von drei Stunden (also im radioaktiven Gleichgewicht) betragen sollte[2]), wurde von Hammer und Vohsen durch graphische Extrapolation der Messungsdaten zu 54—60 Proz. des Maximalwertes gefunden, was ein Plus von 7—13 Proz. des Gleichgewichtswertes oder 15—28 Proz. des theoretischen Anfangswertes bedeutet.

Die Ursache dieser Abweichungen sehen Hammer und Vohsen in der Wirkung der kurzlebigen Radioelemente *Ra A* und *Ra C*, die sich im Wasser im Gleichgewicht mit der Emanation befinden, von denen ein Teil beim Schütteln des Wassers im Fontaktoskop zusammen mit Wasserstaub in den Luftraum gelangen, und dessen ionisierende Wirkung sich zu der der Emanation addieren soll.

Diese an sich in qualitativer Hinsicht immerhin plausible Erklärung erscheint uns angesichts der Größe des Effektes doch schwer verständlich. Denn da die Aktivität der Zerfallsprodukte im Zustande des Gleichgewichts im Fontaktoskop rund 120 Proz. von der der Emanation allein beträgt, so müßten wir annehmen, daß bei den Versuchen von Hammer und Vohsen $^1/_8$ bis $^1/_4$ der gesamten im Wasser befindlichen „induzierten Aktivität" beim Schütteln in den Gasraum gelangt sei. Die Emanationszerfallsprodukte sind aber doch wohl in dem Wasser als Metalle oder Hydroxyde suspendiert bzw. kolloid gelöst, und es ist schwer einzusehen, wie es möglich sein soll, daß durch kurzes Schütteln ein so großer Teil dieser Substanzen allein oder an Wassertropfen gebunden in die Luft übergehen kann.

Eine Bestätigung der eben erörterten Hypothese erblicken Hammer und Vohsen in den Ergebnissen von Versuchen, bei welchen stark aktives Quellwasser (Brambacher Sprudel) zur Austreibung der Emanation gekocht und nach Abkühlung im Fontaktoskop geschüttelt wurde; sie fanden rasch abklingende Restaktivitäten, deren Anfangswerte mit den oben erwähnten Differenzen zwischen den beobachteten und den theoretischen Anfangswerten der Emanations-

1) Diese Zeitschr. **14**, 451, 1913.

1) Diese Zeitschr. **6**, 561, 1905.

2) Berndt, Ann. d. Phys. (4) **38**, 958—986, 1912.

aktivität der Größenordnung nach übereinstimmten (sie geben allerdings keine zahlenmäßigen Belege an). Den naheliegenden Einwand, daß der Effekt in beiden Fällen nicht bzw. nicht nur als Wirkung von radioaktiven Substanzen, sondern als Wasserfallelektrizität (Lenardeffekt) erklärt werden könnte, weisen sie von vornherein zurück mit der Bemerkung, daß sie beim Schütteln von indifferentem Wasser diesen Effekt nicht erhalten haben.

Hammer und Vohsen knüpfen an die Mitteilung ihrer Versuche eine Kritik der Methoden, welche Engler und Sieveking für die Benutzung ihres Fontaktoskops vor neun Jahren angegeben und damals in verschiedenen Zeitschriften[1]) veröffentlicht haben. Sie zeigen, was schon seit Jahren eigentlich für jeden Radiumforscher selbstverständlich sein muß, daß eine Vernachlässigung der Emanationszerfallsprodukte auch bei sehr schneller Messung im Fontaktoskop infolge des starken Anstiegs der Aktivität nicht ohne weiteres zulässig ist, falls die Angaben sich auf die reine Emanation beziehen sollen, und daß auch bei der anderen, seinerzeit von Engler und Sieveking empfohlenen Methode, bei welcher nach der Messung die Emanation durch Wasser vertrieben und die in der Kanne verbleibende, den Zerfallsprodukten zukommende Restaktivität bestimmt wird, etwas höhere Werte gefunden werden, als der reinen Emanation entsprechen würde, da mit der Emanation auch ein Teil ihrer Zerfallsprodukte, der keine Ladung trägt und deshalb von einem elektrischen Feld unbeeinflußt bleibt, ausgetrieben wird, somit von der Gesamtaktivität etwas zu wenig in Abzug kommt.

Emanation und Zerfallsprodukte müssen aber bei exakten Messungen unbedingt getrennt werden[2]), zumal der berechtigte Wunsch eines Anschlusses an die internationalen Einheiten besteht, eine Angabe in Curie sich aber nur auf den Emanationsgehalt allein beziehen kann, während die Angabe in elektrostatischen Einheiten (Sättigungsstromstärke) die momentan gemessene Gesamtaktivität bezeichnet.

Wenn auch die Berechtigung obiger Einwände an sich zugegeben werden muß, so fallen die Fehler der alten Methoden bei der Bewertung von Aktivitätsmessungen an Quellwässern doch viel weniger ins Gewicht, als es auf den ersten Blick scheinen mag, denn 1. werden sie durch andere Faktoren, welche das Messungsresultat verkleinern, zum großen Teil kompensiert, und 2. sind infolge der Schwankungen im Emanationsgehalt der Quellwässer und der unvermeidlichen Verluste bei der Probenahme die Resultate der meisten diesbezüglichen Messungen als approximative, nicht als exakte zu betrachten.

1) Zeitschr. f. Elektrochem. **11**, 714, 1905; Verh. Naturw. Verein Karlsruhe 1905, S. 65; diese Zeitschr. **6**, 700—703, 1905; Zeitschr. f. anorg. Chem. **53**, 1—25, 1907.

2) Das Fontaktoskop ist von vornherein, wie sein Name besagt, für Quellmessungen, und zwar vorzugsweise zu balneologischen Zwecken, bestimmt. Dabei kommt es, besonders auch bei Messungen in Emanatorien, praktisch auf die Gesamtaktivität, nicht bloß auf die Emanation an.

Die äußeren Fehlerquellen bei Aktivitätsmessungen an Quellwässern sind zuweilen so groß, daß auf exakte, völlig übereinstimmende Resultate nicht gerechnet werden kann[1]).

Von Faktoren, welche die mit dem Engler-Sievekingschen Fontaktoskop bisher erhaltenen Messungsdaten zu niedrig erscheinen lassen, sind zu nennen:

a) Emanationsverluste bei der Probenahme;
b) Luftverdrängung beim Eintauchen des Zerstreuungskörpers in die Kanne des Apparates;
c) Emanationsverluste während der Messungszeit bei Temperaturschwankungen;
d) Nichtberücksichtigung des Duaneschen Korrektionsfaktors.

Punkt a) ist eine äußere Fehlerquelle, die mit dem Apparat selbst nichts zu tun hat und bei Anwendung eines jeden anderen Apparates in gleicher Weise wirksam ist. Punkt b) ist praktisch unbedeutend; bei dem großen Luftraum (etwa 9 Liter) unserer Normalkanne beträgt der Verdrängungsverlust durch einen Zerstreuungszylinder von 5 cm Durchmesser und 10 cm Höhe etwa 2 Proz. und sollte, wie wir ausdrücklich angegeben haben, in Rechnung gezogen werden. Bei Verwendung eines dünnen Zerstreuungsstiftes ist der Verlust ganz zu vernachlässigen.

Punkt c) ist bei länger dauernden Messungen nicht unwichtig. Die schmale ringförmige Öffnung im Kannendeckel, durch welche die isolierte Zuleitung zum Zerstreuungskörper führt, setzt zwar der Diffusion einen erheblichen Widerstand entgegen, so daß diese, wie eine einfache Rechnung ergibt, gar nicht in Betracht kommt, ermöglicht aber einen ungehinderten Druckausgleich mit der umgebenden Atmosphäre. Wird nun während der Dauer einer Messungsreihe die Kanne des Fontaktoskops mehrmals durch Anfassen mit den Händen erwärmt, so sind Emanationsverluste bis zu mehreren Prozenten möglich. Daß indessen dieser Fehler bei einigermaßen sorgfältigem Arbeiten und nicht zu langer Messungsdauer praktisch völlig zu vermeiden ist, zeigen Versuche, über die weiter unten berichtet wird.

Punkt d) betrifft nicht die Meßmethode

1) Eine ausführliche Erörterung dieser Einflüsse haben wir ganz kürzlich in der Chem.-Ztg. 1914, S. 425, 446, gegeben.



selbst, sondern die Auswertung der erhaltenen Resultate. Da, wie schon erwähnt, auch bei Quellenmessungen ein Anschluß an die internationalen Radiumnormalmaße dringend wünschenswert ist, so erscheint es geboten, bei der Auswertung der Messungsdaten der unvollständigen Ausnutzung der ionisierenden Wirkung der α-Strahlen Rechnung zu tragen, durch welche in begrenzten Ionisationsräumen der durch die Ionen unterhaltene Sättigungsstrom kleiner ist als der ideale Grenzwert des Stromes bei unendlich großem Ionisationsraum. Der maßgebende Korrektionsfaktor ist für zylindrische Ionisationskammern nach Duane[1]) darstellbar durch den Ausdruck

$$K = \frac{1}{1 - k\, s/v},$$

wobei s die Innenfläche der Kammer in cm^2, v ihren Rauminhalt in cm^3 bedeutet; den Koeffizienten k ermittelte Duane auf empirischem Wege zu 0,52 für Radiumemanation allein, zu 0,572 für Radiumemanation im Gleichgewicht mit ihren Zerfallsprodukten.

Nur unter Berücksichtigung dieser Korrektur sind die mit verschiedenen Apparaten erhaltenen Resultate untereinander vergleichbar.

Vergleichsversuche mit Fontaktoskopkannen verschiedener Größe (1, 2, 5, 10 Liter) haben uns belehrt, daß bei den kleineren Formaten Störungen auftreten, welche die Anbringung der Duaneschen Korrektur illusorisch machen[2]). Dagegen haben Versuche, welche Professor A. Becker in Heidelberg[3]) ausgeführt hat, dargetan, daß unter Berücksichtigung des Duaneschen Faktors die mit einem unserer Fontaktoskope normaler Ausführung (also mit 10-Literkanne) erhaltenen Messungsdaten eine vorzügliche Übereinstimmung ergeben mit den an einem Beckerschen Emanometer, welches wohl als Präzisionsapparat gelten darf, gemessenen Werten:

Tabelle I.

Emanometer	Fontaktoskop	Differenz	Differenz in Prozenten
36	36,4	0,4	1,11
73	66,7	—6,3	—8,63
109	121	12,0	11,01
111	115	4,0	3,61
178	183	5,0	2,81
176	169	—7,0	—3,97
177	184	7,0	3,95
356	370	14,0	3,93
541	521	—20,0	—3,70

1) C. R. 140, 581, 1905.
2) Wir müssen deshalb vor der Benutzung kleinerer Fontaktoskopkannen warnen.
3) Zeitschr. f. Instrumentenk. 30, 301, 1910.

Wenn auch, wie bereits erwähnt, alle unter gewöhnlich einzuhaltenden Bedingungen ausgeführten Quellenaktivitätsmessungen nur approximative Resultate liefern können, so erscheint es uns doch wichtig, auf die das Ergebnis erniedrigenden Faktoren besonders hinzuweisen, um einer Mißdeutung der Behauptung vorzubeugen, daß „alle nach den Methoden von Engler und Sieveking ausgeführten Messungen mindestens um 10 Proz., meist wohl um erheblich mehr zu groß gefunden wurden".

Der Duanesche Faktor beträgt für die 10 Liter fassende Kanne unseres Fontaktoskops etwa 1,15 für die Aktivität der Emanation allein (Anfangswert) und etwa 1,175 für die Aktivität der Emanation und ihrer Zerfallsprodukte im Gleichgewicht (Gleichgewichtswert), d. h. zu dem gefundenen Aktivitätswert sind 15 Proz. bzw. $17^1/_2$ Proz. hinzuzuzählen, um die Aktivität bei vollkommener Ausnutzung der α-Strahlen zu erhalten. Sind nun, was die Regel sein dürfte, die Messungen von Quellwasseraktivitäten zwei Minuten nach Beginn des Ausschüttelns der Emanation aus dem Wasser erfolgt, so hat man, falls auf den der reinen Emanation entsprechenden Wert umgerechnet werden soll, vom Resultat rund 19 Proz. abzuziehen, welche den Emanationszerfallsprodukten, besonders $Ra\,A$, entsprechen. Da diese beiden Korrekturen einander zum größten Teil kompensieren, so läßt sich sagen, daß die nach der von uns seinerzeit empfohlenen Schnellmethode bestimmten Aktivitäten von Emanationswässern, falls keine Fehler bei der Probenahme gemacht wurden, bis auf wenige Prozente ihren Gehalt an Emanation richtig darstellen.

Wiewohl schon die erwähnten Versuche Beckers gezeigt haben, daß bei korrektem Arbeiten Messungen mit Fontaktoskop und Emanometer das gleiche Ergebnis liefern, so haben wir doch noch mit zwei Fontaktoskopen ursprünglicher Konstruktion Vergleichsversuche angestellt, um über die möglichen Fehler zahlenmäßige Anhaltspunkte sowie über die Reproduzierbarkeit der Messungen ein klares Bild zu gewinnen.

1. Nacheichung der Elektroskope.

Als Meßinstrumente benutzten wir zwei Exnersche Aluminiumblattelektroskope[1]) in der von Elster und Geitel bzw. Engler und Sieveking modifizierten Form mit je zwei Zerstreuungszylindern sowie einer Anzahl Blech-

1) Das Aluminiumblattelektroskop ist bei der neuen Ausführung unseres Fontaktoskops durch ein Wulfsches Fadenelektrometer ersetzt worden, welches eine bequemere und schärfere Ablesung gestattet und weniger der Nacheichung bedarf als das bisher benutzte Instrument.

kannen von je 10 Liter Inhalt. Die Elektroskope waren geeicht, wir haben sie überdies noch selbst nachkontrolliert; die Ablesungsfehler betragen maximal ± 2 Proz. Ein Einfluß der Wasserfüllung der Fontaktoskopkanne auf die Kapazität des Systems war von 0 bis 3 Liter Füllung nicht zu erkennen.

2. Parallelmessungen mit zwei Fontaktoskopen.

Zu den vergleichenden Aktivitätsmessungen benutzten wir destilliertes Wasser, das wir in einer Luftzirkulationsvorrichtung mit Emanation aus einer Radiumchloridlösung (1 mg $RaCl_2$) sättigten und auf den gewünschten Aktivitätsgrad mit destilliertem Wasser verdünnten. Aus der großen Vorratsflasche wurde jeweils 1 Liter Wasser in einem zylindrischen Glastrichter mit langem Ablaufrohr und weitem Hahn abgemessen und rasch in die Kanne des Fontaktoskops eingefüllt. Dann wurde die Kanne mit einem Gummistopfen fest verschlossen und $^1/_2$ Minute kräftig geschüttelt.

Nach Öffnen der Kanne wurde das Elektroskop mit angehängtem Zerstreuungskörper eingesetzt und mit der Messung begonnen. Vor Einfüllen des Wassers wurde jeweils der von schwacher langlebiger Restaktivität herrührende Normalspannungsverlust des Systems ermittelt. Beide Fontaktoskope wurden in genau derselben Weise kurz nacheinander mit Emanationswasser beschickt. Gemessen wurde die Zeit, welche die Blättchen des Elektroskops brauchten, um von einer bestimmten Anfangsstellung (30 Teilstriche) zu einer bestimmten Endstellung (10 Teilstriche) abzufallen. Daraus ließ sich unter Benutzung der dem Instrument beigegebenen Tabelle der Voltabfall pro Stunde und Liter sowie daraus durch Multiplikation mit der Kapazität in Zentimetern und den Umrechnungsfaktoren der Sättigungsstrom oder die Aktivität in Mache-Einheiten (M.-E.) berechnen[1]).

Beispiel. Elektroskop I mit Zylinder A (Kapazität 13,7 cm) in Kanne Nr. 4 zeigt einen Normalverlust von 2 Volt in 6 Minuten = 20 Volt/Stunde. Nach Schütteln mit 1 Liter Wasser, 1 Minute nach Einfüllen desselben, findet in 32 Sekunden ein Spannungsabfall von 30 auf 10 Teilstriche statt, das sind 221 — 97,5 = 123,5 Volt oder 13894 Volt/Stunde. Abzüglich des Normalverlustes von 20 Volt/Stunde ergibt dies einen der Wirkung der Emanation und ihrer im Wachsen befindlichen „induzierten Aktivität" entsprechenden Sättigungsstrom von

$$\frac{13874 \cdot 13{,}7 \cdot 1000}{300 \cdot 3600} = \underline{176 \text{ M.-E.}}$$

1) Hier ist willkürlich unter M.-E. nicht eine Emanationsmenge, sondern eine Stromstärke verstanden.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate einiger solcher Parallelmessungen zusammengestellt.

Tabelle II.

	Fontaktoskop I	Fontaktoskop II	Differenz	Differenz in Proz. von I
	M.-E.	M.-E.	M.-E.	
Nach 2 Minuten	68	68,2	0,2	0,29
„ 1 Stunde	114	114,7	0,7	0,61
„ 3 Stunden	117	117,5	0,5	0,43
Nach 2 Minuten	67,7	66,9	—0,8	—1,18
„ 1 Stunde	114,6	113,8	—0,8	—0,70
„ 3 Stunden	116	115,3	—0,7	—0,60
Nach 2 Minuten	72,8	73,6	0,8	1,10
„ 1 Stunde	119,4	120,5	1,1	0,92
„ 3 Stunden	122	123,5	1,5	1,23

Wie aus der Tabelle zu ersehen, stimmen die mit beiden Fontaktoskopen erhaltenen Aktivitätswerte vorzüglich miteinander überein. Die zwei Minuten nach Einfüllen des Wassers erhaltenen Werte betragen in guter Übereinstimmung mit der Schmidtschen Tabelle etwa 58 Proz. der Werte nach drei Stunden (Gleichgewichtswerte).

3. Messungen mit einem offenen und einem geschlossenen Apparat.

Um die relative Größe des Verlustes an Emanation infolge Diffusion und Expansion durch die Öffnung des Fontaktoskops zu ermitteln, haben wir eine große Anzahl Vergleichsversuche längerer Dauer (bis über 7 Stunden) angestellt, bei welchen ein Fontaktoskop wie gewöhnlich offen blieb, während das andere in den Intervallen zwischen zwei Messungen durch einen kleinen über den Tragstift des Zerstreuungskörpers geschobenen Kautschukstopfen verschlossen war. Wie die beistehende Tabelle III und Fig. 1 zeigen, macht sich ein deutlicher Unterschied zwischen den Angaben der beiden Apparate erst nach Ablauf von mehr als einer Stunde bemerkbar, so daß, wenn grobe Fehler (durch Eingießen zu warmen Wassers oder durch Anfassen der Kanne mit der Hand nach Einsetzen des Zerstreuungskörpers) vermieden werden, eine hermetische Verschließbarkeit des Instruments für kurz dauernde Messungen ganz unnötig erscheint. Um diese Fehler ganz auszuschließen, haben wir neuerdings[1]) unseren Apparat etwas abgeändert, so daß er mit Ausnahme der für die Messung erforderlichen Zeit vollständig geschlossen bleibt.

1) Vgl. Chem.-Ztg. 1914, S. 449.

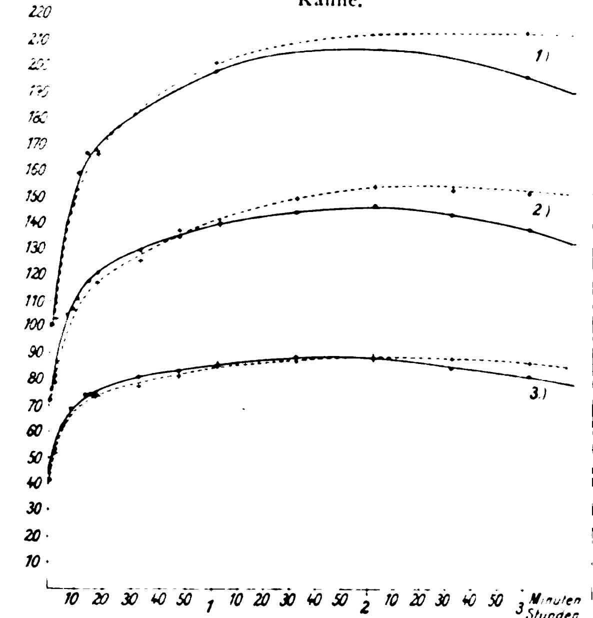


Tabelle III.

	Fontaktoskop I offen	Fontaktoskop II geschlossen	Differenz	Differenz in Proz.
	M.-E.	M.-E.	M.-E.	
Nach 2 Minuten	77,8	79,3	—1,5	—1,9
„ 1 Stunde	133,8	132,6	1,2	0,9
„ 3 Stunden	138,4	150,0	—11,6	—7,7
Nach 2 Minuten	64,3	61,7	2,6	4,2
„ 1 Stunde	105,3	102	3,3	3,2
„ 3 Stunden	107,1	111,8	—4,7	—4,2

	Elektroskop II offen	Elektroskop I geschlossen	Differenz	Differenz in Proz.
	M.-E.	M.-E.	M.-E.	
Nach 2 Minuten	94,2	95,0	—0,8	—0,8
„ 1 Stunde	173	178,6	—5,6	—3,1
„ 3 Stunden	162	194,9	—32,9	—16,9
Nach 2 Minuten	70,7	69,9	0,8	1,1
„ 1 Stunde	122	122,2	—0,2	—0,2
„ 3 Stunden	124	135,4	—11,4	—8,4
Nach 2 Minuten	44,1	45,1	—1,0	—2,2
„ 1 Stunde	68,9	68,4	0,5	0,7
„ 3 Stunden	68,7	71,9	—3,2	—4,5

Aktivitätskurven von Radiumemanation nach Ausschütteln der Emanation aus 1 Liter Wasser. Gemessen mit 2 Fontaktoskopen nach Engler u. Sieveking mit Blättchenelektroskop und 10-Liter-Kanne.



—⊙—⊙— Fontaktoskop offen.
---+---+--- „ zwischen den Messungen durch Gummistopfen verschlossen.
●— Anfangsaktivität zur Zeit 0, berechnet als 47 Proz. der Maximalaktivität.

Fig. 1.

Zur Kontrolle wurden auf unsere Veranlassung auch noch von den Herren Dr. E. Czakó und L. Hauck Vergleichsversuche mit Kohlensäure-Luftgemischen mit etwa $^1/_2$ Proz. CO_2 ausgeführt. Das Gemisch wurde mit einer Zirkulationspumpe auf eine Anzahl 10-Literflaschen gleichmäßig verteilt, von welchen dann zwei verschlossen, die anderen mit einer ringförmigen Öffnung im Stopfen wie beim Fontaktoskop stehen gelassen wurden. Nach einer bestimmten Zeit, $^1/_2$, 1 und 3 Stunden, wurde der Gehalt jeder Flasche an Kohlendioxyd durch Absorption in Barytlauge und Rücktitration des Überschusses wie üblich bestimmt. In den offen gebliebenen Flaschen wurde im Mittel eine Konzentrationsabnahme des Kohlendioxyds um 2,8 Proz. nach einer halben Stunde, um 3,9 Proz. nach einer Stunde und um 8,5 Proz. nach drei Stunden festgestellt. Dabei waren besondere Maßnahmen zur Konstanthaltung der Temperatur des Arbeitsraumes nicht getroffen worden.

4. Bestimmung des Einflusses der Wassermenge auf das Messungsergebnis.

Bei Emanationsbestimmungen an Wässern, die beim Schütteln mit Luft größere Mengen von Gasen, z. B. Kohlendioxyd, abgeben, ist man genötigt, vor Öffnen der Kanne das Wasser zum Teil aus dem unteren Hahn abzulassen, da sonst infolge des Überdruckes Emanation entweichen würde. Um den Einfluß, den das Ablassen des Wassers auf das Messungsresultat ausübt, zu kontrollieren, haben wir, wie bei 2. zwei Fontaktoskope benutzt, jedes mit der gleichen Menge (1 Liter) Emanationswasser beschickt, $^1/_2$ Minute geschüttelt, und dann aus der einen Kanne entweder sofort oder nach einer Stunde das Wasser abgelassen. Die gefundenen Aktivitätswerte stimmten entweder miteinander überein oder differierten nur um wenige Prozent, was durch Ungenauigkeiten der Voltablesung bedingt sein kann. Ebenso ist es für das praktische Resultat ziemlich belanglos, ob bei Messung stark aktiven Wassers, von welchem nur $^1/_2$ Liter verwendet werden kann, noch $^1/_2$ Liter indifferenten Wassers zugefügt wird oder nicht. Denn der Absorptionskoeffizient der Emanation beträgt für reines Wasser bei 18° C nach Kofler[1]) 0,27, für Quellwasser je nach dem Salzgehalt entsprechend weniger, es verbleiben somit beim Schütteln in der 10-Literkanne in 1 Liter Wasser höchstens 3 Proz., in $^1/_2$ Liter 1,5 Proz. der Emanation gelöst. Diese Menge muß natürlich, obwohl sie geringfügig ist, bei genauen Bestimmungen in Rechnung gesetzt werden.

1) Diese Zeitschr. 9, 6, 1908.



5. Bestimmung der Restaktivität nach Auskochen der Emanation aus stark aktivem Wasser.

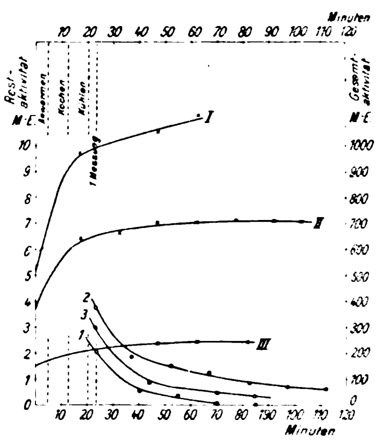
Die auffallende Beobachtung von Hammer und Vohsen, daß bei Aufnahme der Anstiegskurve der Aktivität ausgeschüttelter Emanation im Fontaktoskop die während der ersten Minuten gefundenen Werte höher sind als die theoretisch zu erwartenden, haben wir bei Benutzung des Engler-Sievekingschen Apparats nicht bestätigen können; unsere Kurven wiesen immer recht genau auf den aus dem Sättigungswert berechneten Anfangswert der Aktivität hin.

Dennoch war es von Interesse, auch die anderen Versuche von Hammer und Vohsen einer Nachprüfung zu unterziehen, bei welchen ausgekochtes Emanationswasser auf eine etwaige Restaktivität untersucht wurde.

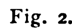
Wir haben eine große Anzahl von Versuchen ausgeführt, mit „künstlichem" Wasser, d. h. mit Emanation angereichertem destillierten Wasser, wie auch mit dem von Hammer und Vohsen verwendeten natürlichen Wasser, dem stark aktiven „Brambacher Sprudel" von der Wettinquelle, A.-G., Brambach i. V.

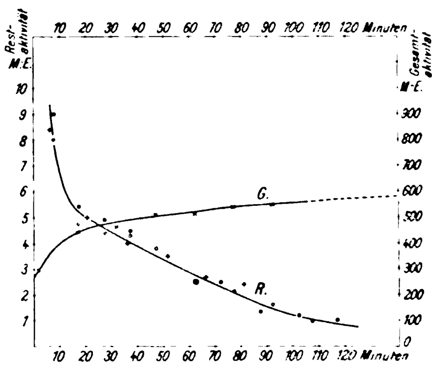
Es wurde jeweils $^1/_2$ Liter des stark aktiven Wassers in einer flachen Eisenpfanne, bei späteren Versuchen in mehreren Platinschalen möglichst rasch zum Sieden erhitzt, 2 bis 8 Minuten lang gekocht und durch Vermischen mit $^1/_2$ kg Eis gekühlt, dann in die Kanne des Fontaktoskops eingefüllt, $^1/_2$ Minute geschüttelt und sofort gemessen. Parallel dazu wurde mit einem zweiten Fontaktoskop die Aktivität des ungekochten Wassers gemessen, von dem jeweils 100 cm³ zu 1 Liter verdünnt verwendet wurden. Die Resultate einiger Versuche sind in den folgenden Diagrammen (Fig. 2 und 3) dargestellt.

Wenn auch die Messungsergebnisse untereinander etwas differieren, so ist doch aus allem, insbesondere aus der Übereinstimmung zahlreicher weiterer Versuche zu ersehen, daß die Anfangsaktivität des ausgekochten Wassers höchstens etwa 3 Proz. der Anfangsaktivität des ungekochten Wassers ausmacht, und daß die Restaktivität bald auf so niedrige Werte sinkt, daß sie praktisch vernachlässigt werden kann. Versuche, bei denen die Ablesung des Voltabfalls am Instrument alle Minuten erfolgte, ergaben einen so steilen Abfall der Kurve in den ersten Minuten, daß die Annahme wohl berechtigt ist, eine Art Lenardeffekt (Wasserfallelektrizität) habe wie bei unseren Versuchen so auch bei denen von Hammer und Vohsen bei sehr rascher Ablesung die hohe Anfangsaktivität vorgetäuscht. Daß dieser Effekt von der Zusammensetzung des Wassers, von seinem



Auskochversuche mit drei verschieden stark aktiven Emanationswässern.
Kurven I, II, III Gesamtaktivitäten.
„ 1, 2, 3 Restaktivitäten nach Auskochen.
Anwärmzeit 4 Min., Kochen 8 Min., Kühlen 8 Min.


Fig. 2.



Auskochversuche mit Wasser von Brambacher Wettinquelle.
G Gesamtaktivität zur Zeit unserer Messung.
R +, o, ● drei hintereinander aufgenommene Kurven der Restaktivität nach ganz kurzem Kochen.
(Anwärmen + Kochen 2 Min., Kühlen 1 Min. Einfüllen $^1/_2$ Min., Schütteln $^1/_2$ Min.; Mitte der ersten Messung $7^1/_2$ Min. nach Probenahme.)

Fig. 3.

Salz- und insbesondere Kohlensäuregehalt in hohem Maße abhängt, ist bekannt. Bei dem Brambacher Wasser scheint er zufällig recht bedeutend zu sein, denn mit destilliertem oder kochsalzhaltigem inaktivem Wasser haben wir den Effekt nur viel schwächer erhalten.

Die Abklingungskurven der Restaktivität zeigen, daß wir es in der Tat, wie auch Hammer und Vohsen angeben, mit ausgeschüttelten Emanationszerfallsprodukten, speziell *RaC*, zu tun haben. Der Betrag dieser zusätzlichen Aktivität ist jedoch im Vergleich zur Aktivität der Emanation so gering (etwa 1 Proz. oder weniger), daß er das Messungsresultat schwerlich in der Weise beeinflussen kann, wie es nach Hammer und Vohsens Ausführungen den Anschein hat.

Zusammenfassung.

Durch Parallelversuche mit zwei gleichen Fontaktoskopen nach Engler und Sieveking wurde gezeigt, daß die Messungen auf 1 bis 2 Proz. genau auszuführen sind, sowie daß es von untergeordneter Bedeutung ist, ob das Instrument während einer die Zeit einer Stunde nicht übersteigenden Dauer der Messung offen bleibt oder verschlossen ist[1]) und ob das Wasser nach dem Schütteln im Apparat verbleibt oder abgelassen wird.

Es wurden Anstiegskurven der Aktivität aufgenommen, die sich, besonders während der ersten Stunde, der theoretischen Kurve gut anschließen. Mit ausgekochtem Emanationswasser wurden Restaktivitäten gemessen, die 2 Proz. oder weniger von der Gesamtaktivität betragen, somit praktisch zu vernachlässigen sind.

Es ist demnach möglich, mit Hilfe des Engler-Sievekingschen Fontaktoskops die Radioaktivität von Emanationswässern mit einer für praktische Zwecke völlig ausreichenden Genauigkeit zu bestimmen[2]). Voraussetzung ist natürlich, daß die von dem Ausschütteln der Emanation bis zur Messung verstrichene Zeit genau vermerkt wird, da die gefundene Aktivität zwecks Vergleichung der Werte untereinander entweder auf den Anfangspunkt (reine Emanation) oder auf das nach etwa drei Stunden erreichte Maximum (Emanation im Gleichgewicht mit ihren Zerfallsprodukten) umgerechnet werden muß[3]). Für absolute Aktivitätsbestimmungen ist es ferner unerläßlich, das Resultat der Messung mit dem Duaneschen Korrektionsfaktor zu multiplizieren. Dann kann die Umrechnung von Sättigungsstrom auf Emanationsmenge erfolgen: 2500 Macheeinheiten Aktivität entsprechen 1 Mikrocurie Emanation im Liter.

Da bei den zahlreichen Messungen, welche mit unserem Fontaktoskop ausgeführt worden sind, die Duanesche Korrektur bisher unberücksichtigt geblieben ist, da es ferner, besonders bei gashaltigem, emanationsreichem sowie sehr warmem Wasser, praktisch kaum möglich ist, eine Probe ohne Emanationsverlust in das Fontaktoskop zu bringen, so sind die erhaltenen Resultate eher zu niedrig als zu hoch anzusehen.

1) Bezüglich der einfachen Abschlußvorrichtung vgl. die Beschreibung unseres verbesserten Fontaktoskops in Chem.-Ztg 1914, S. 449.

2) Vgl. auch Ramsauer u. Holthusen, Heidelb. Akad. Ber. B 1913, Nr. 2, S. 13.

3) Vgl. H. W. Schmidt, diese Zeitschr. 6, 561, 1905; Hammer u. Vohsen, diese Zeitschr. 14, 451, 1913.

(Eingegangen 23. März 1914.)

Die Änderung der Absorption des Lichtes durch Wasser infolge der Gegenwart stark hydrierter Salze, gemessen mit Hilfe des Radiomikrometers. — Bedeutung der Ergebnisse für die Solvattheorie der Lösungen. (The absorption of light by water changed by the presence of strongly hydrated salts, as measured by means of the radiomicrometer. — Bearing of the results on the solvate theory of solution.) (79. Mitteilung.)

Von E. J. Shaeffer, M. G. Paulus und Harry C. Jones.

Im vorigen Jahre haben Guy, Shaeffer und Jones in dieser Zeitschrift[1]) eine Mitteilung veröffentlicht, die im wesentlichen den obenstehenden Titel trägt. In der genannten Veröffentlichung wurde dargelegt, daß wässerige Lösungen solcher Salze, die nicht in irgendwie merklichem Maße hydrieren, wenn die Salze an sich keine Absorption haben, nahezu ebenso durchlässig sind wie reines Wasser. Eine Schicht Wasser und eine Schicht der Lösung, die eine Schicht Wasser von der gleichen Dicke wie die Schichtdicke des reinen Wassers enthielt, hatten im wesentlichen dieselbe Absorption. Die geringen Unterschiede konnten als Folgen der geringen Hydrierung der in Rede stehenden Salze erklärt werden.

Wenn hingegen stark hydrierte Salze zur Anwendung gelangten, wurden ganz andere Ergebnisse erhalten. Dann waren die Lösungen für gewisse Wellenlängen durchlässiger als reines Wasser, und die Absorptionsbanden waren nach Rot hin verschoben. Da wir die oben charakterisierten Ergebnisse stets erhielten, so oft wir ein nicht hydrierendes Salz verwandten, und da sich die letztgenannten Ergebnisse jedesmal zeigten, wenn ein stark hydrierendes Salz zur Anwendung gelangte, so folgerten wir, daß die Erscheinung mit der Hydratbildung in engem Zusammenhang stehe. Die einfachste Erklärung schien die zu sein, daß Wasser in Verbindungen eine andere Absorption, und zwar eine geringere, hat als „freies" Wasser.

Kürzlich ist eine Arbeit von A. K. Ångström[2]) über die selektive Reflektion von Lösungen im Ultrarot erschienen, welche Ergebnisse von demselben allgemeinen Charakter aufführt, wie sie im hiesigen Institut auf Grund des Studiums der Absorptionsspektren von Lösungen gefunden worden sind. Ångström fand, daß Lösungen solcher Salze, die keine Hydrate bilden, oder die ihr Hydrat-

1) Diese Zeitschr. 14, 278, 1913.

2) A. K. Ångström, Selective Reflection from Solutions in the Infra-Red. Phys. Rev. (2) 3, 47, 1914.

wasser lose halten, beispielsweise Natriumchlorid, Kaliumnitrat, Natriumsulfat und Kupfersulfat, das Reflexionsmaximum nicht merklich verschieben, daß hingegen Lösungen der stark hydrierten Salze, wie Kalziumchlorid und Strontiumchlorid, sowohl das Maximum als auch das Minimum verschieben, und zwar beide ungefähr um denselben Betrag, und daß sie somit eine wirkliche Veränderung der Lage der Bande aufweisen.

Verbesserungen an der Apparatur.

Die vorgenannten Ergebnisse waren so überraschend und von so grundlegender Bedeutung wegen ihrer Tragweite für die Solvattheorie der Lösungen, daß es wünschenswert war, die Untersuchung der früher untersuchten Salze zu wiederholen und sie durch die Untersuchung anderer stark hydrierter Verbindungen zu ergänzen. Zuvor war es jedoch wünschenswert, die Apparatur in jeder möglichen Hinsicht zu verbessern.

Das Radiomikrometer wurde mit einem stabileren Untergestell versehen. Es wurde auf allen Seiten mit einer etwa 30 Zentimeter dicken Lage von Watte umgeben, so daß nur die Lötstelle der Strahlung ausgesetzt war. Das Instrument zeigte keine störende Wanderung, und wenn das Zimmer auf einigermaßen gleichmäßiger Temperatur gehalten wurde, war die Nullstellung merklich konstant. Der als Lichtquelle dienende Nernstsche Glühkörper wurde in einen Kasten aus Asbestpappe eingeschlossen, der ihn wirksam gegen Luftströmungen schützte. Daß die Stromstärke sehr konstant erhalten wurde, bewies die enge Übereinstimmung zwischen wiederholten Ablesungen, wie sie in den Tabellen angegeben sind.

Die zur Aufnahme der Lösungen dienenden Tröge waren im Prinzip dieselben, die bei der früheren Untersuchung benutzt worden waren. Indessen wurde das Verfahren zur Einstellung des Abstandes zwischen den Enden sehr verbessert. Wir stellten eine sorgfältig ausgeführte Stellmutter her und schraubten diese so an den äußeren Teil des Troges an, daß sich der innere Teil, je nach der Richtung, in welcher die Mutter gedreht wurde, hob oder senkte. Jede volle Umdrehung der Mutter vermehrte oder verminderte den Abstand zwischen den Platten um ein Millimeter. Die Mutter wurde mit der Teilmaschine in hundert Teile geteilt. Mit dieser Einrichtung bot es uns keine Schwierigkeit, die Platten bis auf weniger als ein Hundertstel Millimeter genau auf jeden beliebigen gegenseitigen Abstand einzustellen. Die benutzten Tröge wurden einander so ähnlich wie möglich gemacht, und die gläsernen Endplatten wurden parallel zueinander eingestellt. Mit welcher Annäherung wir dieses Ergebnis erreichten, lehren die nachstehenden Daten, welche die wirklichen Ausschläge für den Fall angeben, daß in jeder der beiden Zellen zehn Millimeter Wasserschicht benutzt wurden. Der Trommelkopf des Spektroskops wurde in dem ganzen Spektralgebiet, das wir untersuchten, von zehn zu zehn Teilen eingestellt; so oft es nun erforderlich wurde, in einem der Tröge die Platten neu einzustellen, verglichen wir diesen Trog mit dem anderen, um uns zu vergewissern, daß beide Tröge unter denselben Bedingungen dieselben Ausschläge lieferten.

Die nachstehende Tabelle wird dartun, welchen Grad von Übereinstimmung zwischen den mit den beiden Trögen erhaltenen Ergebnissen wir erreicht haben.

Tabelle I.

λ	Trog I.	Trog II.
706	27,5	27,5
746	38,0	38,0
787	50,5	50,5
833	65,0	65,0
886	79,5	79,0
941	91,5	92,0
1003	79,5	79,5
1006	123,0	123,0
1138	135,5	136,0
1216	63,5	63,5
1292	65,0	65,0
1362	45,5	45,5
1429	7,0	7,0

Das experimentelle Problem bestand darin, die Durchlässigkeit einer gegebenen Schicht der Lösung zu messen und sie dann mit der Durchlässigkeit einer Schicht reinen Wassers zu vergleichen, die gerade so viel Wasser enthielt, wie in der Lösung vorhanden war. Um die Wasserbande bei 1 μ zu untersuchen, wählten wir eine Schichtdicke der Lösung von 20 mm, während wir für die Untersuchung der Wasserbande bei 1,25 μ eine Schichtdicke von 10 mm wählten. Diese Schichtdicken der Lösung lieferten bei keiner einzigen Wellenlänge einen Ausschlag auf der Skala, der kleiner als 25 mm wäre. Der größte unter diesen Verhältnissen erhaltene Ausschlag betrug etwa 230 mm. Nur am Anfange der ersten Wasserbande, sowie am

äußersten Ende der ersten und der zweiten Wasserbande lieferten diese Schichtdicken der Lösung Ausschläge von nur 25 mm. Unter gewöhnlichen Verhältnissen konnten wir die Skala auf ein halbes Millimeter genau ablesen.

Zur Bestimmung der Durchlässigkeit einer gegebenen Schichtdicke der Lösung und des Lösungsmittels verwandten wir eine Differentialmethode. Angenommen, die Lösung enthielte 80 Volumprozente Wasser; dann stellten wir den einen Trog so ein, daß die Schichtdicke der Lösung in ihm 21 mm betrug. Die Schichtdicke der Lösung in dem anderen Troge betrug 1 mm. Der Ausschlag, den die dickere Schicht lieferte, ergab, durch den seitens der flacheren Schicht gelieferten dividiert, die absolute Durchlässigkeit einer Schicht der Lösung, die 20 mm dick war. Nach der oben gemachten Annahme waren in dem einen Troge 16,8 mm Wasser enthalten und in dem zweiten Troge 0,8 mm. Wir füllten alsdann die Tröge mit diesen Wasserschichten und erhielten nach der vorstehend geschilderten Differentialmethode die Durchlässigkeit von 16 mm Wasser. Auf diese Weise verglichen wir somit die Durchlässigkeit des Wassers in der Lösung mit jener derselben Schichtdicke reinen Wassers unter denselben Bedingungen. Den Prozentgehalt an Wasser erhielten wir aus dem spezifischen Gewicht und der Konzentration der Lösung.

Bei den folgenden Tabellen ist zu beachten, daß für die Wellenlängen $\lambda = 706\ \mu\mu$, $\lambda = 1003\ \mu\mu$ und $\lambda = 1246\ \mu\mu$ doppelte Ergebnisse mitgeteilt sind. Sowohl das Wasser als auch die Lösung haben bei $\lambda = 706\ \mu\mu$ eine Durchlässigkeit von ungefähr 97 v. H., und nachdem die Tröge an ihren Platz gebracht worden waren, machten wir eine große Anzahl von Ablesungen, um die wahre Durchlässigkeit an dieser Stelle zu erhalten. Nachdem wir weitere zehn oder fünfzehn Ablesungen gemacht hatten, ließen wir abermals die Wellenlänge $\lambda = 706\ \mu\mu$ auf die Lötstelle fallen, um zu sehen, ob irgendeine Änderung eingetreten war. Für gewöhnlich war keine merkliche Änderung zu verzeichnen. Dieses Verfahren wiederholten wir bei $\lambda = 1003\ \mu\mu$ und bei $\lambda = 1246\ \mu\mu$ nach Beendigung der ganzen Ablesungsreihe.

Bei der Eichung des Prismentisches benutzten wir gewisse Wasserbanden im Ultrarot. Durch Vornahme wiederholter Ablesungen bei $\lambda = 1003\ \mu\mu$ und $\lambda = 1246\ \mu\mu$ konnten wir uns vergewissern, daß sich die Stellung des Prismas nicht verändert hatte.

In den nachstehenden Tabellen sind unter λ die Wellenlängen angegeben. Die Durchlässigkeiten der benutzten Salze und ihre Konzentrationen sind in den Spalten unter den betreffenden Salzen angegeben. Die Durchlässigkeiten des Wassers, die denen der in Rede stehenden Salze vergleichbar sind, sind in derselben Horizontalreihe gleich hinter dem Salze angegeben.

Wir machen auf die beiden Messungsreihen für Magnesiumchlorid in Tabelle II aufmerksam. Die Untersuchung in der zweiten Reihe wurde vier Wochen nach jener in der ersten Reihe vorgenommen; dabei wurde in beiden Fällen dieselbe Lösung benutzt. In Anbetracht dieses Umstandes und der der Untersuchung anhaftenden Schwierigkeiten sehen wir die Übereinstimmung zwischen den beiden Reihen als befrie-

Tabelle II.

Trogtiefe 20 mm.

λ	KCl 3,5 N.	H_2O	$MgCl_2$ 4,49 N.	H_2O	$MgCl_2$ 4,49 N.	H_2O
706	98,4	98,0	96,4	97,3	96,4	96,4
706	98,4	98,0	95,3	97,3	97,3	97,3
746	93,6	96,0	90,3	94,9	93,7	93,7
766	92,5	94,5	93,7	95,4	92,3	94,6
770	—	—	92,8	94,8	91,6	95,1
774	—	—	92,0	95,7	92,8	93,9
778	—	—	90,3	94,3	91,2	93,1
787	93,5	94,3	92,0	96,2	94,4	95,3
809	96,5	96,5	92,2	95,8	92,7	95,1
833	93,3	94,0	93,0	94,0	93,6	93,5
857	90,7	92,1	88,9	91,8	91,2	91,6
886	90 0	90,5	88,5	90,4	90,4	89,9
913	89,8	88,5	85,3	88,7	87,3	88,3
941	81,5	81,3	80,6	79,7	82,3	79,7
952	72,7	72,3	74,6	70,0	76,7	71,4
965	63,1	61,2	65,6	59,0	67,4	60,8
972	56,8	56,3	60,7	54,4	61,7	54,7
978	51,8	51,3	56,2	49,7	56,6	50,8
984	48,5	47,8	52,7	46,6	53,3	47,3
990	45,2	45,2	49,4	45,1	49,6	45,3
996	44,3	45,0	46,8	44,7	47,0	44,6
1003	43,8	44,6	46,0	44,9	46,0	45,5
1003	43,8	45,0	47,2	45,3	46,3	45,3
1010	45,8	45,8	45,6	46,8	46,0	46,5
1017	46,7	47,5	46,7	48,3	46,8	48,4
1024	50,0	50.0	48,7	51,3	48,6	50,3
1029	52,6	52,5	50,7	53,7	49,9	52,9
1035	55,9	55,2	53,3	57,0	52,8	55,3
1041	59,2	58,7	56,2	60,0	55,5	58,4
1053	66,2	64,8	62,2	66,3	61,6	64,3
1066	71,8	70,3	66,7	71,5	65,3	68,7
1081	75,3	73,2	70,9	74,3	68,7	73,3
1095	76,5	74,8	71,5	75,7	71,2	74,3
1110	75,3	74,3	70,4	74,2	74,4	73,4
1123	73,0	71,5	67,3	70,2	64,4	71,2
1138	66,7	65,8	63,3	64,1	63,4	64,8
1146	62,4	61,0	—	—	—	—
1153	57,3	56,0	56,6	53,7	57,7	55,2
1161	52,1	49,6	51,6	47,4	52,8	50,0
1168	45,8	44,7	46,8	41,7	48,6	43,0
1175	39,5	38,3	41,5	34,8	43,7	37,0
1183	33,8	32,5	36,2	29,5	37,3	31,8
1192	28,5	27,2	30,4	24,5	32,2	26,4
1200	22,8	21,9	26,1	19,6	27,4	21,6
1208	18,2	17,1	21,3	16,1	23,2	17,4
1216	14,5	14,7	17,8	14,2	19,1	14,5
1224	12,7	12,7	14,8	12,6	15,7	12,6
1231	12,1	12,1	13,4	11,8	13,5	11,8

Tabelle III.

Trogtiefe 10 mm.

λ	KCl 3,5 N.	H_2O	KCl 3,5 N.	H_2O	$MgCl_2$ 4,49 N.	H_2O
706	97,0	99,0	98,3	98,3	98,3	96,5
706	97,0	99,0	98,3	98,3	98,1	96,5
1153	72,9	73,6	73,3	73,5	74,8	72,7
1168	63,2	63,4	63,1	63,4	67,2	62,3
1175	58,2	58,3	58,2	58,3	62,6	57,4
1183	52,5	53,6	52,0	53,5	58,5	52,9
1192	47,8	48,5	47,0	48,5	55,1	48,7
1200	42,7	44,4	42,4	44,5	49,7	44,3
1208	38,3	40,2	37,7	40,0	45,8	40,0
1216	34,8	37,2	34,0	37,4	41,7	37,0
1231	33,0	34,5	31,6	34,6	36,9	34,0
1238	31,6	33,2	31,0	34,2	35,5	33,8
1246	31,0	33,2	31,4	34,1	34,2	33,3
1246	31,2	33,5	31,6	34,0	34,2	33,3
1254	—	—	—	—	33,6	33,8
1261	32,7	33,3	33,0	34,2	33,4	34,3
1269	33,4	34,4	33,4	35,4	33,8	34,6
1278	34,6	34,6	34,8	34,3	34,9	35,4
1292	36,1	35,1	36,6	35,4	35,0	35,7
1306	37,0	35,1	37,6	35,2	35,1	35,4
1313	37,2	34,7	38,0	35,1	35,6	35,2
1321	36,9	33,4	37,3	33,8	34,3	34,3
1334	35,7	32,3	35,0	32,3	33,0	32,2
1348	32,8	29,1	31,7	28,9	31,0	28,8
1362	28,7	24,4	27,5	24,2	28,2	24,5
1377	24,2	19,7	24,5	20,2	23,6	20,4
1388	19,0	15,8	18,0	15,8	19,5	15,4
1400	15,1	12,5	14,0	12,2	15,5	11,9
1414	11,3	10,0	10,0	9,5	14,1	11,7

digend an. Bei Untersuchung der Wasserbande bei 1 μ betrug die Schichtdicke der Lösung stets 20 mm; die Schichtdicke der Lösung betrug 10 mm, wenn die Wasserbande bei 1,25 μ untersucht wurde. Es ist zu beachten, daß beim Kaliumchlorid zwei Messungsreihen angegeben sind. Die Übereinstimmung ist befriedigend und lehrt, daß man bei einer Wiederholung der Untersuchung im wesentlichen dieselben Ergebnisse erhalten kann. Bei der Wiederholung der Untersuchung am Kaliumchlorid stellten wir eine neue Lösung her. In einer Anzahl von Fällen wiederholten wir die Ablesungen bei einzelnen Wellenlängen.

Die meisten Daten haben wir der Raumersparnis halber fortgelassen, da sie in den Kurven veranschaulicht sind. In Tabelle II sind für Magnesiumchlorid doppelte Ergebnisse angeführt, während in Tabelle III für Kaliumchlorid doppelte enthalten sind. Diese Angaben werden zeigen, welcher Grad von Übereinstimmung zwischen aufeinanderfolgenden Ablesungen besteht, und werden einigen Aufschluß über die Zuverlässigkeit der Ergebnisse geben.

Die Beobachtungen sind in den Kurven 1 bis 12 graphisch dargestellt. Die Ordinaten geben die prozentische Durchlässigkeit und die Abszissen die Wellenlängen an.

Die fein ausgezogenen Kurven stellen in jedem Falle die Durchlässigkeit des Wassers dar, die stark ausgezogenen Kurven die Durchlässigkeit der Lösung. Die Beziehung, die man aus diesen Daten und Kurven erhält, ist die, daß beim Minimum der Durchlässigkeit die Kurve für die Lösung mit einer Ausnahme — $Zn(NO_3)_2$ — stets oberhalb der Kurve für die

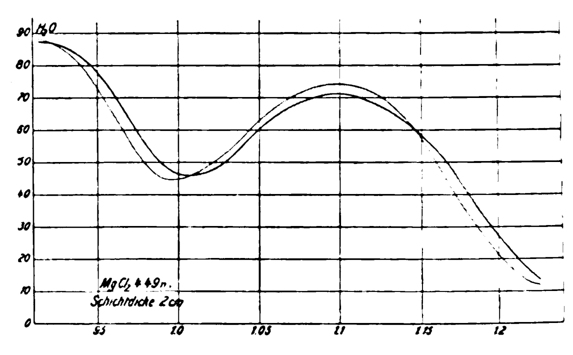


Fig. 1.

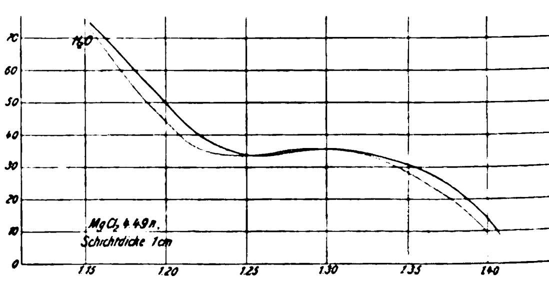


Fig. 2.

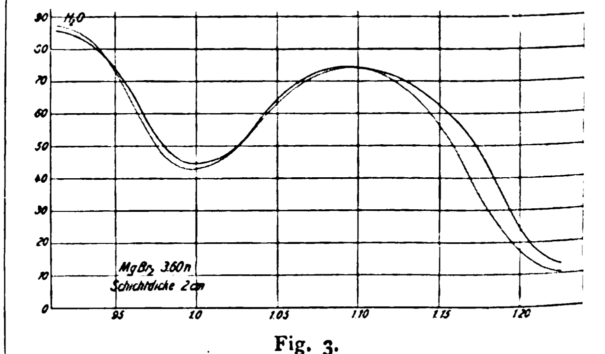


Fig. 3.

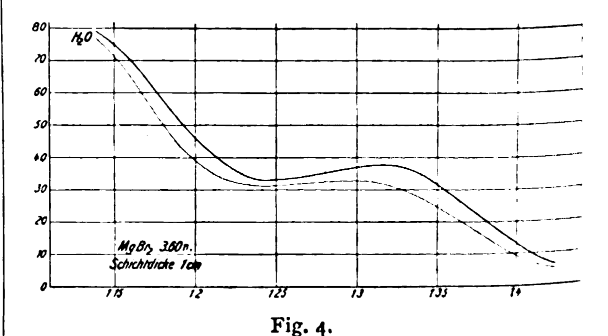


Fig. 4.

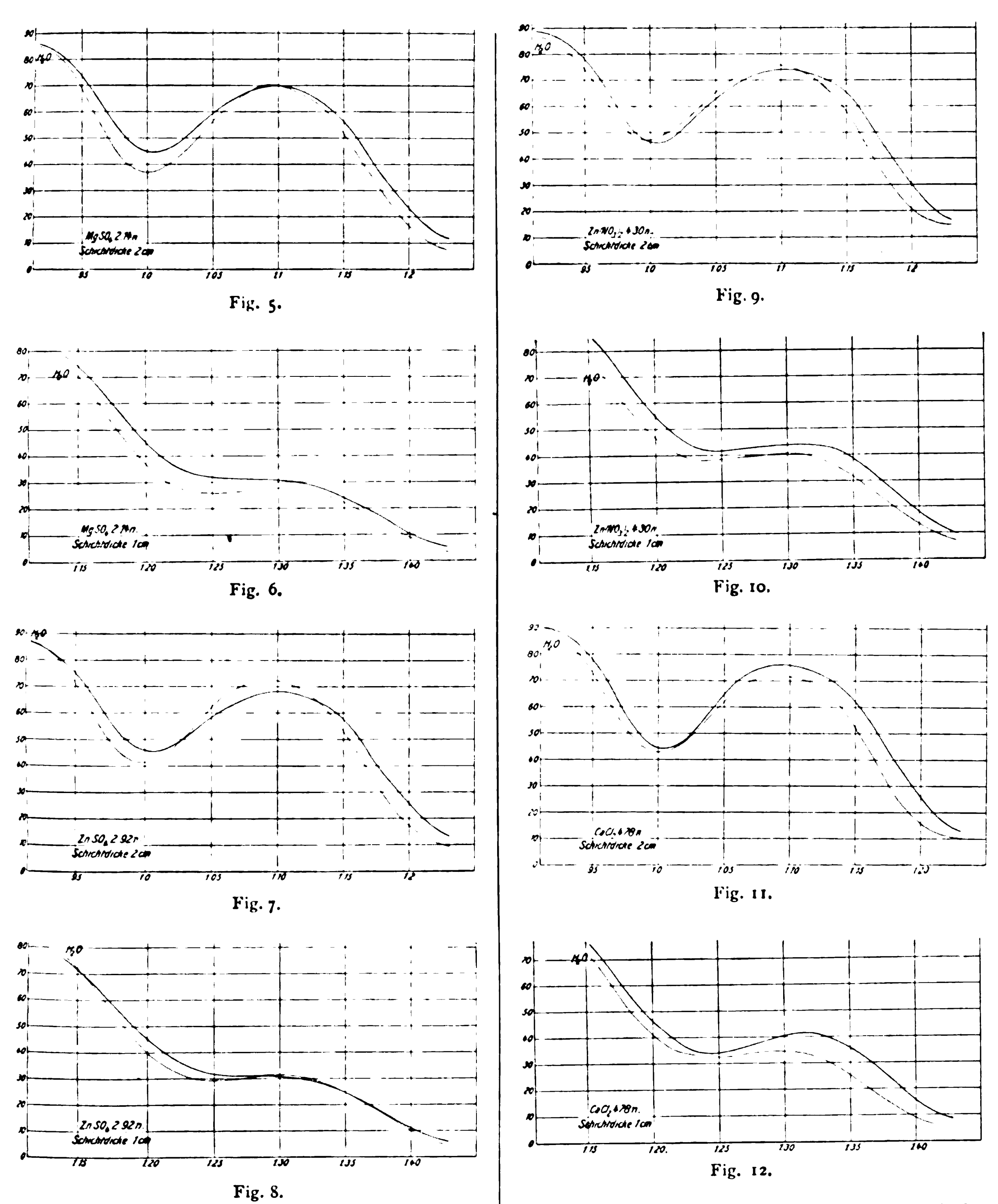


Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 12.

Durchlässigkeit des Wassers liegt. Das bedeutet, daß beim Maximum der Absorption die Lösung durchlässiger ist als reines Wasser, und zwar selbst in den Fällen, wo die Absorptionsbande nicht merklich verschoben ist.

Die Lösungen einer Anzahl von Salzen sind bei allen untersuchten Wellenlängen durchlässiger als reines Wasser. In anderen Fällen liegt eine ausgesprochene Verschiebung der Absorptionsbande der Lösung gegen Rot hin vor; in solchen Fällen können sich die beiden Kurven schneiden.

Die von Guy, Shaeffer und Jones[1]) aufgestellte Beziehung, nach welcher Lösungen solcher Salze, die nur schwach hydrieren, im wesentlichen dieselbe Absorption haben wie reines Wasser, stellt sich als das Ergebnis unserer Wiederholung ihrer Arbeit mit verbesserter Apparatur und nach verbesserter Methode ebenfalls heraus.

Auch die in der früheren Arbeit betonte Beziehung, daß Lösungen von Salzen mit hohem Hydrierungsvermögen, wie Magnesiumchlorid, Magnesiumbromid, Magnesiumsulfat, Kalziumchlorid, Zinksulfat und Zinknitrat, bei vielen Wellenlängen durchlässiger sind als reines Wasser von derselben Schichtdicke wie das in der betreffenden Lösung enthaltene Wasser, finden wir bestätigt.

Die größten Unterschiede zwischen der Absorption des Wassers und jener der Lösung zeigen sich dort, wo das Absorptionsvermögen des Wassers am größten ist. Diese Unterschiede belaufen sich zuweilen bis auf 40 v. H.

In einer in dieser Zeitschrift[2]) erschienenen kurzen Arbeit macht G. H. Livens auf die vermeintliche Tatsache aufmerksam, daß in einer vorläufigen Mitteilung[3]) über diesen Gegenstand aus dem hiesigen Institut einige der Ergebnisse mit gewissen aus der Lorentzschen Theorie der Dispersion und Absorption des Lichts hergeleiteten Folgerungen im Einklang stehen. Auf Grund dieser vermeintlichen Tatsache weist Herr Livens dann nach, daß sich die früheren im hiesigen Institut erhaltenen Versuchsergebnisse auf ganz andere Weise erklären lassen als durch die seinerzeit von uns gegebene Deutung.

Vier von den Kurven, die wir in unserer ersten Arbeit veröffentlicht haben, schienen mit den Folgerungen von Livens im Einklang zu stehen; die beiden übrigen tun es sicherlich nicht, und überdies hat er unserer Meinung nach die Sachlage insofern nicht gebührend berücksichtigt, als er den Umstand vernachlässigt hat, daß die Kurven für das Lösungsmittel und für die Lösung bei drei nicht hydrierten Salzen praktisch identisch sind. Die frühere Arbeit hat deutlich dargetan, daß nur bei den hydrierten Salzen ausgesprochene Unterschiede zwischen der Durchlässigkeit des Lösungsmittels und jener der Lösung zu bemerken waren.

Wir haben die vier in Rede stehenden Kurven nochmals aufgenommen und dazu die Messungen wiederholt.

1) Diese Zeitschr. 14, 278, 1913.
2) Diese Zeitschr. 14, 660, 1913.
3) Diese Zeitschr. 14, 278, 1913.

Diese neuesten Ergebnisse scheinen uns zu berechtigen, an unserer ursprünglichen Erklärung festzuhalten. Wir sind nunmehr ziemlich sicher, daß sich keine unserer Kurven durch die oben erwähnten Livensschen Ableitungen erklären läßt. Weshalb diese neuerdings erhaltenen Kurven von den früher veröffentlichten etwas verschieden sind, soll weiter unten erklärt werden.

Nach Livens läßt sich das Absorptionsmaximum des Lösungsmittels durch

$$\mu_0 \varkappa_0 = \frac{\varrho'}{2 n_0 n'}$$

darstellen, während das der Lösung

$$\mu \varkappa = \frac{\mu_0 \varkappa_0}{(1 - aA)^2}$$

ist, wo

$$A = \sum \frac{e^2}{k - m n_0^2}$$

ist.

In allen untersuchten Fällen, mit Ausnahme der Bande bei 1 μ für Zinknitrat, ist das Absorptionsmaximum der Lösung übereinstimmend kleiner, und in vielen Fällen ausgesprochen kleiner, als das Absorptionsmaximum des Lösungsmittels. Bei diesem Sachverhalt müssen wir notwendig annehmen, daß A kleiner ist als 0, und das erfordert eine Verschiebung der Absorptionsbande nach Violett zu. Es liegt nicht das geringste Anzeichen dafür vor, daß irgendwelche Banden nach Violett zu verschoben werden; im Gegenteil, die geringe Verschiebung, die in der Mitte der Bande auftritt, ist in allen Fällen entschieden nach Rot hin gerichtet.

Man ersieht somit, daß unsere Versuchsergebnisse für die hydrierten Salze keineswegs durch die Folgerungen des Herrn Livens zu erklären sind; diese Folgerungen vermögen überdies die Tatsache nicht zu erklären, daß zwischen der Durchlässigkeit der Lösungen und jener des Lösungsmittels bei den nicht hydrierten Salzen kein merklicher Unterschied besteht.

Uns erscheint die Annahme vernunftgemäß, daß die Schwingungszahl der Elektronen beim Wasser in Verbindungen nicht dieselbe ist wie beim reinen Wasser. Weshalb der Faktor A bei hydrierten Salzen solch ausgesprochenen Einfluß hat, und bei nicht hydrierten Salzen von nahezu derselben Konzentration nicht, das scheint uns auf jeder anderen Grundlage als auf jener der Solvattheorie der Lösungen schwer zu erklären.

Wie man bemerken wird, ist in nahezu allen

Fällen der Unterschied zwischen dem Absorptionsmaximum des Lösungsmittels und jenem der Lösung klein, und nur unter Anwendung der allergrößten Sorgfalt kann man bei dieser ihrer Natur nach so schwierigen Untersuchung, die doch so viele einzelne und verschiedene Operationen erfordert, übereinstimmende Ergebnisse erhalten. Infolgedessen ist es nicht vernünftig, auf einem so unsicheren Grunde, wie ihn die Absorptionsmaxima des Lösungsmittels und der Lösung allein ausmachen, irgendwelche endgültige Schlüsse aufzubauen, zumal, wo die Arbeit soeben erst begonnen war und die zu jener Zeit untersuchten Fälle noch so wenig zahlreich waren. Daß das Absorptionsmaximum des Lösungsmittels in vier der zuerst veröffentlichten Kurven höher war, beruht wahrscheinlich auf einem oder dem anderen der folgenden Gründe: Es ist nicht leicht, die Messingtröge und die exponierten Teile des Woodschen Metalles, das die Endstücke in ihrer Lage hält, so mit Gold zu plattieren, daß die konzentrierten und in manchen Fällen stark hydrolysierten Lösungen nicht mit irgendeinem der metallischen Bestandteile reagieren und so zu Strömungen in der Lösung und zu einer geringen Opaleszenz Anlaß geben. Dieser Umstand brachte bei den ersten Arbeiten über diese Frage viele Störungen mit sich; wir können aber zuversichtlich behaupten, daß bei den Arbeiten, deren Ergebnisse wir hier veröffentlichen, jede der untersuchten Lösungen vollkommen klar blieb. Wenn sich irgendwelche Trübung bildete, wurden die Tröge sofort neu plattiert und die Arbeit wiederholt.

Die Wirkung einer Opaleszenz in der Lösung würde natürlich die Absorption erhöhen und die Lösung in der Mitte der Bande weniger durchlässig machen. Bei der Füllung des Troges mit der Lösung besteht große Gefahr die gläsernen Endplatten mit der gelösten Substanz zu beschmutzen. Es wurde ermittelt, daß ein fast unsichtbarer Überzug aus der gelösten Substanz auf den gläsernen Endplatten des Troges die Absorption um 5 v. H. erhöhen würde. Solche Überzüge werden durch die gewöhnlichen Reinigungsverfahren nicht genügend beseitigt. Wenn die Tröge mit Wasser gefüllt wären, würden wir natürlich keine derartige Wirkung erhalten, wie wir sie soeben bei Lösungen erwähnt haben. Bei dieser ganzen Untersuchung haben wir besonders sorgsam darauf geachtet, daß die gläsernen Endplatten der Tröge gründlich gereinigt wurden.

Wir fassen zusammen: Die Arbeit, über die wir hier berichtet haben, lehrt, daß wässerige Lösungen nicht hydrierter Salze sehr nahezu dieselbe Absorption haben wie reines Wasser von derselben Schichtdicke wie das Wasser in der Lösung, und daß stark hydrierte Salze im allgemeinen eine viel geringere Absorption haben als eine Schicht Wasser von der gleichen Dicke wie das Wasser in der Lösung. Wir haben zu den in der früheren Arbeit aufgeführten Beispielen eine Anzahl neuer hinzugefügt.

Der Versuch des Herrn Livens, diese Tatsachen auf anderer Grundlage zu erklären als auf jener der Solvattheorie der Lösungen, kann aus den oben dargelegten Gründen nicht als erfolgreich angesehen werden.

Eine Untersuchung über den Einfluß der Solvatbildung auf die Absorptionsspektren von Lösungen in anderen Lösungsmitteln als Wasser und in gemischten Lösungsmitteln ist augenblicklich im Gange.

Diese Untersuchung wurde mit Hilfe von Stipendien ausgeführt, die Herrn H. C. Jones seitens der Carnegie Institution of Washington gewährt worden sind.

Johns-Hopkins-Universität, im Januar 1914.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 9. März 1914.)

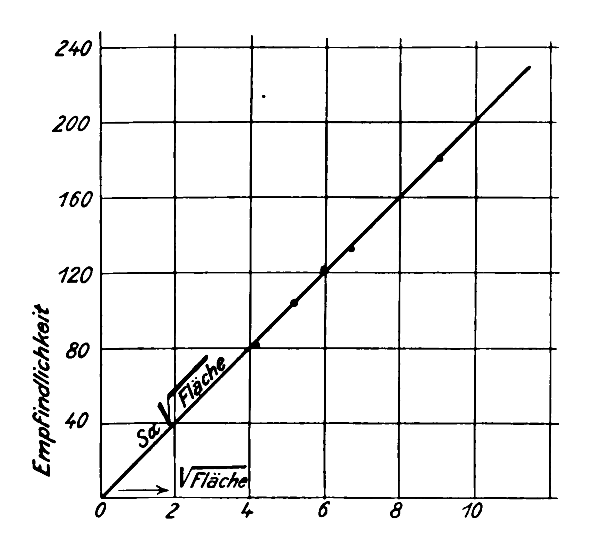
Die Empfindlichkeit von Thermosäulen. (The Sensitivity of Thermopiles.)

Von W. W. Coblentz.

Während der letzten zwei Jahre habe ich verschiedene Untersuchungen an Thermosäulen ausgeführt und kurze Berichte über die Ergebnisse veröffentlicht. Beim Durchlesen eines dieser Berichte[1]), der als vorläufige Mitteilung zu einer vollständigen Veröffentlichung gedacht ist, finde ich einen Satz, der eine Berichtigung erfordert. Die Empfindlichkeit von vier Empfängern mit exponierten Flächen von 1×1 mm ist nicht viermal so groß wie die eines einzigen Empfängers von 1×1 mm, und mithin nicht zweimal so groß wie die Empfindlichkeit eines einzigen Empfängers von 1×4 mm. Wenn die Empfindlichkeit des einzelnen langen Empfängers dem Gesetz der Quadratwurzel der Fläche folgte, würde der eine lange Empfänger gegenüber den vier kurzen, welche dieselbe Länge einnehmen, keinen Unterschied aufweisen. Der ganze Gewinn bei Verwendung der vier kleinen Empfänger ist vielleicht 50 v. H. Dieser Gewinn ist die Folge des Umstandes, daß bei einem einzelnen Empfänger die Empfindlichkeit nach meinen Versuchen einen günstigsten Wert be-

1) W. W. Coblentz, diese Zeitschr. **14**, 683, 1913; Zeitschr. f. Instrkde. **34**, 14, 1914.

sitzt, der etwas höher ist als nach dem Gesetz der Quadratwurzel, und den man beobachtet, wenn man den Vergleich an einem sehr kurzen oder einem sehr langen Empfänger anstellt. Bei einer vollständigen Thermosäule folgt die Empfindlichkeit genau dem Quadratwurzelgesetz, wie die Figur zeigt. Die untersuchte Thermo-



säule aus Wismut und Silber bestand aus 18 hintereinandergeschalteten Elementen mit einzelnen Empfängern von je $3 \times 1{,}5$ mm Fläche. Die Empfindlichkeitsversuche wurden an 4, 6, 8, 10 und 18 Lötstellen ausgeführt, und durch Korrektion wurde berücksichtigt, daß ihr Widerstand nicht gleich dem des Galvanometers ist.

Der Verlust an Empfindlichkeit in einem großen Thermosäulenempfänger ist so groß, daß es bei manchen Arbeiten vorteilhafter sein kann, einen kleinen Empfänger zu benutzen und die Strahlung durch eine Zylinderlinse oder durch einen Spiegel auf ihn zu konzentrieren. Beispielsweise ist die Empfindlichkeit eines Thermosäulenempfängers, den man benutzt, um die Intensität einer 1 mm breiten und 16 mm langen Spektrallinie zu messen, nur viermal so groß wie jene eines 1 mm langen Empfängers. Wenn man hinter den 1 mm langen Empfänger einen Hohlspiegel stellt und somit die vom Empfänger nicht aufgefangene Energie auf ihn konzentriert, kann man die Gesamtwirkung von praktisch 16 Empfängern erhalten, und der Galvanometerausschlag wird dann ungefähr viermal so groß sein wie der mit dem 16 mm langen Empfänger beobachtete.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 30. März 1914.)

Die ponderomotorische Wirkung des zirkularpolarisierten Strahles.

Von K. Schaposchnikow.

J. H. Poynting[1]) hat die Vermutung ausgesprochen, daß ein Drehmoment in der zirkularpolarisierten ebenen Welle ausgestrahlt werden muß, dessen Größe pro Flächeneinheit gerechnet, lautet:

$$M = \frac{u_0 \lambda_0}{2\pi}. \qquad (1)$$

Dabei bedeutet u_0 die mittlere Energiedichte pro Periode im Vakuum und λ_0 die Wellenlänge des betrachteten Strahls. Wenn die zirkularpolarisierte Welle senkrecht auf die schwarze Fläche fällt, muß nach J. H. Poynting das ponderomotorische Drehmoment von der Größe (1) entstehen, das sich den Körper der Drehung der elektromagnetischen Vektoren nach zu drehen bestrebt. Wie schon erwähnt, liegt der Grundgedanke von J. H. Poynting in der hypothetischen Annahme, daß sich in den zirkularpolarisierten Strahlen ein Drehmoment verbreitet. Falls aber lediglich die Größe des Drehmoments im absorbierenden Körper gesucht wird, kann man von dem wesentlich anderen Standpunkt ausgehen, und zwar auf folgendem Wege die gewünschte Größe auffinden:

Unter dem Einfluß der elektrischen Kraft der zirkularpolarisierten Welle beschreiben die Elektronen des Körpers Kreisbahnen mit der Winkelgeschwindigkeit $\frac{2\pi}{T}$, wobei T die Periode der Lichtwelle ist. Weil nach der Theorie von P. Drude stets eine Reibungskraft entsteht, die der Geschwindigkeit des Elektrons proportional und entgegengesetzt gerichtet ist, muß jedesmal eine aktive Kraft vorhanden sein, die der Reibungskraft entgegen wirkt und einen gewissen Druck auf den Körper in tangentieller Richtung zur Kreisbahn des Elektrons ausübt. Diese Wirkung jedes einzelnen Elektrons auf den Körper kann als ein elementares ponderomotorisches Drehmoment aufgefaßt werden. Daraus ist ersichtlich, daß bei der Verbreitung des zirkularpolarisierten Strahls im absorbierenden Körper stets das ponderomotorische Drehmoment entsteht, das sich den Körper im Sinne der elektromagnetischen Vektoren zu drehen bestrebt und das die resultierende Wirkung aller elementaren Drehmomente darstellt.

Andererseits bedingt die Arbeit der elementaren Drehmomente die Lichtabsorption; die Größe dieser Arbeit muß gleich $M \cdot \frac{2\pi}{T}$ sein,

1) J. H. Poynting, Proc. Roy. Soc. (A) **82**, 565, 1909.

worin M das resultierende Drehmoment und $\frac{2\pi}{T}$ die Winkelgeschwindigkeit jedes Elektrons ist. Bezeichnet man also die elektromagnetische Energiedichte im Körper an der Grenze mit dem Vakuum durch u, die Lichtgeschwindigkeit im Körper durch V, so gilt die Gleichung:

$$uV = M \cdot \frac{2\pi}{T},$$

weil die ganze in den Körper pro Zeit und Flächeneinheit eindringende elektromagnetische Energie uV gleich der an den Elektronen geleisteten mechanischen Arbeit $M \cdot \frac{2\pi}{T}$ sein muß. Hieraus folgt für die Größe des pro Flächeneinheit berechneten Drehmoments:

$$M = \frac{uTV}{2\pi}.$$

Am Ende dieser kleinen Mitteilung möchte ich den besten Dank Herrn Dr. H. Busch aussprechen, der mich meine Gedanken in viel einfacherer Form darzustellen veranlaßte.

Moskau, März 1914.

(Eingegangen 30. März 1914.)

Ein allgemeiner Satz über die ponderomotorische Wirkung des Drehfeldes, insbesondere der zirkularpolarisierten Welle.

Von Hans Busch.

Die elegante Ableitung, welche Herr Schaposchnikow in der vorstehenden Mitteilung für die Größe des von einer zirkularpolarisierten Welle auf einen absorbierenden Körper ausgeübten Drehmomentes gegeben hat, hat mich veranlaßt, zu überlegen, ob sich eine solche Ableitung nicht auch ohne jede Annahme über die Konstitution des absorbierenden Körpers, insbesondere ohne Benutzung der Elektronentheorie durchführen läßt. Das ist nun in der Tat in sehr einfacher Weise möglich, wie im folgenden gezeigt werden soll.

1. Ein Körper drehe sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω in einem konstanten ruhenden Felde irgendwelcher Art, welches nur die Bedingung erfüllen soll, daß zu seiner Aufrechterhaltung keine Energiezufuhr erforderlich sei (Magnetfeld, elektrisches Feld, Gravitationsfeld). Infolge der Drehung werde durch die Einwirkung des Feldes der Energieinhalt des Körpers in der Zeiteinheit um den Betrag U vergrößert (im Falle des Magnetfeldes z. B. durch Entwicklung von Joulewärme im Betrage U pro sec. infolge der Induktionsströme). Da alle andere Energiezufuhr ausgeschlossen sein soll, muß diese Energiemenge U ihr Äquivalent darin finden, daß zur Aufrechterhaltung der Rotation dem Körper eine gleich große mechanische Arbeit zugeführt werden muß; d. h. es muß an ihm ein Drehmoment M angreifen, dessen Größe bestimmt ist durch

$$M \cdot \omega = U. \quad (1)$$

2. An diesen Beziehungen ändert sich nichts, wenn das ganze System Feld + Körper mit der Winkelgeschwindigkeit $-\omega$ gedreht wird, d. h. wenn der Körper still steht und das Feld rotiert; wir erhalten so den Satz:

Das Drehmoment, das von einem reinen Drehfelde (d. i. einem zirkularen, nicht elliptischen Felde) auf einen materiellen Körper ausgeübt wird, ist gleich der von diesem Körper aufgenommenen Energie, dividiert durch die Winkelgeschwindigkeit des Feldes.

3. Anwendungen. a) Drehstrommotor: Die auf den Rotor übertragene Energie U setzt sich zusammen aus der mechanischen Leistung $M\omega'$ und der Joulewärme I^2R (ω' = Winkelgeschwindigkeit des Rotors, I = Rotorstrom, R = Rotorwiderstand); also

$$M\omega = U = M\omega' + I^2R.$$

Es ist das die bekannte Formel, aus welcher folgt, daß die Verluste durch Joulewärme I^2R proportional der Schlüpfung $\frac{1}{2\pi}(\omega - \omega')$ sind und daß der Wirkungsgrad des Rotors gleich $\frac{\omega'}{\omega}$ ist. Für den Drehstrommotor ist übrigens der oben entwickelte Gedankengang allgemein bekannt.

b) Ebbe und Flut: Der Anteil des Gravitationsfeldes der Erde, welcher von Sonne und Mond herrührt, ist, von der Erde aus gesehen, ein Drehfeld. Gl. (1) gibt also das von den Gezeiten auf die Erde ausgeübte Bremsmoment, wenn U die von ihnen infolge der Reibung erzeugte Wärme ist. Das Resultat ist trivial, weil hier in Wirklichkeit der Fall des § 1 vorliegt.

c) Ponderomotorische Wirkung einer zirkularpolarisierten elektromagnetischen Welle: da das Feld einer solchen Welle ein reines Drehfeld ist, gilt hier ebenfalls Formel (1), also:

Eine zirkularpolarisierte elektromagnetische Welle oder Lichtwelle übt auf einen absorbierenden Körper ein Drehmoment aus, welches gleich ist der gesamten von dem Körper absorbierten Energie, dividiert durch die Kreisfrequenz der Welle.

Oder, nach Einführung der Wellenlänge λ:

$$M = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{U}{c}. \quad (2)$$



Nehmen wir an, der Körper absorbiere die ganze auffallende Energie, so läßt sich die Formel (2) folgendermaßen ausdrücken: Das von einer ebenen elektromagnetischen Welle auf die Querschnittseinheit eines vollkommen absorbierenden Körpers ausgeübte Drehmoment ist gleich dem 2πten Teil der Wellenlänge, multipliziert mit der Energiedichte (im Vakuum gemessen) des auftreffenden Strahles.

4. Aus der Ableitung folgt, daß es für die Gültigkeit der gefundenen Sätze nicht erforderlich ist, daß die Energie in Wärme umgesetzt wird; sie kann auch in irgendeiner anderen Form aufgespeichert werden, kann auch direkt von dem Körper wieder abgegeben werden, sofern nur diese Abgabe kein neues Drehmoment verursacht. In dem Spezialfall der zirkularpolarisierten Welle folgt daraus, daß das durch Formel (2) bestimmte Drehmoment in gleicher Stärke auftreten muß, wenn die auffallende Welle nicht absorbiert, sondern ihre Energie in die eines linearpolarisierten Strahles umgewandelt wird, mit dessen Aussendung aus Symmetriegründen ja kein Drehmoment verbunden sein kann ($\lambda/4$-Platte).

5. Der Gedankengang des § 1 und 2 bleibt auch dann noch richtig, wenn das Vorzeichen der Energieabsorption umgekehrt wird; er lautet dann etwa folgendermaßen:

a) Wenn ein Körper dadurch, daß er in einem konstanten Felde rotiert, in der Zeiteinheit die Energie U verliert, so kann er diese Energie nur auf mechanischem Wege abgeben, also muß an ihm ein Drehmoment angreifen von gleicher Größe, wie das durch Formel (1) bestimmte, nur mit umgekehrtem Vorzeichen.

b) Also gilt auch umgekehrt:

Wenn ein ruhender Körper unter dem Einflusse eines reinen Drehfeldes Energie verliert, so wird auf ihn ein Drehmoment von gleicher Größe, aber entgegengesetztem Vorzeichen ausgeübt, wie wenn er pro Zeiteinheit die gleiche Energie aus dem Drehfelde aufgenommen hätte.

Wenden wir das auf den in § 3c behandelten Fall an, so folgt:

Ein Körper, welcher eine zirkularpolarisierte Welle emittiert, oder natürliches oder linearpolarisiertes Licht in zirkularpolarisiertes verwandelt, erfährt ein Drehmoment, welches ebenso groß, aber entgegengesetzt gerichtet ist, wie das bei Absorption einer gleich intensiven Welle von relativ zum Körper gleicher Drehrichtung auftretende.

Mit Hilfe des letzten Satzes können wir den (bei senkrechter Inzidenz) reflektierenden Körper behandeln, indem wir uns die einfallende Welle vollkommen absorbiert und die reflektierte Welle neu emittiert denken. Da der Drehsinn der reflektierten zirkularpolarisierten Welle relativ zum Körper der gleiche[1]) ist, wie der der einfallenden, so folgt, daß die reflektierte Welle auf den Körper das entgegengesetzte Drehmoment ausübt wie die einfallende. Bei vollkommener Spiegelung ist also das ausgeübte Drehmoment null; bei teilweiser Reflexion kommt für das Drehmoment nur die wirklich absorbierte Energie in Frage, der reflektierte Bruchteil ist einflußlos.

In ähnlicher Weise läßt sich der Fall behandeln, daß der Körper den Drehsinn der einfallenden zirkularen Welle umkehrt ($\lambda/2$-Platte): Wir ersetzen den Körper durch einen solchen, der die einfallende Welle absorbiert und eine Welle von entgegengesetztem Drehsinn emittiert; einfallende und austretende Welle üben dann ein gleiches, gleichgerichtetes Drehmoment auf den Körper aus, das gesamte Moment wird also doppelt so groß als das durch Formel (2) gegebene:

$$M = 2u\frac{\lambda}{2\pi} \qquad (3)$$

(u ist die im Vakuum gemessene Energiedichte der auftreffenden Welle).

7. Die hier benutzte Betrachtungsweise gestattet also, die von der zirkularpolarisierten Welle auf absorbierende Körper und Kristallplatten ausgeübten Drehmomente in einfachster Weise zu berechnen; die erhaltenen Werte sind identisch mit den von Poynting[2]) auf Grund seines mechanischen Modells vermuteten, von Sadowsky[3]) und Pokrowsky[4]) durch direkte Ausrechnung gewonnenen Größen. Unsere Ableitung geht von so sicheren Voraussetzungen aus, daß damit die Existenz dieser Drehmomente als sichergestellt angesehen werden muß; die Drehmomente experimentell nachzuweisen, dürfte wegen ihrer Kleinheit ausgeschlossen sein, wie aus einer von Poynting a. a. O. gegebenen Abschätzung hervorgeht.

Besonders deutlich wird bei der hier gegebenen Ableitung, daß das Drehmoment bei Emission das entgegengesetzte Vorzeichen hat wie bei Absorption; man wird so von selbst auf die schon von Poynting ausgesprochene Vorstellung geführt, daß diese Drehmomente hervorgebracht werden durch einen Drehimpuls (Moment der Bewegungsgröße), der in einer zirkularpolari-

1) Man sieht das sofort an dem Spezialfall des vollkommen reflektierenden Körpers: die Grenzbedingung, daß an der Grenze die Felder verschwinden sollen, läßt sich nur dadurch erfüllen, daß die reflektierte Welle sich relativ zum Körper im gleichen Sinne, mit 180° Phasenverschiebung an der Grenze, dreht.

2) J. H. Poynting, Proc. Roy. Soc. (A) **82**, 565, 1909.

3) A. J. Sadowsky, Ponderomotorische Wirkungen der elektromagnetischen Welle und der Lichtwelle. Dorpat 1898.

4) S. Pokrowsky, diese Zeitschr. **12**, 1118, 1911.

sierten Welle übertragen wird; in der Tat lassen sich alle oben angegebenen Drehmomente aus dem Flächensatz der Mechanik richtig berechnen, wenn man für den pro sec. und qcm übertragenen Drehimpuls den Betrag

$$D = u \frac{\lambda}{2\pi}$$

annimmt.

Göttingen, April 1914.

(Eingegangen 3. April 1914.)

Über die von der zirkularpolarisierten Welle ausgeübten Drehmomente und die Emissionstheorie des Lichtes.

Von Hans Busch.

Die von der zirkularpolarisierten Welle ausgeübten Drehmomente, deren Existenz jetzt wohl als sichergestellt angesehen werden muß[1]), lassen sich nach Poynting so auffassen, als ob sie von einem Drehimpuls herrührten, der von der Welle übertragen wird, und dessen Betrag pro sec und qcm gleich ist

$$D = u \frac{\lambda}{2\pi}, \qquad (1)$$

wenn u die Energiedichte und λ die Wellenlänge ist. Denkt man sich diesen Drehimpuls mit Lichtgeschwindigkeit durch den Raum bewegt, so ergibt sich innerhalb der Welle eine Dichte des Drehimpulses von der Größe

$$\mathfrak{T} = u \frac{\lambda}{2\pi c} = \frac{u}{\omega}. \qquad (2)$$

(ω ist die Kreisfrequenz des Lichtstrahles.)

Es liegt nun sehr nahe, sich diese Verhältnisse in der Weise zu veranschaulichen, daß man sich vorstellt, ein zirkularpolarisierter Lichtstrahl bestehe aus kleinen, mit Lichtgeschwindigkeit fortbewegten materiellen Teilchen von einem gewissen Trägheitsmoment, welche die Drehung der Feldvektoren mitmachen, sich also mit der Winkelgeschwindigkeit ω um die Fortpflanzungsrichtung als Achse drehen[2]).

Es soll hier nicht die sehr zweifelhafte Möglichkeit der Durchführung einer allgemeinen Lichttheorie[3]) auf Grund dieser Vorstellung erörtert werden, sondern nur auf einen Punkt hingewiesen werden, in dem ein solches Modell der Newtonschen Emissionstheorie überlegen ist.

Wir wollen nach den Gesetzen der Mechanik die kinetische Energie der rotierenden Lichtteilchen berechnen. Ist c die Lichtgeschwindigkeit und $\mathfrak{G} = \frac{u}{c}$ die Dichte der elektromagnetischen Bewegungsgröße, so erhalten wir pro Volumeinheit des Strahles
für die translatorische Energie:

$$u_t = \frac{1}{2}\mathfrak{G}c = \frac{u}{2}, \qquad (3a)$$

für die rotatorische Energie:

$$u_r = \frac{1}{2}\mathfrak{T}\omega = \frac{u}{2}. \qquad (3b)$$

Translatorische und rotatorische Energie der Lichtteilchen sind also gleich; ihre Summe, die gesamte kinetische Energie, ergibt den richtigen, der elektromagnetischen Theorie entsprechenden Wert der Energiedichte, wie es bei einer Emissionstheorie sein muß.

Damit verschwindet ganz von selbst eine Schwierigkeit, die sonst der Emissionstheorie anhaftete: die Newtonsche Theorie, welche den Lichtteilchen nur translatorische Energie zuschrieb, ergab, entsprechend der Formel (3a), bei gleicher elektromagnetischer Bewegungsgröße, also gleichem Strahlungsdruck, die halbe Energiedichte, bzw. bei gleicher Energiedichte den doppelten Strahlungsdruck wie die elektromagnetische Theorie[1]), und stand damit im Widerspruch mit der Erfahrung.

Wir können also sagen: **Wenn man die Newtonsche Emissionstheorie durch Annahme einer Rotation der Lichtteilchen in der Weise modifiziert, daß sie die aus der elektromagnetischen Theorie folgenden Drehmomente richtig liefert, so wird dadurch von selbst bewirkt, daß die Theorie auch den Wert des Strahlungsdruckes richtig ergibt.**

Nebenbei sei noch auf eine anschauliche Interpretation hingewiesen, welche eine Emissionstheorie für die von einigen neueren Relativtheorien geforderte Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit vom Gravitationspotential gibt: schreibt man den Lichtteilchen auch gravitierende Masse von gleichem Betrage wie ihre

1) Vgl. die vorstehende Mitteilung.

2) Stellt man sich die Lichtteilchen als homogene Körper von beispielsweise zylindrischer Gestalt vor, so gestattet Gl. (2) mittels einer elementaren Rechnung die Größe der Teilchen zu bestimmen; man erhält für den Zylinderradius $r = \frac{\lambda}{\pi\sqrt{2}}$.

3) Eine solche Theorie würde sich vielleicht in der Weise bis zu einem gewissen Grade durchführen lassen, daß man den Lichtteilchen eine gewisse polare Struktur mit einer zur Drehungsachse senkrechten Achse zuschreibt, sie sich z. B. als magnetische Dipole vorstellt. Im linearpolarisierten und natürlichen Lichte müßte man dann gleich viel rechts- und linksrotierende Teilchen annehmen.

1) M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, Leipzig 1906, S. 56—58.

träge Masse zu, und wendet wieder die Gesetze der gewöhnlichen Mechanik an, so gibt das Prinzip der lebendigen Kraft für ein im Gravitationsfeld bewegtes Lichtteilchen:

$$\frac{1}{2} m c^2 - \frac{1}{2} m c_0^2 = m(\Phi - \Phi_0),$$

$$\frac{c^2}{2} - \frac{c_0^2}{2} = \Phi - \Phi_0.$$

Es ergibt sich so für die Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit vom Gravitationspotential Φ die Abrahamsche Formel[1]), welche nach Abraham in erster Annäherung mit derjenigen von Einstein identisch ist.

1) M. Abraham, diese Zeitschr. 13, 1, 1912.

(Eingegangen 8. April 1914.)

Über eine neue Vektoroperation.

Von Walter Berger.

Bei Ableitung der Eigenschaften anisotroper Körper aus den für sie geltenden Vektorgleichungen scheint es oft geboten, die vektoranalytische Behandlung des Problems weit vor den Endformeln zu verlassen und zur Darstellung in den Komponenten überzugehen. So zwingt beispielsweise die bekannte Verknüpfung der dielektrischen Verschiebung mit der elektrischen Feldstärke, wenn man etwas über das elektromagnetische Feld im Innern eines Kristalls zu erfahren wünscht, bereits bei den Hauptgleichungen der Maxwellschen elektromagnetischen Theorie zur Auflösung der Vektorgleichungen in die der Komponenten.

Es läßt sich nun zeigen, daß dieser Übergang durch Einführung einer neuen Vektoroperation hinausgeschoben oder ganz vermieden werden kann. Wenngleich sie — dies sei vorausgeschickt — eine weitergehende Bedeutung insofern nicht besitzt, als der durch sie definierte Vektor von der Wahl des Koordinatensystems abhängig ist und sich mit diesem ändert, so wird doch die unten folgende, mit ihrer Hilfe gewonnene Behandlung des erwähnten Beispiels einen gewissen Vorzug vor der üblichen Darstellung erkennen lassen.

Bei Durchsicht der einschlägigen Literatur fand ich, daß die erwähnte Schwierigkeit, die die Anwendung der Vektoranalysis verhindert, durch Einführung linearer Vektorfunktionen in der von Gibbs[1]) ausgearbeiteten Dyadenrechnung, wiedergegeben auch in v. Ignatowsky Vektoranalysis[1]), sowie durch W. Voigts „Tensortripel“[2]) beseitigt worden ist. Wenn ich doch über den von mir — anläßlich einer Arbeit bei Herrn Prof. Wiener, Leipzig — gefundenen Weg berichte, so geschieht das aus dem Grunde, weil er mir dann etwas einfacher erscheint, wenn es sich darum handelt, physikalische Probleme der genannten Art ohne großen Aufwand an Theorie vektoranalytisch zu behandeln.

Man gewinnt die Möglichkeit dazu, wenn man eine Operation einführt, die gestattet, aus zwei Vektoren $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ einen Vektor zu bilden, dessen Komponenten die Produkte der Komponenten der Vektoren $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ sind. Möge etwa das Symbol $\widehat{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$ diese Operation bezeichnen: $\mathfrak{C} = \widehat{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$ hat also die Komponenten:

$$\mathfrak{C}_x = \mathfrak{A}_x\mathfrak{B}_x, \quad \mathfrak{C}_y = \mathfrak{A}_y\mathfrak{B}_y, \quad \mathfrak{C}_z = \mathfrak{A}_z\mathfrak{B}_z.$$

Herr Prof. Des Coudres schlägt vor, ein solches Produkt zweier Vektoren „Koordinatenprodukt“ zu nennen.

Nach der gegebenen Definition ist der Vektor $\mathfrak{C}$ unabhängig von der Reihenfolge, in welcher die Vektoren $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ unter dem Symbol aufeinanderfolgen:

$$\widehat{\mathfrak{A}\mathfrak{B}} = \widehat{\mathfrak{B}\mathfrak{A}}.$$

Damit folgt zugleich, daß bei Mehrfachanwendung des Symbols, wie etwa bei $\widehat{\mathfrak{A},\mathfrak{B}\mathfrak{C}}$, sämtliche Vertauschungen der Einzelvektoren gestattet sind. Beliebige Vertauschbarkeit zeichnet des weiteren das innere Produkt eines Vektors $\mathfrak{C}$ mit dem Vektor $\widehat{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$ aus:

$$\mathfrak{C}\cdot\widehat{\mathfrak{A}\mathfrak{B}} = \mathfrak{A}\cdot\widehat{\mathfrak{C}\mathfrak{B}} = \mathfrak{B}\cdot\widehat{\mathfrak{A}\mathfrak{C}}.$$

Das zeigt, daß sich die Divergenz von $\widehat{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$ schreiben läßt:

$$\operatorname{div}\widehat{\mathfrak{A}\mathfrak{B}} = \nabla, \widehat{\mathfrak{A}\mathfrak{B}} = \mathfrak{A}, \widehat{\nabla\mathfrak{B}} + \mathfrak{B}, \widehat{\nabla\mathfrak{A}},$$

falls man, wie dies üblich, unter dem Zeichen ∇ symbolisch einen Vektor mit den Komponenten $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$ versteht. Der Vektor $\widehat{\nabla\mathfrak{A}}$ hat dann die Komponenten $\frac{\partial \mathfrak{A}_x}{\partial x}, \frac{\partial \mathfrak{A}_y}{\partial y}, \frac{\partial \mathfrak{A}_z}{\partial z}$. Von weiteren Formen, die sich durch Verwendung des Vektorsymbols $\widehat{\nabla}$ ergeben, werde abgesehen und nur erwähnt die leicht zu verifizierende Rechnungsregel:

$$\widehat{\nabla, \varphi\mathfrak{A}} = \widehat{\mathfrak{A}, \nabla\varphi} + \varphi\widehat{\nabla, \mathfrak{A}}.$$

Die Anwendungsfähigkeit der genannten Vektoroperation zu zeigen, möge etwa das

1) W. Gibbs, Vector Analysis, New Haven, Yale University Press 1913.

1) W. v. Ignatowsky, Die Vektoranalysis, Leipzig, B. G. Tenbner. 1909.
2) W. Voigt, Gött. Nachr. 1900.

Fresnelsche Gesetz der Lichtausbreitung in nichtabsorbierenden, inaktiven Kristallen aus den Hauptgleichungen der Maxwellschen elektromagnetischen Theorie abgeleitet werden. Bezeichnen die Vektoren $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{H}$ die dielektrische Verschiebung — mitunter auch Polarisation genannt — bzw. die elektrische und magnetische Feldstärke, und bedeutet C die Geschwindigkeit des Lichtes im Äther, so lauten für das Innere des Kristalls diese Gleichungen:

$$\frac{1}{C}\frac{\partial\mathfrak{D}}{\partial t} = \text{curl}\,\mathfrak{H}$$
$$\frac{1}{C}\frac{\partial\mathfrak{H}}{\partial t} = -\,\text{curl}\,\mathfrak{E},$$

wenn, wie dies bei optischen Vorgängen immer erlaubt ist, die magnetische Permeabilität der Einheit gleich gesetzt wird. Seien ferner $\mathfrak{n}_1$, $\mathfrak{n}_2$, $\mathfrak{n}_3$ die Hauptbrechungsindizes des Kristalls für Licht von der Frequenz ν. Dann geben die Gleichungen, falls die Komponenten nach den optischen Hauptsymmetrieachsen genommen werden,

$$\mathfrak{D}_x = \mathfrak{n}_1^2\mathfrak{E}_x$$
$$\mathfrak{D}_y = \mathfrak{n}_2^2\mathfrak{E}_y$$
$$\mathfrak{D}_z = \mathfrak{n}_3^2\mathfrak{E}_z$$

die Beziehung, welche die elektrische Feldstärke mit der dielektrischen Verschiebung verknüpft. Versteht man jetzt unter $\mathfrak{e}$ denjenigen Vektor, der als Komponenten nach den Hauptsymmetrieachsen die Quadrate der Hauptlichtgeschwindigkeiten:

$$a^2 = \frac{C^2}{\mathfrak{n}_1^2},\quad b^2 = \frac{C^2}{\mathfrak{n}_2^2},\quad c^2 = \frac{C^2}{\mathfrak{n}_3^2}$$

hat, so schreibt sich diese Relation in der Form

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{C^2}\overset{\frown}{\mathfrak{e}\mathfrak{D}},$$

und damit die Maxwellschen Gleichungen:

$$\frac{1}{C}\frac{\partial\mathfrak{D}}{\partial t} = \text{curl}\,\mathfrak{H}$$
$$\frac{\partial\mathfrak{H}}{\partial t} = -\frac{1}{C}\,\text{curl}\,\overset{\frown}{\mathfrak{e}\mathfrak{D}}.$$

Sie ergeben in bekannter Weise durch Differentiation der ersten Gleichung nach der Zeit, Anwendung der Operation curl auf die zweite und Addition der so entstehenden Relationen die Differentialgleichung für den Vektor der dielektrischen Verschiebung $\mathfrak{D}$:

$$\frac{\partial^2\mathfrak{D}}{\partial t^2} = -\,\text{curl}\,\text{curl}\,\overset{\frown}{\mathfrak{e}\mathfrak{D}},$$

oder auch

$$\frac{\partial^2\mathfrak{D}}{\partial t^2} = \triangle\,\overset{\frown}{\mathfrak{e}\mathfrak{D}} - \nabla\,\text{div}\,\overset{\frown}{\mathfrak{e}\mathfrak{D}}.$$

Um die Differentialgleichung für $\mathfrak{H}$ zu erhalten, hat man nur nötig, die erste Hauptgleichung mit dem Vektor $\mathfrak{e}$ nach dem Symbol $\frown$ zu multiplizieren und darauf auf die Gleichungen die Operationen des curl und der Differentiation nach t auszuüben. Die Addition der erhaltenen Relationen ergibt:

$$\frac{\partial^2\mathfrak{H}}{\partial t^2} = -\,\text{curl}\,\overset{\frown}{\mathfrak{e},\text{curl}\,\mathfrak{H}}.$$

Endlich sei der Vollständigkeit wegen noch erwähnt, daß durch Multiplikation der Differentialgleichung in $\mathfrak{D}$ mit $\mathfrak{e}$ nach $\frown$ die Gleichung für $\mathfrak{E}$ hervorgeht:

$$\frac{\partial^2\mathfrak{E}}{\partial t^2} = -\,\overset{\frown}{\mathfrak{e},\text{curl}}\,\text{curl}\,\mathfrak{E} = \overset{\frown}{\mathfrak{e},(\triangle\mathfrak{E} - \nabla\,\text{div}\,\mathfrak{E})}.$$

Sei nun durch

$$\mathfrak{D} = \overline{\mathfrak{D}}\,\varphi(u),$$

wo die Einheit $\overline{\mathfrak{D}}$ des Vektors $\mathfrak{D}$ nach Ort und Zeit konstant und φ irgendeine Funktion, etwa die Funktion $\sin u$, des Arguments

$$u = \nu\left(t - \frac{(\mathfrak{n}\,\mathfrak{r})}{v}\right)$$

ist, homogen polarisiertes Licht der Frequenz ν gegeben, und v so gewählt gedacht, daß $\mathfrak{D} = \overline{\mathfrak{D}}\varphi(u)$ der Differentialgleichung

$$\frac{\partial^2\mathfrak{D}}{\partial t^2} = \triangle\,\overset{\frown}{\mathfrak{e}\mathfrak{D}} - \nabla\,\text{div}\,\overset{\frown}{\mathfrak{e}\mathfrak{D}}$$

genügt. Dabei bedeute $\mathfrak{n}$ den Einheitsvektor der Wellennormalen, $\mathfrak{r}$ den vom Koordinatenanfang nach dem Aufpunkt gezogenen Vektor und v die Normalengeschwindigkeit des Lichtes in der Richtung $\mathfrak{n}$.

Nun ist

$$\frac{\partial^2\mathfrak{D}}{\partial t^2} = \nu^2\varphi''\,\overline{\mathfrak{D}},$$

und $\triangle\,\overset{\frown}{\mathfrak{e}\mathfrak{D}}$ läßt sich schreiben

$$\triangle\,\overset{\frown}{\mathfrak{e}\mathfrak{D}} = \overset{\frown}{\mathfrak{e},\triangle\mathfrak{D}},$$

welcher Ausdruck wegen

$$\triangle\mathfrak{D} = \triangle\overline{\mathfrak{D}}\cdot\varphi(u) = \overline{\mathfrak{D}}\triangle\varphi$$

und

$$\triangle\varphi = \text{div}\nabla\varphi = -\frac{\nu}{v}\,\text{div}\,\mathfrak{n}\varphi' = \frac{\nu^2}{v^2}\varphi''$$

übergeht in

$$\triangle\,\overset{\frown}{\mathfrak{e}\mathfrak{D}} = \frac{\nu^2}{v^2}\varphi''\,\overset{\frown}{\mathfrak{e}\overline{\mathfrak{D}}}.$$

Für das letzte Glied endlich

$$\nabla\,\text{div}\,\overset{\frown}{\mathfrak{e}\mathfrak{D}} = \nabla\,(\overset{\frown}{\mathfrak{e},\nabla\mathfrak{D}})$$

erhält man bei Anwendung der erwähnten Rechenregel auf $(\overset{\frown}{\mathfrak{e},\nabla\mathfrak{D}})$

$$\mathfrak{e}\overset{\frown}{\nabla\mathfrak{D}} = \mathfrak{e}\nabla\overline{\mathfrak{D}}\varphi = \overset{\frown}{\mathfrak{e}\overline{\mathfrak{D}},\nabla\varphi} = -\frac{\nu}{v}\varphi'\,(\overset{\frown}{\mathfrak{e}\,\overline{\mathfrak{D}}\mathfrak{n}})$$

die Formen:

$$\nabla (\widehat{\mathfrak{e}\nabla\overline{\mathfrak{D}}}) = -\frac{\nu}{v}(\overline{\mathfrak{D}}\,\widehat{\mathfrak{e}\mathfrak{n}})\nabla\varphi' = \frac{\nu^2}{v^2}\varphi''\,\mathfrak{n}(\overline{\mathfrak{D}}\,\widehat{\mathfrak{e}\mathfrak{n}})$$

oder endlich

$$\nabla \operatorname{div} \widehat{\mathfrak{e}\mathfrak{D}} = \frac{\nu^2}{v^2}\varphi''\,\mathfrak{n}(\overline{\mathfrak{D}}\,\widehat{\mathfrak{e}\mathfrak{n}}).$$

Mit diesen Werten geht die Differentialgleichung der dielektrischen Verschiebung in die Gleichung

$$v^2\overline{\mathfrak{D}} - \widehat{\mathfrak{e}\mathfrak{D}} = -\mathfrak{n}(\overline{\mathfrak{D}}\,\widehat{\mathfrak{e}\mathfrak{n}})$$

über, die geeignet ist, die Eigenschaften der Fresnelschen Schwingungsrichtung $\overline{\mathfrak{D}}$ zu geben. Um zu zeigen, daß die Schwingungen transversal erfolgen, hat man sie mit dem Vektor $\mathfrak{n}$ skalar zu multiplizieren; man erhält:

$$(\mathfrak{n}\overline{\mathfrak{D}}) = 0.$$

Dieselbe Operation statt mit dem Vektor $\mathfrak{n}$ mit dem Vektor $\overline{\mathfrak{D}}$ ausgeführt ergibt die Relation

$$v^2 = \overline{\mathfrak{D}}, \widehat{\mathfrak{e}\mathfrak{D}},$$

welche die bekannte Eigenschaft darstellt, daß die Normalengeschwindigkeit des Lichtes im Kristall eine eindeutige Funktion der Fresnelschen Schwingungsrichtung ist.

Da ferner das Produkt $(\overline{\mathfrak{D}}\,\widehat{\mathfrak{e}\mathfrak{n}})$ gegen jede Vertauschung der Koordinatenachsen invariant ist, so zeigt die Gleichung, daß sich die Richtungskosinus des Vektors $\mathfrak{D}$ wie:

$$\overline{\mathfrak{D}}_x : \overline{\mathfrak{D}}_y : \overline{\mathfrak{D}}_z = \frac{\mathfrak{m}}{v^2 - a^2} : \frac{\mathfrak{n}}{v^2 - b^2} : \frac{p}{v^2 - c^2}$$

verhalten, falls $\mathfrak{m}$, $\mathfrak{n}$, p die Komponenten von $\mathfrak{n}$, d. i. die Richtungskosinus der Wellennormalen, bedeuten. Endlich ergibt die Transversalitätsbeziehung $(\mathfrak{n}\overline{\mathfrak{D}}) = 0$ mit diesen Werten die Fresnelsche Gleichung:

$$\frac{\mathfrak{m}^2}{v^2 - a^2} + \frac{\mathfrak{n}^2}{v^2 - b^2} + \frac{p^2}{v^2 - c^2} = 0.$$

(Eingegangen 2. April 1914.)

Ein Beispiel der Anwendung der Kirchhoffschen Stabgleichungen.

Von Max Karl Grober.

In dieser kurzen Mitteilung denke ich eine Anwendung der Kirchhoffschen Gleichungen auf das Problem des Auskippens zu geben. Während das zuerst mit Hilfe der Kirchhoffschen Gleichungen behandelte Problem, das Auskippen des Balkens, als Stabilitätsgleichung eine transzendente Gleichung liefert[1]), gelangt man bei dieser Aufgabe zu einer sehr einfachen Bedingungsgleichung. Es handelt sich um eine Schiene, die beiderseits von im Raume festliegenden Kräftepaaren angegriffen wird. Gefragt wird: Wann kippt diese Schiene aus ihrer Ebene, in der auch das Kräftepaar als wirkend angenommen wird?

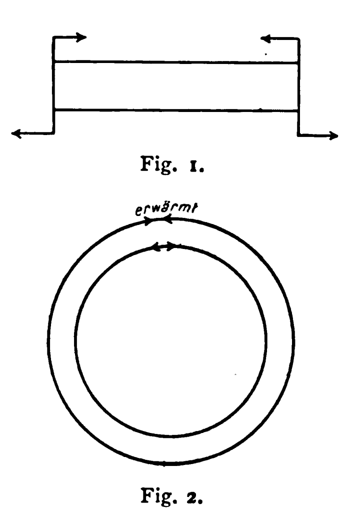


Fig. 1.

Fig. 2.

Auf den ersten Blick bietet die Realisierbarkeit dieses Falles einige Schwierigkeit. Während ich zunächst die Schiene an einem Ende fest einspannen wollte, so daß sie senkrecht stand und dann das Kräftepaar durch Gewichte über Rollen erzeugen wollte, ergab sich aus Besprechungen mit Herrn Professor Reißner, dem ich die Anregung zu dieser Arbeit verdanke, daß es möglich ist, die experimentelle Bestätigung zu erbringen an einer zu einem Kreis gebogenen Schiene, die am äußeren Rand erwärmt wird. Diese Anordnung will ich demnächst im Laboratorium durcharbeiten.

Unter den bekannten Bezeichnungen (vgl. die zitierte Arbeit von Reißner) lauten nun die Kirchhoffschen Stabgleichungen[1]):

$$\frac{\partial N_1}{\partial s} - N_2\tau + T\lambda = 0,$$

$$\frac{\partial N_2}{\partial s} - T\varkappa + N_1\tau = 0,$$

$$\frac{\partial T}{\partial s} - N_1\lambda + N_2\varkappa = 0,$$

$$A\frac{\partial \varkappa}{\partial s} - (B - C)\lambda\tau = N_2,$$

$$B\frac{\partial \lambda}{\partial s} - (C - A)\tau\varkappa = -N_1,$$

$$C\frac{\partial \tau}{\partial s} - (A - B)\varkappa\lambda = 0.$$

Da bei der gestellten Aufgabe nur Kräftepaare

1) Reißner, Sitz.-Ber. d. Berl. Math. Ges. 3, 53—56, 1904. Diese Aufgabe ist durch geometrische Überlegungen von Prandtl und Michell behandelt.

und keine Einzelkräfte auftreten, so gelten nur die zweiten drei Gleichungen. Wir wollen nun wissen, wann fängt die Schiene an, aus ihrer Ebene herauszutreten, d. h., wann fangen die Größen λ und τ an, Werte zu erhalten, die von Null verschieden sind? Da diese Größen erst bei einer bestimmten Größe der Werte $\varkappa$ anfangen, von Null verschieden zu sein, sind sicherlich die Produkte $\lambda \cdot \tau$ so klein, daß sie gegen die übrigen Größen vernachlässigt werden können.

Wir erhalten somit

$$A\frac{d\varkappa}{ds} = 0, \qquad (1)$$

$$B\frac{d\lambda}{ds} - (C - A)\varkappa\tau = 0, \qquad (2)$$

$$C\frac{d\tau}{ds} - (A - B)\varkappa\lambda = 0. \qquad (3)$$

Die erste Gleichung ergibt sofort

$$A\varkappa = c = M,$$

also

$$\varkappa = \frac{M}{A}$$

[in der bekannten Schreibweise $\frac{1}{\varrho} = \frac{M}{I \cdot E}$].

Differentiiere ich (3) und setze (2) ein, so erhalte ich nach Substitution von $\varkappa$

$$C\frac{d^2\tau}{ds^2} - (A - B)\frac{M}{A}\frac{d\lambda}{ds} = 0$$

oder

$$C\frac{d^2\tau}{ds^2} - \frac{(A - B)(C - A)M^2}{A^2B}\tau = 0,$$

$$\frac{d^2\tau}{ds^2} - \frac{(A - B)(C - A)M^2}{A^2BC}\tau = 0.$$

Setze

$$\frac{(A - B)(C - A)M^2}{A^2BC} = -a^2,$$

das gibt:

$$\frac{d^2\tau}{ds^2} = -a^2\tau. \qquad (4)$$

Somit ist

$$\tau = D_1e^{ias} + D_2e^{-ias}. \qquad (5)$$

Nun soll aber das Kräftepaar an den Enden im Raum fest sein, d. h. der Verdrehungswinkel τ muß sowohl für $s = 0$ als auch für $s = l$ verschwinden. Also folgt aus (5)

$$0 = D_1 + D_2$$

oder

$$D_1 = -D_2,$$

das gibt

$$\tau = 2D_1 \sin as.$$

Soll nun aber auch für $s = l$ der Wert τ verschwinden, so muß $al = \pi$ oder quadriert und a wieder substituiert

$$\frac{(A - B)(A - C)M^2}{A^2BC}l^2 = \pi^2.$$

Ist die linke Seite größer, so kippt der Stab aus.

Die hier gefundene Funktion trage ich graphisch auf, indem ich setze:

$$\frac{C}{A} = x, \quad \frac{B}{A} = y;$$

ich erhalte dann, wenn ich durch A^2 dividiere

$$\left(1 - \frac{B}{A}\right)\left(1 - \frac{C}{A}\right)\frac{M^2l^2}{A^2} = \pi^2 \cdot \frac{B}{A} \cdot \frac{C}{A}$$

oder

$$(1 - x)(1 - y) = p^2x \cdot y, \qquad (6)$$

wobei

$$p^2 = \frac{\pi^2A^2}{M^2l^2} = \left(\frac{\pi A}{Ml}\right)^2$$

ist. Es ist in der Praxis $10 < p < 2000$. Die in (6) dargestellten Hyperbeln gehen alle durch die Punkte $x = 0$, $y = 1$ und $x = 1$, $y = 0$. Für $p = 10$ ist in Fig. 3 die entsprechende Hyperbel gezeichnet, für $p = 100$ ist der Schnittpunkt der Hyperbel mit der Geraden $x = y$ an-

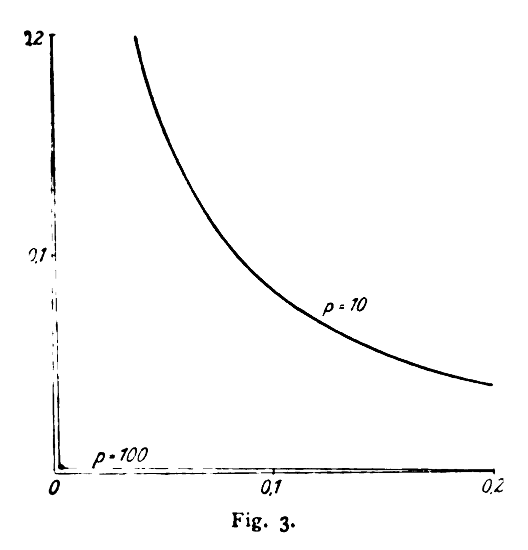


Fig. 3.

gegeben, wodurch ihr Verlauf genügend gekennzeichnet ist.

Wir sehen, daß, wenn B sehr nahe an A herankommt, C sehr klein werden muß, mit abnehmenden B aber nimmt C immer mehr zu; für $C > A$ aber müßte x negativ werden, oder p imaginär, was beides physikalisch keinen Sinn hat.

Die Durchrechnung zweier Beispiele ergab für Schmiedeeisen: Wenn $M = 1000$ kg · cm war, für ein Rechteck mit den Seiten 1 und 2 cm eine kritische Länge der Schiene von 27 cm,

waren aber die Seiten 1 und 10 cm, so ergaben sich 210 cm unter den gleichen Umständen.

Zusammenfassung.

Während die Kipperscheinungen, wie sie Prandtl, Michell und Reißner am Balken untersucht haben, zu einer transzendenten Gleichung als Stabilitätsbedingung führen, gelangen wir hier zu einer einfachen algebraischen Gleichung. Während außerdem Prandtl und Michell über die Verhältnisse $B:A$ und $C:A$ bestimmte Annahmen machten, gelten die hier gegebenen Ableitungen aus den Kirchhoffschen Gleichungen für alle Größenverhältnisse von A, B und C.

Berlin-Charlottenburg, 23. März 1914.

(Eingegangen 24. März 1914.)

Über die Tiefe der Lichtwirkung beim Selen.

Von W. S. Gripenberg.

Vor kurzem hat G. W. White[1]) über Versuche mit Selenblöcken berichtet; deren Ergebnisse haben mich veranlaßt, ähnliche Versuche in etwas abgeänderter Form mit dünnen Selenplatten anzustellen. Dieselbe Selenoberfläche wurde stets belichtet, und ich ließ die Linien maximaler Stromdichte die Drehung um 90° vornehmen. Gegen die Selenplatte S (Fig. 1)

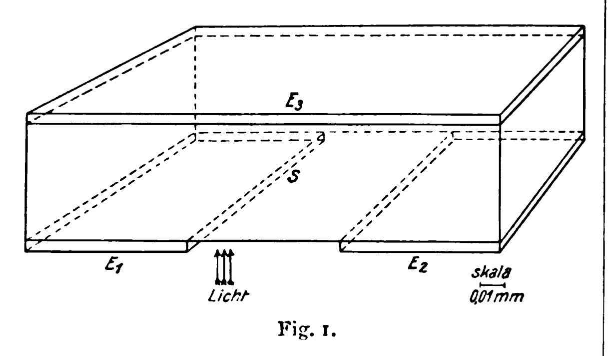


Fig. 1.

von 0,05 mm Dicke sind die Elektroden E_1 und E_2 gepreßt. Legt man an E_1 und E_2 entgegengesetzte Spannungen, so fällt das Licht auf die Stelle größter Stromdichte (Schaltung I). Preßt man eine dritte Elektrode E_3 an die Selenplatte und verbindet E_1 und E_2 mit gleichnamigem, E_3 mit dem entgegengesetzten Pole, so enthält die belichtete Oberfläche ein Minimum der Stromdichte (Schaltung II).

1) G. W. White, Phil. Mag. 27, 370, 1914; A. M. Tyndall u. G. W. White, diese Zeitschr. 15, 154, 1914.

Falls die Tiefe der Lichtwirkung mit der tatsächlichen Eindringungstiefe (ca. 0,0005 mm) zusammenfällt, muß die Leitfähigkeitsänderung bei Belichtung in Schaltung II nur ein geringer Bruchteil von derjenigen bei I sein.

Bei den Messungen hatten die Elektroden $E_1 E_2$ die Form eines Gitters, dessen Stäbe 0,071 mm Breite, 5 mm Länge, 0,0002 mm Dicke und Anzahl 30 war (Fig. 2). Der freie



Fig. 2.

Zwischenraum war 0,071 mm. E_3 war eine vergoldete Glasplatte. Die Spannung betrug 2 Volt. Bei Messung in Schaltung I war E_3 natürlich entfernt. Belichtet wurde mit Petroleumlampe.

Ergebnis der Widerstandsmessungen.

Schaltung	Widerstände in Ohm	
	Dunkel	ca. 20000 Lux
I	2500	980
II	960	490

Bei Schaltung II ist somit die durch Belichtung hervorgebrachte Steigerung in der Stromstärke ca. 1,5 mal größer als bei I, ein Resultat, welches für Theorie und Technik von Bedeutung ist. Daß es sich hierbei um Widerstandsänderung sehr tief liegender Schichten und nicht diejenige des Übergangswiderstandes zwischen Elektrode und Selenplatte handelt, geht daraus hervor, daß, wenn man bei Schaltung I das Selen von der Rückseite belichtet, die Lichtempfindlichkeit ebenso groß ist wie bei Belichtung von der Vorderseite (wohl zu bemerken, im vorliegenden Falle: Dicke des Selens 0,05 mm)[1]).

Die Lichtwirkung erstreckt sich somit verhältnismäßig sehr tief in das Innere des Selens. Es ist anzunehmen, daß sogar die im Schatten der Elektroden befindlichen Teile des Selens kräftig beeinflußt werden.

1) Siehe auch Br. Glatzel, Verh. d. D. phys. Ges. 14, 616, 1912 sowie Korn-Glatzel, Handb. d. Phototel. u. Telautogr., S. 243.

Masaby (Finnland), 23. März 1914.

(Eingegangen 4. April 1914.)

Antwort auf die Bemerkung Herrn Krutkows zu meiner Note: „Welche Strahlungsformel folgt aus der Annahme der Lichtatome?".

Von M. Wolfke.

Herr Krutkow hebt in seiner Bemerkung[1]) zu meiner Note[2]) die Tatsache hervor, daß aus den, von ihm benutzten Annahmen[3]) (I) und (II) die Wiensche und nicht die Plancksche Strahlungsformel folgt.

Die Ableitung der Wienschen Strahlungsformel von Herrn Krutkow[4]) und die beiden von ihm benutzten Annahmen (I) und (II) haben jedoch mit meiner Ableitung[5]) der Planckschen Formel und meinen Grundannahmen nichts zu tun. Um dies deutlicher hervorzuheben, will ich hier die Hauptannahme, auf welche sich meine Wahrscheinlichkeitsbetrachtung stützt, explizite formulieren:

Es gibt w_ν verschiedene und gleichwahrscheinliche Möglichkeiten für ein Lichtatom, daß es in einem bestimmten Frequenzintervall $d\nu$ liegt;

in anderen Worten:

die Frequenz ν läßt sich in einem Lichtatom auf w_ν verschiedene und gleichwahrscheinliche Arten realisieren[6]).

Aus dieser Annahme folgt für die Zahl W_ν aller verschiedener und gleichwahrscheinlicher Verteilungen der N_ν Lichtatome in ein und demselben Frequenzintervall $d\nu$ die Formel[7]):

$$W_\nu = \frac{(w_\nu + N_\nu - 1)!}{(w_\nu - 1)\, N_\nu!}.$$

Diese Formel bedeutet nicht die „Anzahl gleichberechtigter Verteilungen von N_ν unabhängigen Elementen über w_ν Resonatoren (oder Eigenschwingungen)"[8]), sondern die Anzahl gleichberechtigter Verteilungen von N_ν Lichtatomen über w_ν Realisierungsmöglichkeiten in ein und demselben Frequenzintervall $d\nu$.

Aus der obigen Formel mit Anwendung des Boltzmannschen Prinzips erhält man den Ausdruck für die Entropiedichte einer monochromatischen Strahlung. Woraus, auf Grund des Wienschen Verschiebungsgesetzes für die Größe w_ν, folgender Ausdruck folgt[1]):

$$w_\nu = \text{const.}\, \nu^2.$$

Wir sehen daraus, daß die Größe w_ν für jedes Frequenzintervall eine charakteristische Konstante ist, die von der Zahl N_ν unabhängig ist. Auf Grund dessen kann ich also behaupten, daß die Zahl der gleichwahrscheinlichen verschiedenen Realisierungsmöglichkeiten eines Lichtatoms von der Frequenz ν, d. h. die thermodynamische Wahrscheinlichkeit für die Existenz eines Lichtatoms von einer bestimmten Frequenz, von der Zahl der gleichzeitig vorhandenen Lichtatome, in demselben Frequenzintervall, unabhängig ist. In diesem Sinne habe ich auch in meiner Note[2]) von der Unabhängigkeit der Lichtatome in bezug auf ihre Existenz bei meiner Ableitung der Planckschen Formel gesprochen.

Daß bei der Ableitung des Wienschen Strahlungsgesetzes durch Herrn Krutkow die räumliche Unabhängigkeit der Lichtatome in Betracht kommt, läßt sich auch ohne „explizite Formeln" aus seiner Annahme (II) ersehen[3]). Die Einsteinschen Lichtquanten verhalten sich tatsächlich wie die einzelnen voneinander unabhängigen Moleküle eines Gases, auf welche Analogie auch Herr Krutkow selbst hingewiesen hat[4]). Noch deutlicher jedoch tritt die räumliche Unabhängigkeit der Einsteinschen Lichtquanten aus der Einsteinschen Betrachtung[5]) selbst hervor. Aus der Wienschen Strahlungsformel berechnet Einstein die Wahrscheinlichkeit W dafür, daß alle in einem Volumen v_0 eingeschlossene n Lichtquanten von derselben Frequenz in einem beliebigen Zeitmoment sich in dem Teilvolumen v des Volumens v_0 befinden[6]). Der Ausdruck für diese Wahrscheinlichkeit lautet:

$$W = \left(\frac{v}{v_0}\right)^n.$$

Diese Wahrscheinlichkeit läßt sich deuten als ein Produkt der einzelnen Wahrscheinlichkeiten $\frac{v}{v_0}$ dafür, daß ein einzelnes von den betrachteten Lichtquanten im beliebigen Zeitmoment im Teilvolumen v liegt. Daraus, daß die gesamte Wahrscheinlichkeit W durch das Produkt

1) G. Krutkow, diese Zeitschr. 15, 363, 1914.
2) M. Wolfke, diese Zeitschr. 15, 308, 1914.
3) G. Krutkow, l. c., Abschnitt A.
4) G. Krutkow, diese Zeitschr. 15, 133, 1914.
5) M. Wolfke, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 1123, 1215, 1913.
6) Vgl. M. Wolfke, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, § 3, 1126, 1913.
7) Vgl. M. Wolfke, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, § 3, 1126 und § 2, 1216, 1913.
8) Vgl. G. Krutkow, diese Zeitschr. 15, 363, Abschnitt B, 1914.

1) Vgl. M. Wolfke, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, Formel 5), 1217, 1913.
2) M. Wolfke, diese Zeitschr. 15, § 3, 309, 1914.
3) Vgl. M. Wolfke, diese Zeitschr. 15, § 4, 310, 1914.
4) G. Krutkow, diese Zeitschr. 15, § 2, Formel (b), 135, 1914.
5) A. Einstein, Ann. d. Phys. 17, 132, 1905.
6) A. Einstein, l. c., § 6, 143.

der einzelnen Wahrscheinlichkeiten $\frac{v}{v_0}$ ausgedrückt wird, erkennt man, daß es sich um einzelne voneinander unabhängige Ereignisse handelt. Wir sehen also, daß bei der Einsteinschen Betrachtung die Tatsache, daß ein Lichtquantum in einem bestimmten Teilvolumen liegt, von der Lage der anderen Lichtquanten unabhängig ist. Dies ist aber nichts anderes, als die in meiner Note[1]) angedeutete räumliche Unabhängigkeit der Einsteinschen Lichtquanten.

Ich hoffe, daß diese Auseinandersetzung die an der Frage interessierten Leser überzeugen wird, daß die Ableitung der Wienschen Strahlungsformel des Herrn Krutkow meiner Ableitung der Planckschen Formel nicht widersprechen kann, da beide Ableitungen auf prinzipiell verschiedenen Annahmen basiert sind.

1) M. Wolfke, diese Zeitschr. 15, § 3, 309, 1914.

Zürich, März 1914.

(Eingegangen 29. März 1914.)

Bemerkung zu der Arbeit des Herrn Th. Svedberg, Wellenstromlichtbogen in Flüssigkeiten.

Von Ferdinand Braun.

Dem Herrn Verf. dieser Arbeit (Physikalische Zeitschrift Nr. 7 vom 1. April d. J. S. 361) ist, wie auch durchaus begreiflich ist, nicht bekannt gewesen, daß dieselbe Methode schon im D.R.P. Nr. 198844 vom 18. Juli 1906 (ausgegeben den 25. Mai 1908) beschrieben worden ist. Es ist daselbst auch darauf hingewiesen worden, was vielleicht von weiterem Interesse ist, daß im Flammenbogen, der in Alkohol brennt, die Wasserstofflinien sehr stark ausgeprägt, dagegen in dem in Kohlenwasserstoffen brennenden nicht beobachtbar sind; es tritt dort ein kontinuierliches Spektrum auf.

(Eingegangen 4. April 1914.)

BESPRECHUNGEN.

E. Study, Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume. (Die Wissenschaft. Bd. 54.) 8°. IX u. 145 S. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1914. M. 4.50, gebunden M. 5.20

Wenn das Studysche Buch von gewisser philosophischer Seite Beachtung finden sollte, so muß man darauf gefaßt sein, daß es Stürme der Entrüstung erregen wird. Der Physiker kann mit größerer Ruhe dem Inhalte des kleinen Werkes gegenübertreten. Stabiliert es doch vor allen Dingen den Grundsatz, daß über die Grundlagen der Naturwissenschaft, zu denen auch die Vorstellungen von Raum und Zeit gehören, der Naturforscher selbst die höchste Instanz ist. „Erkenntnistheoretische Ansichten, die im wesentlichen von Mathematikern und Physikern begründet worden sind (ich nenne Gauß, Riemann, Helmholtz) und auch heute noch unter diesen in Ansehen stehen, werden neu dargelegt und gegen eine Reihe philosophischer Angriffe verteidigt", so formuliert der Verfasser selbst im Vorwort kurz den Zweck und Inhalt seiner Schrift. Das realistische Weltbild, das in dem ersten Abschnitt des Buches entworfen wird, besteht im wesentlichen in der Behauptung, daß dem Raume der Körperwelt eine vom erkennenden Subjekte unabhängige Existenz zugeschrieben werden müsse, und begründet diese durch den Hinweis auf die Praxis des Lebens, auf die brutale Gewalt der Tatsachen, der sich auch ein durch philosophische Spitzfindigkeiten verwirrter Geist nicht entziehen kann. Die Form aber, in der diese reale Außenwelt wissenschaftlich bearbeitet wird, ist immer und überall die in der Naturwissenschaft gebräuchliche Methode, Hypothesen zu bilden, deren Folgerungen an der Erfahrung geprüft und die gemäß dem Ausfall dieser Prüfung verbessert werden.

Diese Anschauung, die ausdrücklich nicht als „philosophisches System" hingestellt wird (S. 19), sondern als eine Art Anweisung zum vernünftigen Leben und Forschen, wird nun im zweiten Abschnitte gegen die widerstreitenden Behauptungen gewisser philosophischer Systeme verteidigt. Erscheint es nun auch merkwürdig, daß es zwischen dem „Nicht-System" des Realismus und richtigen „Systemen" zu einem Kampfe kommen kann, so ist die Abfertigung dieser Systeme, des Idealismus, des Positivismus, des Pragmatismus, höchst vergnüglich zu lesen für jeden, dem die Unklarheit, Verschwommenheit und Anmaßung moderner philosophischer Schulen bekannt ist — vielleicht gehört dazu auch der eine oder der andere physikalische Fachgenosse. Philosophen der alten Schule, deren es auch heute noch gibt, für die das Zustandekommen der Erkenntnis, die Möglichkeit der „Hypothesenbildung" Studys, selbst ein Problem ist, werden sich vielleicht nicht getroffen fühlen; die eigentliche philosophische Fragestellung wird von Study nicht berührt, wahrscheinlich weil er sie für unfruchtbar und zwecklos hält. Die Physiker brauchen ihm da nicht zu widersprechen, zumal der Hinweis auf die Gleichgesinnten Gauß, Riemann, Helmholtz zur Gefolgschaft ansporнt, sondern können die Verteidigung der Berechtigung der rein philosophischen Probleme den Fachphilosophen überlassen.

Die folgenden Abschnitte enthalten die Anwendung der realistischen Weltauffassung auf das Raumproblem. Der Verfasser bildet da den Begriff der „natürlichen Geometrie", die zweierlei Eigenschaften hat: einmal ist sie etwas Vorgefundenes, ein Objekt des Naturerkennens, sodann ist sie ein Zweig der reinen Mathematik, also einer rein begrifflichen Entwicklung fähig. Nur weiß man nicht genau, welcher Zweig der reinen Mathematik es ist, der in der Natur realisiert ist; „wir be-

sitzen die natürliche Geometrie höchstens in dem Sinne, wie der Eigentümer einer großen Bibliothek ein verstelltes Buch besitzt". Wir müssen sie also suchen, suchen in der unendlichen Gesamtheit logisch ausdenkbarer Geometrien. Es ist das die dem Naturforscher geläufige Vorstellung, daß für jedes Naturgesetz „in Wirklichkeit" eine exakte Formel existiert, nur wissen wir nicht welche, sondern müssen an der Hand mühsamer Erfahrungen aus allen möglichen Formeln eine möglichst gut passende aussuchen.

Der Verfasser zeigt dann, wie im Falle der Raumgesetze diese „Auslese durch Erfahrung" schließlich zu vier Arten von Maßgeometrien führt, den bekannten „nicht-euklidischen Geometrien" (der sphärischen, elliptischen, pseudosphärischen Geometrie) und der euklidischen. Aber prinzipiell liefert die Erfahrung keine Entscheidung zwischen diesen, sondern nur die Abschätzung, daß, wenn die „wirkliche" Geometrie eine der nicht-euklidischen ist, diese nur äußerst wenig von der euklidischen abweichen kann. Man mag daher bis auf weiteres der euklidischen Geometrie den Vorzug geben, aber es wäre übereilt, damit die erkenntnistheoretische Frage nach der Struktur des empirischen Raumes als erledigt anzusehen.

Das Buch schließt, nach nochmaliger Besprechung von möglichen Einwänden der Positivisten und Pragmatisten, mit einem Abschnitt über die „Axiomatik der Geometrie", der wohl mehr bei dem Mathematiker, als dem Physiker Interesse erregen wird; denn er betrifft im Grunde eine Frage des mathematischen Geschmackes. Auf der einen Seite steht das aus der klassischen Antike stammende Ideal, die Geometrie frei von Analysis aus ihren Axiomen aufzubauen; auf der anderen Seite steht der Wunsch, in möglichst einfacher Weise zu dem für die mathematische Physik nötigen Gebäude der Geometrie zu gelangen, wozu die Koordinatenmethode geeignet ist. Wenn auch der Physiker für den Gebrauch den letzteren Weg bevorzugen wird, so kann man doch die rein logischen Errungenschaften der von Study höchst mißachteten Axiomatik gelten lassen und sich freuen, daß das antike Problem durch Pasch, Hilbert, Schur und andere so weit gefördert worden ist.

Der Verfasser verspricht, dem geduldigen Leser seine vielen Achs und Ohs und die Frage- und Ausrufungszeichen, mit denen er den Rand des kleinen Buches geschmückt haben wird, nicht zu verübeln. So mag auch der Referent, der in manchen Punkten andrer Ansicht ist, auf Gnade hoffen, wenn er zum Schlusse versichert, daß der Leser eine Fülle von Anregung und Vergnügen aus dem Werke schöpfen kann.

M. Born.

Aus Natur und Geisteswelt. Sammlung wissenschaftlich-gemeinverständlicher Darstellungen. 8. Leipzig, B. G. Teubner. Je geb. M. 1.25

291. Bd. O. Anselmino, Das Wasser. VI u. 122 S. mit 44 Figuren im Text. 1910.

Der Verfasser gibt hier einen ausgezeichneten Überblick über die chemischen, physikalischen und physiologischen Eigenschaften des Wassers, über die verschiedenen Methoden, das Wasser zu reinigen und auf seine Brauchbarkeit hin zu prüfen, insbesondere auf Grund der von der großherzoglichen Lebensmittelprüfungsstation in Karlsruhe ausgearbeiteten Anweisungen. Besonders wertvoll ist das Kapitel: „Die Mineralwässer". Geringfügige Druckfehler fand Referent auf den Seiten 53 und 88. Die Formeln auf Seite 29 und 30 könnten besser wegfallen.

311. Bd. H. Alt, Die Kälte, ihr Wesen, ihre Erzeugung und Verwertung. VI u. 124 S. mit 45 Abbildungen im Text und 2 Tafeln. 1910.

Nach eingehender Besprechung des Verhaltens der Gase und Dämpfe werden die verschiedenen Kaltluft- und Kalt Dampfmaschinen behandelt. Ein weiteres Kapitel enthält Betrachtungen über die Verflüssigung der Gase bis zur Einführung des Regenerativprozesses (1895), dem sich zwei Abschnitte über die modernen Gasverflüssigungsmaschinen und über die Verwendung der sehr tiefen Temperaturen anschließen.

324. Bd. F. A. Schulze, Die großen Physiker und ihre Leistungen. IV u. 108 S. mit 5 Bildnissen. 1910.

Aus der großen Zahl bedeutender Physiker hat der Verfasser fünf herausgegriffen, nämlich Galilei, Newton, Huygens, Faraday und Helmholtz und läßt ihre Kämpfe und ihr Ringen nach der Erkenntnis, ihre Erfolge und äußeren Lebensschicksale in geistreicher, fesselnder Darstellung an unserem geistigen Auge vorüberziehen.

378. Bd. A. Marcuse, Astronomie in ihrer Bedeutung für das praktische Leben. IV u. 99 S. mit 26 Abbildungen im Text. 1912.

Die Astronomie besitzt nicht nur eine eminent ideale Bedeutung, denn kaum ein Mensch — sagt schon Seneca — erhebt seine Augen zum Himmel, ohne Ehrfurcht und Bewunderung beim Anblick so vieler Millionen strahlender Lichter, bei der Beobachtung ihres Laufes und ihrer Umwälzungen zu empfinden, sondern sie besitzt auch hervorragend praktischen Wert für die äußere Wohlfahrt der Menschen. Der Verfasser zeigt, daß die Sicherheit und Schnelligkeit der modernen Schiffahrt wesentlich auf Erfahrungen und Ergebnissen der astronomischen Wissenschaft beruht, er erörtert die Probleme der geographisch-astronomischen Ortsbestimmung bei Landreisen und Luftfahrten und zeigt anschaulich, wie der regelmäßige Zeitdienst und die allgemeine Zeitrechnung unmittelbar mit der Himmelskunde verknüpft sind. Des weiteren wird auf die Beziehungen der Astronomie zur Erdphysik, insbesondere zum Erdmagnetismus und zur Meteorologie hingewiesen und auf die eigenen Untersuchungen des Verfassers über die Schwierigkeiten der wissenschaftlichen Beobachtungen eingegangen, insbesondere über die Fehler, die sich durch die Unvollkommenheit der Sinneswerkzeuge in die astronomischen Messungen einschleichen können.

90. Bd. J. Franz, Der Mond. IV u. 120 S. mit 34 Abbildungen im Text und auf 2 Doppeltafeln, II. Auflage. 1912.

Der kürzlich verstorbene Verfasser, eine Autorität auf dem Gebiete der Mondforschung, bringt in dem vorliegenden Bändchen die Hauptergebnisse der Forschung über den Mond. Da die Einführung der Photographie in die Himmelsforschung einen ebenso großen Fortschritt bedeutet wie einst die Erfindung des Fernrohrs und verschiedene hervorragende Sternwarten des In- und Auslandes vorzügliches Material in den letzten Jahren geliefert haben, so haben sich eine Fülle interessanter Entdeckungen ergeben, über die, da sie noch nicht zur Kenntnis größerer Kreise gelangt sind, in diesem Bändchen berichtet wird. Den Schluß bildet ein Kapitel über die Geschichte der Mondforschung, in dem man

allerdings das nachgelassene Werk Keplers über die Astronomie des Mondes, den „Traum" vermißt.

110. Bd. S. Oppenheim, Das astronomische Weltbild im Wandel der Zeit. II. Auflage. IV u. 134 S. mit 19 Abbildungen im Text. 1912.

In leicht verständlicher Form bietet der Verfasser dem Leser einen Einblick in den Entwicklungsgang der gesamten Astronomie, er gibt ihm einen klaren Begriff von den Vorstellungen, welche sich bei den älteren Kulturvölkern des Altertums im Anschluß an die durch die aufmerksame Beobachtung der Vorgänge am Himmel erworbenen Kenntnisse zu entwickeln begannen, zeigt, wie sich bei den Griechen das Weltbild zu einem geozentrischen erweiterte, ja schon Versuche unternommen wurden, es durch ein heliozentrisches zu ersetzen und führt ihn dann in die Reformationszeit der Astronomie, in die Zeit der Begründung des heliozentrischen Systems durch Kopernikus, Galilei, Kepler und Newton. In einem Schlußkapitel gibt der Verfasser dann eine gedrängte Übersicht über die Errungenschaften der Astronomie seit Newton.

86. Bd. R. Vater, Die neueren Wärmekraftmaschinen. II: Gaserzeuger, Großgasmaschinen, Dampf- und Gasturbinen. III. Auflage. VI u. 116 S. mit 45 Abbildungen. 1913.

Die Schrift ist eine Ergänzung der Bändchen über „Die neueren Dampfmaschinen" (Nr. 21) und „Dampf- und Dampfmaschinen" (Nr. 63). Da auf dem behandelten Gebiete seit dem Erscheinen der letzten Auflage bedeutende Fortschritte gemacht worden sind, so sind Maschinen, die heute vom Markte verschwunden sind, wie die Öchelhäuser-Maschine, die Laval-Turbine usw. fortgelassen oder nur ganz kurz erwähnt. Dagegen ist der Beschreibung von solchen Maschinen ein größerer Raum eingeräumt worden, die in den letzten Jahren große Fortschritte gemacht haben und deren Anwendung zugenommen hat, wie die Diesel-Maschine, oder die Gasturbine von H. Holzwarth, die einzige Gasturbine, welche, baulich gut durchgebildet, sich als betriebsfähige Maschine erwiesen hat.

197. Bd. G. Kowalewski, Einführung in die Infinitesimalrechnung mit einer historischen Übersicht. II. Auflage. VI u. 106 S. mit 22 Figuren. 1913.

Um den Leser zeitiger zur Differentialrechnung (Kapitel II) gelangen zu lassen, ist das 1908 in erster Auflage erschienene Bändchen ziemlich stark umgearbeitet worden, namentlich in dem ersten Kapitel („Häufungswerte und Grenzwerte"). An das III. Kapitel „Integralrechnung" schließt sich die „Historische Übersicht" an, in der die Werke von Newton und Leibniz sowie deren Vorläufer behandelt werden. Von den wenigen Aufgaben, die der Verfasser bringt, könnte die Aufgabe von der Bienenzelle (S. 59), wonach die Bienen mit möglichst großer Materialersparnis bauen, besser wegbleiben, da beim Wabenbau rein physikalische Kräfte in die Erscheinung treten, die mit der „Intelligenz" der Bienen in keinem Zusammenhang stehen. Auf derselben Seite muß es übrigens Figur 17 statt Figur 15 heißen (5. Zeile v. o.).

387. Bd. M. Lindow, Differential- und Integralrechnung mit Berücksichtigung der praktischen Anwendung in der Technik. VII u. 111 S. mit 42 Figuren. 1913.

In der vorliegenden Schrift wird weniger auf strenge Formulierung der Grundlagen der Infinitesimalrechnung gesehen, wie dies in dem oben genannten Kowalewskischen Bändchen geschehen ist, als vielmehr auf möglichst faßliche Gestaltung der Darstellungsform — oft werden die Beweise geometrisch geführt — und auf möglichst vielseitige Anwendungen. Die zahlreichen Rechenbeispiele sind vielfach der Mechanik, Elektrotechnik, Wärmelehre sowie der Luftfahrt entnommen.

396. Bd. P. Kukuk, Unsere Kohlen. Eine Einführung in die Geologie der Kohlen unter Berücksichtigung ihrer Gewinnung, Verwendung und wirtschaftlichen Bedeutung. X u. 120 S. mit 60 Abbildungen und drei Tafeln. 1913.

Der vorliegende zusammenfassende und auf dem heutigen Stande unserer Erfahrungen fußende Überblick über die als „Kohlen" bezeichneten fossilen Brennstoffe ist ganz ausgezeichnet. Auf 120 kleinen Seiten findet man hier ein immenses Tatsachenmaterial, das der Verfasser aus der kaum übersehbaren und teilweise schwer zugänglichen Literatur mit Geschick ausgewählt und, um das Verständnis des Stoffes zu erleichtern, mit zahlreichen Textzeichnungen, übersichtlichen Tafeln und Abbildungen nach charakteristischen Photographien versehen hat. Besonders wertvoll erscheinen die Abschnitte über das Vorkommen der Kohlenlagerstätten in geographischer Hinsicht, insbesondere deshalb, weil eine nur einigermaßen vollständige Übersicht über die wichtigsten Vorkommen von Stein-, Braunkohle und Torf in der Literatur nicht vorhanden sein dürfte.

29. Bd. K. Scheid, Die Metalle. III. Auflage. VI u. 111 S. mit 11 Abbildungen. 1914.

Die nunmehr in dritter Auflage vorliegende Schrift weist wiederum zahlreiche Verbesserungen sowie in einzelnen Teilen eine vollständige Neubearbeitung auf. Die zahlreichen geschichtlichen Notizen sind gründlich durchgesehen und das statistische Material wieder auf den neuesten Stand gebracht worden. Auf die ausführlichen, aber sehr schnell veraltenden Tabellen der früheren Auflagen ist verzichtet worden. Vielleicht könnte in der nächsten Auflage auch auf die beiden technisch wichtigen Metalle Tantal und Vanadin hingewiesen werden.

303. Bd. A. v. Ihering, Die Mechanik der festen, flüssigen und gasförmigen Körper. I. Teil. Die Mechanik der festen Körper. IV u. 114 S. mit 61 Abbildungen im Text. 1910.

In der vorliegenden Schrift gibt der Verfasser die wichtigsten Grundsätze der Mechanik kurz an, bringt sie dem Leser durch zahlreiche Anwendungsbeispiele zur Anschauung und zeigt an einfachen Berechnungen, wie die Hauptgleichungen, in welche sich die wichtigsten Lehrsätze fassen lassen, zur Anwendung zu bringen sind. In Fällen, wo sich auf rechnerischem Wege komplizierte Formeln und Berechnungen ergeben hätten, bedient sich der Verfasser der graphischen Methode, namentlich bei der Untersuchung der Beanspruchung von Fachwerken und ungleichmäßig belasteten Trägern.

304. Bd. A. v. Ihering, Die Mechanik der festen, flüssigen und gasförmigen Körper. II. Die Mechanik der flüssigen Körper. IV u. 112 S. mit 34 Textabbildungen. 1912.

Diese Schrift ist nicht vollständig in sich abgeschlossen, vielmehr wird verschiedentlich auf das

vorhergehende (303.) Bändchen zurückverwiesen, dessen Fortsetzung es bildet. Ebenso wie dieses enthält die vorliegende Schrift zahlreiche Beispiele aus der Technik. Die Schrift selbst enthält 3 Kapitel, die „Hydrostatik", die „Hydraulik" und „Anwendungen". In dem letzten Kapitel wird insbesondere auf die Wirkungsweise der Pumpen und Wasserkraftmaschinen sowie auf die Berechnung ihrer Leistungen eingegangen. Störend wirken verschiedene Druck- und Rechenfehler.

393. und 394. Bd. R. Vater, Die Dampfmaschine. I. Wirkungsweise des Dampfes im Kessel und in der Maschine. IV u. 102 S. mit 37 Abbildungen. 1913. II. Ihre Gestaltung und Verwertung. IV u. 99 S. u. 95 Abbildungen und einer Tafel.

Das 393. Bändchen enthält lediglich eine Beschreibung der **inneren** Vorgänge im Dampfkessel und in der Dampfmaschine, das 394. dagegen einen Überblick über die **baulichen** Einzelheiten und die verschiedenen Verwendungsmöglichkeiten der Kolbendampfmaschine. Beide Bücher sind anregend geschrieben und jedes für sich verständlich.

R. Lucas.

E. v. Lommel, Lehrbuch der Experimentalphysik. 20.—22. neubearbeitete Auflage herausgegeben von W. König. gr. 8. X u. 652 S. mit 439 Figuren im Text und einer Spektraltafel. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1913. M. 6.60, gebunden M. 7.50

Über die vorhergehenden Auflagen wurde in dieser Zeitschr. **13**, 526, 1912 berichtet. In der neuen, jetzt vorliegenden und im Juni 1913 abgeschlossenen Auflage sind einige Ergänzungen aufgenommen worden, den Fortschritten der physikalischen Erkenntnis entsprechend. Sie sind dem bisherigen Charakter des Buches vortrefflich angepaßt und beziehen sich in erster Linie auf die neueren Forschungen über die spezifischen Wärmen. Auch ist unter anderem die kinetische Theorie der Gase und die Magnetisierung des Eisens in Spulen etwas eingehender besprochen worden.

Valentiner.

L. Dressel S. J., Elementares Lehrbuch der Physik nach den neuesten Anschauungen. 4. vermehrte und verbesserte Auflage, besorgt von J. Pfaffrath S. J. 2 Bde. XXVIII u. 1202 S. mit 705 Fig. und einer Spektraltafel. Freiburg i. B., Herdersche Verlagshandlung. 1913. M. 20.—, geb. in Leinw. M. 22.—

Da die dritte Auflage in dieser Zeitschrift **7**, 280, 1906 nur eine kurze, die Güte des Werkes hervorhebende Anzeige erfahren hat, so möchte ich auf das eigenartige Lehrbuch, das nun in der vierten Auflage vorliegt, etwas näher eingehen, wenngleich das Buch zweifellos schon vielen in einer der früheren Auflagen bekannt ist und Freunde gefunden hat. Um das Wesentliche vorweg zu nehmen, das Werk ist ganz außerordentlich inhaltsreich, zweifellos gehaltvoller, als man bei dem immerhin noch mäßigen Umfang erwarten sollte. Dabei ist großes Gewicht darauf gelegt, auch die neuesten Forschungsergebnisse zu berücksichtigen. Freilich konnte das zum Teil nur andeutungsweise und durch Hinweise auf Originalliteratur oder auf zusammenfassende Darstellungen des betreffenden Gegenstandes in einer leicht zugänglichen Zeitschrift geschehen. Immerhin wird es durch die Reichhaltigkeit und diese Hinweise auf moderne Erkenntnisse speziell Lehrern an höheren Unterrichtsanstalten wertvolle Dienste leisten, denen es oft nicht möglich ist, die neueste Literatur selbst mit zu verfolgen. Und dann wird das Werk natürlich mit Vorteil neben den Vorlesungen von den Studierenden benutzt werden. Die häufige Bezugnahme auf Aufsätze in der bekannten Poskeschen „Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht", ohne die manche Angaben kaum verständlich sind, setzt allerdings voraus, daß dem Leser diese Zeitschrift zur Hand ist, was nicht immer der Fall sein wird. Aber nur dadurch ist eben die erfreuliche Reichhaltigkeit ermöglicht.

Die Anordnung des Stoffes ist durchaus abweichend von der üblichen. Der 1. Teil des ganzen Werkes, die Mechanik, zerfällt in die „allgemeine Mechanik" (die die Bewegungslehre enthält) und „die besondere Mechanik". In der letzteren wird der Reihe nach in 5 Abschnitten behandelt: die Mechanik der starren Körper, die der Flüssigkeiten, die der Gase, die der elastischen Stoffe und die mechanische Energetik; in den vierten Abschnitt ist die ganze Schwingungslehre und die Akustik mit aufgenommen. Der 2. Teil des Werkes umfaßt als erstes Buch (noch im 1. Bande mit enthalten) die Wärmelehre, als zweites die Elektrizität und als drittes die Erscheinungen der Ätherstrahlung, wozu 1. die Optik, 2. die dunkle (ultrarote) Strahlung, 3. die elektrische Strahlung gehört. Die Darstellung ist klar, knapp und interessant.

Über dem Bestreben, möglichst modern zu sein und recht vielseitig, was die neuesten Errungenschaften anlangt, scheint mir das weniger Moderne manchmal etwas zu kurz gekommen zu sein, ich denke da z. B. an die Besprechung der elastischen Eigenschaften fester Körper, des Huygens-Fresnelschen Prinzips, der geometrischen Optik. Eingehend und sehr schön sind die physikalisch-physiologischen Erscheinungen (spez. in der Optik) behandelt.

Ganz im Sinne Dressels ist die vorliegende 4. Auflage von Pfaffrath besorgt worden. Sie enthält eine Reihe von Zusätzen und Umarbeitungen, mit der 3. Auflage verglichen. Neu bearbeitet wurden unter anderem die Erscheinungen der Luftelektrizität, der elektrischen Strömung in Gasen, der Radiotelegraphie; neu aufgenommen Abschnitte über Radioaktivität, Erdbebenwellen u. a., in die ebenfalls, wie in die früheren auf verhältnismäßig wenig Seiten eine Menge wertvolles Material hineingearbeitet worden ist. Sehr erwünscht sind auch die modernen Angaben über ausgeführte Dampfmaschinen, Turbinen usw. und aus der Wechselstromtechnik.

Das Buch ist endlich auch reich an Zahlenmaterial und auch in bezug hierauf ist die neuere Literatur sorgfältig durchgesehen. Die Figuren sind gut ausgewählt und die schematischen mit guter Überlegung gezeichnet.

Alles in allem kann das Werk recht empfohlen werden.

S. Valentiner.

A. W. Duff, Textbook of Physics. (Blakistons Science Series.) Third Edition revised. With 595 Illustrations. gr. 8. XIII u. 686 S.



Philadelphia, P. Blakistons Son & Co. 1912. Shill. 2.75

Die 1. Auflage erschien 1908, die 2. 1909, die 3. 1912. Dieser schnelle Absatz des Buches ist zweifellos eine gute Empfehlung. In der Tat haben wir hier ein sorgfältig bearbeitetes Unterrichtsbuch vor uns, welches seine Beliebtheit zum Teil gewiß dem Umstande verdankt, daß im Gegensatz zu anderen Lehrbüchern dieses Umfangs die einzelnen Teile von Männern geschrieben wurden, die zum Teil durch Arbeiten in den betreffenden Gebieten einen bekannten Namen sich erworben haben. Es wurde verfaßt die Mechanik von A. W. Duff, Wellenbewegung und Optik von E. P. Lewis, die Wärmelehre von C. E. Mendenhall, die Elektrizität und der Magnetismus von A. P. Carman, Elektrizitätsleitung durch Gase und Radioaktivität von R. H. Mc Clung, die Lehre vom Schall von W. Hallock. Wenn dadurch auch hier und da Wiederholungen in der Darstellung unvermeidlich waren — in der letzten Auflage sind sie durch Änderungen der Stoffanordnung übrigens auf ein sehr geringes Maß eingeschränkt — so ist das eigentlich kaum als ein Fehler des Buches anzusehen, da die Darstellung dann immer von verschiedenen Gesichtspunkten aus geschah und daher nützlich ist. Weniger Wichtiges oder auch Anschauungen, die noch stark hypothetischen Charakter haben, sind durch kleinen Druck gekennzeichnet und können überschlagen werden. Bei der Darstellung wird das Schematische, das Allgemeine, die Theorie (ohne indessen von der Mathematik viel Gebrauch zu machen) bevorzugt; auf Einzelheiten von Apparaten wird nur selten eingegangen. Dementsprechend sind auch die Figuren schematisch, dabei übrigens sehr klar und ansprechend, und ist in ihnen das Wesentliche gut hervorgehoben. Am Ende eines jeden Kapitels sind eine Reihe von Fragen und Aufgaben (mit den Antworten) über den Stoff des betr. Kapitels zusammengestellt, die nicht nur beim gewöhnlichen Unterricht von Wert sind, sondern auch beim Selbststudium den Lernenden leicht die noch vorhandenen Lücken und Mißverständnisse erkennen lassen. Eine Nachahmung dieser Aufgabensammlungen in deutschen Lehrbüchern dieses Umfangs, oder von den Lehrbüchern abgetrennt in etwas größerem Umfang und Tiefe wäre m. E. zu begrüßen.

In Deutschland wird das Buch kaum großen Absatz finden, da wir hier eine Reihe tüchtiger Lehrbücher besitzen. Ohne Bedenken kann es aber auch hier empfohlen werden und wird zweifellos auch hier viel Gefallen finden, zumal die Darstellung infolge der Mitwirkung mehrerer Forscher einen individuellen Charakter trägt und schon insofern von Interesse ist. S. Valentiner.

R. Lang, Experimentalphysik. I. Mechanik der festen, flüssigen und gasigen Körper. 148 S. mit 125 Fig. im Text. (Sammlung Göschen. Nr. 611.) — II. Wellenlehre und Akustik. 96 S. mit 69 Fig. im Text. (Sammlung Göschen. Nr. 612.) Berlin u. Leipzig, G. J. Göschensche Verlagshandlung. 1912, 1913. M. 1.80

Die Darstellung ist in beiden bisher vorliegenden Bändchen lebendig, einfach und leicht faßlich, wie es dem Ziel der Sammlung Göschen entspricht. Dabei ist die Auswahl des Stoffes recht geschickt getroffen und die Gruppierung im ganzen sehr zweckmäßig und mit viel Originalität, was in Anbetracht der großen Zahl von Lehrbüchern und Leitfaden der Experimentalphysik immerhin nicht ganz leicht ist.

Das 1. Bändchen zerfällt in zwei Hauptteile: Mechanik der idealisierten Materie und Mechanik der wirklichen Materie. Von diesen handelt der zweite von der Molekularkrafthypothese, der Elastizität, der Reibung, den Kapillarkräften, der Diffusion. Dadurch, daß der Verfasser auf die Behandlung der Meßmethoden verzichtet unter Hinweis auf Bändchen 301, Physikalische Messungsmethoden von Bahrdt, was natürlich sehr zu billigen ist, gewinnt er viel an Raum und kann die grundlegenden physikalischen Gesetzmäßigkeiten etwas breiter darstellen.

Das 2. Bändchen enthält recht eingehend (38 Seiten) die Wellenlehre, so daß alle Schwierigkeiten von der Akustik vorweggenommen sind, was zweifellos eine glückliche Wahl ist. Der Rest (56 Seiten) ist der Akustik gewidmet. Was die Anordnung des Stoffes in diesem Teil anlangt, so wäre m. E. eine Zusammenfassung dessen, was in die Physiologie und Psychologie gehört, in einen oder mehrere aneinander anschließende Abschnitte zweckmäßiger gewesen, als das Auseinanderreißen; das musikalisch Interessante der Akustik käme dadurch, glaube ich, mehr zur Geltung und würde besser verstanden. Vielleicht kann auch bei einer neuen Auflage das über Kapillarwellen Gesagte etwas weiter ausgeführt werden. S. Valentiner.

G. Urbain et A. Sénéchal, Introduction à la chimie des complexes. Théorie et systématique de la chimie des complexes minéraux. gr. 8. III u. 477 S. mit Textfiguren. Paris, A. Hermann & Fils. 1913. Fr. 15.—

Das vorliegende Buch bietet zwar sachlich kaum Neues; aber in der Darstellung der Dinge und insbesondere in der Kritik der Zuständigkeit chemischer Denkmittel bedeutet es einen ganz wesentlichen Fortschritt der exakten Ausgestaltung chemischen Wissens. Als komplexe Verbindungen werden solche definiert, deren Moleküle zahlreiche Atome enthalten. Ihre Einteilung erfolgt auf Grund ihrer thermodynamischen Stabilität. Zu thermodynamisch durchaus stabilen Gleichgewichten führt die Prüfung der sog. Doppelsalze und allgemeiner die von Verbindungen der sehr stark positiven und der sehr stark negativen Elemente. Es werden diese Verbindungen wegen der Reversibilität ihres Zerfalls „unvollkommen komplexe Verbindungen" genannt. Zu den vollkommen komplexen Verbindungen gehören alle organischen Stoffe und die Verbindungen der wenig elektropositiven Metalle und der wenig elektronegativen Nichtmetalle. Sie existieren auch außerhalb ihres eigentlichen, oft sehr engen thermodynamischen Beständigkeitsfeldes in metastabilem Zustande unter einem chemischen Zwange (contrainte chimique) weiter.

Die Denkmittel und die Arbeitsmethoden sind für die beiden gekennzeichneten Gebiete verschieden. Die Chemie der vollkommenen Komplexe wird auf Grund valenztheoretischer Einteilung klar und übersichtlich; ihre Arbeitsmethoden verfahren nach dem Prinzipe der Substitution, wie die organische Chemie: „Es wird immer eine Ruhmes-

tat A. Werners bleiben, daß er vermochte, die Lehren der organischen Chemie mit einem Minimum an Veränderungen auf das Gebiet der Metalle der Platinfamilie und der dreiwertigen Elemente der Eisengruppe zu übertragen." Aber die Verallgemeinerung dieser Prinzipien auf die gesamte unorganische Chemie scheint von nur begrenztem Nutzen zu sein. Für die thermodynamisch stabilen Systeme ist die wirklich fruchtbringende Führerin die physikalische Chemie „et l'histoire de la chimie tout entière nous montre que chaque fois que cette science a fait à la science voisine un nouvel emprunt, elle a réalisé un progrès".

Erkenntnistheoretisch sind die Regeln der Strukturlehre niedriger einzuschätzen, als die thermodynamischen Grundlagen der physikalischen Chemie, d. h. Widersprüche zwischen den Ergebnissen beider Denkrichtungen können nicht auftreten; denn die Strukturregeln haben sich den thermodynamischen Forderungen anzupassen, „où ils doivent disparaître".

Der erste Teil enthält als notwendige Voraussetzung für das folgende ein Exposé über physikalische Chemie. Der zweite Teil behandelt die Wernersche Strukturlehre und als Beispiele für vollkommene Komplexe die Verbindungen von Platin und Kobalt. Im dritten Teil werden als Beispiele unvollkommener Komplexe Verbindungen von Chrom und Kupfer geschildert. Der letzte Teil enthält eine kurze Abhandlung über die Existenzgebiete der Doppelsalze und einen Anhang über Isomorphismus. Es strebt das Buch also keineswegs Vollständigkeit an, wie ein Handbuch. Vielmehr beschränkt es sich auf die Erörterung typischer Beispiele, wie eine Vorlesung zu tun pflegt, und aus Vorlesungen Urbains ist auch das Werk entstanden.

Es ist zu erwarten, daß diese Gedankenwelt bei der Eindringlichkeit und überzeugenden Kraft ihrer Darstellung durch Urbain von seiner einflußreichen und maßgebenden Stelle aus den größten Nutzen bringen wird. W. Biltz.

Lothar Wöhler, Kurzes Lehrbuch der anorganischen Chemie. Mit einer Skizzierung der organischen Chemie als Anhang. gr. 8. VIII u. 203 S. mit 9 Abbildungen im Text. Leipzig, S. Hirzel. 1914. M. 4.60, gebunden M. 5.60

Eine als Repetitorium gedachte, sachlich selbstverständlich einwandfreie Darstellung der anorganischen Chemie, die für Studierende an Technischen Hochschulen und Universitäten bestimmt ist, welche die Chemie als Hilfswissenschaft treiben.

Werner Mecklenburg.

H. Boerner, Vorschule der Chemie und Mineralogie. Zum Gebrauche bei dem Unterricht in der Chemie und Mineralogie an Gymnasien und Progymnasien, sowie bei dem propädeutischen Unterrichte in der Chemie und Mineralogie an Realgymnasien und Realprogymnasien. 4. verbesserte Auflage. Mit 89 in den Text gedruckten Abbildungen. Berlin, Weidmannsche Buchhandlung. 1911. Gebunden M. 1.50

Die von dem Verfasser gewählte Stoffeinteilung zeigt die nachfolgende Zusammenstellung der Überschriften der einzelnen Kapitel: Einleitung, die Verbrennung, die Luft, das Wasser, Allgemeines von den Elementen, Metalloide, Metalle, Einige organische Verbindungen, Endergebnisse. — Den meisten Chemielehrern wird vermutlich weder die vielfach dogmatische Darstellungsweise des Verfassers zusagen, noch auch die Auffassung, daß es nicht „Aufgabe dieses Unterrichts sein kann, in strenger Weise in die induktive Methode einzuführen" (Vorwort, S. VI). Vielfach finden sich auch Ungenauigkeiten, die in einem chemischen Lehrbuche nicht am Platze sind, so heißt es z. B. auf Seite 52: „Der Gips ist eine Verbindung von Schwefelsäure und Kalk", auf Seite 58: „Eine Verbindung des Magnesiums mit Kohlensäure heißt Magnesiumkarbonat", auf Seite 48: „Das Wasserglas ist eine Verbindung der Kieselsäure mit Natrium oder Kalium" usw. Die Endprodukte der Verwesung (S. 73) sind nicht: CO_2, H_2O und NO_3 (!). R. Lucas.

Berichtigung.

Berichtigung zum Aufsatz über die Relativität der Beschleunigungen in der Mechanik[1]).

Infolge Behinderung des Korrekturlesens durch eine Reise haben sich einige Versehen in meinen Aufsatz eingeschlichen, die vielleicht das Verständnis erschweren.

In Gl. (2) schreibe statt r^2 . . $\dot{r}^2$.
Desgl. in der 6. Gl. auf S. 372.
Im dritten Absatz auf S. 372 schreibe statt Energiesatz (3) . . Energiesatz (2).
In der vierten Gleichung auf S. 372 schreibe statt r' . . r.
Von Gl. (4) ab bis S. 373 einschl. schreibe überall statt δ . . . 2δ.

1) Diese Zeitschr. 15, 371, 1914.

H. Reißner, Charlottenburg.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Am 30. März d. J. starb J. H. Poynting, F. R. S. Poynting wurde am 9. September 1852 in Monton bei Manchester geboren. Seine Studien betrieb er im Owens College, Manchester, und an den Universitäten London und Cambridge. Von 1880 an bekleidete er die Professur für Physik an der Universität Birmingham. Von seinen größeren Arbeiten ist zunächst eine genaue Bestimmung der Gravitationskonstante zu nennen. Am bekanntesten ist wohl seine Untersuchung über den Energiestrom in der Elektrodynamik, die im „Poyntingschen Satze" gipfelt. Die Auffassung, die der Strahlung mechanisches Moment zuschreibt, hat er in mehreren Arbeiten über den „tangentialen Lichtdruck" ausgebaut. Zusammen mit J. J. Thomson hat Poynting eine Reihe physikalischer Leitfäden publiziert. Ferner entstammen seiner Feder zwei kleinere populäre Bücher „Der Lichtdruck" und „Die Erde".

Habilitiert: An der Universität München Dr. Wilhelm Lenz für theoretische Physik und Dr. Jean Felix Piccard für Chemie.

Ernannt: Der ord. Professor der allgemeinen Experimentalchemie organischer Stoffe an der Deutschen Technischen Hochschule Prag Dr. Paul Rabe zum Direktor des Chemischen Staatslaboratoriums Hamburg, der Geh. Regierungsrat Professor Dr. Ludwig Holborn zum Direktor der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin, Dr. Hans Geiger und Privatdozent an der Tech-



nischen Hochschule Berlin Kaiserl. Telegrapheningenieur Dr. Karl Willy Wagner zu Kaiserlichen Professoren und Mitgliedern der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin (ersterer als Leiter des Laboratoriums für Radiumforschung, letzterer als Leiter des elektrischen Starkstromlaboratoriums), der Astronom des Reichsmarineamts Privatdozent an der Universität Berlin Admiralsrat Professor Dr. Ernst Kohlschütter zum ord. Honorarprofessor für Geodäsie und Nautik an derselben Universität.

Verliehen: Dem ord. Honorarprofessor für Chemie an der Universität Berlin und Mitglied des Kaiser-Wilhelm-Instituts für Chemie Dr. Richard Willstätter, sowie dem ord. Professor der Elektrotechnik Dr. Karl Heim und dem ord. Professor der Geodäsie Dr. Karl Oertel, beide an der Technischen Hochschule Hannover, der Titel Geh. Regierungsrat, dem Privatdozenten der Chemie an der Universität Berlin Dr. Hermann Leuchs und dem Privatdozenten für Chemie an der Universität Bonn Dr. Hans Meerwein der Titel Professor.

Gestorben: Der frühere Direktor des Lick Observatory auf dem Mount Hamilton Professor Holden.

Vorlesungsverzeichnis für das Sommersemester 1914.

Technische Hochschule Aachen.

Stark: Experimentalphysik II: Atomdynamik, Optik, Thermodynamik, 4; Physikalisches Praktikum (mit Steubing und Wendt): a) Praktische Übungen aus allen Teilen der Physik für Anfänger, 4 oder 6, b) Anleitung zu selbständigen physikalischen Untersuchungen (Dissertationen), tägl. — **Seitz**: Theoretische Physik: Theorie der elektrischen Schwingungen und elektromagnetische Lichttheorie, 2; Experimentalphysik, enzyklopädischer Kursus: Wärme, Schall, Licht, 2. — **Polis**: Klimatologie, 2; Ausgewählte Kapitel der Meteorologie II, 1; Meteorologische Technik, mit Übungen, 1. — **Steubing**: Photographie I, für Anfänger, II, für Fortgeschrittene, 1, Übungen, 3; Theorie der Wärmestrahlung, 1. — **Grotrian**: Allgemeine Elektrotechnik, 5; Theoretische Elektrotechnik, 2; Elektrotechnisches Praktikum, 8. — **Rasch**: Ausgewählte Kapitel der praktischen Elektrotechnik, 1; Einleitung in die Elektrotechnik, 2; Konstruktionslehre der Elektrotechnik, 3; Elektrotechnische Konstruktionsübungen, 2. — **Finzi**: Elektrische Zentralanlagen und Leitungen, 2, Übungen, 2; Elektromotorische Antriebe in Berg- und Hüttenwerken, 2. —

Bredt: Organische Experimentalchemie I, 4; Allgemeine Übersicht über die organische Chemie, 2; Organisches Praktikum (mit Lipp). — **Classen**: Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 4; Anorganisches Praktikum (mit Scheen, Schleicher, Wolf, Caspar und Roderburg); Elektroanalytisches und elektrochemisches Praktikum (mit Fischer). — **Rau**: Chemische Technologie II: Anorganische Industrien, 2, IV, 2; Entwerfen von chemischen Apparaten und Fabrikanlagen, Übungen, 4; Chemisch-technisches Praktikum (mit Lambris und Kron). — **v. Kapff**: Chemische Technologie der Gespinstfasern: Färberei, Bleicherei usw., 2, Übungen, 4. — **Ruer**: Physikalische Chemie II, 2, Übungen für Hüttenleute, 3, für Chemiker, 1 Vormittag, für Fortgeschrittene; Ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie, 1; Allgemeines hüttenmännisches Praktikum, 3. — **Fischer**: Maßanalyse, 1; Spezielle Elektrochemie, 1. — **Lambris**: Technologie der Stickstoffverbindungen, 1. — **Levy**: Über Raumchemie organischer Verbindungen, 1. —

Blumenthal: Höhere Mathematik III, 3; Elemente der Differential- und Integralrechnung, 5, Übungen, 1. — **Hamel**: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Funktionentheorie, 2 *g*. — **v. Kármán**: Mechanik I, 4, Übungen, 1, II, 3, Übungen, 1; Flugtechnische Aerodynamik, 2 *g*. — **Kötter**: Darstellende Geometrie II, 2, Übungen, 2; Elemente der darstellenden Geometrie, 2, Übungen, 2. — **Gast**: Praktische Geometrie I, 2, II, 1; Geodätisches Praktikum I, 1 Tag, II, 1 Nachmittag; Geodätische Ausarbeitungen, 4; Geographische Ortsbestimmung, 2, Übungen, 2; Höhere Geodäsie, 2. — **Haußmann**: Markscheiden und Feldmessen II, 3; Übungen im Markscheiden und Feldmessen (mit Wandhoff und Kalohr), 1 Tag. — **Wandhoff**: Markscheiderische Zeichen- und Rechenübungen, 2. —

Universität Basel.

Hagenbach: Experimentalphysik I, 6; Physikalisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl., für Anfänger (mit Veillon), 8; Moderne Physik in elementarer Darstellung, 1; Physikalisches Kolloquium, 14 tägig, 2. — **Veillon**: Handfertigkeitspraktikum (mit Zickendraht), 2; Geometrische Optik, 1. — **Matthies**: Elektrizität, 4; Mathematisch-physikalische Übungen, 2 *g*. — **Zickendraht**: Der wissenschaftliche Begriff der Farbe, 1. —

Rupe: Die Methoden der organischen Synthese, $2^1/_2$; Chemisches Vollpraktikum für organische Chemie, tägl.; Chemisches Kolloquium (mit Fichter, Bernoulli und Obermiller), 1 *g*. — **Fichter**: Anorganische Experimentalchemie, 6; Analytisches Halbpraktikum für Anfänger, 9; Chemisches Vollpraktikum (Anorganische und elektrochemische Übungen und Arbeiten), tägl. — **Kreis**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel I, 2; Übungen in der Untersuchung von Lebensmitteln, 4; Arbeiten im Laboratorium für angewandte Chemie, tägl. — **Bernoulli**: Statik und Dynamik chemischer Reaktionen, mit Demonstrationen, 2; Kinetische Theorie der Gase und Lösungen, 1; Physikalisch-chemisches Praktikum für Anfänger, 4; Physikalisch-chemisches Vollpraktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Obermiller**: Ausgewählte Kapitel der organisch-chemischen Großindustrie, 2. — **Beuttner**: Pharmakognosie, 3; Pharmazeutische Chemie und chemische Toxikologie, 3; Pharmakognostisch-mikroskopisches Praktikum, 3; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, tägl.; Pharmazeutisches Kolloquium, 1 *g*. —

Bieberbach: Differential- und Integralrechnung II, 4; Differentialgeometrie: Kurven und Flächen, 4; Analytische Zahlentheorie, 2; Übungen zur Integralrechnung, 1 *g*; Mathematisches Seminar (mit Spieß), 1 *g*. — **Riggenbach**: Astronomische Übungen, 2. — **Spieß**: Variationsrechnung, 4. — **Flatt**: Pädagogisches Seminar, mathematisch-naturwissenschaftliche Abteilung II, 2; Repetitorium der Algebra, 2. —

Universität Berlin.

Rubens: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 5, Mathematische Ergänzung, 1 *g*; Physikalisches Kolloquium, $1^1/_2$ *g*; Arbeiten im physikalischen Laboratorium, für Geübtere (mit Wehnelt), tägl. — **Planck**: Theoretische Optik, 4; Mathematisch-physikalische Übungen, 1 *g*. — **Wehnelt**: Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Blasius) I: Mechanik, Akustik, Wärme und Optik, 7, II, 7, für Pharmazeuten, 3; Mathematische Ergänzungen zum physikalischen Praktikum II, 1 *g*; Praktikum zur Erlangung von Handfertigkeit für das physikalische Arbeiten (mit Regener), 3. — **Hellmann**: Theoretische Meteorologie, 1; Meteorologisches Praktikum, 2; Meteorologisches Kolloquium, 1 *g*. — **Warburg**: Elektrisches Leitungsvermögen, 2. — **Schmidt**: Theorie der Gezeiten und Meeresströmungen, 2; Methode der kleinsten Quadrate, 1 *g*. — **Neesen**: Geometrische Optik und optische Instrumente, 2. — **Blasius**: Praktischer Kursus für Mediziner, $3^1/_2$; Übungen im Anschluß an das Praktikum, 1 *g*. — **E. Meyer**: Technische Mechanik, 2. — **Weinstein**: Allgemeine Mechanik und Mechanik der starren Systeme, 3; Vektoranalysis der physikalischen Größen, für Physiker und Mathematiker, 2; Der Pantheismus und seine moderne Entwicklung, 1 *g*. — **Krigar-Menzel**: Theorie

der Elastizität und Hydrodynamik, 4. — **Leß**: Einführung in die Klimatologie, 1; Über die jeweiligen Witterungsvorgänge, 1 *g*. — **Martens**: Anleitung zu physikalischen Untersuchungen, tägl. *g*. — **Gehrcke**: Einführung in die höhere Mathematik: Elemente der Differential- und Integralrechnung, unter besonderer Berücksichtigung der Anwendungen in den Naturwissenschaften, $1^1/_2$. — **Grüneisen**: Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendungen in der Physik, 2. — **Byk**: Absolutes Meßsystem und physikalischer Dimensionsbegriff, 1. — **Kiebitz**: Theorie der elektrischen Schwingungen, 1 *g*. — **Hahn**: Atomzerfall, 1. — **Henning**: Anwendung physikalischer Theorien, insbesondere der Thermodynamik, auf Erscheinungen in der Natur, 1. — **v. Baeyer**: Radioaktivität, mit Experimenten, 1. — **Regener**: Praktische Übungen in radioaktiven Messungen, 3. — **Reichenheim**: Durchgang der Elektrizität durch Gase, 1. — **Pohl**: Interferenz und Beugung des Lichtes, 1; Repetitorium der Elektrizitätslehre, 1. — **Eucken**: Quantentheorie, 1. — **Franck**: Beziehungen zwischen Elektrizität, Magnetismus und Licht auf elektronentheoretischer Grundlage, 1. — **Westphal**: Das ultrarote Spektrum, 1. — **Reiche**: Elektronentheorie, 2. — **Scheffer**: Angewandte wissenschaftliche Photographie, 1; Grundlagen der Mikroskopie und Mikrophotographie, 1 *g*. —

E. Fischer: Praktische Arbeiten im Chemischen Universitäts-Laboratorium (mit Gabriel, Pschorr, Traube, Diels, Leuchs und Stähler), tägl.; Kursus für Mediziner und Zahnärzte, 6. — **Nernst**: Praktische Übungen und Arbeiten im physikalisch-chemischen Laboratorium: a) anorganisch-chemisches Praktikum (mit Marckwald), tägl., b) physiko-chemische Übungen, 7, c) physiko-chemische Arbeiten (mit Eucken), tägl. — **Beckmann**: Besprechung neuerer chemischer Untersuchungen, 1 *g*. — **Willstätter**: Kolloquium über organische Chemie, 1 *g*. — **Wichelhaus**: Technologie für Chemiker: Anorganische Stoffe, 4, Übungen, tägl.; Anleitung zu chemisch-technischen Untersuchungen, halbtägig. — **Gabriel**: Organische Experimentalchemie, 5. — **Thoms**: Pharmazeutische Chemie, organischer Teil, 4; Chemisch-analytische Übungen im Pharmazeutischen Institut (mit Anselmino), tägl. — **Liebermann**: Organische Experimentalchemie II, 5; Praktische Übungen im organisch-chemischen Laboratorium, tägl. — **Biedermann**: Technische Chemie I: Anorganische Stoffe, 2; Explosivstoffe, 1 *g*. — **Traube**: Quantitative chemische Analyse, 1. — **Pschorr**: Chemie der Alkaloide, 1. — **Fock**: Atomtheorie, 1; Kristallographie, 1 *g*. — **Marckwald**: Anorganische Experimentalchemie, 5. — **Rosenheim**: Anorganisch-chemisches Praktikum (mit R. J. Meyer), tägl.; Übungen in der Experimentalchemie (mit R. J. Meyer), 8; Praktische Übungen in der Gas- und Maßanalyse, 4. — **v. Buchka**: Geschichte der Chemie, 2; Chemie der Nahrungsmittel, Genußmittel und Gebrauchsgegenstände, 4. — **Emmerling**: Hydrochemie und Hydrobiologie, 1. — **R. J. Meyer**: Elektroanalyse (Übungen), 9. — **Spiegel**: Anorganische Chemie, für Zahnärzte, 3. — **Neuberg**: Arbeiten auf dem Gebiete der Biochemie, tägl. *g*; Organisch-chemische Arbeiten, tägl. *g*. — **Sachs**: Konstitutionsbestimmung organischer Verbindungen, 1. — **Koppel**: Ausgewählte Kapitel der allgemeinen Chemie, 1 *g*. — **Diels**: Die wichtigsten Arbeitsmethoden der organischen Chemie, 1. — **Meisenheimer**: Überblick der organischen Experimentalchemie, 3, Ergänzungen, 2; Chemie der Enzyme unter besonderer Berücksichtigung der Gärungsenzyme, mit Experimenten, 1; Anorganisch- und organisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Großmann**: Chemische Industrie und Weltwirtschaft, 1; Besprechung chemisch-technischer und wirtschaftlicher Tagesfragen, mit Exkursionen, $1^1/_2$. — **Löb**: Klinisch-chemischer Kursus, 2 Nachmittage; Physiologisch-chemisches Laboratorium, tägl. — **Köthner**: Reaktionen der Gruppenelemente und Elementgruppen, 2. — **Stähler**: Spezielle anorganische Chemie, mit Experimenten, 1. — **Houben**: Chemische Entdeckungen und ihre Geschichte, 1. — **Lockemann**: Theorien der modernen Chemie, 1. — **Lens**: Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln, $1^1/_2$; Mikrochemische Analyse, 2. — **Leuchs**: Neuere organische Arbeiten, 1. — **Pringsheim**: Biochemie und Technologie der alkoholischen Gärung, 1. — **Anselmino**: Qualitative Analyse für Apotheker, 1; Arzneibuch, 1; Arzneimittelgesetzgebung, 1. —

Schwarz: Raumkurven und krumme Flächen, 4; Variationsrechnung, 4; Elementargeometrische Herleitung der wichtigsten Eigenschaften der Kegelschnitte, 2 *g*; Mathematische Kolloquien, 14tägig, 2 *g*; Mathematisches Seminar (mit Frobenius und Schottky), 2 *g*. — **Foerster**: Geschichte der mittelalterlichen Astronomie, 2 *g*; Grundlehren der Orts- und Zeitbestimmung, 1 *g*; Kalenderwesen und Kalenderreform, 1 *g*. — **Helmert**: Erdmessung, 1 *g*. — **Frobenius**: Theorie der Determinanten, 4. — **Schottky**: Analytische Geometrie, 4; Thetafunktionen, 4. — **Struve**: Theorie der Systeme von Jupiter und Saturn, 3. — **Cohn**: Ausgleichungsrechnung, 2; Theorie der speziellen Störungen, 2; Seminar für wissenschaftliches Rechnen, 2 *g*. — **Lehmann-Filhés**: Analytische Mechanik, 4, Übungen, 1 *g*. — **Hettner**: Einführung in die Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen, 2. — **Knoblauch**: Anwendungen der elliptischen Funktionen, 4; Integralrechnung, 4; Übungen in der Differential- und Integralrechnung, 1 *g*. — **Marcuse**: Theorie und Handhabung geographisch-, nautisch- und aeronautisch-astronomischer Instrumente, mit Übungen und Demonstrationen, $1^1/_2$; Einführung in die astronomische Geographie und kosmische Physik, mit Lichtbildern, $1^1/_2$; Allgemeine Himmelskunde mit Lichtbildern und gelegentlichen Beobachtungen am Fernrohr, $1^1/_2$. — **Witt**: Ausgewählte Kapitel der sphärischen Astronomie, 2; Übungen auf der Sternwarte, 6 *g*. — **Kohlschütter**: Die Figur der Erde, 1; Übungen im Geländeaufnehmen, 1 Nachmittag *g*. — **Knopp**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 14tägig, $1^1/_2$ *g*; Theorie der unendlichen Reihen, 4. —

Technische Hochschule Berlin.

Kurlbaum: Experimentalphysik: Wärme, Optik, 4, für Architekten, 2; Physikalische Übungen, 8. — **N. N.**: Experimentalphysik: Wärme, Optik, 4; Physikalische Übungen, 8. — **Grunmach**: Magnetische und elektrische Maßeinheiten und Meßmethoden, 2; Physikalische Maßbestimmungen und Meßinstrumente (Physikalische Übungen), 10. — **Kalischer**: Die physikalischen Grundlagen der Elektrotechnik I, 2; Elektromagnetismus und Induktion mit besonderer Berücksichtigung der Elektrotechnik, 4; Grundzüge der Elektrochemie, 2. — **Krigar-Menzel**: Allgemeine Mechanik II: Gleichgewicht und Bewegung von elastischen, festen und flüssigen Körpern, 4; Einführung in die kinetische Gastheorie, 2. — **Berndt**: Luftelektrizität, 2. — **Felgentraeger**: Maß- und Gewichtswesen II, 2; Die Meßinstrumente des Chemikers, 2. — **Glatzel**: Drahtlose Telegraphie II, Aufbau und Betrieb praktischer Stationen, 1; Übungen in der Hochfrequenztechnik, 2. — **v. Ignatowsky**: Vektoranalysis mit Anwendungen auf verschiedene Gebiete der Physik, insbesondere auf die Maxwellsche Theorie der Elektrizität, 2. — **Kaßner**: Wettervorhersage, 1. — **Petzoldt**: Das Relativitätsprinzip, 1 *g*. — **Zehnder**: Angewandte Physik: Allgemeine Übersicht über technische Betriebe, mit Projektionen und Exkursion, 2; Physikalisches Praktikum, mit besonderer Berücksichtigung der Telegraphentechnik, 2 oder 4. — **Günther**: Theorie und Praxis der Meßbildphotographie: Photogrammetrie, 2, Exkursion, 1. — **Franke**: Elektrische Fernmeldetechnik einschließlich drahtlose Telegraphie, 4, Übungen, 6. — **Kloß**: Elektromaschinenbau, 4 bzw. 2; Übungen im Elektrotechnischen Versuchsfelde, 4. — **Krell**: Schiffselektrotechnik, 2. — **Orlich**: Grundlagen der Elektrotechnik, 4; Übungen im Elektrotechnischen Laboratorium, 12; Elektrotechnische Meßkunde, 2. — **W. Reichel**: Elektrische Kraftanlagen und Bahnen, 2, Übungen, 4. — **Wedding**: Übungen im Elektrotechnischen Laboratorium, 12; Elektrotechnische Meßkunde, 2; Beleuchtungstechnik, 2. — **Benischke**: Allgemeine Wechsel-

stromtechnik, 4. — **Breslauer**: Berechnung und Prüfung elektrischer Maschinen nach den in der Praxis herrschenden Gepflogenheiten, 2. — **Faßbender**: Einführung in die drahtlose Telegraphie, 2. — **Gerstmeyer**: Kommutatormotoren für Drehstrom, 1. — **Rüdenberg**: Magnetische Streuung und ihre Wirkung in elektrischen Maschinen, 1. — **Wagner**: Magnetische Hysterese und dielektrische Nachwirkung, 2. — **Zehme**: Elektrische Stadtschnellbahnen und Vorortsbahnen, 2. —

Hofmann: Experimentalchemie: Chemie der Metalle mit Einführung, 4; Praktische Arbeiten im anorganischen Laboratorium, tägl.; Gasanalyse, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Chemie (mit Wirth), 2. — **Pschorr**: Organische Chemie II: Aromatische Reihe, zyklische Verbindungen, Farbstoffe, Alkaloide usw., 5; Praktische Arbeiten im organischen Laboratorium, tägl. — **Dolezalek**: Angewandte Elektrochemie, 2; Kleines physikalisch-chemisches und elektrochemisches Praktikum, 2 halbe Tage; Praktische Arbeiten im physikalisch-chemischen und elektrochemischen Institut, tägl. — **v. Buchka**: Chemie der Nahrungsmittel mit Berücksichtigung der Nahrungsmittelanalyse und Bakteriologie, 4; Geschichte der Chemie, 2. — **Holde**: Untersuchung der Kohlenwasserstofföle und verwandter Produkte: Schmieröle, Treiböle, Leuchtöle, Paraffin, Ceresin, Asphalt usw., 2. — **Miethe**: Spektralanalyse, mit Übungen, 2; Photochemie und photomechanische Prozesse, 2; Konstruktionstypen photographisch-optischer Instrumente, 1; Praktische Arbeiten im photochemischen Laboratorium, für Photochemiker, tägl.; Photographische Übungen in den gebräuchlichen Prozessen, 16. — **Traube**: Thermochemie, 2; Physikalisch-chemische Übungen, 3; Kolloquium über ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie, 1. — **Witt**: Chemische Technologie I, 4; Glas, Keramik, Apparatekunde, 4; Praktische Arbeiten im technisch-chemischen Institut, tägl. — **Arndt**: Technische Anwendungen der physikalischen Chemie, 1. — **Börnstein**: Verbrennung und Heizung, 1. — **Byk**: Chemie der photographischen Prozesse, 1. — **v. Girsewald**: Praktische Kalorimetrie, mit Übungen, 2. — **Guertler**: Mineralsynthesen, 1. — **Hauser**: Chemie der Kolloide mit ultramikroskopischen Übungen, 2. — **Hilpert**: Analytische Chemie, 1, Kolloquium, 1; Theoretische Chemie in ihrer Anwendung auf die Prozesse der Hüttenkunde, 1. — **Hinrichsen**: Chemische Atomistik, Einführung in die theoretischen Grundanschauungen der modernen Naturwissenschaft, 1. — **Lehmann**: Die Farbenphotographie, 1. — **H. Liebermann**: Methoden zur Konstitutionsbestimmung organischer Verbindungen, 2. — **v. Pirani**: Die Laboratoriumsöfen und die Messung hoher Temperaturen, mit Demonstrationen, 1. — **Seegert**: Ausgewählte Kapitel aus der Spektralanalyse, 1. — **Simonis**: Repetitorium der organischen Chemie (Kolloquien), 2; Qualitative und quantitative Analyse organischer Verbindungen, 1. — **Stavenhagen**: Einführung in die Experimentalchemie, 2. — **Ullmann**: Ausgewählte Kapitel der Farbenindustrie, 1. — **Voswinckel**: Terpene und Kampfer, 1. — **Wirth**: Analytische Chemie, 1. — **Wolffenstein**: Die neueren Arzneimittel und ihre Fabrikation, 2. —

Dziobek: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2. — **Haentzschel**: Elemente der Mechanik, 4. — **W. Hartmann**: Kinematische Geometrie und theoretische Kinematik, 2; Maschinengetriebe: Anwendungen der Kinematik, 2. — **Hettner**: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2; Differentialgleichungen, 2. — **Jolles**: Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4. — **Lampe**: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2; Bestimmte Integrale und Differentialgleichungen, 2. — **E. Meyer**: Mechanik I, 4, Übungen und Festigkeitslaboratorium, 3; Ausgewählte Kapitel der Technischen Mechanik, 2. — **v. Parseval**: Motorluftschiffe, 2; Flugzeuge, 2; Übungen im Bau von Luftfahrzeugen, 2. — **Reißner**: Mechanik und graphische Statik I, 4, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel der Mechanik, 2 *g*. — **Scheffers**: Darstellende Geometrie II, 5, Übungen, 5. — **Schuberg**: Mechanische Technologie, für Chemiker, 2; Maschinenelemente mit Übungen im Maschinenzeichnen, für Chemiker, 1, Übungen, 3. — **Wallenberg**: Ausgewählte Kapitel der Elementarmathematik, 2; Funktionentheorie II, 2; Variationsrechnung, 2. — **Weber**: Mechanik I, 4, Seminarübungen, 2, II, 4, Seminarübungen, 1; Ausgewählte Kapitel der technischen Mechanik: Die verschiedenen Formen der Bewegungsgleichungen unter besonderer Berücksichtigung der Probleme des Schiffbaus, 1. — **Wehage**: Ausgewählte Kapitel aus der höheren technischen Mechanik, 4. — **Dietzius**: Luftschiffbau und Luftschiffahrt, 1. — **Fuchs**: Lineare Differentialgleichungen, 2. — **Jacobsthal**: Repetitorium der höheren Mathematik: Differentialrechnung, analytische Geometrie der Ebene, 2. — **Lichtenstein**: Darstellende Geometrie I, 5, Übungen, 5. — **Salkowski**: Projektive Geometrie, 2. — **Werner**: Niedere Geodäsie, 4; Geodätisches Praktikum II, 2; Praktische Übungen im Feldmessen, 4; Planzeichnen, zugleich Bearbeitung der Aufnahmen, nach Verabredung; Höhere Geodäsie, 2. — **Wolff**: Aufnahme und Bearbeitung eines Höhen- und Lageplanes, 1, Übungen, 1 Nachmittag. —

Universität Bern.

Forster: Experimentalphysik I: Allgemeine Physik, Akustik, Optik, 6; Wärmelehre (Schluß), 1 *g*; Repetitorium der Physik, 2; Theoretisch-praktischer Kurs der Photographie mit besonderer Berücksichtigung der Mikrophotographie, der Farbenphotographie und der Spektrophotographie, 2; Physikalisches Praktikum, 4. — **Gruner**: Thermodynamik, 4; Elektronentheorie II, 2; Moderne Probleme der theoretischen Physik, 1; Seminar für theoretische Physik, nach Verabredung. — **Blattner**: Grundzüge der Elektrotechnik, 1. — **Luterbacher**: Die meteorologischen Faktoren und ihre Beobachtung, 1. —

Kohlschütter: Anorganisch-chemisches Praktikum, tägl.; Chemisches Praktikum für Mediziner, 8; Physikalische Chemie, 2; Kolloquium über anorganische Chemie, 1; Elektrochemie der Gase, 1. — **Ephraim**: Analytische Chemie, 3; Chemie der Komplexverbindungen, 1; Gasanalytisches Praktikum, 3. — **Mai**: Repetitorium der anorganischen Chemie, 1. — **Tambor**: Organische Chemie I, 6, Repetitorium, 1; Organisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Woker**: Arbeiten im Laboratorium für physikalisch-chemische Biologie, ganz- oder halbtägig; Kurs für die Untersuchung der Körperflüssigkeiten: Harn, Blut, Milch usw., 4; Theorie der Lebenserscheinungen, 1—2; Immunochemie, 1; Katalyse und Löslichkeitsbeeinflussung mit besonderer Berücksichtigung ihrer Rollen in der Biologie, 1. — **Schaffer**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel II, 2; Technologie der Lebensmittelgewerbe, nach Verabredung. —

Graf: Kugelfunktionen II, mit Repetitorium, 3; Besselsche Funktionen II, mit Repetitorium, 3; Integralrechnung mit Repetitorium, 3; Funktionentheorie II, 2; Renten- und Versicherungsrechnung, 2; Mathematisches Seminar, $1^1/_2$. — **Ott**: Algebraische Analysis I, 2; Differentialrechnung, 2; Analytische Geometrie der Ebene I, 2; Goniometrie und ebene Trigonometrie, 2; Mathematische Übungen, 2. — **Huber**: Bahnbestimmung der Planeten und Kometen, 2; Theorie der algebraischen Flächen, 3; Theorie und Anwendung der elliptischen Integrale, 2; Mathematisches Seminar (geometrische Richtung) (mit Graf), 1. — **Mauderli**: Wissenschaftliches Rechnen II: Anwendungen, 1, Übungen, nach Verabredung; Einleitung in die Physik des Himmels, 2; Drei Lebensbilder aus der Geschichte der Astronomie: Kopernikus, Galilei und Kepler, 1 *g*. — **Benteli**: Elemente der darstellenden Geometrie, 4; Praktische Geometrie II: Übungen auf dem Terrain, 3. — **Crelier**: Zentralprojektion, 2; Nichteuklidische Geometrie, 2; Unterrichtsfragen aus der Geometrie, 1. — **Moser**: Die Konstanten der Makehamschen Überlebensordnung, nach Verabredung; Mathematisch-versicherungswissenschaftliches Seminar, 1—2. — **Bohren**:

Methode der kleinsten Quadrate, 2. — **Berliner**: Zahlentheorie (Fortsetzung), 3. —

Universität Bonn.

Kayser: Experimentalphysik I: Mechanik, Allgemeine Physik, Wärme, Akustik, 5; Laboratorium für Anfänger, 8, für Vorgeschrittene, tägl.; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Bucherer**: Elemente der Vektoranalyse, 1 *g*. — **Pflüger**: Theorie der Wärme, 4, Übungen, 1 *g*. — **Eversheim**: Interferenzoptik, 2; Grundzüge der Elektrotechnik, 1 *g*. — **Grebe**: Meteorologie, 2; Übungen in Experimentalvorträgen für Lehramtskandidaten: Elektrizität, 2. —

Anschütz: Experimentalchemie I: Anorganische Chemie, 6; Kolloquium über neuere Arbeiten auf dem Gebiete der Chemie, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene sowie für Nahrungsmittelchemiker (mit Benrath, Frerichs und Kippenberger), tägl., für Mediziner (mit Benrath), tägl. außer Sonnabend. — **Rimbach**: Physikalische Chemie II: Thermochemie und Elektrochemie, 3; Unterstufe: Stöchiometrische und chemisch-analytische Aufgaben, 14tägig, 2 *g*; Oberstufe: Physikalisch-chemische Aufgaben, 14tägig, 2 *g*; Übungen in physikalisch-chemischen Meßmethoden, 3. — **Frerichs**: Pharmazeutische Chemie II (organisch), 3, III: Zyklische Verbindungen, 1 *g*; Sterilisieren von Arzneimitteln, 1; Toxikologische Analyse, 1. — **Kippenberger**: Grundzüge der Nahrungsmittelchemie, 2; Chemische Technologie, organischer Teil, ausschließlich der Farbstoffchemie, mit Exkursionen, 2; Einführung in die chemische Großtechnik II: Organisch-chemische Betriebe, mit Exkursionen, 1; Besprechung technisch-chemischer Betriebskontrollen, 1 *g*. — **Benrath**: Chemisches Rechenseminar: Ausgewählte Kapitel der speziellen anorganischen Chemie II: Seltenere Metalle, 1 *g*; Analytische Chemie II: Maß-, Gas- und Elektroanalyse, 2; Übungen in der Gasanalyse, 3 *g*. — **Laar**: Grundlagen der Photographie I: Negativverfahren, 2; Materialien der gesamten graphischen Künste und der Malerei I: Anorganische Substanzen, 1; Photographisches Praktikum, tägl. — **Mannheim**: Chemie der Drogen- und Pflanzenstoffe, 2. — **Meerwein**: Intramolekulare Atomverschiebungen, 1; Repetitorium der organischen Chemie, 2. — **Deschauer**: Derivate der Kohlensäure, 1. — **Gewecke**: Grundlagen und Hauptmethoden der Gewichtsanalyse, 1. —

Study: Theorie der elliptischen Funktionen, 4; Mathematisches Seminar, Oberstufe: Vortragsübungen, 14tägig, 2 *g*. — **London**: Darstellende Geometrie, 4, Übungen, 1 *g*; Analytische Geometrie II: Projektive Geometrie, 3. — **Schur**: Zahlentheorie, 4; Theorie der Fourierschen Reihen, 2; Mathematisches Seminar, Mittelstufe: Behandlung einfacher Aufgaben (mit J. O. Müller), 14tägig, 2 *g*. — **C. Müller**: Einführung in die Geodäsie, mit Übungen, 2 *g*. — **J. O. Müller**: Einführung in die Differential- und Integralrechnung, 4, Übungen, 1 *g*. — **Küstner**: Theorie und Praxis der astronomischen Instrumente, 3; Astronomisches Kolloquium, 1 *g*; Praktische Übungen im astronomischen Beobachten (mit Mönnichmeyer), nach Verabredung. — **Mönnichmeyer**: Geographische Ortsbestimmungen, 2. —

Technische Hochschule Braunschweig.

Diesselhorst: Experimentalphysik: Ausgewählte Kapitel aus der Mechanik, Wärmelehre und Optik, 4; Thermodynamik: Mechanische Wärmetheorie, 2, Übungen, 1; Elektromagnetische Schwingungen, 3; Physikalisches Praktikum I und II: Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g*. — **Bergwitz**: Erdelektrizität und Erdmagnetismus oder Ausgewählte Kapitel aus der kosmischen Physik, 1. — **Witte**: Naturwissenschaft und Erkenntnistheorie, 1. — **Peukert**: Elektrotechnische Messungen, 2; Elektrotechnik, 4; Grundzüge der Elektrochemie, 2; Elektrotechnisches Praktikum, für Anfänger, 9; Arbeiten im elektrotechnischen Laboratorium, für Fortgeschrittenere, 0. — **Czeija**: Elektromaschinenbau, 4, Übungen, 6; Elektrische Bahnen, 2. — **Mosler**: Telegraphie und Telephonie, 2; Einführung in die Automobiltechnik, 1. — **Micheler**: Einführung in die Photographie, 1; Spezielle Photographie, 2; Photographische Übungen, für Anfänger und Fortgeschrittene, 3. —

Meyer: Organische Experimentalchemie, 6; Chemische Technologie der Faserstoffe, 1; Arbeiten im chemischen Laboratorium; Chemisches Kolloquium (mit Freundlich), nach Verabredung, *g*. — **Biehringer**: Analytische Chemie, 2; Chemisch-technische Rechnungen, 1; Heizstoffe und Kesselspeisewasser, 2, Übungen, 1. — **Freundlich**: Elektrochemie, für Elektrotechniker und Chemiker, 2; Chemische Technologie I, 4; Arbeiten im Laboratorium für Chemie und Elektrochemie. — **Reinke**: Chemische Technologie II 2, 4, Übungen, monatlich 2 *g*; Chemisch-technische Analyse II, 2; Enzyme, 2; Arbeiten im Laboratorium für chemische Technologie II und landwirtschaftlich-chemische Gewerbe. — **Schultze**: Agrikulturchemie, 2. — **Beckurts**: Abwässerreinigung, 1; Wasser- und Harnuntersuchung, 1; Pharmazeutische Chemie, 4; Arbeiten im Laboratorium für pharmazeutische Chemie und Nahrungsmittelchemie und in der Nahrungsmitteluntersuchungsstelle. — **Troeger**: Analytische Chemie, 2; Repetitorium der anorganischen und organischen Chemie, 2. — **Emde**: Analyse und Synthese organischer Stoffe mit physiologischer Wirkung, 1. —

Fricke: Analytische Geometrie und Algebra, 3; Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Funktionentheorie, 2; Grundlagen der Theorie der Fourierschen Reihen, 1. — **Timerding**: Darstellende Geometrie, 4, Übungen, 6; Einführung in die höhere Mathematik, 3, Übungen, 1. — **Wernicke**: Statik starrer und elastisch-fester Körper, 4, Übungen, 2. — **Schlink**: Technische Mechanik I: Statik, 6, Übungen und Repetitionen, 3, III: Hydraulik, Aerostatik und Aerodynamik, 4, Übungen und Repetitionen, 2; Stabilitäts- und Steuerungsfragen der Luftfahrzeuge, 1; Ausgewählte Kapitel aus der Theorie der Konstruktionen, 1. — **Näbauer**: Geodäsie I, 5, Übungen, 2; Grundzüge der sphärischen Astronomie: Direkte astronomische Bestimmung der geographischen Koordinaten und des Azimuts, 2, Übungen, 2; Vermessungsübungen I, 5, II, 9; Ausarbeitung geodätischer Aufnahmen, 3. —

Universität Breslau.

Lummer: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Kolloquium (mit Pringsheim und Schaefer), 2 *g*; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Schaefer, Waetzmann und Ladenburg), 6, für Pharmazeuten (mit Waetzmann), 3, für Mediziner (mit Ladenburg), 3, für Geübtere (mit Pringsheim, Schaefer und Waetzmann), tägl. — **Pringsheim**: Kinetische Theorie der Materie und der Elektrizität, 4. — **Schaefer**: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 4. — **Waetzmann**: Die Resonanz in der Mechanik, Akustik, Optik und Elektrizität (experimentell), 2. — **Ladenburg**: Die Atome der Materie und der Energie: („Quanten"), auf Grund neuerer Versuche aus der Radioaktiviät, Optik und Wärmelehre (experimentell), 1. — **Fischer**: Kolloidphysik, 1, Handfertigkeitspraktikum: Unterweisung in der für wissenschaftliche Arbeiten nötigen Kenntnis der Bearbeitung von Holz, Glas, Metall, 3. — **von dem Borne**: Physik der Erdfeste: Geophysik, 3; Geophysikalische Übungen und Besprechungen, nach Verabredung, *g*. — **Riesenfeld**: Photographisches Praktikum, 2; Die Photographie und ihre Technik, 1 *g*. —

Biltz: Unorganische Experimentalchemie, 6; Chemische Referatenstunde für Vorgeschrittenere (mit v. Braun, Meyer, Koenigs und Arndt), 14tägig, 1½ *g*; Chemisches Praktikum, organische Abteilung, ganztägig, unorganische Abteilung (mit v. Braun), ganz- und halbtägig, tägl. außer Sonnabend, für Landwirte, 4, für Mediziner (mit Meyer), 4. — **Gadamer**: Anorganische Experimentalchemie mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie, 6; Prüfung der Arzneimittel, 1 *g*; Praktisch-chemische Übungen mit besonderer Berücksichtigung der

Pharmazie, der forensischen Chemie und Nahrungsmittelchemie, tägl.; Kleines chemisches Praktikum, 6. — **Schenck**: Physikalische Chemie II: Elektrochemie und Photochemie, 2; Ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie, 1 *g*; Physikalisch-chemisches Praktikum für Fortgeschrittenere, tägl.; Übungen in physikalischer Chemie und Elektrochemie, 4. — **Ehrlich**: Landwirtschaftlich-chemische Technologie II: Gärungsindustrien (Brennerei, Brauerei usw.), 2; Die Milch, ihre technische Verarbeitung und Verwertung: Molkerei usw., 1; Die Enzyme und ihre Bedeutung für das Pflanzen- und Tierleben, 1 *g*; Chemische, biochemische und technische Arbeiten, für Anfänger und Fortgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Praktische Übungen und Untersuchungen auf dem Gebiete der Zucker-, Brennerei-, Brauereichemie und -technik, 4; Grundzüge der organischen Chemie für Landwirte. — **v. Braun**: Analytische Chemie II, 1; Chemische Tagesfragen, 1; Besprechung selbständiger wissenschaftlicher Arbeiten, 1 *g*. — **Herz**: Die physikalisch-chemischen Grundlagen der analytischen Chemie, 2; Geschichte der Chemie, 1; Grundlagen der Maßanalyse, 1; Anwendungen der Maßanalyse, mit besonderer Berücksichtigung des Deutschen Arzneibuches, 1; Besprechungen zur qualitativen Analyse, 1 *g*. — **Meyer**: Physikalische Chemie I, 2; Mathematische Ergänzungen, 1; Physikalisch-chemisches Kolloquium, 1 *g*. — **Arndt**: Ausgewählte Kapitel der chemischen Technologie, in elementarer Darstellung, mit Exkursionen, 2; Theoretische Besprechung des anorganisch-chemischen Anfänger-Praktikums, 2 und 1. — **Koenigs**: Benzolderivate, 2. — **Danckwortt**: Ausgewählte Kapitel aus der Chemie der menschlichen Nahrungs- und Genußmittel, mit Exkursionen, 2. —

Sturm: Analytische Geometrie des Raumes, 3; Geometrische Verwandtschaften I, 3. — **Kneser**: Fouriersche Reihen und Differentialgleichungen der mathematischen Physik, 4; Anwendungen der Variationsrechnung, 2; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 2 *g*. — **Schmidt**: Algebra, 4; Elliptische Funktionen II, 2; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 2 *g*. — **Schnee**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 2; Ergänzungen zur Differential- und Integralrechnung, 2. — **Steinitz**: Zahlentheorie, 4, Übungen, 1 *g*. —

Technische Hochschule Breslau.

Lummer: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Praktikum, 3. — **von dem Borne**: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Luftschifffahrt: Theorie der Flugzeuge, 2; Aeronautische und meteorologische Übungen, 2; Grundzüge der Meteorologie, 1; Physik der Erdfeste, 2. — **Hilpert**: Elektrotechnik II, 4; Elektromaschinenbau I und II, 2; Apparatebau, 2; Übungen im Elektromaschinen- und Apparatebau, 4; Elektrotechnisches Laboratorium I, 4, III, 8. — **Euler**: Elektrotechnische Meßkunde I und II, 2; Elektrische Kraftanlagen II, 2; Elektrische Bahnen, 2; Übungen im Bau elektrischer Kraftanlagen und Bahnen, 4. — **Grosse-Leege**: Telegraphie und Telephonie, 2. —

Stock: Anorganisch-chemisches Praktikum, ganz- oder halbtägig, tägl.; Analytische Chemie, 3; Chemisches Kolloquium (mit Schenck und Semmler), 14tägig, 2 *g*. — **Semmler**: Organisch-chemisches Praktikum, ganz- oder halbtägig, tägl.; Organische Experimentalchemie, 4; Abriß der organischen Chemie, 1. — **Schenck**: Physikalische Chemie I und II, 2; Physikalisch-chemisches Praktikum für Fortgeschrittenere, tägl.; Übungen in physikalischer Chemie und Elektrochemie, 4. — **Neumann**: Anorganisch-chemische Technologie, 4; Praktikum für anorganisch-chemische Technologie, tägl. — **Engelhardt**: Der elektrische Ofen in der Eisen- und Stahlindustrie, 14tägig, 2. — **Nauß**: Einführung in die Gastechnik, 1. —

Dehn: Höhere Mathematik IV, 4, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel der Analysis, nach Verabredung. — **Hessenberg**: Darstellende Geometrie II, 2, Übungen, 4; Analytische Geometrie, 3. — **Mann**: Mechanik II: Graphische Statik, 4, Übungen, 2, IV, 2, Übungen, 2. — **Steinitz**: Höhere Mathematik II, 2, Übungen, 2; Vektoranalysis, 2. —

Technische Hochschule Brünn.

Jaumann: Allgemeine und technische Physik, $3^1/_2$; Theoretische Physik, $1^1/_2$; Physikalisches Praktikum für Chemiker und Maschinenbauer (mit Lohr), 3, für Bauingenieure (mit Szarvassi), 3. — **Lohr**: Physik, für Hochbauschüler, 4. — **Szarvassi**: Meteorologie und Klimatologie, 3. — **Zickler**: Elektrotechnische Messungen, 2; Elektrische Beleuchtungsanlagen, 3; Elektrotechnisches Praktikum I, für Anfänger, 4, III (mit Niethammer), 8, Ausarbeitung, 8. — **Niethammer**: Bau elektrischer Maschinen I, 3; Projektierung elektrischer Anlagen, einschließlich elektrischer Arbeitsübertragung, 2; Elektrische Bahnen, 1; Elektrotechnische Konstruktionsübungen I, 2, II, 8. —

Hönig: Organische Chemie I, 5; Chemische Übungen III, 20; Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 3. — **Frenzel**: Analytische Chemie I: Allgemeiner Teil, 2; Chemische Übungen I, 19, II, 5; Grundzüge der Elektrochemie, 2; Elektrochemisches Praktikum, 3; Physikalische Chemie I, 3. — **Gröger**: Enzyklopädie der technischen Chemie, $1^1/_2$. — **Knöpfer**: Synthese organischer Verbindungen, 2. — **Donath**: Chemische Technologie anorganischer Stoffe I, 3; Chemische Technologie organischer Stoffe I, 3; Übungen im Laboratorium für chemische Technologie I (mit Margosches), 20. — **Margosches**: Chemische Technologie III: Anleitung zu chemisch-technischen Untersuchungen, 2; Chemische Technologie der organischen Kolloide, 2. — **Ulrich**: Chemische Technologie organischer Stoffe II, 4; Ausgewählte Kapitel aus der Chemie der aromatischen Verbindungen, 1; Übungen im Laboratorium für chemische Technologie II, insbesondere der Farb- und Faserstoffe, 25; Spezielle chemische Technologie der Farbstoffe, 1; Spezielle chemische Technologie der Faserstoffe, 1. —

Waelsch: Mathematik Ib, 2, Korrepetitionen, 1; Darstellende Geometrie, 5, Konstruktives Zeichnen, Übungen, 6. — **v. Schrutka**: Mathematik II 1, 3, Korrepetitionen, 1; Elemente der höheren Mathematik, 4, Korrepetitionen, 1; Funktionentheorie, 2. — **Tietze**: Mathematik II: Mathematische Näherungsmethoden, 4, Übungen, 1; Integralgleichungen, 2. — **Benze**: Mathematische Statistik, 2. — **Fanta**: Versicherungsmathematik II, 2, Übungen, 1; Reformen im Rechnungswesen von Versicherungsanstalten, 1. — **Löschner**: Technisches Zeichnen II, Übungen, 2; Situationszeichnen, Übungen, 4; Niedere Geodäsie, 2; Vermessungsübungen, 12; Sphärische Astronomie, 2. — **Musil**: Technisches Zeichnen: Maschinenzeichnen, 6. — **Steiner**: Elemente der niederen Geodäsie, 2, Übungen, 3. — **N. N.**: Mechanik I, 5, Übungen, 2. —

Universität Czernowitz.

v. Geitler: Experimentalphysik II, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger II: a) für Physiker und Mathematiker, 6, b) für Chemiker und Naturhistoriker, 3; Physikalische Übungen für Fortgeschrittene, 3; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. *g*. — **Radaković**: Elektrizität und Magnetismus (Fortsetzung), 5; Seminar für mathematische Physik, 2; Proseminar für mathematische Physik, 2. — **Conrad**: Kosmische Physik: Meteorologie, 4; Einführung in die Erdbebenkunde II, mit praktischen Übungen, 1. —

Pomeranz: Allgemeine Chemie II, 5; Pharmazeutische Chemie, 3; Chemische Übungen für Anfänger und Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. — **Lindner**: Enzyme und Enzymwirkungen, 1; Anleitung zu chemischen Schulversuchen, 4. —

Plemelj: Funktionentheorie (Fortsetzung), 5; Seminar für Mathematik, 2; Proseminar für Mathematik, 2; Besprechung von Fragen der Mathematik und der mathe-

matischen Physik (mit Hahn und Radaković), 14tägig, 2. — **Hahn**: Integralgleichungen, 3; Seminar: Anwendungen der Integralgleichungen in der mathematischen Physik, 2; Grundlagen der Geometrie (Fortsetzung), 3; Proseminar: Übungen aus nichteuklidischer Geometrie, 2. — **Kruppa**: Analytische Geometrie, 3. —

Technische Hochschule Danzig.

Krüger: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität, 4; Kleines physikalisches Praktikum, 4; Großes physikalisches Praktikum, tägl.; Drahtlose Telegraphie, 1. — **Kalähne**: Einführung in das physikalische Praktikum: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 1; Theoretische Ergänzungen zur Experimentalphysik, 2; Photographie und photographische Reproduktionsverfahren, 1; Übungen in Photographie und Reproduktionsverfahren I, für Anfänger, 3, II, für Fortgeschrittene, 3; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten im photophysikalischen Laboratorium, tägl. — **Roeßler**: Elektrotechnik I, 4, II, 2; Elektrotechnisches Laboratorium I, 4, II, 6, III, 9, IV, für Fortgeschrittene, 11; Projektierung elektrischer Anlagen, Übungen, 4; Berechnung und Entwurf elektrischer Maschinen (mit Roth), 1, Übungen, 4. — **Grix**: Elektrische Bahnen, 2, Übungen, 4; Berechnung elektrischer Leitungsnetze, 2. — **Roth**: Elektrotechnische Meßkunde, 2. —

Ruff: Anorganisch-chemische Technologie I, 3, II, 3, III: Technische Elektrochemie, 1; Chemisches Kolloquium (mit Wohl und v. Wartenberg), für Fortgeschrittene, 2 *g*; Praktikum im anorganisch-chemischen und elektro-chemischen Laboratorium, tägl. — **Wohl**: Organische Experimentalchemie II, 2; Organisch-chemische Technologie I, 3, II, 4; Praktikum im organisch-chemischen Laboratorium und Laboratorium für landwirtschaftliche Gewerbe, tägl. — **v. Wartenberg**: Physikalische Chemie I und II, 3; Kleines physikalisch-chemisches Praktikum I und II, 4; Großes physikalisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Claaß**: Qualitative chemische Analyse, 2. — **Glimm**: Gerichtliche Chemie, 1; Technologie des Wassers, 1; Praktikum für Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel und Gärungsphysiologisches Praktikum, tägl.; Untersuchung von Heizstoffen und Gasanalyse, 3; Mikroskopische Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, 3; Kurse für Gärungsgewerbe, nach Verabredung. — **Jellinek**: Angewandte physikalische Chemie I und II, 2. —

v. Mangoldt: Höhere Mathematik II, 2, Übungen, 1; Einführung in die höhere Mathematik, 3. — **Lorenz**: Einführung in die Mechanik, 4, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Mechanik, 2 *g*. — **Schilling**: Darstellende Geometrie, 3, Übungen, 4; Graphische Statik, 2, Übungen, 3. — **Sommer**: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 1; Synthetische Geometrie, 2. — **Eggert**: Geodäsie I, 2, II, 2; Praktische Übungen im Feldmessen, 4; Geodätisches Praktikum I und II, 2; Geographische Ortsbestimmung, 2. — **v. Brunn**: Himmelsmechanik I, 2. —

Technische Hochschule Darmstadt.

Schering: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrostatik, Elektrische Ströme, 5; Physikalisches Praktikum (mit Zeißig) I: Allgemeine Physik, II: Angewandte Physik, 4 Nachmittage; Selbständige Arbeiten aus dem Gebiete der Physik (mit Zeißig), nach Verabredung; Theoretische Elektrizitätslehre, 2. — **Zeißig**: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrostatik, Elektrische Ströme, 4; Ausgewählte Kapitel aus der allgemeinen Physik, 1. — **Meisel**: Theorie der optischen Instrumente II, 2. — **Limmer**: Photographische Übungen A und B, für Anfänger und Fortgeschrittene, 3; Grundlagen der Photographie, 2; Grundlagen der Kinematographie, 2; Farbenphotographie, mit Übungen, 2. — **Kittler**: Allgemeine Elektrotechnik II: Theoretischer Teil (Gleichstromtechnik), 4, Übungen (mit Petersen), 2; Praktikum III: Selbständige Arbeiten für Vorgeschrittene (mit Petersen), nach Verabredung. — **Wirtz**: Allgemeine Elektrotechnik I: Elemente der Elektrotechnik, 3; Elektrotechnische Meßkunde I, 2; Übungen im elektrotechnischen Laboratorium (mit Sengel): Praktikum I, II und IV, 4 halbe Tage; Grundzüge der Telegraphie und Telephonie, 2; Radiotelegraphisches Praktikum, 1/2 Tag. — **Sengel**: Konstruktion elektrischer Maschinen und Apparate, 3, Übungen, 3; Elektrische Licht- und Kraftanlagen, 2, Übungen, 2; Grundzüge der Elektrotechnik, 2. — **Petersen**: Ausgewählte Kapitel aus dem Gebiete der Gleichstrom- und Wechselstromtechnik, 1; Grundzüge der Hochspannungstechnik, 1. — **Goldschmidt**: Elektrischer Antrieb von Hebemaschinen und industrielle elektrische Betriebe, 2; Referate aus elektrotechnischen Fachblättern (Kolloquium), 1 *g*. —

Wöhler: Spezielle anorganische Chemie, 4; Theoretische Chemie II, 2; Kolloquium über chemische Tagesfragen, 1; Chemisches Praktikum für anorganische und physikalische Chemie (mit Heyl, D'Ans, Martin und Schäffer), tägl. außer Sonnabend. — **Martin**: Grundzüge der Chemie für Architekten und Ingenieure, 4; Analytische Chemie I, 2. — **Schäffer**: Agrikulturchemie, 1. — **Finger**: Ausgewählte Kapitel aus der organischen Chemie, 2; Teerfarbstoffe, 4; Praktikum im Laboratorium für organische Chemie (mit Friedlaender), tägl. außer Sonnabend; Färberei-Praktikum (mit Heuser), 4. — **Heuser**: Organisch-chemisches Praktikum, nach Verabredung; Chemische Technologie der Gespinstfasern: Bleicherei, Färberei, Zeugdruck, 1; Rohstoffe und Halbstoffe der Papierfabrikation, 2. — **Friedlaender**: Über natürliche Farbstoffe, 1 *g*. — **Heyl**: Pharmazeutische Chemie: Anorganischer Teil, 2, Organischer Teil, Repetitorium, 1; Ausmittelung der Gifte, 1. — **Dieffenbach**: Elektrochemie, 2; Chemische Technologie, 2; Metallurgie, 2; Chemisches, chemisch-technisches und elektrochemisches Praktikum (mit Moldenhauer), tägl. außer Sonnabend. — **Moldenhauer**: Elektrochemische Übungen, 4; Anwendung der physikalischen Chemie auf chemisch-technische Prozesse, 1; Die Methoden der chemisch-technischen Analyse, 1. — **Vaubel**: Theoretische Chemie II: Thermochemie, 1, Übungen, 3; Die Steinkohlengasindustrie, 1; Die maschinellen Hilfsmittel der chemischen Technik, 1 1/2; Photochemie, 1. — **D'Ans**: Chemie in Mineralogie und Geologie, 1; Einführung in die Kolloidchemie, 2. — **Sonne**: Chemisch-technische Untersuchung von Explosivstoffen, 1. —

Graefe: Repetitorium der Elementar-Mathematik, 3, Übungen, 2; Höhere Mathematik, 3, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der höheren Mathematik, 2. — **Horn**: Höhere Mathematik I, einschließlich Elemente der höheren Algebra, 5, Übungen, 3; Einführung in die Funktionentheorie, 3; Äußere Ballistik, 3. — **Dingeldey**: Höhere Mathematik I, einschließlich Elemente der höheren Algebra, 5, Übungen, 3, II, 2, Übungen, 1. — **Schleiermacher**: Rechenapparate und wissenschaftliches Rechnen, 2 *g*; Aerodynamik in Beziehung zur Luftschiffahrt, 2 *g*. — **Wiener**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 6; Ortsfunktionen und Vektorfelder, 2—3; Arbeiten im mathematischen Institut (mit Gay), 3. — **Müller**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 6; Reine Kinematik, 2. — **Hohenner**: Geodäsie, 4; Ausgewählte Kapitel aus der Geodäsie, 2; Geodätische Übungen I, 2 Nachmittage, II, 1 Nachmittag; Geodätische Ausarbeitungen, 4; Praktische Geometrie, Übungen, 4, Ausarbeitungen, 2. — **Assistenten**: Planzeichnen, 4. — **Gasser**: Aeronautik, 2; Katastertechnische Berechnungen, 1 *g*. — **Henneberg**: Technische Mechanik, 3, Übungen (mit Graefe), 2; Mechanik I, 6, Übungen, 2; Die allgemeinen Theorien der bestimmten ebenen Fachwerke, 1. — **Braun**: Hydraulik, 2, Übungen, 1. — **Blaeß**: Ausgewählte Abschnitte aus der technischen Mechanik, 2 *g*. —

Technische Hochschule Dresden.

Hallwachs: Experimentalphysik II: Elektrizität II, Optik, 5; Physikalisches Praktikum I, 6 oder 3, II, ein-

schließlich Laboratoriumstechnik, für Fortgeschrittene, 9; Praktikum für größere physikalische Arbeiten, 20. — **Toepler**: Theoretische Physik III: Elektrizität und Magnetismus, 4, Übungen, 1 *g*. — **Dember**: Gasionen, Elektronen und Röntgenstrahlen, 1. — **Görges**: Allgemeine Elektrotechnik I, 3; Theorie des Wechselstromes I, 2; Elektrotechnisches Praktikum für Anfänger, 4; Elektrotechnische Übungen für Geübtere, 8; Größere elektrotechnische Spezialarbeiten, 20. — **Kübler**: Elektromaschinenbau I, 2, III, 2; Elektrotechnische Konstruktionsübungen für Elektroingenieure, 12, für Maschinen- und Fabrikingenieure, 4; Versorgung der Städte mit Licht und Kraft, 1. — **Barkhausen**: Theorie der Leitungen, 1, Übungen, 1; Elektrische Meßkunde, 2; Drahtlose Telegraphie, 1; Praktikum für Schwachstromtechnik, insbesondere drahtlose Telegraphie I und II, 3; Selbständige Arbeiten im Institut für Schwachstromtechnik, 10 oder 20. — **Möllering**: Telegraphie und Telephonie, 3. —

Foerster: Experimentalchemie (anorganisch), 6; Anorganisch-chemisches Praktikum: Qualitative Analyse, 12, Quantitative Analyse, Technische Titriermethoden, Gasanalyse, ganztägig, tägl. außer Sonnabend. — **v. Meyer**: Organisch-technische Chemie, 3; Synthetische Methoden der organischen Chemie, 1; Organisch-chemisches Praktikum, halb- und ganztägig, tägl. außer Sonnabend. — **Erich Müller**: Physikalische Chemie I, zugleich Einführung in die Elektrochemie, 3; Praktikum für Elektrochemie, 12; Praktikum für größere Arbeiten auf dem Gebiete der Elektrochemie und physikalischen Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Luther**: Die Grundlagen der Reproduktionstechnik, 1; Farbenphotographie, 1; Photographisches Praktikum, für Anfänger und Vorgeschrittene, 4 und 8; Selbständige Arbeiten im wissenschaftlich-photographischen Institut, 2 und 4. — **König**: Chemie und chemische Technologie der organischen Farbstoffe, 5; Praktikum für Farbenchemie, Übungen, 12; Praktikum für Farbenchemie bzw. für Färbereitechnik, halbtägig; Praktikum für größere Arbeiten auf dem Gebiete der Farbenchemie bzw. Färbereitechnik, tägl. außer Sonnabend. — **Renk**: Genußmittel und Gebrauchsgegenstände, 1; Gewerbehygiene, 2; Wohnungshygiene, 1; Übungen im Untersuchen von Nahrungs- und Genußmitteln, ganztägig, tägl. außer Sonnabend; Praktikum für Nahrungsmittelchemiker, halbtägig, tägl. außer Sonnabend; Hygienisches Praktikum, ganz- oder halbtägig, tägl. außer Sonnabend. — **Lottermoser**: Experimentalchemie der Kolloide und deren technische Verwendung, 2. — **v. Walther**: Theoretische Einzelkapitel der organischen Chemie, 1; Organisch-chemische Arbeitsmethoden, 1. — **Dietz**: Die chemische Technologie der Mörtel und Zemente, 1; Die chemische Technologie des Glases, 1. — **Thiele**: Wasser und Abwasser mit besonderer Berücksichtigung des Kesselspeisewassers, 1; Anorganisch-chemisches Praktikum, 4. — **Grube**: Die elektrischen Öfen der chemischen Großindustrie, 1. —

Helm: Höhere Mathematik I, 5, Übungen, 2; Analytische Mechanik, 3; Versicherungstechnisches Seminar, 1 *g*, Übungen, 2. — **Krause**: Höhere Mathematik III, 3, Übungen (mit Naetsch), 14tägig, 1; Einleitung in die Theorie der Differentialgleichungen, 4; Mathematisches Seminar, 1 *g*; Seminaristische Übungen, für Physiker (mit Naetsch), 1 *g*. — **Ludwig**: Darstellende Geometrie I, 3, Übungen, 4; Synthetische Geometrie, 3. — **Naetsch**: Sphärische Trigonometrie, 2; Analytische Geometrie der Kegelschnitte, 3; Ausgewählte Kapitel aus der Flächentheorie, 2. — **Heger**: Raumakustik, 1 *g*. — **Pattenhausen**: Methode der kleinsten Quadrate, 2, Übungen, 1; Höhere Geodäsie, 2, Übungen, 1; Sphärische Astronomie I, 2, Übungen, 1; Vorübungen zum Planzeichnen für Vermessungsingenieure: Schriftzeichnen, 2; Planzeichnen II für Bauingenieure, 2, für Vermessungsingenieure, 4; Skizzieren geodätischer Instrumente, 2; Triangulierungsübungen, 4; Geodätisches Praktikum I, 4, II, 4; Geodätisches Praktikum für Architekten, 4; Größere Terrainaufnahmen, 2 Wochen; Städtevermessung, 1. —

Universität Erlangen.

Wiedemann: Experimentalphysik II: Wärme, Akustik, Optik, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 2; Physikalisches Halb- und Vollpraktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Reiger**: Theoretische Physik III, 4; Elektrotechnisches Praktikum, 3. — **Hauser**: Photographie, mit Übungen, 1 *g*. —

O. Fischer: Organische Experimentalchemie, 5; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium (mit Henrich), a) Vollpraktikum, b) Analytisch-chemische Übungen, tägl. außer Sonnabend, Praktikum für Mediziner, 4. — **Busch**: Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, 3; Chemische Technologie: Organische Großindustrie, mit Exkursionen, 2; Ausmittelung von Giften, 1; Chemisches Praktikum, a) Vollpraktikum, tägl. außer Sonnabend, b) Halbpraktikum, tägl.; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend; Nahrungsmittelchemisches Praktikum: Voll- und Halbpraktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Henrich**: Analytische Chemie: Qualitative und quantitative Analyse der Metalloide (Anionen), mit besonderer Berücksichtigung der Maßanalyse, 3; Die wichtigsten Darstellungsmethoden und Synthesen der organischen Chemie, 2; Geschichte der Chemie bis Lavoisier, 1. — **Jordis**: Spezielle anorganische Chemie und Kolloidchemie, 2; Physikalische Chemie II, 2; Elektrochemisches Praktikum, 4; Chemisches Seminar, 2. —

Noether: Analytische Geometrie des Raumes, 4, Übungen, *g*; Differentialgeometrie, 4; Mathematisches Seminar, *g*. — **E. Fischer**: Funktionentheorie, 4; Differential- und Integralrechnung II, 3, Übungen, 1 *g*; Algebraisch-funktionentheoretische Übungen, 2 *g*. — **Würschmidt**: Astrophysik, 2; Praktische Übungen in Geländeaufnahmen (mit Volz), 2 *g*. — **Baldus**: Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 2 *g*; Nichteuklidische Geometrie, 2; Elementare Versicherungsmathematik II, 1, Übungen, 1; Versicherungsmathematik, 2, Übungen, 1. —

Physikalischer Verein Frankfurt a. M.

Wachsmuth: Experimentalphysik: Optik, 1; Mechanische Wärmetheorie, 1; Physikalisches Kolloquium, 14 tägig, $1^1/_2$; Kleines physikalisches Praktikum: a) Einführung in die Experimentalphysik, b) Einführung in die Meßmethoden, 8; Physikalisches Praktikum, tägl.; Selbständige wissenschaftliche Arbeiten, ganztägig. — **Déguisne**: Wechselströme, 2; Kleines elektrotechnisches Praktikum I: Meßtechnik, Photometrie, 4, II: Maschinen, Transformatoren, 4; Großes elektrotechnisches Praktikum, tägl.; Selbständige wissenschaftliche Arbeiten, ganztägig. — **Linke**: Ausgewählte Kapitel aus der Meteorologie, 1; Geophysikalische Übungen, 2. — **Seddig**: Praktikum für wissenschaftliche Photographie, 8; Mathematische und experimentelle Ergänzungen zur Mechanik, mit besonderer Berücksichtigung der Industrie, 1. —

Freund: Anorganische Experimentalchemie mit spezieller Berücksichtigung der Technologie II, 2; Kleines chemisches Praktikum für Anfänger: Darstellung chemischer Präparate, Einführung in die qualitative und quantitative Analyse, Nahrungsmittelanalyse, 8; Großes chemisches Praktikum, tägl.; Wissenschaftliche Arbeiten für Vorgeschrittene, ganztägig; Einführung in das Praktikum der quantitativen Analyse (mit Speyer), 2; Praktische Übungen in der Färberei der Textilfasern (mit Mayer), 2. — **Lorenz**: Elektrochemie, 2; Kleines Praktikum der physikalischen Chemie und Elektrochemie, 8; Großes Praktikum der physikalischen Chemie und Elektrochemie, halb- oder ganztägig, tägl.; Wissenschaftliche Arbeiten für Vorgeschrittene, ganztägig. — **Fleischer**: Einführung in die modernen Theorien der organischen Chemie, 1; Über selten vorkommende Elemente und deren technische Verwendung, 1. — **Mayer**: Atom und Molekül, 1; Die Anwendung der Farbstoffe: Färberei und Zeugdruck und verwandte Gebiete, 2. — **Becker**: Angewandte Chemie und Bakteriologie in Industrie, Handel und Gewerbe, Chemisch-tech-

nische Warenkunde, Ausgewählte Kapitel der kolonialen Technik, mit Exkursionen, 2; Kleines chemisches Praktikum: Übungen in der Untersuchung und Beurteilung von Handelswaren im chemischen Laboratorium, auch für Anfänger, 5. —

Schönfließ: Einleitung in die Theorie der Differentialgleichungen, 2; Mengenlehre, 1. — **Brendel**: Versicherungsrechnung, für Juristen und Nationalökonomen, 2; Versicherungsseminar: Übungen für Mathematiker, 2; Übungen in astronomischer Orts- und Zeitbestimmung, auch für Luftfahrer (mit Brill), 4. —

Universität Freiburg i. Br.

Himstedt: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrizität, Optik, Elektrooptik, 5; Übungen aus der theoretischen Physik, 1 *g*; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*; Physikalisches Praktikum für Mediziner und Pharmazeuten, 3, für Naturwissenschaftler (mit Reinganum), 6; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Koenigsberger**: Mathematische Physik mit Übungen: Elektrizität und Magnetismus, 3; Erörterung theoretischer Fragen, 1 *g*; Quantentheorie und ihre Anwendungen, 1; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Reinganum**: Meteorologie, 2; Vektorenrechnung mit physikalischen Anwendungen, 1; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Gaede**: Technisch-physikalisches Praktikum für Naturwissenschaftler: Übungen in der Selbstanfertigung von Apparaten, der Vorführung von Demonstrationsversuchen und der Behandlung elektrischer Maschinen, 2, für Mediziner, mit besonderer Berücksichtigung der Röntgenstrahlentechnik und des Mikroskops, 2, Konversatorium der Physik und ergänzende Vorlesung, *g*. —

Gattermann: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum (mit Riesenfeld, Fromm, Meigen und Skita), tägl. außer Sonnabend; Übungen im Experimentieren und Vortragen für künftige Lehrer der Chemie I (anorganisch), 2 *g*; Chemisches Kolloquium, 1 *g*. — **Meyer**: Physikalische Chemie mit Demonstrationen, 2; Theorie der elektromotorischen Kräfte, 1; Photographie mit praktischen Übungen und Demonstrationen, 2; Physikalisch-chemisches Übungspraktikum, 2; Selbständige physikalisch-chemische Untersuchungen, nach Verabredung. — **Ferrars**: Allgemeine Theorie und Praxis der Photographie, wissenschaftlich und künstlerisch, 2. — **N. N.**: Quantitative Analyse, 2; Seminar für anorganische Chemie, 1; Chemie der Alkaloide, 1. — **Riesenfeld**: Anorganische Experimentalchemie, 5. — **Edinger**: Ausgewählte Kapitel der Fettchemie, 2. — **Fromm**: Chemie der Teerfarbstoffe, 2; Übungen im Färben von Gespinstfasern, 2. — **Meigen**: Qualitative Analyse, einschließlich Spektral- und Mikroanalyse, 3, Übungen, 1; Gasanalytisches Praktikum, 2. — **Skita**: Organische Technologie mit Exkursionen, 2; Einführung in die Patentliteratur (organisch), 1. — **Madelung**: Grundzüge der Stereochemie, 1. —

Heffter: Analytische Geometrie der Ebene, 4, Übungen, 1 *g*; Zahlentheorie, 4; Zahlentheoretische und andere Fragen, 1 *g*. — **Loewy**: Algebraische Analysis, 4, Übungen, 1 *g*; Einführung in die Mathematik der sozialen Versicherung, 2. — **Stickelberger**: Integralrechnung, 4, Übungen, 1; Funktionentheorie, 4, Übungen, 1. — **Bolza**: Theorie und Anwendung der Integralgleichungen, 4. — **Seith**: Praktische Geometrie, 2, Übungen im Felde, 2 *g*. — **Ansel**: Geographische Ortsbestimmung mit Übungen, 2; Theoretische Astronomie, 2. —

Universität Gießen.

König: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Praktikum, für Mathematiker und Naturwissenschaftler, 6, für Vorgeschrittene, nach Verabredung, für Chemiker, Mediziner, Pharmazeuten und Landwirte, 3; Leitung selbständiger physikalischer Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium (mit Fromme), 2. — **Fromme**: Theoretische Elektrizitätslehre, 4; Theoretisch-physikalische Übungen, 1; Niedere Geodäsie, 3, Praktische Übungen, 1 Nachmittag; Übungen im Feldmessen und Nivellieren für Landwirte, 1 Nachmittag. — **Noack**: Physikalisches Handfertigkeits-Praktikum, 3, 6 oder 9. — **Uller**: Theorie und Gebrauch physikalischer Apparate (Fortsetzung), 1. — **Cermak**: Radioaktivität, 1; Elementarmathematische Ergänzungen zur Experimentalphysik, 1. — **Peppler**: Das Klima von Afrika, 1. — **Jentzsch**: Polarisation und Doppelbrechung, 2. —

Elbs: Chemisches Praktikum, tägl., für Landwirte, tägl. außer Sonnabend; Elektrochemisches Praktikum, tägl.; Chemische Übungen für Mediziner (mit Brand), 5, für Veterinärmediziner (mit Brand), 5; Übungen in Unterrichtsversuchen für Lehramtskandidaten (mit Brand), *g*; Pharmazeutisch-chemische und nahrungsmittelchemische Übungen (mit Feist), tägl.; Anorganische Experimentalchemie, 5—6. — **Brand**: Organische Farbstoffe, 2. — **Feist**: Pharmazeutisch-chemische Präparate, anorganischer Teil, 2; Chemie der menschlichen Nahrungsmittel, ihre Verfälschungen und deren Erkennung, 1; Die wichtigsten Gesetze für Apotheker und Nahrungsmittelchemiker, 1. — **v. Liebig**: Grundanschauungen der Chemie in ihrer geschichtlichen Entwicklung, 1 *g*; Chemie der Pflanzenstoffe: Aromatische Reihe, 1. — **Thomae**: Die Erzeugnisse der deutschen Kolonien und ihre warentechnische Beurteilung, 1; Kolloidchemie und Ultramikroskopie, 1; Pharmazeutische Geheimmittel und ihre Untersuchung, 1. —

Engel: Elementare Algebra, 4; Differentialgeometrie, 3, Übungen, 1; Mathematisches Seminar, $1^1/_2$ *g*. — **Schlesinger**: Übungen und Ergänzungen zur Differential- und Integralrechnung, 1; Analytische Geometrie, 4, Übungen, 1; Potentialtheorie, 3; Mathematisches Seminar: Über das Problem der drei Körper, 1 *g*. — **Graßmann**: Synthetische Geometrie mit Übungen, 5; Seminar über analytische Mechanik, 14tägig, 1; Festigkeitslehre mit Übungen, 4. —

Universität Göttingen.

Riecke: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Optik, 3; Praktische Übungen im physikalischen Institut (mit Voigt, Simon, Rümelin, Madelung, Freedericksz, v. Traubenberg, Wilsar, Hertenstein, Grotrian), für Mathematiker und Physiker, 4, für Chemiker und Naturwissenschaftler, 4; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten Vorgeschrittener (mit Voigt), tägl. außer Sonnabend. — **Voigt**: Mechanik der Kontinua, 4; Kristalloptik, 2 *g*. — **Wiechert**: Geophysik: Meteorologie, Luftelektrizität, Ebbe und Flut, Meeresströmungen, 4; Vermessungswesen, praktischer Teil: Feldmessung, mit Übungen, 4; Geophysikalisches Praktikum (mit Angenheister), nach Verabredung; Mathematisch-physikalisches Seminar: Vorträge über Fragen der Geonomie: Geodäsie und Geophysik, 1 *g*; Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 4. — **Prandtl**: Einführung in die Thermodynamik, 3; Mechanikpraktikum I für Anfänger (mit Kumbruch und Pohlhausen), 3; Thermodynamikpraktikum, 3; Anleitung zu selbständigen Arbeiten auf dem Gebiet der Mechanik, einschließlich Aeromechanik und der Wärmelehre, tägl. außer Sonnabend; Mathematisch-physikalisches Seminar: Vorträge der Mitglieder über ausgewählte Fragen der Hydrodynamik und Aerodynamik (mit Runge), 2 *g*. — **Simon**: Glüh- und lichtelektrische Erscheinungen, 2; Elektrotechnisches Praktikum I, 3, II, 3; Anleitung zu selbständigen Arbeiten auf dem Gebiete der angewandten Elektrizität, tägl.; Mathematisch-physikalisches Seminar: Vorträge über ausgewählte Fragen der angewandten Elektrizität, 2 *g*. — **Bestelmeyer**: Kolloquium über physikalische Tagesfragen, 1. — **Born**: Elektronentheorie und Relativitätsprinzip, 3. — **Hertz**: Strahlungstheorie und Quantentheorie, 2. — **Reich**: Einführung in die Maxwellsche Theorie, 1. — **Rausch v. Traubenberg**: Elektrizität in Gasen, mit Demonstrationen, 1; Praktikum der Radioaktivität und Elektronik (mit Wilsar), 3. — **Madelung**: Übungen in der quantitativen Beurteilung



physikalischer Probleme, 2. — **Winkler**: Übungen in physikalisch-technischer Handfertigkeit: Feilen, Metalldrehen, Gewindeschneiden, Löten, Holzbearbeitung, Glasblasen, Herstellung einfacher Apparate usw., 4. —

Wallach: Allgemeine Chemie II: Organische Experimentalchemie, 5; Chemische Übungen im Laboratorium (mit Mannich, Kötz, Borsche und Sielisch), tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4 Nachmittage; Besprechung der wissenschaftlichen Arbeiten der Fortgeschrittenen, tägl. — **Tammann**: Elektrochemie, 2; Chemische Thermodynamik, 1; Physikalisch-chemisches Praktikum für Anfänger, 4 Wochen; Physikalisch-chemische Arbeiten, ganz- und halbtägig; Kolloquium, 1 *g*. — **Zsigmondy**: Kolloidchemie, 1 *g*; Besprechung hervorragender Arbeiten auf dem Gebiete der anorganischen Chemie, 1; Praktikum der anorganischen und Kolloidchemie, ganz- und halbtägig. — **Kötz**: Einführung in die Chemie, 3; Prinzipien und Theorien analytischer und anorganischer Prozesse, 1; Vorträge über Fragen der organischen Chemie im chemischen Kolloquium, 1 *g*; Exkursionen zur Kenntnis der chemischen Großindustrie, *g*; Kapitel aus der chemischen Großindustrie mit Berücksichtigung des Exkursionsprogramms, 1 *g*. — **Mannich**: Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, mit Experimenten, 4; Die Auffindung der Gifte, 1; Kolloquium über pharmazeutische Chemie, 1 *g*; Praktische Übungen in pharmazeutischer, toxikologischer und Nahrungsmittelchemie, nur für Fortgeschrittene, tägl. außer Sonnabend. — **Coehn**: Photochemie mit Demonstrationen, 2; Photographisches Praktikum: a) für Anfänger, b) für Fortgeschrittene, 3; Photochemische Arbeiten, ganz- und halbtägig. — **Borsche**: Chemische Technologie organischer Verbindungen III, 2; Färbereichemische Übungen, 3; Chemie der organischen Farbstoffe, 2. — **Sielisch**: Chemie der organischen Stickstoffverbindungen, 1; Chemische Besprechungen für Mediziner, im Anschluß an das chemische Praktikum, 2. — **Vogel**: Metallographie, 1. —

Hilbert: Differentialgleichungen, 4; Ausgewählte Kapitel der statistischen Mechanik, 2; Mathematisch-physikalisches Seminar über Fragen der statistischen Mechanik, 2 *g*. — **Runge**: Numerisches Rechnen, 4; Übungen zu graphischen Methoden, 2. — **Landau**: Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen, 1 *g*; Theorie der endlichen Gruppen, 4. — **Hartmann**: Spektralanalyse der Gestirne, 1; Astronomisches Seminar, 2 *g*. — **Carathéodory**: Funktionen reeller Veränderlichen, 4; Mathematisch-physikalisches Seminar über höhere Dynamik (mit Courant), 1 *g*. — **Ambronn**: Populäre Astronomie, 1 *g*; Sphärische Astronomie, 3; Anleitung zu astronomischen Übungen für Anfänger, 2 Vormittage; Leitung astronomischer Arbeiten für Fortgeschrittene, tägl. — **Bernstein**: Wahrscheinlichkeitsrechnung, 3; Versicherungsrechnung, 2; Mathematisch-physikalisches Seminar: Vorträge über ausgewählte Fragen der Mathematischen Statistik, 2 *g*. — **Angenheister**: Kosmische Physik, 1 *g*; Geophysik: Erdkörper, Erdbeben, 1. — **v. Sanden**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 4; Technische Mechanik, 3, Übungen, 1. — **Courant**: Analytische Geometrie, 4, Übungen, 2. — **Hecke**: Funktionentheorie komplexer Variabler, 4; Übungen zu Differentialgleichungen, 2. — **N.N.**: Algebra, 4. —

Universität Graz.

Benndorf: Experimentalphysik II, 3; Physik IV: Geometrische Optik, für Vorgeschrittene, 2; Physikalische Übungen I, für Chemiker und Naturhistoriker, 6 *g*, II, für Mathematiker und Physiker, 6 *g*; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend, *g*; Physikalisches Konversatorium, 2 *g*. — **Waßmuth**: Elektromagnetische Lichttheorie, 5; Seminar für mathematische Physik, 3 *g*. — **Streintz**: Grundlinien der Elektrochemie, 2. — **Rosenberg**: Übungen in der Anstellung physikalischer Schulversuche, 3 *g*. — **v. Ficker**: Dynamik der Atmosphäre, 3; Physik der Gletscher, 1; Konversatorium, 1. —

Scholl: Organische Experimentalchemie, 5; Chemische Übungen für Anfänger (mit Skrabal), tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4, für Vorgeschrittene, tägl. — **Kremann**: Physikalische Chemie IV: Elektrochemie einschließlich der angewandten Elektrochemie, 3; Chemisches Rechnen, 2; Physikalisch-chemische und metallographische Übungen, nur für Vorgeschrittene, tägl. — **Skrabal**: Maßanalyse, 2; Chemie der Metalle, 3; Praktikum aus anorganischer und analytischer Chemie, für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend. — **v. Hemmelmayr**: Organische Farbstoffe, 2; Chemische Experimentierübungen für Lehramtskandidaten, 2. — **Rich. Weitzenböck**: Chemie der aromatischen Verbindungen II, 2. —

v. Dantscher: Differentialrechnung, 5; Mathematisches Seminar, 2 *g*. — **v. Daublebsky**: Grundzüge der analytischen Geometrie (Fortsetzung), 2; Funktionentheorie, 3; Mathematisches Seminar, 2 *g*. — **Streißler**: Darstellende Geometrie ebener Gebilde, 3. — **Roland Weitzenböck**: Variationsrechnung, 3 *g*. — **Hillebrand**: Wahrscheinlichkeits- und Ausgleichsrechnung, 3; Interpolationsrechnung und numerische Integration, 1; Einführung in die Theorie der Integralgleichungen (Fortsetzung), 1. —

Technische Hochschule Graz.

v. Ettingshausen: Physik, 5; Elektrotechnik, 3, Übungen: Praktische Messungen, 8; Elektrizitätslehre, 5. — **Streintz**: Physik, für Chemiker: Mechanik, Optik und Wärmelehre, 4; Der Bleiakkumulator, $1^1/_2$. —

Emich: Allgemeine Experimentalchemie: Organische Chemie I, 5; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten im chemischen Laboratorium, für Vorgeschrittene; Anleitung zur mikrochemischen Analyse, nach Verabredung. — **Andreasch**: Qualitative chemische Analyse II, 2, Laboratoriumsunterricht und Übungen, 16; Chemische Technologie der organischen Stoffe, 4; Laboratoriumsunterricht und Übungen in der organisch-technisch-chemischen Analyse, 20; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Gebiete der organischen Chemie und der chemischen Technologie organischer Stoffe für Vorgeschrittene, nach Vereinbarung. — **B. Reinitzer**: Quantitative chemische Analyse, 1; Laboratoriumsunterricht und Übungen in der quantitativen chemischen Gewichtsanalyse, 20; Laboratoriumsunterricht und Übungen in der chemischen Maßanalyse, 20; Chemische Technologie der anorganischen Stoffe, 4; Elektrochemie I: Theoretische Elektrochemie, 2; Laboratoriumsunterricht und Übungen in der Darstellung anorganisch-chemischer Präparate, 20; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Gebiete der anorganischen Chemie und der chemischen Technologie anorganischer Stoffe, für Vorgeschrittene. — **v. Cordier**: Geschichte der Chemie von Lavoisier bis zur Gegenwart, 2. — **v. Hemmelmayr**: Agrikulturchemie, 2. — **Kremann**: Die Phasenlehre und ihre Anwendung auf technische Probleme, 2. — **Fuhrmann**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 3, Übungen, 4. —

Hocevar: Mathematik I, 6, Übungen, 2. — **Weitzenböck**: Elemente der höheren Mathematik, 4; Sphärische Trigonometrie und deren Anwendungen, 2. — **v. Peithner**: Mathematik II, 4, Übungen, 2. — **Schüßler**: Darstellende Geometrie, 3, Repetitorium, 2, Übungen, 6, Seminarübungen: Unterseminar, 2, Oberseminar für Vorgeschrittene, 2; Projektive Geometrie II, 3, Übungen, 3; Geometrische Abbildungen, 2, Konstruktionsübungen, 2. — **Wittenbauer**: Allgemeine Mechanik, einschließlich der Elemente der graphischen Statik II, 4, Übungen, 3 und 2; Technische Mechanik II, 3. — **Klingatsch**: Niedere Geodäsie, 4; Geodätische Feldübungen, 8; Sphärische Astronomie, 2; Katastervermessung, 3, Übungen, 16. —

Universität Greifswald.

Mie: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalische Übungen für Naturwissenschaftler,



6, Erläuterungen, 1 g; Leitung selbständiger physikalischer Untersuchungen, tägl.; Handfertigkeitsübungen (mit Herweg), 2; Besprechungen neuerer physikalischer Arbeiten (mit Starke), 2 g. — **Starke**: Theoretische Physik I: Mechanik, 4; Übungen zur theoretischen Mechanik, 1 g; Physikalisches Praktikum für Mediziner und Pharmazeuten, 2. — **Herweg**: Ausgewählte Kapitel aus der Spektroskopie, mit Demonstrationen, 1. —

Dimroth: Anorganische Experimentalchemie, 6; Chemisches Praktikum: a) anorganische Abteilung, ganz- und halbtägig, b) organische Abteilung (mit Posner), ganztägig (für Pharmazeuten und Nahrungsmittelchemiker mit Scholtz), tägl. außer Sonnabend, für Mediziner 4, Erläuterungen, 1/2 g. — **Scholtz**: Pharmazeutische Chemie (organisch), 3; Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Sterilisationskurse für Pharmazeuten, 2; Pharmazeutisches Kolloquium, 1 g. — **Roth**: Einführung in die rechnerische und mathematische Behandlung naturwissenschaftlicher Probleme, 2; Maßanalyse, 1; Physikalisch-chemische Übungen, 3 1/2 oder 7 1/2; Das Gesetz von der Erhaltung der Energie, seine Geschichte und Anwendungen, 1 g. — **Posner**: Die Arbeitsmethoden der organischen Chemie, 2; Chemische Technologie I: Technologie der anorganischen Stoffe, 2; Technologische Exkursionen zur Besichtigung chemischer Fabriken, nach Verabredung, g. —

Vahlen: Analytische Mechanik II, 4; Ausgewählte Kapitel aus der höheren Algebra, 2; Mathematisches Seminar (mit Hausdorff und Thaer), 2 g. — **Hausdorff**: Elliptische Funktionen, 4; Integralgleichungen, 2. — **Thaer**: Analytische Geometrie der Ebene, 4, Übungen, 1 g; Graphische Statik, 2. —

Universität Halle.

Dorn: Experimentalphysik II: Elektrizität, Magnetismus, Licht, 4; Einführung in die elektromagnetische Theorie des Lichtes, 2 g; Physikalisches Laboratorium: a) Übungspraktikum, 6, b) Halbpraktikum, 3, c) Arbeiten von Geübten, tägl. — **Schmidt**: Theorie der Wärme, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, ganztägig; Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2 g. — **Wigand**: Grundzüge der Aerophysik und Geophysik, 2; Physikalisches Handfertigkeitspraktikum, 3. — **Thiem**: Photographischer Kursus, 2. —

Vorländer: Allgemeine Experimentalchemie II: Organische Chemie, 5; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Schulze), 4; Chemische Kristallographie der Flüssigkeiten, mit Demonstrationen, 1 g. — **Erdmann**: Chemische Technologie II: Lichterzeugung und elektrische Energie, Technologie des Wassers, der Luft und der Gase, Kunstdünger, Mörtel, Tonerdeverbindungen, 2; Praktische Übungen im Laboratorium für angewandte Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Schulze**: Darstellung und Prüfung der Arzneimittel I, 4; Chemisches Praktikum für Pharmazeuten, tägl. außer Sonnabend; Übungen im Sterilisieren, für Pharmazeuten, g. — **Baumert**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Praktische Übungen im Laboratorium für Nahrungsmittelchemie, tägl. außer Sonnabend; Die wichtigsten Lebensmittel und deren Verfälschungen, 1 g. — **Tubandt**: Physikalische Chemie II: Elektrochemie, 2; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend; Kleines physikalisch-chemisches und elektrochemisches Praktikum, 6. — **Bernstein**: Die Verbrennungskraftmaschinen: Motoren für Gas, Benzin usw., 1 g, Demonstrationen, nach Verabredung. — **Beschke**: Spezielle Kapitel der organischen Chemie, 1 g. —

Wangerin: Theorie des Potentials und der Kugelfunktionen, 5; Differentialgleichungen, 4; Übungen des Mathematischen Seminars, 14tägig, 2 g. — **Gutzmer**: Analytische Geometrie der Ebene, 4; Höhere Algebra, 4; Übungen des Mathematischen Seminars, 14tägig, 2 g. — **Eberhard**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1 g. — **Buchholz**: Grundlagen der theoretischen Astronomie, 4; Praktische Übungen in geographischer Ortsbestimmung, 2 g. — **Pfeiffer**: Einführung in die Geodäsie, 4, Übungen, 4 g. —

Technische Hochschule Hannover.

Precht: Experimentalphysik: Elektrizität und Magnetismus, 4; Arbeiten im Laboratorium der Physik (mit Leithäuser), 4; Luftschiffahrt, 2. — **Leithäuser**: Photographie, 2, Übungen, 2; Elektrische Wellen und drahtlose Telegraphie, 2 g. — **Kohlrausch**: Grundzüge der Elektrotechnik, 2; Theoretische Elektrotechnik, 4; Elektrotechnisches Laboratorium I (mit Beckmann, Brückmann, Ilmer und Elflein), 8, II, nach Verabredung, III für Maschineningenieure, 8. — **Heim**: Elektrische Anlagen (mit Schellbach) II: Zentralanlagen, 3, Übungen, 2; Entwerfen von elektrischen Maschinen und Transformatoren (mit Schellbach), 3, Übungen, 2; Elektrische Bahnen: Elektrotechnischer Teil, 2; Elektrische Kraftübertragung, 2. — **Beckmann**: Praktische Elektrotechnik für Anfänger I, 1; Elektrotechnische Meßkunde I 1, 2, II, 1; Elektrizitätszähler, 1 g. — **Brückmann**: Gleichrichter zur Umformung von Wechselstrom in Gleichstrom, 1 g; Elektrotechnisches Seminar, 1; Einanker- und Kaskadenumformer, 1. — **Humann**: Elektrische Kabel, 2. —

Seubert: Grundzüge der Chemie, 6; Arbeiten im Laboratorium der anorganischen Chemie (mit Eschweiler, Seybold und Sauermilch), tägl. außer Sonnabend. — **Eschweiler**: Maßanalyse, 2. — **Behrend**: Grundzüge der organischen Chemie, 3; Arbeiten im Laboratorium der organischen Chemie (mit Ingebrigtsen und Nottbohm), tägl. außer Sonnabend. — **Ost**: Zuckerindustrie und Gärungsgewerbe, 3; Mineralöle und Fette, 2; Arbeiten im Laboratorium der technischen Chemie (mit Oertel), tägl. außer Sonnabend. — **Bodenstein**: Angewandte Elektrochemie, 3; Elektrochemische Übungen (mit Braune), 4; Arbeiten im elektrochemischen Institut (mit Braune), tägl.; Übungen in der Elektroanalyse (mit Braune), 7. — **Jänecke**: Anwendung der physikalischen Chemie, insbesondere der Phasenlehre auf die Metallurgie und Hüttenkunde, 1. — **Bergius**: Anwendung der physikalisch-chemischen Betrachtungsweise auf einzelne Zweige der chemischen Industrie, 1. — **Laves**: Grundzüge der physiologischen Chemie, 2. —

Kiepert: Höhere Mathematik II (mit Prange), 6, Übungen, 2, Repetition, 1; Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Geometrie der Lage, 4. — **Müller**: Höhere Mathematik (mit Prange) I A, 6, Übungen, 2, III A, 3, Übungen, 1; Einführung in die Theorie der Funktionen komplexer Veränderlicher: Konforme Abbildung, 2. — **Rothe**: Grundzüge der höheren Mathematik, 3, Übung, 1; Grundzüge der Maxwellschen Elektrizitätstheorie mit einer Einführung in die Vektoranalysis, 3. — **Rodenberg**: Darstellende Geometrie (mit Richter und Morin), 3, Übungen, 6, I, 3, Übungen, 6. — **Oertel**: Grundzüge der praktischen Geometrie (mit Petzold), 2, Übungen, 3; Praktische Geometrie, Planzeichnen (mit Petzold), 4; Geodäsie I: Praktische Geometrie (mit Petzold), 2, Übungen, 6; Grundzüge der astronomischen Ortsbestimmung, mit Übungen, 2. — **Pröll**: Mechanik I: Grundzüge der Mechanik, 4, Übungen, 1; Ausgewählte Kapitel der Technischen Mechanik, 1; Aeromechanik in ihrer Anwendung auf Motorluftschiffe und Flugzeuge, 1, Übung, 1. —

Universität Heidelberg.

Lenard: Experimentalphysik: Optik, Elektrizität und Magnetismus, 4; Physikalisches Praktikum (mit Becker), 6; Wissenschaftliche Arbeiten im physikalischen und radiologischen Laboratorium (mit Becker und Ramsauer), tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Seminar und Kolloquium, 1 g. — **Becker**: Theoretische Optik, 4; Quantentheorie, 1; Theoretisch-physikalische Übungen, 1 g. —

Ramsauer: Die magnetischen Erscheinungen des Raumes und des Atoms, mit Demonstrationen, 1. —

Curtius: Experimentalchemie I: Allgemeine Chemie und Metalloide, 5; Chemisches Praktikum für Anfänger und Geübtere in anorganischer, organischer, physikalischer, analytischer und pharmazeutischer Chemie (mit Jannasch, Knoevenagel, Trautz, Stollé, Ebler, Muckermann und Müller), tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, halbtägig; Chemisches Anfänger-Praktikum für Mediziner (mit Knoevenagel), 4. — **Jannasch**: Titrieranalyse, 2; Ausmittelung der Gifte, 1; Gasanalytisches Praktikum (mit Ebler), 4; Chemisches Praktikum zur Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel (mit v. Mayer), 5. — **Knoevenagel**: Chemische Technologie, organische Prozesse, mit Ausflügen, 2; Praktische Anwendung organischer Farbstoffe in der Färberei und Druckerei, 4—6 Wochen. — **Trautz**: Physikalische Chemie II: Photochemie, chemische Reaktionsgeschwindigkeit und Katalyse, 3; Photochemie II: Theoretische Grundlagen aus der Strahlungstheorie, 2; Einführung in das physikalisch-chemische Praktikum, 1 *g*; Physikalisch-chemisches Kolloquium, 2; Praktische Einführung in die physikalische und Elektrochemie, 4—6 Wochen. — **Krafft**: Organische Chemie, 4; Praktisch-chemische Arbeiten und Übungen im Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Anfänger, tägl. außer Sonnabend. — **Stollé**: Pharmazeutische Chemie I (anorganisch), 2; Analytische Methoden der organischen Chemie, 1. — **Mohr**: Besprechung neuerer organisch-chemischer Arbeiten, 1. — **Ebler**: Spektralanalyse und Kolorimetrie, 1; Kolloquium über anorganische und analytische Chemie, 1; Gasanalyse und Gasvolumetrie, 1, Praktische Übungen, 2. — **Muckermann**: Über neuere Arzneimittel, 1; Repetitorium der Chemie für Pharmazeuten, 2. — **Müller**: Repetitorium der organischen Chemie, 2. — **Schmidt**: Photographisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene, 2. —

Stäckel: Differential- und Integralrechnung II, 3; Höhere Algebra, 3, Übungen, 1; Oberseminar (mit Perron), 2. — **Wolf**: Elemente der Astronomie (Fortsetzung), 2 *g*. — **Perron**: Analytische Geometrie der Ebene, 3, Übungen, 1; Allgemeine Theorie der analytischen Funktionen, 4. — **Koenigsberger**: Differentialgleichungen der Dynamik, 2 *g*. — **Koehler**: Einführung in die Liniengeometrie, 2. — **Kopff**: Sphärische Astronomie, 2. — **Bopp**: Bestimmte Integrale, 2. — **Mertens**: Einführung in die Maschinen- und Elektrotechnik für Juristen und Nationalökonomen, mit Exkursionen, 2 *g*. —

Universität Innsbruck.

v. Schweidler: Experimentalphysik II, 5; Atmosphärische Elektrizität, 1 *g*; Physikalisches Praktikum für Lehramtskandidaten, 6, für Mediziner, 2 *g*; Wissenschaftliche Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. *g*. — **Tumlirz**: Theorie der Wärme, 5; Übungen im mathematisch-physikalischen Seminar, 2 *g*. — **v. Lerch**: Ausgewählte Kapitel aus der Thermodynamik, 2; Farbenlehre und Farbenphotographie, 1. — **Hammerl**: Elektrotechnik I: Über Gleichstrommaschinen und Motoren, 2 *g*. — **Exner**: Klimalehre mit besonderer Rücksicht auf die Alpenländer, 3; Luftelektrizität und Gewitter, 2. —

Brunner: Allgemeine Chemie II: Organische Chemie, 5; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium für Chemiker und Pharmazeuten, tägl. außer Sonnabend, für Lehramtskandidaten, halbtägig; Chemische Übungen für Mediziner, 6; Mikroelementaranalyse nach Pregl, für Vorgeschrittene, 1 *g*. — **Hopfgartner**: Pharmazeutische Chemie, 5. — **Zehenter**: Ausgewählte Kapitel aus der chemischen Technologie anorganischer Stoffe, 2 *g*. —

Gmeiner: Differential- und Integralrechnung (Fortsetzung), 5; Übungen im mathematischen Seminar, 2 *g*. — **Zindler**: Zahlentheorie und Algebra, 5; Seminar I, 1 *g*, II, 1 *g*. — **Menger**: Darstellende Geometrie (Fortsetzung), 2 *g*. — **Prey**: Geographische Ortsbestimmung, 3; Astronomische Spektralanalyse, 2. —

Universität Jena.

Wien: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 4; Physikalisches Praktikum (mit Baedeker), für Physiker, 6, für Chemiker und Pharmazeuten, 4, für Mediziner, 4; Leitung physikalischer Spezialuntersuchungen (mit Straubel, Baedeker und Pauli), tägl.; Physikalisches Kolloquium, *g*. — **Auerbach**: Mechanik der festen, flüssigen und gasigen Körper, 4; Der physikalische Schulunterricht, 1; Einführung in die höhere Mathematik, 2. — **Straubel**: Theorie der sekundären Abbildung II, 1. — **Baedeker**: Experimentalphysik III (für Fortgeschrittene): Mechanik, Schwingungslehre, Wärme, 2; Kinetische Gastheorie und Theorie der Quanten, 1; Praktikum für Fortgeschrittene, 4. — **Vollmer**: Elektromagnetische Schwingungen und ihre Anwendung in der drahtlosen Telegraphie, 2; Praktikum über drahtlose Telegraphie, 2; Praktikum für Fortgeschrittene, tägl.; Anwendung der Technik in der Landwirtschaft: Überlandzentralen, mit Ausflügen, 1. — **Pauli**: Über Messungen bei tiefen Temperaturen, 1. —

Knorr: Allgemeine Experimentalchemie I: Anorganische Chemie, 5; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Wolff): a) Vollpraktikum, 30, b) Halbpraktikum, 15, c) Mediziner-Vollpraktikum, 6, d) Mediziner-Halbpraktikum, 3; Chemisches Praktikum im organischen Laboratorium und Anleitung zu chemischen Spezialuntersuchungen (mit Schlenk und Schneider), 40 — **Wolff**: Maßanalyse, $1^1/_2$; Elektrolyse und elektrolytisches Praktikum, 2. — **Immendorff**: Grundzüge der anorganischen und organischen Chemie (Experimentalchemie), 5; Chemisches Praktikum für Landwirte: a) kleines, 7, b) großes, tägl.; Agrikulturchemisches Seminar für Fortgeschrittene, 14 tägig, 2. — **Vongerichten**: Chemische Technologie mit Exkursionen, anorganischer Teil, 2; Technisch-chemisches Praktikum, ganz- und halbtägig; Chemischer Kursus für Nationalökonomen, 4. — **Matthes**: Pharmazeutische Chemie II: Organische Chemie, 3; Darstellung und Untersuchung chemisch-pharmazeutischer Präparate, Ausmittelung der Gifte, 15; Praktische und theoretische Übungen aus dem Gebiete der Nahrungsmittelchemie, tägl. außer Sonnabend; Theoretische und praktische Übungen in der Sterilisierung der Arzneimittel und Verbandstoffe, 3. — **Marc**: Grundlagen der physikalischen Chemie II: Elektrochemie, 2; Anleitung zum selbständigen Arbeiten auf physikalisch-chemischem Gebiete, ganz- und halbtägig; Chemisches und physikalisch-chemisches Kolloquium (mit Schlenk und Schneider). — **Schlenk**: Chemie der karbozyklischen Verbindungen mit Ausnahme der hydroaromatischen, *g*. —

Haußner: Analytische Geometrie der Ebene mit Einführung in die Theorie der Determinanten, 5, im Anschluß: Proseminar, 2; Differential- und Integralrechnung I, mit Übungen, 5; Projektive Geometrie, 3; Mathematisches Seminar, 1 *g*. — **N.N.**: Einleitung in die Theorie der Differentialgleichungen, 2. — **Thomae**: Anwendung der Infinitesimalrechnung auf Geometrie, 4. — **Knopf**: Zeit- und Ortsbestimmung mit praktischen Übungen auf der Sternwarte, 4; Praktische Übungen in der Geländeaufnahme: Nivellieren, Feldmessen usw., 2; Geschichte der Astronomie, 1. — **Ambronn**: Benutzung des Polarisationsmikroskops bei histologischen Untersuchungen, 1; Übungen in der Handhabung des Mikroskops und seiner Nebenapparate, 2; Übungen zur Dunkelfeldbeleuchtung und Ultramikroskopie, nur für Fortgeschrittene, 1; Kolloquium über wissenschaftliche Mikroskopie, *g*. — **Winkelmann**: Technische Mechanik II: Festigkeitslehre und Hydraulik, mit Übungen, 3; Theorie und Praxis der Reihen, insbesondere Kugel- und Zylinderfunktionen, mit Übungen, 3. —

Technische Hochschule Karlsruhe.

Lehmann: Physik, 4, Ergänzende Demonstrationen, 2; Physikalisches Laboratorium (mit Sieveking), 6;

Seminar für Experimentalphysik, 2 *g*; Anleitung zu selbständigen Arbeiten im physikalischen Laboratorium, nach Verabredung. — **Sieveking**: Einführung in die mathematische Physik, 3; Repetitorium der Physik, 2; Atmosphärische Elektrizität, 1; Wissenschaftliche Grundlagen der Luftschiffahrt, 2. — **Schmidt**: Photographisches Praktikum, mit Vorträgen über die Theorie der Photographie, ferner Darstellung lichtempfindlicher Präparate, 4; Exkursionen, 1 Nachmittag. — **Schultheiß**: Geschichte und Wesen der Witterungsvoraussage, 1. — **Richter**: Dynamobau II, 4; Wechselstrom-Kommutatormotoren, 2; Übungen im Konstruieren elektrischer Maschinen und Apparate, 4; Elektrotechnisches Laboratorium für Vorgeschrittene, einschließlich Hochfrequenzmessungen und drahtlose Telegraphie (mit Schleiermacher, Schwaiger und Hausrath), 8; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen, nach Verabredung. — **Schleiermacher**: Grundlagen der Elektrotechnik und Meßkunde, 2; Theoretische Elektrizitätslehre, 4; Elektrotechnisches Laboratorium I, 6. — **Schwaiger**: Elektromotorische Betriebe einschließlich Bahnen, 2; Elektrische Kraftwerke und Schaltanlagen, 2; Schalt- und Regulierapparate, 1; Nichtstationäre elektrische Vorgänge und Hochspannungserscheinungen, 1; Übungen zu diesen vier Vorlesungen, 2; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen, nach Verabredung. — **Teichmüller**: Allgemeine Elektrotechnik, 2; Elektrotechnisches Seminar, 2; Übertragung und Verteilung elektrischer Energie, 2, Übungen, 2; Elektrische Beleuchtung, 2; Übertragung und Verteilung elektrischer Energie, ausgewählte Kapitel, 1; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen, nach Verabredung. — **N. N.**: Theorie der Wechselströme I, 2, Übungen, 2, II, einschließlich Transformatoren und Induktionsmotoren, 2, Übungen, 2. — **Hausrath**: Instrumente- und Apparatebau, 2; Theoretische Telegraphie und Hochfrequenzmessungen, 1. —

Engler: Organische Chemie I, 4; Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 1; Organisch-chemisches Kolloquium (mit Franzen), 1; Chemisches Laboratorium, tägl. außer Sonnabend. — **Bredig**: Physikalische Chemie II, 2; Ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie und ihrer Anwendungen, 1; Demonstrationen technisch-elektrochemischer Prozesse (mit Askenasy), 3; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Kolloquium, für Vorgeschrittene, 2; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Physikalisch-chemischer und elektrochemischer Einführungskurs, mit einleitenden Vorträgen (durch Schlumberger). — **Bunte**: Chemische Technologie I, 2, II, 2; Übungen in der technischen Analyse (mit Eitner), 3 und 4, für Vorgerücktere, tägl.; Arbeiten im chemisch-technischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Technologische Exkursionen. — **Franzen**: Organische Chemie II, 2; Ausgewählte Kapitel der theoretischen Chemie, 1. — **Askenasy**: Prozesse der elektrochemischen Großindustrie I, 2. — **Dieckhoff**: Anorganisch-pharmazeutische Chemie, 2; Analytische Chemie I, 2. — **Eitner**: Methoden der technischen Analyse, 2, Übungen, 4; Ausgewählte Kapitel der technischen Analyse, 1, Übungen, 3; Spezielle Technologie der Gasbeleuchtung II, 1, Übungen, 4. — **Fajans**: Phasenlehre und ihre metallographischen Anwendungen, mit Demonstrationen, 2. — **N. N.**: Chemie der flüssigen und komprimierten Gase, 1. — **Kast**: Moderne Spreng- und Treibmittel, 2. — **Koenig**: Chemie der Metalle, 2. — **Rupp**: Chemische und mikroskopische Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln sowie Gebrauchsgegenständen, 2. — **N. N.**: Chemie der Faserstoffe und Farbstoffe II: Die Chemie der künstlichen und natürlichen Farbstoffe, 2; Übungen in Färberei und Druckerei, 2; Ausgewählte Kapitel der organischen Technologie unter Berücksichtigung der neuesten Patentschriften, 1. — **Steinkopf**: Chemie der heterozyklischen Verbindungen II, 1; Chemie der Alkaloide, 1. — **Ubbelohde**: Industrie des Petroleums, der Fette und Harze, 1; Ausgewählte Kapitel der chemischen Technologie, 1. —

Disteli: Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4; Konstruktive Übungen der Perspektive, 3. — **Fueter**: Grundlehren der höheren Mathematik, 4; Höhere Mathematik II, 2. — **Heun**: Mechanik II, 4, Übungen, 2; Mechanisches Seminar, 3 *g*. — **Krazer**: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 2. — **Haupt**: Übungen in den Grundlehren der höheren Mathematik, 2; Elementare und analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 3, Übungen, 1. — **Noether**: Hydromechanik, einschließlich Anwendungen, 3. — **N. N.**: Projektionslehre, 2, Übungen, 4. — **Haid**: Geodätisches Praktikum II, 6, III, 3; Größere Vermessungsübung, 2 Wochen. — **Bürgin**: Katastervermessung I, 2, Übungen, 2; Plan- und Terrainzeichnen, 2 und 4. —

Universität Kiel.

Dieterici: Experimentalphysik II: Optik, Elektrizität, Magnetismus, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger: a) für Mathematiker und Naturwissenschaftler, 2, b) für Mediziner und Pharmazeuten, 3, für Fortgeschrittene, tägl. — **Weber**: Thermodynamik, 4; Theorie physikalischer Meßapparate, mit anschließenden Übungen, 1; Ausgewählte physikalische Messungen und Untersuchungen, tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Zahn**: Strahlungstheorie und ihre Anwendungen, 2. — **Martienssen**: Elastizitätslehre, 1. — **Schmidt**: Wellenlehre des Lichts, experimentell mit theoretischen Zusätzen, 1. —

Harries: Anorganische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum I, anorganische Abteilung (mit Mumm), tägl. außer Sonnabend, II, organische Abteilung, tägl., für Mediziner (mit Feist), 4; Chemische Gesellschaft: Vorträge über neue Arbeiten auf allen Gebieten der Chemie (mit Rügheimer, Feist, Mumm, Preuner und Stark), 2 *g*. — **Rügheimer**: Pharmazeutische Chemie, organischer Teil, 3; Ausgewählte Kapitel aus dem Gebiet der physikalischen Chemie, 1 *g*; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Berend**: Kolloquium der organischen Chemie, 1 *g*; Repetitorium der organischen Chemie, $^3/_4$. — **Feist**: Anorganisch-chemische Großindustrie, 1; Moderne Eisengroßindustrie, 1; Kurze Übersicht über anorganische und organische Chemie, 1. — **Stoehr**: Über heterozyklische Verbindungen, 1. — **Preuner**: Einführung in die Elektrochemie, 2. — **Mumm**: Analytische Chemie, 2. — **Stark**: Chemie der organischen Farbstoffe, 2; Theoretisches Kapitel aus der organischen Chemie, 1. —

Pochhammer: Analytische Geometrie der Ebene, 4; Differentialgleichungen mit einer unabhängigen Variablen, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 1 *g*. — **Harzer**: Allgemeine Störungen kleiner Planeten nach Hansens Methode, 3; Geographische Ortsbestimmungen ohne astronomische Instrumente, 1 *g*. — **Jung**: Zahlentheorie, 4; Algebraische Raumkurven und Flächen, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 1 *g*. — **Kobold**: Einleitung in die höhere Geodäsie, 2; Geodätische Übungen, 1 Nachmittag *g*. — **Toeplitz**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1 *g*; Integralgleichungen, 3. — **Wilkens**: Die Bewegungstheorien des Erdmondes, 1. — **Neuendorff**: Darstellende Geometrie mit Zeichenübungen, 5; Übungen und Vorträge aus der angewandten Mathematik, 1 *g*. —

Bergakademie Klausthal.

Valentiner: Physik II, 5; Physikalisches Praktikum, 3. — **Wallot**: Physikalische Grundlagen der Wärmetechnik, 2; Ausgleichungsrechnung, 2. — **Süchting**: Elektrotechnik II, 6; Maschinenelemente, 4; Maschinenzeichnen, Übungen, 2. —

Biltz: Allgemeine Chemie II: Metalle, 4; Ausgewählte Kapitel der (angewandten) physikalischen Chemie, 2; Qualitative und quantitative chemische Analyse: Gewichts- und Maßanalyse, Praktikum, tägl.; Lötrohrprobieren II, 3. — **Mecklenburg**: Gasanalyse mit Übungen, 3; Kolloquium über anorganische Chemie, 2. —

Mohrmann: Höhere Mathematik und Mechanik II, 6; Darstellende Geometrie II, 4. —

Universität Königsberg.

Kaufmann: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5, Ergänzungen, 1 *g*; Elektrische Wechselströme und Schwingungen, mit Übungen, 2; Physikalische Übungen, 3; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium, *g*. — **Volkmann**: Einführung in das Studium der theoretischen Physik, 4, Übungen und Ergänzungen, unter besonderer Berücksichtigung der Methodik wissenschaftlichen Zahlenrechnens, 1 *g*; Mathematisch-physikalisches Laboratorium: a) Physikalisch-praktische Übungen und Arbeiten für Anfänger und Vorgerückte, 6, b) Leitung großer spezieller Arbeiten, ganztägig. — **Hoffmann**: Einführung in die Physik I: Mechanik und Wärme, 2; Radioaktivität, 1; Anleitung zu radiologischen Messungen, *g*. —

Klinger: Organische Chemie, auch für Anfänger, 4; Übungen im Laboratorium (mit Blochmann und Eisenlohr), tägl. außer Sonnabend; Praktikum für Mediziner, 2 Nachmittage; Besprechung neuerer Arbeiten (mit Blochmann und Eisenlohr), 1 *g*. — **Stutzer**: Chemie für Landwirte, 3; Agrikulturchemie: Ernährung der Pflanzen, 2; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Praktikum für Nahrungsmittelchemiker (mit Goy), tägl. außer Sonnabend; Landwirtschaftliche Exkursionen, 1 Tag *g*. — **Rupp**: Pharmazeutische Chemie, 3; Übungen im pharmazeutisch-chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Pharmazeutisch-wissenschaftliches Kolloquium, 1 *g*. — **Blochmann**: Technische Gasanalyse mit Übungen, 1; Ausgewählte Kapitel aus der quantitativen Analyse, 1 *g*. — **Eisenlohr**: Elektrochemie, 2; Die physikalischen Hilfsmethoden der organischen Chemie, 1 *g*. — **Sonn**: Chemie der Benzolderivate, 2. —

Meyer: Invariantentheorie, 4; Differentialrechnung, mit Übungen, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 1 *g*; Mathematische Gesellschaft (mit Boehm), 1 *g*. — **Battermann**: Theorie der astronomischen Instrumente, für Vorgerückte, 2, Übungen, 2 Abende *g*. — **Boehm**: Analytische Geometrie I, mit Übungen, 4; Elliptische Funktionen, 2; Übungen zur Theorie der Funktionen, besonders der elliptischen, 1 *g*; Hauptsätze aus der Theorie der Funktionen einer komplexen Variablen, 1 *g*. — **Kaluza**: Angewandte Mathematik III: Darstellende Geometrie, mit Übungen, 4; Determinanten, 2. —

Universität Leipzig.

Wiener: Experimentalphysik I: Mechanik, Wärme, Akustik, 5, Mathematische Ergänzungen, 1; Selbständige physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene (mit Scholl), tägl.; Physikalisches Praktikum, 3, 6 oder 9, für Mediziner und Pharmazeuten (mit Scholl), 3; Physikalisches Kolloquium (mit Des Coudres), 2 *g*. — **Des Coudres**: Einleitung in die theoretische Physik: Wellen, Diffusion, Potential, 4, Übungen, 1 *g*; Selbständige physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene (mit Fredenhagen), tägl. — **Bjerknes**: Dynamik idealer Flüssigkeiten mit Anwendung auf Luft und Meeresbewegungen, 2; Geophysikalisches Praktikum (mit Wenger), 6; Arbeiten im Geophysikalischen Institut, für Vorgeschrittene (mit Wenger), tägl.; Geophysikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **v. Oettingen**: Das duale Harmoniesystem und die Theorie der reinen Stimmung, 2 *g*. — **Fischer**: Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften: Differential- und Integralrechnung, mit Übungen, für Mediziner und Naturwissenschaftler, insbesondere Chemiker, 3; Allgemeine Gelenklehre, 1. — **Scholl**: Technische Kraftquellen: Wasserkräfte und Wasserkraftmaschinen, Dampfmaschinen, Dampfturbinen, Gas- und Benzinmotoren, Dieselmaschinen usw., 2. — **Marx**: Physik der Röntgenstrahlen, 1. — **Fredenhagen**: Einführung in die Elektrotechnik, mit Exkursionen, 2. — **Haas**: Die Prinzipe der Mechanik, dargestellt auf Grund der geschichtlichen Entwicklung, 2; Selbständige geschichtlich-physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene, nach Verabredung, *g*. — **Jaffé**: Ausgewählte Kapitel aus der neueren theoretischen Optik, 1. — **Lilienfeld**: Röntgenröhren und Hochspannungserzeuger für ihren Betrieb vom physikalischen Standpunkt betrachtet, 1 *g*. — **Wenger**: Übungen in meteorologischer Instrumentenkunde, 1 Nachmittag. — **Donner**: Handfertigkeitsunterricht, 3. —

Hantzsch: Anorganische Experimentalchemie, 5, Ergänzung, 1 *g*; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Schaefer), tägl.; Anorganisch-chemisches Praktikum (mit Schaefer), 6 *g*; Pharmazeutisch-chemisch-toxikologisches Praktikum mit Sterilisierkurs (mit Schaefer), tägl.; Chemisches Praktikum für Mediziner und Zahnärzte (mit Schaefer), 6; Organisch-chemisches Vollpraktikum (mit Reddelien), tägl.; Chemisches Praktikum für Fortgeschrittene (mit Stobbe, Rassow, Schaefer und Reddelien), tägl. — **Le Blanc**: Physikalische Chemie II: Elektrochemie, mit Demonstrationen unter Berücksichtigung der Technik, 3; Chemisches Praktikum: Analytische und präparative anorganische und organische Arbeiten (mit Volmer), tägl.; Physikalisch-chemisches Praktikum, für Fortgeschrittene (mit Böttger), tägl.; Photochemisch-photographisches Praktikum (mit Weigert), tägl.; Physikalisch-chemischer Einführungskurs, auch für Mediziner, auf Wunsch Darstellung elektrochemischer Präparate (mit Schall), 4 und 8; Photochemische Übungen: Spektralanalyse, Photographie, Photometrie, Mikroskopie (nach Auswahl) (mit Weigert), 4; Übungen in Elektroanalyse mit besonderer Berücksichtigung der Schnellmethoden (mit Böttger), 4; Physikalisch-chemisches Kolloquium (mit Schall, Böttger, Weigert und Volmer), $1^1/_2$ *g*. — **Paal**: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum, analytisch, anorganisch und organisch (mit Deussen, Scheiber, Sieverts und Waentig), tägl.; Arbeiten auf dem Gebiete der Nahrungsmittelchemie (mit Deussen und Waentig), tägl.; Pharmazeutisch-chemisch-toxikologisches Praktikum (mit Deussen und Scheiber), tägl.; Chemisches Praktikum für Mediziner und Zahnärzte (mit Sieverts und Waentig), 6, für Vorgerücktere (mit Heller, Deussen, Scheiber, Sieverts und Waentig), tägl.; Chemisch-technisches Praktikum (mit Heller), tägl.; Übungen im Sterilisieren (für Pharmazeuten mit Deussen), nach Verabredung, *g*. — **Stobbe**: Spezielle organische Chemie: Die aromatischen Verbindungen, 2. — **Wagner**: Übersicht über die anorganischen Verbindungen, 1; Chemisches Praktikum für Lehrer: Schulversuche, Analyse und Präparate, tägl.; Didaktische Besprechungen: Kennzeichnung der Stoffe, 1 *g*; Technik der Experimentalchemie und Demonstration von Schulversuchen, 1 *g*. — **Rassow**: Praktischer Kurs der Gasanalyse, 1; Chemische Technologie, Brenn- und Leuchtstoffe, sowie ausgewählte anorganische Betriebe, mit Exkursionen, 2; Chemisch-technologisches Praktikum, ganz- oder halbtägig, tägl.; Der Zellstoff und seine Anwendung: Papier, Kunstseide, Zelluloid, rauchloses Pulver, 1 *g*. — **Weigert**: Einführung in die Photochemie, 1; Optische Demonstrationen, 1. — **Schall**: Elektrolytische Reaktionen bei Ausschluß des Wassers, 1. — **Böttger**: Elektroanalyse, 1 *g*. — **Heller**: Allgemeine und technische Chemie, anorganischer Teil, 2. — **Deussen**: Übungen in der chemischen und mikroskopischen Analyse des Harns, für Fortgeschrittene, 3. — **Scheiber**: Synthese und Konstitutionsbestimmung organischer Verbindungen, 2; Chemisches Seminar (mit Sieverts und Waentig), 2 *g*; Praktikum für Harn-, Blut- und Milchuntersuchung für Chemiker, Pharmazeuten und Mediziner (mit Waentig), 4. — **Sieverts**: Übungen in technischer Gasanalyse, 1. — **Ostwald**: Einführung in die Kolloidchemie, 1. — **Schaefer**: Analytische Chemie unter Berücksichtigung ihrer theoretischen Grundlagen, mit Demonstrationen, 2. — **Reddelien**: Die neueren Arbeitsmethoden der organischen Chemie, 1. — **Volmer**: Die Chemie der extremen Temperaturen, 1; Besprechung chemischer Grundfragen, mit Vorträgen und Demonstrationen, 1 *g*. —

Hölder: Allgemeine Theorie der Funktionen einer komplexen Veränderlichen, 4; Variationsrechnung, 2; Mathematisches Seminar: Übungen in Funktionentheorie, 1 *g*. — **Bruns**: Kollektivmaßlehre, 4; Praktische Arbeiten in der Sternwarte, *g*. — **Rohn**: Algebraische Kurven, 4, Übungen, 1 *g*; Darstellende Geometrie, 2, Übungen, 2. — **Herglotz**: Analytische Geometrie der Ebene, 4, Übungen, 1 *g*; Algebraische Analysis (zur Einführung in die Differential- und Integralrechnung), 2; Mathematisches Seminar: Einführung in moderne funktionentheoretische Literatur: Konforme Abbildung und Uniformisierung (mit Koebe), 14tägig, 2 *g*. — **Koebe**: Zahlentheorie, 2; Differentialgleichungen mit Übungen, 4. —

Universität Marburg.

Richarz: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Optik, 5; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*; Physikalisches Praktikum (mit Feußner und Schulze), 6; Leitung eigener Untersuchungen, tägl. — **Feußner**: Theoretische Physik, Analytische Mechanik, 4; Theoretisch-physikalisches Seminar, 2 *g*. — **Schulze**: Hydrodynamik und Akustik, 2. — **Wegener**: Physik der Atmosphäre I: Thermodynamik und Mechanik, 2. — **Take**: Über die neueren elektrischen Strahlungserscheinungen: Kathoden-, Anoden-, Kanal-, Röntgen- und Becquerelstrahlen, 1; Physikalische Technologie, mit Demonstrationen und Exkursionen, 1½. —

v. Auwers: Anorganische Experimentalchemie für Chemiker und Mediziner, 6; Chemisches Kolloquium (mit Fries), 2 *g*; Chemisches Praktikum (mit Fries), ganz- und halbtägig, tägl.; Chemische Übungen für Mediziner, ganz- und halbtägig (mit Strecker), tägl. außer Sonnabend; Praktisch-chemischer Kursus für Mediziner (mit Strecker), theoretische Einführung mit Demonstrationen, ½, Praktikum, 3½. — **Schmidt**: Praktische Übungen in der analytischen und forensischen Chemie, sowie in der Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel und selbständige chemische Arbeiten (mit Keller), im Anschluß: Qualitative Analyse. — **Thiel**: Physikalische Chemie I, 3; Theoretische Übungen über ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie, 1 *g*; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen, tägl.; Photochemisches und photographisches Praktikum, für Anfänger und Fortgeschrittene (mit Stuchtey), 2. — **Fries**: Ausgewählte Kapitel aus der organischen Chemie: Chemie der aliphatischen Verbindungen, 3; Chemisches Repetitorium für Mediziner: Organische Chemie, 1. — **Reißert**: Chemie der Benzolverbindungen, 1. — **Strecker**: Gewichtsanalyse, 2; Titrieranalyse, 1; Repetitorium der anorganischen Chemie, 2. — **Keller**: Anorganische Chemie mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie und Medizin, 2; Prüfung von Arzneimitteln, 1 *g*; Übungen im Sterilisieren, 2. — **Flade**: Chemische Technologie II: Kraft-, Wärme-, Lichterzeugung, mit Exkursionen, 2. —

Hensel: Elementare Algebra, 4; Theorie und Anwendung der Determinanten, 3; Mathematisches Seminar, 1 *g*. — **Neumann**: Funktionentheorie, 5; Mathematisches Seminar, 2 *g*. — **v. Dalwigk**: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes I, 5; Darstellende Geometrie mit Übungen, 4. — **Hellinger**: Differential- und Integralrechnung, mit Übungen, 6; Variationsrechnung, 2. —

Universität München.

Röntgen: Experimentalphysik II: Wärme und Elektrizität, 5; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl.; Praktische Übungen im Physikalischen Laboratorium (mit Koch und Wagner), 4. — **Sommerfeld**: Mechanik der Kontinua: Hydrodynamik, Akustik, Elastizität, 4; Übungen zur Hydrodynamik, 2 *g*; Besprechungen zur Quantentheorie, 2 *g*; Anleitung zu selbständigen Arbeiten im Institut für theoretische Physik, tägl. — **Graetz**: Experimentalphysik II: Mechanik, Akustik, Optik, 5; Einleitung in die theoretische Physik II, 3; Physikalisches Praktikum: a) Übungen in physikalischen Messungen, b) Übungen in physikalischen Demonstrationen, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten aus der Physik, tägl. *g*. — **Koch**: Neuere Forschungsergebnisse auf dem Gebiete der experimentellen Optik, mit Demonstrationen, 1. — **Donle**: Einführung in die theoretische Elektrizitätslehre, 2. — **Wagner**: Experimentalphysik für Zahnärzte, 4; Über Röntgenstrahlen, mit Experimenten, 1. — **Bidlingmaier**: Physikalische Erdbebenkunde, 2. —

v. Baeyer: Organische Experimentalchemie, 5; Praktische Arbeiten im Chemischen Laboratorium (mit Piloty, Vanino, Prandtl in der unorganischen, mit Piloty, Vanino, Dieckmann und Wieland in der organischen Abteilung), tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Piloty und Vanino), 4; Praktische Arbeiten im Chemischen Laboratorium für fortgeschrittenere Mediziner (mit Piloty), ganz- oder halbtägig. — **Paul**: Anorganische Chemie mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendung, 5; Nahrungsmittelchemie II, mit Exkursionen, 1½; Pharmazeutisch-chemische Präparatenkunde: Organische Präparate, 2¼; Chemisches Praktikum: Praktische Übungen, einschließlich physikalisch-chemischer, elektro-chemischer und nahrungsmittel-chemischer Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum: Praktische Übungen, einschließlich der Übungen in den für den Apotheker wichtigen Sterilisationsverfahren (die pharmazeutisch-chemischen Übungen mit Heiduschka), tägl. außer Sonnabend; Übungen für praktische Apotheker (mit Heiduschka), nach Verabredung. — **Piloty**: Über analytische Chemie II, 3; Elektrolytisches Praktikum, ganztägig. — **Prandtl**: Spezielle unorganische Experimentalchemie I: 1. bis 4. Gruppe des periodischen Systems, 3; Praktikum für Gasanalyse, 4. — **Wieland**: Spezielle organische Chemie, Benzolderivate, 3. — **Dieckmann**: Stereochemie, 1 *g*. — **Heiduschka**: Neuere Arzneimittel, 1; Gerichtliche Chemie II, 2; Chemische Wertbestimmung von Drogen und galenischen Arzneimitteln, 1; Grundzüge der Chemie für Zahnärzte, 3¾. — **Pummerer**: Faserstoffe und Färberei, 1; Färbereipraktikum, 3. — **Meyer**: Physikalisch-chemisches Praktikum, 4; Reaktionsgeschwindigkeit und Katalyse, 1. — **Kalb**: Photochemie und Photographie, 1. —

Lindemann: Integralrechnung, 5; Theorie der algebraischen Formen: Invarianten, 4; Über das Problem der Quadratur des Kreises, 2; Mathematisches Seminar, 1½ *g*. — **v. Seeliger**: Mechanik des Himmels II, 4; Praktische Übungen an den Instrumenten der Sternwarte (mit Großmann), nach Verabredung. — **Voß**: Analytische Geometrie des Raumes, 4; Einführung in die Theorie der partiellen Differentialgleichungen, 4; Mathematisches Seminar: Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen, 2 *g*. — **Pringsheim**: Bestimmte Integrale und Fouriersche Reihen, 4; Anwendungen der elliptischen Funktionen, 3. — **Brunn**: Geometrische Morphologie, 3. — **Hartogs**: Darstellende Geometrie II, 5, Übungen, 3. — **Böhm**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1; Elementare Theorie der Lebensversicherungstechnik, 3, Übungen, 1; Vorträge und Referate über mathematisch-statistische Fragen für Fortgeschrittene, 2. — **Dingler**: Einführung in die höhere Mathematik, unter besonderer Berücksichtigung der philosophisch wichtigen Teile, 3; Übungen zur analytischen Geometrie der Ebene, 2. — **Rosenthal**: Synthetische Geometrie II, 4, Übungen, 1; Seminar: Übungen aus höherer Analysis, mit Anwendungen, 2 *g*. —

Technische Hochschule München.

Zenneck: Experimentalphysik II: Elektrische Strömung, veränderliches elektromagnetisches Feld, Elektrooptik, 4; Physikalisches Praktikum, 4 oder 8; Wissenschaftliche Arbeiten auf dem Gebiete der Physik, nach Verabredung. — **Fischer**: Grundzüge der Physik II: Strahlung, Optik, Elektrizität und Magnetismus, 3; Apparate und Methoden

des physikalischen Unterrichts an Mittelschulen II: Optik, Elektrizität, Magnetismus, 3; Physikalische Übungen im Aufbau und in der Handhabung von Apparaten, 4; Elemente der theoretischen Physik: Optik, Elektrizität und Magnetismus, 4. — **Knoblauch**: Technische Meßmethoden, 2; Technisch-physikalisches Praktikum, 4; Anleitung zur Ausführung wissenschaftlicher Arbeiten auf dem Gebiete der technischen Physik, nach Verabredung. — **Emden**: Flugzeuge, 3. — **Dieckmann**: Die Meßtechnik der drahtlosen Telegraphie II, 2; Meßpraktikum für drahtlose Telegraphie II, 4; Bildfernübertragung, 1. — **von und zu Aufseß**: Physikalische Seenkunde, 2. — **Voit**: Angewandte Physik: Heizung, Lüftung, Akustik der Gebäude, Blitzableiter, Übungen, 2; Schwachstromtechnik: Telegraphie, Telephonie und drahtlose Telegraphie, 2. — **Heinke**: Einführung in die Elektrotechnik, Übungen, 2, Praktikum, 2; Elektrotechnik für Maschineningenieure, 3; Elektrische Meßtechnik I, 3; Elektrotechnisches Praktikum I: Meßtechnik und Photometrie, 4 und 2. — **Ossanna**: Theorie und Konstruktion der elektrischen Maschinen III: Transformatoren und Asynchronmotoren, 4; Wechselstrom-Kommutatormotoren, 2; Entwerfen von elektrischen Maschinen, 4; Entwerfen von Wechselstrom-Kommutatormotoren, 4; Elektrotechnisches Praktikum II: Messungen an Maschinen, Umformern und Transformatoren, 4 und 2. — **Kadrnozka**: Bau und Betrieb elektrischer Anlagen Ic: Elektrische Lichtbetriebe, 3, II: Erzeugung und Verteilung elektrischer Arbeit, 2; Übungen: Entwerfen elektrischer Anlagen, 4. — **Urban**: Unterrichtskurse in praktischer Photographie, 1, Übung, 3. —

N. N.: Allgemeine Experimentalchemie einschließlich der Grundzüge der organischen Chemie, 5; Chemisches Praktikum im unorganischen und elektrochemischen Laboratorium, 10, 20 oder 30; Praktikum in der technischen Gasanalyse (mit Hofer), 3; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der unorganischen Chemie und der Elektrochemie, 30. — **Lipp**: Organische Chemie, 5; Chemisches Praktikum im organischen Laboratorium, 20 bis 30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der organischen Chemie, 30. — **Rohde**: Heterozyklische Verbindungen I, 2. — **Hofer**: Analytische Chemie der Metalle und Metalloide nebst Gewichts- und Maßanalyse I, 4; Die elektrochemischen Prozesse, 2. — **Schultz**: Chemische Technologie III, 2, IV, 2; Praktikum im chemisch-technischen Laboratorium, 20—30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der technischen Chemie, 30; Chemisches Praktikum, 3. — **Lintner**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Gärungschemisches Praktikum nebst Übungen in der Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln, 30; Grundzüge der organischen Chemie und Einführung in die Technologie und Warenkunde mit besonderer Berücksichtigung der Gärungsgewerbe, 4. —

Burkhardt: Höhere Mathematik II, 6, Übungen, 2; Anwendungen der elliptischen Funktionen auf Probleme der Mechanik, 2, Übungen, 1; Mathematisches Seminar: Kolloquium (mit v. Dyck, Finsterwalder und Liebmann), 2. — **v. Dyck**: Höhere Mathematik IV, 2, Übungen, 2. — **Doehlemann**: Grundzüge der höheren Mathematik II, 4, Übungen, 2; Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4; Projektive Geometrie in synthetischer Behandlung, 4, Übungen, 1. — **Liebmann**: Einleitung in die analytische Mechanik, 4, Übungen, 1; Ausgleichungsrechnung: Methode der kleinsten Quadrate, 2, Übungen, 1. — **Finsterwalder**: Photogrammetrie, 2, Übungen, 1; Darstellende Geometrie II, 4, Übungen, 4. — **Lagally**: Determinanten. Theorie und Anwendungen, 2. — **Deimler**: Messende Beobachtungen auf Forschungsreisen, 2. — **Schmidt**: Vermessungskunde II, 4, Praktikum, 4 und 8; Hauptvermessungsübungen, 2 Wochen; Katastertechnik II, 3, Praktikum IV, 8 und 2; Kartierungsübungen, 4. — **Großmann**: Einführung in die Astronomie, 2. — **Föppl**: Praktikum im mechanisch-technischen Laboratorium, 2; Technische Mechanik einschließlich der Elemente der graphischen Statik und der analytischen Mechanik I: Einführung in die Mechanik, 4, IV: Dynamik, 3, Übungen, 2. —

Universität Münster.

Schmidt: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 3 oder 6, für Fortgeschrittene (mit Konen), tägl.; Physikalisches Seminar (mit Konen), 14tägig, 2 *g*. — **Konen**: Einführung in die theoretische Physik, 4, Übungen, 1 *g*; Übungen in Demonstrationsversuchen und in der Anfertigung einfacher Apparate, 3. —

Salkowski: Organische Chemie I, 5; Chemie der Metalle, 2 *g*; Chemisches Praktikum, für Anfänger und Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner (mit Kaßner und Ley), 6; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten (mit Ley), tägl. außer Sonnabend. — **Kaßner**: Anorganische Chemie mit besonderer Berücksichtigung der Medizin und Pharmazie, 4; Kolloquium über pharmazeutische Präparate und die Gegenstände des Deutschen Arzneibuchs, 1; Ausgewählte Kapitel der chemischen Technologie, mit besonderer Berücksichtigung der Brennstoffe und deren Ausnützung, 1; Über Gifte und deren Nachweis in Untersuchungsobjekten, 1 *g*; Pharmazeutisch-chemische, maßanalytische und toxikologische Übungen im Laboratorium, Darstellung chemischer Präparate, Gasanalyse, Anleitung zur Bearbeitung selbständiger wissenschaftlicher oder technischer Aufgaben, tägl. außer Sonnabend. — **Ley**: Physikalische Chemie: Thermochemie und Elektrochemie, 2, Übungen, 1 *g*. — **König**: Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten und Untersuchungen auf dem Gebiete der angewandten Chemie, für Fortgeschrittene (mit Bömer), tägl. — **Bömer**: Analytische Chemie: Metalloide, 1; Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, 2 *g*. —

v. Lilienthal: Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen zur Differentialrechnung, 1; Übungen des mathematischen Oberseminars, 2 *g*; Algebra mit geometrischen Anwendungen, 4. — **Killing**: Grundlagen der Geometrie, 4; Analytische Geometrie I, 4, Übungen, 1 *g*; Übungen des mathematischen Unterseminars, 2 *g*. — **Timpe**: Synthetische Geometrie, 3; Darstellende Geometrie II, 2, Übungen, 2 *g*; Geodätisches Praktikum (mit Schewior), 3; Geodätische Exkursionen (mit Schewior), 2—3 Wochen, 1 Nachmittag *g*; Flugtechnische Aerodynamik, 1. — **Schewior**: Praxis der Photogrammetrie und Stereophotogrammmetrie, 1. — **Plaßmann**: Das Sonnensystem, 2 *g*; Zeit- und Ortsbestimmung, 2; Übungen im Beobachten und Rechnen, nach Verabredung, *g*. —

Akademie Posen.

Spies: Dynamomaschinen und Motoren, 2; Über elektrische Messungen, 1; Physikalisches Kolloquium, 1; Praktische Übungen, 3; Übungen für Vorgeschrittene, nach Verabredung. —

Wörner: Grundzüge der organischen Chemie, 2; Chemische Übungen für Anfänger, 2, für Fortgeschrittene, 2; Arbeiten auf analytischem, Nahrungsmittel- oder physiologisch-chemischem Gebiete, tägl. —

Kummerow: Ausgewählte Kapitel aus der neueren Geometrie, 2; Wahrscheinlichkeitsrechnung II, 1. — **Könnemann**: Physik der Erde, ausgewählte Kapitel, 1. — **Paur**: Ausgewählte Kapitel aus der technischen Mechanik, 1, Übungen, 1. —

Universität Prag.

Lampa: Experimentalphysik II: Physikalische Demonstrationen für Mediziner, 5; Wechselstrom, 2; Physikalisches Praktikum II (Fortsetzung), 6 bzw. 3; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. *g*. — **Frank**: Das Relativitätsprinzip, seine Grundlagen und Anwendungen, 4; Atomistik, 1; Seminar für theoretische Physik, Unterstufe: Übungen in der Lösung optischer Aufgaben, 1 *g*, Oberstufe: Statistische Mechanik, 2 *g*. — **Spitaler**: Meteorologische Instrumente, Beobachtung und Berechnung, 2, Praktikum, 1; Wetterprognose, 2. —

Meyer: Organische Chemie, für Philosophen, Mediziner und Pharmazeuten, 5; Chemische Übungen, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, halbtägig; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen, für Vorgeschrittene, tägl. *g.* — **Rothmund**: Physikalische Chemie II, 4; Physikalisch-chemisches Praktikum, 4; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, nur für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend. — **Kirpal**: Chemische Großindustrie, mit Exkursionen, 3. — **Hönigschmid**: Analytische Chemie für Mediziner, 3. — **Wagner**: Die Struktur der Materie, 1. — **Morgenstern**: Ausgewählte Kapitel der Chemie: Valenztheorie, Konstitution und optisches Verhalten, 2. — **Herzog**: Biochemische Analyse, 2. — **Sigmund**: Biochemie der Fette und Eiweißkörper, 1. —

Pick: Elemente der Infinitesimalrechnung (Fortsetzung), 4, Übungen, 1; Mathematisches Seminar, 2 *g.* — **Kowalewski**: Einführung in die höhere Algebra, 3; Theorie der Transformationsgruppen, 2; Lektüre und Besprechung ausgewählter Abhandlungen von E. Study, 1. — **Blaschke**: Bestimmte Integrale, 2. — **Scheller**: Über Refraktion und Extinktion, 1. —

Technische Hochschule Prag.

Tuma: Physik: Elektrostatik, Stationäre Elektrizitätsströmungen, Magnetische Wirkungen des elektrischen Stromes, Magnetische Induktion, 5, für Kulturingenieure, 3; Thermodynamik, 3; Physikalisches Praktikum, 6. — **Pichl**: Klimatologisches Praktikum, 1. — **Puluj**: Allgemeine Elektrotechnik, 3, Übungen, 4; Ausgewählte Kapitel der Wechselstrom-Elektrotechnik, 2. —

Hönigschmid: Anorganische Chemie, 4; Analytische Chemie (anorganisch, quantitativ), 2; Übungen im anorganisch-chemischen und analytischen Laboratorium I und II, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen für Geübtere, tägl. außer Sonnabend. — **N. N.**: Organische Chemie, 5; Übungen im organisch-chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, für Vorgeschrittene, tägl. — **Storch**: Chemie der Metalle und technische Metallgewinnung, 2; Die wissenschaftlichen Grundlagen der Maßanalyse, 1; Physikalische Chemie II: Thermochemie, 2; Elektrochemische Prozesse der Industrie, 3, Übungen, 4; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, 15. — **Ditz**: Chemische Technologie anorganischer Stoffe II, 6; Übungen im anorganisch-technologischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend. — **v. Georgievics**: Chemische Technologie organischer Stoffe II, $6^1/_2$; Übungen im organisch-technologischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend. — **Harpf**: Technologie des Schwefeldioxydes, 1. — **v. Gintl**: Enzyklopädie der technischen Chemie, 2; Praktische Übungen in der Ausführung von Heizgasuntersuchungen, 1; Chemie der Nahrungs- und Genußmittel und Untersuchung von Rohstoffen und Gebrauchsgegenständen, 3, Übungen, 8; Gasanalyse mit praktischen Übungen, 1; Gerichtlich-chemische Untersuchungen, mit Demonstrationen, 1. — **Außerwinkler**: Photographie, 1, Übungen, 4. — **Herzog**: Technische Mykologie, 6; Biochemische Analyse, 2; Agrikulturchemie, 2; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen für Vorgeschrittene, tägl. — **Siegmund**: Biochemie der Fette und Eiweißkörper, 1; Chemie der Düngemittel, 1. —

Carda: Mathematik I, 4, Übungen, 2; Elemente der höheren Mathematik, 2, Übungen, 1; Mathematik für Handelsschullehrer, 3. — **Blaschke**: Mathematik II, 5, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel der höheren Mathematik, 2. — **Rosmanith**: Versicherungsmathematik I, 3, IIa, 1, IIb, 2; Politische Arithmetik, 2. — **Janisch**: Darstellende Geometrie, Konstruktive Übungen, 4; Ausgewählte Kapitel aus der darstellenden und projektiven Geometrie, 3, Übungen, 4. — **Grünwald**: Besondere Beziehungen zwischen Strahlengebilden des Raumes und ebenen Punktsystemen, 2. — **Pöschl**: Allgemeine Mechanik, 4, Repetitorium, 1, Graphische Übungen, 2; Hydromechanik, 2; Besondere technische Probleme der höheren Dynamik, 3. — **Haerpfer**: Elemente der niederen Geodäsie, Übungen, 4; Theorie der Kartenprojektionen, 1. — **Adamczik**: Praktische Geometrie II: Niedere Geodäsie, $4^1/_2$, Übungen, 6; Grundzüge der sphärischen Astronomie, 3, Übungen, 2; Anwendungen der Geodäsie auf Kulturtechnik, 2, Übungen, 2; Geodätisches Rechnen I, 2, II, 2. —

Universität Rostock.

Heydweiller: Experimentalphysik: Allgemeine Physik, Akustik, Wärme, 5; Physikalische Übungen: a) für Mathematiker und Naturwissenschaftler (mit Weber), zugleich Handfertigkeitsunterricht, 2 oder 3 Nachmittage, b) für Mediziner und Pharmazeuten, 1 Nachmittag; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl.; Physikalisches Seminar (mit Weber), 1. — **Weber**: Analytische Mechanik, 3; Hydrodynamik und Kapillarität, 2; Kinetische Gastheorie, 1; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl. —

Michaelis: Anorganische Chemie, 5; Übungen im chemischen Laboratorium: a) Großes chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend, b) Kleines chemisches Praktikum, 9, c) Übungen für Mediziner, 4, d) Übungen für Nahrungsmittelchemiker (mit Kunckell), 4. — **Stoermer**: Organische Chemie II: Chemie der Benzolderivate, 4; Maßanalyse, 1; Chemie der Riechstoffe mit besonderer Berücksichtigung der Terpen- und Kampferchemie, 1. — **Honcamp**: Agrikulturchemie II, 1; Agrikulturchemisches Praktikum, tägl. — **Kümmell**: Elektrochemie, 3; Kleines elektrochemisches Praktikum, 4; Elektrochemische Analysen und Präparate, 3—4; Physikochemisches Vollpraktikum: Leitung selbständiger Arbeiten, tägl.; Aerologische Übungen, 4. — **Kunckell**: Examinatorium der Chemie mit Gesetzeskunde, für Pharmazeuten, $4^1/_2$; Untersuchung der Arzneimittel, 1. —

Staude: Analytische Geometrie der Ebene, 4; Theorie der analytischen Funktionen, 4; Mathematisches Seminar, 2. —

Universität Straßburg.

Braun: Experimentalphysik I: Mechanik, Molekularphysik, Optik, 5; Physikalische Übungen, 5 oder 10; Übersichtskursus für Mediziner, 3; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Kolloquium (mit Cohn), 2 *g.* — **Cohn**: Elektrizitätslehre, 4; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten. — **Mandelstam**: Einführung in die Elektrotechnik, 2. — **Papalexi**: Die physikalischen Vorgänge bei der Lichtemission: Zeemanphänomen und verwandte Erscheinungen, mit Demonstrationen, 1. — **Hecker**: Ausgewählte Kapitel aus der Physik des Erdkörpers, 1 *g.* —

Thiele: Allgemeine Experimentalchemie, organischer Teil, 5; Chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene (mit Wedekind und Straus), tägl. außer Sonnabend; Kolloquium über organische Chemie, 1 *g.* — **Rose**: Chemische Technologie der leichten Metalle und ihrer Salze, 3; Die Mineralfarben, 1 *g.* — **Wedekind**: Physikalische Chemie, 3; Analytische Chemie II: Anionen und Maßanalyse, 2; Gasanalytische Übungen, $2^1/_2$; Physikochemisches und elektrochemisches Praktikum, 4; Kolloquium über Fortschritte der anorganischen und physikalischen Chemie, 14 tägig, 1 *g.* — **Straus**: Benzolderivate I, 3. — **Ruggli**: Chemie der Kohlehydrate, 1. — **Kreutz**: Chemie und Technologie des Weines, Schaumweines und des Tabaks, mit Exkursionen, 1. — **Oesterle**: Pharmazeutische Chemie und chemische Toxikologie I, 5; Arbeiten im Laboratorium des pharmazeutischen Instituts, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Nahrungsmittelchemiker, tägl. außer Sonnabend; Mikroskopische Übungen mit Rücksicht auf Drogen, 3; Pharmakochemisches Kolloquium, *g.* — **N.N.**: Physikalische und chemische Prüfungsmethoden des Deutschen Arzneibuchs, 1. —

Faber: Integralrechnung II, 4; Zahlentheorie, 2;

Mathematisches Seminar: Die Verteilung der Primzahlen, 2 *g*. — **Schur**: Theoretische Mechanik, 4; Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen, 2; Seminar: Geometrische Übungen, $1^1/_2$. — **Simon**: Geschichte der Mathematik im Mittelalter, 2. — **Wellstein**: Elliptische und hyperelliptische Funktionen, 4. — **v. Mises**: Technische Mechanik II: Hydraulik und flugtechnische Aeromechanik, 3; Integralgleichungen und ihre Anwendung, 4; Seminaristische Übungen in angewandter Mathematik: Technische Mechanik, $1^1/_2$ *g*. — **Epstein**: Variationsrechnung, 2. — **Speiser**: Mengenlehre, 2; Die Gleichungen fünften Grades, mit Übungen, 1. — **Bauschinger**: Stellarastronomie, 2; Einrichtung und Gebrauch kleiner Schulsternwarten, 2; Übungen an den Instrumenten der Sternwarte für Fortgeschrittene, nach Verabredung. — **Wirtz**: Mathematische Geographie, 1. —

Technische Hochschule Stuttgart.

v. Koch: Experimentalphysik: Elektromagnetismus, Induktion, Akustik, Optik, Elektrooptik, 4; Theoretische Physik mit mathematischen Ergänzungen zur Experimentalphysik, 2; Übungen im physikalischen Institut (mit Maier) a) Physikalisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend, b) Anleitung zu physikalisch-wissenschaftlichen Arbeiten, tägl.; Handfertigkeits-Praktikum in Physik, für Fortgeschrittene, 2—3; Physikalisches Kolloquium, 2; Meteorologie (ausgewählte Kapitel), 1. — **Veesenmeyer**: Grundlagen der Elektrotechnik: Konstruktionen und Anlagen, 1, Übungen, 1; Elektrotechnische Konstruktionselemente, 1, Übungen, 6; Dynamobau I, Seminar, 1, Übungen, 6, II, 2; Elektrische Apparate, 1; Elektrotechnische Maschinenkonstruktionen, Übungen, 8; Projektieren elektrischer Anlagen, 1, Übungen, 4. — **Emde**: Gleichstromtechnik I, 3, Übungen (mit Spielrein), 8, II, 2, Übungen (mit Spielrein), 4. — **Herrmann**: Elektrische Meßinstrumente und Meßmethoden I, 1, Übungen (mit Braun), 8, II, 1, Übungen (mit Braun), 4; Schwachstromtechnik II, 2, Übungen (mit Braun), 4. —

v. Hell: Unorganische Chemie, 4; Organische Chemie, 2; Theoretische Chemie, 2; Übungen im Laboratorium für reine und pharmazeutische Chemie (mit Kauffmann, Schmidt und Bauer). — **Gutbier**: Physikalische Chemie, 2; Technische Chemie, 2; Übungen im Laboratorium für Elektrochemie und Technische Chemie (mit Sauer), tägl. außer Sonnabend; Chemische Technologie der Baumaterialien, 1; Photographie, 1 *g*. — **Küster**: Pharmazeutische Chemie (organisch), 2; Toxikologie, 1; Organisch-chemische Technologie, 2; Übungen in der organischen Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Kauffmann**: Farbenchemie unter besonderem Eingehen auf die Chemie mehrkerniger Benzolderivate, 2; Chemische Tagesfragen aus Wissenschaft und Technik, 1, mit Exkursionen. — **Schmidt**: Analytische Chemie, 2; Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 2. — **Bauer**: Pharmazeutisch-chemische Arbeitsmethoden, 2. —

Kutta: Höhere Mathematik I, mit Übungen, 8, III, mit Übungen, 3; Mathematisches Seminar, 2. — **Mehmke**: Mathematisches Seminar, 1; Darstellende Geometrie (mit Stübler) I, 3, Übungen, 4, II, 1, Übungen, 2; Punktrechnung (mit Stübler), 3, Übungen, 1. — **Wölffing**: Funktionentheorie, 3; Variationsrechnung, 1 *g*. — **Stübler**: Mathematische Geographie, mit Übungen, 2; Synthetische Geometrie, 3. — **Haller**: Trigonometrische Übungen, 2. — **Kommerell**: Elementarmathematik vom höheren Standpunkt aus, 2. — **Roth**: Perspektive, 2. — **v. Weyrauch**: Einleitung in die mathematische Theorie der Elastizität, 2; Aerostatik und Aerodynamik, 2. — **A. Baumann**: Flugmaschinen und ihre konstruktiven Einzelheiten, 2; Ausführliche Behandlung wichtiger Fragen des Kraftfahrzeugbaus, 2; Motoren für Land-, Wasser- und Luftfahrzeuge, 2. — **Kriemler**: Technische Mechanik: Dynamik, Hydraulik, 6, Übungen, 6 und 2. — **v. Hammer**: Praktische Geometrie II: Vermessungskunde, 5, Messungsübungen, 12; Ausarbeitung der Messungen zur praktischen Geometrie, 2; Geodätische Schlußübungen für Bauingenieure, 4; Geodätische Übungen (mit Heer), 5, für Lehramtskandidaten, 3; Übungen zur höheren Geodäsie, 2. —

Universität Tübingen.

Paschen: Experimentalphysik: Mechanik, Optik, 5; Physikalische Übungen für Anfänger, 4, für Fortgeschrittene, halbtägig; Selbständige wissenschaftliche Untersuchungen, ganztägig. — **Meyer**: Theorie des Lichtes, 3; Übungen im Seminar, 1; Physikalische Grundlagen der Meteorologie, 1. —

Wislicenus: Allgemeine Chemie II: Organische Chemie, 5, Ergänzungen, 1; Praktische Übungen im Laboratorium für Anfänger und Fortgeschrittene (mit Bülow, Weinland, Kliegl und Magnus), Voll- und Halbpraktikum, tägl., Abgekürztes chemisches Praktikum, 3 halbe Tage. — **Thierfelder**: Physiologische Chemie der Eiweißstoffe, Fette und Kohlehydrate, 2; Praktisch-chemische Übungen für Anfänger, I: Qualitative Analyse, 6, II: Quantitative Analyse und physiologisch-chemische Übungen, 6; Physiologisch-chemische Arbeiten für Geübtere, tägl. — **Bülow**: Analytische Chemie der Salzsäure, Schwefelwasserstoff- und Schwefelammoniumgruppe mit besonderer Rücksicht auf die praktischen Arbeiten im chemischen Laboratorium, auch für Anfänger, 3; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Wislicenus), ganz- und halbtägig; Theorie und Praxis des Patentgesetzes, mit besonderem Hinweis auf die chemische Industrie, 1. — **Weinland**: Chemie der Arzneistoffe II (organisch), 2; Quantitative Untersuchung der Arzneistoffe, 1; Chemie der Genußmittel, 1; Nachweis von Giften für gerichtliche Zwecke, 1; Chemisch-pharmazeutisches Praktikum (mit Wislicenus), ganz- oder halbtägig. — **Kliegl**: Synthetische Methoden der organischen Chemie, 1; Kolloquium über organische Chemie, 1; Präparative Arbeiten (mit Wislicenus), ganztägig. — **Magnus**: Analytische Chemie vom Standpunkt der physikalischen Chemie, 1; Einführung in die höhere Mathematik, 1; Physikalisch-chemische Übungen (mit Wislicenus). —

v. Brill: Mechanik, 5; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **Maurer**: Funktionentheorie, 5; Potentialtheorie, 2; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **König**: Synthetische Theorie, 3; Höhere Analysis I: Differentialrechnung, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **Happel**: Praktische Geometrie, mit Übungen im Gelände, 2; Ausgewählte Kapitel aus der Theorie der Flächen, 1. — **Rosenberg**: Geometrie und Anwendung astronomischer Instrumente, 2; Übungen in astronomischen Beobachtungen für Anfänger, 2; Leitung selbständiger astronomischer und physikalischer Arbeiten für Fortgeschrittene, tägl. —

Universität Wien.

Lecher: Experimentalphysik für Lehramtskandidaten und Mediziner II, 5; Anleitung für wissenschaftliche Arbeiten, tägl. — **Exner**: Physikalisches Praktikum für Lehramtskandidaten, 6, für Chemiker und Naturhistoriker, 6; Physikalische wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, tägl. — **Hasenöhrl**: Mechanik II, 5; Proseminar für theoretische Physik, 1 *g*; Seminar für theoretische Physik, 1 *g*; Besprechung neuerer Arbeiten über theoretische Physik (mit Ehrenhaft, Nabl und Schrödinger), 1. — **Meyer**: Meßmethoden der Radioaktivität, 3. — **Ehrenhaft**: Grundzüge der Theorie der Elektrizität und der elektromagnetischen Strahlung, 5. — **Przibram**: Einführung in die Atomistik (Fortsetzung), mit Berücksichtigung der Energiequantenlehre, 1. — **Heß**: Über luftelektrische Meßmethoden, 2. — **Schrödinger**: Interferenzerscheinung der Röntgenstrahlen, 2. — **Defant**: Wissenschaftliche Wettervorhersage, 1; Thermodynamik der Atmosphäre, 1. — **Hinterberger**: Photographisches Praktikum, 6 Wochen; Praktischer Kurs über Mikrophotographie, nach Verabredung. —

Wegscheider: Chemische Übungen für Anfänger,

tägl. außer Sonnabend; Arbeiten für Vorgeschrittene (mit Wenzel und Pollak), tägl. — **Goldschmiedt**: Experimentalchemie II: Organische Chemie, 5; Chemische Übungen für Anfänger und Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, tägl. außer Sonnabend. — **Herzig**: Pharmazeutische Chemie, 5, Übungen, tägl. außer Sonnabend. — **Pollak**: Repetitorium der analytischen Chemie, 2; Übungen über ausgewählte Kapitel der pharmazeutischen Chemie, 4; Chemische Technologie: Organische Farbstoffe und ihre Anwendungen II, 2. — **Wenzel**: Chemische Technologie, Metallurgie, 3. — **Franke**: Anleitung zur Ausführung chemisch-wissenschaftlicher Arbeiten, tägl.; Übungen in der Ausführung chemischer Schulversuche, 4; Organische Chemie, im Zusammenhang mit den praktischen Übungen der Mediziner, 2. — **M. Kohn**: Repetitorium der organischen Chemie, 2. — **Abel**: Galvanische Elemente und Akkumulatoren, 2. — **Moßler**: Nichtoffizinelle Arzneimittel, 1; Prüfung der organischen und galerischen Präparate der Pharmakopöe, 2. — **Kailan**: Kapitel aus der physikalischen Chemie, 1. — **Zellner**: Methoden der chemischen Pflanzenuntersuchung II: Quantitative Methoden, 2. —

v. Escherich: Funktionentheorie (Fortsetzung), 5; Elementarmathematik, 1; Proseminar für Mathematik, 1 *g*; Seminar für Mathematik, 2 *g*. — **Wirtinger**: Elemente der Differential- und Integralrechnung (Fortsetzung), 5, Übungen, 1 *g*; Mathematisches Seminar, 2 *g*; Mathematisches Proseminar, 1 *g*. — **Mack**: Kurs für darstellende Geometrie, 3 *g*. — **Furtwängler**: Zahlentheorie (Fortsetzung), 4; Gruppentheorie (Fortsetzung), 1; Proseminar, 1 *g*; Seminar, 2 *g*; Elementarmathematik, 1 *g*. — **Oppenheim**: Wahrscheinlichkeitsrechnung, 3; Präzession, Nutation und Variation der Polhöhe, 3; Kritik des Newtonschen Gravitationsgesetzes, 2, Übungen, 1 *g*. — **G. Kohn**: Analytische Geometrie (Fortsetzung), 4, Übungen, 1 *g*; Differentialgeometrie I, 2. — **Tauber**: Versicherungsmathematik II, 4, Übungen, 2 *g*; Mathematische Statistik II, 1. — **Blaschke**: Einführung in die mathematische Statistik II, 3. — **Hanni**: Einführung in die Theorie der Vektorfelder, 2. — **Roth**: Ebene algebraische Kurven, 2. — **Groß**: Partielle Differentialgleichungen, 3. — **Hepperger**: Praktische Astronomie, 3; Bestimmung und Verwertung der Radialgeschwindigkeiten der Sterne, 2. — **Schram**: Kalendariographie und Chronologie verschiedener Völker, 2. —

Technische Hochschule Wien.

Jäger: Physik, 3; Ausgewählte Kapitel der Physik, 2. — **Mache**: Physik, 2, 5 und 4. — **Strunz**: Geschichte der Naturwissenschaften und der Naturbetrachtung in der Neuzeit II, 2; Goethe als Naturforscher, 2; Übungen, 2. — **Sahulka**: Elektrotechnik, 4½, Praktische Übungen I (mit Reithoffer), 4; Elektrotechnische Meßkunde, 2. — **Reithoffer**: Enzyklopädie der Elektrotechnik, 2; Übungen zu elektrischen Schwingungen und Wellen, 4; Wechselstromtechnik, 2. — **N.N.**: Dynamobau, 3, Konstruktionsübungen, 6; Elektrotechnik, Praktische Übungen II, 4. — **Hochenegg**: Bau und Betrieb elektrischer Anlagen, einschließlich Stromverteilung, 3, Übungen, 4. — **Jüllig**: Elektrische Telegraphie und Eisenbahn-Signalwesen, 2. — **Zelisko**: Die Fernsprechtechnik, 2. —

Suida: Allgemeine Experimentalchemie II: Organische Chemie I, 5; Chemische Technologie organischer Stoffe, 5, Übungen, tägl. — **Bamberger**: Übungen zur allgemeinen Experimentalchemie, tägl.; Enzyklopädie der technischen Chemie, 3. — **Vortmann**: Analytische Chemie, 4, Übungen, tägl. — **Moser**: Chemie der seltenen Elemente, 2. — **v. Jüptner**: Theoretische und physikalische Chemie I, 1½, II, 2; Chemische Technologie anorganischer Stoffe, 5, Übungen, tägl. außer Sonnabend. — **Praetorius**: Thermodynamik, Repetitorium, 1. — **Böck**: Chemie der natürlichen Alkaloide, 2. — **Paweck**: Technische Elektrochemie, 3; Die elektrischen Akkumulatoren, 1. — **Abel**: Elektrolyse, 1. — **Klimont**: Chemie der Fette, 1; Chemie der Mineralöle, 1. — **Eder**: Photochemie und angewandte Photographie, 1; Photographisches Praktikum, 4. — **Lafar**: Agrikulturchemie, 2. — **Hermann**: Die Fabrikation der Schwefelsäure, 1. — **Strache**: Beleuchtungsindustrie, 2; Übungen in Gasbeleuchtung, 4. — **Erban**: Chemische Textilindustrie II, 1. — **Ruß**: Neuere Verfahren der anorganisch-chemischen Großindustrie, 1½; Einführung in die Behandlung der Patentliteratur der chemischen Industrie, 1. —

Zsigmondy: Mathematik I, für Maschineningenieure, 5, Korrepetitionen, 2. — **Rothe**: Mathematik I, für Bauingenieure, 5; Einführung in die Graßmannsche Ausdehnungslehre und in die Hamiltonschen Quaternionen, 2. — **Czuber**: Mathematik II, 5, Korrepetitionen, nach Verabredung. — **Suppantschitsch**: Elemente der höheren Mathematik, 4, Übungen, 1. — **N. N.**: Enzyklopädie der Mathematik, 3. — **Tauber**: Versicherungsmathematik I, 3, II, 3. — **Förster**: Politische Arithmetik, 2. — **Blaschke**: Einführung in die mathematische Statistik, 3. — **Müller**: Darstellende Geometrie und konstruktives Zeichnen, 4, Konstruktionsübungen, 6; Zyklographie, 2, Konstruktionsübungen, 2; Seminar für darstellende Geometrie, 2. — **Schmid**: Darstellende Geometrie und konstruktives Zeichnen, 4, Konstruktionsübungen, 6; Projektive Geometrie II, 3, Konstruktionsübungen, 2. — **Adler**: Graphisches Rechnen, 2. — **Wieghardt**: Mechanik I, 7½. — **Jung**: Mechanik I: Mechanik der starren und flüssigen Körper, 7½, Übungen, 2, im Anschluß: Vektoranalysis, 2. — **Girtler**: Theorie und Anwendung des Kreisels, 3. — **Leon**: Ausgewählte Kapitel der Festigkeitslehre und Materialprüfung, 1½. — **Pollack**: Praktische Übungen zu den Elementen der niederen Geodäsie, 5. — **Dolezal**: Niedere Geodäsie, 4½, Übungen, 10; Größere Vermessung, ½ Monat; Geodätisches Seminar, 2; Photographische Meßkunst: Photogrammetrie, Übungen, 2. — **Dokulil**: Übungen zur niederen Geodäsie, 10; Geodätisches Zeichnen: Situationszeichnen, 3 u. 4; Technik des Katasterwesens, 2; Geodätische Rechenübungen, 2½. — **Schumann**: Sphärische Astronomie, 4; Übungen im Beobachten und Rechnen, 3½. —

Universität Würzburg.

Wien: Experimentalphysik II: Elektrizität und Optik, 5; Praktische Übungen im physikalischen Institut, 4 bzw. 8, für Mediziner und Pharmazeuten, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Cantor**: Elektromagnetische Lichttheorie, 4. — **Harms**: Ausgewählte Kapitel der theoretischen Physik, 2. — **Rau**: Elektromagnetische Schwingungen und drahtlose Telegraphie, 1. —

Buchner: Organische Experimentalchemie, 5; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Manchot), ganz- und halbtägig, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner (mit Emmert), 6; Praktikum für präparative Arbeiten, tägl.; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen (mit Manchot), tägl.; Physikalisch-chemischer Einführungskurs (mit v. Halban), 8; Kolloquium (mit Manchot, Emmert und v. Halban), 1 *g*. — **Medicus**: Chemische Technologie, 4; Pharmazeutische Chemie (anorganisch), 5; Praktikum für Pharmazeuten, halb- und ganztägig; Praktikum in allen Richtungen der angewandten Chemie und Nahrungsmittelanalyse, halb- und ganztägig. — **Manchot**: Maßanalyse, unter Berücksichtigung der durch das Deutsche Arzneibuch vorgeschriebenen Methoden, 1. — **Pauly**: Anleitung zu selbständigen Untersuchungen, tägl.; Tagesfragen der praktischen Chemie, 1 *g*. — **Emmert**: Chemie der Alkaloide, 1. — **v. Halban**: Elektrochemie, 1. —

Rost: Variationsrechnung, 4, Integralrechnung, 4, Übungen, 2; Astronomisches Praktikum für Fortgeschrittene, nach Verabredung, *g*; Anwendung der Trigonometrie auf geodätische und astronomische Probleme, 2; Methodik zur Lösung planimetrischer Konstruktionsaufgaben, 2 *g*;

Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. *g*; Höhere Mathematik II, mit Übungen, 2 *g*. — **v. Weber**: Algebraische Kurven, 4; Differentialgeometrie II: Abbildung und Deformation der Flächen, 4; Übungen zur höheren Geometrie, $1^1/_2$ *g*. — **Hilb**: Anwendung der Differentialrechnung auf die Theorie der ebenen Kurven, 4; Determinanten, 4. —

Universität Zürich.

Kleiner: Experimentalphysik, 5; Physikalisches Praktikum, für Anfänger, $^1/_2$ Tag, für Vorgerücktere (mit v. Laue), tägl. — **v. Laue**: Mechanik des Massenpunktes und des starren Körpers, zugleich Einleitung in die theoretische Physik, 4; Theorie der Wärmestrahlung, 2. — **Greinacher**: Kathoden-, Röntgen-, Anoden- und Kanalstrahlen, mit Experimenten, 1; Radiologisches Praktikum für Naturwissenschaftler und Mediziner, halbtägig. — **Ratnowsky**: Statistische Mechanik und Quantentheorie, 2; Magneto- und Elektrooptik, 2. —

Werner: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisch-analytisches Praktikum für Chemiker, tägl.; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere: Präparative Arbeiten, Ausführung selbständiger Arbeiten, tägl.; Chemisches Halbpraktikum für Naturwissenschaftler, halbtägig. — **Abeljanz**: Quantitative chemische Analyse, mit Berücksichtigung der elektrolytischen Methoden, 2; Chemie und Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, 1; Anleitung zu chemischen Arbeiten, für Mediziner, 1; Chemisches Kolloquium, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Mediziner und Veterinäre, 3 Tage, für Naturwissenschaftler, 3 Tage, für Lehramtskandidaten, 6; Übungen im Untersuchen von Lebensmitteln, 4 oder 8. — **Pfeiffer**: Aromatische Chemie II: Farbstoffe, 3; Eiweißchemie, 1; Phasenlehre: Theorie der Legierungen, der Bildung der Salzlager usw., 2. — **Jantsch**: Seltene Elemente, 2. — **Reichinstein**: Passivität der Metalle, 1. — **Baudisch**: Chemie, Physiologie und Pathologie des Stoffwechsels, 1. —

Zermelo: Differential- und Integralrechnung II, 4; Einführung in die Funktionentheorie, 4; Mathematische Übungen für Vorgerücktere, 2. — **Weiler**: Darstellende Geometrie II, mit Übungen, 4; Analytische Geometrie II, 4. — **Gubler**: Politische Arithmetik: Anleihens- und Versicherungsrechnung, 2; Hauptsätze der Differential- und Integralrechnung, 2. — **Bernays**: Wahrscheinlichkeitsrechnung, mit Beziehung zur Fehlertheorie und Statistik, 3; Mathematische Übungen für mittlere und höhere Semester, 2. — **Wolfer**: Geographische Ortsbestimmung, 3; Übungen im astronomischen Beobachten, 3. —

Technische Hochschule Zürich.

Weiß: Physik II, 4, Repetitorium, 1; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Schweitzer), 4, 6 und 8; Wissenschaftliche Arbeiten in Physik, 8, 12 und 24. — **Schweitzer**: Physik II, 3, Ergänzungen, 1, Repetitorium, 1, Übungen, 1; Experimentalphysik, 4, Repetitorium, 1, Theoretische Ergänzungen, 1. — **Cherbuliez**: Geschichte der Physik im 19. Jahrhundert III, 2; Eulers Arbeiten auf dem Gebiete der Optik, 1. — **de Quervain**: Gletscherkunde, mit Exkursionen, 1. — **Wolfke**: Wärmestrahlung und Quantentheorie, 2; Technische Optik: Elektrische Lichtquellen, 2. — **Barbieri**: Photographie II, 1; Photogrammetrie, 1; Photographisches Praktikum, 2; Militärphotographie, 2. — **Kuhlmann**: Theoretische Elektrotechnik I, 5, Repetitorium, 1, III, 4, Repetitorium, 1; Elektrotechnisches Laboratorium Ib, 3, IIa, 8; Leitung der Diplomarbeiten in der Elektrotechnik (mit Wyßling und Farny). — **Tobler**: Schwachstromtechnik, 1. — **Wyßling**: Elektrische Anlagen II, 2; Elektrische Bahnen, 3. — **Farny**: Elektrische Maschinen II, 3, Konstruktionsübungen, 9; Übungen in der elektrischen Abteilung, 3. — **Hilfiker**: Militärtelegraphie und -telephonie, Signalwesen, 1. —

Treadwell: Analytische Chemie II, 2; Chemisch-technische Analyse, 4, Repetitorium, 1; Probierkunde mit Übungen, 2; Analytisches Praktikum, 20, 16; Chemisches Praktikum, 10, 2 und 4; Analytisch-chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Baur**: Physikalische Chemie I, 2, Repetitorium, 1; Technische Elektrochemie, 2, Repetitorium, 1; Physikalisch-chemisches Praktikum. 8; Elektrochemisches Praktikum, 4; Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Boßhard**: Anorganische chemische Technologie II: Alkalien, Chlor, Phosphate, 3, Repetitorium, 1, III: Silikate, 2, Repetitorium, 1; Technologie der Kohlehydrate und der Gärung, 2; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Cérésole**: Organische Technologie II: Künstliche organische Farbstoffe, 3, Repetitorium, 1; Fette und Beleuchtungsmaterialien, 2, Repetitorium, 1; Explosivstoffe, 1; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Hartwich**: Pharmazeutische Chemie, 5; Ätherische Öle, 1; Toxikologie, 2; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, 12; Technische Mikroskopierübungen II: Genußmittel und Gewürze, 4; Chemische Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln, tägl.; Pharmakognostische Übungen für Vorgerücktere, tägl.; Warenkunde, 1. — **Staudinger**: Organische Chemie I, 6, Repetitorium, 1, II: Benzolderivate, 2, Repetitorium, 1; Chemisches Praktikum, 24 und 10, für Vorgerücktere, tägl. — **Winterstein**: Organische Chemie, 3, Repetitorium, 1; Physiologische Chemie, 2; Anleitung zu den Übungen im agrikulturchemischen Laboratorium, 1; Agrikulturchemisches Praktikum, 4 und 8, für Vorgerücktere, tägl.; Physiologisch-chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. — **Niggli**: Elemente einer physikalischen Chemie des Magmas, 2. — **Ott**: Synthetische Methoden der organischen Chemie, 1. — **Stern**: Lösungen, 2. — **Trier**: Ergebnisse und Probleme der Pflanzenchemie, 1 *g*. —

Hurwitz: Zahlentheorie, 4; Mathematisches Seminar (mit Weyl), 2. — **Baeschlin**: Vermessungskunde I, 3, Übungen, 3, III, 4, Übungen II, 8; Vermessungsübung am Schluß des Sommersemesters, 2 Wochen; Große Vermessungsübung, 3—4 Wochen; Konstruieren geodätischer Instrumente, 2; Diplomarbeit in Vermessungswesen, 6 Wochen. — **Franel**: Höhere Mathematik II, 5, Repetitorium, 1, Übungen, 2. — **Großmann**: Anwendungen der darstellenden Geometrie, 2, Übungen, 3; Projektive analytische Geometrie, 2. — **Hirsch**: Höhere Mathematik II, 5, Repetitorium, 1, Übungen, 2; Theorie der binären Formen, 2. — **Kollros**: Anwendungen der darstellenden Geometrie, 2, Übungen, 2 und 3. — **Meißner**: Mechanik I, 6, Repetitorium, 1, Übungen, 2; Stoß- und Schwingungsprobleme der Mechanik, 2. — **Rudio**: Anwendungen der höheren Mathematik, 4. — **Weyl**: Algebraische Kurven und Flächen, 4. — **Wolfer**: Geographische Ortsbestimmung, 3; Übungen im astronomischen Beobachten, 3; Einleitung in die Astrophysik, 2. — **Zwicky**: Vermessungskunde, 5; Feldmessen, 8; Brücken- und Wasserbau, 3, Konstruktionsübungen, 3; Kulturtechnik II, 2, Konstruktionsübungen, 2; Ingenieurkunde, 3, Übungen, 2. — **Amberg**: Mathematische Probleme der Sozialversicherung, 2. — **Beyel**: Kegelschnitte, 2; Schattenlehre, 1. — **Brandenberger**: Einführung in den mathematischen Unterricht II, 2. — **Burger**: Graphische Vervielfältigung und Übungen, 2. — **Keller**: Repetition der darstellenden Geometrie: Axonometrie, zentrale Kollineation mit Anwendung auf Kegelquerschnitte, Durchdringungen, Kegel-, Rotations- und Schraubenflächen, 2; Projektive Geometrie, 1. — **Kienast**: Bestimmte Integrale, 2. — **Kraft**: Ausdehnungslehre IV, 1; Vektoranalysis II, 3, V, 2, VI, 2; Graphisches Rechnen, Anwendung auf die Darstellung der Kurven höheren Grades in der Ebene, 2. —

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 10. 15. Mai 1914. Redaktionsschluß für No. 11 am 16. Mai 1914. 15. Jahrgang.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur Frage nach dem elektrischen Analogon zum Zeemaneffekt.

Von F. Paschen und W. Gerlach.

Nach A. v. Malinowski[1]) ist die Anordnung von Mandelstam und G. v. Ubisch[2]) äußerst empfindlich, um Wellenlängenänderungen der Woodschen Resonanzstrahlung der Quecksilberlinie 2537 Å.-E. nachzuweisen. Nach ihm gibt ein Magnetfeld von 100 G. eine deutliche Änderung der Absorption der magnetisierten Resonanzlampe oder eine deutliche Änderung (von 1 Proz.) der Intensität dieser Lampe. Dies Magnetfeld bringt eine Aufspaltung von etwa 5×10^{-4} Å.-E. hervor. Wir haben die Intensität dieser Resonanzstrahlung dadurch vermehrt, daß die erregende Amalgam-Quecksilberlampe durch seitliches Anblasen mit einem Ventilator gekühlt wurde, und konnten so Ausschläge des Elektrometers von 2000 bis 3000 Skalenteilen auf $^1/_2$ Promille genau bestimmen bzw. konstant halten. Dadurch wurde es möglich, Änderungen der Resonanzstrahlung von 1 Promille mit Sicherheit wahrzunehmen. Diese würden also einer magnetischen Aufspaltung von 5×10^{-5} Å.-E. entsprechen.

Es lag nahe, dies Phänomen, dessen Empfindlichkeit die aller Interferenzspektroskope übertrifft, zu benutzen, um nach einer Änderung der Wellenlänge durch elektrische Kräfte zu suchen, besonders da diese Lichtquelle hohen elektrischen Feldern ausgesetzt werden kann, ohne daß dadurch in ihr sekundär störende Vorgänge entstehen.

Wir haben drei verschiedene Versuche gemacht. Beim ersten wurde die Resonanzlampe so angeordnet, daß der lumineszierende Quecksilberdampf einem elektrischen Felde unterworfen wurde. Man beobachtete dann erstens, ob die Resonanzstrahlung selber sich änderte. Dies wäre ein Analogon zu dem Versuche Malinowskis, der seine Kurve I ergab. Zweitens ließ man die Resonanzstrahlung dieser Lampe durch eine kleine mit Quecksilberdampf von Zimmertemperatur gefüllte Absorptionszelle gehen und beobachtete, ob die Absorption sich durch Elektrisieren der Resonanzlampe änderte (analog zu Kurve 2 von Malinowski). Drittens wurde das Absorptionsgefäß innen mit einem Kondensator versehen. Man beobachtete, ob die Absorption der unveränderten Resonanzlampe durch Elektrisieren des absorbierenden Dampfes geändert wurde. Mit anderen Worten, wir suchten erstens nach einer Wellenlängenänderung des Resonanzlichtes durch Einbringen der Lichtquelle in ein elektrisches Feld, zweitens nach einer Wellenlängenänderung der Absorptionslinie durch Einbringen der absorbierenden Schicht in ein elektrisches Feld.

Durch Nähern eines Magnets von bekanntem magnetischen Moment überzeugten wir uns von der Empfindlichkeit der Anordnung. Wir fanden, daß ein Magnetfeld von 51 G., welches parallel

1) A. v. Malinowski, diese Zeitschr. **14**, 884, 1913.
2) L. Mandelstam, diese Zeitschr. **11**, 752, 1910; G. v. Ubisch, diese Zeitschr. **11**, 753, 1910.

der Beobachtungsrichtung am Orte der Resonanzlampe erzeugt wurde, eine Vermehrung um 6 Promille ihrer Strahlung hervorbrachte, in Übereinstimmung mit Malinowski.

Die mit Kondensator versehene Resonanzlampe bestand aus einem 35 mm weiten, 50 mm langen Glasrohre. Dies hatte zwei senkrecht zueinander stehende Ansätze von 19 mm Weite und ein zur Pumpe führendes drittes Rohr. In die beiden ersten Seitenrohre wurden zwei innen mit runden Quarzplatten verschlossene Glasrohre eingekittet. Die Austrittsplatte reichte bis zur Mitte der das erregende Licht einlassenden Platte. Diese Quarzplatten befanden sich zwischen den zwei Kondensatorplatten, deren Abstand 21 mm war.

Die Kondensatorplatten im Absorptionsgefäße waren rechteckige Platten im Abstand von 6 mm, die bis an die Quarzverschlußplatten heranreichten. Eine Blende ließ das Licht nur zwischen den Platten hindurch. Das Absorptionsrohr ließ sich mittels eines Schliffes aus dem Strahlengang entfernen. Die Richtung des elektrischen Feldes war also stets senkrecht zum Strahlengang.

Das elektrische Feld wurde durch eine mit Motor getriebene Influenzmaschine geliefert, der eine Kapazität von 20000 cm parallel lag, und durch ein mit Funkenpotentialen geeichtes Braunsches Elektrometer gemessen. Die Isolierung des Quecksilberdampfes von Zimmertemperatur im Vakuum war vollkommen bis zu Feldern von 15000 Volt/cm. Die Isolierung der übrigen Anordnung war eine sehr gute. Man steigerte langsam das Feld und ließ es unterhalb des Entladungspotentials für genaue Beobachtungen lange bestehen. Der elektrostatische Schutz der photoelektrischen Zelle war so gut, daß man auch sehen konnte, ob eine plötzliche Beseitigung des Feldes irgendeine Änderung brachte.

Resultate: 1. Absorption im elektrischen Felde. Der Ausschlag der Resonanzlampe allein betrug wegen der günstigen Form der hier benutzten Resonanzlampe 1000 bis 3000 mm. Er ging bei Einschaltung des Absorptionstroges von 22 mm Länge zurück auf 2 bis $2^1/_2$ Proz. (abhängig von Temperatur und Vakuum). Es blieben Ausschläge von 20 bis 50 mm. Ein elektrisches Feld von 100 bis zu 14500 Volt/cm brachte keine bemerkbare Änderung an dem durchgelassenen Lichte hervor, mit Sicherheit nicht eine solche von 2 mm.

Es wurde also der absorbierte Betrag von mindestens 2000 mm nicht um 2 mm geändert. Eine Änderung um 1 Promille durch magnetische Felder würde nach unserem Magnetversuche einer Aufspaltung der Linie um 4×10^{-5} Å.-E. entsprechen. Um diesen Betrag wurde also die Wellenlänge der Absorptionslinie mit Sicherheit nicht verändert, wenn der absorbierende Dampf elektrischen Feldern bis zu 14500 Volt/cm ausgesetzt wurde.

Die beiden anderen Versuche, welche die Elektrisierung des emittierenden Dampfes betreffen, ergaben ebenso keinerlei Änderungen durch das Feld.

1. Die Intensität der Resonanzlampe änderte sich in Feldern bis zu 12000 Volt/cm nicht. Bemerkbar wäre eine Änderung derselben um 0,7 Proz. gewesen.

2. Die Absorption des Lichtes der Resonanzlampe in einem nicht elektrisierten Absorptionsgefäße änderte sich nicht bemerkbar, wenn der emittierende Dampf elektrisiert wurde, z. B. durch Felder von 6000 Volt/cm nicht um 5 Promille.

Nach den Erörterungen von W. Voigt[1]) konnten wir nicht erwarten, irgendeine Andeutung des eigentlichen elektrischen Zeemaneffekts zu erhalten. Denn derselbe würde bei den angewandten Feldern und bei der Größe der benutzten Schwingungszahl nach diesen Erörterungen jedenfalls kleiner sein müssen, als die für uns bemerkbare Grenze. Wenn andererseits der von J. Stark[2]) neuerdings entdeckte Effekt das elektrische Analogon des Zeemaneffekts wäre, so hätten wir bereits bei 100000mal kleineren Feldern, als wir anwandten, eine Änderung erhalten müssen. So, wie nach W. Wien[3]) ein Magnetfeld an gewissen Spektrallinien der Kanalstrahlen einen dem Starkeffekt analogen Effekt hervorbringt, der von anderer Größenordnung ist, als der eigentliche Zeemaneffekt, so wird man auch das elektrische Analogon zu dem eigentlichen Zeemaneffekt als von anderer Größenordnung und als ein anderes Phänomen ansehen müssen, als die merkwürdigen Veränderungen, welche nach Stark[4]) durch ein elektrisches Feld an einigen von Kanalstrahlen emittierten Linien des Wasserstoffs, Heliums und Lithiums[4]) hervorgebracht werden.

1) W. Voigt, Magneto- und Elektrooptik, S. 356 u. 380, 1908.
2) J. Stark, Berl. Ber. 20. Nov. 1913.
3) W. Wien, Berl. Ber. 22. Januar 1914.
4) J. Stark u. H. Kirschbaum, Ann. d. Phys. **43**, 1017, 1914.

(Eingegangen 9. April 1914.)

Über die Behandlung gekoppelter Systeme nach der Methode der Eigenschwingungen.

Von P. Debye und J. Kern.

§ 1. Allgemeine Übersicht.

Herr Born hat kürzlich in dieser Zeitschrift[1]) Betrachtungen angestellt über das „akustische

1) Diese Zeitschr. **15**, 185, 1914.



Spektrum" eines zusammengesetzten Systems, bestehend aus zwei Einzelsystemen (jedes durch eine eigene Kompressibilität und Dichte charakterisiert), welche in einer Grenzfläche aneinanderstoßen.

Seine Rechnung besteht aus zwei wesentlich voneinander getrennten Teilen. Indem er zunächst stetige Raumerfüllung voraussetzt, berechnet er erstens auf Grund dieser Annahme das akustische Spektrum des Doppelsystems. Dieses Spektrum ist dann notgedrungen unendlich lang, d. h. es erstreckt sich bis zu beliebig großem Werte der Schwingungszahl. Gegen diesen ersten Teil der Rechnung haben wir absolut nichts einzuwenden.

Zweitens aber versucht er, auf der eben angedeuteten Rechnung fußend, dasjenige akustische Spektrum anzunähern, das sich für das molekular gebaute Doppelsystem ergeben muß. Er führt diese Rechnung so aus, daß er das Gesamtspektrum abschneidet an derjenigen Stelle, wo die Anzahl „Spektrallinien" den Wert erreicht hat, den sie, der Anzahl molekular gerechneter Freiheitsgrade entsprechend, haben muß. Er führt also bei dem Doppelsystem eine einzige Grenzfrequenz ein.

Die ganze Rechnung zusammengenommen führt dann zu dem Schluß, daß die freie Energie des Doppelsystems keine lineare Funktion der Massen der Einzelsysteme ist, was natürlich mit allen experimentellen Ergebnissen in flagrantem Widerspruch steht.

Nun erhebt sich die Frage: An welcher Stelle und wie muß man die Bornsche Rechnung abändern, damit man ein getreues Bild der Wirklichkeit erhält?

Würde die ganze Rechnung aus einer Aneinanderreihung rein mathematischer Schlüsse bestehen, dann wäre freilich, die logische Richtigkeit der Schlüsse vorausgesetzt, kein Platz für ein solches Eingreifen in die Rechnung selbst. Aber das ist durchaus nicht der Fall. Das oben an zweiter Stelle genannte Abschneiden des Gesamtspektrums an der einen von Born bevorzugten Stelle ist bis zu gewissem Grade ein willkürlicher, nur durch ein der Rechnung fremdes physikalisches Gefühl diktierter Akt. Man will schließlich mittels dieses Abschneideverfahrens das ursprünglich für den Körper mit stetiger Raumerfüllung berechnete Spektrum dem unbekannten, aber sicher existierenden Spektrum des wirklichen, molekularen Körpers ähnlich machen. Von vornherein nun ist es gar nicht gesagt, daß dieses durch den von Born ausgeführten Schnitt in seinem Falle gelingt, trotzdem er sich darauf berufen kann, daß genau dieser Schnitt für einen einatomigen Einzelkörper einen guten Erfolg gehabt hat.

Diese Überlegung führt uns auf den Standpunkt, den wir dem zweiten Teil der Bornschen Rechnung gegenüber einzunehmen haben. Wir werden versuchen müssen, zuerst etwas Genaueres über den wirklichen Verlauf des Spektrums des molekularen Doppelsystems zu erfahren und können dann erst nachträglich das Schnittverfahren jener Kenntnis entsprechend einzurichten suchen.

Im Anschluß an diese Fassung zerlegen wir die jetzt folgende Auseinandersetzung in zwei Stücke a) und b).

a) Die gegenseitige Beeinflussung der Teile eines Doppelsystems.

Vorläufig halten wir mit Born fest an der Fiktion einer stetigen Raumerfüllung und nennen die beiden Einzelsysteme 1 und 2. Dieselben sollen zunächst nicht miteinander in Zusammenhang stehen. Wir können dann für jedes dieser Systeme ein akustisches Spektrum zeichnen, etwa in der Art, daß wir z. B. für den Körper 1 senkrecht zu einer ν-Achse an jeder Stelle ν, die einer Eigenschwingung des betreffenden Körpers entspricht, einen zu dieser ν-Linie senkrechten Strich anbringen. So erhalten wir für die zwei Einzelsysteme zwei Spektren 1 und 2 mit mikroskopischer Genauigkeit dargestellt. Nachdem diese beiden Figuren entworfen sind, bringen wir die Körper 1 und 2 miteinander in Zusammenhang und entwerfen für das Doppelsystem ebenfalls ein Spektrum, das Spektrum 1—2. Dieses Spektrum hat Born ausgerechnet. Die gedachte mikroskopisch genaue Zeichnung desselben zeigt klar erkennbare Unterschiede gegenüber dem, was wir bekommen würden, wenn wir einfach die beiden Spektren 1 und 2 einander überlagern würden. Das geht unzweideutig aus der Bornschen Rechnung hervor.

Nun ist aber für die an dieser Stelle anzuschließende Berechnung der freien Energie die mikroskopische Kenntnis jenes Spektrums 1—2 nicht nötig. Vielmehr genügt es, die Dichte der Verteilung der Spektrallinien durch eine stetige Kurve darzustellen, die uns darüber unterrichtet, wie groß die Zahl der Linien ist auf ein beliebig gewähltes Stück $\Delta\nu$ der ν-Achse, wenn wir jenes Stück einerseits zwar klein gegen die Gesamtausdehnung des Spektrums, aber doch andererseits immerhin so groß wählen, daß darauf noch eine große Zahl von Linien entfällt. Man stellt sich also gewissermaßen in einem so großen Abstand der entworfenen, mikroskopisch genauen Bilder, daß die einzelnen Spektrallinien nicht mehr zu erkennen sind und man den Eindruck einer gleichmäßigen, aber von Ort zu Ort verschiedenen Schwärzung bekommt. Auch das, was man nun sehen wird, hat Born ausgerechnet.

Er findet, daß, wenn man die Bilder in dieser Weise betrachtet, das Spektrum 1—2 des Doppelsystems wohl entstanden gedacht werden kann durch Übereinanderlagerung der Spektren 1 und 2 der Einzelsysteme. Mit anderen Worten. Die Verbindung der beiden Systeme zu einem einzigen liefert ganz gewiß ein neues Spektrum, aber der Zusammenhang mit den Einzelspektren 1 und 2 ist doch so weitgehend, daß man nicht mehr unterscheiden kann, ob man mit einem neuen Spektrum oder mit einer Übereinanderlagerung der Spektren 1 und 2 zu tun hat, sofern man nur auf die Verteilungsdichte der Linien achtet (vgl. Formel (13) bei Born).

Das Endresultat dieser Betrachtung a) können wir also zusammenfassen in der Form:

Born hat bewiesen, daß zwei kontinuierliche, miteinander gekoppelte Einzelsysteme Anlaß geben zu einer Spektralverteilung, deren makroskopisches Bild erhalten wird durch Übereinanderlagerung der zu den freien Einzelkörpern gehörigen Verteilungen.

b) Das Spektrum und die freie Energie eines wirklichen Doppelsystems.

Wollen wir nunmehr die Berechnung irgendeiner thermodynamischen Funktion des wirklichen Körpers ausführen, dann wird es nötig, sich klar zu machen, wie das Spektrum des molekularen Systems gebaut ist. Es scheint uns nun durchaus angebracht, den eben genannten Satz auch auf das molekulare System zu übertragen. Tun wir das, dann verschwinden alle Schwierigkeiten sofort. Tatsächlich bekommt man doch z. B. die freie Energie, indem man jede Einzellinie des Spektrums zum gesuchten Gesamtwert rein additiv beitragen läßt mit einem Betrag, der nur von ihrer Schwingungszahl abhängt. Entsteht die Spektralverteilung des Doppelsystems nun, wie wir annehmen, durch Addition der Spektralverteilungen der freien Einzelsysteme, dann entsteht eben auch z. B. die freie Energie durch Addition der Beträge, die jedes der Einzelsysteme für sich an freier Energie besitzen würde, oder anders: die freie Energie ist eine lineare Funktion der Massen der Bestandteile.

Das von Born benutze Abschneideverfahren verstößt gegen den oben genannten Satz, denn es soll danach (vgl. die Formeln unter 9 bei Born) durch Koppelung eine Grenzschwingungszahl ν_m entstehen, die an einer Stelle zwischen den Grenzschwingungszahlen der Einzelsysteme liegt, bestimmt durch das gerade vorhandene Massenverhältnis. Die Kopplung soll also im allgemeinen sehr starke Verzerrungen der Einzelspektra bewirken können.

Nun ist zwar der obige Satz von Born nur für ein kontinuierliches Doppelsystem bewiesen, aber es scheint uns schon ohne weitere Überlegung viel wahrscheinlicher, daß man jenen Satz auch auf molekular gebaute Systeme übertragen darf, als, wie es Born tut, ein weiter nicht begründetes, willkürliches Abschneideverfahren einzuführen. Wissen wir doch, daß die makroskopische Spektralverteilung eines Einzelkörpers gänzlich unabhängig ist von der besonderen Wahl der Oberflächenbedingungen. Von hier bis zu der Behauptung, auch bei räumlichen Doppelsystemen, die nur durch Oberflächenbedingungen miteinander gekoppelt sind, sei der Einfluß dieser Kopplung verschwindend, ist unseres Erachtens ein nicht gewagter Schritt.

Trotzdem wollten wir uns nicht mit dieser einfachen Konstatierung begnügen und haben einen besonderen Fall molekular gebauter Körper in seinen Einzelheiten durchgerechnet. Als solchen wählten wir zwei lineare Körper (Seiten) mit verschiedenen Massen der konstituierenden Atome und verschiedener quasielastischer Bindung. Die Kopplung ist beliebig stark. Tatsächlich ergibt sich das erwartete Resultat, wie wir in den folgenden Paragraphen zeigen wollen[1]).

§ 2. Die Rechnung für eine „zweiphasige" Kette.

Es möge Fig. 1 eine Kette von Massenpunkten darstellen, deren Endpunkte 1 und

m f m' f'
1 2 3 4 N N+1 N+N'

Fig. 1.

$N+N'$ fest sind. Die Massenpunkte 1 bis N mögen die Massen m haben; die Elastizitätskonstante dieses Teils der Kette sei f. Die Punkte $N+1$ bis $N+N'$ mögen die Massen m' haben; die Elastizitätskonstante ihrer Bindung sei f'. Die Elastizitätskonstante der Kopplung zwischen den Massen N und $N+1$ sei φ.

Bezeichnen wir mit ξ die kleinen Verschiebungen der Punkte aus ihren Gleichgewichtslagen (wobei wir voraussetzen, daß dieselben

1) Herr M. Born, mit dem wir inzwischen noch über die vorliegende Frage korrespondieren konnten, hat sich mit der vorgeschlagenen Lösung einverstanden erklären können. Mit seiner Notiz verfolgte Herr Born hauptsächlich den Zweck, zu zeigen, daß eine Verallgemeinerung des ursprünglichen Debyeschen Verfahrens mit Vorsicht zu geschehen habe, wolle man nicht auf Widersprüche stoßen. Beiderseits sind wir indessen von vornherein darüber einig gewesen, daß die richtig angewandte Methode der Eigenschwingungen zu vernünftigen Resultaten führen müsse.

nur in einer Achse erfolgen), so ist die kinetische Energie des Systems:

$$T = \frac{m}{2}(\dot{\xi}_1^2 + \cdots \dot{\xi}_{N-1}^2 + \dot{\xi}_N^2) + \\ + \frac{m'}{2}(\dot{\xi}_{N+1}^2 + \dot{\xi}_{N+2}^2 + \cdots \dot{\xi}_{N+N'}^2),$$

die potentielle Energie:

$$V = \frac{f}{2}[(\xi_2 - \xi_1)^2 + \cdots (\xi_N - \xi_{N-1})^2] + \\ + \frac{\varphi}{2}(\xi_{N+1} - \xi_N)^2 + \frac{f'}{2}[(\xi_{N+2} - \xi_{N+1})^2 + \\ + \cdots (\xi_{N+N'} - \xi_{N+N'-1})^2].$$

Nach dem Verfahren von Lagrange erhalten wir aus diesen Ansätzen das System der Bewegungsgleichungen:

$$\xi_1 = 0$$
$$\cdots\cdots$$
$$m\ddot{\xi}_{N-1} = -f(\xi_{N-1} - \xi_{N-2}) + f(\xi_N - \xi_{N-1})$$
$$m\ddot{\xi}_N = -f(\xi_N - \xi_{N-1}) + \varphi(\xi_{N+1} - \xi_N)$$
$$m'\ddot{\xi}_{N+1} = -\varphi(\xi_{N+1} - \xi_N) + f'(\xi_{N+2} - \xi_{N+1})$$
$$m'\ddot{\xi}_{N+2} = -f'(\xi_{N+2} - \xi_{N+1}) + f'(\xi_{N+3} - \xi_{N+2})$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$\xi_{N+N'} = 0$$

In diesem System stellen die Gleichungen (N) und $(N+1)$ die Kopplungsgleichungen zwischen den beiden Systemen m, f und m', f' dar.

Wir setzen ξ zeitlich periodisch an in der Form $\xi_n = u_n e^{i\omega t}$; damit verwandelt sich unser Gleichungssystem dann in das folgende System linear homogener Gleichungen:

$$u_1 = 0$$
$$\cdots\cdots$$
$$(2f - m\omega^2)u_{N-1} = f(u_{N-2} + u_N)$$
$$[(f+\varphi) - m\omega^2]u_N = f u_{N-1} + \varphi u_{N+1}$$
$$[(\varphi + f') - m'\omega^2]u_{N+1} = \varphi u_N + f' u_{N+2}$$
$$(2f' - m'\omega^2)u_{N+2} = f'(u_{N+1} + u_{N+3})$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$u_{N+N'} = 0.$$

Macht man nun für die Massenpunkte von 1 bis N den Ansatz:

$$u_n = \Gamma \sin(n-1)\alpha \qquad \text{(a)}$$

und setzt für die Punkte $N+1$ bis $N+N'$ entsprechend:

$$u_n = \Gamma' \sin(n - N - N')\alpha', \qquad \text{(a')}$$

dann sind die Enden der Kette unbeweglich eingeklemmt, wie es die erste und die letzte Gleichung unseres Systems verlangen. Damit die Ansätze (α) und (α') auch die Gleichungen (2) bis $(N-1)$ und $(N+2)$ bis $(N+N'-1)$ erfullen, muß außerdem

$$2f(1-\cos\alpha) = m\omega^2, \qquad (1)$$
$$2f'(1-\cos\alpha') = m'\omega^2 \qquad (2)$$

sein.

Das Gleichungspaar (1), (2) liefert uns eine erste Gleichung zur Bestimmung der Phasen α und α', nämlich:

$$\frac{f}{m}(1-\cos\alpha) = \frac{f'}{m'}(1-\cos\alpha'),$$

oder auch

$$\omega_0^2(1-\cos\alpha) = \omega_0'^2(1-\cos\alpha'), \qquad \text{(I)}$$

wenn wir die höchste Frequenz, die jeder Teil unseres Systems fur sich besitzt, mit ω_0 bzw. ω_0' bezeichnen.

Schließlich müssen die Ansätze (a) und (a') auch das Paar der „Kopplungsgleichungen" (N) und $(N+1)$ erfüllen, was uns eine zweite Beziehung zwischen α und α' liefern wird.

Setzt man nämlich jene Ansätze (a) und (a') in (N) und $(N+1)$ ein, dann erhält man zwei Gleichungen, welche in bekannter Weise bei endlichen Werten von Γ und Γ' nur dadurch zu erfüllen sind, daß ihre Determinante verschwindet. Unter Berücksichtigung von (1) und (2) läßt sich diese zweite Beziehung zwischen α und α' auf die Form bringen:

$$0 = \begin{vmatrix} f\{\sin N\alpha - \sin(N-1)\alpha\} + \varphi\sin(N-1)\alpha & \varphi\sin(N'-1)\alpha' \\ \varphi\sin(N-1)\alpha & f'\{\sin N'\alpha' - \sin(N'-1)\alpha'\} + \varphi\sin(N'-1)\alpha' \end{vmatrix}. \qquad \text{(II)}$$

Damit haben wir die zweite Beziehung zwischen α und α' erhalten, und das Problem der Bestimmung des Spektrums unserer Kette ist gelöst. Denn aus (I) und (II) können wir α und α' berechnen, und nachdem dieses geschehen, irgendeine der Gleichungen (1) und (2) dazu benutzen, um die zu diesen Phasenwerten gehörige Schwingungszahl ω zu berechnen.

§ 3. Spezialisierung des Gleichungssystems auf einen vereinfachten Fall.

Wir wollen unser Gleichungssystem (I) und (II) auf einen Fall spezialisieren, der eine bequemere Diskussion gestattet und doch alle wesentlichen Züge, auf die es uns hier ankommt, zeigen muß. Wir wählen zunächst die Kopplung der beiden Systeme unendlich stark, d. h. wir denken uns die beiden Massen N und $N+1$ starr miteinander verbunden und setzen deshalb $\varphi = \infty$. Wir sind dann sicher, daß der Effekt irgendeiner endlichen Größe der Kopplung der beiden Massensysteme (Phasen) jedenfalls nicht größer sein kann als der, den wir unter unserer Annahme ableiten werden.

Ferner wählen wir $f = f'$. Diese Spezialisierung läßt Gleichung (I) unberührt, denn es

bleibt $\omega_0^2 \neq \omega_0'^2$; für die Ungleichheit der Grenzschwingungsfrequenz beider Phasen, auf die es uns allein ankommt, ist schon durch die Ungleichheit der Massen Gewähr geleistet. Was die zweite Gleichung betrifft, so werden wir nachher an der Hand der Figuren leicht sehen, daß der Übergang zum allgemeinen Fall $f \neq f'$ nichts als eine mikroskopische Deformation des gefundenen Spektrums bedeutet.

Setzen wir also in den Gleichungen (I) und (II) $f = f'$ und $\varphi = \infty$, so erhalten wir nach leichter Rechnung zur Bestimmung von α und α' das Gleichungssystem:

$$\begin{cases} (1 - \cos\alpha) = p^2(1 - \cos\alpha') & \text{(I')} \\ \dfrac{\sin(N\alpha)}{\sin(N-1)\alpha} = -\dfrac{\sin(N'\alpha')}{\sin(N'-1)\alpha'}, & \text{(II')} \end{cases}$$

worin $\dfrac{\omega_0'^2}{\omega_0^2} = p^2$ gesetzt ist. Das eingeführte Verhältnis p^2 ist von vornherein bekannt und in unserem spezielleren Falle einfach gleich dem Verhältnis m/m'.

§ 4. Diskussion der Grundgleichungen (I') und (II').

Wir haben nun die Lösungen des transzendenten Gleichungssystems (I'), (II') zu suchen.

Wir nehmen $p^2 > 1$ an und sehen dann sofort, daß (I') nur für Werte von

$$\alpha' < \arc\cos \frac{p^2 - 2}{p^2}$$

reelle Werte für α liefert. Wir werden demgemäß unsere Diskussion in zwei Teile teilen, nämlich einen ersten Teil, der sich bezieht auf das Gebiet (1)

$$0 < \alpha' \leq \alpha_0'$$

und einen zweiten Teil, der sich mit dem Restgebiet (2)

$$\alpha_0' < \alpha \leq \pi$$

beschäftigt, wobei die Grenze α_0' mit Rücksicht auf das eben Gesagte zu

$$\alpha_0' = \arc\cos \frac{p^2 - 2}{p^2}$$

angenommen wird.

Das Verfahren, wodurch wir die gesuchten Lösungen bequem erhalten werden, ist ein graphisches.

Gebiet (1): $0 \leq \alpha' \leq \alpha_0'$.

Zeichnet man in einer α, α'-Ebene die beiden durch die Grundgleichungen (I') und (II') dargestellten Kurven, dann liefert jeder Schnittpunkt derselben je zwei zusammengehörige Werte von α und α' als Koordinaten des betreffenden Schnittpunktes. Die betreffenden zu den Gleichungen (I') und (II') gehörigen Kurven nennen wir (I_1') und (II_1'), wobei der untere Index darauf hinweisen soll, daß wir uns hier im Gebiete (1) halten, im übrigen soll das Wort Kurve auch die Bedeutung Kurvenschar haben können.

Zur Konstruktion der Kurven (I_1') zeichnen wir zwei Hilfsfiguren, eine erste Fig. 2 (*a*) enthält über einer α-Achse die Ordinaten $y = 1 - \cos\alpha$;

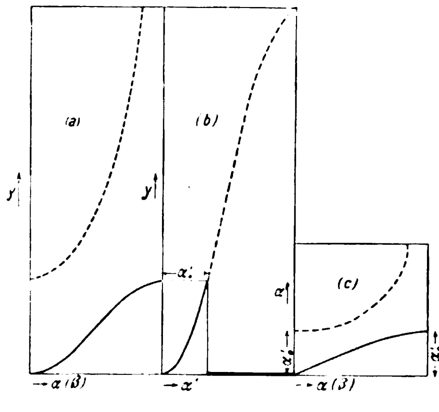


Fig. 2.

die zweite danebenstehende Fig. 2 (*b*) über einer α'-Achse die Ordinaten $y = p^2(1 - \cos\alpha')$. Parallele zur Abszissenachse schneiden diese beiden Kurven in Punkten, deren Abszissen die Gleichung (I_1') erfüllen. Mit Hilfe dieser Konstruktion ist es also ein leichtes, die Kurve (I_1'), dargestellt durch die Gleichung

$$1 - \cos\alpha = p^2(1 - \cos\alpha')$$

in einer α, α'-Ebene zu zeichnen. Dieses ist im dritten Stück (*c*) der Fig. 2 geschehen. Der Zeichnung ist der Wert $p^2 = 4$ zugrunde gelegt.

(I_1') ist symmetrisch zur Geraden $\alpha = \pi$ und periodisch mit der Periode $\alpha = 2\pi$. Den Fällen, in denen

$$\alpha' > \arc\cos \frac{p^2 - 2}{p^2}$$

$\left(\text{in unserer Figur} > \frac{\pi}{3} \text{ — stark ausgezogener Teil der } \alpha'\text{-Achse}\right)$ ist, entsprechen keine reellen Werte von α.

Mittels desselben Verfahrens konstruieren wir die Kurve (II_1'). Die Teilfiguren 3 (*a*) und 3 (*b*) bilden die Hilfsfiguren und zeigen die Kurven

$$y = \frac{\sin N\alpha}{\sin(N-1)\alpha}, \quad y = -\frac{\sin N'\alpha}{\sin(N'-1)\alpha'}$$

(unter der speziellen Annahme $N = 4$, $N' = 5$) für

$$0 < \alpha < \pi$$
$$0 < \alpha' < \pi.$$

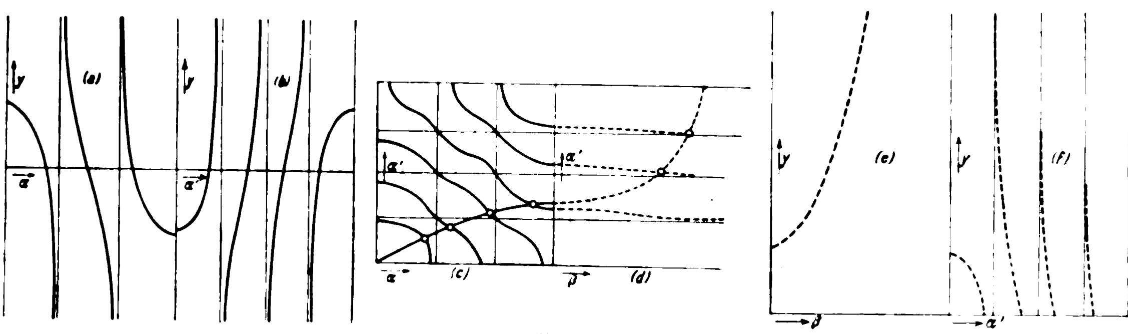


Fig. 3.

Beide Kurven sind symmetrisch zur Geraden $\alpha = \pi$ und periodisch mit der Periode $\alpha = 2\pi$. Daneben sehen wir Fig. 3 (c) in einer $\alpha\alpha'$-Ebene die Kurve (II_2'), welche mittels dieser Hilfsfiguren konstruiert wurde. Ihre Eigenschaften, sind auf Grund der Konstruktion, aus der sie gewonnen ist, ohne weiteres ersichtlich: Sie ist symmetrisch zu den Geraden $\alpha = \pi$, $\alpha' = \pi$ (weshalb es genügt, sie im Quadrat [(o, o) (π, o) (π, π) (o, π)] zu zeichnen. Ihren Verlauf beschreiben wir am besten, indem wir das Quadrat durch Parallele zur Ordinatenachse im gegenseitigen Abstand $\frac{\pi}{N-1}$ und durch Parallele zur Abszissenachse im gegenseitigen Abstand $\frac{\pi}{N'-1}$ in $(N-1)(N'-1)$ gleiche Elementarrechtecke teilen. Die Kurve setzt sich dann aus einzelnen Stücken zusammen, die in jedem Elementarrechteck von einem Endpunkt zum anderen in der aus der Figur ersichtlichen Weise verlaufen. (Ausgenommen sind jene Eckpunkte, die in die Abszissen- bzw. die Ordinatenachse fallen. Dort landen die Kurven zwischen den Eckpunkten an der Abszissen- bzw. der Ordinatenachse.)

Für große Werte von N und N', wo wir uns auf die in der Einleitung auseinandergesetzte makroskopische Betrachtung beschränken dürfen, können wir die zwischen zwei Eckpunkten der Elementarrechtecke verlaufenden Kurvenstücke ohne weiteres durch die Diagonalen ersetzen, und erhalten so die in Fig. 4 gezeichnete Darstellung der „idealisierten" Kurve. Diese letztere wollen wir unseren folgenden Betrachtungen zugrunde legen.

Um nun die Wurzeln unseres Gleichungssystems zu erhalten, haben wir nichts zu tun, als die Kurve (II_1') durch die Kurve (I_1') zu schneiden. Die Koordinaten der Schnittpunkte sind die gesuchten Werte von α und α'.

Aus Fig. 4 ist ersichtlich, daß die Zahl der Lösungen unterhalb eines gegebenen Wertes α ($= OB$) sich ergibt zu

$$Z_\alpha = \frac{OB}{\frac{\pi}{N-1}} + \frac{BC}{\frac{\pi}{N'-1}} = (N-1)\frac{\alpha}{\pi} + (N'-1)\frac{\alpha'}{\pi}.$$

Insbesondere ist:

$$Z_\pi = (N-1) + \frac{\alpha_0'}{\pi}(N-1).$$

Die Bedeutung dieses Resultats werden wir im folgenden Paragraphen diskutieren.

Gebiet (2): $\alpha_0' < \alpha' < \pi$.

Die Gleichung (I'):

$$(1 - \cos\alpha) = p^2 (1 - \cos\alpha')$$

läßt sich für $\alpha' > \arccos\frac{p^2-2}{p^2}$ bekanntlich durch den komplexen Ansatz

$$\alpha = \pm i\beta + \pi$$

lösen. Führen wir nun mittels dieser Formel β an Stelle von α ein, dann verwandelt sich unser Gleichungssystem in das folgende:

$$1 + \mathfrak{Cof}\,\beta = p^2 (1 - \cos\alpha'), \qquad (I_2')$$

$$\frac{\mathfrak{Sin}\,N\beta}{\mathfrak{Sin}(N-1)\beta} = \frac{\sin N'\alpha'}{\sin(N'-1)\alpha'}. \qquad (II_2')$$

An Stelle unseres graphischen Verfahrens in der α, α'-Ebene tritt jetzt ein vollkommen analoges in einer β, α'-Ebene. Benutzen wir durchweg die früher zur Messung von α gebrauchte Achse nunmehr zur Messung von β, dann erhalten wir die gestrichelten Kurven der Fig. 2 (a) und (b) als Darstellung der Ordinaten

$$y = 1 + \mathfrak{Cof}\,\beta, \quad y = p^2 (1 - \cos\alpha').$$

Durch Kombination entsteht die in Fig. 2 (c) gestrichelte Kurve als Darstellung von (I_2') in der β, α'-Ebene.

Die zur Konstruktion von (II_2') nötigen beiden Hilfskurven

$$y = \frac{\mathfrak{Sin}\,N\beta}{\mathfrak{Sin}(N-1)\beta}, \quad y = \frac{\sin N'\alpha'}{\sin(N-1)\alpha'}$$

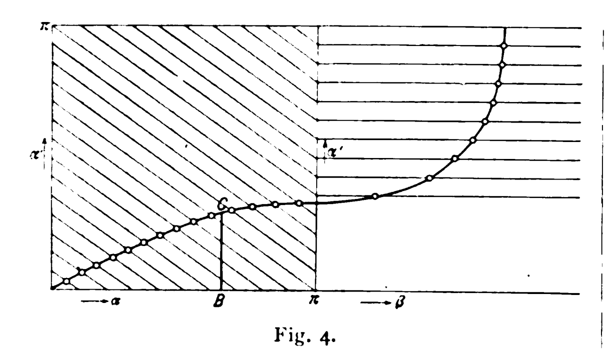


Fig. 4.

sind eigentlich nicht beide neu zu entwerfen, denn Fig. 3 (*b*) enthält ja schon die Ordinaten

$$y = -\frac{\sin N'\alpha'}{\sin(N'-1)\alpha'}.$$

Der besseren Übersicht halber sind jedoch die zwei Hilfskurven in den Fig. 3 (*e*) und (*f*) nebeneinander gestellt; sie sind gestrichelt, um ihre Zugehörigkeit zum Gebiet (2) $\alpha_0' < \alpha' \leq \pi$ zum Ausdruck zu bringen. Durch Kombination von Fig. 3 (*e*) und (*f*) entsteht die in Fig. 3 (*d*) gestrichelt eingezeichnete Kurvenschar (II_2'). Wie früher ist es gestattet, für die makroskopische Beobachtung (II_2') durch eine Schar von Parallelen zur β-Achse im gegenseitigen Abstande $\frac{\pi}{N'-1}$ zu approximieren. Tun wir das, dann erhalten wir die noch ausstehende Vervollständigung der Fig. 4 und können nun an dieser letzteren Figur alle uns interessierenden Resultate ablesen.

So sieht man z. B. daß der Schnitt von (I_2') und der Schar II_2' $\frac{\pi-\alpha_0'}{\frac{\pi}{N'-1}}$ (nahezu) äquidistante Phasenpunkte auf der α'-Linie[1]) liefert.

Die Gesamtzahl aller Phasenpunkte ist also:

$$(N-1)+\frac{\alpha_0'}{\pi}(N'-1)+\frac{\pi-\alpha_0'}{\pi}(N'-1)-1 = N+N'-3.$$

(Wir mußten 1 subtrahieren, denn wir haben einen Phasenpunkt — siehe Anmerkung — doppelt gezählt.) Sie stimmt überein mit der Zahl der Freiheitsgrade unserer Kette, wie es sein muß[2]).

1) Wie aus der genaueren Zeichnung Fig. 2 (*c*) (*d*) ersichtlich, kann im ersten Streifen von (*d*) ein Schnittpunkt liegen oder nicht. Im letzteren Falle hat die Kurve $(1-\cos\alpha) = p^2(1-\cos\alpha')$ innerhalb des Rechteckes, in das α_0' fällt, noch einen Schnittpunkt, im ersteren nicht.

2) Im allgemeineren Falle $f \neq f'$ würden die Kurven unserer Figuren sich zwar ändern, die Asymptoten indessen behalten ihre Lage bei. Man überzeugt sich deshalb nachträglich leicht, daß die Sätze des folgenden Paragraphen auch im allgemeinen Falle ihre Gültigkeit beibehalten.

§ 5. Verteilungsdichte und Grenzen des Spektrums.

Verstehen wir im folgenden unter $d\alpha$ und $d\alpha'$ nur kleine, nicht unendlich kleine Phasenbereiche, dann lesen wir aus der Fig. 4 nach der oben auseinandergesetzten Methode folgende Resultate ab.

Ist $0 < \alpha < \pi$ und damit zugleich $0 < \alpha' < \alpha_0'$, dann ist die Anzahl Spektrallinien dZ, welcher wir begegnen, wenn wir von einem Punkte der Kurve im linken Teil der Figur zu einem benachbarten fortschreiten in der Grenze für große Werte von N und N':

$$dZ = \frac{d\alpha}{\frac{\pi}{(N-1)}} + \frac{d\alpha'}{\frac{\pi}{(N'-1)}} = N\frac{d\alpha}{\pi} + N'\frac{d\alpha'}{\pi}.$$

Ist dagegen $\alpha_0' < \alpha' < \pi$ und damit α komplex, dann finden wir für dZ den Wert

$$dZ = \frac{d\alpha'}{\frac{\pi}{(N'-1)}} = N'\frac{d\alpha'}{\pi}.$$

Statt dessen können wir das Resultat auch folgendermaßen zusammenfassen:

Das Gesamtspektrum besteht aus einer Überlagerung zweier Spektren, von denen das erste pro Phasenbereich $d\alpha$

$$dZ = N\frac{d\alpha}{\pi} \tag{3}$$

Spektrallinien, und das zweite

$$dZ' = N'\frac{d\alpha'}{\pi} \tag{4}$$

Spektrallinien enthält. Beide Spektren werden in ihrer ganzen Ausdehnung erhalten, wenn man sowohl α wie auch α' zwischen 0 und π variieren läßt.

Da nun nach unseren früheren Formeln (1) und (2) die Schwingungszahlen ω zu α bzw. α' in genau derselben Beziehung stehen, wie das bei den Einzelketten der Fall sein würde, folgt also sofort der in der Einleitung genannte Satz auch für das hier betrachtete gekoppelte, molekulare System.

Man kann natürlich in (3) und (4) auch die Schwingungszahl ω einführen. Setzt man dazu

$$\omega_0^2 = \frac{4f}{m}, \qquad \omega_0'^2 = \frac{4f'}{m'},$$

dann sind ω_0 und ω_0' die Grenzschwingungszahlen der Einzelketten. Durch Differentiation von (1) und (2) findet man dann statt (3) und (4)

$$dZ = \frac{2N}{\pi}\frac{d\omega/\omega_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}, \tag{3'}$$

$$dZ' = \frac{2N'}{\pi} \frac{d\omega/\omega_0'}{\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0'}\right)^2}}. \qquad (4')$$

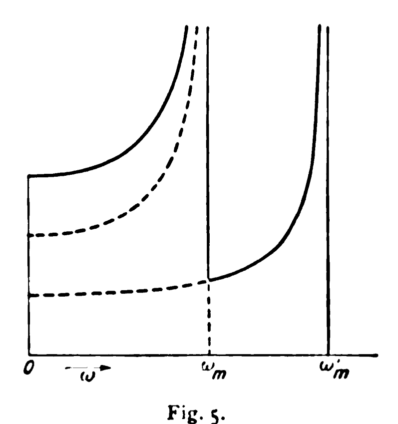


Fig. 5.

Zeichnet man die Dichteverteilung senkrecht zu einer ω-Achse, dann erhält man die Fig. 5, welche das durch seine Übereinanderlagerung der Einzelspektren (gestrichelte Kurven) entstandene Auftreten zweier Häufungspunkte (Grenzen) des gekoppelten Systems deutlich erkennen läßt.

Zum Schlusse sei noch bemerkt, daß man das Ausbleiben einer gegenseitigen Beeinflussung auch der Grenzen versteht, wenn man diese Erscheinung in Zusammenhang mit der Tatsache bringt, daß eine Kette Schwingungen mit größerer Frequenz als die Grenzfrequenz nicht mehr in Form von Wellen zu übertragen vermag, sondern darauf nur mit einer örtlich längs der Seite exponentiell abfallenden Bewegung reagiert.

Zusammenfassung.

1. M. Born beweist für kontinuierliche Systeme den Satz, daß das akustische Spektrum eines Doppelsystems in makroskopischem Sinne entstanden gedacht werden kann durch Übereinanderlagerung der Spektren der Einzelsysteme.
2. Wir schlagen vor, diesen Satz auch als richtig anzusehen für molekular gebaute Systeme, welche nur durch Oberflächenbedingungen miteinander gekoppelt sind.
3. Diesen Vorschlag begründen wir durch die wirkliche Ausrechnung der Spektralverteilung für zwei gekoppelte Ketten von quasielastisch gebundenen Massenpunkten. Das Resultat ist mit 2 in Einklang.
4. Die Einführung einer einzigen Grenzschwingungszahl auch bei zwei gekoppelten Systemen ist in Widerspruch mit 2. Gerade durch dieses von Born befolgte Verfahren entsteht der dortselbst gerügte Widerspruch.
5. Stützt man sich dagegen auf 2, dann werden die thermodynamischen Funktionen linear in den Massen der Bestandteile, und ist also hier kein Anlaß vorhanden, eine besondere Störung der Wellen anzunehmen beim Durchgang durch eine Trennungsschicht. Die Methode der Eigenschwingungen ist also auch bei gekoppelten Systemen ohne Zusatz anwendbar.

Utrecht-Leiden, 20. März 1914.

(Eingegangen 21. März 1914.)

Zur Theorie des Debyeeffekts.

Von Erwin Schrödinger.

Neulich habe ich in dieser Zeitschrift ein Problem behandelt[1]), welches mir geeignet schien, Aufschluß zu erhalten über die feineren Details des Debyeeffekts (Temperatureinfluß bei Kristallröntgenogrammen), nämlich über die Intensitätsverteilung in den einzelnen Maximis, während die Rechnungen des Herrn Debye nach meiner Ansicht nur die gröberen Züge der Erscheinung, nämlich die Intensitätsverteilung unter den verschiedenen Maximis, enthüllt haben[2]).

Auf einer Geraden dachte ich mir $2N+1$ elastisch gekoppelte Massenpunkte (Atome). Senkrecht zu der Geraden ließ ich eine ebene Welle einfallen, welche je einen Resonator im „Innern" jedes Massenpunktes zu Sekundärstrahlung anregen sollte. Es galt die mittlere Intensitätsverteilung (Zeitmittel!) in der durch die Punktreihe und die Richtung der einfallenden Strahlung gelegten Ebene zu berechnen für Punkte, deren Entfernung von der Atomreihe groß ist gegen deren Länge. Für die mittlere Intensität der Sekundärstrahlung erhielt ich den Ausdruck (l. c., Gl. (22))

$$I_m = \sum_{-N}^{+N}{}_m \sum_{-N}^{+N}{}_n e^{i\varkappa a(n-m)\cos\vartheta - \frac{kT}{2f}\varkappa^2\cos^2\vartheta \sum_{-N}^{+N}{}_l \frac{(\alpha_{nl}-\alpha_{ml})^2}{p_l}}, \qquad (1)$$

Hierin bedeutet

$\frac{2\pi}{\varkappa}$ die Wellenlänge der Sekundärstrahlung,

a den „kraftfreien" Atomabstand

1) „Über die Schärfe der mit Röntgenstrahlen erzeugten Interferenzbilder", diese Zeitschr. 15, 79, 1914.

2) P. Debye, Verh. d. D. Phys. Ges. 15, 678, 738, 857, 1913; Ann. d. Phys. 43, 49, 1914. Selbstverständlich sollen die Worte „grob" und „fein" nur die rein geometrischen Verhältnisse bezeichnen. Interessanter ist vielleicht die Verteilung unter den Maximis wegen der Beziehung zur Nullpunktsenergie (siehe die zuletzt zitierte Arbeit).

ϑ den Winkel zwischen der Atomreihe und der Beobachtungsrichtung,
k die Boltzmannsche Entropiekonstante,
T die absolute Temperatur,
f den Parameter der quasielastischen Kraft zwischen Nachbaratomen.

Die α_{nl} sind die normierten Eigenfunktionen bei der Darstellung der Verschiebungen ξ_n der Massenpunkte durch die Normalkoordinaten a_l

$$\xi_n = \sum_{-N}^{+N}{}_l \alpha_{nl} a_l. \qquad (2)$$

Die p_l sind, von einem konstanten Faktor abgesehen, die Quadrate der Eigenfrequenzen der betreffenden Normalkoordinaten.

Der Rechenvorgang bei der Auswertung des Ausdrucks (1) wird nun, wie ich erwähnte, wesentlich beeinflußt durch die Annahme, welche man über die beiden Randatome macht, ob man dieselben z. B. als fix, als frei, als elastisch an ihre Ruhelage gebunden ansieht oder dgl. Die Eigenfunktionen α_{nl} hängen nämlich von diesen Randbedingungen ab. Die physikalische Aussage des Endresultats für I_m bleibt aber davon unberührt, wenn die Zahl der Atome nur genügend groß ist, und I_m läßt sich durch eine einfache Approximationsmethode, welche die Randbedingungen nicht berücksichtigt, mit der wünschenswerten Genauigkeit finden.

Diese Tatsache ist seither in Zweifel gezogen worden[1]). Da hierdurch die Eindeutigkeit des Resultats und damit die physikalische Brauchbarkeit des Modells überhaupt in Frage gestellt ist, erscheint es nötig, den strengen Beweis für die Unabhängigkeit des Endresultats von den Randbedingungen nunmehr in extenso zu erbringen. Dies geschieht in § 1. § 2 enthält einige Bemerkungen, die sich an die Rechnungen von § 1 knüpfen und mir von Interesse zu sein scheinen. In § 3 wird die physikalische Bedeutung meiner Endformel ausführlicher erörtert.

§ 1.
Gitterlinie mit beliebigen Randbedingungen.

Wir vermeiden jetzt den Grenzübergang $N = \infty$, welcher zu den oben erwähnten Bedenken Anlaß gegeben hat. Wir werden zeigen, daß man aus (1) schon bei genügend großem endlichen N unabhängig von den Randbedingungen für I_m wesentlich dasselbe Resultat erhält, das ich neulich angegeben habe (Gl. (32), l. c.).

Für die einfachen Summen im Exponenten von (1) findet man bei endlichem N, wenn die Randpunkte frei sind

$$\sum_{-N}^{+N}{}_l \frac{(\alpha_{nl} - \alpha_{ml})^2}{p_l} = n - m. \qquad (3)^1)$$

Bei festen Randpunkten findet man

$$\sum_{-N}^{+N}{}_l \frac{(\alpha_{nl} - \alpha_{ml})^2}{p_l} = |n - m| - \frac{(n-m)^2}{2N}. \qquad (4)^1)$$

Der Wert (3) ist derselbe, den mein Approximationsverfahren lieferte. Die Rechnungen meiner ersten Arbeit, z. B. die Formel (30) l. c., gelten also in aller Strenge bei beliebigem N für freie Randpunkte.

Es gilt nun zu zeigen, daß man auch mit (4) bei genügend großem, endlichen N wesentlich das gleiche Resultat für die Doppelsumme (1) erhält wie mit (3), was deshalb besonders bemerkenswert ist, weil sogar die Mehrzahl der Ausdrücke (4) sich merklich von den entsprechenden Ausdrücken (3) unterscheidet. Infolge der besonderen Natur der Doppelsumme kommen aber (bei genügend großem N) in ihr nur jene Glieder in Betracht, für welche kein merklicher Unterschied zwischen (3) und (4) besteht.

Um dies zu zeigen, führen wir in (1) die Abkürzungen ein

$$\alpha = \varkappa a \cos\vartheta, \quad \varepsilon = \frac{kT}{f} \varkappa^2 \frac{\cos^2\vartheta}{2}. \qquad (5)$$

Wir erhalten dann aus (1) mit (4)

$$I_m = \sum_{-N}^{+N}{}_m \sum_{-N}^{+N}{}_n e^{i\alpha(n-m) - \varepsilon|n-m| + \varepsilon\frac{(n-m)^2}{2N}}. \qquad (6)$$

Zunächst kann man hier alle Glieder mit gleichem $n - m$ zusammenfassen und erhält die einfache Summe

$$I_m = \sum_{-2N}^{+2N}{}_k (2N + 1 - |k|) e^{i\alpha k - \varepsilon|k| + \varepsilon\frac{k^2}{2N}} =$$

$$= 2\sum_{0}^{+2N}{}_k (2N + 1 - k) \cos\alpha k \cdot e^{-\varepsilon k\left(1 - \frac{k}{2N}\right)} -$$

$$- (2N + 1). \qquad (7)$$

Nun sei P eine ganze Zahl kleiner als N, über welche wir noch verfügen werden. Wir zerlegen die Summation in folgende Teilstrecken

$$\sum_{0}^{P-1}, \quad \sum_{P}^{2N-P}, \quad \sum_{2N-P+1}^{2N}.$$

1) „Zum Problem des Interferenzbildes einer Gitterlinie", von Johann Kern, diese Zeitschr. 15, 337, 1914.

1) J. Kern, l. c., S. 341. Wir bezeichnen hier wieder die Anzahl der Punkte mit $2N + 1$, während Herr Kern N dafür schreibt. Die Ungeradheit ist aber natürlich nicht wesentlich!

Wir werden nun sukzessive die Fehler abschätzen, die wir begehen, wenn wir 1. die beiden letzten Summen unterdrücken, 2. in der ersten Summe das quadratische Glied im Exponenten fortlassen, 3. den Faktor $2N+1-k$ durch $2N+1$ ersetzen, 4. die Summe nunmehr statt bis $P-1$ bis ∞ erstrecken. Die Summe, die übrig bleibt, läßt sich dann leicht ausführen. Dann wird sich zeigen, daß man, wenn N genügend groß ist, P immer so wählen kann, daß die begangenen Fehler von kleinerer Größenordnung sind als das Resultat.

Schätzen wir nun die einzelnen Fehler nach ihrem Absolutbetrag. In der zweiten Teilsumme ersetzen wir alle Kosinusse durch $+1$, die beiden anderen Faktoren durch die größten Werte, die sie auf dieser Strecke annehmen; die Zahl der Summanden ist $2N-2P+1$. So erhalten wir

$$2\sum_{P}^{2N-P} < 2(2N-2P+1)(2N-P+1)\,e^{-\varepsilon P\left(1-\frac{P}{2N}\right)}. \quad \text{(I)}$$

Ähnlich gibt die dritte Teilsumme

$$2\sum_{2N-P+1}^{2N} < 2P^2. \quad \text{(II)}$$

Demnach wird (vorbehaltlich der Fehlerschätzung)

$$I_m = 2\sum_{1}^{P-1}{}_k \cos\alpha k\cdot e^{-\varepsilon k+\frac{\varepsilon k^2}{2N}}(2N+1-k) - (2N+1).$$

Lassen wir nun in dieser Summe die Faktoren $e^{\frac{\varepsilon k^2}{2N}}$ weg, so begehen wir einen Fehler, der ersichtlich kleiner ist als

$$\text{3. Fehler} < 2(2N+1)\left(e^{\frac{\varepsilon P^2}{2N}}-1\right)\sum_{0}^{P-1}{}_k e^{-\varepsilon k}$$
$$< 2(2N+1)\left(e^{\frac{\varepsilon P^2}{2N}}-1\right)\frac{1-e^{-\varepsilon P}}{1-e^{-\varepsilon}}. \quad \text{(III)}$$

Wenn wir dann noch den Faktor $2N+1-k$ durch $2N+1$ ersetzen, ist der Fehler kleiner als

$$\text{4. Fehler} < 2\sum_{1}^{P-1}{}_k k = P(P-1). \quad \text{(IV)}$$

Es bleibt dann

$$I_m = (2N+1)\left(2\sum_{0}^{P-1}{}_k \cos\alpha k\cdot e^{-\varepsilon k} - 1\right).$$

Endlich erstrecken wir die Summe statt bis $P-1$ bis ∞ und begehen damit einen fünften Fehler, der kleiner bleibt als

$$\text{5. Fehler} < 2(2N+1)\sum_{P}^{\infty}{}_k e^{-\varepsilon k}$$
$$< 2(2N+1)\frac{e^{-\varepsilon P}}{1-e^{-\varepsilon}}. \quad \text{(V)}$$

Vorbehaltlich der Abschätzung der Fehler (I) bis (V) gilt also

$$I_m = (2N+1)\left(2\sum_{0}^{\infty}{}_k \cos\alpha k\cdot e^{-\varepsilon k} - 1\right).$$

Die Summe läßt sich leicht ausführen, indem man die Kosinusse wieder zerlegt, und man findet nach einigen Reduktionen

$$I_m = \frac{\frac{1}{2}(e^{\varepsilon}-e^{-\varepsilon})(2N+1)}{\frac{1}{2}\left(e^{\frac{\varepsilon}{2}}-e^{-\frac{\varepsilon}{2}}\right)^2 + 2\sin^2\frac{\alpha}{2}}, \quad (8)$$

was genau mit dem Ausdruck (32) auf S. 84 meiner ersten Abhandlung übereinstimmt, aus dem ich alle meine Resultate abgeleitet habe.

Es erübrigt nur noch die Abschätzung der Fehler (I) bis (V) im Verhältnis zu dem Wert (8) von I_m. Nun ist nach (8) immer

$$I_m > \frac{e^{\frac{\varepsilon}{2}}-e^{-\frac{\varepsilon}{2}}}{e^{\frac{\varepsilon}{2}}+e^{-\frac{\varepsilon}{2}}}(2N+1).$$

Setzt man also für ε eine, übrigens beliebig kleine, untere Schranke δ fest, so ist

$$I_m > g(2N+1), \quad (9)$$

wo g ein fester Wert, nämlich $=\frac{e^{\frac{\delta}{2}}-e^{-\frac{\delta}{2}}}{e^{\frac{\delta}{2}}+e^{-\frac{\delta}{2}}}$ (die hyperbolische Tangente wächst immer mit dem Argument). Man braucht nun in den Ausdrücken (I) bis (V) nur etwa $P=\sqrt[3]{2N+1}$ (oder der nächstbenachbarten ganzen Zahl) zu setzen, so erkennt man, daß für $\varepsilon > \delta$ alle diese Ausdrücke gegen (9) zu vernachlässigen sind, wenn N nur genügend groß ist; die Formel (8) gilt dann also mit beliebiger Annäherung zunächst für solche ε.

Das genügt aber, um bei hinreichend großem N die Formel (8) für beliebiges ε anwenden zu dürfen. Man kann nämlich die Schranke δ von vornherein so klein wählen, daß (8) für $\varepsilon < \delta$ ein beliebig wenig gestörtes Beugungsbild liefert. Denn je kleiner ε, desto rascher erfolgt nach (8) der seitliche Abfall von den ungestörten Maximis aus ($\alpha = 2\pi \times$ ganze Zahl). Dann wird aber für $\varepsilon \leqq \delta$ auch die Doppelsumme (6) ein merklich scharfes Beugungs-

bild liefern, und zwar a) für $\varepsilon = \delta$, weil hier die Näherung (8) noch gilt, b) für $\varepsilon < \delta$ nach ihrem Bau a fortiori. Somit dürfen wir die Näherung (8) für alle ε verwenden, wenn N nur hinreichend groß ist.

Damit ist also bewiesen, daß man bei hinreichend großem N auch bei festgehaltenen Randpunkten dieselbe Beugungsfigur erhält wie bei freien[1]).

Man könnte natürlich außer den beiden Randbedingungen, für welche wir die Frage hiermit erledigt haben, auch noch viele andere betrachten. Nicht nur könnte man einen oder beide Randpunkte durch beliebige Kräfte an ihre Ruhelagen fesseln; am naheliegendsten wäre es vielleicht, sie von Gasmolekülen bombardieren zu lassen, mit denen sie im Wärmegleichgewicht stehen. Es ist nicht daran zu denken, die Rechnung für alle erdenklichen Arten solcher Randbedingungen durchzuführen. Aber ich denke die Erledigung der beiden extremen Fälle: Randpunkte frei und Randpunkte fest, wird hinreichen, um zu zeigen, daß die Lösung im allgemeinen vollkommen bestimmt ist, und daß daher der am Ende der Arbeit des Herrn Kern gegen die Problemstellung erhobene Vorwurf dieselbe nicht trifft[2]).

§ 2.

Die Laue-Tankschen „einheitlich schwingenden" Bezirke.

Nicht ohne Interesse ist der mathematische Grund, warum das quadratische Glied in (4) die Doppelsumme (1) bei genügend großem N nicht mehr beeinflußt, obwohl es, wie bemerkt, bei beliebig großem N die Mehrzahl der Summen (4) gegen (3) wesentlich herabdrückt. An der Hand der vorstehenden Entwicklungen erkennt man: das rührt davon her, daß in der Doppelsumme nicht alle Werte der Differenz $m - n$ gleich oft auftreten, sondern die großen, mit N vergleichbaren, bei denen das quadratische Glied etwas austrägt, selten gegenüber den kleinen, bei denen das quadratische Glied nichts austrägt. Der Umstand, daß die

1) Es ist besonders zu betonen, daß nach den Grundlagen unserer Rechnung immer alle $2N + 1$ Atome als bestrahlt und strahlend angesehen werden, nicht etwa nur ein kleines mittleres Stück einer sehr ausgedehnten Atomreihe; in dem letzteren Fall wäre das eben abgeleitete Resultat ziemlich selbstverständlich.

2) Befremden muß die Ansicht des Herrn Kern, daß an der von ihm vermuteten Unbestimmtheit der Umstand schuld sei, daß der Einfachheit halber zunächst das eindimensionale Problem behandelt wurde. Ich hätte es für einleuchtend gehalten, daß genau dieselben Verhältnisse, welche hier eine Unbestimmtheit der Lösung vortäuschen konnten, auch beim dreidimensionalen Problem auftreten müssen, nur in entsprechend verwickelterer Form.

kleineren Differenzen für das Resultat allein maßgebend sind, berührt physikalisch außerordentlich sympathisch. Denn das kommt darauf hinaus, daß der Gesamtbeitrag aller jener Atompaare, welche eine bestimmte Distanz voneinander haben, um so mehr zu vernachlässigen ist, je größer diese Distanz, daß also die Interferenzerscheinung wesentlich durch das Zusammenwirken verhältnismäßig nahe benachbarter Atome zustande kommt[1]). Dieses ungemein plausible Ergebnis fließt hier „automatisch" aus den Grundlagen der Born- und v. Kármánschen Theorie, ohne daß es nötig wäre, eine Modifikation derselben, etwa irgendwelche Annahmen über die Dämpfung oder Zerstreuung elastischer Wellen im Kristall einzuführen[2]).

Lassen wir die Überlegungen der Anmerkung 1) gelten, so daß wir von dem sonderbaren Verhalten des Debyeschen Schwächungsfaktors bei festen Randpunkten absehen können, so werden auch die Einzelbeiträge der Atompaare mit wachsender Distanz immer kleiner, ihre Strahlungen „interferieren immer schlechter" und es wird sich eine gewisse (mit zunehmender Temperatur abnehmende) Distanz angeben lassen, bei welcher die Interferenzfähigkeit praktisch aufgehört hat. Dies stimmt nun in bemerkenswerter Weise mit den Vorstellungen überein, welche man sich vor der Entwicklung der Debyeschen Theorie von dem Einfluß der Wärmebewegung auf das Zustandekommen der Interferenzerscheinung gemacht hatte. Planck[3]), dann v. Laue und Tank[4]) sprachen die Ver-

1) Der Beitrag eines einzelnen Atompaares nimmt, wenn man mit (4) statt mit (3) rechnet, nicht beständig ab mit zunehmender Entfernung. Der Debyesche Schwächungsfaktor (in diesem Falle $e^{-\varepsilon\, n - m + \varepsilon \frac{(n-m)^2}{2N}}$) wächst wieder, wenn die Entfernung die halbe Länge der Atomreihe überschreitet, und wird für $n - m = 2N$, d. i. für das äußerste (ruhende) Punktepaar wieder $= 1$ (man vergleiche die Figur bei Kern, l. c.). Dieses physikalisch unsinnige Resultat, daß weiter entfernte Punkte wieder „besser interferieren", rührt davon her, daß die Bedingung „Randpunkte fest" wesentlich unrealisierbar ist. Denn irgendein Mechanismus, welcher die unveränderliche Distanz dieser beiden Punkte garantieren sollte, müßte ja doch selbst wieder aus Molekülen bestehen, denen sich die Wärmebewegung der Punktreihe mitteilen würde; er würde daher Längenschwankungen von derselben Größenordnung wie die freie Punktreihe erleiden.

Ich habe nur deshalb mit dem Resultat (4) weitergerechnet, weil ich die Eindeutigkeit des Endresultats auch für den Fall sicherstellen wollte, daß man die eben gemachte Bemerkung nicht für stichhaltig gelten läßt.

2) Vgl. P. Debye, Ann. d. Phys. **43**, 65, 1914; J. Kern, l. c., S. 339, Anm.

3) Bei einer Diskussion in der Deutschen Phys. Ges.

4) M. v. Laue und F. Tank, Ann. d. Phys. **41**, 1010, 1913.

mutung aus, „daß vielleicht erhebliche Teile des Raumgitters nach Amplitude und Phase fast die gleichen Schwingungen haben und sich so relativ zueinander nicht oder nur unbeträchtlich verschieben; es würde dann zwar nicht der ganze Kristall, so weit er bestrahlt ist, als ein einheitliches Raumgitter wirken, wohl aber wäre dies bei jedem derartigen Teil der Fall".

Ich glaube, daß diesen Vermutungen eine intuitive Erkenntnis des wahren Sachverhaltes zugrunde lag. Tatsächlich kann man ja in den angeführten Worten eine rohe Beschreibung (mehr konnte nicht beabsichtigt sein) des Vorgangs erblicken, wie er sich nach unserer Analyse darstellt.

v. Laue und Tank vermuteten auch, daß die Größe jener „einheitlich schwingenden" Bezirke mit zunehmender Temperatur abnehmen muß. Sie erschlossen daraus einen Einfluß der Temperatur auf die Länglichkeit der Flecken, welche von der Krümmung der einfallenden Welle herrührt; die letztere ist nämlich um so eher zu vernachlässigen, je kleiner die Bezirke sind, die als einheitliche Raumgitter wirken. Es ist klar, daß ein derartiger Temperatureinfluß sich auch nach der hier dargelegten Theorie ergeben muß, und daß er dem Experiment zugänglich sein könnte. Leider ist es mir bisher noch nicht gelungen, im dreidimensionalen Fall die Rechnung auch nur für eine ebene Primärwelle bis zu Ende zu führen.

Nach der ersten exakten Berechnung des Temperatureinflusses durch Debye ergab sich dann allerdings die scheinbare Unrichtigkeit der Planck-Laue-Tankschen Vermutungen. Die Durchrechnung[1]) unter Rücksicht auf die Wärmebewegung nach Debyes Vorgang ergab Unabhängigkeit der Fleckenform von der Temperatur auch bei Krümmung der Primärwelle. Dafür, daß die Länglichkeit bei wachsender Entfernung Antikathode—Kristall weit eher verschwindet als verständlich ist, wenn man den ganzen bestrahlten Teil des Kristalls als einheitliches Raumgitter auffaßt, machen die Herren v. Laue und Tank in ihrer zweiten Arbeit ausschließlich strukturelle „Fehler" des Kristalls verantwortlich (l. c., S. 1566). Nach unserer Theorie könnte, wie gesagt, auch die erste Auffassung v. Laues die richtige sein. Die Debyesche Theorie scheint mir wegen gewisser Vernachlässigungen, die ihr derzeit noch anhaften, nicht imstande, so feine Details des Interferenzbildes richtig wiederzugeben[2]).

Die Tatsache, daß nur Atompaare, welche nicht allzu weit voneinander entfernt sind, eine merkliche Interferenzintensität liefern, läßt auch das einem natürlichen Instinkt entspringende Bedenken verschwinden, man könnte durch die Methode der Normalschwingungen, wonach die sin- und cos-Wellen, in welche man sich die Wärmebewegung zerlegt denkt, im ganzen Gitter als kohärent angesehen werden, dem physikalischen Problem Gewalt angetan haben. Diesem Bedenken entstammen, wie ich glaube, die Debyeschen Überlegungen über die „Reichweite" elastischer Wellen im Kristall. Nach meiner Ansicht ist man (abgesehen von etwaigen „strukturellen Fehlern", von denen man natürlich von vornherein nicht wissen kann, wie stark sie die beobachteten Erscheinungen beeinflussen) vollkommen berechtigt, ja verpflichtet, die wirkliche Kohärenz in dem ganzen betrachteten Gebiet anzunehmen[1]). Daß die Bewegungen entfernterer Atome in keiner merklichen Abhängigkeit mehr stehen, ergibt sich dann „automatisch", wie sich daran erkennen läßt, daß ihre Strahlungen nicht mehr merklich interferieren. Der Fall liegt ähnlich, wie beispielsweise in der Planckschen Strahlungstheorie, wenn man den Lichtvektor in einem Punkt einer (physikalisch!) monochromatischen Welle für einen beliebig langen Zeitraum, etwa für ein ganzes Jahr, in eine Fourierreihe entwickelt. Die Partialschwingungen dieser Fourierreihe erfolgen wirklich während eines ganzen Jahres streng kohärent, und das steht keineswegs in Widerspruch mit der Tatsache, daß die Interferenzfähigkeit desselben Lichtstrahls „mit sich selbst" (wenn man ihn etwa durch partielle Reflexion in zwei „identische" spaltet) schon nach einer Wegdifferenz der Komponenten von wenigen Dezimetern aufhört. Im Gegenteil ergibt sich dieses Resultat auch hier durch eine statistische Überlegung „von selbst", wenn man eine den tatsächlichen Verhältnissen entsprechende Annahme über den Grad der Monochromasie des Lichtstrahls macht, d. h. über die Zahl der Fourierglieder, welche zu seiner Darstellung notwendig sind.

---

1) M. v. Laue und F. Tank, Ann. d. Phys. **42**, 1561, 1913.

2) Debye hebt (l. c., S. 65) ausdrücklich hervor, daß der dort vorgenommenen Mittelbildung über die Phase δ die Voraussetzung zugrunde liegt, daß schon die Schwingungen von Nachbaratomen voneinander ganz unabhängig sind. Er erhält dadurch für alle Atompaare denselben Schwächungsfaktor. Dies ist der mathematische Grund für die Schärfe der Bilder überhaupt und speziell auch für das Fehlen eines Einflusses der Wärmebewegung auf die „Länglichkeit".

1) Natürlich nicht mehr, wenn man Abweichungen vom Hookeschen Gesetz annimmt. Inwieweit andere Erscheinungsgebiete hierzu nötigen, soll hier nicht diskutiert werden [siehe P. Debye, Vorträge über die kinetische Theorie der Materie und der Elektrizität, S. 19 ff., Teubner 1914]. Für die Theorie des Debyeeffekts scheint mir das überflüssig, zumal es die Durchführung einer exakten Theorie so gut wie unmöglich macht.

§ 3.

Die physikalische Deutung der Formel (8).

Schließlich möchte ich noch einige Worte über die Deutung der Formel (8) hinzufügen, da mir eine Bemerkung in der oben zitierten Arbeit des Herrn Kern gezeigt hat, daß die Form, in der ich die daraus folgenden Schlüsse in meiner ersten Arbeit ausgesprochen habe, zu Mißverständnissen Anlaß geben kann.

Zunächst wiederhole ich, daß eine quantitative Übereinstimmung mit der Erfahrung von dem eindimensionalen Modell nicht erwartet werden darf, wohl aber eine qualitative.

Sei $\alpha_0 = 2n\pi$ der Wert von α in einem Maximum der ungestörten Interferenzfigur, und $\alpha' = \alpha - \alpha_0$. Wir beschränken uns auf kleine Werte von ε und α'. Wir werden sehen, daß wir jedenfalls für die Darstellung der bisher beobachteten Fälle damit unser Auslangen finden. Es wird sich nämlich zeigen, daß die Flecken unter gewissen Umständen wegen Lichtschwäche verschwinden, noch bevor eine starke Verbreiterung, das vollständige Verschwimmen, eingetreten ist. — Für kleine ε und α' nimmt (8) näherungsweise die Gestalt an

$$I_m = \frac{2(2N+1)}{\varepsilon} \frac{1}{1+\left(\frac{\alpha'}{\varepsilon}\right)^2}. \qquad (10)$$

Das Differential des Beugungswinkels ϑ ist nach (5)

$$d\vartheta = \pm \frac{d\alpha'}{\varkappa a \sin\vartheta} \qquad (11)$$

$\left(\frac{2\pi}{\varkappa}\right.$ Wellenlänge, a Gitterabstand$\left.\right)$. Die zwischen ϑ und $\vartheta + d\vartheta$ auftreffende Energie ist also proportional mit

$$I_m d\vartheta = \frac{2(2N+1)}{\varkappa a \sin\vartheta} \frac{\frac{d\alpha'}{\varepsilon}}{1+\left(\frac{\alpha'}{\varepsilon}\right)^2}, \qquad (12)$$

Zur Berechnung der Gesamtintensität eines Flecks habe ich nun nach α' von $-\infty$ bis $+\infty$ integriert und finde sie unabhängig von der Temperatur; das ist (unter gewissen Vernachlässigungen) richtig, wenn man eben die gesamte der Umgebung eines Flecks zugestrahlte Energiemenge finden will. Aber man darf daraus nicht den Schluß ziehen, daß die photographisch gemessene Intensität des Flecks von der Temperatur unabhängig sein muß.

Um eine erkennbare Schwärzung auf der photographischen Platte hervorzubringen, ist bei bestimmter Belichtungsdauer eine gewisse Minimalintensität notwendig, welche von der Belichtungsdauer und von der Stärke des allgemeinen „Schleiers" abhängt, der in größerem oder geringerem Maße stets vorhanden ist. Sei diese Minimalintensität I_0, dann wird zunächst die bemerkbare Ausdehnung eines Flecks durch die Größe $2\alpha_0'$ gemessen, wo

$$I_0 = \frac{2(2N+1)}{\varepsilon} \frac{1}{1+\left(\frac{\alpha_0'}{\varepsilon}\right)^2}, \qquad (12)$$

also

$$2\alpha_0' = 2\varepsilon \sqrt{\frac{2(2N+1)}{\varepsilon I_0} - 1}. \qquad (13)$$

Nennen wir $I_{\max}$ den Wert von I_m für $\alpha' = 0$, also

$$I_{\max} = \frac{2(2N+1)}{\varepsilon}, \qquad (14)$$

so können wir auch schreiben

$$2\alpha_0' = 2\varepsilon \sqrt{\frac{I_{\max}}{I_0} - 1}. \qquad (15)$$

Da ε mit der absoluten Temperatur proportional ist [Gl. (5)], so ergibt sich aus (13): Die photographische Breite des Beugungsbildes muß bei konstanter Exposition mit wachsender Temperatur erst zu- und dann wieder abnehmen, bis sie bei einer bestimmten (von der Expositionsdauer abhängigen!) Temperatur verschwindet, und zwar nach (15) natürlich dort, wo $I_{\max} = I_0$ geworden ist. Die maximale Breite des Flecks tritt auf, wenn $\varepsilon = \frac{2N+1}{I_0}$, also $I_{\max} = 2I_0$ ist. Sie beträgt 2ε. Bei dem doppelten Wert der Temperatur verschwindet dann das Bild. Wenn die betreffenden ε noch klein sind gegen 1 (für diesen Fall allein gelten diese einfachen Rechnungen), wird also das vollständige Verschwimmen des Flecks sich überhaupt der Beobachtung entziehen.

Die mittlere photographische Intensität hängt natürlich noch ab von dem Schwärzungsgesetz. Wäre die Schwärzung der Intensität I_m proportional, so könnten wir sie (für bestimmte Expositionsdauer) durch den Mittelwert von I_m messen. Wir erhalten aus (11) und (12)

$$\left.\begin{aligned} \overline{I_m} &= \frac{2(2N+1)}{\varkappa a \sin\vartheta} \frac{\displaystyle\int_{-\alpha_0'}^{+\alpha_0'} \frac{\frac{d\alpha'}{\varepsilon}}{1+\left(\frac{\alpha'}{\varepsilon}\right)^2}}{\displaystyle\int_{-\alpha_0'}^{+\alpha_0'} \frac{d\alpha'}{\varkappa a \sin\vartheta}} = \\ &= \frac{2(2N+1)}{\alpha_0'} \operatorname{arctg} \frac{\alpha_0'}{\varepsilon}, \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

da ϑ in dem kleinen Bereich als konstant gelten kann. Um die Art der Abhängigkeit von der Temperatur zu erkennen, ist es am bequemsten,

$$\frac{\alpha_0'}{\varepsilon} = \sqrt{\frac{I_{max}}{I_0} - 1} = y \tag{17}$$

als Variable einzuführen. Diese Größe nimmt nach (14) und (5) mit wachsender Temperatur beständig ab von positiven Werten bis zur 0. Man erhält nun leicht

$$I_m = I_0 \frac{(1+y^2)\,\mathrm{arctg}\, y}{y}, \tag{18}$$

und dieser Ausdruck ändert sich für positives Argument beständig im gleichen Sinn wie y[1])

Auch nach unserer Theorie muß also bei konstanter Expositionszeit die mittlere photographische Intensität eines Flecks mit wachsender Temperatur beständig abnehmen, wenn man nur berücksichtigt, daß die Strahlungsintensität einen gewissen Schwellenwert überschreiten muß, damit überhaupt eine Schwärzung bemerkbar ist, und wenn man oberhalb dieses Schwellenwertes annimmt, daß die Schwärzung der auftreffenden Energie proportional ist. Man darf wohl annehmen, daß auch das richtige Schwärzungsgesetz, welches, soviel ich weiß, für diese Aufnahmen noch nicht bekannt ist, an dem Resultat qualitativ nichts ändern wird.

Es ist nicht zu erwarten, daß man die hier skizzierten Erscheinungen in der Erfahrung reinlich bestätigt finden wird. Insbesondere die Form und räumliche Ausdehnung der Flecken muß notwendig noch von so vielen anderen Faktoren abhängen (endliche Distanz zwischen Antikathode und Kristall, Kristall und Platte; endliche Ausdehnung des Brennflecks; Inhomogenität der einfallenden Welle; Strukturfehler, deren gröbste in der „Streifung" zutage treten), daß der Temperatureinfluß möglicherweise vollständig überdeckt sein kann. Deswegen scheint es aber nicht minder nötig, die Theorie desselben möglichst detailliert zu entwickeln, da man doch nur dann hoffen darf, eine komplexe Erscheinung in ihre Bestandteile aufzulösen, wenn man den möglichen Einfluß jedes einzelnen Faktors kennt.

1) Der Differentialquotient nach y ist

$$\frac{y + (y^2 - 1)\,\mathrm{arctg}\, y}{y^2}.$$

Für $y \geq 1$ ist das sicher positiv. Für $0 < y < 1$ setzen wir $y = \mathrm{tg}\,\frac{x}{2}$, so daß $0 < x < \frac{\pi}{2}$, und erhalten

$$\frac{(\mathrm{tg}\, x - x)\cos x}{2\sin^2 \frac{x}{2}},$$

was in dem betrachteten Gebiet ebenfalls immer positiv ist.

Daß die photographische Intensität eines Flecks mit steigender Temperatur abnimmt und schließlich verschwindet, ein Resultat, welches gleichmäßig aus meiner und aus der Debyeschen Theorie folgt, wird durch die Erfahrung bestätigt[1]).

Es scheint mir also nicht, daß meine Theorie, wie Herr Kern l. c. gemeint hat, mit den bisherigen Erfahrungen in Widerspruch steht, sondern im Gegenteil, daß sie mit denselben vollkommen im Einklang ist.

Zusammenfassung.

1. Das Interferenzbild einer Gitterlinie hängt, wenn die Zahl der Punkte hinreichend groß ist, nicht von den Randbedingungen ab.

2. Dies rührt daher, daß nur solche Atompaare merklich zur Interferenzintensität beitragen, welche nicht zu weit voneinander abstehen. Dieses dem natürlichen Empfinden entsprechende Resultat ergibt sich nach der hier dargelegten Theorie automatisch, ohne besondere Annahmen, was mir als ein Vorzug erscheint.

3. Die ursprüngliche Laue-Tanksche Auffassung, daß das rasche Verschwinden der länglichen Fleckenform bei Vergrößerung des Abstandes Kristall—Antikathode von der Wärmebewegung herrührt, muß nicht notwendig falsch sein, wie aus der Debyeschen Theorie zu folgen schien. Würde diese Auffassung durch die Erfahrung bestätigt, so wäre das als eine Bestätigung der hier dargelegten Theorie anzusehen.

4. Auch aus ihr ergibt sich eine Abnahme der photographisch beobachteten Fleckenintensität und ein schließliches Verschwinden bei steigender Temperatur, was mit den Beobachtungen stimmt. Die Fleckengröße und -form dürfte aber in den meisten Fällen wesentlich durch andere Faktoren bedingt sein.

1) Vgl. hierzu: M. v. Laue und J. Steph. van der Lingen, Experimentelle Untersuchungen über den Debyeeffekt, diese Zeitschr. 15, 75, 1914.

Wien, II. physikal. Institut der Universität, den 4. April 1914.

(Eingegangen 6. April 1914.)

Über die Möglichkeit, das elektromagnetische Feld und das Gravitationsfeld zu vereinigen.

Von Gunnar Nordström.

Es ist ja eins der großen Verdienste der Relativitätstheorie, daß sie den elektromagnetischen Zustand des Äthers durch einen Vektor, den Minkowskischen Sechservektor $\mathfrak{f}$ zu charakterisieren vermag, während nach der alten Auffassung hierfür zwei Feldvektoren erforderlich waren. Diese Möglichkeit, den Ätherzustand durch einen Vektor zu charakterisieren, wird aber hinfällig, sobald man außer dem elektromagnetischen Felde noch ein Gravitationsfeld im Äther annimmt. In den Gravitationstheorien, die Herr Mie[1]) und ich[2]) entwickelt haben, wird das Gravitationsfeld im Äther durch einen Vierervektor angegeben; wenn eine derartige Theorie der Wahrheit entspricht, wird also der Ätherzustand durch einen Sechservektor und einen Vierervektor charakterisiert.

Wir wollen die Komponenten des elektromagnetischen Sechservektors mit

$$\mathfrak{f}_{xy},\ \mathfrak{f}_{yz},\ \mathfrak{f}_{zx},\ \mathfrak{f}_{xu},\ \mathfrak{f}_{yu},\ \mathfrak{f}_{zu}$$

bezeichnen, indem $u = cit$ gesetzt ist, wo c die Lichtgeschwindigkeit. Für die Komponenten der magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$ und der elektrischen Feldstärke $\mathfrak{E}$ hat man dann[3])

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{H}_x &= \mathfrak{f}_{yz} = -\mathfrak{f}_{zy} \quad \text{usw.,} \\ -i\mathfrak{E}_x &= \mathfrak{f}_{xu} = -\mathfrak{f}_{ux} \quad \text{usw.} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Rein formal führen wir nun weiter für die Komponenten des Vierervektors des Gravitationsfeldes folgende Bezeichnungen ein:

$$\mathfrak{f}_{wx},\ \mathfrak{f}_{wy},\ \mathfrak{f}_{wz},\ \mathfrak{f}_{wu},$$

(wobei $\mathfrak{f}_{xw} = -\mathfrak{f}_{wx}$ usw.) und schreiben folgende Gleichungssysteme auf:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial \mathfrak{f}_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{xz}}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{xu}}{\partial u} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{xw}}{\partial w} &= \frac{1}{c}\mathfrak{i}_x, \\
\frac{\partial \mathfrak{f}_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{yu}}{\partial u} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{yw}}{\partial w} &= \frac{1}{c}\mathfrak{i}_y, \\
\frac{\partial \mathfrak{f}_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{zu}}{\partial u} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{zw}}{\partial w} &= \frac{1}{c}\mathfrak{i}_z, \\
\frac{\partial \mathfrak{f}_{ux}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{uy}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{uz}}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{uw}}{\partial w} &= \frac{1}{c}\mathfrak{i}_u, \\
\frac{\partial \mathfrak{f}_{wx}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{wy}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{wz}}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{wu}}{\partial u} &= \frac{1}{c}\mathfrak{i}_w,
\end{aligned}\right\} \quad (\mathrm{I})$$

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial \mathfrak{f}_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{xy}}{\partial z} &= 0, \\
\frac{\partial \mathfrak{f}_{zu}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{uy}}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{yz}}{\partial u} &= 0, \\
\frac{\partial \mathfrak{f}_{xu}}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{uz}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{zx}}{\partial u} &= 0, \\
\frac{\partial \mathfrak{f}_{yu}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{ux}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{xy}}{\partial u} &= 0, \\
\frac{\partial \mathfrak{f}_{zw}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{wy}}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{yz}}{\partial w} &= 0, \\
\frac{\partial \mathfrak{f}_{xw}}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{wz}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{zx}}{\partial w} &= 0, \\
\frac{\partial \mathfrak{f}_{yw}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{wx}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{xy}}{\partial w} &= 0, \\
\frac{\partial \mathfrak{f}_{uw}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{wx}}{\partial u} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{xu}}{\partial w} &= 0, \\
\frac{\partial \mathfrak{f}_{uw}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{wy}}{\partial u} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{yu}}{\partial w} &= 0, \\
\frac{\partial \mathfrak{f}_{uw}}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{wz}}{\partial u} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{zu}}{\partial w} &= 0.
\end{aligned}\right\} \quad (\mathrm{II})$$

Die Gleichungssysteme sind beide vollkommen symmetrisch in bezug auf x, y, z, u, w. Sie haben natürlich zunächst keine physikalische Bedeutung; setzt man aber alle partiellen Ableitungen nach w gleich null, so findet man, daß sie in die Feldgleichungen des elektromagnetischen Feldes und des Gravitationsfeldes übergehen, indem $\mathfrak{i}_x, \mathfrak{i}_y, \mathfrak{i}_z, \mathfrak{i}_u$ die Komponenten des Viererstroms sind und $-\frac{1}{c}\mathfrak{i}_w$ die Ruhdichte der gravitierenden Masse[1]) ist. Die vier ersten Gleichungen in den beiden Systemen sind nunmehr die Maxwellschen Gleichungen in der von Minkowski gegebenen Form; die letzte Gleichung (I) ist die Fundamentalgleichung der Gravitation, und die sechs übrigen Gleichungen (II) drücken die Wirbellosigkeit des Gravitationsvektors aus.

Diese Deutung der Gleichungen (I), (II) zeigt, daß es berechtigt ist, die vierdimensionale Raumzeitwelt als eine durch eine fünfdimensionale Welt gelegte Fläche aufzufassen. In

1) G. Mie, Ann. d. Phys. 40, 25, 1913.
2) G. Nordström, diese Zeitschr. 13, 1126, 1912; Ann. d. Phys. 40, 872, 1913; 42, 533, 1913.
3) H. Minkowski, Gött. Nachr. 1908, S. 58.

1) Hierunter verstehe ich die Größe, die ich in den zitierten Aufsätzen mit $g \cdot \nu$ bezeichnet habe; es ist also

$$-\frac{1}{c}\mathfrak{i}_w = g \cdot \nu.$$

Man könnte ja allgemeiner für die Komponenten des Gravitationsvektors die Bezeichnungen $a\mathfrak{f}_{wx}$, $a\mathfrak{f}_{wy}$, $a\mathfrak{f}_{wz}$, $a\mathfrak{f}_{wu}$ einführen, wo a eine beliebige reelle oder imaginäre Konstante sein würde; dann würde man $-\frac{a}{c}\mathfrak{i}_w = g\nu$ haben. Es wird sich aber bei der Aufstellung des Impuls-Energiesatzes zeigen, daß a gleich $+1$ oder -1 sein muß, damit die letzte Gleichung (I) sich wirklich wie die übrigen verhalte.

jener fünfdimensionalen Welt sind die $\mathfrak{s}_n$ Komponenten eines **Fünfervektors** und die $\mathfrak{f}_{mn}$ Komponenten eines **Zehnervektors**; der letztere Vektor charakterisiert vollständig den physikalischen Zustand des Äthers. Die fünfdimensionale Welt hat eine ausgezeichnete Achse, die w-Achse; die vierdimensionale Raumzeitwelt steht senkrecht zu dieser Achse und in allen ihren Punkten sind die Ableitungen sämtlicher Komponenten von $\mathfrak{f}$ nach w gleich null.

Die Komponenten von $\mathfrak{f}$ lassen sich durch ein Fünferpotential mit den Komponenten Φ_x, Φ_y, Φ_z, Φ_u, Φ_w ausdrücken, indem für jede Komponente von $\mathfrak{f}$

$$\mathfrak{f}_{mn} = \frac{\partial \Phi_n}{\partial m} - \frac{\partial \Phi_m}{\partial n}. \tag{2}$$

Durch Differentiation der Gleichungen (I) findet man für den „Fünferstrom" $\mathfrak{s}$ die Beziehung

$$\frac{\partial \mathfrak{s}_x}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{s}_y}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{s}_z}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{s}_u}{\partial u} + \frac{\partial \mathfrak{s}_w}{\partial w} = 0, \tag{3}$$

und deswegen kann man für das Fünferpotential folgende sechs partielle Differentialgleichungen vorschreiben:

$$\frac{\partial \Phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_y}{\partial y} + \frac{\partial \Phi_z}{\partial z} + \frac{\partial \Phi_u}{\partial u} + \frac{\partial \Phi_w}{\partial w} = 0, \tag{4}$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2 \Phi_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi_x}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \Phi_x}{\partial w^2} = \\ &\qquad = -\frac{1}{c}\,\mathfrak{s}_x, \\ &\frac{\partial^2 \Phi_w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_w}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi_w}{\partial u^2} + \frac{\partial^3 \Phi_w}{\partial w^2} = \\ &\qquad = -\frac{1}{c}\,\mathfrak{s}_w. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Von den fünf Gleichungen in (5) sind wegen Raumersparnis nur die erste und letzte ausgeschrieben. Wenn diese sechs Bedingungen erfüllt sind, befriedigen die Ausdrücke (2) identisch die Feldgleichungen (I), (II).

Unsere Formeln (I), (II) ermöglichen auch, den Impuls-Energiesatz für das kombinierte elektromagnetische und Gravitationsfeld in einheitlicher Weise aufzustellen. Um diesen Satz für die x-Richtung zu erhalten, multipliziere man diejenigen vier Gleichungen (I), die sich auf die übrigen Achsenrichtungen beziehen, mit $\mathfrak{f}_{xy}$, $\mathfrak{f}_{xz}$, $\mathfrak{f}_{xu}$, $\mathfrak{f}_{xw}$, und diejenigen sechs Gleichungen (II), die x enthalten, mit $\mathfrak{f}_{mn}$, wo m, n die beiden übrigen in der betreffenden Gleichung vorkommenden Indizes in richtiger Reihenfolge bedeuten. Die so erhaltenen zehn Gleichungen sind zu addieren, wonach eine einfache Umformung den gewünschten Satz gibt.

Wir wollen den Satz für die u-Richtung — also den Energiesatz — aufstellen und haben dann die drei ersten Gleichungen (I) mit $\mathfrak{f}_{ux}$, $\mathfrak{f}_{uy}$, $\mathfrak{f}_{uz}$, die letzte mit $\mathfrak{f}_{uw}$ zu multiplizieren. Weiter sind von den Gleichungen (II) die zweite, dritte, vierte, achte, neunte und zehnte mit bzw. $\mathfrak{f}_{yz}$, $\mathfrak{f}_{zx}$, $\mathfrak{f}_{xy}$, $\mathfrak{f}_{wx}$, $\mathfrak{f}_{wy}$, $\mathfrak{f}_{wz}$ zu multiplizieren. Wir erhalten durch Addition und nach einiger Umstellung der Terme

$$\begin{aligned} &\mathfrak{f}_{ux}\left(\frac{\partial \mathfrak{f}_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{xz}}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{xw}}{\partial w}\right) + \\ &+ \mathfrak{f}_{uy}\left(\frac{\partial \mathfrak{f}_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{yz}}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{yw}}{\partial w}\right) + \\ &+ \mathfrak{f}_{uz}\left(\frac{\partial \mathfrak{f}_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{zw}}{\partial w}\right) + \\ &+ \mathfrak{f}_{uw}\left(\frac{\partial \mathfrak{f}_{wx}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{wy}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{wz}}{\partial z}\right) + \\ &+ \mathfrak{f}_{yz}\left(\frac{\partial \mathfrak{f}_{zu}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{uy}}{\partial z}\right) + \mathfrak{f}_{zx}\left(\frac{\partial \mathfrak{f}_{xu}}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{uz}}{\partial x}\right) + \\ &+ \mathfrak{f}_{xy}\left(\frac{\partial \mathfrak{f}_{yu}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{ux}}{\partial y}\right) + \mathfrak{f}_{wx}\left(\frac{\partial \mathfrak{f}_{uw}}{\partial x} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{xu}}{\partial w}\right) + \\ &+ \mathfrak{f}_{wy}\left(\frac{\partial \mathfrak{f}_{uw}}{\partial y} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{yu}}{\partial w}\right) + \mathfrak{f}_{wz}\left(\frac{\partial \mathfrak{f}_{uw}}{\partial z} + \frac{\partial \mathfrak{f}_{zu}}{\partial w}\right) + \\ &+ \mathfrak{f}_{ux}\frac{\partial \mathfrak{f}_{xu}}{\partial u} + \mathfrak{f}_{uy}\frac{\partial \mathfrak{f}_{yu}}{\partial u} + \mathfrak{f}_{uz}\frac{\partial \mathfrak{f}_{zu}}{\partial u} + \mathfrak{f}_{uw}\frac{\partial \mathfrak{f}_{wu}}{\partial u} + \\ &+ \mathfrak{f}_{yz}\frac{\partial \mathfrak{f}_{yz}}{\partial u} + \mathfrak{f}_{zx}\frac{\partial \mathfrak{f}_{zx}}{\partial u} + \mathfrak{f}_{xy}\frac{\partial \mathfrak{f}_{xy}}{\partial u} + \\ &+ \mathfrak{f}_{wx}\frac{\partial \mathfrak{f}_{wx}}{\partial u} + \mathfrak{f}_{wy}\frac{\partial \mathfrak{f}_{wy}}{\partial u} + \mathfrak{f}_{wz}\frac{\partial \mathfrak{f}_{wz}}{\partial u} = \\ &= \frac{1}{c}\left(\mathfrak{f}_{ux}\mathfrak{s}_x + \mathfrak{f}_{uy}\mathfrak{s}_y + \mathfrak{f}_{uz}\mathfrak{s}_z + \mathfrak{f}_{uw}\mathfrak{s}_w\right). \end{aligned}$$

Eine einfache Umformung gibt die gesuchte Gleichung

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathfrak{f}_{uy}\mathfrak{f}_{yx} + \mathfrak{f}_{uz}\mathfrak{f}_{zx} + \mathfrak{f}_{uw}\mathfrak{f}_{wx}\right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial y}\left(\mathfrak{f}_{ux}\mathfrak{f}_{xy} + +\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mathfrak{f}_{ux}\mathfrak{f}_{xz} + +\right) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial w}\left(\mathfrak{f}_{ux}\mathfrak{f}_{xw} + +\right) + \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial u}\left(-\mathfrak{f}_{ux}^2 - \right. \\ &- \mathfrak{f}_{uy}^2 - \mathfrak{f}_{uz}^2 - \mathfrak{f}_{uw}^2 + \mathfrak{f}_{yz}^2 + \mathfrak{f}_{zx}^2 + \\ &\left. + \mathfrak{f}_{xy}^2 + \mathfrak{f}_{wx}^2 + \mathfrak{f}_{wy}^2 + \mathfrak{f}_{wz}^2\right) = \\ &= \frac{1}{c}\left(\mathfrak{f}_{ux}\mathfrak{s}_x + \mathfrak{f}_{uy}\mathfrak{s}_y + \mathfrak{f}_{uz}\mathfrak{s}_z + \mathfrak{f}_{uw}\mathfrak{s}_w\right). \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Die Größen in den Klammern links sind Komponenten eines fünfdimensionalen Tensors, und die Gleichung hat demnach die Form

$$\frac{\partial P_{ux}}{\partial x} + \frac{\partial P_{uy}}{\partial y} + \frac{\partial P_{uz}}{\partial z} + \frac{\partial P_{uu}}{\partial u} + \frac{\partial P_{uw}}{\partial w} = \mathfrak{K}_u. \tag{6a}$$

Indem man sie mit ic multipliziert und $\frac{\partial P_{uw}}{\partial w}$

gleich null setzt, erhält man die Energiegleichung in ihrer gewöhnlichen Form. Man findet so für die x-Komponente des Energiestromes

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{S}_x &= ic\,(\mathfrak{f}_{uy}\mathfrak{f}_{yx} + \mathfrak{f}_{uz}\mathfrak{f}_{zx} + \mathfrak{f}_{uw}\mathfrak{f}_{wx}) \\ &= c\,(\mathfrak{E}_y\mathfrak{H}_z - \mathfrak{E}_z\mathfrak{H}_y) - \frac{\partial \Phi_w}{\partial t}\frac{\partial \Phi_w}{\partial x}.\end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Der letzte Ausdruck ist mittels der Formeln (1) und (2) erhalten, und es sind die auftretenden Ableitungen nach w gleich null gesetzt. In vektoranalytischer Schreibweise lautet der Ausdruck für $\mathfrak{S}$

$$\mathfrak{S} = c\,[\mathfrak{E}\mathfrak{H}] - \frac{\partial \Phi_w}{\partial t}\nabla \Phi_w. \quad (7a)$$

Für die Energiedichte bekommt man ebenfalls aus (6) einen Ausdruck, der, vektoranalytisch geschrieben, lautet:

$$\psi = \frac{1}{2}\left\{\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2 + (\nabla \Phi_w)^2 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial \Phi_w}{\partial t}\right)^2\right\}. \quad (8)$$

Diese Ausdrücke für Energiestrom und Energiedichte setzen sich aus den bekannten Ausdrücken für die betreffenden Größen im elektromagnetischen Felde und im Gravitationsfelde additiv zusammen; was ja das gewünschte Resultat unserer Betrachtungen ist.

Man sieht leicht, daß die Behauptung in der Note S. 504 r. Sp. richtig ist, und daß also von den Komponenten des Zehnervektors $\mathfrak{f}$ und des Fünfervektors $\mathfrak{k}$ nur die mit einem Index u versehenen imaginär sind.

Durch Permutation der Indizes in Gleichung (6) erhält man vier andere Gleichungen. Die drei, die sich auf räumliche Achsenrichtungen beziehen, drücken natürlich den Impulssatz in bekannter Weise aus. Die Gleichung für die w-Richtung lautet nach Einführung der Feldstärken und des Gravitationspotentials Φ_w vektoranalytisch geschrieben

$$-\operatorname{div}\left\{[\mathfrak{H}, \nabla \Phi_w] + \frac{1}{c}\mathfrak{E}\frac{\partial \Phi_w}{\partial t}\right\} + \frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}(\mathfrak{E}\nabla\Phi_w) +$$
$$+ \frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial w}\left\{\mathfrak{H}^2 - \mathfrak{E}^2 - (\nabla\Phi_w)^2 + \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial \Phi_w}{\partial t}\right)^2\right\} =$$
$$= -\frac{1}{c}\left\{\mathfrak{k}\nabla\Phi_w + \mathfrak{k}_u\frac{\partial \Phi_w}{\partial u}\right\}.$$

Es ist vorläufig nicht einzusehen, daß dieser Gleichung eine physikalische Bedeutung zukäme.

Die obige Betrachtungsweise bietet, wie wir gesehen haben, formale Vorteile, indem nach ihr das elektromagnetische Feld und das Gravitationsfeld als ein einziges Feld sich auffassen lassen. Ein neuer physikalischer Inhalt ist natürlich den Gleichungen damit nicht gegeben. Ich halte es indessen nicht für ausgeschlossen, daß die gefundene formale Symmetrie einen tieferen Grund haben könnte. Auf die Möglichkeiten, die man sich in dieser Hinsicht denken könnte, will ich jedoch hier nicht eingehen.

Zusammenfassung. Es wird gezeigt, daß eine einheitliche Behandlung des elektromagnetischen Feldes und des Gravitationsfeldes möglich ist, wenn man die vierdimensionale Raumzeitwelt als eine durch eine fünfdimensionale Welt gelegte Fläche auffaßt.

Helsingfors, 30. März 1914.

(Eingegangen 3. April 1914.)

Grundlagen einer relativistischen elektromagnetischen Gravitationstheorie. II.

Von Jun Ishiwara.

Im Anschluß an die im ersten Teil der oben genannten Arbeit mitgeteilte Gravitationstheorie[1]) versuche ich hier den Zusammenhang zwischen dem Gravitationsfeld und dem elektromagnetischen Feld zu ermitteln und damit die beiden fundamentalen Naturerscheinungen in das System eines einheitlichen physikalischen Weltbildes einzuordnen. Der Grundgedanke beruht auf dem Postulat, daß das Elektron dem materiellen Gebilde, welches als die Sinkstelle des Gravitationsfeldes aufgefaßt ist, identisch sei.

§ 1. Gravitierendes System.

Bevor ich die Theorie weiterführe, möchte ich mir erlauben, einige Verbesserungen der in der zitierten Arbeit gemachten Ansätze einzubringen.

Während ich nämlich dabei die Lichtgeschwindigkeit c unmittelbar als das Gravitationspotential angenommen habe, halte ich es nunmehr vom Standpunkt der Relativitätstheorie aus für rationeller, anzunehmen, daß das Gravitationspotential durch

$$\psi = c^2 \quad (1)$$

bestimmt sei[2]).

Dementsprechend sei der Ausdruck für die Wirkungsgröße eines abgeschlossenen Systems, welches aus dem Gravitationsfeld und seinen Quellen besteht, folgendermaßen bestimmt:

$$W' = \int h'\, d\Sigma = \int \frac{1}{\alpha} F^2\, d\Sigma + \text{konst.}, \quad (2)$$

worin der Vierervektor

$$F = -\Diamond\,\psi \quad (3)$$

1) Jun Ishiwara, diese Zeitschr. 15, 294, 1914.

2) Daß dadurch aber die Einheit der Masse geändert werden muß, kann man leicht aus einer Dimensionsbetrachtung ersehen. Vgl. unten § 3.

die Feldstärke darstellt. α ist eine Zahlenkonstante.

Die Ableitung der Grundgleichung des Gravitationsfeldes aus diesem Ausdruck gestaltet sich in folgender Weise: Man sehe W'' oder, da man hier die Koordinaten unvariiert läßt, vielmehr h' als Funktion von F und ψ an und berechne die Variation, die W'' infolge selbständiger Variationen der Variabeln F und ψ erleidet. Dabei sollen aber die letzten Variationen derart stattfinden, daß die gesamte Variation der Feldstärke F doch verschwindet, also

$$\delta F = \delta_0 F + \frac{\partial F}{\partial \psi} \delta_0 \psi = 0. \tag{4}$$

Hierin ist durch das Zeichen δ_0 selbständige Variation der betreffenden Größe angedeutet.

Die entsprechende Variation von h' beträgt

$$\delta h' = \left(\delta_0 F, \frac{\partial}{\partial F}\right) h' + \delta_\psi h', \tag{5}$$

wenn $\delta_\psi h'$ die von $\delta_0 \psi$ herrührende Variation von h' bezeichnet. Dieses letzte ist aber wegen (2) und (3) gleich

$$\delta_\psi h' = \left(\delta_\psi F, \frac{\partial}{\partial F}\right) h' = -\frac{2}{\alpha}\left(F, \diamondsuit(\delta_0 \psi)\right).$$

Daher wird (5) mit Rücksicht auf (4)

$$\delta h' = -\frac{2}{\alpha} F \frac{\partial F}{\partial \psi} \delta_0 \psi - \frac{2}{\alpha} F \diamondsuit (\delta_0 \psi). \tag{6}$$

Wir definieren nun die Ergiebigkeit ν der Feldquelle durch

$$\int \alpha' \nu \delta_0 \psi \, d\Sigma = -\int \frac{F}{\alpha} \frac{\partial F}{\partial \psi} \delta_0 \psi \, d\Sigma. \tag{7}$$

α' ist eine Zahlenkonstante, deren Wert durch Experiment zu bestimmen ist.

Wir können jetzt für die Variation von W'' gemäß (6) und (7) schreiben:

$$\delta W' = 2\int \left\{\alpha' \nu \delta_0 \psi - \frac{1}{\alpha} F \diamondsuit (\delta_0 \psi)\right\} d\Sigma.$$

Nach partiellen Integrationen ergibt sich hiernach für das Verschwinden von $\delta W''$ die Bedingung:

$$\operatorname{div} F = -\diamondsuit^2 \psi = -\alpha \alpha' \nu, \tag{8}$$

welches die verallgemeinerte Poissonsche Gleichung ist.

Da nun vermöge (8)

$$\left.\begin{aligned} \int \alpha' \psi \delta \nu \, d\Sigma &= -\int \frac{\psi}{\alpha} \operatorname{div} (\delta F) \, d\Sigma = \\ &= -\int \frac{1}{\alpha} F \delta F \, d\Sigma \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

ist, so bekommt man durch Addition von (7) und (9) und durch Integration die wichtige Beziehung:

$$\alpha' \int \nu \psi \, d\Sigma = -\frac{1}{\alpha} \int F^2 d\Sigma + \text{konst.} \tag{10}$$

Hieraus können wir schließen, daß der Ausdruck:

$$h' = -\alpha' \nu \psi \tag{11}$$

ebensogut wie (2) als die Dichte der Wirkungsgröße angenommen werden kann.

§ 2. Elektromagnetisches System.

Es handle sich nun um ein elektromagnetisches System, dem wir die Wirkungsgröße:

$$W''' = \int \alpha'' (\mathfrak{H}^2 - \mathfrak{E}^2) \, d\Sigma \tag{12}$$

zuschreiben wollen. α'' ist hier wieder eine Zahlenkonstante, $\mathfrak{E}$ ist die elektrische, $\mathfrak{H}$ die magnetische Feldstärke, welche beide sich bekanntlich in einen Sechservektor H zusammenfassen lassen.

$$H = (\mathfrak{H}, -i\mathfrak{E})$$

stellt seine räumliche bzw. zeitliche Komponente dar. Da

$$H^2 = \mathfrak{H}^2 - \mathfrak{E}^2 \tag{13}$$

ist, nimmt W''' eine einfache, zu W'' ähnliche Form an:

$$W''' = \int \alpha'' H^2 \, d\Sigma. \tag{12'}$$

Dem Feldvektor H stellen wir ein Vektorpotential Φ gegenüber, welches der Gleichung:

$$H = \operatorname{Curl} \Phi = [\diamondsuit \Phi], \diamondsuit \Phi \tag{14}$$

genügt.

Die Ableitung der elektromagnetischen Grundgleichungen kann darauf in derselben Weise wie die Gravitationsfeldgleichung erfolgen. Wir sehen nämlich W''' als Funktion von H und Φ an und führen Variationen dieser Variabeln derartig aus, daß die gesamte Variation von H immerhin verschwindet.

Die Maxwellschen Gleichungen:

$$\operatorname{Div} H = P, \quad \operatorname{Div} H^* = 0 \tag{15}$$

folgen hieraus, wenn man nur noch die Definition des elektrischen Viererstromes P so aufstellt:

$$\int P \delta_0 \Phi \, d\Sigma = \int \left(\delta_0 \Phi, \frac{\partial}{\partial \Phi}\right)\left(\frac{H^2}{2}\right) d\Sigma. \tag{16}$$

Da nach (15)

$$\int \Phi \delta P \, d\Sigma = \int \Phi, \operatorname{Div} (\delta H) \, d\Sigma = \int H \delta H \, d\Sigma$$

ist, so kann man aus den beiden letzten

$$\int P \Phi \, d\Sigma = \int H^2 d\Sigma + \text{konst} \tag{17}$$

ableiten. Es zeigt sich daraus, daß der elektro-

1) Es soll bedeuten:

$$H^2 = H_{yz}^2 + H_{zx}^2 + H_{xy}^2 + H_{xt}^2 + H_{yt}^2 + H_{zt}^2.$$

Diese Bezeichnung weicht allerdings von der entsprechenden in meinen anderen Arbeiten (Jahrb. d. Radioakt. u. El. **9**, 560, 1912; Ann. d. Phys. **42**, 986, 1913 usw.) um den Faktor $\frac{1}{2}$ ab, weil dort

$$H^2 = H_{yz}^2 + H_{zy}^2 + H_{zx}^2 + H_{xz}^2 + \cdots$$

gesetzt ist.

magnetischen Wirkungsgröße entweder die Dichte

$$h'' = \alpha'' H^2 \quad \text{oder} \quad h'' = \alpha'' (P\Phi) \qquad (18)$$

ebenso mit Recht zugeschrieben werden kann.

§ 3. Die Dynamik des Elektrons.

Es ist bloß eine Abstraktion, sich das Elektron ohne gravitierende Masse vorzustellen. Wenn es nun auch noch eine Frage bleibt, ob die gravitierende Masse des Elektrons mit seiner sogenannten elektromagnetischen Masse identisch ist, so müßte das doch wenigstens vom Standpunkt der reinen Theorie aus, die ein einheitliches Weltbild erzielt und nach deren Aufbauung wir bestrebt sind, schon der mögliche Fall sein. Auch die zahlreichen Erfahrungen, wenn sie auch ihre höchste Genauigkeit noch nicht erreichen, scheinen dafür zu sprechen. Die Identität der beiden genannten Massen zu verangen, dürfte also nicht grundlos sein.

Diesem Gedanken nach stellen wir uns das Elektron vor als die Quelle des elektromagnetischen Feldes von konstanter Ergiebigkeit ϱ und zugleich als die Sinkstelle des Gravitationsfeldes von konstanter Dichtigkeit ν. Dieses ν sei die einzige Masse, die wir dem Elektron zuschreiben.

Wegen der Masse ν kommt dem Elektron nach (10) eine Wirkungsgröße von der Dichte $-\alpha'\nu\psi$ zu. Da wir die materielle Masse und die elektrische Ladung, wie eben gesagt, als ein und dasselbe physikalische Wesen auffassen wollen, so müssen wir zugeben, daß in der letzten Größe $-\alpha'\nu\psi$ die der Existenz der elektrischen Ladung zu verdankende Wirkungsgröße $\alpha''(P\Phi)$ schon mitgerechnet ist; mit anderen Worten dürfen wir sagen, daß das Auftreten der elektrischen Ladung und der wägbaren materiellen Masse zweierlei Erscheinungen der nämlichen Wirkungsgröße sind.

Dagegen sehen wir es auch als eine nachgewiesene Tatsache an, daß die ponderomotorischen Wirkungen des elektromagnetischen Feldes und des Gravitationsfeldes einander superponieren, ohne voneinander beeinflußt zu werden. Will man also die Wirkungsgröße des ganzen Systems aus den Feldgrößen berechnen, so hat man die den beiden Feldern eigenen Glieder $\frac{1}{\alpha}F^2$ und $\alpha'' H^2$ zu addieren, um die gesamte Wirkungsgröße zu erhalten.

Diese beiden letzten Forderungen zeigen sich in der Tat miteinander vereinbar, denn die in (10) mit „konst.“ bezeichnete Größe kann niemals gleich Null sein, weil ψ sich bei verschwindendem F einem konstanten Werte nähert, und daher könnte sie der reinen elektromagnetischen Feldwirkungsgröße entsprechen.

Danach wollen wir für die Wirkungsgröße des ganzen Systems festsetzen

$$\left.\begin{aligned} W &= -\alpha' \int \nu\psi\, d\Sigma = \\ &= \int \left(\alpha'' H^2 + \frac{1}{\alpha} F^2\right) d\Sigma . \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

Die dynamischen Gleichungen des Elektrons lassen sich daraus in folgender Weise ableiten: Wir führen den Minkowskischen Bewegungsvektor:

$$\mathfrak{v} = \frac{d\mathfrak{r}}{d\tau} = \left(\left(\frac{\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}},\ \frac{ic}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}\right)\right) \qquad (20)$$

ein, wo $\mathfrak{r}$ der Radiusvektor im Weltraum, τ die Eigenzeit ist. Zwischen den letzten besteht die Beziehung:

$$|d\mathfrak{r}| = ic\, d\tau = ic\, dt \sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}} . \qquad (21)$$

Da $\mathfrak{v}^2 = -c^2$ ist, so kann man den Ausdruck (19) schreiben:

$$W = \alpha' \int \nu \mathfrak{v}^2 d\Sigma . \qquad (19')$$

Indem man W als Funktion von $\mathfrak{v}$ und $\mathfrak{r}$ betrachtet und $\delta(\nu\, d\Sigma) = 0$ fordert, erhält man

$$\left.\begin{aligned} \delta W &= \alpha' \int \nu \left(\delta_0 \mathfrak{v},\ \frac{\partial}{\partial \mathfrak{v}}\right) \mathfrak{v}^2 d\Sigma + \delta_r W \\ &= 2\alpha' \int \nu \frac{d}{d\tau}(\delta_0 \mathfrak{r}),\ \mathfrak{v}\, d\Sigma + \delta_r W . \end{aligned}\right| \qquad (22)$$

$\delta_r W$ bedeutet die durch $\delta_0 \mathfrak{r}$ bedingte Variation von W. Diese Variation hat man aber so auszuführen, daß jedes substantielle Differential trotz der Verschiebung von $\mathfrak{r}$ doch konstant bleibt. Für die Feldvektoren seien also

$$\delta(H_\sigma d\sigma) = 0, \quad \delta(F_S dS) = 0,$$

wo $d\sigma$ ein zweidimensionales, dS ein dreidimensionales Element des Weltraumes ist.

Betreffs des elektromagnetischen Gliedes in $\delta_r W$ liegt eine vierdimensionale Berechnung von Herrn Henschke vor[1]). Von belanglosen Flächenintegralen abgesehen, lautet das Resultat:

$$\delta_r \int \alpha'' H^2 d\Sigma = 2\alpha'' \int (HP)\, \delta_0 \mathfrak{r}\, d\Sigma . \qquad (23)$$

In ganz analoger Weise, aber viel einfacher, läßt sich das andere Glied in $\delta_r W$ berechnen, und man erhält[2])

1) E. Henschke, Berliner Dissertation 1912; Ann. d. Phys. **40**, 887, 1913. Auch J. Ishiwara, Ann. d. Phys. **42**, 986, 1913.

2) Vgl. J. Ishiwara, Ann. d. Phys., l. c., Zeile 5 auf S. 996. Algebraisches Zeichen von **div** P in den Zeilen 2, 5 und 10 ist dort beim Druck leider aus Versehen verwechselt.

$$\delta_r \int \frac{1}{a} F^2 d\Sigma = -\frac{2}{a}\int \operatorname{div} F, (F, \delta_0 r) d\Sigma. \quad (24)$$

Aus (22), (23) und (24) folgt daher die Bewegungsgleichung in vierdimensionaler Form:

$$\frac{1}{c}\frac{d}{d\tau}(a' \nu c \mathfrak{v}) = a''(HP) + a' \nu F. \quad (25)$$

Man bedenke nun, daß unser Ausdruck für die Wirkungsgröße dem üblichen gegenüber $c$mal so groß gewählt ist, was dadurch zustande kommt, daß als das Element der vierten Koordinaten statt dt hier cdt eintritt. Wir haben dementsprechend vorauszusetzen, daß die Masse ν in einer Einheit, die der gewöhnlichen gegenüber $c$mal groß ist, und sämtliche elektromagnetischen Größen in Einheiten, die $\sqrt{c}$mal größer sind als die gewöhnlichen, gemessen sind.

Sind die in gewöhnlichen Einheiten ausgedrückten Größen durch einen Strich gekennzeichnet, so ist zu setzen:

$$\nu = \frac{\nu'}{c}, \quad H = \frac{H'}{\sqrt{c}}, \quad P = \frac{P'}{\sqrt{c}} \text{[1]}. \quad (26)$$

Dadurch wird die Gleichung (25)

$$\frac{d}{d\tau}(a' \nu' \mathfrak{v}) = a''(H'P') + a' \nu' F, \quad (25')$$

welches sich zerlegen kann in die räumliche bzw. zeitliche Komponente:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{d\tau}\left(\frac{a'\nu'\mathfrak{v}}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}\right) &= a''\varrho'\left(\mathfrak{E}' + \frac{1}{c}[\mathfrak{v}\mathfrak{H}']\right) - \\ &\quad - a'\nu'(\nabla\psi), \\ \frac{d}{d\tau}\left(\frac{a'\nu' c}{\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}}\right) &= a''\varrho'(\mathfrak{E}'\mathfrak{v}) + a'\frac{\nu'}{c}\frac{\partial\psi}{\partial t}. \end{aligned}\right\} \quad (25'')$$

ϱ', $\mathfrak{E}'$ und $\mathfrak{H}'$ sind die zu ϱ, $\mathfrak{E}$ bzw. $\mathfrak{H}$ entsprechenden Größen, die aber in $\frac{1}{\sqrt{c}}$ mal kleineren, gewöhnlichen Einheiten gemessen sind.

Die Bedeutung dieser Gleichungen ist ohne weiteres klar. Bemerkenswert ist, daß die träge Ruhemasse nach (25″) mit der schweren Masse identisch ist. Wenn man noch postuliert:

$$a' = a'', \quad (27)$$

so kann man auch für die elektromagnetische Kraft den bekannten Ausdruck vollkommen unverändert behalten.

§ 4. Statisches Feld des Elektrons.

In einem mit dem Elektron festgebundenen Bezugssystem Σ_0 herrscht elektrostatisches Feld und auch statisches Gravitationsfeld. Die Feldstärken der beiden genannten Felder seien bezeichnet durch

$$\mathfrak{E}_0 = -\nabla_0\varphi \text{ bzw. } \mathfrak{F}_0 = -\nabla_0\psi. \quad (28)$$

Sie genügen den Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \operatorname{div}\mathfrak{E}_0 &= -\nabla_0^2\varphi = \varrho_0, \\ \operatorname{div}\mathfrak{F}_0 &= -\nabla_0^2\psi = -a a'\nu. \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

Ihre Potentiale φ und ψ werden also nach der Potentialtheorie so bestimmt:

$$\left.\begin{aligned} 4\pi\varphi &= \int \frac{\varrho_0}{r_0} dv_0, \\ 4\pi\psi &= -a a' \int \frac{\nu}{r_0} dv_0 + 4\pi\psi_\infty, \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

r_0 ist dabei der Abstand zwischen dem Aufpunkt und der Feldquelle, $\psi_\infty = c_\infty^2$ der Wert von ψ im Unendlichfernen.

Durch Einsetzung von ψ geht der Ausdruck (19) in diesem Falle über in

$$\left.\begin{aligned} W' &= -a' \int \nu\psi_\infty d\Sigma + \\ &+ \frac{a a'^2}{4\pi}\int \nu d\Sigma \int \frac{\nu}{r_0} dv_0 = \\ &= -\int \left\{a'(\nabla_0\varphi)^2 - \frac{1}{a}(\nabla_0\psi)^2\right\} d\Sigma. \end{aligned}\right\} \quad (31)$$

Wie üblich, denken wir uns das Elektron als eine Kugel vom Radius a mit Flächenladung und daher unserer Annahme gemäß mit flächenhaft verteilten Massen. Indem wir die Gleichheit des zweiten Integrals im ersten Ausdruck (31) von W' und des zweiten Gliedes im zweiten Ausdruck beachten, können wir die Ruhemasse des Elektrons daraus so berechnen:

$$m_0 = \int \nu dv_0 = \frac{1}{\psi_\infty}\int(\nabla_0\varphi)^2 dv_0 = \frac{e^2}{4\pi a c_\infty^2}, \quad (32)$$

e ist die gesamte Ladung des Elektrons. Zwischen der in gewöhnlicher Einheit ausgedrückten Masse m_0' und der Ladung e' besteht offenbar dieselbe Beziehung wie (32).

Die Wirkungsgröße beträgt ferner nach (31)

$$\left.\begin{aligned} W &= -\frac{a'}{4\pi a}\int(e^2 - a a' m_0^2) c\, dt = \\ &= -\frac{a'}{4\pi a}\int(e'^2 - a a' m_0'^2) dt. \end{aligned}\right\} \quad (33)$$

Die zwischen zwei ruhenden Elektronen von den Ladungen e_1 bzw. e_2 und von den Massen m_{01} bzw. m_{02} wirkende Kraft wird nach (25″) in genügender Annäherung gegeben durch

$$|\mathfrak{K}| = \left|\int(\mathfrak{E}_0'\varrho_0' - \mathfrak{F}_0\nu')dv_0\right| = \frac{1}{4\pi r_0^2}\left|\left(e_1'e_2' - \frac{a a'}{c_\infty} m_{01}' m_{02}'\right)\right|. \quad (34)$$

1) Damit ist gesagt: „Die Massendichte ν' in gewöhnlicher Einheit ist keine absolute Konstante, sondern sie ist der Quadratwurzel des Gravitationspotentials umgekehrt proportional.

§ 5. Zusammenfassung.

1. Das Relativitätsprinzip des infinitesimalen Raumzeitsystems gilt in strengem Sinne auch bei veränderlicher Lichtgeschwindigkeit.

2. Das Gravitationspotential ist durch das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit zu bestimmen.

3. Das Elektron ist als ein elektromagnetisches, gravitierendes System betrachtet; es ist also nicht nur die Quelle des elektromagnetischen Feldes, sondern auch zugleich die Quelle des Gravitationsfeldes. Dabei ist aber der elektrischen Ladung und der wägbaren Masse wegen ihrer Identität ein und dieselbe Wirkungsgröße zuzuschreiben, während das Superpositionsprinzip ihrer Feldwirkungen andererseits gefordert ist.

4. Die träge Ruhemasse des Elektrons ist mit der Schweremasse identisch; sie ist genau gleich der durch $\frac{c_\infty^2}{2}$ geteilten elektrostatischen Energie.

1) Vgl. G. Mie, Ann. d. Phys. **40**, 61, 1913.

London, 1. März 1914.

(Eingegangen 4. März 1914.)

Ein Röntgenspektroskop[1]).

Von Hermann Rohmann.

1.

W. H. und W. L. Bragg[2]) haben gezeigt, daß die von einer Röntgenröhre emittierte Strahlung neben einem kontinuierlichen Spektrum eine Anzahl scharfer intensiver Linien enthält.

Diese Tatsache, die wohl zugleich den ersten strengeren Nachweis für die Interferenznatur der von v. Laue und seinen Mitarbeitern beobachteten Erscheinungen bei Kristallen lieferte, wurde in folgender Weise gefunden.

Die Theorie der bei einem Kristallgitter zu erwartenden Interferenzerscheinungen zeigt, daß sich die Richtung der gebeugten Strahlen einer bestimmten Einfallsrichtung in derselben Weise zuordnet, als wenn der einfallende Strahl eine Reflexion an (in gewisser Weise beliebig) aus dem Kristallgitter herausgegriffenen Molekülschichten erlitten hätte. Und daß ferner die Wellenlänge λ der in einer bestimmten Richtung abgebeugten (reflektierten) Strahlung sich aus der Relation

$$n \cdot \lambda = 2d \sin\alpha \qquad (1)$$

bestimmt, wo n eine ganze (kleine) Zahl, d der Abstand zweier aufeinanderfolgender Molekülschichten der in Betracht kommenden Art und α der Winkel zwischen einfallendem bzw. gebeugtem Strahl und Molekülschicht ist.

Das Experiment zeigt nun, daß bei einem an der natürlichen Oberfläche eines Kristalls „reflektierten" Röntgenstrahl für bestimmte diskrete Werte des Einfallswinkels besonders starke Reflexion auftritt.

Mit Hilfe der Relation (1) lassen sich aus diesen Einfallswinkeln (unter Annahme bestimmter Werte für n) relative Werte für die Wellenlänge der einfallenden Strahlung bestimmen; also das Spektrum derselben aufnehmen.

(Daß die monochromatischen Strahlen wirklich schon in der einfallenden Strahlung enthalten sind und nicht erst im Kristall entstehen, ergibt sich aus der Tatsache, daß verschiedenartige Kristalle im wesentlichen das gleiche Spektrum für eine bestimmte Strahlung liefern).

Die Braggs, und bald nach ihnen Moseley und Darwin[1]) haben die reflektierten Strahlen mit Hilfe ihrer ionisierenden Wirkung untersucht.

M. de Broglie[2]) hat dann das Spektrum photographisch aufgenommen, indem er der analysierenden Kristallplatte eine geeignete kontinuierliche Bewegung gegen den einfallenden Strahl gab, und hat auf diese Weise eine Reihe sehr schöner Aufnahmen erzielt, die ein kompliziertes Linienspektrum der Röntgenstrahlung anzeigen.

Auch J. Herweg[3]) beschreibt einen im wesentlichen auf dem gleichen Prinzip des bewegten Kristalls beruhenden Röntgen-Spektrographen, mit dem er die Strahlung von Platin und Wolfram-Röntgenröhren untersucht hat. (Schon vorher[4]) hatte er eine Methode angegeben, die bei feststehendem Kristall das Röntgenstrahlenspektrum in einem kleinen Spektralbezirk photographisch aufzunehmen gestattet. Diese Methode ist aber praktisch, wenigstens bei den gebräuchlichen Ausführungsformen der Röntgenröhren kaum zu verwenden, da sie voraussetzt, daß man einen Spalt relativ nahe an die Antikathode heranbringen kann.)

Die Natur dieses Spektrums ist, wie mehrfach gefunden wurde, abhängig vom Anti-

1) Anm. b. d. Korr. Leider ist mir wegen der immer etwas verspäteten Zustellung der Compt. Rend. die Nr. 13 vom 30. März 1914, in der M. de Broglie und F. A. Lindemann die gleiche Verwendung des gebogenen Glimmerblatts beschreiben, erst zu Händen gekommen, nachdem mein Artikel schon in Druck gegeben war.

2) Proc. Roy. Soc. (A) **88**, 428, 1913.

1) Phil. Mag. (6) **26**, 210, 1913.

2) Compt. Rend. **157**, 924 u. 1413, 1913; **158**, 177, 1914.

3) Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 73, 1914.

4) Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 555, 1913.

kathodenmaterial der Röntgenröhren. (Herweg allerdings findet für *Pt* und *Wo* dasselbe Spektrum.)

2.

Bei der Bedeutung des vorliegenden Gegenstandes scheint es mir nicht überflüssig, im folgenden eine kleine Vorrichtung zu beschreiben, die das Spektrum der Röntgenstrahlung in technisch viel einfacherer Weise als die obigen Verfahren liefert und dazu eine mit Hilfe dieses Röntgenspektroskops gewonnene Spektralaufnahme mitzuteilen.

Das Spektroskop besteht aus einem zylindrisch gebogenen Glimmerblatt *G*, das in der aus Fig. 1

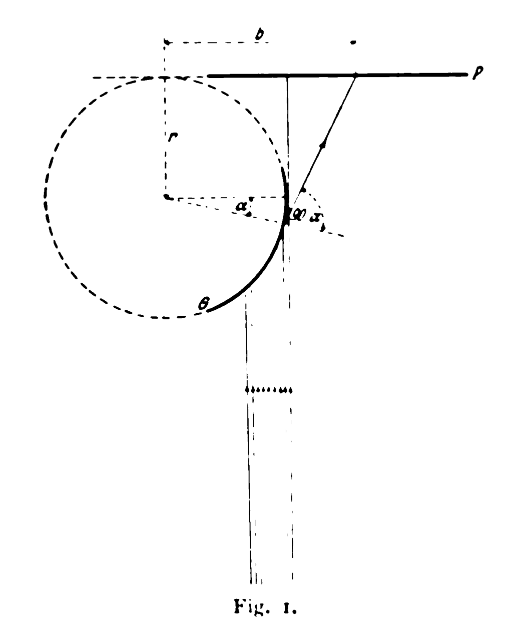


Fig. 1.

ersichtlichen Art und Weise der zu analysierenden Strahlung ausgesetzt wird.

(In der Fig. 1 ist der Einfachheit halber angenommen, daß die auffallenden Strahlen unter sich parallel sind, wie es leicht angenähert realisierbar ist.)

Man sieht, daß die verschiedenen Stellen des Glimmerblattes von der einfallenden Strahlung unter verschiedenen Winkeln getroffen werden, und also immer andere Wellenlängen reflektieren. Nach den früher erwähnten Arbeiten darf man annehmen, daß die Intensität der Reflexion einer bestimmten Wellenlänge nur für den exakten Einfallswinkel stark ist und bei kleinen Änderungen dieses Winkels sehr schnell abnimmt.

Wird also eine photographische Platte *P* in geeigneter Weise in den Gang der reflektierten Strahlen gebracht, so erhält man ein Spektrum der einfallenden Strahlung.

Bei der in Fig. 1 gemachten Annahme über die Stellung der photographischen Platte ergibt sich der einer bestimmten Linie zukommende Winkel α aus der leicht zu messenden Entfernung b und dem Krümmungsradius r des Glimmerblattes mit Hilfe der Beziehung:

$$\left.\begin{aligned} b &= r\cos\alpha + r\,\mathrm{tg}\,2\alpha\,(1+\sin\alpha), \\ &\backsim r(1+\alpha)^2 \backsim r(1+2\alpha) \text{ für kleine } \alpha. \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

Wenn die auffallende Strahlung von einem Spalt *S* in endlicher Entfernung herrührt, wird dieser Zusammenhang komplizierter; außerdem beeinflußt die Breite des Spaltes, wie aus Fig. 2

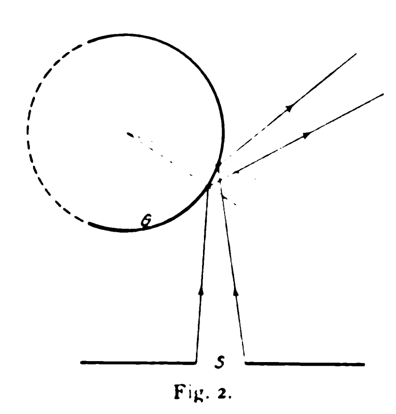


Fig. 2.

hervorgeht, die Schärfe der Linien. Maßgebend für letztere ist im wesentlichen der Winkel, unter dem der Spalt vom Krümmungszentrum des Glimmerblattes aus erscheint. Es ist günstig, einen engen Spalt zu wählen.

Ich habe bei den folgenden Dimensionen recht scharfe Spektren erhalten: Spaltbreite 0,7 mm; Entfernung des Spaltes vom Krümmungszentrum des Glimmerblattes ca. 20 cm; Krümmungsradius $r = 5$ cm; photographische Platte in der durch Fig. 1 angedeuteten Stellung. (Eine geeignet aufgestellte Bleiblende hielt direkte Strahlung von dem Teil der Platte ab, auf dem das Spektrum erscheint.)

Die Röntgenröhre war eine Gundelachsche Patentröhre *c*, die weich eingestellt war, Parallelfunkenstrecke 3 cm. Die Röhre hat Platinantikathode.

Fig. 3 zeigt eine mit dieser Anordnung erhaltene Aufnahme, Expositionsdauer 1 Stunde (retuschiert).

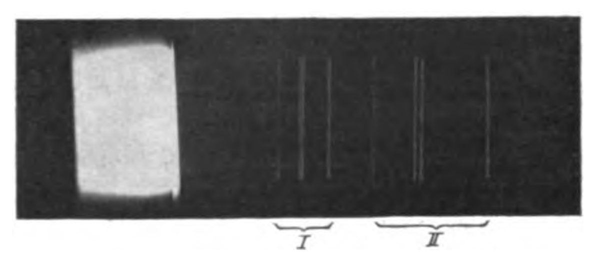


Fig. 3.

Man sieht neben einer Andeutung des bei kleinen Wellenlängen liegenden kontinuierlichen Spektrums zwei Gruppen von je vier Linien.

(Zunächst besteht natürlich eine gewisse Unsicherheit darüber, ob alle auftretenden Linien angesehen werden dürfen als reflektiert an den zur Oberfläche parallelen Molekülschichten, wie übrigens auch bei der Broglieschen Methode. Sie läßt sich aber durch Aufnahmen bei verschiedener Orientierung der Kristallplatte beseitigen.)

Ganz gleiche Spektren ergaben sich bei Anwendung verschiedener Krümmungsradien und bei verschiedener Orientierung der Glimmerblätter.

Auch haben die Spektren im wesentlichen dasselbe Aussehen wie die von Broglie; einige Unterschiede sind allerdings vorhanden.

Es scheint, als ob die zweite Gruppe das Spektrum zweiter Ordnung darstellt; jedoch stimmen die Abstände der Linien vom Krümmungszentrum und die aus ihnen berechneten Wellenlängen mit einer solchen Annahme nicht genau überein.

Diese Frage, ebenso wie die oben erwähnten Differenzen werden sich leicht beantworten lassen durch eine zweimalige Zerlegung nach Art der gekreuzten Spektren.

Straßburg i. E., Physik. Inst., 21. April 1914.

(Eingegangen 22. April 1914.)

Über die Schwankungen in der von einer radioaktiven Lösung emittierten α-Strahlung.

Von The Svedberg.

Die von einer flüssigen oder gasförmigen α-strahlenden Lösung emittierte Strahlung unterscheidet sich, wie ich zu zeigen versucht habe[1]), von der einer festen α-strahlenden Substanz dadurch, daß die Schwankungen in der Emission der α-Teilchen viel größer sind als für die feste Substanz. Diese Erscheinung habe ich als durch die von der molekularkinetischen Theorie geforderten spontanen Konzentrationsschwankungen in Lösungen hervorgerufen betrachtet. Gegen diese Auffassung hat besonders E. v. Schweidler[2]) die Ansicht geltend gemacht, daß in bezug auf die Häufigkeitsverteilung der zerfallenden Atome theoretisch kein Unterschied zwischen einer radioaktiven Lösung und einem festen radioaktiven Präparat zu erwarten sei. Durch die nachfolgende einfache Überlegung habe ich mich davon überzeugt, daß die von v. Schweidler vertretene Ansicht die richtige ist.

Im Volumen v_1 einer radioaktiven Lösung zerfallen während der Zeit τ im Mittel $a\nu$ Atome, und die Wahrscheinlichkeit für den Zerfall von n Atomen sei $\frac{a^n\nu^n e^{-a\nu}}{n!}$. Im Teilvolumen $v_2 = \frac{v_1}{a}$ zerfallen also im Mittel ν Atome. Wenn die Bewegung der radioaktiven Moleküle von dem Atomzerfall unabhängig ist, so hat man nach der geometrischen Wahrscheinlichkeit für die Verteilung der zerfallenden Atome offenbar

$$w_0 = e^{-a\nu} + \frac{a-1}{a}\frac{a\nu e^{-a\nu}}{1!} + \left(\frac{a-1}{a}\right)^2 \frac{a^2\nu^2 e^{-a\nu}}{2!} + \left(\frac{a-1}{a}\right)^3 \frac{a^2\nu^3 e^{-a\nu}}{3!} + \cdots = e^{-a\nu}\left(1 + \frac{a-1}{1!}\nu + \frac{(a-1)^2}{2!}\nu^2 + \frac{(a-1)^3}{3!}\nu^3 + \cdots\right) = e^{-a\nu}\cdot e^{(a-1)\nu} = e^{-\nu},$$

$$w_1 = \frac{1}{a}\frac{a\nu e^{-a\nu}}{1!} + \frac{2(a-1)}{a^2}\frac{a^2\nu^2 e^{-a\nu}}{2!} + \frac{3(a-1)^2}{a^3}\frac{a^3\nu^3 e^{-a\nu}}{3!} + \cdots = \nu e^{-a\nu}\left(1 + \frac{(a-1)\nu}{1!} + \frac{(a-1)^2\nu^2}{2!} + \cdots\right) = \nu e^{-a\nu} e^{(a-1)\nu} = \nu e^{-\nu},$$

. . . .

$$w_n = \left(\frac{1}{a}\right)^n \frac{a^n\nu^n e^{-a\nu}}{n!} + \frac{(n+1)(a-1)}{a^{n+1}}\frac{a^{n+1}\nu^{n+1}e^{-a\nu}}{(n+1)!} + \frac{(n+2)^2(a-1)^2}{a^{n+2}}\cdot\frac{a^{n+2}\nu^{n+2}e^{-a\nu}}{(n+2)!}\cdots = \frac{\nu^n}{n!}e^{-a\nu}\left(1 + \frac{(a-1)}{1!}\nu + \frac{(a-1)^2\nu^2}{2!} + \cdots\right) = \frac{\nu^n}{n!}e^{-a\nu}\cdot e^{(n-1)\nu} = \frac{\nu^n e^{-\nu}}{n!} \qquad (1)$$

in Übereinstimmung mit der für ein festes Präparat gültigen Beziehung $w_n = \frac{\nu^n e^{-\nu}}{n!}$.

Die an flüssigen Lösungen von Radiumchlorid und Poloniumchlorid und gasförmigen Lösungen von Radiumemanation angestellten Messungen geben nun Häufigkeitswerte, die von den aus der obigen Formel berechneten stark

1) Zeitschr. f. physik. Chem. **74**, 738, 1910; Arkiv f. Kemi etc. utg. af K. Svenska Vetensk.-Akad., Stockholm, **4**, Nr. 22, 1911 und Nr. 25, 1912; Die Existenz der Moleküle, Leipzig 1912; diese Zeitschr. **14**, 22, 1913.

2) Diese Zeitschr. **14**, 198, 1913. — Vgl. auch M. von Smoluchowski, diese Zeitschr. **13**, 1069, 1912.

abweichen. Da die Zuverlässigkeit meiner experimentellen Untersuchungen mit Polonium und Radiumemanation von v. Schweidler[1]) und besonders von J. Perrin[2]) in Zweifel gezogen worden ist, so erscheint es mir wünschenswert, das Hauptresultat derselben in diesem Zusammenhang zu resümieren und zugleich einen kurzen Bericht über einige neue, noch nicht veröffentlichte Versuche mit Radiumchlorid zu geben.

Sämtliche Versuche haben gezeigt, daß derjenige Teil der radioaktiven Lösung, welcher sich in unmittelbarer Nähe der Begrenzungsflächen derselben befindet, eine Strahlung von besonderem Charakter aussendet, deren Intensität von der Natur und Behandlung dieser Flächen in hohem Grade abhängig ist. Die Schwankungen dieser „Grenzflächenstrahlung" gehorchen dem einfachen Verteilungsgesetz $\frac{\nu^n e^{-\nu}}{n!}$.

Um die Schwankungen in der Strahlung der freien Lösung zu bestimmen, muß entweder die Wirkung der Grenzflächen auf der Lösung sehr stark herabgesetzt oder für die Grenzflächenstrahlung eine Korrektur angebracht werden. Bei den Versuchen mit Polonium und Radiumemanation habe ich den ersteren Weg eingeschlagen, bei den Versuchen mit Radium dagegen den zweiten. Die mit Polonium und Radiumemanation angestellten Messungen haben gezeigt, daß in den Fällen, wo es gelang, die Grenzflächenstrahlung fast völlig aufzuheben, die experimentell gefundenen Häufigkeitszahlen mit den aus der Formel

$$W_n = \frac{e^{-\nu} e^{\frac{\nu}{e}}}{n!} \sum_{m=0}^{n} \frac{A_m}{m!} \left(\frac{\nu}{e}\right)^m, \qquad (2)$$

$$A_m = m^n - \frac{m}{1}(m-1)^n + \frac{m(m-1)}{2!}(m-2)^n - \frac{m(m-1)(m-2)}{3!}(m-3)^n + \cdots$$

berechneten, wie es die in Fig. 1 und 2 wiedergegebenen (noch nicht veröffentlichten) Diagramme zeigen, gut übereinstimmen.

Die aus der Formel (2) berechneten Werte sind durch eine voll ausgezogene Linie vereinigt worden, diejenigen aus der Formel (1) durch eine gestrichelte.

Die verwendete Poloniumlösung war durch kräftige Zentrifugierung von radioaktivem Staub möglichst sorgfältig befreit.

1) loc. cit.

2) La théorie du rayonnement et les quanta, Paris 1912, S. 218.

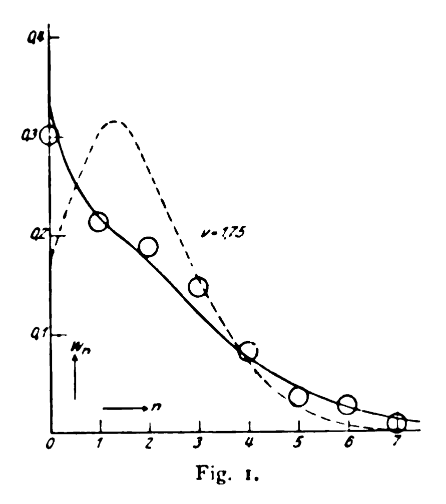


Fig. 1.

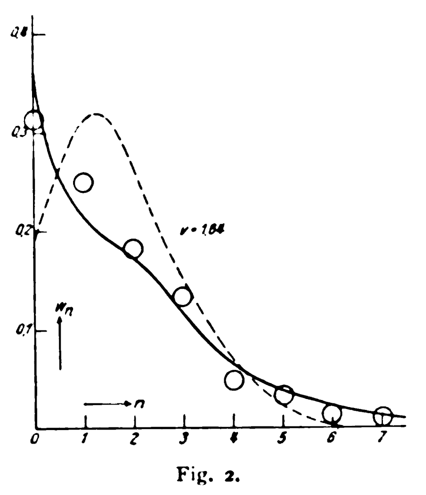


Fig. 2.

Die Abweichungen von den aus der einfachen Formel $\frac{\nu^n e^{-\nu}}{n!}$ berechneten Werten sind so groß, daß sie unmöglich durch Versuchsfehler zu erklären sind. Registrierungen mit festen Präparaten haben übrigens, aus der guten Übereinstimmung zwischen den experimentellen und den aus der Formel $\frac{\nu^n e^{-\nu}}{n!}$ berechneten Werten zu beurteilen, gezeigt, daß die Meßmethode eine befriedigende Genauigkeit zuläßt.

Die Versuche mit Radiumchlorid habe ich erst vor kurzem angestellt, und zwar weil es mir wünschenswert erschien, auch eine radioaktive Substanz mit gut bekannten chemischen Eigenschaften zu untersuchen, bezüglich deren man sicher sein kann, daß sie wirklich eine echte Lösung ohne radioaktive Teilchen (die z. B. durch Hydrolyse entstanden sein können) gibt. Die verwendete Radiumbariumchloridlösung, die ziemlich arm an Radium war, wurde durch Zusatz von Wismutchlorid, Einleitung von reinem

Schwefelwasserstoff und Abfiltrierung des Niederschlags von Radium D, E, F befreit und die Emanation unmittelbar vor jeder Registrierung durch Kochen der Lösung ausgetrieben. Da die während einer Registrierung neugebildete Emanationsmenge noch nicht 1 Proz. beträgt, so kommt als radioaktive Substanz bei diesen Versuchen praktisch nur Radium in Betracht. Die Versuche wurden folgenderweise ausgeführt. Auf einen fluoreszierenden Diamant, der in einer passenden Objektkammer montiert war[1]), wurde ein Tropfen Radiumchloridlösung gebracht und darauf ein Deckglas. Die Szintillationen wurden mit dem Zeißschen Apochromatobjektiv 3 mm n. Ap. 1,4 und Kompensationsokular Nr. 2 beobachtet und in der von mir früher beschriebenen Weise registriert. Es wurden immer unmittelbar nacheinander zwei Präparate untersucht, die mit derselben Lösung hergestellt waren, aber verschiedene Schichtdicke besaßen. Einerseits wurde das Deckglas direkt auf den Diamant gelegt, wobei, wie es sich herausstellte, von selbst eine solche Schichtdicke entstand, daß eben nur die Grenzflächenstrahlung der Diamanten- und Glasflächen zum Vorschein kam, die Strahlung der Lösung aber kaum bemerkbar war. Andererseits wurde zwischen Diamant und Deckglas ein Ring aus 0,1 mm Platindraht gelegt, so daß eine Schichtdicke der Radiumchloridlösung von 0,1 mm entstand (Fig. 3). Durch Untersuchung des ersten dünnen Präparats erhält man die Intensität der Strahlungen, welche von den Diamanten- und Glasflächen

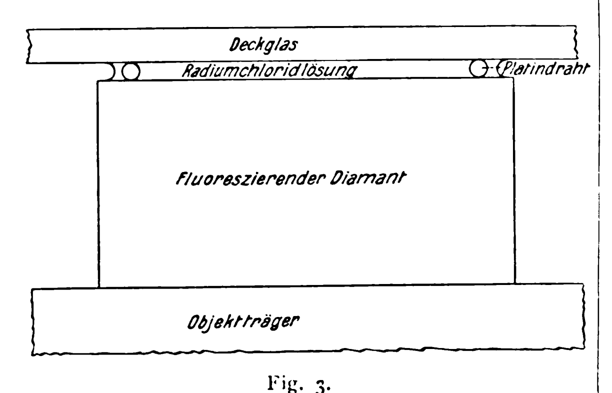


Fig. 3.

ausgesandt wurden und, da dieselben bei gleicher Behandlung der Flächen als annähernd gleich angesehen werden können, die Intensität der Grenzflächenstrahlung des Diamanten. Die Untersuchung des zweiten Präparats liefert die Intensität der Gesamtstrahlung von der Diamantenfläche und der durch die Reichweite der α-Strahlung abgegrenzten etwa 0,06 mm dicken Schicht der Lösung.

1) Vgl. Die Existenz der Moleküle, Leipzig 1912, S. 225.

Wenn ν die Anzahl Szintillationen, welche von der α-Strahlung der Lösung während der Zeit τ innerhalb des Gesichtsfeldes des Mikroskops erzeugt werden, und ν_1 die entsprechende Zahl für die Grenzflächenstrahlung ist, so hat man

$$W_0' = \frac{W_0''}{e^{-\nu_1}},$$

$$W_1' = \frac{W_1''}{\nu_1 e^{-\nu_1}} - W_0' \nu_1,$$

$$W_2' = \frac{W_2''}{e^{-\nu_1}} - W_0' \frac{\nu_1^2}{2!} - W_1' \nu_1,$$

$$W_3' = \frac{W_3''}{e^{-\nu_1}} - \frac{W_0' \nu_1^3}{3!} - \frac{W_1' \nu_1^2}{2!} - W_2' \nu_1,$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$W_n' = \frac{W_n''}{e^{-\nu_1}} - \frac{W_0' \nu_1^n}{n!} - \frac{W_1' \nu_1^{n-1}}{(n-1)!} - \frac{W_2' \nu_1^{n-2}}{(n-2)!} - \cdots W_{n-1}' \cdot \nu_1,$$

wo

$$W_0' \cdots W_n'$$

sich auf die Strahlung im Inneren der Lösung,

$$W_0'' \cdots W_n''$$

sich auf die totale Strahlung der Lösung und der Grenzfläche beziehen.

Die in dieser Weise korrigierten experimentellen Häufigkeitszahlen $W_0' \cdots W_n'$ habe ich mit den nach der Formel (2) berechneten Werten verglichen. Die Übereinstimmung ist innerhalb der Fehlergrenzen der Versuche vollständig.

Aus den experimentellen Untersuchungen geht also, wie es mir scheint, unzweideutig hervor, daß die von dem Inneren einer radioaktiven Lösung emittierte α-Strahlung Schwankungen unterworfen ist, die nicht der einfachen Formel $\frac{\nu^n e^{-\nu}}{n!}$, sondern der Formel (2) gehorchen. Wie ist nun diese Diskrepanz zwischen Experiment und Theorie zu erklären?

E. v. Schweidler weist darauf hin, daß Abweichungen theoretisch zu erwarten sind, „wenn zwar zufällig auftretende, aber nicht unabhängig für jedes einzelne Atom geltende Bedingungen vorhanden sind, z. B. wenn ganze Schwärme von radioaktiven Atomen, die sich an Adsorptionskernen niedergeschlagen haben und mit diesen in der Lösung bewegen, in unregelmäßiger Weise in den wirksamen Bezirk eintreten oder ausbleiben". Um diese Möglichkeit, die von v. Schweidler übrigens unter Reserve angeführt wird, näher zu prüfen, habe ich das

Häufigkeitsgesetz für die von einem dispersen radioaktiven System beliebigen Dispersitätsgrades emittierte α-Strahlung abzuleiten versucht. Betrachten wir also ein System vom Volumen v_1, das aus $a\nu$ Schwärmen radioaktiver Atome, d. h. aus $a\nu$ radioaktiven Teilchen, die in einem flüssigen oder gasförmigen Medium suspendiert sind, aufgebaut ist. Infolge der Brownschen Bewegung wird die Zahl ν der Teilchen, die sich in dem Teilvolumen $v_2 = \frac{v_1}{a}$ befinden, Schwankungen unterworfen sein, und zwar so, daß die Wahrscheinlichkeit für das Vorkommen von n Teilchen gleich $\frac{\nu^n e^{-\nu}}{n}$ ist[1]). In jedem Teilchen zerfallen während der Zeit τ im Mittel ν_1 Atome nach dem Häufigkeitsgesetz $\frac{\nu_1{}^n e^{-\nu_1}}{n}$.

Gesucht: die Wahrscheinlichkeit für das Zerfallen von n Atomen im Volumen v_2 während der Zeit τ.

Wenn die Bewegung der Teilchen sehr lebhaft ist, so besteht offenbar kein Zusammenhang zwischen den Ortsbedingungen für die einzelnen zerfallenden Atome, d. h. in diesem Falle gilt wie für eine molekulare Lösung die Formel $\frac{\nu^n e^{-\nu}}{n}$. Der entgegengesetzte Grenzfall ist, daß die Bewegung der Teilchen so langsam ist, daß während der Zeit τ keine merklichen Ortsänderungen vorkommen[2]). Für diesen Fall ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten

$$w_0' = e^{-\nu} + \frac{\nu e^{-\nu}}{1} \cdot e^{-\nu_1} + \frac{\nu^2 e^{-\nu}}{2} \cdot e^{-\nu_1{}^2} + \\ + \frac{\nu^3 e^{-\nu}}{3} \cdot e^{-\nu_1{}^3} + \cdots = e^{-\nu} \cdot e^{\nu e^{-\nu_1}},$$

$$w_1' = \frac{\nu e^{-\nu}}{1} \cdot \nu_1 e^{-\nu_1} + \frac{2\nu^2 e^{-\nu}}{2} (\nu_1 e^{-\nu_1})^2 + \\ + \frac{3\nu^3 e^{-\nu}}{3} (\nu_1 e^{-\nu_1})^3 + \cdots = \\ = e^{-\nu} \cdot e^{\nu e^{-\nu_1}} \cdot \frac{\nu_1}{1} \cdot \nu e^{-\nu_1},$$

$$w_3' = e^{-\nu} e^{\nu e^{-\nu_1}} \cdot \frac{\nu_1{}^2}{2} [\nu e^{-\nu_1} + (\nu e^{-\nu_1})^2],$$

$$w_3' = e^{-\nu} e^{\nu e^{-\nu_1}} \cdot \frac{\nu_1{}^3}{3} [\nu e^{-\nu_1} + 3(\nu e^{-\nu_1})^2 + (\nu e^{-\nu_1})^3],$$

. . . .

$$w_n = e^{-\nu} e^{\nu e^{-\nu_1}} \cdot \frac{\nu_1{}^n}{n} [k_1 \nu e^{-\nu_1} + k_2 (\nu e^{-\nu})^2 + \\ + k_3 (\nu e^{-\nu_1})^3 + \cdots],$$

$$w_{n+1} = e^{-\nu} e^{\nu e^{-\nu_1}} \cdot \frac{\nu_1{}^{n+1}}{n+1} [k_1' \nu e^{-\nu_1} + k_2'(\nu e^{-\nu_1})^2 \\ + k_3' (\nu e^{-\nu_1})^3 + \cdots],$$

wo

$$k_n' = n k_n + k_{n-1}.$$

Für alle anderen Grade der Lebhaftigkeit der Teilchenbewegung müssen die Häufigkeiten zwischen diesen Grenzwerten liegen, d. h. die Wahrscheinlichkeit für den Zerfall von

o Atomen liegt zwischen

$$e^{-\nu} \quad \text{und} \quad e^{-\nu} e^{\nu e^{-\nu_1}},$$

1 Atomen liegt zwischen

$$\nu e^{-\nu} \quad \text{und} \quad e^{-\nu} e^{\nu e^{-\nu_1}} \frac{\nu_1}{1} \nu e^{-\nu_1}.$$

Ist ν_1 gleich eins, d. h. zerfällt in jedem Teilchen während der Zeit τ im Mittel ein Atom, so erhält man, wenn die Teilchen sich sehr langsam bewegen, die durch (2) ausgedrückten Wahrscheinlichkeiten. Wenn die genaue Gültigkeit dieser Häufigkeitsformel für das Innere einer radioaktiven Lösung als durch das Experiment für ein beliebiges Zeitintervall festgelegt angesehen wird, so folgt aus den obigen Rechnungen, daß die Erscheinung nicht durch permanente radioaktive Schwärme oder Teilchen, die im Lösungsmittel suspendiert sind, verursacht sein kann, denn die Formel (2) gilt für ein solches System nur für das spezielle Zeitintervall, wo $\nu_1 = 1$.

Tatiana Ehrenfest hat in einem interessanten Aufsatz[1]) nachgewiesen, daß die von mir früher[2]) für die Ableitung der Häufigkeitszahlen für eine radioaktive Lösung benutzten Ausgangsformeln „implizite eine gewisse Abhängigkeit zwischen den Konzentrations- und Zerfallsschwankungen" postulieren. Da diese Ausgangsformeln zu den Ausdrücken (2) führen, die wiederum mit den experimentellen Werten gut übereinstimmen, so folgt daraus, daß bei der α-Strahlung in Lösungen eine Abhängigkeit zwischen den Konzentrations- und Zerfallsschwankungen anzunehmen ist. Die Ursache dieser Abhängigkeit bleibt uns aber noch unbekannt. Vielleicht könnte dieselbe durch eine modifizierte Schwarmhypothese derart erklärt werden, daß durch die Tätigkeit der entlang der Bahn des α-Teilchens entstandenen Ionen eine kurzdauernde Anhäufung von radioaktiven Atomen in der Nähe jedes zerfallenden Atoms stattfindet. Eine

1) Vgl. Die Existenz der Moleküle, Leipzig 1912, S. 140.

2) Diese Bedingung war bei meinen Versuchen mit kolloiden Lösungen, l. c. vorige Note, erfüllt.

1) Diese Zeitschr. 14, 675, 1913.

2) l. c.

solche Annahme entbehrt aber noch jeder theoretischen und experimentellen Grundlage.

Upsala, Chemisches Universitätslaboratorium, April 1914.

(Eingegangen 20. April 1914.)

Thermionenströme im hohen Vakuum. (Thermionic Currents in High Vacuum.) II. Die Elektronenemission seitens des Wolframs und die Wirkung von Gasresten. (The Electron Emission from Tungsten and the Effect of Residual Gases[1]).)

Von Irving Langmuir.

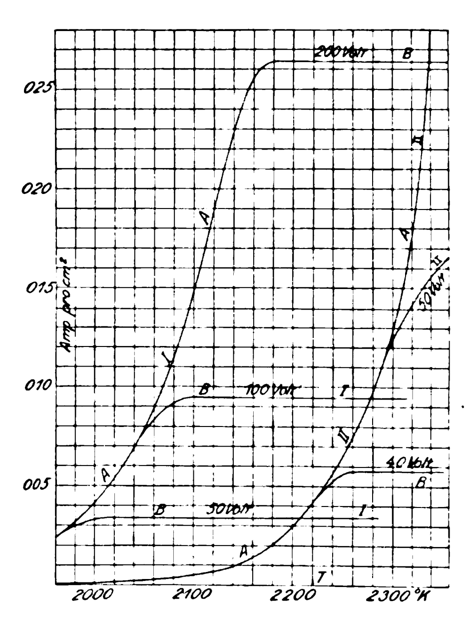
Im ersten Teile meiner Arbeit habe ich nachgewiesen, daß die Kurve, die den Thermionenstrom im hohen Vakuum als Funktion der Kathodentemperatur darstellt, im wesentlichen aus zwei Teilen besteht, nämlich:

1. einem Teil (*A* in Fig. 1), in welchem sich die Stromstärke mit der Kathodentemperatur nach der Gleichung von Richardson ändert, und von Stellung, Größe und Potential der Anode unabhängig ist;

2. einem Teil (*B* in Fig. 1), in welchem die Stromstärke von der Kathodentemperatur unabhängig ist, aber von Größe, Stellung und Potential der Anode abhängt.

Im allgemeinen werden diese Kurventeile beide selbst durch geringe Gasmengen (weniger als 1 μ Druck) sehr stark beeinflußt, aber beide Teile in entgegengesetztem Sinne. Die Gegenwart der meisten Gase setzt die Stromstärke im ersten Teile der Kurve herab, erhöht sie aber im zweiten Teile. In Fig. 1 ist eine Reihe typischer Kurven wiedergegeben. Die Kurven mit der Bezeichnung I zeigen den Thermionenstrom, den man in einem sehr hohen Vakuum (weniger als 0,001 μ Druck) erhält, und die mit II bezeichneten Kurven geben den Strom wieder, den man mit mäßigem Vakuum (Stickstoff unter 2,0 μ Druck) erhält.

Wie wir bereits gesehen haben, wird der Charakter des zweiten Teiles (*B*) der Kurve bestimmt durch die Begrenzung der Stromstärke infolge der seitens der Elektronen erzeugten Raumladung. Die Gegenwart eines Gases mit genügend hohem Anodenpotential führt zur Bildung positiver Ionen und zur teilweisen oder vollständigen Neutralisierung dieser Raumladung, so daß bei hoher Fadentemperatur und gegebenem Anodenpotential die Gegenwart von Gas den Thermionenstrom steigern kann, trotzdem sie die Elektronenemission herabsetzt. Bei Drucken von 1 μ oder darüber ist



Wirkung des Anodenpotentials und der Gasreste auf den Thermionenstrom.

Fig. 1.

die Begrenzung der Stromstärke durch die Raumladung häufig vollständig beseitigt, so daß die Stromstärke dann einzig durch die Elektronenemission seitens der Kathode bestimmt wird.

Von größerem Interesse ist die Wirkung von Gasen, die darin besteht, den Thermionenstrom längs des ersten Kurventeiles *A* zu verringern, da dieser Teil die eigentliche Elektronenemission seitens der Kathode darstellt.

In der vorliegenden Veröffentlichung wollen wir in erster Linie diese Elektronenemission und die Wirkung betrachten, welche Spuren verschiedener Gase auf sie haben.

Elektronenemission seitens reinen Wolframs im „vollkommenen Vakuum".

Eine sehr große Anzahl von Versuchen in äußerst hohem Vakuum hat übereinstimmend zu folgenden Schlüssen geführt:

1. Wenn das Vakuum mehr und mehr verbessert wird, nimmt die Thermionenemission bei gegebener Temperatur immer zu.

2. Von einem gewissen Punkte ab steigert indessen eine weitere Verbesserung des Vakuums die Elektronenemission nicht merklich. Mit anderen Worten: Die Elektronenemission erreicht einen bestimmten Grenzwert.

3. Im höchsten Vakuum folgt die Elektronenemission genau der Richardsonschen Gleichung.

4. Während eines Versuches nimmt bei

[1]) I: diese Zeitschr. 15, 348, 1914.



fortschreitender Verbesserung des Vakuums die „Konstante" b in der Richardsonschen Gleichung

$$i = a\sqrt{T}\,e^{-b/T}$$

auf einen bestimmten Wert ab. Die Kurven und die experimentell gefundenen Punkte, die in Fig. 2 wiedergegeben sind, liefern ein typisches Beispiel. Trägt man $\log\,(i/\sqrt{T})$ als

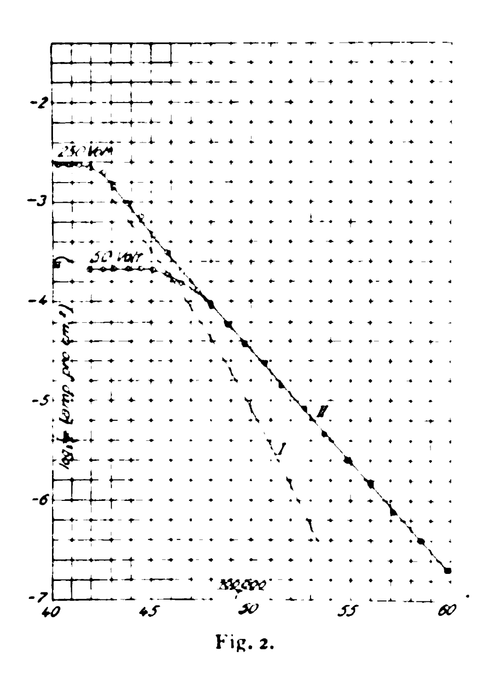


Fig. 2.

Funktion von $(1/T)$ auf, so müßte man eine Gerade erhalten, wenn die Ergebnisse mit der Gleichung von Richardson im Einklang stehen. Die Kurve I zeigt typische Ergebnisse, die erhalten worden sind, ehe alle Gaswirkungen verschwunden waren, während Kurve II die Ergebnisse wiedergibt, die bei einem Versuche mit einem sehr guten Vakuum gewonnen wurden. Die Abweichung der experimentell gefundenen Punkte von der Geraden bei höheren Temperaturen rührt von der Wirkung der Raumladung her.

5. Bei sehr reinem Wolfram im höchsten Vakuum ist der Wert von b 52500, und die Elektronenemission beträgt dann bei 2000° K[1]) 0,0042 Amp. per cm². Das ergibt für a den Wert:

$$a = 23{,}6 \times 10^6.$$

1) Die in dieser Arbeit genannten Temperaturen sind auf Grund der Gleichung

$$T = \frac{11230}{7{,}029 - \log_{10} H}$$

bestimmt worden, wo H die Gesamthelligkeit des Fadens in internationalen Kerzen per cm² projizierter Fläche ist. Nach dieser Skala hat sich der Schmelzpunkt des Wolframs zu 3540° K ergeben.

6. Gewisse nicht flüchtige Verunreinigungen im Wolfram können zu hiervon sehr abweichenden Ergebnissen führen, aber gewöhnliche in dem Faden enthaltene Gase verursachen keinerlei ernste Schwierigkeiten, weil sie beim Erhitzen des Fadens auf hohe Temperaturen sehr schnell abgegeben werden. Es wurden mehrere Proben von ausnehmend reinem Wolframdraht nach verschiedenen Verfahren besonders für diese Messungen hergestellt, und alle liefern sie praktisch identische Ergebnisse.

7. Die Elektronenemission seitens des Wolframs steht gänzlich außer Zusammenhang mit irgendwelchem Zerfall oder irgendwelcher Verdampfung des Metalls. Es wurden starke Elektronenströme Hunderte von Stunden lang erhalten (so beispielsweise in der Röntgenröhre von Coolidge[1])), und zwar ohne irgendwie größeren Verlust an Wolfram seitens der Kathode, als er durch normale Verdampfung ohne das Vorhandensein einer solchen Entladung bedingt wird. Es ist ferner dargetan worden, daß die bei hohen Fadentemperaturen in einem äußerst hohen Vakuum wirklich verdampfenden Wolframatome nicht elektrisch geladen sind (nicht durch ein elektrostatisches Feld abgelenkt werden können), selbst dann nicht, wenn gleichzeitig ein starker Elektronenstrom von dem Faden ausgeht.

8. Im höchsten Vakuum und bei reinem Wolfram zeigt die Elektronenemission keinen Ermüdungseffekt. Nach Hunderten von Stunden bleiben die Werte beider Konstanten der Richardsonschen Gleichung unverändert.

9. Die Elektronenemission im höchsten Vakuum ist gänzlich unabhängig vom Anodenpotential. Coolidge[2]) findet, daß dies selbst bei Potentialen von mehr als 100000 Volt zutrifft.

Bedingungen, unter denen man die normale Elektronenemission erhalten kann.

Wegen Raummangels kann ich die Einzelheiten der Versuche, auf welche die vorstehenden Schlußfolgerungen gegründet sind, hier nicht angeben. Einige der Versuche sind bereits in Physical Review beschrieben worden, und andere sollen in späteren Veröffentlichungen beschrieben werden. Indessen wird eine Besprechung der hauptsächlichsten Vorsichtsmaßregeln, die erforderlich sind, um eine enge Annäherung an die normale Elektronenemission im Vakuum zu erreichen, hier wohl am Platze sein.

1. Der Partialdruck gewisser Gase, besonders des Sauerstoffs und solcher Gase, die Sauerstoff

1) Phys. Rev. (2) **2**. 409, 1913.
2) a. a. O.



enthalten, muß überaus niedrig gehalten werden. Drucke von Sauerstoff oder Wasserstoff, die anscheinend noch niedriger sind als 0,001 μ, verursachen eine ausgeprägte Abnahme der Elektronenemission seitens des Wolframs. Stickstoff auf 0,01 μ Druck verschlechtert ebenfalls die Ergebnisse. Reiner trockner Wasserstoff, Argon oder Quecksilberdampf haben dagegen selbst bei Drucken bis zu 1 μ oder zuweilen gar noch viel höher wenig oder gar keinen Einfluß.

2. Wasserdampf ist besonders störend. Um eine Abnahme der Elektronenemission aus dieser Ursache zu vermeiden, sollte man den ganzen Glasapparat eine Stunde lang oder noch länger bei einer Temperatur von mindestens 360° C austrocknen, und den auf diese Weise in eine Falle getriebenen Wasserdampf in flüssiger Luft kühlen. Alle Schliffe, sowie die Verwendung von Siegellack usw. müssen vermieden werden.

Selbst bei Verwendung der Gaedeschen Molekularpumpe ist es notwendig, den Apparat auszutrocknen und eine Falle mit flüssiger Luft anzuwenden, wenn man gute Ergebnisse haben will.

3. Nachdem man auf diese Weise möglichst viel Wasserdampf aus der Röhre herausgetrieben hat, muß man die Elektroden von Gas befreien. Um dies leichter zu ermöglichen, ist es wünschenswert, als Anode einen Wolframfaden zu verwenden, den man auf hohe Temperatur erhitzen kann. Die Zuleitungen sollten kurz und am besten aus solchem Platin hergestellt werden, das im Vakuum erhitzt worden und auf elektrischem Wege an den Wolframfaden angeschweißt ist. Es ist wünschenswert, diese Anode möglichst nahe an die Kathode heranzubringen, da sonst die Raumladungseffekte die Thermionenstromstärken sehr beschränken, sofern man nicht sehr hohe Potentiale anwendet.

Sollen massive Zylinder oder Platten als Anode benutzt werden, so müssen sie aus Wolfram oder Molybdän sein (das infolge des Herstellungsverfahrens verhältnismäßig frei von Gasen ist) und am besten in einem Wolframrohr-Vakuumofen[1]) erhitzt werden, um weitere Gasspuren auszutreiben. Man kann sie jedoch auch dadurch gasfrei machen, daß man sie einem kräftigen Elektronenbombardement (mit mehreren Tausend Volt) aussetzt und dabei starke Thermionenströme seitens der erhitzten Kathode benutzt, um die Anoden zu heller Glut zu bringen. Dieses Verfahren muß vorsichtig ausgeführt werden, damit nicht schneller Gas entbunden wird, als es durch die Pumpe beseitigt werden kann. Für diesen Zweck ist eine Molekularpumpe besonders vorteilhaft. Wenn mehr Gas entbunden wird, als die Pumpe zu fördern vermag, tritt eine starke positive Ionisierung ein, und die Kathode zerfällt rasch infolge positiven Ionenbombardements.

Die Entfernung des Gases aus dem Kathodenfaden ist einfacher und erfordert nur ein wenige Minuten andauerndes Erhitzen auf eine Temperatur von etwa 2700° K.

4. Die besten Ergebnisse erhält man bei der Messung der Elektronenemission, wenn man die Röhre mit den Elektroden vom Pumpensystem abschmilzt, nachdem so viel Gas wie angängig aus dem Glas und den Elektroden entfernt worden und der Druck bis mindestens auf 0,1 μ erniedrigt worden ist.

Wenn man dann Wolfram aus einem Hilfsfaden (bei 3000° K) in die Röhre hinein verdampfen läßt, kann man alle gewöhnlichen Gase beseitigen und ein Vakuum erhalten, das wahrscheinlich viel höher ist, als es sich durch mechanische Hilfsmittel erreichen läßt[1]). Gleichzeitig kann man den gasfreien Niederschlag von Wolfram, der sich dabei an der Röhrenwand bildet, als ausgezeichnete Anode benutzen. Zu diesem Zwecke muß man zuvor ein Paar Platindrähte in die Röhre eingeschmolzen haben. Das Wolfram schlägt sich auf diesen Drähten ebenso nieder wie auf dem Glase und bildet oft auf dem Glase eine Schicht von so hoher Leitfähigkeit, daß der Gesamtwiderstand zwischen den beiden Platindrähten nicht mehr als 30 bis 40 Ohm beträgt.

Eine Vergrößerung des Stieles, auf dem die Kathode und der Hilfsfaden befestigt sind, wirft einen „Schatten" in den Wolframniederschlag und verhindert die Bildung einer metallisch leitenden Bahn vom Kathodenfaden zum Niederschlag an der Röhrenwand.

5. Während der Messung der Elektronenemission ist es erwünscht, die Röhre so kühl wie möglich zu halten. Die Erzielung übereinstimmender Werte wird dadurch sehr erleichtert, daß man die ganze Röhre in flüssige Luft eintauchen läßt, und zwar nicht nur während der Messungen, sondern auch während der Reinigung von Gasen und der Bildung des Niederschlages an der Röhre seitens des Hilfsfadens.

6. In den meisten Fällen werden, bis die Gasreste durch Verflüchtigung von Wolfram und gründliches Altern der Röhre vollständig beseitigt worden sind, verschiedene Anzeichen für die Gegenwart von Gasen bestehen bleiben. Die wichtigsten dieser Gaseffekte sind folgende:

1) Coolidge, a. a. O.

1) Langmuir, Zeitschr. f. anorg. Chem. **85**, 261, 1914; Proc. Am. Inst. El. Eng. **32**, 1895, 1913.



a) Verschiedene Verzögerungseffekte. Beispielsweise kann nach Veränderung der Kathodentemperatur oder des Anodenpotentials einige Zeit verstreichen, ehe der Strom stetig wird.

b) Selbst bei niedrigen Fadentemperaturen, bei denen die Stromstärke vom Anodenpotential unabhängig sein sollte (*A* in Fig. 1), kann man finden, daß die Stromstärke sich doch mit der Spannung ändert. Zuweilen nimmt sie mit wachsendem Potential ab, häufiger indessen nimmt sie mit wachsendem Potential zu.

c) Bei hohen Fadentemperaturen (*B* in Fig. 1) kann das Vorhandensein von Gasen bewirken, daß die Stromstärke mit der Spannung rascher wächst als deren $^3/_2$te Potenz.

d) Zuweilen kann die Kurve, die i als Funktion von T darstellt, einen oder mehrere scharfe Spitzen oder Knicke aufweisen, mitunter nur bei steigender Temperatur, häufig aber auch bei fallender.

e) Ein blaues Glimmlicht oder eine sichtbare Entladung tritt, selbst bei hoher Spannung mit starken Thermionenströmen, nur dann auf, wenn verhältnismäßig große Gasmengen vorhanden sind. Eine unvollständige Beseitigung des Gases aus der Anode ist die gewöhnliche Quelle derartiger Schwierigkeiten. Unter richtigen Verhältnissen soll bei 200 bis 400 Volt keine sichtbare Entladung vorhanden sein, selbst dann nicht, wenn ein Strom von mehreren Milliampere fließt. Bei Verwendung massiver Anoden, die richtig bei hohen Temperaturen von Gasen befreit worden sind, soll bei keinem Potential ein blaues Glimmlicht vorhanden sein (siehe z. B. die Coolidge-Röhre).

7. Falls man eine kleine Anode, etwa einen Wolframfaden, verwendet, kann man auf Schwierigkeiten infolge einer Anhäufung negativer Ladungen auf dem Glase treffen. Diese Ladungen treten besonders leicht dann auf, wenn man die Röhre in flüssige Luft eintaucht, und haben häufig ein vollkommenes Aufhören des Thermionenstromes zur Folge, wenngleich 300 bis 400 Volt an die Anode angelegt sind. Ein derartiger Effekt hat wahrscheinlich das Verschwinden der Thermionenströme aus Kohle bei niedrigen Drucken bei den Versuchen von Pring verursacht.

In vielen Fällen wird man die Ladung auf dem Glase dadurch, daß man einen positiv geladenen Körper nahe an die äußere Oberfläche der Röhre heranbringt, genügend neutralisieren, um dem Thermionenstrom ein Anwachsen auf seinen normalen Wert zu ermöglichen.

Derartige Effekte verschwinden vollständig, wenn man einen Wolframniederschlag auf der Röhre als Anode verwendet.

Wirkungen niedriger Gasdrucke auf die Elektronenemission.

Ich habe sehr zahlreiche Versuche angestellt, um die Wirkung verschiedener Gase bei Drucken von meist weniger als 2 μ zu erforschen. Die untersuchten Gase waren: Wasserdampf, Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff, Kohlenoxyd, Kohlendioxyd, Phosphin, Phosphordampf, Argon, Quecksilberdampf usw.

Die Versuche wurden für gewöhnlich mit zwei einzelnen Fäden mit einfachem Bügel („Haarnadelfäden") angestellt, die nebeneinander in einer kleinen zylindrischen Röhre angebracht waren; diese Röhre war an ihrem oberen Ende durch ein Glasrohr mit einem Entlüftungssystem verbunden, das im wesentlichen aus einer Toeplerpumpe, einem Mc Leod-Manometer und einem Apparat zur Analyse kleiner Gasmengen bestand. Die Röhre war so angeordnet, daß sie sich während des Versuches vollständig in flüssige Luft tauchen ließ. Außerdem war zwischen die Lampe und das übrige System eine Gasfalle eingeschaltet, und diese blieb für gewöhnlich während des ganzen Versuches in flüssige Luft getaucht. Hähne wurden nicht verwendet. Alle Schliffe waren aus angeschmolzenem Glas. Ein elektrisch geheizter Ofen konnte so über die Lampe gesenkt werden, daß diese während langer Zeiten auf 360° C erhitzt werden konnte. Die auf diese Weise entwickelte Feuchtigkeit und Kohlensäure wurden in die mit flüssiger Luft gekühlte Gasfalle hineingetrieben, und der aus dem übrigen System kommende Quecksilberdampf wurde am Eintritt in die Lampe gehindert.

Die Fäden in der Röhre hatten getrennte Zuleitungen, so daß jeder von ihnen als Kathode benutzt werden konnte, während der andere als Anode diente. Bei einem Versuch wurde als Anode ein großer Zylinder aus Platinfolie benutzt, während bei anderen Versuchen Molybdänzylinder zur Anwendung kamen.

Die Versuche über die Wirkungen von Gasen scheinen alle die nachstehende allgemeine Theorie zu stützen.

Theorie der Wirkung von Gasen auf die Elektronenemission.

Die durch gewisse Gase verursachte Abnahme der Elektronenemission seitens einer heißen Kathode beruht auf der Bildung einer Haut auf der Oberfläche dieser Kathode. Ob diese Haut aus adsorbiertem Gas besteht oder aus

einer chemischen Verbindung des Gases mit der Kathode, ist nicht mit Sicherheit festgestellt, aber die Anzeichen sprechen zumeist zugunsten der letzteren Ansicht. In welchem Maße die Elektronenemission durch die Oberflächenhaut vermindert wird, hängt davon ab, in welcher Ausdehnung die Kathode bedeckt wird. Man muß die Haut oder die Schicht ansehen, als bestehe sie aus einer einzigen Lage von Molekülen oder höchstens aus sehr wenigen Lagen.

Die Ausdehnung, in welcher die Kathode von der Schicht bedeckt wird, hängt von folgenden Faktoren ab:

1. von der Schnelligkeit, mit der sich die Schicht bildet;

2. von der Schnelligkeit, mit der die Schicht zerstört wird. Nur wenn diese beiden Faktoren einander gleich sind, wird die Dicke der Schicht konstant bleiben; anderenfalls wird sich die Elektronenemission mit der Zeit ändern, und man wird gewisse Verzögerungs- oder Ermüdungseffekte beobachten.

Die Schicht kann sich auf folgende Weise bilden:

1. durch Adsorption von Gas an der Oberfläche der Kathode;
2. durch direkte chemische Reaktion zwischen dem Gase und dem Faden;
3. durch Reaktion zwischen dem Faden und positiven Ionen, die mit hinreichender Geschwindigkeit auf ihn auftreffen.

Die Schicht kann durch folgende Ursachen vernichtet werden:

1. durch Verdampfung;
2. durch chemische Zersetzung;
3. durch Kathodenzerstäubung, d. h. durch Beseitigung infolge eines Bombardements durch positive Ionen.

Versuchsergebnisse.

Wasserdampf.

Die ausgeprägte Wirkung ganz geringer Gasdrucke auf die thermionische Emission wurde zum ersten Male beobachtet, als es sich herausstellte, daß die Temperatur der Röhre häufig einen sehr großen Einfluß auf die Stromstärke hat, die man erhält. Bei einem Versuch, bei dem die Röhre (aber nicht das Rohr, das zu der in flüssige Luft tauchenden Gasfalle führt) eine Stunde lang bei 360° C ausgeglüht worden war und kleine Mengen Wasserstoff eingelassen worden waren, worauf dann die Röhre nochmals ausgepumpt worden war, wurde beispielsweise ein Thermionenstrom von 1,1 Milliampere erhalten, während sich der Faden auf 2190° K und die Röhre auf Zimmertemperatur befand. Eine Erwärmung der Röhre durch einfaches Auflegen der Hand verminderte die Stromstärke auf 0,3 Milliampere, während durch Umgeben der Röhre mit Eiswasser die Stromstärke auf 3,8 Milliampere gesteigert wurde. Flüssige Luft lieferte indessen dasselbe Ergebnis wie Eiswasser. Es wurde eine Beobachtung ausgeführt, während die Röhre in flüssige Luft tauchte, und die Konstanten der Richardsonschen Gleichung ergaben sich als

$$a = 20,4 \times 10^6 \text{ Amp. per cm}^2,$$
$$b = 55600.$$

Aus diesen Daten läßt sich die Elektronenemission bei 2000° K zu 0,77 Milliampere per cm² berechnen. Der Bequemlichkeit halber wollen wir diese Größe (nämlich die Elektronenemission bei 2000° K, ausgedrückt in Milliampere per cm²) i_0 nennen. Es bietet große Vorteile, die Versuchsergebnisse durch i_0 und b auszudrücken, statt durch a und b. Eine sehr geringe Änderung von b verursacht eine gewaltige Änderung von a, selbst dann, wenn i_0 konstant bleibt. Es ist daher unmöglich, die Größenordnung der Elektronenemission durch Betrachtung von a allein zu beurteilen.

Nachdem somit i_0 und b bestimmt worden waren, während die Röhre in flüssige Luft eintauchte, wurde die Elektronenemission gemessen, während die Röhre in warmes Wasser (62° C) tauchte; das Ergebnis war:

$$a = 7,7 \times 10^{16},$$
$$b = 105000,$$
$$i_0 = 0,055 \text{ Milliampere per cm}^2.$$

Eine Erwärmung der Röhre verdoppelte also den Wert von b nahezu und verringerte die Elektronenemission bei 2000° K bis auf etwa 7 v. H. ihres ersten Wertes.

Diese Wirkungen können mehrere Tage lang bestehen bleiben, selbst wenn man beständig flüssige Luft auf einer nahe an der Lampe angebrachten Gasfalle beläßt und die Rohrleitung von der Lampe zur Gasfalle einen inneren Durchmesser von 8 bis 10 mm hat. Eine abermalige Erhitzung der Röhre auf 360° C mit darauffolgender Abkühlung, besonders wenn das Rohr zwischen der Röhre und der Gasfalle in flüssiger Luft ebenfalls ausgeglüht wird, beseitigt die Empfindlichkeit der Elektronenemission gegen die Röhrentemperatur. Andererseits hat das Entfernen der flüssigen Luft von der Gasfalle, sei es auch nur für den Bruchteil einer Minute, zur Folge, daß alle diese Effekte mit größerer Intensität als zuvor wieder auftreten.

Aus diesen Tatsachen können wir den Schluß ziehen, daß die Wirkung der Zimmertemperatur auf die Verstärkung der Elektronenemission einzig auf der Entbindung von Wasserdampf unter sehr niedrigem Druck beruht. Daß der-

artige Effekte selbst dort auftreten und bestehen bleiben, wo Vorsichtsmaßregeln zur Beseitigung des Wasserdampfes getroffen werden, ist das beste Anzeichen dafür, daß die Partialdrucke des Wasserdampfes, der diese Wirkungen hervorbringt, äußerst gering sind. Ein Druck des Wasserdampfes von weniger als 0,001 μ hat vermutlich einen ausgesprochenen Einfluß auf die Elektronenemission.

Sauerstoff.

Es ergab sich, daß dieses Gas einen überaus starken Einfluß im Sinne einer Herabsetzung der Elektronenemission hat. Beispielsweise verminderte bei einem Faden von 2100° K die plötzliche Zulassung von 5 μ reinen Sauerstoffs die Elektronenemission augenblicklich von 3,1 Milliampere auf 0,13 Milliampere. Obgleich der Sauerstoff schnell verschwand, betrug doch die Elektronenemission nach 10 Minuten nur 0,9 Milliampere und nach 30 Minuten 2,7 Milliampere. Spätere Messungen sprechen dafür, daß ein Druck des Sauerstoffes von nur 0,001 μ eine deutliche Wirkung auf die Elektronenemission hat.

Bei niedrigem Sauerstoffdruck ergab sich der Wert von b zu 94000.

Die Wirkung des Sauerstoffs, die Elektronenemission zu verringern, ist anscheinend unabhängig vom Anodenpotential. Die Haut, die sich bildet, ist also nicht von einer positiven Ionisierung abhängig.

Es ist dargetan worden[1]), daß Sauerstoff bei niedrigen Drucken mit Wolfram reagiert und WO_3 bildet, und daß bei 2000° K etwa 5 v. H. aller auf die Oberfläche auftreffenden Sauerstoffmoleküle sich mit dem Wolfram zur Bildung von WO_3 vereinigen. Es ist klar, daß auf der Metalloberfläche eine Schicht vorhanden sein muß, die Sauerstoff in irgendeiner Form enthält, denn die Geschwindigkeit der Reaktion ist viel zu groß, als daß sie trimolekular sein könnte, d. h. daß sie auf dem gleichzeitigen Zusammenstoß zweier Sauerstoffmoleküle und eines Wolframatoms beruhen könnte, es sei denn, daß eines der Sauerstoffmoleküle schon auf der Oberfläche vorhanden wäre. Die Dicke einer solchen Schicht muß äußerst gering sein, da ja die optischen Eigenschaften (Wärme- und Lichtstrahlung) durch die Gegenwart von Sauerstoff unter so niedrigen Drucken nicht wahrnehmbar verändert werden.

Stickstoff.

Dieses Gas setzt gleichfalls die Elektronenemission herab, wenngleich nicht so stark wie Sauerstoff (vielleicht $^1/_{10}$ so stark bei demselben Druck). Die Wirkung des Stickstoffs scheint stark vom Anodenpotential und von anderen Faktoren abhängig zu sein, welche die Stärke der positiven Ionisierung bestimmen, die auftreten kann. Im allgemeinen nimmt die Elektronenemission in Stickstoff unter niedrigem Druck ab, wenn das Anodenpotential gesteigert wird. Das rührt wahrscheinlich von der Bildung einer unbeständigen Nitridschicht auf der Oberfläche infolge des Bombardements positiver Stickstoffatomionen her. Ich habe gezeigt[1]), daß Stickstoff das Wolfram bei allen Temperaturen und Drucken nicht merklich angreift, daß es sich aber quantitativ mit allem Wolframdampf verbindet, den der Faden abgibt, und mit ihm WN_2 bildet. Unter dem Einfluß von Thermionenströmen wird indessen, wie sich herausgestellt hat, das Wolfram tatsächlich unter Bildung des Nitrids angegriffen (elektrochemische Stickstoffbeseitigung). Vermutlich bewirkt die hohe kinetische Energie der positiven Stickstoffionen, die auf die Oberfläche auffallen, ihre Vereinigung mit dem Wolfram, trotzdem eine solche sonst nicht erfolgen würde.

Ein Beispiel für einen Versuch mit Stickstoff ist in Fig. 3 wiedergegeben. Die Röhre enthielt zwei Fäden mit je einem Bügel (von je

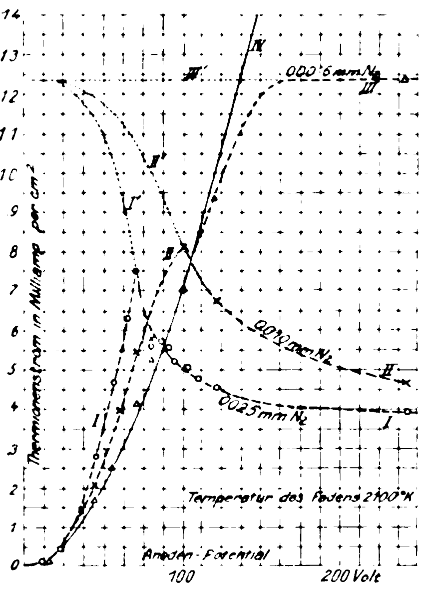


Fig. 3.

etwa 0,3 cm² Oberfläche), von denen der eine als Kathode und der andere als Anode benutzt wurde. Drei Versuche wurden mit einer Tem-

1) Journ. Amer. Chem. Soc. 35, 105, 1913.

1) Zeitschr. f. anorg. Chem. 85, 261, 1914.



peratur des Fadens von 2100° K vorgenommen. Die Kurven I und II wurden mit Stickstoffdrucken von 2,5 μ bzw. 1,0 μ erhalten, während die Kurve III erhalten wurde, nachdem der Druck auf 0,16 μ erniedrigt worden war.

Bei der Vergleichung dieser Kurven mit den Fig. 1 und 2 darf man nicht vergessen, daß die Thermionenstromstärke hier als Funktion des Anodenpotentials gezeichnet ist, und nicht als Funktion der Fadentemperatur. Die beiden Teile der Kurven haben daher ihre Stellung vertauscht. Der scharf ansteigende Teil bei niedrigem Anodenpotential zeigt den durch Raumladung begrenzten Strom, während der horizontale Teil (oder die absteigenden Teile von I und II) die tatsächliche Elektronenemission wiedergeben.

Während des ersten Teiles (Raumladung) besteht die Wirkung des Stickstoffs darin, den Thermionenstrom zu steigern. Dies beruht nicht auf irgendwelcher vermehrten Elektronenemission, sondern einfach darauf, daß durch die Gegenwart positiver Ionen die Wirkung der Raumladung teilweise neutralisiert wird. Bei sehr niedrigen Spannungen hat der Stickstoff anscheinend keine Wirkung, wie dies zu erwarten ist, da keine Ionisierung durch Stoß stattfindet.

Wenn keine Wirkung der Raumladung vorhanden wäre, würde die Stromstärke, selbst bei niedrigem Anodenpotential in einem guten Vakuum durch die Kurve III′ wiedergegeben werden. In Wirklichkeit erreicht sie indessen diesen Sättigungswert erst bei ungefähr 150 Volt.

Bei den Versuchen mit 2,5 μ und 1,0 μ Stickstoff nimmt die Stromstärke nicht zu, wenn das Potential bis auf einen so hohen Wert gesteigert wird, wie bei dem Versuch im Vakuum. In jedem Falle erreicht sie ein scharfes Maximum und nimmt bei weiterer Steigerung des Potentials rasch ab. Das ist ein Zeichen dafür, daß die wirkliche Elektronenemission durch höhere Anodenpotentiale verringert wird. Die Kurven I′ und II′ sind hypothetische Kurven und zeigen die wahrscheinliche Änderung der Elektronenemission in Stickstoff bei niedrigen Anodenpotentialen. In allen drei Kurven unterliegt also die Stromstärke zwei Beschränkungen: durch die Raumladung und durch die Elektronenemission. Im Vakuum ändert sich die durch Raumladung begrenzte Stromstärke mit der $^3/_2$ten Potenz des Anodenpotentials, während die durch Elektronenemission begrenzte vom Potential unabhängig ist. In Stickstoff indessen nimmt der Raumladungsstrom rascher zu als mit der $^3/_2$-Potenz der Spannung, und die Elektronenemission ist nicht konstant, sondern nimmt ab, wenn das Anodenpotential gesteigert wird.

Argon.

Dieses Gas ist besonders wirksam in dem Sinne, daß es die Raumladung verringert, so daß man bei niedrigen Potentialen hohe Stromstärken erhalten kann. Es scheint indessen keinen Einfluß auf die Elektronenemission zu haben. Bei Argondrucken von mehreren Mikron (in einigen Fällen bis zu 100 μ) sind die erhaltenen Sättigungsstromstärken mit den in einem sehr guten Vakuum erhaltenen praktisch identisch. Dies gilt für gewöhnlich selbst dann, wenn eine von einem deutlichen blauen Glimmlicht begleitete starke Ionisierung durch Stoß vorhanden ist. Unter solchen Bedingungen zerfällt indessen die Kathode sehr rasch infolge des Bombardements seitens positiver Ionen. Die Ergebnisse lehren, daß die normale Elektronenemission durch positive Ionisierung, wenn überhaupt, nur wenig beeinflußt wird und von einem Kathodenzerfall völlig unabhängig ist. Bei höheren Stromdichten kann die Kathode stellenweise durch das positive Ionenbombardement erhitzt werden, und genaue Messungen können dann unmöglich werden.

Bei Anwesenheit von 1 oder 2 μ Argon haben beträchtliche Zusätze von Stickstoff oder Sauerstoff nur einen sehr geringen Einfluß auf die Elektronenemission. Das beruht wahrscheinlich auf der schnellen Beseitigung der Oberflächenschichten durch den Kathodenzerfall, obwohl der Einfluß des zerstäubten Wolframs, der darin besteht, den Stickstoff oder den Sauerstoff zu beseitigen, ehe er mit dem Faden in Berührung kommen kann, die Wirkung ebenfalls vergrößern würde.

Das aus dem Faden in Argon zerstäubte Wolfram ist stark negativ geladen und sammelt sich an der Anode oder an dem unmittelbar hinter dieser befindlichen Glas an.

Quecksilberdampf.

In hinreichend reinem Quecksilberdampf erhält man im wesentlichen dieselbe Elektronenemission wie im besten Vakuum, häufig sogar bei Drucken von 100 μ und darüber und bei Potentialen von 200 Volt. Die Thermionenströme können mehrere Zehntelampere und darüber stark sein, allerdings können unter derartigen Verhältnissen quantitative Messungen unzuverlässig sein, weil die Thermionenstromstärke ein großer Bruchteil jener Stromstärke ist, die gebraucht wird, um die Kathode so weit zu erhitzen, daß sie eine ungleichmäßige Temperatur erhält. Bei höheren Drucken und hohen Stromstärken kann unter gewissen Bedingungen die Entladung in einen Lichtbogen übergehen, und dann erfolgt eine stellenweise Erwärmung

der Kathode. Bei niedrigen Drucken des Quecksilberdampfes ist der Zerfall der Kathode infolge positiven Ionenbombardements für gewöhnlich stark ausgeprägt, zumal bei höheren Spannungen.

Selbst unter sehr niedrigen Drucken (0,1 μ und darunter) hat Quecksilberdampf eine sehr ausgeprägte Wirkung insofern, als er die Raumladungswirkungen verringert.

Wasserstoff.

Dieses Gas scheint, wenn es wasserfrei ist, wenig oder gar keine Wirkung auf die Elektronenemission seitens des Wolframs zu haben. Es bedarf eines größeren Druckes an Wasserstoff als an anderen Gasen, um die Raumladungswirkungen merklich zu vermindern.

Verzögerungseffekte.

Bei den meisten Versuchen mit Gasen ließen sich die von den Gasen hervorgerufenen Wirkungen reproduzieren und waren konstant, so lange der Gasdruck konstant war. Daß die Vorgeschichte des Fadens keinen sichtbaren Einfluß hatte, wurde durch häufige Vertauschung des Anoden- und des Kathodenfadens dargetan. Eine solche Vertauschung verursachte keine Änderung in der Thermionenstromstärke, selbst dann nicht, wenn einer der Fäden eine durchaus andere Behandlung erfahren hatte als der andere. Auf diese Weise ergab sich, daß die Mengen der in dem Kathodenfaden enthaltenen oder von ihm absorbierten Gase in den meisten Fällen zu vernachlässigen waren, soweit irgendeine Einwirkung auf die Elektronenemission in Frage kam.

Unter gewissen Bedingungen wurden indessen Verzögerungseffekte beobachtet, insbesondere bei Anwesenheit von Gasen unter äußerst niedrigen Drucken, wie sie etwa von einer Anode abgegeben werden, die nicht richtig gasfrei gemacht worden ist. Diese Effekte liefern den schlagendsten Beweis für die Richtigkeit der Theorie, daß gewisse Gase Oberflächenhäute hervorbringen und dadurch die Elektronenemission verringern. Einige der beobachteten Verzögerungseffekte waren folgende:

1. Nach Steigerung der Fadentemperatur nahm die Elektronenemission mehrere Sekunden oder gar Minuten lang weiter zu, und bei Verminderung der Temperatur trat eine langsame Änderung im entgegengesetzten Sinne ein.

2. Bei plötzlicher Steigerung des Anodenpotentials (oder der Fläche) blieb die Elektronenemission zunächst mehrere Sekunden lang konstant, ging dann allmählich zu einem höheren Werte (oder zuweilen zu einem niedrigeren Werte) über und wurde schließlich konstant. Bei Erniedrigung des Anodenpotentials trat das Entgegengesetzte ein.

3. Ließ ich den Faden sich abkühlen, und blieb dieser selbst lange Zeit hindurch auf Zimmertemperatur, so kehrte nach erneutem Zünden des Fadens die Elektronenemission auf denselben Wert zurück wie vorher. Wenn dagegen während ebenso langer Zeit das Anodenpotential abgeschaltet, der Faden aber heiß erhalten wurde, so war die Elektronenemission bei Wiederanlegung des Anodenpotentials eine ganz andere.

Es ist ohne weiteres ersichtlich, daß sich diese Effekte leicht aus der Annahme erklären lassen, daß eine Schicht bei hohen Temperaturen rascher abzudestillieren strebt als sie gebildet wird, bei niedrigen Temperaturen aber weniger rasch, als sie gebildet wird. Das Anodenpotential beeinflußt die Dicke der Schicht dadurch, daß sie das Bombardement seitens der positiven Ionen verändert, durch das die Schichtdicke entweder erhöht oder verringert werden kann. Wenn diese Änderung der Schichtdicke eine merkliche Zeit erfordert, beobachtet man Verzögerungseffekte.

Allgemeine Bemerkungen über die Wirkungen der Gase.

Gase, die gegen Wolfram chemisch inert sind, beeinflussen die Elektronenemission seitens des Wolframs nicht.

Alle chemisch aktiven Gase verringern die Elektronenemission, und zwar wahrscheinlich durch die Bildung einer Oberflächenschicht. Selbst während der Bildung dieser Schicht verursacht die chemische Reaktion niemals eine merkliche Zunahme der Elektronenemission.

Alle Gase neutralisieren, selbst bei Drucken von weniger als 1 μ, die Raumladung der Elektronen mehr oder weniger vollkommen, und gestatten daher die Messung der Elektronenemission bei höheren Fadentemperaturen, ohne die Verwendung sehr hoher Spannungen erforderlich zu machen.

Eine positive Ionisierung, oder selbst eine leuchtende Glimmentladung bei niedrigen Drucken, erhöht normalerweise den von reinem Wolfram ausgehenden Thermionenstrom nicht über die Stärke des Sättigungsstromes hinaus, den man in einem hohen Vakuum erhält.

Die Gegenwart chemisch aktiver Gase verringert die Elektronenemission seitens des Wolframs bei niedrigen Temperaturen verhältnismäßig viel stärker als bei hohen. Mit anderen Worten: die von diesen Gasen gebildeten Ober-

flächenschichten haben bei hohen Temperaturen das Bestreben, abzudestillieren.

In Gegenwart aktiver Gase folgen die Thermionenströme für gewöhnlich der Richardsonschen Gleichung nicht genau, obwohl sie ihr in einem hohen Vakuum sehr genau folgen.

Elektronenemission seitens anderer Substanzen.

Ich habe viele Versuche mit anderen Materialien angestellt, nämlich mit Tantal, Molybdän, Platin, Kohle und einigen Legierungen. Die Messungen sind einstweilen vorläufiger Art, sie deuten aber darauf hin, daß man bei geeigneten Vorsichtsmaßregeln bei all diesen Substanzen selbst im besten Vakuum verhältnismäßig starke Elektronenemissionen erhält, und daß in jedem einzelnen Falle die Gase entweder keinen Einfluß haben, oder aber die Elektronenemission, wie beim Wolfram, erniedrigen. Genauere Messungen an diesen Substanzen sind im Gange und werden vermutlich veröffentlicht werden.

Allgemeine Schlußfolgerungen.

Die in der vorliegenden Arbeit geschilderten Ergebnisse liefern offenbar den bündigen Beweis dafür, daß die Elektronenemission seitens des Wolframs bei hoher Temperatur in einem hochgradigen Vakuum eine spezifische Eigenschaft des reinen Wolframs ist und kein auf der Gegenwart von Gasen oder von Verunreinigungen in dem Metall beruhender sekundärer Effekt.

Die wahrscheinlichen Gründe dafür, daß es Pring und Parker nicht gelungen ist, in einem guten Vakuum Ströme zu erhalten, habe ich bereits erörtert, und zwar habe ich sie auf Raumladungseffekte und auf die Aufladung der Gefäßwände zurückgeführt. Die ähnlichen Ergebnisse anderer Forscher beruhen bis zu einem gewissen Grade wahrscheinlich auf eben diesen Ursachen, häufig aber auch darauf, daß es nicht gelungen ist, gewisse Gase, besonders Wasserdampf und Kohlenwasserstoffdämpfe, zu beseitigen. Weiter scheint fast allgemein die Meinung bestanden zu haben, daß die niedrigsten Werte der Thermionenströme immer die zuverlässigsten seien, und daß die Gegenwart von Gasen die Ströme immer steigern würde, und zwar sowohl wegen der Elektronenemission infolge chemischer Wirkung, als auch wegen der Ionisierung durch Stoß. Wie man bemerken wird, weisen die Ergebnisse der vorhergehenden Untersuchung darauf hin, daß beim Wolfram gegenüber dem starken Einfluß chemisch aktiver Gase im Sinne einer Verringerung der Elektronenemission diese Effekte beide durchaus zu vernachlässigen sind.

Um ein Beispiel anzuführen, hat man allgemein geglaubt, daß die große Abnahme in der Elektronenemission seitens des Platins, die auftritt, wenn man Sauerstoff zuläßt, von der Entfernung des Wasserstoffs herrühre. Die niedrigen Werte, die man dabei erhält, hat man für die normale Elektronenemission seitens des Platins angesehen[1]). Fredenhagen[2]) hat indessen gezeigt, daß der Sauerstoff mehr tut, als daß er einfach den Wasserstoff aus dem Platin entfernt. Fredenhagen folgert daraus, daß keine der bisherigen Messungen der Elektronenemission seitens des Platins etwas anderes geliefert hat als sekundäre Effekte.

Neuerdings hat sich ein ähnlicher Skeptizismus in bezug auf das Vorhandensein eines wahren photoelektrischen Effektes im vollkommenen Vakuum fühlbar gemacht.

Pohl und Pringsheim[3]) werden durch ihre Versuche zu der Ansicht gebracht, daß der normale photoelektrische Effekt bei den Alkalimetallen durch chemische Reaktionen zwischen dem Metall und Gasresten sehr stark erhöht wird. Sie meinen, daß der ganze Effekt vielleicht auf derartigen Ursachen beruhen könne. Fredenhagen[4]) zieht aus seinen Versuchen und aus denen von Küstner[5]) endgültig den Schluß, daß der photoelektrische Effekt am Zink praktisch vollständig verschwindet, wenn die Gase hinreichend beseitigt werden.

Wiedmann und Hallwachs[6]) sind kürzlich zu einem ähnlichen Schlusse hinsichtlich des photoelektrischen Effekts am Kalium gelangt. Sie sagen: „Das Ergebnis dieser Versuche ist, daß die große Lichtelektrizität des Kaliums sich erklärt durch die bedeutende Gasaufnahme dieses Körpers, daß Vorhandensein von Gas eine notwendige Bedingung merklicher Lichtelektrizität ist."

Diese Folgerungen weichen vollständig von den Ergebnissen ab, die Herr Dushman im hiesigen Institut für den photoelektrischen Effekt am Kalium erhalten hat. Herr Dushman findet, daß bei wiederholtem Destillieren in einem sehr hochgradigen Vakuum (Gaedesche Molekularpumpe) der photoelektrische Effekt bestehen bleibt und sogar bei Annäherung an ein vollkommenes Vakuum (Drucke von weniger als 0,001 μ) noch zunimmt. Die Anwesenheit chemisch aktiver Gase setzt die Elektronenemission herab. Herr Dushman wird seine Ergebnisse bald veröffentlichen.

1) H. A. Wilson, Phil. Trans. **202**, 243, 1903.
2) Leipz. Ber. **65**, 42. 1913.
3) Diese Zeitschr. **14**, 1112, 1913.
4) Diese Zeitschr. **15**, 65, 1914.
5) Diese Zeitschr. **15**, 68, 1914.
6) Ber. d. D. Phys. Ges. **16**, 107, 1914.

Ich selbst habe einige ähnliche Beobachtungen beim photoelektrischen Effekt an reinem Wolfram (im Vakuum destilliert) gemacht. Ich bin daher fest überzeugt, daß dieselben Faktoren, welche den Thermioneneffekt beeinflussen, auch den photoelektrischen Effekt bestimmen, und ich glaube, daß man die „sekundaren Effekte" als die Ursache der erwähnten, abnorm niedrigen Ergebnisse ansehen muß und nicht als die Ursache des photoelektrischen Effektes selbst.

Die Hauptschwierigkeit, die sowohl bei den Versuchen von **Küstner** als auch bei denen von **Wiedmann** und **Hallwachs** anscheinend übersehen worden ist, liegt in der nur bei äußerst niedrigen Temperaturen zutage tretenden Neigung der Glasoberflächen in der Nähe des bestrahlten Metalls, durch die emittierten Elektronen negativ geladen zu werden. Diese Effekte gewinnen eine große Bedeutung bei so niedrigen Drucken, daß die mittlere freie Weglänge der Elektronen größer wird als die Entfernung von der Kathode zur Oberfläche des Glases. Diese Aufladung von Glasflächen wird häufig durch elektrische Schwingungen verursacht, wie solche durch eine Funkenentladung hervorgerufen werden, und eine einmal aufgetretene Ladung kann lange Zeit hindurch bestehen bleiben. Bei den Versuchen von **Küstner** wurde eine Glimmentladung zur Beseitigung von Gasen benutzt, und bei denen von **Wiedmann** und **Hallwachs** diente eine Hochspannungsentladung zur Schätzung des Entluftungsgrades.

In einem äußerst hohen Vakuum werden die Glasoberflächen auf mindestens 1—2 Volt (und oft noch viel höher) negativ gegen die Kathode aufgeladen. Eine Anode von der geringen Größe und dem niedrigen Potential, wie **Wiedmann** und **Hallwachs** sie benutzt haben, würde nach meiner Erfahrung nicht ausreichen, um das entgegenwirkende Feld, das durch die größere Glasoberfläche erzeugt wird, aufzuheben.

Zusammenfassung.

1. Es wird theoretisch und experimentell gezeigt, daß die gegenseitige Abstoßung der Elektronen (Raumladung) in einem von positiven Ionen freien Raume die Stärke des von einer heißen Kathode zu einer kalten Anode fließenden Stromes begrenzt. Für parallele ebene Elektroden von unendlicher Ausdehnung, die um die Strecke x voneinander getrennt sind, und zwischen denen eine Potentialdifferenz V besteht, ist die maximale Stromstärke (per Flächeneinheit), die fließen kann, wenn keine positiven Ionen zugegen sind,

$$i = \frac{\sqrt{2}}{9\pi}\sqrt{\frac{e}{m}}\cdot\frac{V^{3/2}}{x^2}.$$

Für den analogen Fall eines unendlich langen heißen Drahtes, der konzentrisch im Innern einer zylindrischen Anode vom Halbmesser r angeordnet ist, ist die maximale Stromstärke per Längeneinheit

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{9}\sqrt{\frac{e}{m}}\frac{V^{3/2}}{r\beta^2},$$

wo β sich, je nach dem Halbmesser des Drahtes, zwischen 0 und 1 bewegt, aber für alle Drähte, deren Durchmesser kleiner als $^1/_{20}$ des Durchmessers der Anode ist, außerordentlich nahe an 1 liegt.

2. Bei Anwesenheit von Gas auf Drucken von mehr als 1 μ, und bei Spannungen von mehr als 40 Volt findet für gewöhnlich eine ausreichende Erzeugung positiver Ionen statt, um die Raumladung stark zu vermindern und somit das Fließen eines stärkeren Stromes zu ermöglichen, als die vorstehenden Gleichungen angeben.

3. Es wird gezeigt, daß, im Gegensatz zu der gewöhnlichen Ansicht, die allgemeine Wirkung sehr niedriger Gasdrucke darin besteht, die Elektronenemission seitens eines glühenden Metalls **herabzusetzen**.

4. Diese Wirkung ist bei tiefen Temperaturen besonders stark ausgeprägt. In den meisten Fällen verschwindet sie wahrscheinlich bei sehr hohen Temperaturen.

5. Die Konstante b der **Richardson**schen Gleichung

$$i = a\sqrt{T}\cdot e^{-b/T}$$

wird beim Wolfram stets erhöht und die Elektronenemission stets erniedrigt, wenn Sauerstoff, Stickstoff, Wasserdampf, Kohlenoxyd oder Kohlendioxyd zugeführt wird. Argon, Quecksilberdampf und Wasserstoff haben dagegen bei keiner Temperatur einen Einfluß auf die Elektronenemission.

6. Der normale Thermionenstrom aus dem Wolfram in einem „**vollkommenen**" Vakuum folgt der **Richardson**schen Gleichung genau. Die Konstanten sind annähernd:

$$a = 23{,}6 \times 10^6,$$
$$b = 52\,500.$$

Das entspricht einer Stromstärke von 0,0042 Ampere per cm^2 bei 2000^0 K.

7. Die Wirkung des Stickstoffs, den Thermionenstrom aus dem Wolfram zu verringern, hängt vom Anodenpotential ab. In vielen Fällen erhält man mit 240 Volt einen schwächeren Strom als mit 120 Volt. Beim Sauerstoff scheint die Wirkung vom Anodenpotential unabhängig zu sein.

8. Die nachstehende Theorie scheint die meisten der beobachteten Erscheinungen zu erklären und steht anscheinend mit keiner in Widerspruch:

Die Wirkung von Gasen, die Sättigungsstromstärke zu ändern, beruht auf der Bildung unbeständiger Verbindungen an der Oberfläche des Drahtes. In den beobachteten Fällen setzt das Vorhandensein der Verbindung die Elektronenemission herab. In welcher Ausdehnung die Oberfläche von der Verbindung bedeckt wird, hängt davon ab, wie schnell sich die Verbindung bildet, und wie schnell sie von der Oberfläche beseitigt wird. Die Verbindung kann auf der Oberfläche direkt durch Reaktion mit dem Gase (beispielsweise mit Sauerstoff) gebildet werden, oder dadurch, daß das Metall hauptsächlich mit positiven Ionen reagiert, die auf die Oberfläche auftreffen (Stickstoff). Die Verbindung kann von der Oberfläche durch Zersetzung, durch Verdampfung oder durch Kathodenzerstäubung (d. h. durch Austreibung infolge des Bombardements seitens positiver Ionen) beseitigt werden.

9. Es werden die Versuchsbedingungen erörtert, die vorhanden sein müssen, wenn es gilt, die Thermionenströme im hohen Vakuum möglichst leicht zu untersuchen. Es wird gezeigt, daß die Ursache dafür, daß andere Forscher gefunden haben, daß die Thermionenströme mit zunehmender Reinheit der Kathode und fortschreitender Verbesserung des Vakuums abzunehmen streben, wahrscheinlich darin zu suchen ist, daß sie diese Bedingungen nicht beobachtet haben.

10. Es wird der Schluß gezogen, daß bei geeigneten Vorsichtsmaßregeln die Elektronenemission seitens eines glühenden, festen Körpers in einem sehr hochgradigen Vakuum (bei Drucken von weniger als 10^{-6} cm) eine wichtige spezifische Eigenschaft der Substanz ist und nicht auf sekundären Ursachen beruht.

Zum Schlusse möchte ich den Herren S. P. Sweetser und William Rogers, welche die experimentelle Seite dieser Untersuchung zum größten Teil ausgeführt haben, für ihre wertvolle Hilfe meinen herzlichen Dank aussprechen.

Forschungslaboratorium der General Electric Company, Schenectady, N. Y.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 20. April 1914.)

Die Wirkung der Raumladung auf Thermionenströme im hohen Vakuum.

(Zu dem gleichnamigen Aufsatz von I. Langmuir.)

Von W. Schottky.

In einem kürzlich in dieser Zeitschrift erschienenen Aufsatz[1]) bemerkt I. Langmuir: „Die Theorie der Elektronenleitung in einem von allen positiven Ladungen oder Gasmolekülen leeren Raume scheint auffallend vernachlässigt worden zu sein". Wenn darin ein gewisser Vorwurf für die Theoretiker liegt, so trifft er doch nicht in dem Maße zu, wie Langmuir nach der vorhandenen Literatur annehmen mußte. Schon im Sommer 1912 war ich bei der Reproduktion lichtelektrischer Versuche auf Potentialschwellen, die sich durch die übergehenden Ladungen ausbilden können, aufmerksam geworden und hatte die Langmuirschen Hauptgleichungen (7) und (20) — letztere durch direkte Integration von (11) unter Einsetzung der angenäherten Anfangsbedingungen $V = 0$, $\frac{dV}{dr} = \infty$ für $r = 0$ — abgeleitet. Ich dachte zunächst daran, diese Gleichungen zu einer Bestimmung von $\frac{e}{m}$ zu verwenden, weshalb ich sie Ende Oktober 1912 in der Form

$$\frac{e}{m} = \text{const} \cdot \frac{i^2 l^4}{V^3} \qquad (7')$$

(l Plattenabstand) und

$$\frac{e}{m} = \text{const} \cdot \frac{i^2 r^2}{V^3} \qquad (20')$$

(r Radius des Auffangzylinders)

dem Direktor des Physikalischen Instituts in Jena, wo ich damals arbeitete, vorgelegt habe. Die experimentelle Prüfung der Gleichung (20), bei der allmählich die Bestimmung von $\frac{e}{m}$ in den Hintergrund trat und die Aufnahme der vollständigen Stromspannungskurve — auch bei verzögernden Potentialen — bei konstanter Glühtemperatur des emittierenden Drahtes zur Hauptaufgabe wurde, zog sich durch das Jahr 1913, die exaktere Rechnung für die verschiedenen Gebiete bis jetzt hin, so daß mir Langmuir mit der Veröffentlichung der Annäherungsgleichungen für beschleunigende Potentiale zuvorgekommen ist.

Doch stellt sich heraus, daß bei der gleichzeitigen Behandlung des Raumladungsproblems von amerikanischer und deutscher Seite von

1) Diese Zeitschr. **15**, 348—353, 1914; ausführlicher: Phys. Rev. (2) **2**, 450, 1913.

selbst eine ganz gute Arbeitsteilung eingetreten ist. Während Langmuir mit Hilfe eines großen Speziallaboratoriums und experimenteller Mitarbeiter die Prüfung der Drahtzylinder-Stromspannungskurve bei vorzüglichen Vakuumanordnungen bis zu den höchsten Strömen und Potentialen, wo die theoretischen Bedingungen für Gl. (20) sehr genau erfüllt sind, durchführen konnte, war ich im wesentlichen auf Messungen unterhalb des Ionisierungspotentials des Wasserstoffs, den ich als Restgas verwendete, angewiesen; da in diesem Gebiet die Anfangsgeschwindigkeiten noch eine verhältnismäßig große Rolle spielen, wurde ich von selbst dazu geführt, nach einer theoretischen Berücksichtigung der Anfangsgeschwindigkeiten zu suchen und auch den Übergang in jenes Gebiet der (verzögernden) Potentiale, wo nur die Anfangsgeschwindigkeiten maßgebend sind, zu verfolgen.

In einer demnächst in den Annalen der Physik erscheinenden Arbeit stelle ich im Gebiet stärkerer verzögernder Potentiale für den Strom vom Glühdraht zum Zylinder die der Richardsonschen Aufladungsgleichung für die Ebene, $i = e^{-\frac{e}{kT}V}$, entsprechende Beziehung auf, gebe an, in welchem Potentialgebiet diese Beziehung infolge des Auftretens von Potentialschwellen aufhört, gültig zu sein, und zeige, daß das Experiment für Kohle und Wolfram beide Beziehungen recht gut bestätigt.

In einer weiteren Veröffentlichung werde ich sodann für ebene Anordnungen eine genaue Berechnung des Potentialverlaufs zwischen den Elektroden und eine Formel für die Stromspannungskurve bei beliebigen beschleunigenden oder verzögernden Potentialen aufstellen, unter der Annahme, daß die Teilchen und Maxwellschen Geschwindigkeiten austreten und unter Berücksichtigung auch der durch die umkehrenden Ionen verursachten Raumladung. Auch der Fall des thermischen Gleichgewichts zwischen zwei emittierenden Elektroden wird dort mit denselben Ansätzen wie für den stationären Strom behandelt werden. — An Stelle der Child-Langmuirschen Beziehung (7)

$$i = \frac{\sqrt{2}}{9\pi}\sqrt{\frac{e}{m}}\,\frac{V^{3/2}}{l^2}$$

für den höchsten Strom, der bei dem Potential V zwischen zwei Platten vom Abstand l fließen kann, setze ich die genauere Beziehung

$$i = \frac{\sqrt{2}}{9\pi}\sqrt{\frac{e}{m}}\left(\frac{kT}{\pi e}\right)^{3/2}(\sqrt{\mathfrak{n}}-1)(\sqrt{\mathfrak{n}}+2)^2(l-d)^2,$$

wobei

$$\mathfrak{n} = 1 + \pi \cdot \log\text{nat}\,\frac{s}{i} + \frac{\pi e}{kT}V$$

gesetzt ist (s Sättigungsstrom) und d die Entfernung der Ebene des auftretenden Potentialminimums von der emittierenden Platte bedeutet, die mit großer Genauigkeit durch die Gleichung bestimmt wird:

$$d = \frac{\sqrt{\frac{m}{e}}\sqrt{\frac{1}{i}}\cdot\left(2\frac{kT}{\pi m}\right)^{3/4}}{3 - \frac{\frac{i}{i}}{s\sqrt{1+\pi\log\text{nat}\frac{s}{i}}}}\cdot\text{arctg}\sqrt{\frac{s}{i}-1}\,.$$

Für Elektronen folgt aus diesen Formeln, daß bei Plattenabständen von wenigen Millimetern selbst bei größeren beschleunigenden Potentialen der wirkliche Strom beträchtlich größer sein kann als der aus (7) berechnete. In einem vollständig durchgerechneten Beispiel für Wolfram, in dem $T = 2200$, $s = 10^{-2}$ Amp., $l = 0{,}2$ cm gesetzt ist — es wird hier die Sättigung etwa bei 29 Volt erreicht —, finde ich das zu irgendeinem Strom $i < s$ gehörige Potential V zwischen $V = 5$ und $V = 29$ Volt durchweg fast genau um 2,3 Volt kleiner, als das aus Formel (7) berechnete, was bei gegebenem Potential Stromdifferenzen von 10 bis 40 Proz. entspricht.

Wie weit bei zylindrischer Anordnung und beschleunigenden Potentialen meine experimentellen Ergebnisse neben den Resultaten der Amerikaner Geltung haben werden, vermag ich nach den bis jetzt von Langmuir gemachten Angaben nicht zu beurteilen. Wenn, wie es den Anschein hat, die dortigen Forscher sich auch experimentell auf hohe Potentiale beschränkt haben, so werden meine Messungen, die mit unterbrochenem Heizstrom angestellt wurden und wegen der dadurch ermöglichten genauen Potentialbestimmung besonders für schwache Potentialdifferenzen geeignet waren, voraussichtlich — ganz abgesehen von Prioritätsfragen — einige Beachtung beanspruchen können. Die von mir erhaltenen Kurven — untersucht wurden Wolfram-, Tantal- und Kohledrähte in Zylindern von 9 bis 28 mm Durchmesser mit Sättigungsströmen bis $2 \cdot 10^{-3}$ Amp. per cm Glühdraht — zeigen, entsprechend dem bei ebener Anordnung rechnerisch ermittelten Gesetz, bis herab zu etwa 3 Volt gegenüber der nach der Näherungsformel (20) gezeichneten Kurve nur eine gleichmäßige Verschiebung nach niedrigeren Potentialen; die Verschiebung ist, wie zu erwarten, kleiner als bei dem für die Ebene berechneten Beispiel, da die Elektrodenentfernungen größer sind und überhaupt bei zylindrischer Anordnung die Anfangsgeschwindigkeit eine geringere Rolle spielt als in der Ebene.

Was die exaktere Berechnung der Stromspannungskurve bei zylindrischer Anordnung und

beschleunigenden Potentialen betrifft, so haben ja bereits Langmuir und Adams in einer scharfsinnigen Analyse nachgewiesen, daß der Ersatz des Anfangsgradienten o und der Anfangsgeschwindigkeit o durch Gradienten und Geschwindigkeiten, wie sie der Lösung (20) für $r = a$ entsprechen, bei genügend großen Radienverhältnissen keine merkliche Änderung der Beziehung zwischen Strom und Spannung hervorruft; ähnliches wird man herab bis zu etwa 5 Volt von dem Einfluß der in Wirklichkeit vorhandenen thermischen Anfangsgeschwindigkeiten behaupten können. Eine Korrektur wird aber notwendigerweise angebracht werden müssen: dadurch, daß sich direkt vor dem Glühdraht ein Potentialminimum ausbildet, dessen Tiefe vom Verhältnis des übergehenden Stromes i zum Sättigungsstrom s abhängt, ist das Potential des Glühdrahtes (bei Annahme Maxwellscher Emission) um $\frac{kT}{e} \log \text{nat} \frac{s}{i}$ el.-stat. Einheiten höher, der Potentialunterschied zwischen Zylinder und Glühdraht um eben so viel geringer, als es der Langmuirschen Formel entspricht. Für Ströme, die erst bei 1200 Volt gesättigt sind, müßte bei 30 Volt, der unteren Gültigkeitsgrenze von Formel (20) nach Langmuir, diese Korrektur bereits über 1 Volt betragen; es wäre mir sehr erwünscht, wenn Herr Langmuir seine Beobachtungen noch einmal speziell auf dieses Korrektionsglied hin, das den rein thermischen Charakter der Erscheinungen bestätigen würde, durchsehen wollte[1]).

Zum Schluß noch eine Bemerkung über die Elektronenströme zwischen beliebig gestalteten Elektroden. Nach Langmuir ändert sich ganz allgemein die maximale Elektronenstromstärke zwischen beliebig gestalteten Elektroden wie $V^{3/2}$. Das ist nach meiner Ansicht nicht zutreffend. Bedingung für die Gültigkeit dieser Beziehung ist vielmehr, daß die Geschwindigkeiten der Teilchen überall senkrecht zu den Potentialflächen, vor allem senkrecht zur Auffangelektrode gerichtet sind, was bei beliebigen Grenzflächen nicht zutrifft. So muß in Gleichung (2) (l. c. S. 352) $i = \varrho \cdot v_r$ stehen, wobei v_r die zu den Äquipotentialflächen senkrechte Komponente der Geschwindigkeit ist; dies ist aber eine andere Größe als die in Gleichung (1)

$$\frac{1}{2} m v^2 = V e$$

auftretende resultierende Geschwindigkeit v. Nach meiner Auffassung gilt das $V^{3/2}$-Gesetz nur für parallele Ebenen, koaxiale Zylinder und konzentrische Kugelflächen.

Steglitz, den 27. April 1914.

(Eingegangen 30. April 1914.)

1) Wenn jetzt wirklich Formel (20) zu einer Bestimmung von $\frac{e}{m}$ verwendet werden sollten — Herr Dushman (Phys. Rev. (2) 3, Februar 1914) hält es für möglich, daß diese Methode genauere Resultate liefert als die bisherigen —, so würde bei aller experimenteller Exaktheit die Nichtberücksichtigung dieses Gliedes Fehler von 2 Proz. und darüber im berechneten Wert von $\frac{e}{m}$ bewirken können.

Experimentaluntersuchungen über die magnetischen Strahlen in verschiedenen Gasen und Gasgemischen. I.
(Ricerche sperimentali sui raggi magnetici in diversi gas e miscugli gassosi.)[1])

Von Augusto Righi.

Autoreferat.

Einleitung.

Während der Veröffentlichung meiner verschiedenen Mitteilungen und Arbeiten über die magnetischen Strahlen[2]) und hinterher haben sich verschiedene Physiker mit diesem Gegenstande beschäftigt. Unter diesen nenne ich die Herren More und Rieman[3]), die zwar jene meiner Versuche bestätigt finden, die sie wiederholt haben, und größtenteils meine Hypothesen annehmen, aber abweichende Effekte erhielten, als sie die Luft durch andere Gase ersetzten.

In einer kurzen Erwiderung[4]) habe ich ernstliche Zweifel an der Tragweite der Ergebnisse dieser Physiker geäußert, habe mir indessen vorbehalten, auch meinerseits die Versuche mit verschiedenen Gasen zu wiederholen, sobald ich die Untersuchungen beendet haben würde, mit denen ich damals gerade beschäftigt war.

Dies habe ich nun endlich ausführen können, und so lege ich denn in der vorliegenden Mitteilung meine Ergebnisse dar, aus denen hervorgeht, daß jene von mir gehegten Zweifel begründet waren. Auf diese Ergebnisse habe ich an anderer Stelle[5]) bereits kurz hingewiesen und dort auch eine neue Mitteilung von More und Mauchly[6]) besprochen.

Erster Teil.

Der Versuch der virtuellen Anode.

1. Versuchsanordnung.

Jenen unter meinen Versuchen, den die ge-

1) Mem. R. Acc. Bologna, 16. Nov. 1913.
2) Eine Zusammenfassung der hauptsächlichen unter diesen Veröffentlichungen findet sich in dieser Zeitschr. 11, 158, 1910.
3) Phil. Mag., Aug. 1912.
4) Phil. Mag., Nov. 1912.
5) Phil. Mag., Nov. 1913.
6) Phil. Mag., Aug. 1913.

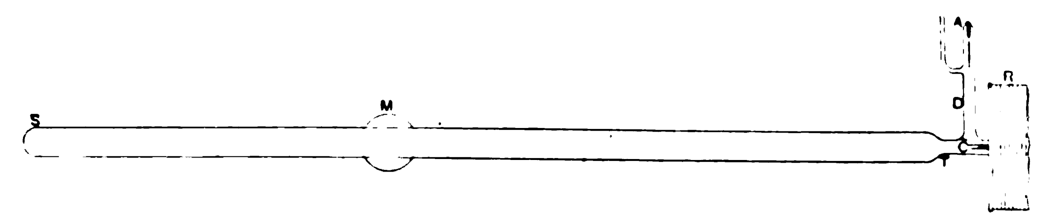


Fig. 1.

nannten Physiker nachgeprüft haben, kann man den „Versuch der virtuellen Anode" nennen. Um ihn in befriedigender Weise auszuführen, bedarf man langer Röhren, in denen die Anode in einem seitlichen Ansatzrohr angeordnet ist. Fig. 1 zeigt im Maßstabe 1 : 12 die Röhre, die ich bei den oben genannten Versuchen benutzt habe, während Fig. 2 (Maßstab ungefähr 1 : 2) die Kathode C und die ihr benachbarten Teile erkennen läßt. In beiden Figuren bezeichnet R eine Spule mit durchbohrtem Kern, die zur Erregung des Magnetfeldes dient; die Stärke dieses Feldes nimmt natürlich von C gegen S hin ab. Um die Feldstärke bei den einzelnen Versuchen anzugeben, habe ich sie in C, also etwa in 23 mm Entfernung von der Spule R, gemessen und sie während der Messungen auf Grund der Ablesungen an einem in den Stromkreis der Spule eingeschalteten Amperemeter ermittelt.

Der Kreis M in Fig. 1 stellt einen beweglichen Elektromagnet dar, der erforderlich ist, um die virtuelle Anode hervortreten zu lassen. Dieser Elektromagnet ist in Fig. 3 im Maßstabe 1 : 6, in der Richtung von C nach S gesehen, dargestellt. Er wird von dem langen Eisenstab $ABCDE$ und den Spulen R, R' gebildet; letztere erzeugen in A und E Pole mit entgegengesetztem Vorzeichen. Der Elektromagnet ist auf einem Schlitten UV befestigt, und dieser läuft auf Schienen, die auf einem langen Tische XY ruhen. Auf diese Weise kann man den Prüfmagnet ACE nacheinander auf alle Teile der langen Röhre T (das ist die Röhre ST aus Fig. 1) wirken lassen und an einem Maßstab die Entfernung zwischen der Kathode und dem Punkte messen, in welchem die Gerade AE die Achse der Röhre T trifft. In diesem Punkte hatte das Magnetfeld, das von dem Prüfelektromagnet erzeugt wurde, und das in bezug auf die Entladungsröhre transversal war, immer eine Stärke von 80 bis 100 Gauß.

Der Entladungsstrom schließlich wurde zuweilen von einer Batterie kleiner Sammler geliefert, häufiger jedoch von einer kräftigen Influenzmaschine. Die Entladungsstromstärke betrug immer ungefähr $^1/_3$ Milliampere.

2. Versuch der virtuellen Anode.

Zum Zwecke der Klarheit und zur Vermeidung jedes etwa möglichen Mißverständnisses halte ich es für notwendig, zunächst daran zu erinnern, worin dieser Versuch besteht, und zwar unter Hinzufügung einiger bisher unveröffentlichter Einzelheiten.

Während man bei Abwesenheit des Magnetfeldes in der Röhre DCT (Fig. 1) die gewohnte Leuchterscheinung, nämlich die, häufig geschichtete, positive Säule im Zweige D und die beiden negativen Schichten bei C, sieht, verschiebt sich nicht nur, wenn mittels der Spule R ein Feld von passender Stärke erzeugt wird, die positive Säule in D und drückt sich sozusagen an die Wand, sondern man bemerkt auch eine beträcht-

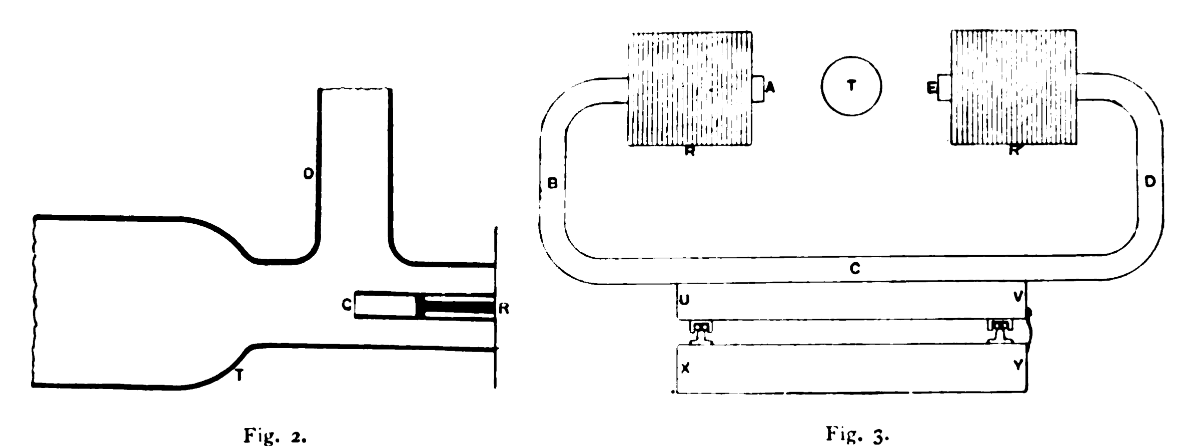


Fig. 2. Fig. 3.

liche Verlängerung der zweiten negativen Schicht gegen S hin, wobei diese Schicht das Aussehen einer breiten blauen Feder annimmt. Wenn man die von mir aufgestellte Hypothese nicht annimmt, wird man sie für ein Bündel Kathodenstrahlen ansehen, deren Bahnen um die magnetischen Kraftlinien gewunden sind. Nach meiner Theorie bewegen sich in diesem Strahlenbündel außer den in dieser Weise beweglichen freien Elektronen neutrale Systeme, deren jedes aus einem positiven Ion und einem Elektron als dessen Trabanten besteht.

In diesem Falle wird jenes Bündel ein Bündel magnetischer Strahlen sein, wenn man, wie es mir angebracht erscheinen will, diese Bezeichnung ausschließlich anwendet, um anzugeben, daß sich außer freien Elektronen auch diese neutralen Paare oder, wie wir sie nennen wollen, Doppelsterne bewegen.

Diese Doppelsterne sind notgedrungen sehr unbeständig, obgleich das Magnetfeld jene unter ihnen beständiger macht, in denen das Elektron in einem bestimmten Sinne kreist. Jedenfalls zerfallen sie bald infolge der Zusammenstöße, und es bilden sich wieder neue; die Anzahl der jeweils vorhandenen aber wird sicherlich in der Richtung von C nach S hin abnehmen, weil die Stärke des Magnetfeldes abnimmt, das sie zu erzeugen und zu erhalten strebt.

Steigert man die Magnetisierungsstromstärke, so verlängert sich das blaue Strahlenbündel bis zu einem Maximum, und gleichzeitig erscheint in seiner Verlängerung eine rote Lichtsäule, die ich die sekundäre Säule nennen will; sie hat das Aussehen der positiven Säule. Läßt man nun das transversale Prüffeld mitwirken, das von dem Elektromagnet M erzeugt wird, so deformiert sich die sekundäre Säule in der Art, daß man begreift, daß sich ein gewisses Gebiet der Röhre so verhält, als ob dort eine Anode (virtuelle Anode) vorhanden wäre, von der zwei Entladungsströme ausgehen, und zwar der eine nach C hin, der andere nach S hin. Nach meiner Hypothese würde diese Anode durch die Anhäufung der aus der Zerstörung der unter dem Einfluß des Feldes gebildeten Paare entstehenden positiven Ionen herbeigeführt. Nimmt man meine Theorie nicht an, so wird man eine andere Erklärung ersinnen müssen.

Je nach den Umständen wird die sekundäre Säule durch das Prüffeld in verschiedener Weise deformiert.

Wenn die positiven Ionen, welche die virtuelle Anode bilden, sich in einer dünnen Schicht A (siehe Fig. 4) anhäufen, werden die beiden von ihr ausgehenden Ströme wie die Pfeile B und C gerichtet sein, und unter der Einwirkung des Prüfelektromagnets werden sie eine gekrümmte

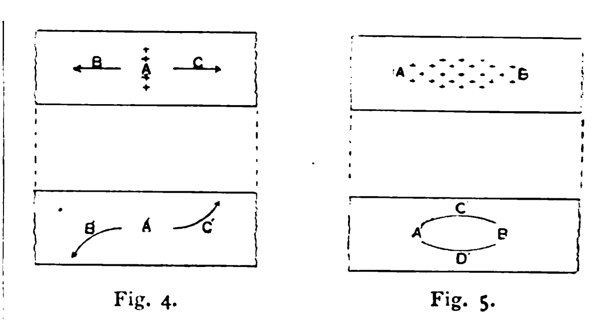


Fig. 4. Fig. 5.

Gestalt annehmen, beispielsweise wie B' und C'. Verschiebt man M (Fig. 1) von T gegen S zu, so wird man sehen, wie sich die sekundäre Säule zunächst wie C' (Fig. 4), dann weiterhin wie B' biegt, während bei einer bestimmten Mittelstellung, und zwar gegenüber dem Gebiete A, die sekundäre Säule die Gestalt eines S annehmen wird. Dieser Umstand gestattet uns, zu erkennen, welchen Platz die virtuelle Anode annimmt, und ihre Entfernung von der Kathode anzugeben.

In anderen Fällen dagegen kommt es vor, daß die sekundäre Säule durch den Prüfelektromagnet verdoppelt wird. Diese Erscheinung zeigt an, daß die virtuelle Anode ein mehr oder minder ausgedehntes Gebiet AB (siehe Fig. 5) einnimmt. Tatsächlich sind auf der Strecke AB der sekundären Säule zwei entgegengesetzt gerichtete Ströme nebeneinander vorhanden, und das Prüffeld wird sie in entgegengesetztem Sinne, nämlich wie $A'C'B'$ und $A'D'B'$, biegen. Links von A' und rechts von B' wird man keine Verdoppelung beobachten, sondern nur eine Krümmung der Lichtsäule. Man wird als den Ort, den die virtuelle Anode einnimmt, das Gebiet der Röhre annehmen können, das zwischen den Polen des beweglichen Elektromagnets liegt, wenn dieser bei der Verschiebung parallel zur Röhre in der Stellung angelangt ist, daß er die sekundäre Säule in zwei Zweige zerlegt, welche merklich gleiche Intensität aufweisen.

3. Fehlerquellen.

Gleich bei den ersten Veröffentlichungen über diesen Gegenstand habe ich die Notwendigkeit betont, jeden kleinsten Funken in freier Luft im Entladungsstromkreise zu vermeiden, dem die Röhre angehört. Wenn eine noch so kleine Unterbrechung vorhanden ist, wird die Entladung, die anfangs kontinuierlich war, oder doch wenigstens kontinuierlich zu sein schien, nicht nur intermittierend, sondern sie erglänzt auch längs der Röhre in rotem Licht.

Diese Lichtsäule, die bis zu einem gewissen Punkte die sekundäre Säule vortäuscht, die von der virtuellen Anode herrührt, läßt sich

deutlich von jener unterscheiden, die man bei richtiger Anwendung des Prüfelektromagnets erhält.

Die sekundäre Säule weist nämlich die bereits beschriebenen Gestaltsänderungen auf, welche das Vorhandensein einer virtuellen Anode in einem von der Kathode mehr oder minder weit entfernten Gebiete erkennen lassen. Nur gelegentlich, und zwar dann, wenn das Hauptmagnetfeld schwach ist, wird die virtuelle Anode in geringer Entfernung von der Kathode auftreten, und die rote Lichtsäule wird sich unter der Einwirkung des Transversalfeldes auf ihrer ganzen Länge so krümmen, daß sie das Vorhandensein eines von T nach S gerichteten Stromes zu erkennen gibt. Die infolge des Vorhandenseins eines kleinen Funkens entstandene Lichtsäule hingegen krümmt sich immer in der zuletzt geschilderten Weise. Außerdem zeigt sie noch andere entscheidende Merkmale, beispielsweise dieses, daß sie sich unter dem Einfluß des Prüffeldes gegen die Wand hin drängt und den ganzen Querschnitt der Röhre frei oder nahezu frei läßt, was bei der sekundären Säule nicht vorkommt.

Einige der Versuche, die ich nach den in der Einleitung angeführten angestellt habe[1]), legen eine Erklärung für die Lichtsäule nahe, die die Röhre erfüllt, wenn eine von einem kleinen Funken überbrückte Unterbrechung im Stromkreise vorhanden ist. Ich habe nämlich gezeigt, daß die Funken, oder die explosiven Entladungen in einem verdünnten Gase allgemein, Elektronen und positive Ionen weit fortschleudern. Erstere sind mit größerer Geschwindigkeit ausgestattet und gelangen ziemlich weit, ja fast immer bis zum Grunde der Röhre; letztere machen in geringer Entfernung von der Stelle Halt, von der sie ausgegangen sind. Die Wiedervereinigung dieser Elektronen und positiven Ionen nun, die in den zwischen zwei aufeinanderfolgenden Funken verlaufenden Zeiträumen erfolgt, erzeugt die Lichtsäule in der langen Röhre.

Bereits zu Anfang meiner Untersuchungen habe ich weiter festgestellt, daß man bei Verwendung der Entladungen eines Induktors an Stelle des Gleichstromes der Influenzmaschine oder der Sammlerbatterie Wirkungen derselben Art erhält, wie sie auftreten, wenn, ebenfalls bei Verwendung der genannten Stromquellen, in dem Stromkreise ein kleiner Funken vorhanden ist. Ich gab infolgedessen sogleich die Verwendung des Induktors auf. Es ist daher keineswegs verwunderlich, daß die beiden oben genannten Physiker, die zunächst gerade Induktorentladungen benutzt haben, getäuscht werden konnten.

1) Diese Zeitschr. 13, 873, 1912.

Ähnliche störende Wirkungen beobachtet man auch, wenn die Verdünnung zu weit getrieben wird und der gegenseitige Abstand der beiden Elektroden zu groß ist.

4. Entladungsröhren verschiedener Gestalt und ihre Wirkungsweise.

Ich habe bisher immer Röhren der beschriebenen Form angewandt, die das Ergebnis sehr zahlreicher Versuche war, ohne gründlich der Ursache ihrer besonderen Wirksamkeit nachzuspüren. Zuletzt wollte ich, und zwar ehe ich zu den neuen Versuchen mit verschiedenen Gasen überging, das Verhalten verschieden geformter Röhren untersuchen.

Zuerst habe ich eine Röhre untersucht, deren die Elektroden enthaltender Teil in Fig. 6 in etwa $^1/_3$ der natürlichen Größe dargestellt ist. Es sind drei Elektroden vorhanden, nämlich die Kathode C, die im wesentlichen die übliche Gestalt hat, und zwei Anoden, A und B; von diesen ist die erste, wie gewöhnlich, in einem seitlichen Ansatzrohr U untergebracht, während die andere in der gemeinsamen Achse der Röhren T, W, V liegt. Die Röhre T ist so lang wie die in Fig. 1 abgebildete, also etwa anderthalb Meter, und die zur Erregung des Feldes bestimmte Spule ist in der gewohnten Weise so angeordnet, daß die Röhre VB in ihr Inneres hineinragt.

Fig. 6.

Mit dieser Röhre habe ich folgendes festgestellt: Solange man als Anode die Elektrode A benutzt, erhält man die an anderer Stelle beschriebenen Ergebnisse, von denen auch weiter unten ausführlich die Rede sein wird; wenn man hingegen als Anode die Elektrode B verwendet, fehlt durchaus jede eigentliche Betätigung einer virtuellen Anode. Tatsächlich verlängert sich allerdings auch in diesem Falle das von der Kathode ausgehende blaue Lichtbündel, aber die sekundäre Säule, die das Vorhandensein einer virtuellen Anode anzeigen würde, ent-

steht nicht. Um die virtuelle Anode zu erhalten, muß also das Feld auf die positive Säule in einer zu dieser senkrechten Richtung einwirken.

Eine Röhre von der in Fig. 7 (Maßstab 1:6)

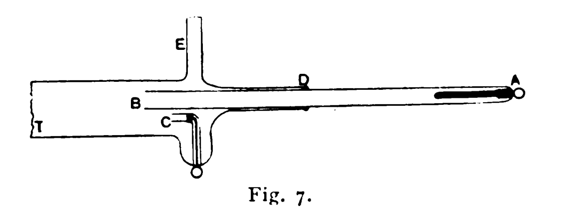


Fig. 7.

angegebenen Gestalt liefert dasselbe negative Ergebnis, einerlei, wie weit man das Ende B des die Anode bei A enthaltenden Rohres AB in T hineinragen läßt. Die Verschiebung von AB ist dadurch möglich, daß bei D eine Dichtung mittels Siegellacks angebracht ist.

5. Die Periodizität der Entladung und das Potential an den Elektroden.

Bei anderer Gelegenheit habe ich gezeigt, daß, wenn man die Erscheinung der virtuellen Anode hat, die Entladung nicht mehr merklich kontinuierlich ist, sondern deutlich periodisch ist, und daß der leise Ton, der von der Röhre ausgeht, die Periode angibt. Später, als ich die Potentialdifferenz an den Elektroden einer Entladungsröhre gemessen hatte, fand ich, daß diese Potentialdifferenz merklich größer wird, wenn auf die Röhre ein transversales Magnetfeld wirkt, daß sie sich dagegen wenig ändert, und zwar im allgemeinen im abnehmenden Sinne, wenn das Feld longitudinal ist. Das mit der in Fig. 6 abgebildeten Röhre gewonnene Ergebnis stellt also das Vorhandensein eines Zusammenhanges zwischen all diesen Erscheinungen fest, nämlich zwischen der Spannungszunahme, der Periodizität und der sekundären Säule.

Ich hatte früher angenommen, daß sich dies alles durch die Wirkung des Feldes auf die Bewegung der von der Kathode ausgehenden Elektronen erklären ließe. Nunmehr wird man offenbar die Wirkung des Feldes auf die positive Säule in Betracht ziehen müssen. Während die Elektronen und die positiven Ionen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zusammenstößen geradlinige Bahnen durchlaufen, müssen sie unter der Einwirkung eines transversal gerichteten Feldes gekrümmte Bahnen verfolgen, und dadurch wird der normale Verlauf der Entladung behindert und diese somit geschwächt, und es entsteht eine Elektrizitätsanhäufung an den Elektroden. Die Periodizität der Entladung ist dann die natürliche Folge der bekannten Tatsache, daß die neuen Ionen, die während einer Entladung entstehen, deren Dauer auch dann verlängern, wenn die Potentialdifferenz einen Wert hat, der kleiner ist als der für den Beginn der Entladung erforderliche.

Daraus folgt ferner, daß, wenn sich wirklich die kleinen Paare bilden, die bei ihrem Zerfall die positiven Ionen freigeben, aus denen sich dann die virtuelle Anode bildet, daß dann der Transport dieser kleinen Paare in den Phasen größter Intensität der Entladung erfolgen muß, während die sekundäre Säule, die aus der Entladung der virtuellen Anode entsteht, während der Phasen der Unterbrechung oder der geringsten Intensität der Hauptentladung bestehen muß.

Wegen einiger Versuche über den Wert der Entladungsperiode, die im übrigen viel Ähnlichkeit mit gewissen anderen Versuchen besitzen, die ich vor zehn Jahren beschrieben habe[1]), verweise ich auf die ausführliche Veröffentlichung. Hier will ich nur auf einen sehr merkwürdigen Versuch aufmerksam machen.

Die Belegungen eines Kondensators mit einer Kapazität von 20000 elektrostatischen Einheiten waren mit den Elektroden der in Fig. 1 dargestellten Entladungsröhre verbunden. Bei Erregung des Feldes wurde die Entladung periodisch, und die Periode betrug ungefähr eine halbe Sekunde, so daß an die Stelle des anfänglich milden und ruhigen Lichtes plötzlich ein periodisches und lebhaftes Flimmern trat.

Die Notwendigkeit eines quer zur positiven Säule gerichteten Magnetfeldes geht klar aus folgendem Versuche hervor, für den der in Fig. 8 im Maßstabe 1:6 dargestellte Apparat gebaut wurde. Dieser Apparat ist dem in Fig. 6 geschilderten ähnlich, nur ist der Abstand zwischen dem seitlichen Ansatzrohr und der Kathode C so groß, daß zwischen den beiden die Spule R aufgestellt werden kann. Dies wird dadurch ermöglicht, daß bei A ein Schliff vorhanden ist.

Wenn man die Elektrode D zur Anode macht, so erhält man die gewohnten Wirkungen. Wenn hingegen die Elektrode B Anode ist, so fehlen diese, genau so, wie es bei der in Fig. 6 dargestellten Röhre der Fall ist. In diesem letzteren Falle aber bringt man die sekundäre Säule in der langen Röhre T dadurch zur Erscheinung, daß man der in der Röhre B vorhandenen positiven Säule eine zweite Spule R' nähert, die ein quer zum Entladungsstrom gerichtetes Feld erzeugt.

Eine letzte Röhre, die in Fig. 9 im Maßstab 1:6 wiedergegeben ist, gestattete mir, zu erkennen, daß die Wirkung eines Transversal-

1) Rend. R. Acc. Bologna, 25. Mai 1902; Le Radium, Jan. 1910.

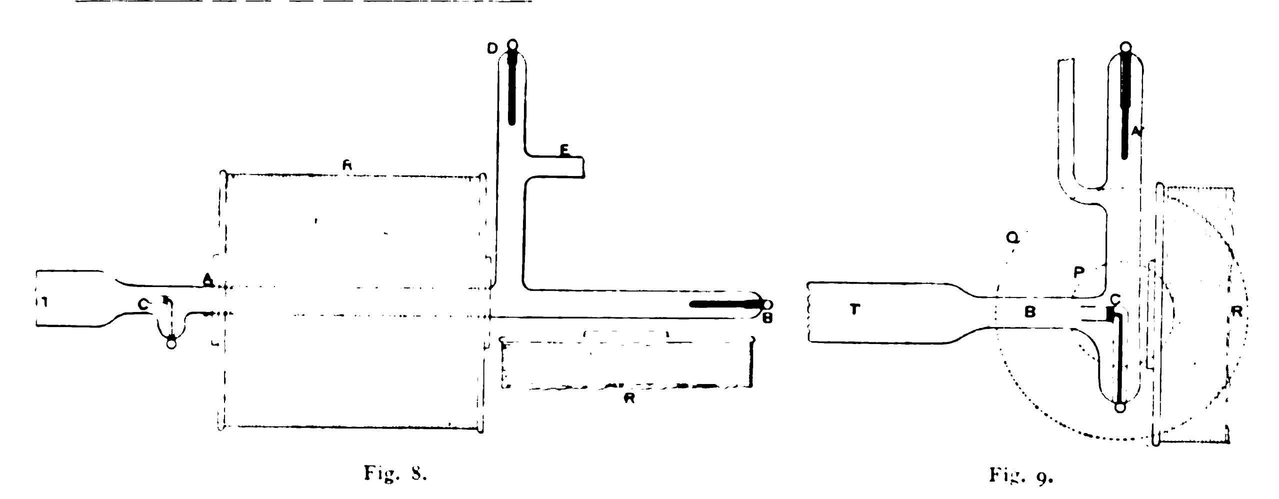


Fig. 8.

Fig. 9.

feldes auf die Entladung zwar eine notwendige Bedingung für die Entstehung der virtuellen Anode ist, aber keine hinreichende, und daß außerdem erforderlich ist, daß ein Feld in der Längsrichtung der Röhre T wirkt. Die in Fig. 9 abgebildete Röhre kann übrigens immer die in den Fig. 1 und 2 dargestellte ersetzen und bietet dieser gegenüber den Vorteil, daß man bei ihr eine Spule mit undurchbohrtem Kern anwenden kann.

Zu dem Versuche, den ich nunmehr beschreiben will, wird die Spule R auf einen Tisch gesetzt, der um eine mit der Achse der Röhre AC zusammenfallende vertikale Achse drehbar ist. Man kann mithin dadurch, daß man dem Tisch eine Drehung um 90^0 erteilt, bewirken, daß die Spule in die durch die punktierten Kreise Q und P angedeutete Lage gelangt. Das Magnetfeld bleibt transversal zur Entladung, die ja von A nach C verläuft, behält aber nicht mehr die Richtung CBT bei. Bei dieser Anordnung der Spule bemerkt man nun die Periodizität der Entladung und die Zunahme der Potentialdifferenz an den Elektroden, ebenso, ja in noch ausgeprägterem Maße, wie, als die Spule die Stellung R inne hatte; man stellt aber nicht mehr das Vorhandensein der virtuellen Anode fest. Die Röhre T wird allerdings von einer Lichtsäule erfüllt, die der sekundären Säule ähnelt, aber dieses Licht verhält sich, wenn man es mit dem Prüfelektromagnet untersucht, wie das Licht, das infolge der Anwesenheit einer kleinen Unterbrechungsstelle im Entladungskreise entsteht.

Damit sich die virtuelle Anode bildet, ist mithin ein Magnetfeld von passender Richtung erforderlich, welches die Bildung der Doppelsterne begünstigt und sie zusammen mit den freien Elektronen in der Längsrichtung der großen Röhre leitet.

6. Messung des Abstandes der virtuellen Anode von der Kathode.

Da es sich darum handelte, das Verhalten anderer Gase als Luft zu untersuchen und an ihnen den Versuch mit der virtuellen Anode anzustellen, dachte ich daran, die Lage dieser virtuellen Anode in den verschiedenen Fällen zu bestimmen, um daraus zu ersehen, ob und in welcher Weise diese Lage unter sonst gleichen Bedingungen etwa von der Natur des Gases und somit von der Natur der bewegten positiven Ionen abhängt. Von den übrigen Bedingungen sind der Gasdruck und die Magnetfeldstärke die wichtigsten. In welchem Sinne ihr Einfluß zu erklären ist, geht bereits aus früheren Versuchen hervor. Es handelte sich nunmehr darum, eine quantitative Untersuchung anzustellen und die Entfernung von der Kathode zu messen, in der sich unter verschiedenen Versuchsbedingungen die virtuelle Anode bildet. Ich will in diesem Abschnitt über die Versuche mit Luft berichten, während die Versuche mit anderen Gasen den Gegenstand des zweiten Teiles der vorliegenden Arbeit bilden werden.

Der Genauigkeitsgrad, den man bei diesen Bestimmungen erreichen kann, ist größer, als vorauszusehen war, besonders, nachdem man sich eine gewisse Übung angeeignet hat.

Eine erste Messungsreihe bezieht sich auf den Einfluß der Verdünnung. Mit einem Magnetfelde von 1200 Gauß (das, wie bereits gesagt, auf der Achse der Spule in etwa 23 mm Entfernung von der Spule gemessen wurde), erhielt ich die in Fig. 10 dargestellten Ergebnisse. In dieser Figur sind als Abszissen die Abstände zwischen der Kathode und der virtuellen Anode gewählt und zu Ordinaten die Drucke der Luft. Die durch die experimentell gefundenen Werte gegebenen Punkte sind durch kleine Kreise dargestellt. Wie man sieht, und wie es auch nach

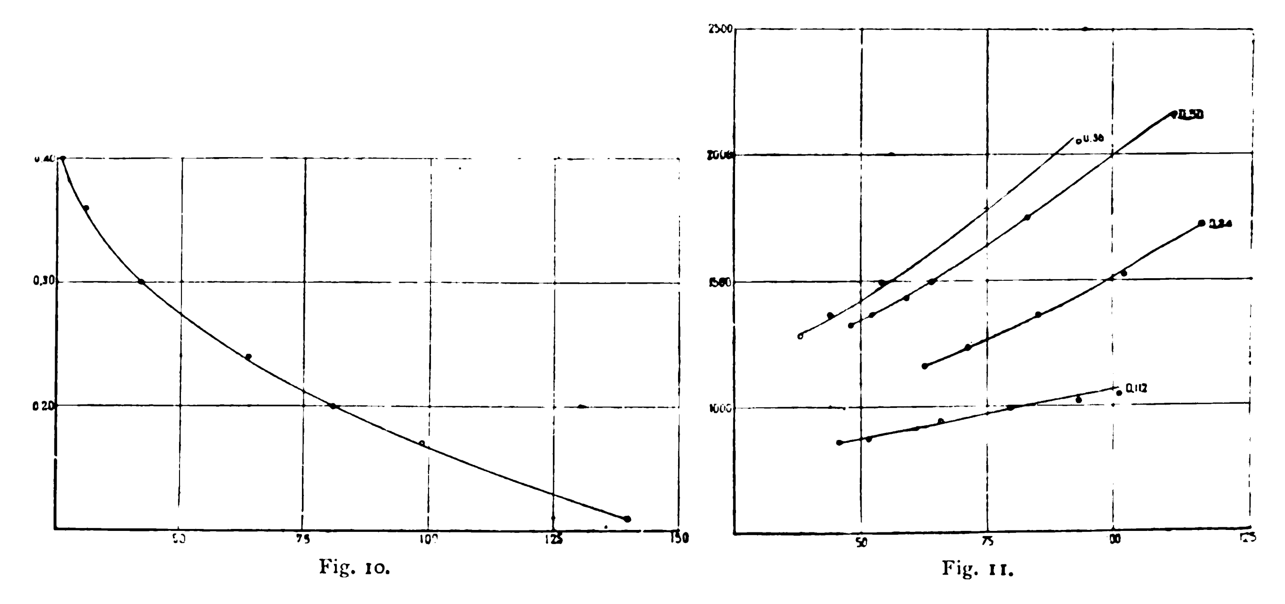


Fig. 10.

Fig. 11.

der Theorie vorauszusehen ist, hören die Paare Elektron — positives Ion in um so größerer Entfernung von der Kathode auf zu bestehen, je stärker die Luft verdünnt ist, und je seltener daher die Zusammenstöße sind.

Der Einfluß der Feldstärke bei konstantem Druck wird durch verschiedene Messungsreihen veranschaulicht, die sich voneinander hinsichtlich des Druckes der Luft unterscheiden. Auch hier teile ich die Zahlenwerte nicht mit, sondern beschränke mich darauf, ein Diagramm wiederzugeben, das ich in der Weise erhalten habe, daß ich zu Abszissen die Abstände d der virtuellen Anode von der Kathode und zu Ordinaten die Feldstärken M nahm. Es ist somit erwiesen, daß mit wachsender Feldstärke die Bahn der positiven Ionen wächst; das ist auch vorauszusehen, wenn man bedenkt, daß sich dann das Gebiet, in dem die Magnetkraft nicht mehr ausreicht, um die Doppelsterne am Leben zu erhalten, in größerer Entfernung befindet[1]).

1) Hinsichtlich der Herstellung des Diagramms in Fig. 11 und der übrigen Diagramme, die ich im zweiten Teile wiedergeben werde, empfiehlt es sich, zu bemerken, daß ich bei jedem gegebenen Druck die Messung wiederholt und die zugehörige Kurve gezeichnet habe. Diese Kurven hatte ich beim Zeichnen der endgültigen Kurve überall da vor Augen, wo wegen geringer Zahl der Bestimmungen über den Gang der Kurve irgendwelche Unsicherheit bestand.

(Nach dem Manuskript aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 16. April 1914.)

Über die Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Lichtquelle [1]).

Von Győző Zemplén.

Die Elektrodynamik bewegter Körper scheint auf Grund des Relativitätsprinzips zu einem glücklichen Abschluß gelangt zu sein. Doch führt sie zu einer neuen Definition der Zeit, die manches Fremdartige enthält, so daß diese Theorie derzeit noch keinen allgemeinen Beifall sich erwerben konnte.

Da die negativen Versuchsresultate, die den Impuls zum Aufbau der Relativitätstheorie erweckten, nicht mit Notwendigkeit zur Relativitätstheorie führen, stellt sich unwillkürlich die Frage, ob es nicht möglich wäre, die Absoluttheorie durch neue, weniger allgemeine Hilfshypothesen so zu modifizieren, daß Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment hergestellt wird, ohne die Grundbegriffe der Physik umwälzen zu müssen.

Ich glaube diese Frage bejahen zu können und werde in dem Folgenden zeigen, daß, wenn man das Prinzip der Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Lichtquelle fallen läßt und für die Abhängigkeit dieser Größen voneinander eine besondere Hypothese einführt (in allen übrigen Einzelheiten aber an der Lorentzschen Absoluttheorie festhält), sämtliche „Erdbewegungsversuche" erklärt werden können.

Da nämlich meine Hypothese sich auf Größen zweiter Ordnung in $\frac{u}{c}$ bezieht (u Geschwindigkeit der Lichtquelle relativ zum Äther, $c = 3 \cdot 10^{10}$

1) Auszug aus einer der Ungarischen Akademie der Wissenschaften am 9. Dez. 1913 vorgelegten Abhandlung.

cm sec^{-1}), so bleiben alle Resultate erster Ordnung der Absoluttheorie unverändert.

Bis jetzt wurde niemals in der Wellentheorie des Lichtes irgendeine Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum von der Geschwindigkeit der Lichtquelle angenommen. Ja es wurde sogar der Versuch gemacht, die Theorie von E. Cohn[1]) damit zu widerlegen, daß die erwähnte Abhängigkeit als eine Folgerung dieser Theorie sich ableiten ließ[2]).

Und doch glaube ich, daß die Annahme einer ähnlichen Abhängigkeit gar nichts Absurdes enthält.

Man stelle sich eine Lichtquelle vor, die aus einem Haufen von materiellen (darunter elektrischen) Teilchen besteht, die in einem kontinuierlich verbreiteten Meere des Äthers schwimmend in Schwingungsbewegung begriffen sind und dadurch im Äther periodische Änderungen hervorrufen, die als elektromagnetische Wellen sich im Raume fortpflanzen.

Ist die Lichtquelle „makroskopisch" in Ruhe, dann werden die erwähnten periodischen Änderungen den benachbarten Ätherteilchen mit einer nach allen Richtungen konstanten Geschwindigkeit übergeben.

Nun soll aber die ganze Lichtquelle eine Translationsbewegung im Äther ausführen: die Materie, die sich durch den Äther Bahn bricht, wird in demselben gewisse Änderungen bewirken, die ganz anderer Natur sind, als die durch die elektromagnetischen Oszillatoren hervorgerufenen Deformationen. Insbesondere besteht ein wesentlicher Unterschied in Richtung der Translationsbewegung des Systems; in so einem, zur Bewegung der Lichtquelle longitudinalen Strahle kommen bloß die dem Strahle transversalen elektromagnetischen Kraftwirkungen als Licht zur Wirkung, denen sich nun eine longitudinale Ätherdeformation überlagert. Ich finde also gar nichts Absurdes in der Annahme, daß eine mit einer longitudinalen Translationsdeformation verbundene transversale, periodische Deformation sich mit anderer Geschwindigkeit fortpflanzen wird als eine rein transversale.

Allerdings wird es kaum möglich sein, den Mechanismus einer solchen Fortpflanzung auf Grund der klassischen Mechanik und Elektrodynamik sich vorzustellen, doch kann ich auf eine — natürlich sehr unvollkommene und gekünstelte — mechanische Analogie hinweisen, welche doch zur Plausibilität meiner Hypothese beitragen kann.

Ein unstetiger Sprung des Druckes und der Geschwindigkeit — ein Verdichtungsstoß — pflanzt sich in einem Gase mit einer Geschwindigkeit fort, die eine Funktion der Größe des Drucksprunges ist[1]). Nun entsteht aber bei der Bewegung eines Atoms im Äther gerade eine Art Verdichtungsstoß, denn die Geschwindigkeit des Äthers erleidet beim Übergang vom freien Äther ins Innere des Atoms einen unstetigen Sprung; die Fortpflanzung eines solchen Sprunges wird nunmehr mit einer von der Größe des Sprunges abhängigen und mit derselben zunehmenden Geschwindigkeit vor sich gehen.

Ich glaube daher, daß meine Annahme nicht ohne weiteres zu verwerfen sei. Ich werde nämlich beweisen, daß dieselbe zur Erklärung der oben erwähnten Paradoxa der Absoluttheorie ausreicht.

1. Der Versuch von Michelson.

Bekanntlich ist nach der Absoluttheorie der Lichtweg zwischen zwei Punkten eines bewegten Systems in der Bewegungsrichtung — hin und zurück gemessen:

$$1 + \frac{u^2}{c_0^2}\,,$$

und senkrecht hierzu:

$$1 + \frac{u^2}{2c_0^2}\,,$$

mal größer als der Weg, den das Licht zwischen denselben Punkten zurücklegen würde, wenn das ganze System in Ruhe wäre; u bedeutet die Geschwindigkeit des Systems relativ zum Äther und c_0 die Lichtgeschwindigkeit bei ruhender Lichtquelle.

Die Zeit, die das Licht zum Durchlaufen (hin und zurück) zweier gleich langen Strecken braucht, deren eine parallel, die zweite senkrecht zur Translationsbewegung ist, wird in beiden Richtungen gleich sein, wenn wir voraussetzen, daß die Lichtgeschwindigkeit in Richtung der Bewegung (longitudinale Lichtgeschwindigkeit)

$$c = c_0\left(1 + \frac{u^2}{2c_0^2}\right) \qquad (1)$$

ist, wogegen die Lichtgeschwindigkeit senkrecht zur Translationsbewegung (transversale Lichtgeschwindigkeit) unverändert bleibt, also:

$$c_\perp = c_0\,. \qquad (2)$$

Es sei ϑ der Winkel, den der Strahl mit der Richtung von u einschließt, dann soll

$$c = c_0\left(1 + \frac{(u\cos\vartheta)^2}{2c_0^2}\right) \qquad (3)$$

sein.

1) E. Cohn, Ann. d. Phys. (4) **7**, 29, 1902.
2) W. Wien, Ann. d. Phys. (4) **13**, 643 u. **14**, 633, 1904.

1) Siehe z. B. Enzykl. der math. Wiss. IV, 3, S. 392.

Da die Überfahrtzeit der longitudinalen Strahlen gleich der der transversalen Strahlen ist, so bleiben die Interferenzstreifen bei der Drehung des Systems um eine, auf u senkrechte Achse unverändert.

Bei den tatsächlichen Versuchen erleiden die Strahlen Reflexionen und Brechungen; man überzeugt sich leicht, daß die obigen Annahmen in allen Einzelheiten zur Erklärung der Konstanz der Interferenzstreifen ausreichen, wenn man noch die Gesetze der Spiegelung und der Brechung in geeigneter Weise formuliert. Hierzu genügt es, das Huygenssche Prinzip unserer Grundannahme entsprechend konsequent anzuwenden: „jeder Punkt der Wellenfläche soll als eine Lichtquelle angesehen werden, welche ebenso bewegt wird, wie die ursprüngliche Lichtquelle." Es ergibt sich hieraus, daß bei jeder Reflexion oder Brechung die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ceteris paribus bloß abhängig ist von der Richtung, die der reflektierte bzw. gebrochene Strahl mit der ursprünglichen Bewegungsrichtung der Quelle einschließt.

Die Annahme (3) erklärt also ungezwungen das negative Ergebnis des Michelsonschen Versuches.

Man kann die Annahme (3) mit der folgenden vertauschen, welche mit ihr bis auf Größen zweiter Ordnung in $\frac{u}{c_0}$ übereinstimmt:

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{u \cos \vartheta}{c_0}\right)^2}}. \qquad (4)$$

2. Der Versuch von Trouton und Noble.

So lange man die Feldgleichungen im Sinne unserer Hypothese nicht formuliert hat, kann man das Problem des Kondensators nicht mit Strenge behandeln. Doch läßt sich — wie ich glaube — auf Grund folgender Überlegungen erkennen, daß unsere Hypothese geeignet ist, auch diesen Versuch zu erklären. Man kann sich nämlich überzeugen, daß unsere Hypothese „rechnerisch" mit der Hypothese der Lorentz-Kontraktion übereinstimmt.

In der Tat haben die auf Grund der Absoluttheorie für den Fall des geladenen Kondensators abgeleiteten Drehkräfte ihren Sitz im Äther, der auf die von den Ladungen ausgehenden elektrischen Kräfte mit einer Rückwirkung antwortet. Wirkung und Gegenwirkung pflanzen sich beide mit Lichtgeschwindigkeit im Äther fort. Um eine Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment herzustellen, haben Fitzgerald und Lorentz angenommen, daß jede Strecke, welche den Winkel ϑ mit der Richtung der Translation einschließt, im Verhältnis

$$1 : \left(1 + \frac{(u \cos \vartheta)^2}{2 c_0^2}\right) \qquad (5)$$

verkleinert wird.

Nach unserer Hypothese bleiben die Abmessungen des Systems ungeändert, dagegen wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dem Verhältnisse (5) vergrößert, was — wie ich oben bemerkt habe — „rechnerisch" der Fitzgerald-Lorentzschen Hypothese äquivalent ist.

3. Elektromagnetische Masse.

Für die elektromagnetische Masse des Elektrons gilt wörtlich dasselbe, was über die elektrostatischen Versuche bemerkt wurde; nur müssen wir — um zu der mit den Experimenten gut übereinstimmenden Formel von Lorentz-Einstein zu gelangen — unsere Formel (4) für die Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Geschwindigkeit der Lichtquelle benutzen.

4. Die Cohnschen Gleichungen.

Ich muß noch mit einigen Worten auf den Zusammenhang meiner Hypothese mit den elektrodynamischen Feldgleichungen des Herrn E. Cohn eingehen, in welchen eine Abhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von der Geschwindigkeit des Mediums eingeführt ist.

Bekanntlich sind dieselben mit allen bisherigen Experimenten im Einklang; es wurde jedoch gegen dieselben der Einwand erhoben, sie wären physikalisch nicht zu deuten, wenn man sie auf den Äther anwenden will; die Schwierigkeit lag eben darin, daß man von der Geschwindigkeit des Vakuums in einem Raumpunkte sprechen müßte.

Meine obigen Überlegungen verfolgen gerade den Zweck, diese Schwierigkeit so zu umgehen, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit als eine Funktion der Licht- bzw. Kraftquellengeschwindigkeit angesehen wird.

Ich habe diesen Gedanken einstweilen ohne Zugrundelegung eines bestimmten Feldgleichungssystems verfolgt, bloß durch Zuhilfenahme einer geeigneten Hypothese für die Lichtgeschwindigkeit. Die Frage, ob die Cohnschen Gleichungen einer ähnlichen Interpretation fähig sind, soll diesmal nicht berührt werden.

Budapest, Institut für theoretische Physik der Technischen Hochschule.

(Eingegangen 16. April 1914.)



Über die Beeinflussung der Adsorption des Uran X_1 durch die Gegenwart von anderen Stoffen.

(Zur Frage der „identischen" Radioelemente.)

Von H. Freundlich, W. Neumann und H. Kaempfer.

Die „Untrennbarkeit" gewisser Radioelemente ist bekanntlich von großer, grundsätzlicher Wichtigkeit geworden, da man auf ihr fußend die Radioelemente hat chemisch kennzeichnen und in das periodische System einordnen können[1]). Man fand Gruppen von untrennbaren Elementen — Plejaden nach Fajans[2]), isotopische Elemente nach Soddy[3]) —, die an Stelle von einzelnen Elementen in das periodische System einzureihen waren. Noch eine andere Eigenschaft hat Soddy[4]) mit dieser Untrennbarkeit in Zusammenhang gebracht: Ritzel[5]) hat seinerzeit die Adsorption von UrX_1 durch Blutkohle untersucht und fand u. a., daß die starke Adsorption durch die Gegenwart von kleinen Mengen von Thoriumsalzen völlig aufgehoben wurde, während ein Stoff wie Aluminiumsulfat nicht so wirkte. Uran X_1 und Thorium gehören nun zu einer Plejade, und Soddy nimmt zur Erklärung der Erscheinung an, daß das Th die Adsorptionsfähigkeit der Kohle für UrX_1 gewissermaßen absättigt, die Th-Atome vertreten sozusagen die ihnen praktisch gleichen UrX_1-Atome an der Kohlenoberfläche. Die Auffassung hat allseitig[6]) Anklang gefunden.

Wir haben nun bei der Nachprüfung der Ritzelschen Versuche sie experimentell vollkommen bestätigen können, sind aber dann doch, als wir sie ausdehnten, zu einer anderen Deutung der Erscheinung gelangt.

Der Gang unserer Versuche entsprach im wesentlichen dem der Ritzelschen: eine Lösung von UrX_1-haltigem Uranylnitrat (pro analysi von Merck) wurde mit reinster Blutkohle (pro analysi von Merck) eine gegebene Zeit geschüttelt, von der Kohle abfiltriert, erst in einer Porzellanschale, dann in einem Al-Blechschälchen zur Trockne eingedampft und schließlich in bekannter Weise die β-Strahlenaktivität des Rückstandes mit einem Elektroskop gemessen. Die Lösung war 0,55 norm., es wurden 11 ccm derselben mit 1 ccm der Lösung versetzt, die den Zusatzstoff ($Th(NO_3)_4$, Benzoesäure u. dergl.) enthielt, und die Kohle zugewogen. In den nachfolgenden, ausführlicher mitgeteilten Versuchen wurde 230 Stunden lang geschüttelt, da in dieser Zeit nach Ritzel[1]) ein gewisser Endzustand eingetreten ist. Die unmittelbar am Elektroskop gemessene Aktivität wurde unter Berücksichtigung des Normalverlustes auf die Zahl der Teilstriche umgerechnet, die in einer Stunde vom Blättchen durchlaufen worden wären; diese relativen Zahlen sind im nachfolgenden als Aktivitäten angeführt.

Schüttelt man 11 ccm der $UrO_2(NO_3)_2$-Lösung plus 1 ccm Wasser mit 20 mg Kohle, so sinkt die Aktivität von 154 auf 26,8; dies um einen Begriff von der starken Adsorptionswirkung zu geben.

Gibt man statt des Wassers $Th(NO_3)_4$-Lösung in wachsender Konzentration hinzu, so bestätigt sich die ungeheure Zurückdrängung der Adsorption des UrX_1, wie die Tabelle 1 zeigt.

Tabelle 1.

11 ccm $UrO_2(NO_3)_2$-Lösung, 1 ccm Wasser bzw. $Th(NO_3)_4$-Lösung, 20 mg Kohle.

$Th(NO_3)_4$-Konzentration in mg pro 12 ccm	$Th(NO_3)_4$-Konzentration in Millimol i. L.	Aktivität
$\frac{1}{\infty}$	$\frac{1}{\infty}$	26,8
0,00256	0,00039	32,0
0,0256	0,0039	88,7
0,256	0,039	133
2,56	0,39	145
25,6	3,9	157

Es genügt also ein Gehalt von 0,00039 Millimol i. L. — 0,0025 mg in den 12 ccm —, um eine schon merkbare Wirkung hervorzurufen, etwa 4 Millimol heben die Adsorption praktisch völlig auf.

Aber dies ist, wie unsere weiteren Versuche ergaben, keine spezifische Wirkung des isotopischen Th-Atoms. Alle möglichen anderen Stoffe haben die gleiche Wirkung; was ihnen gemeinsam ist, konnte noch nicht endgültig festgestellt werden, eine starke Adsorbierbarkeit scheint aber von Bedeutung zu sein. Zunächst zeigten Zirkonsalze denselben Einfluß in einem ähnlichen Konzentrationsbereich; dies hätte man noch mit der engen Verwandtschaft zwischen Zr und Th erklären können, und hätte es in Parallele gestellt mit den Ergebnissen von Fajans und Beer[2]),

1) Soddy, Chemie d. Radioelemente, S. 40 u. folg.; Chem. News 107, 97, 1913; v. Hevesy, diese Zeitschr. 14, 49, 1913; Phil. Mag. 25 390, 1913; Russell, Chem. News 107, 49, 1913; Fajans, diese Zeitschr. 14, 131, 1913; Ber. d. Deutsch. Chem. Gesellsch. 46, 422, 1913; Verhandl. d. Deutsch. Phys. Gesellsch. 15, 240, 1913.
2) Verhandl. d. Deutsch. Phys. Gesellsch. 15, 245, 1913.
3) Phil. Mag. 27, 215, 1914.
4) Journ. Chem. Soc. 99, 72, 1911; Chemie d. Radioelemente, S. 53 u. 79.
5) Zeitschr. f. phys. Chem. 67, 747—748, 1909.
6) Rutherford, Radioactive Substances, S. 601; Paneth u. v. Hevesy, Wien. Monatshefte 34, 1038, 1913.

1) Zeitschr. f. phys. Chem. 67, 724, 1909.
2) Ber. d. Deutsch. Chem. Gesellsch. 46, 3486, 1913.

daß bei Fällungsreaktionen nicht bloß isotopische Elemente das betreffende Radioelement niederreißen, sondern auch solche, die zur selben Gruppe gehören.

Tabelle 2.

11 ccm $UrO_2(NO_3)_2$-Lösung, 1 ccm H_2O bzw. $ZrOCl_2$-Lösung, 20 mg Kohle.

$ZrOCl_2$-Konzentration in mg pro 12 ccm	in Millimol i. L.	Aktivität
$\frac{1}{\infty}$	$\frac{1}{\infty}$	26,8
0,00132	0,000343	35,1
0,0132	0,00343	42,8
0,132	0,0343	58,3
1,32	0,343	93,4
13,2	3,43	118

Aber diese Erklärung ging nicht mehr an, als sich herausstellte, daß auch die stark adsorbierbare Benzoesäure einen ähnlichen Einfluß ausübte. Die mit ihr erzielten Ergebnisse folgen in Tabelle 3.

Tabelle 3.

11 ccm $UrO_2(NO_3)_2$-Lösung, 1 ccm Wasser bzw. Benzoesäurelösung, 5 mg Kohle.

Benzoesäurekonzentration in mg pro 12 ccm	in Millimol i. L.	Aktivität
$\frac{1}{\infty}$	$\frac{1}{\infty}$	73,2
0,00088	0,0006	72,5
0,0088	0,006	80,9
0,088	0,06	82,0
0,88	0,6	120
8,8	6,0	137

Hier also gleichfalls eine merkbare Wirkung bei einem Gehalt von 0,006 Millimol i. L.

Nach unseren bisherigen Versuchen haben wir einen derartigen entschiedenen Einfluß bei Cero- und Wismutsalzen und bei Strychninnitrat beobachtet, einen sehr viel geringeren oder kaum merkbaren bei Salzen der Alkalien, Erdalkalien, des Radiums, des Aluminiums, des Eisens, des Silbers, des Thalliums, des Bleies u. a. m.

Es schien uns nach diesen Ergebnissen zunächst wahrscheinlich, daß es sich hier einfach um eine verdrängende Adsorption handelt, wie sie schon öfters[1]) beschrieben worden ist und wie sie mit der Radioaktivität an sich nichts zu tun hat: durch die Adsorption eines zweiten, in größerer Konzentration anwesenden Stoffes wird der erste an der Oberfläche anwesende Stoff verdrängt. Nach den bisherigen Erfahrungen über die Adsorption in Gemischen ist allerdings der in kleinerer Konzentration vorhandene Stoff sehr im Vorteil, d. h. seine Adsorption ist relativ merkbar bevorzugt. Immerhin sollte man doch vermuten, daß auch hier bei Gegenwart größerer Mengen stark adsorbierbarer Stoffe eine Verdrängung statthat.

Wir bestätigten diese Auffassung noch in zweierlei Weise. Einmal ließ sich zeigen, daß irgendein anderer Stoff, kein Radioelement, ganz ebenso durch $Th(NO_3)_4$ von der Kohlenoberfläche verdrängt wird. Leider haben wir keine Stoffe, die in ähnlich niedrigen Konzentrationen analytisch bestimmbar sind, wie es bei den Radioelementen der Fall ist. Um nun doch die Verhältnisse möglichst ähnlich zu gestalten, wurde ein Stoff gewählt, der sich dank seiner katalytischen Wirksamkeit in sehr kleinen Konzentrationen bestimmen läßt. Es empfiehlt sich da besonders das Cu-Ion; man hat ja schon mehrfach seine Fähigkeit, die Reaktion zwischen Persulfat und Jodion in saurer Lösung, vor allem in Gegenwart von Ferrosalzen, stark zu beschleunigen[1]), dazu benutzt, um es in geringen Konzentrationen zu analysieren[2]).

Die Versuche wurden folgendermaßen ausgeführt: Zu 55 ccm einer Lösung, die wenig $Cu(NO_3)_2$ und viel $NaNO_3$[3]) enthielt, wurden 5 ccm Wasser bzw. $Th(NO_3)_4$-Lösung zugesetzt und dann 100 mg Kohle. Nach 60stündigem Schütteln wurde die Kohle abzentrifugiert und 50 ccm der Lösung zur Analyse verwendet, d. h. sie wurden zu einer Lösung von $K_2S_2O_8+KJ$ gegeben, zu der dann noch H_2SO_4 und Mohrsches Salz zugefügt wurde, und man bestimmte dann mit Thiosulfatlösung die Geschwindigkeit, mit der sich Jod nach der Gleichung

$$K_2S_2O_8+2HJ=J_2+K_2SO_4+H_2SO_4$$

bildete. Es war natürlich vorher eine Eichungskurve mit bekannten Cu-Ionkonzentrationen aufgenommen worden, und man hatte sich auch übezeugt, daß $Th(NO_3)_4$ und $NaNO_3$ keinen störenden Einfluß ausüben. In allen Versuchen war die Cu-Ionkonzentration in der Ausgangslösung die gleiche, während die Konzentration von $Th(NO_3)_4$ variiert wurde.

Tabelle 4 zeigt nun, daß das Cu-Ion in ganz ähnlicher Weise vom $Th(NO_3)_4$ von der Kohle in die Lösung zurückgedrängt wird, wie

1) Michaelis u. Rona, Biochem. Zeitschr. **15**, 196, 1908; Freundlich u. Masius, van Bemmelen-Gedenkbuch, S. 88, 1910.

1) Price, Zeitschr. f. phys. Chem. **27**, 474, 1898.
2) Weiß, ebendort **54**, 305, 1906; Freundlich u. Schucht, ebendort **85**, 651, 1913.
3) Die Lösung war 0,55 normal bezüglich des $NaNO_3$. Dieser Stoff wurde zugesetzt, um die Verhältnisse möglichst denen bei den $UrO_2(NO_3)_2$-Lösungen gleichzustellen, wo man ja auch stets in einer stark elektrolythaltigen Lösung arbeitet. Das $NaNO_3$ empfiehlt sich, weil es bezüglich der verfolgten Reaktion indifferent ist.

das beim $Ur X_1$ auch der Fall war. Sehr deutlich wird die Ähnlichkeit, wenn man Fig. 3 — Verdrängung des Cu-Ions durch $Th(NO_3)_4$ — mit Fig. 1 und 2 — Verdrängung von $Ur X_1$ durch $Th(NO_3)_4$ bzw. Benzoesäure — vergleicht.

Tabelle 4.

55 ccm Cuhaltige $NaNO_3$-Lösung, 5 ccm Wasser bzw. $Th(NO_3)_4$-Lösung, 100 mg Kohle.

$Th(NO_3)_4$-Konzentration in mg pro 60 ccm	$Th(NO_3)_4$-Konzentration in Millimol i. L.	Cu-Ionkonzentration der Lösung in Millimol i. L.
1/∞	1/∞	0,0106
0,128	0,0039	0,0155
1,28	0,039	0,0252
12,8	0,39	0,0410
		0,0472 *)

*) Enthielt die Lösung vor der Adsorption.

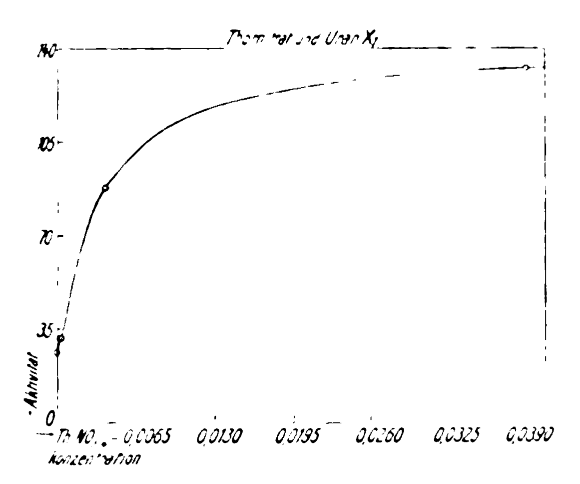


Fig. 1.

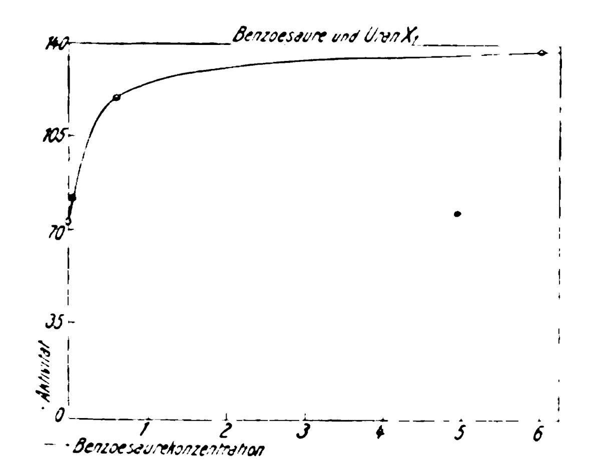


Fig. 2.

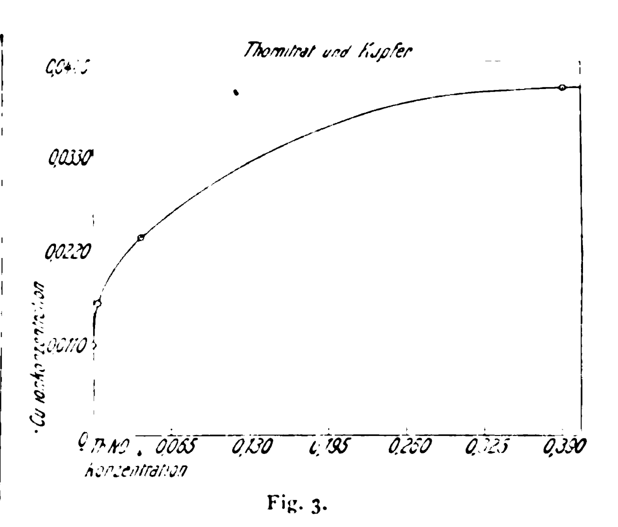


Fig. 3.

Noch schlagender ist wohl der zweite Versuch: 11 ccm von der früher benutzten Uranylnitratlösung wurden mit 20 mg Kohle 19 Stunden lang geschüttelt, dann wurde 1 ccm Wasser zugefügt und von neuem 24 Stunden geschüttelt; nach dem Abfiltrieren der Kohle wurden 10 ccm eingedampft und die Aktivität gemessen. Sie betrug 38,3. Der Parallelversuch wurde genau ebenso behandelt, nur war statt des Wassers 1 ccm $Th(NO_3)_4$-Lösung zugegeben worden — sie enthielt 2,56 mg, die Lösung also 0,39 Millimol i. L. —. Die Aktivität betrug aber jetzt 111. Es war also das $Ur X_1$ durch den nachträglichen Zusatz von $Th(NO_3)_4$ reichlich von der Kohlenoberfläche verdrängt worden[1]).

Nach diesen Versuchen halten wir nicht nur die Erklärung der Ritzelschen Beobachtung auf Grund der gegenseitigen Vertretbarkeit von $Ur X_1$ und Th für ausgeschlossen: uns scheinen sie vielmehr sogar ein Beweis dafür zu sein, daß isotopische Elemente durchaus chemisch verschieden sind; dazu führt der Verdrängungsversuch, dazu führt nicht minder die Tatsache, daß sich $Ur X_1$ bei der Verdrängung durch Th ganz ebenso verhält wie das vom Th völlig verschiedene Cu.

Wir sehen tatsächlich bei der Durchprüfung der bisherigen Arbeiten keinen Grund dafür ein, die isotopischen Elemente für ähnlicher zu halten als etwa nahe verwandte Elemente der

1) Daß nicht etwa die Aktivität nach dem ersten 19 Stunden langen Schütteln so wenig (von 154 auf 111) abgenommen hatte, sondern daß sie schon nahe an 38,3 gelangt war, konnte man schon aus den Ritzelschen Versuchen abschätzen. Es wurde aber doch folgender Kontrollversuch ausgeführt. 11 ccm Uranylnitratlösung mit 20 mg Kohle 19 Stunden lang geschüttelt, dann 1 ccm Wasser zugesetzt und sofort von der Kohle abfiltriert; das Filtrat blieb 24 Stunden lang stehen und wurde dann eingedampft und die Aktivität bestimmt; sie ergab sich zu 51,2.

seltenen Erden. Man muß nicht vergessen, daß hier wahrscheinlich ein Umstand in verstärktem Maß eine Rolle spielt, der schon dort die chemische Ähnlichkeit beträchtlich erhöht. Es ist das die eigentümliche Erscheinung der „chemischen mimicry", die mehrfach beobachtet worden ist. Sie besteht darin, daß das eine Element oft in sehr kleiner Menge dazu imstande ist, dem ihm ähnlichen Element Reaktionen aufzuprägen, zu denen es im reinen Zustand nur wenig neigt. Einige Beispiele hiervon seien nach den Resultaten von Marc[1]) und Meyer und Koß[2]) angeführt: Praseodymoxyd bildet beim Glühen an der Luft das höhere Oxyd PrO_2, Lanthanoxyd nicht; einige Prozente Lanthanoxyd verhindern diese höhere Oxydation des Praseodymoxyds vollständig. Ceroverbindungen geben rein beim Glühen an der Luft CeO_2; Neodymverbindungen dagegen das Oxyd Nd_2O_3; ist das Ce im Überschuß, so wird das Nd veranlaßt, sich zu superoxydieren, im umgekehrten Fall bildet das Ce das Oxyd Ce_2O_3. Geglühtes Cerooxyd ist fast unlöslich in verdünnten Säuren, mit überschüssigem Lanthan-, Praseodym- oder Neodymoxyd gemengt löst es sich leicht.

Derartige Einflüsse möchte man bei den isotopischen Elementen in verstärktem Maße erwarten, weil eben das aufprägende Element so stark im Überschuß ist. Das häufig betonte, überraschend scharf definierte chemische Verhalten der in so winziger Menge vorliegenden Radioelemente ist danach nicht so verwunderlich. Es würde dann eben nicht daher rühren, daß die Atome des Radioelements mit denen des isotopischen Elements identisch sind, sondern daß das Radioelement eben bei den Reaktionen des nahe verwandten Elements, aber auch nur bei diesen, mitgeht.

Auch die im ersten Augenblick am schwerwiegendsten zugunsten der Identität sprechende Beobachtung von Russell und Rossi[3]), daß ein Thoriumpräparat, dessen Gehalt an (isotopischem) Ionium man auf etwa 10 Proz. schätzte, nur das Th-Spektrum gab, verliert an Gewicht, wenn man bedenkt, in wie ungeheurem Maße bei den Kathodolumineszenzspektren die seltenen Erden sich gegenseitig beeinflussen und verdecken können[4]). —

Gelegentlich dieser Versuche wurde noch eine andere Angabe Ritzels[5]) nachgeprüft. Er hatte zur Erklärung seiner Beobachtungen beim Thorium einen besonderen Einfluß der Radioelemente angenommen und war dadurch auf den Versuch geführt worden, den Einfluß der Th-Emanation auf die Adsorption des UrX_1 durch Kohle zu untersuchen. Er leitete einen Luftstrom über festes $Th(NO_3)_4$ in eine UrX_1-haltige Uranylnitratlösung; benutzte er nun diese Lösung für seinen Adsorptionsversuch, so war die adsorbierte Menge UrX_1 beträchtlich kleiner als in einer Parallellösung, durch die emanationshaltige Luft nicht durchgesaugt worden war. Die Menge Emanation, die so in die Lösung gelangt war und sehr merkbar wirkte, war so gering, daß die Aktivität der Lösung dadurch nicht erhöht wurde. Bei der ungeheuren Winzigkeit der Mengen von Th-Zerfallsprodukten, die auf solche Weise in die $UrO_2(NO_3)_2$-Lösung gelangen würden, müßte dieser Versuch Ritzels — sofern sich keine experimentellen Einwände dagegen erheben ließen — mehr als alles andere zugunsten einer Sonderstellung der Radioelemente sprechen.

Als wir unsere Versuche genau so wie Ritzel anstellten, war der von ihm beobachtete Effekt in auffallendstem Maße vorhanden. Luft wurde — 3—4 Liter stündlich — neun Stunden lang durch acht Waschflaschen geleitet, die folgendermaßen beschickt waren:

Luft → konz. H_2SO_4 (1) $UrO_2(NO_3)_2$-Lösung (2) H_2SO_4 (3)
festes $ZrOCl_2$ (4) $UrO_2(NO_3)_2$-Lösung (5) H_2SO_4 (6)
festes $Th(NO_3)_4$ (7) $UrO_2(NO_3)_2$-Lösung (8) →

Von den $UrO_2(NO_3)_2$-Lösungen 2, 5 und 8 wurden dann 11 ccm herausgenommen, mit 1 ccm Wasser und 20 mg Kohle versetzt, 36 Stunden lang geschüttelt und dann wie sonst die Aktivität der Lösung bestimmt.

Es ergab sich folgendes:

Tabelle 5.

Untersuchte Lösung	Aktivität	Aktivität nach 7 Tag.
$UrO_2(NO_3)_2$-Lösung — zum Vergleich, keine Luft durchgeleitet	27,6	27,4
$UrO_2(NO_3)_2$-Lösung 2. . . .	28,5	28,5
$UrO_2(NO_3)_2$-Lösung 5. . . .	29,8	29,7
$UrO_2(NO_3)_2$-Lösung 8. . . .	75,3	72,2

Also eine sehr starke Zurückdrängung der Adsorption des UrX_1, anscheinend nur durch die Zerfallsprodukte der Th-Emanation. Ähnliches ergaben mehrere weitere, analog angestellte Versuche, bei denen auch Benzoesäure an Stelle des $ZrOCl_2$ zum Vergleich herangezogen wurde.

1) Ber. d. Deutsch. Chem. Gesellsch. **35**, 2370, 1902; siehe auch Marc, Chem. Novitäten **4**, 4, 1907.
2) Ebendort **35**, 3740, 1902.
3) Proc. Roy. Soc. **87**, 478, 1912.
4) Siehe u. a. Baur u. Marc, Ber. d. Deutsch. Chem. Gesellsch. **34**, 2460, 1901.
5) Zeitschr. f. phys. Chem. **67**, 749, 1909.

Obwohl der gerade zur Kontrolle angestellte Versuch mit Zirkonoxychlorid bzw. Benzoesäure keine solche Wirkung wie der Versuch mit Thoriumnitrat erkennen ließ, machte die große Empfindlichkeit der Erscheinung es doch wünschenswert, auch die äußerste Vorsichtsmaßregel anzuwenden: ein Stäubchen von wenig mehr als $^1/_{100}$ mg $Th(NO_3)_4$ hätte ja nach Tabelle 1 genügt, um die beobachtete Wirkung hervorzubringen. Um jedes Übergehen von $Th(NO_3)_4$-Stäubchen mit dem Luftstrom auszuschließen, wurde in einer weiteren Versuchsreihe ein etwa 3 cm langer, lockerer Wattebausch zwischen die Flasche mit dem $Th(NO_3)_4$ und die mit der $UrO_2(NO_3)_2$-Lösung eingeschaltet. Die Anordnung war also:

Luft → H_2SO_4 (1) $UrO_2(NO_3)_2$-Lösung (2) H_2SO_4 (3)
Benzoesäure (4) $UrO_2(NO_3)_2$-Lösung (5) H_2SO_4 (6)
Wattebausch
$Th(NO_3)_4$ (7) $UrO_2(NO_3)_2$-Lösung (8) →

und das Ergebnis

Tabelle 6.

Untersuchte Lösung	Aktivität
$UrO_2(NO_3)_2$-Lösung — zum Vergleich — .	40,8
$UrO_2(NO_3)_2$-Lösung 2	41,5
$UrO_2(NO_3)_2$-Lösung 5	40,9
$UrO_2(NO_3)_2$-Lösung 8	43,4

Die früher beobachtete Wirkung der Th-Emanation blieb jetzt aus.

Ganz bündig war schließlich noch folgender Versuch. Die Anordnung war völlig die gleiche wie im vorangehenden Fall, nur befand sich in Flasche 7 statt des festen $Th(NO_3)_4$ 10 ccm einer Lösung von ThX, die etwa $^1/_2$ mg $RaBr_2$ der γ-Strahlung nach äquivalent war; der Luftstrom wurde ferner nur 90 Minuten durchgeleitet.

Das Ergebnis war das folgende:

Tabelle 7.

Untersuchte Lösung	Aktivität
$UrO_2(NO_3)_2$-Lösung — zum Vergleich — .	27,2
$UrO_2(NO_3)_2$-Lösung 2	33,4
$UrO_2(NO_3)_2$-Lösung 5	31,8
$UrO_2(NO_3)_2$-Lösung 8	30,6

Um zu beweisen, daß bei diesem Versuch reichlich Th-Emanation durch die $UrO_2(NO_3)_2$-Lösung gegangen war, wurde gleich nach Beendigung des Versuchs in Flasche 8 ein Al-Blech gerade dorthin gehängt, wo sich sonst Lösung befunden hätte; dann wurde unter denselben Bedingungen Luft durchgeleitet. Die Aktivität des Bleches betrug nach anderthalbstündigem Durchleiten 876 (bei Bedeckung mit Papier) bzw. 3725 (ohne Papier). Die Emanationsmengen, die hier wirken, sind jedenfalls ganz enorm im Vergleich zu den im Ritzelschen Versuch in Frage kommenden[1]).

Die Wirkung der Th-Emanation rührt also tatsächlich von $Th(NO_3)_4$-Stäubchen her, die vom Luftstrom oder vielleicht richtiger von der Emanation mitgenommen worden sind[2]). Diese Mitnahme von festen, radioaktiven Teilchen durch einen emanationshaltigen Luftstrom scheint schon mehrfach beobachtet worden zu sein.

Daß der Ritzelsche Effekt tatsächlich von $Th(NO_3)_4$-Teilchen herrührt, geht übrigens auch daraus hervor, daß er nicht mit dem Verschwinden der Th-Emanation bzw. ihrer Zerfallsprodukte aus der Lösung verschwindet. Bei dem Versuch in Tabelle 5 wurden die Lösungen 7 Tage stehen gelassen, und dann von neuem in völlig gleicher Weise die Adsorptionsversuche angestellt. Das Ergebnis findet sich schon in der dritten Kolonne von Tabelle 5. Die Aktivitäten haben sich praktisch nicht geändert. So müßte es sein bei einer Wirkung des $Th(NO_3)_4$, nicht aber bei einer Wirkung der Th-Emanation.

Es muß nun noch eins angemerkt werden. Ritzel hat seine Versuche mit einer $UrO_2(NO_3)_2$-Lösung angestellt, in der das UrX_1 neu bis zum Gleichgewicht angewachsen war; er vermied so den Einfluß der Radioelemente zwischen dem UrX_1 und dem Ra, die in einer nicht vorbehandelten Lösung anwesend sind. Wir beabsichtigen, um jedem Einwand zu begegnen und weil man daraus vielleicht noch andere Aufschlüsse gewinnen kann, unsere wesentlichsten Versuche auch mit neu gewachsenem UrX_1 zu wiederholen. Es darf aber jetzt schon als ausgeschlossen gelten, daß unsere Ergebnisse der Sache nach irgendwie geändert werden könnten. Ritzel fand ja auch bei vorbehandelten und nicht vorbehandelten Lösungen qualitativ durchaus dieselben Erscheinungen, nur im Betrag der adsorbierten Menge waren Unterschiede vorhanden.

1) Man könnte sich darüber wundern, daß in Tabelle 7 die Lösung, die die Th-Zerfallsprodukte enthält, nicht merklich aktiver ist als die Vergleichslösungen. Es liegt dies wohl daran, daß die genannten Produkte von der Kohle auch adsorbiert worden sind. Denn daß sie nicht in der Lösung vorhanden sind, ging auch daraus hervor, daß sich die nach Tabelle 7 gemessenen Aktivitäten nach mehreren Tagen praktisch nicht geändert hatten.

2) Letzteres scheint uns nicht unmöglich, weil es doch auffallend ist, daß nach den Tabellen 5—7 vom $ZrOCl_2$ bzw. von der Benzoesäure durch den Luftstrom praktisch gar nichts mitgenommen worden ist.

Zusammenfassung.

1. Es wurden die Ritzelschen Versuche über die Beeinträchtigung der Adsorption des $Ur X_1$ an Blutkohle durch die Gegenwart von Thorium bestätigt. Die Wirkung tritt schon bei sehr kleinen Mengen ein; ein Gehalt von etwa 0,0004 Millimol $Th(NO_3)_4$ i. L. (gleich etwa 0,2 mg i. L.) erhöht die Aktivität der Lösung nach der Adsorption um etwa 20 Proz.

2. Die Wirkung ist aber nicht spezifisch für Thorium, auch nicht für Radioelemente, sondern findet sich bei einer größeren Anzahl von Stoffen: Zirkonsalzen, Benzoesäure, Strychninnitrat u. a. m.

3. Man kann also die Erscheinung nicht damit erklären, daß das Thorium das mit ihm isotopische $Ur X_1$ an der Kohlenoberfläche vertritt.

4. Wahrscheinlich handelt es sich vielmehr um eine Verdrängung des Uran X_1 durch andere, stark adsorbierbare Stoffe; dafür spricht einmal, daß man das $Ur X_1$ auch durch nachträglichen Zusatz von $Th(NO_3)_4$ von der Kohle verdrängen kann; ferner daß Cu-Ion in ganz derselben Weise, ja mit der gleichen Abhängigkeit von der $Th(NO_3)_4$-Konzentration durch Thorium an der Kohlenoberfläche vertreten werden kann.

5. In den unter 4. erwähnten Versuchen verhält sich $Ur X_1$ dem Th gegenüber weitgehend wie ein völlig anderer Stoff, etwa Cu. Es scheint daher nicht richtig zu sein, isotopische Elemente als fast chemisch identisch anzusehen. Wenn sie bei chemischen Reaktionen so weitgehend untrennbar sind, so hängt das vielleicht mit der bei den seltenen Erden beobachteten „chemischen Mimicry“ zusammen: das eine Element prägt dem nahe verwandten sein chemisches Verhalten auf.

6. Die von Ritzel beschriebene Beeinträchtigung der Adsorption des $Ur X_1$ an Kohle durch die Gegenwart von Th-Emanation verschwindet, wenn die Emanation vor dem Eintritt in die Lösung durch Watte filtriert wird. Es handelt sich in den Ritzelschen Versuchen um die Wirkung von $Th(NO_3)_4$-Stäubchen, die von dem emanationshaltigen Luftstrom mitgerissen worden waren.

Diese Untersuchung wurde mit Unterstützung der Solvay-Stiftung ausgeführt, der wir hiermit vielmals danken möchten.

Braunschweig, Physikal.-chem. Institut d. Herzogl. Technischen Hochschule.

(Eingegangen 9. April 1914.)

BESPRECHUNGEN.

J. Perrin, Die Atome. Mit Autorisation des Verfassers deutsch herausgegeben von A. Lottermoser. Mit 13 Abbildungen im Text. gr. 8. XX u. 199 Seiten. Dresden, Theodor Steinkopff. 1914. M. 5.—, geb. M. 6.—

Eine von tiefer Überzeugung getragene meisterhafte Darstellung vermittelt die Gedankengänge, die zur Annahme der körperlichen Existenz der Moleküle uns zwingend geführt haben. Grundlagen der Atomtheorie, der kinetischen Gastheorie, die Brownsche Bewegung (Experiment und Theorie), Energiequanten, Elektronen und Radioaktivität sind die Gebiete, durch die uns Perrin am Leitfaden der Avogadroschen Zahl rasch und sicher hindurchführt. Überall erfaßt er den springenden Punkt und verweilt taktvoll bei Schwierigkeiten. Dem, der den Stoff nur wenig kennt, ist das Buch ein hervorragender Lehrer, und dem, der ihn kennt, bereitet die geistreiche Darstellung hohen Genuß. Hinweisen will ich auf das Kapitel über Quantentheorie und speziell auf die interessante quantentheoretische Behandlung der Rotationsenergie der Atome und die daraus gezogenen Folgerungen. Anerkennung verdient die sorgfältige Übertragung ins Deutsche.

H. Hörig.

W. H. Bragg, Durchgang der α-, β-, γ- und Röntgenstrahlen durch Materie. Deutsch von M. Iklé. gr. 8. VI u. 241 S. mit 70 Figuren. Leipzig, J. A. Barth. 1913. M. 6.80, gebunden M. 7.80

Das Buch beginnt mit einer historischen Darstellung der Versuche, die Bragg zur Auffindung der Reichweite der α-Strahlen geführt haben, und bringt dann in ausführlicher Weise das meiste dessen, was wir heute über die Natur der α-Strahlen wissen, vor allem auch die Vorgänge der Ionenbildung, die bei den α-Strahlen die Eigentümlichkeit der „anfänglichen Wiedervereinigung“ aufweist, weil die Ionen längs der Schußkanäle der α-Strahlen in geradlinigen Bahnen angeordnet sind. In drei folgenden Kapiteln werden sodann die Zerstreuung, die Geschwindigkeitsverluste und allgemein die „Absorption“ schneller Elektronen, der β-Strahlen, behandelt, und hierbei wird die Vorstellung des „gelegentlichen Verschwindens eines Elektrons zugunsten eines Röntgen- oder γ-Strahles“ eingeführt. Dies gibt die Überleitung zum zweiten Teil des Buches, das der Braggschen Korpuskulartheorie der γ- und Röntgenstrahlen gewidmet ist, nach der die genannten Strahlen nicht dem Lichte wesensgleich sind, sondern korpuskular aus Elektronen mit kompensierter Ladung bestehen sollen. Bragg hat bekanntlich diese Auffassung in zahlreichen Arbeiten zu stützen gesucht und bringt in diesem Buch eine aus-

führliche Diskussion all der experimentellen Tatsachen, die durch seine Theorie besser als durch die sonst allgemein angenommene Ätheitheorie wiederzugeben sein sollen. Es ist insbesondere die große Energiekonzentration, die wir bei der Absorption der Strahlen in der Emission sekundärer Elektronen beobachten, obwohl die im Photoeffekt ganz analoge Schwierigkeit im Gebiete des Lichtes wohl kaum zur Rückkehr zu einer Korpuskulartheorie des Lichtes als ausreichend gelten wird. Noch im Vorwort des Buches bemerkt Bragg nach Erwähnung der Laueschen Entdeckung über die korpuskularen und die Äthertheorien: „Irgendwie — wie, das können wir zurzeit noch nicht völlig verstehen — sind beide Theorien richtig". Aber es ist doch wohl zu erwarten, daß Herr Bragg heute nach all den schönen Beweisen, die er inzwischen selbst für die Interferenzfähigkeit der Röntgenstrahlen beigebracht hat, für seine eigene Theorie wohl nicht mehr als historisches Interesse beansprucht. R. Pohl.

Samuel Smiles, Chemische Konstitution und physikalische Eigenschaften. Aus dem Englischen übersetzt von P. Krassa. Bearbeitet und herausgegeben von R. O. Herzog. gr. 8. XII u. 676 S. Dresden, Th. Steinkopff. 1914. geh. M. 20.—, geb. M. 21.50

Gegenüber dem Original ist die Übersetzung durch den Herausgeber und seine Mitarbeiter, besonders F. Kaufler und R. Leiser, ergänzt, umgearbeitet und um mehrere wichtige Kapitel erweitert worden. Sie umfaßt die Abschnitte: Raumerfüllung, Kapillarität, Viskosität, spezifische Wärme, Schmelzpunkt, Siedepunkt, latente Verdampfungswärme, Bildungswärmen und Verbrennungswärmen, Brechungs- und Zerstreuungsvermögen, Absorption des Lichtes, Fluoreszenz, optisches Drehungsvermögen, Leitfähigkeit, Dielektrizitätskonstante, elektrische Doppelbrechung, anormale elektrische Absorption, magnetische Suszeptibilität, magnetisches Drehungsvermögen, magnetische Doppelbrechung. Der Physiker wird an dem Buch seine Freude haben, wenn er sieht, wie reichlich und erfolgreich seine Methoden der Chemie zu Hilfe kommen. Aber er wird andernteils mit Bedauern wahrnehmen, wie kümmerlich es mit der exakten Herausarbeitung der Beziehungen beider im Titel genannter Begriffe bestellt ist, wie das Ergebnis des Buches im großen und ganzen und von berühmten Ausnahmen (z. B. opt. Drehungsvermögen und asym. C-Atom) abgesehen nur Näherungsregeln sind, weit entfernt von physikalischer Strenge, „latente Mathematik", wie in der Enzyklopädie der math. Wissenschaften über die Chemie zu lesen ist. Es liegt jene Unvollkommenheit daran, daß der mit den physikalischen Konstanten zu kombinierende Begriff „chemische Konstitution" zur Zeit noch ein vergleichsweise roher ist, „sinnliche Bilder, die in der vorgetragenen Weise unmöglich richtig sein können" (Helmholtz). Material zu einer Verfeinerung der Bilder beizubringen, ist die ausgesprochene Absicht des Verfassers und Herausgebers des Buches und man wird die Durchführung dieser Absicht mit lebhaftem Danke anerkennen. Wilhelm Biltz.

J. Stark, Die Atomionen chemischer Elemente und ihre Kanalstrahlenspektra. Mit 11 Figuren im Text und auf einer Tafel. gr. 8. u. 39 Seiten. Berlin, Julius Springer. 1913. M. 1,60.

Diese Broschüre verdankt ihre Entstehung dem von Herrn Stark auf der Naturforscherversammlung in Wien 1913 gehaltenen Vortrage und enthält ein Referat der Arbeiten des Verfassers und seiner Schüler auf dem Gebiete der Kanalstrahlenspektren. Bei dem großen Material, das man dieser Starkschen Schule bereits verdankt, ist diese Schrift (abgeschlossen September 1913) sehr geeignet zur Orientierung, namentlich, wenn man noch die Bibliographie des Stark-Doppler-Effekts von Fulcher im Jahrbuch der Rad. und Elektronik 1913 zu Rate zieht. Hervorgehoben sei das Kapitel über „mehrfache Ionisierung chemischer Atome und die Zahl ihrer Valenzelektronen", worüber auch in dieser Zeitschrift 1913, Seite 961 und 965 eingehend berichtet worden ist. Charakteristisch ist die — ich möchte sagen englische — Kühnheit der Hypothesen Starks. Sein Streben nach Vorstellung dürfte wohl auch die wesentliche Wurzel seiner neuen fundamentalen Arbeit über den „Effekt des elektrischen Feldes auf Spektrallinien" bilden. H. Hörig.

R. Blondlot, Einführung in die Thermodynamik. Mit Zusätzen und Verbesserungen des Autors versehene autorisierte deutsche Ausgabe der zweiten französischen Auflage, besorgt von Carl Schorr und Friedrich Platschek. gr. 8. VIII und 102 S. m. 41 Fig. Dresden, Theodor Steinkopff. 1913. M. 4.—

Man muß von der Darstellung sagen, daß sie für die Einführung in die Thermodynamik, namentlich, was die Theorie der gewöhnlichen Dampfmaschinen betrifft, sehr geeignet ist. Besonders gut ist die Kelvinsche Definition der absoluten Temperatur, der nicht leichte Begriff der spezifischen Wärme des Dampfes und das Entropiediagramm behandelt. Für eine allgemeine Einführung ist das Buch jedoch ein wenig zu einseitig. Dem Techniker, soweit für ihn Thermodynamik Nebenfach ist, könnte das Buch jedoch sehr willkommen werden, wenn es auch etwas über Ausfluß von Gasen und Dämpfen enthielte. Vielleicht wird es in einer neuen Auflage nach dieser Richtung hin ergänzt. Reinganum.

J. Blein, Optique géométrique. 8. 275 S. mit 107 Textfiguren. Paris, O. Doin et Fils. 1913. Fr. 5.—

Der Verfasser schreibt in der Einleitung, daß das Buch bezweckt, dem Leser die Kenntnisse zu übermitteln, welche zum Studium umfangreicherer Werke über die geometrische Optik erforderlich sind. Demgemäß werden in dem I. Teil die Gesetze der Strahlenbrechung, im II. Teil die Abbildung durch zentrierte Systeme im allgemeinen behandelt, während der III. Teil den zusammengesetzten optischen Instrumenten gewidmet ist. Der 4. und letzte Teil des Buches enthält die Theorie der Aberrationen dritter Ordnung.

Die Darstellung ist klar und verständlich, und das Buch dürfte nach seiner ganzen Anlage seinem Zwecke vollkommen gerecht werden, da auch entstellende Druckfehler kaum vorkommen. Zu bemerken ist jedoch, daß die Figuren kaum den normalen Ansprüchen genügen, teilweise sogar, wie z. B. Fig. 96, sehr zu beanstanden sind. H. Schulz.

Annuaire pour l'an 1914. Publié par le Bureau des Longitudes. Avec des notices scientifiques. kl. 8. VII u. 686 S. Paris, Librairie Gauthier-Villars. 1914. Fr. 1.50

Über die Anlage dieses außerordentlich brauchbaren Taschenbuchs, dem wir in Deutschland leider kein ähnliches Werk von gleicher Wohlfeilheit an die Seite zu stellen haben, ist bereits gelegentlich der Besprechung der früheren Jahrgänge (diese Zeitschr. **14**, 508, 1913) berichtet worden.

Die Ausgabe für 1914 enthält außer den regelmäßig mitgeteilten astronomischen und chronologischen Daten physikalische und chemische Tabellen, die nach den neuesten Auflagen des Recueil de Constantes physiques der Société française de Physique (1913) und der physikalisch-chemischen Tabellen von Landolt-Börnstein ergänzt und berichtigt sind.

Als Anhang ist von P. Hatt eine sehr anschauliche Besprechung der scheinbaren Verzerrungen gegeben, die sich bei Betrachtung entfernter Gegenstände von einfachen geometrischen Formen mit einem stark vergrößernden Fernrohre dadurch ergeben, daß die Abmessungen parallel zur Absehenslinie des Fernrohres eine andere Vergrößerung erfahren als die dazu senkrechten.

G. Bigourdan bespricht dann nach einer zusammenfassenden Übersicht über die Einteilung des Tages bei den verschiedenen Völkern des Altertums und der Neuzeit die Bestrebungen, die zu der Einführung der Zonenzeit im internationalen Verkehr geführt haben. Verschiedene Methoden der optischen und elektrischen Zeitübertragung werden kurz behandelt; sehr ausführlich aber wird über den Stand der Zeitübertragung mittels drahtloser Telegraphie berichtet. Ein Bericht über die Resultate der Verhandlungen der vom 15.—23. Oktober 1912 in Paris versammelten Conférence internationale de l'heure, welche die Ausdehnung dieses Zeitdienstes über die ganze Erde vorbereitete, bildet den Schluß der Bigourdanschen Abhandlung. R. Ambronn.

Tagesereignisse.

Preisaufgaben der Fürstl. Jablonowskischen Gesellschaft für die Jahre 1914 und 1916. 1. Für das Jahr 1914: Es sind die Dielektrizitätskonstante und die lösenden und dissoziierenden Eigenschaften des flüssigen Fluorwasserstoffes zu untersuchen und die erhaltenen Resultate mit den bestehenden Theorien der elektrolytischen Dissoziation in Verbindung zu bringen. 2. Für das Jahr 1916: Die Theorie der linearen Funktionaldifferentialgleichungen ist in irgendeiner Richtung zu fördern. Besonders wünschenswert wäre eine ganz durchgreifende Behandlung neuer Spezialfälle.

Der Preis für jede gekrönte Abhandlung beträgt M. 1500. Die Einlieferung hat jeweilig bis zum 31. Oktober 1914 bzw. 1916 zu erfolgen.

Der Jahresbericht, der ausführlichere Mitteilungen über die gestellten Preisaufgaben enthält, ist durch den Sekretär der Gesellschaft (für das Jahr 1914 Herr Geheimer Rat Professor Dr. Brugmann, Leipzig, Schillerstraße 7 II) zu beziehen.

v. Reinach-Preis für Paläontologie. Ein Preis von 500 Mark soll der besten Arbeit zuerkannt werden, die einen Teil der Paläontologie des Gebietes zwischen Aschaffenburg, Heppenheim, Alzey, Kreuznach, Koblenz, Ems, Gießen und Büdingen behandelt; nur wenn es der Zusammenhang erfordert, dürfen andere Landesteile in die Arbeit einbezogen werden.

Die Arbeiten, deren Ergebnisse noch nicht anderweitig veröffentlicht sein dürfen, sind bis zum 1. Oktober 1915 in versiegeltem Umschlage, mit Motto versehen, an die Senckenbergische Naturforschende Gesellschaft einzureichen. Der Name des Verfassers ist in einem mit gleichem Motto versehenen zweiten Umschlage beizufügen.

Die Senckenbergische Naturforschende Gesellschaft hat die Berechtigung, diejenige Arbeit, der der Preis zuerkannt wird, ohne weiteres Entgelt in ihren Schriften zu veröffentlichen, kann aber auch dem Autor das freie Verfügungsrecht überlassen. Nicht preisgekrönte Arbeiten werden den Verfassern zurückgesandt.

Über die Zuerteilung des Preises entscheidet bis spätestens Ende Februar 1916 die Direktion der Senckenbergischen Naturforschenden Gesellschaft in Frankfurt (Main) auf Vorschlag einer von ihr noch zu ernennenden Prüfungskommission.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Heidelberg Dr. Hans Baerwald (früher in Darmstadt) für Physik.

Neuer Lehrauftrag: Der Privatdozent für Meßtechnik der drahtlosen Telegraphie an der Technischen Hochschule Berlin Professor Dr. Bruno Glatzel für die etatsmäßige Vorlesung über Funkentelegraphie an der Militärtechnischen Akademie zu Charlottenburg.

Vom Lehramt zurück: Der Professor der Chemie an der Wesleyan University in Middletown Dr. Walter P. Bradley, der Professor der Chemie am College of Engineering der University of Wisconsin in Madison Charles F. Burgeß.

Gestorben: Der Ehrendirektor der Station agronomique des Institut Pasteur de la Loire-Inférieure in Nantes Professor A. Andouard.

Angebote.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich i. V.: Privatdozent Dr. Max Born in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 11. 1. Juni 1914. 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 12 am 30. Mai 1914.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die sogenannten Cyanbanden.

(Mitteilung aus dem Institut für angewandte Elektrizität zu Göttingen.)

Von W. Grotrian und C. Runge.

Zur Stickstoffgewinnung aus der Luft nach dem Verfahren der Badischen Anilin- und Sodafabrik verwendet man lange Wechselstromlichtbögen, die in den technischen Öfen eine Länge bis zu 8 m erreichen. Die Möglichkeit, derartige Lichtbögen herzustellen, beruht auf der Anwendung eines von Schönherr[1]) entdeckten Kunstgriffes. Dieser läßt Hochspannungslichtbögen in einem zylindrischen Rohr brennen, und stabilisiert die an sich gegen ungleichmäßige Luftströmungen sehr empfindlichen Gebilde dadurch, daß er am unteren Ende des Rohres einen Luftstrom tangential so einführt, daß im Rohr ein schraubenförmig aufsteigender Wirbel entsteht, in dessen Mitte der Lichtbogen völlig ruhig brennt.

1) Schönherr, Die Fabrikation des Luftsalpeters nach dem Verfahren der Badischen Anilin- und Sodafabrik, E.T.Z. 1909, S. 365. Vergl. auch Zenneck, Die Verwertung des Luftstickstoffes mit Hilfe des elektrischen Flammbogens, Vortrag der Vers. d. Naturforscher u. Ärzte, Königsberg 1910. Mit 29 Abbildungen im Text. Leipzig, S. Hirzel. 1911.

Mit einer diesen Öfen in kleineren Dimensionen nachgebildeten Versuchsanordnung (es konnten mit der Gleichstromhochspannungsmaschine des Instituts für angewandte Elektrizität von 5000 Volt und 3 Amp. maximaler Leistung Lichtbögen in Luft bis zu 100 cm Länge hergestellt werden) haben wir die spektroskopischen Eigenschaften langer Gleichstromlichtbögen in verschiedenen Gasen untersucht.

Zur Untersuchung der Gasspektren machen zwei Eigenschaften diese Lichtbögen besonders geeignet.

1. Wie bei gewöhnlichen Lichtbögen kleiner Länge und großer Stromstärke tritt unter normalen Verhältnissen an Kathode und Anode das Spektrum des Elektrodenmaterials auf, dieses reicht aber nur ein verhältnismäßig kurzes Stück in den eigentlichen Bogen hinein, und ist in der Mitte des Bogens wenn überhaupt merkbar, so doch derartig schwach, daß hier die Emission wesentlich vom Gase herrührt. Die Untersuchung der elektrischen Eigenschaften dieser Lichtbögen, die der eine von uns ausgeführt hat, zeigt unzweideutig, daß die Leitung in diesen Lichtbögen von Gasionen übernommen wird, da der Verlauf der elektrischen Charakteristik unabhängig ist von dem Elektrodenmaterial. Unter

besonderen Umständen gelingt es sogar, Entladungsformen zu erhalten, bei denen weder an der Anode noch an der Kathode das Spektrum des Elektrodenmaterials auftritt, so daß man hier eine Glimmentladung vor sich hat bei Atmosphärendruck und hoher Stromstärke.

2. Gegenüber dem gewöhnlichen Glimmlicht in evakuierten Röhren hat dieser Bogen noch den Vorteil, daß infolge der hohen Gasdichte kleine Verunreinigungen verhältnismäßig wenig stören, zumal da durch den dauernd starken Gasstrom (das Gas wurde gewöhnlich aus einer Bombe direkt in das Entladungsrohr geblasen) etwa sich bildende Verunreinigungen sofort weggespült und durch frisches Gas ersetzt werden.

Derartige Entladungen ohne Elektrodenlicht lassen sich besonders leicht in reinem Stickstoff herstellen. Wir haben sie beobachtet bis zu etwa 30 cm Länge und Stromstärken über 1 Amp. An der Anode geht die Entladung aus einer punktförmigen Ansatzstelle, die hell rosa leuchtet, in den eigentlichen Bogen über. Dieser selbst besteht aus einem rötlich-violett leuchtenden Bande. Von einer Aureole ist bei kräftigem Gasstrom nichts zu merken. An der Kathode bildet sich ein breiter bläulich leuchtender Fleck, der ganz analog dem negativen Glimmlicht im Vakuumrohr ist und die negativen Stickstoffbanden emittiert.

Die spektroskopische Untersuchung des Bandes ergab nun das Resultat, daß das von ihm ausgestrahlte Licht im wesentlichen aus den sogenannten Cyanbanden[1]) besteht. Dieselben erstrecken sich in gleicher Intensität über den ganzen Bogen und überragen bei weitem an Intensität die negativen und positiven Stickstoffbanden, die außerdem noch auftreten.

Dies Ergebnis legte sofort die Vermutung nahe, daß diese Banden nicht dem Cyan, sondern dem Stickstoff zuzuschreiben seien und veranlaßte uns, das Auftreten dieser Banden genauer zu studieren.

Zunächst war festzustellen, ob nicht Verunreinigungen das Erscheinen dieser Banden bewirkten, und zwar konnte dies der Fall sein 1. bei Anwesenheit von Cyan im Stickstoff, 2. bei Anwesenheit von Kohle oder Kohleverbindungen.

Daß Cyan im Stickstoff enthalten sei, war an sich sehr unwahrscheinlich; die chemische Analyse gab an: 99,5 Proz. reiner Stickstoff und 0,5 Proz. Bestandteile der atmosphärischen Luft. Es wäre auch gar nicht einzusehen, wie bei der Gewinnung des N aus flüssiger Luft Cyan in den Stickstoff kommen sollte, da es an sich ein seltenes Gas ist und seine direkte Bildung aus C und N erst bei außerordentlich hohen Temperaturen erfolgt.

Der Nachweis, daß Kohle und Kohleverbindungen nicht vorhanden seien, war schwieriger zu führen. Zunächst wäre es möglich, daß feine Kohleteilchen aus der Bombe in das Lichtbogenrohr mitgerissen würden; wir ließen deshalb den N-Strom durch einen Wattebausch hindurchgehen, ohne eine Änderung der Intensität der betreffenden Banden bemerken zu können.

Zweitens könnten Spuren von CO_2 aus der Luft herrührend den zur Bildung von Cy nötigen C hergeben. Daß CO_2 sicher nicht so wirkt, ließ sich dadurch zeigen, daß Zuführung von CO_2 in den Stickstoffstrom bei kleinen zugeführten Mengen die Intensität der Banden nicht beeinflußte, bei größeren Mengen sogar schwächte.

Schließlich könnte man annehmen, daß aus den Elektroden kleine Mengen von C in den Bogen kämen. Dies war bei der beschriebenen Form, die überhaupt das Spektrum des Elektrodenmaterials nicht mehr zeigt, an sich schon unwahrscheinlich; aber auch wenn das Spektrum des Elektrodenmaterials wahrnehmbar war, zeigte sich die Intensität der Banden ganz unabhängig von dem verwendeten Elektrodenmaterial. Wir haben Cu, Fe, Pt, Mg und Al verwendet, man müßte also in allen diesen Metallen gleich starke Verunreinigungen von C annehmen, was doch äußerst unwahrscheinlich ist.

Und wenn wirklich Spuren von C vorhanden gewesen wären, so hätten sich diese doch sicher spektroskopisch nachweisen lassen müssen. Wir haben auf unseren Aufnahmen vom C-Spektrum keine Spur entdecken können, selbst dann nicht, wenn die „Cy-Banden" schon stark überbelichtet waren. Die Kohlebanden, deren Hauptkanten bei 4382, 4737, 5165 und 5635 liegen, waren nicht zu sehen, ebensowenig die Kohlelinie 2478, die bei den geringsten Spuren von Kohle erscheint. Wenn hiermit nachgewiesen ist, daß die „Cyanbanden" ohne Anwesenheit von C auftreten, so läßt sich andererseits auch zeigen, daß ihre Intensität gar nicht durch das Vorhandensein von C beeinflußt wird. Läßt man nämlich den N-Bogen zwischen C-Elektroden brennen, so beobachtet man keine Intensitätsänderung gegen Metallelektroden. Das C-Spektrum ist dann nur in der Nähe der Elektroden zu sehen, während die „Cy-Banden" ganz durchgehen. Führten wir in den Bogen eine Kohlesonde ein, so wurde allerdings an dieser Stelle die Intensität der Banden stärker. Dies hatte aber seine Ursache darin, daß das Lichtbogenband durch die Sonde zur Seite gedrängt wurde. Dadurch wurde der Querschnitt desselben verkleinert und die Stromdichte vergrößert. Dies bewirkt die Verstärkung der Intensität. Wir

1) Gemeint sind die Banden, deren Hauptkanten bei 4606, 4216, 3884, 3590 und 3360 liegen. Literatur siehe bei Kayser, H. d. Sp., Bd. 5.

konnten denselben Effekt mit einer Sonde aus beliebigem anderen Material erzielen, z. B. *Fe* oder *Cu*. Hiermit scheint uns zunächst zur Genüge dargetan, daß die Anwesenheit von *C* für das Auftreten der „*Cy*-Banden“ unwesentlich ist.

Es ergibt sich nunmehr folgende Fragestellung: Durch welche Versuche sind frühere Experimentatoren darauf geführt worden, diese Banden dem Cyan zuzuschreiben und wie lassen sich diese zugunsten der neuen Behauptung deuten?

Da ist vor allem folgende bekannte Tatsache zu erwähnen. Untersucht man einen gewöhnlichen kurzen Kohlelichtbogen in Luft, so beobachtet man die Cyanbanden außerordentlich intensiv im ganzen Bogen, während sie bei Metallelektroden im allgemeinen nicht sichtbar sind. Da, wie Liveing und Dewar, Kayser und Runge und Andere gezeigt haben, die Anwesenheit von *N* für das Auftreten der *Cy*-Banden notwendig ist, so schloß man hieraus, daß die Kombination von *C* und *N* wesentlich sei und schrieb die Banden dem Cyan zu. Andererseits hat man sie auch in der Cyanflamme beobachtet.

Diese Erscheinungen sind nun unserer Auffassung nach folgendermaßen zu erklären. Läßt man lange Lichtbögen in Luft zwischen Metallelektroden brennen, so zeigt das den Elektrizitätstransport übernehmende Band wesentlich ein *O*-Bandenspektrum[1]), während vom Stickstoffspektrum nichts zu merken ist. Bringt man andererseits in den *N*-Strom, in dem der *N*-Bogen brennt, kleine Luftmengen, so verschwinden die eben noch intensiv vorhandenen *N*- und *Cy*-Banden sofort. Kohle hat nun die Eigenschaft, bei hoher Temperatur den Sauerstoff zu binden, dadurch wird an Stellen, wo sich glühende Kohle befindet, der *O* entfernt und das *N*-Spektrum kann herauskommen.

Diese sehr plausible Annahme erklärt in der Tat alle Beobachtungen. Erstens natürlich das Auftreten der „*Cy*-Banden“ in kurzen Kohlelichtbögen, wo ja eine intensive Oxydation der Kohle im ganzen Bogen stattfindet. Erzeugt man lange Lichtbögen zwischen Kohleelektroden in Luft, so treten die „*Cy*-Banden“ nur dicht an den Elektroden auf, weil nur hier die Kohle zur Bindung des *O* genügt, während in entfernteren Teilen des Bogens das *O*-Spektrum die „*Cy*-Banden“ verdrängt. Bringt man eine Kohlesonde in den Luftbogen, so treten die Cyanbanden nur in unmittelbarer Nähe der Kohle auf.

Bei der Cyanflamme findet eine Verbrennung der Kohle statt, es wird also auch hier der Sauerstoff gebunden und es kann infolgedessen das *N*-Spektrum herauskommen.

Die eben beschriebenen Versuche am Kohlebogen ließen sich sowohl zugunsten der einen oder der anderen Annahme auslegen, das ist aber bei folgendem Experiment nicht mehr der Fall. Wenn wirklich die Entfernung des *O* die „*Cy*-Banden“ erscheinen läßt, so müßten sie sich auch durch andere oxydierende Stoffe zum Vorschein bringen lassen. Es ist bekannt, daß *Cu* bei hoher Temperatur oxydierend wirkt, wir haben in der Tat auch bei langen Luftbögen zwischen *Cu*-Elektroden ganz dicht an der Anode das positive *N*-Spektrum und die „Cyanbande“ 3883 beobachten und photographieren können. Daß zwischen *Cu*-Elektroden in Luft bei kurzen Lichtbögen im partiellen Vakuum die „*Cy*-Banden“ auftreten, hat z. B. Hagenbach (diese Zeitschr. **10**, 653, 1909) beobachtet, ohne dies genügend erklären zu können. Ebenso finden sie sich im *Cu*-Funken in Luft (siehe z. B. Hagenbach und Konen, Atlas der Emissionsspektren, Aufnahme 233).

Bei Eisenelektroden haben wir auch die Kanten der Bande 3883 ganz schwach wahrnehmen können. Andererseits haben wir die „*Cy*-Banden“ in Luft nicht beobachten können, wenn Graphitpulver auf die untere Elektrode gebracht oder eine Graphitsonde in den Bogen gehalten wurde. Es ist bekannt, daß Graphit selbst bei hoher Temperatur nicht oxydierend wirkt.

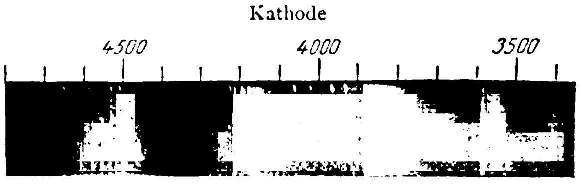
Um die Behauptung, daß lediglich die Anwesenheit von *O* das Auftreten der Cyanbanden hindert, zu bekräftigen, haben wir noch folgenden Versuch gemacht. Wir ließen einen kurzen etwa 1 cm langen Hochspannungsbogen in einem abgeschlossenen Zylinder brennen und leiteten einen Luftstrom hindurch. Dann waren im Bogen die „Cyanbanden“ zunächst nicht zu merken. Dann wurde der Luftstrom, ehe er in das Lichtbogenrohr eintrat, durch drei mit Pyrogallussäure gefüllte Flaschen geleitet, die den *O* wenigstens kurze Zeit vollständig absorbieren. Sofort kamen die *Cy*-Banden deutlich hervor. Man kann sie auch schon beobachten, wenn man den Bogen vollständig von außen abgeschlossen in dem Rohr zwischen *Cu*-Elektroden brennen läßt, weil allmählich der *O* von dem *Cu* gebunden wird und dann entsprechend unserer Hypothese die fraglichen Banden erscheinen können.

Schließlich sei erwähnt, daß von Wartenberg Versuche angestellt worden sind, in den vom Kohlebogen in Luft kommenden Abgasen das Cyan chemisch nachzuweisen, aber ohne jeden Erfolg. Dieser Befund spricht auch da-

1) Über dieses *O*-Bandenspektrum, das, soviel wir wissen, noch nicht bekannt ist, werden wir demnächst berichten.



für, daß sich Cyan im Kohlebogen überhaupt nicht bildet.



Die Figur zeigt eine unserer Aufnahmen des Bogens zwischen Kupferelektroden im Stickstoffstrom. Von dem etwa 10 cm langen Bogen wurde auf dem Spalt des Spektroskops ein etwa $1^1/_2$ cm langes Bild entworfen. Das Spektroskop bestand in einem Rowlandschen Konkavgitter von 1 m Krümmungsradius. Hinter dem Spalt war eine Zylinderlinse mit horizontaler Achse angebracht, um den Astigmatismus des Konkavgitters zu beseitigen. Dadurch waren allerdings bei der geringen Güte der Zylinderlinse und der improvisierten Justierung die Spektrallinien weniger fein; aber für unseren Fall war eine einigermaßen stigmatische Abbildung wichtiger, um die Vorgänge im Bogen zu übersehen. Die kurzen Linien an der Kathode rühren vom Kupfer und Verunreinigung des Kupfers (z. B. Kalzium) her. Sie reichen nicht in den Bogen hinein und sind an der Anode nicht zu sehen. Während der Aufnahme gab es Momente, wo sie auch an der Kathode nicht zu sehen waren. Die sog. negativen Stickstoffbanden sind besonders deutlich an der Anode zu sehen. Die positiven Stickstoffbanden sind auch an der Anode zu sehen, treten aber auf der Reproduktion nicht deutlich hervor.

Zusammenfassung.

Es wird gezeigt, daß die sog. Cyanbanden bei 3360, 3590, 3883, 4216 und 4606 in langen Stickstofflichtbögen intensiv auftreten, wenn nachweislich weder *Cy* noch *C* anwesend sind. Diese Banden sind also dem Stickstoff zuzuschreiben. Durch verschiedene Experimente wird diese Behauptung bestätigt und es wird gezeigt, daß sie mit keiner bisher bekannten Tatsache im Widerspruch steht.

Die beschriebenen Versuche wurden ausgeführt im Institut für angewandte Elektrizität. Herrn Prof. Simon sind wir für die bereitwillige Überlassung der großen Mittel seines Instituts zu aufrichtigem Danke verpflichtet.

(Eingegangen 25. April 1914.)

Über die Energie der Elektronenemission glühender Körper[1]).

Von A. Wehnelt und E. Liebreich.

Für die Energie U, welche die aus einem glühenden Draht entweichenden Elektronen dem Metall entziehen, hat Herr O. W. Richardson[2]) die Beziehung

$$U = eN\left(\Phi + \frac{2R(\Theta - \Theta_0)}{e}\right)$$

aufgestellt, worin N die Zahl der vom glühenden Draht entweichenden Elektronen, $\Theta - \Theta_0$ die absolute Temperatur, R die sogenannte Gaskonstante für ein Elektron, e dessen Ladung und Φ den Potentialsprung, welcher an der Oberfläche herrscht, darstellt.

Beim Entweichen der Elektronen wird dem Glühdraht eine gewisse Energiemenge entzogen, wodurch eine Temperaturerniedrigung eintritt.

Diese Temperaturerniedrigung ist zuerst von dem einen von uns und von Herrn Jentzsch am Kalziumoxyd nachgewiesen worden[3]). Hierbei stellte sich heraus, daß die Abkühlung größer war, als die Theorie verlangt. Herr Richardson hat sich in neuerer Zeit mit demselben Gegenstand befaßt[4]) und durch Messungen an einem Wolframdraht gefunden, daß für diesen sich Werte von Φ ergeben, die seiner Theorie entsprechen. Er schloß aus seinen Versuchen, daß in den vorher erwähnten Messungen an mit Kalziumoxyd überzogenen Platindrähten Fehlerquellen in der Versuchsanordnung die richtigen Werte entstellt hätten. Herr Richardson hat indes nunmehr in allerneuester Zeit auch selbst Messungen an Kalziumoxyd angestellt[5]), und die Richtigkeit des Befundes bestätigt, daß die von ihm aufgestellten Beziehungen für das Kalziumoxyd nicht zutreffen. Wir haben unterdes selbst weitere Versuche zur Klärung der Frage angestellt, worüber wir an dieser Stelle ausführlicher berichten wollen.

Die Versuchsanordnung.

Zu den Messungen diente zuerst ein Rohr, welches dem bei den früheren Arbeiten benutzten vollkommen gleich war, mit dem einzigen Unterschiede, daß alle innerhalb des Rohres befindlichen Metallteile aus Nickel hergestellt waren.

Um jedoch auch vollkommen frei von irgendwelchen Spuren von Fettdämpfen zu sein, welche von den Schliffen herrühren könnten, benutzten

1) Im Auszuge bereits mitgeteilt in den Berichten d. Deutsch. Phys. Ges. **15**, 1057—1062, 1913.
2) O. W. Richardson, Phil. Trans. (A), **201**, 516, 1913.
3) A. Wehnelt u. F. Jentzsch, Ann. d. Phys. (4) **28**, 537, 1909.
4) O. W. Richardson, Phil. Mag. (6) **25**, 624, 1913
5) O. W. Richardson, ebenda **26**, 472, 1913.

wir später nur solche Röhren, in denen die Zuleitungen zum Glühdraht und zum Zylinder aus Platin bestanden, welches in das Glas eingeschmolzen war.

Die benutzten Platindrahte hatten eine Länge von ungefähr 6 cm und eine Dicke von 0,1 mm. Die Drahte wurden zuerst in der Luft elektrisch ausgeglüht und dann zweimal mit Kalziumnitrat bestrichen und wiederum elektrisch geglüht, wodurch das Nitrat in das Oxyd verwandelt wurde.

Zur Evakuierung diente eine Gaedepumpe, welche durch ein in flüssiger Luft gekühltes U-Rohr mit dem Beobachtungsrohr verbunden war. Zwischen Pumpe und Kühlrohr war ein Mc. Leod angesetzt.

Um eine angenäherte Kontrolle über die Temperaturen, bei denen die Messungen ausgeführt wurden, zu haben, wurde ein gleich dicker Platindraht, wie die verwendeten, in einem Rohr eingeschmolzen und die Beziehung zwischen Stromstärke und Temperatur nach einer optischen Methode bestimmt.

Bei den Messungen kamen zwei Arten von Schaltung zur Verwendung. Die eine war vollkommen analog der von Richardson angewandten[1]), die andere die früher von dem einen von uns und Herrn Jentzsch beschriebene[2]).

Bei Anwendung der ersten Methode lautet die Ausgangsformel

$$\Phi + \frac{2R}{e}(\Theta - \Theta_0) =$$
$$= \frac{1-2\pi}{T} \cdot J^2 \cdot \frac{D_T}{D_E} \cdot \frac{2WJx^2}{V(x+y)} \left(1 + \frac{(x+y)dW_e}{x^2}\right),$$

wo $dW_e = \alpha D_E \{G + 100W(1 + \pi + 0.001G)\}$ ist. Hierin bedeutet D_T den der Abkühlung entsprechenden Ausschlag des Brückengalvanometers, T den Sättigungsstrom in Amperes, V die Spannung der Batterie in Volt, durch welche das Wheatstonesche Brückensystem gespeist wird, dessen einer Arm der Glühdraht ist, D_E den Ausschlag des Brückengalvanometers bei bekannter Änderung des Widerstandes im gesamten Kreise, J die Heizstromstärke und endlich W den Widerstand des Glühdrahtes. Im Falle unserer Messungen war ferner $\pi = 0{,}01$, $x = 1\,\Omega$, y entweder $= 100$ oder $200\,\Omega$, $\alpha = 2.2 \cdot 10^{-9}$ und $G = 100\,\Omega$ zu setzen.

Bei Verwendung der anderen Methode geschieht die Berechnung nach der Formel:

$$\Phi + \frac{2R}{e}(\Theta - \Theta_0) = \frac{W \cdot 2J\Delta J}{T},$$

worin ΔJ die Änderung der Heizstromstärke bedeutet, die durch den Abkühlungsprozeß hervorgerufen wird.

Vergleichung beider Methoden.

Wesentlich bei der Vergleichung beider Methoden ist, daß die Messungen an demselben Glühdraht unmittelbar hintereinander ausgeführt werden. Geschieht dies nicht, so erhält man aus Gründen, die wir später in unserer Arbeit noch auseinandersetzen werden, Resultate, die stark voneinander abweichen. Wir lassen hier zwei Messungsreihen, die an Platindrähten mit Kalziumoxyd nach den beiden Methoden unmittelbar hintereinander ausgeführt wurden, folgen.

Tabelle I.

29. Juli 1913. $Pt + CaO$ (Methode Richardson). Während der Messung andauernd gepumpt. $y = 200\,\Omega$. Temperatur $= 1300^0$ C.

Galvanometer-ausschläge	D_T	$T_{(1/10000)}$ *)	W	J	D_E	V in Volt	$\Phi + \frac{2R}{e}(\Theta - \Theta_0)$ in Volt
0 30″ < 283 30″ < 870	304	508 441 67	4.302	0,79	100 30″ < 246 30″ < 103 208	14,7	3,88
		$T_{(1/1000)}$					
0 30″ < 82 30″ < 512	348	806 80 726	4.302	0,79	100 30″ < 246 30″ < 103 208	14,7	4,11
380 30″ < 417 30″ < 816	362	805 60 745	4,302	0,79	400 30″ < 445 30″ < 210 280	14.7	4,17

*) Der Index ($^1/_{1000}$) oder ($^1/_{10000}$) bei T bedeutet die Herabdrückung der Empfindlichkeit des Galvanometers T, welche $6{,}2 \cdot 10^{-10}$ betrug, auf $^1/_{1000}$ oder $^1/_{10000}$ der vollen Empfindlichkeit durch Vorschaltung eines Ayrtonschen Nebenschlusses. Die volle Empfindlichkeit des Galvanometers G betrug $4{,}6 \cdot 10^{-10}$.

1) O. W. Richardson, Phil. Mag. (6) 25, 624, 1913. — 2) A. Wehnelt u. Jentzsch, l. c.

Infolge der dauernden Widerstandsänderungen des Heizdrahtes zeigte das Brückengalvanometer einen Gang, der dadurch berücksichtigt wurde, daß er vor der eigentlichen Messung aufgenommen und dann berücksichtigt wurde.

Tabelle II.

29. Juli 1913. $Pt + CaO$ (Methode Wehnelt-Jentzsch). Während der Messung andauernd gepumpt. Temperatur = 1330° C.

W	J	$T_{(1/1000)}$	$\Delta J_{gem.}$	$\frac{\Delta J_{gem.}}{\Delta J_{ber.}}$ *)	$\Phi + \frac{2R}{e}(\Theta - \Theta_0)$
4,302	0,79	805 25 $780 \cdot 6{,}2 \cdot 10^{-7}$	31″ < 519 62″ < 519 519 $60 \cdot 5 \cdot 10^{-6}$	1,11	4,2
4,302	0,79	−5 805 $810 \cdot 6{,}2 \cdot 10^{-7}$	24,4″ < 518 70,4″ < 517 585 $67{,}5 \cdot 5 \cdot 10^{-6}$	1,19	4,52
		$T_{(1/10000)}$			
4,302	0,79	509 431 $78 \cdot 6{,}2 \cdot 10^{-6}$	21″ < 509 45,2″ < 506 562 $58{,}5 \cdot 5 \cdot 10^{-6}$	1,10	4,18

*) ΔJ berechnet aus dem normalen Wert für $\Phi = 3{,}8$ Volt, welchen man aus den Sättigungsstromwerten nach der Formel von Richardson erhält.

Wie aus den Tabellen ersichtlich, stimmen die nach beiden Methoden gewonnenen Resultate sehr gut überein. Zu einer wesentlich schlechteren oder überhaupt zu gar keiner Übereinstimmung gelangt man, wenn man die Messungen nicht unmittelbar hintereinander, sondern zu verschiedenen Zeiten ausführt, wobei es gleichgültig ist, ob man den gleichen Glühdraht oder verschiedene Exemplare benutzt. Die Gründe hierfür mögen in dem nächsten Abschnitt erörtert werden.

Das zeitliche Verhalten der Glühdrähte.

Bei Beginn unserer Arbeit ergaben die Messungen nach derselben Methode, sei es, daß wir die Wehnelt-Jentzschsche oder die Richardsonsche Methode anwandten, die verschiedensten Werte für $\Phi + \frac{2R}{e}(\Theta - \Theta_0)$, und zwar im Bereiche von ungefähr 0,8 bis 15,0. Durch diese Ergebnisse sahen wir uns veranlaßt, das Verhalten von mit Kalziumoxyd überzogenen Platindrähten näher zu untersuchen, da die Vermutung nahe lag, daß die physikalischen Eigenschaften der Drähte sich mit der Zeit ändern könnten, so daß hierin der Grund für die Abweichungen zu suchen wäre. Diese Vermutung bestätigte sich bei den Dauerversuchen. Wir beobachteten Platinglühdrähte, die mit Kalziumoxyd überzogen waren, von der Zeit unmittelbar nach Einschalten des Heizstromes an mehrere Stunden hindurch und stellten während der ganzen Zeit in kurzen Zeitintervallen Messungen der Sättigungsstromstärke T[1]) und des Abkühlungseffektes D_T an, sowie der sonstigen zur Berechnung von Φ nach der Richardsonschen Methode nötigen Werte. Hierbei wurde die Heizstromstärke während der Messung in keiner Weise reguliert. Sie blieb übrigens während der ganzen Zeit annähernd konstant. Die Pumpe wurde, ebenso wie bei allen früheren Messungen, dauernd in Betrieb

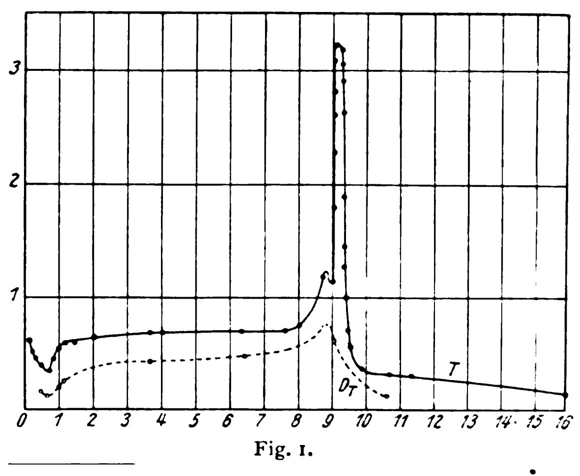


Fig. 1.

1) Es wurden diese Versuche mit 60 Volt Spannung zwischen Draht und Zylinder ausgeführt. Infolge dieser hohen Spannung trat Stoßionisation ein, wie die Sättigungsstromkurven, die zeitweilig aufgenommen wurden, ergaben.

Tabelle III.
Temperatur = 1380°.

Zeit nach Einschalten	D_T	T	W	J	D_E	Richtung des Ganges	$\Phi + \frac{2R}{e}(\Theta - \Theta_0)$
2′		$0{,}33 \cdot 10^{-3}$	4,55	0,83		nach Abkühlung	
5′		0,62 „					
9′		0,62 „					
13′		0,53 „					
20′		0,47 „					
30′	152	0,40 „			458		3,19
34′		0,37 „				+0	
40′	120	0,35 „			510		
44′		$0{,}30_5$ „					
48′		0,48 „					
50′		$0{,}49_5$ „					
52′		0,52 „					
59′		$0{,}54_5$ „					
1h 4′	100	0,58 „			560		2,24
9′		0,59 „					
21′	224	0,61 „			520		
24′		0,63 „					
2h 7′		0,67 „	4,64	0,83		nach Erwärmung	
3h 38′	820	0,71 „			550		8,18
50′		0,68 „					
6h 22′	943	0,68 „			593		10,66
7h 35′		0,73 „			600		9,83
8h —		0,76 „	4,74	0,82			
42′		1,22 „					
9h 1′		1,19 „		0,81			
2′		1,83 „					
3′		2,28 „					
4′	1212	2,60 „			545		7,08
5′		2,80 „					
6′		2,95 „					
7′		3,08 „					
8′		3,19 „					
9′		3,25 „					
11′		3,20 „					
13′		3,05 „					
14′		2,90 „					
15′		2,64 „					
16′		2,39 „					
17′		2,14 „					
18′		1,88 „					
20′		1,46 „					
21′		1,28 „					
22′		1,08 „					
23′		0,96 „					
27′		0,92 „					
29′		0,74 „					
33′		0,55 „					
40′		0,36 „					
59′		0,30 „					
10h 35′	243	$0{,}33_5$ „	4,85	$0{,}81_5$	630		4,00
11h 17′		$0{,}33_5$ „					
15h 45′		0,24 „					

Anmerkung. Bei der Wiedergabe der Tabelle sind zur Kürzung solche Werte ausgelassen worden, welche sich mit den vorhergehenden und nachfolgenden decken.

gelassen. Die Ablesungen zeigten an dem von uns benutzten Mc. Leod stets Werte unterhalb der Ablesegenauigkeit, also unter $^1/_{10000}$ mm *Hg*.

In der obigen Tabelle geben wir das Ergebnis einer der zahlreichen Dauermessungen an, die wir in dieser Weise aufnahmen.

Fig. 1 (*T*-Kurve in Fig. 1) veranschaulicht graphisch den Verlauf des in der Tabelle zahlenmäßig wiedergegebenen Sättigungsstromes. Nach Einschalten des Heizstromes sinkt derselbe zuerst bis zu einem Minimum, um dann, allmählich steigend, in annähernd konstante Werte überzugehen. Hiernach tritt in allen Kurven ein scharf ausgeprägtes Maximum auf, nach welchem der Strom äußerst schnell zu relativ kleinen Werten herabsinkt; häufig beobachteten wir, wie wir noch bemerken wollen, daß der Draht bald nach Überschreiten des Maximums durchbrannte.

Was den Abkühlungseffekt anbelangt, so wird dessen Verlauf aus der D_T-Kurve (Fig. 1) ersichtlich. Der Verlauf dieser Kurve ist zuerst dem der T-Kurve ähnlich: nach einem anfänglichen Minimum, welches zeitlich vollständig mit dem der T-Kurve zusammenfällt, tritt nach Durchlaufen einer Periode, in welcher die Werte annähernd konstant bleiben, ein Wachsen des Effektes zu einem Maximum ein, welches jedoch zeitlich kurz vor dasjenige der T-Kurve fällt. Nach diesem Maximum tritt ebenso wie bei der T-Kurve ein schneller Abfall der Sättigungsstromwerte ein. Die Werte für die Heizstromstärke J sowie für die Eichungskonstante D_E bleiben während der ganzen Messungszeit bis zuletzt relativ unverändert.

Das erste schnelle Sinken der Elektronenemission hängt augenscheinlich mit der starken Gasabgabe des Drahtes während des ersten Stadiums der Erhitzung zusammen. Das Gas wird zuerst augenscheinlich in größeren Mengen freigegeben, als die Pumpe wegschaffen kann. Beim Minimum tritt dann ein Gleichgewichtszustand zwischen entwickelter und fortgeschaffter Gasmenge ein. Hiernach folgt wieder ein Wachsen der Werte, das sich durch die Verbesserung des Vakuums beim Nachlassen der Gasabgabe des Drahtes erklärt. Die Elektronenemission bleibt dann im weiteren Verlauf während eines von der Temperatur des Glühdrahtes abhängenden Zeitintervalles annähernd konstant. Die Temperaturabhängigkeit des Maximums zeigt ein Vergleich der T-Kurve in Fig. 1, welche bei 1380° aufgenommen wurde, mit der T-Kurve in Fig. 2, die bei einer Temperatur von

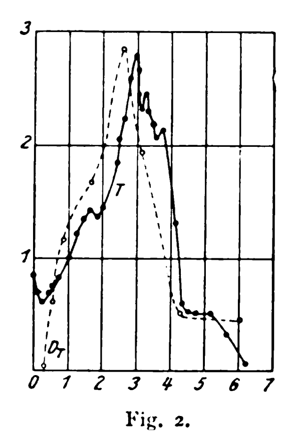


Fig. 2.

1500° C aufgenommen wurde; letztere zeigt ein Maximum bereits nach drei Stunden. Die Kurve Fig. 3 wiederum, die bei einer Temperatur von 1240° C aufgenommen wurde, läßt auch nach neun Stunden noch keinen Beginn des Maximums erkennen.

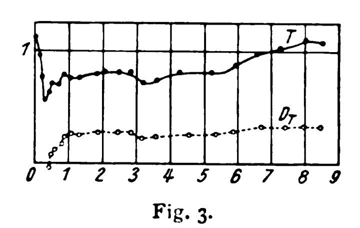


Fig. 3.

Die Erklärung der Maxima der Kurven.

Was die Erklärung der Maxima anlangt, so neigen wir zu der Ansicht, daß sie durch folgende Ursachen bedingt sind: Der Glühdraht hat stets einige Stellen von etwas geringerem Querschnitt als die übrigen, und diese Stellen werden naturgemäß auf eine etwas höhere Temperatur als die anderen Stellen erwärmt. Bekannt ist, daß die Elektronenemission außerordentlich rasch mit der Temperatur ansteigt, so daß schon eine kleine Temperaturerhöhung ein starkes Ansteigen der Elektronenemission bedingt. Nun muß man annehmen — aus Gründen, auf die noch später eingegangen wird —, daß das Vakuum in der nächsten Umgebung des Drahtes durch Gasabgabe (Wasserstoff) wesentlich schlechter wie in den anderen Teilen des Rohres ist. In der Nähe der heißeren Stellen wird der größeren Elektronendichte wegen auch das Gas stärker ionisiert wie an den anderen Stellen. Die hierdurch erzeugte größere Zahl von positiven Teilchen erhitzt nun die entsprechenden Teile des Drahtes noch mehr, so daß hier eine Kathodenzerstäubung bzw. stärkere Verdampfung eintritt.

Durch die mit der Temperatur zunehmende Gasabgabe des Drahtes wächst naturgemäß auch der Strom im Rohr infolge von Stoßionisation. Dadurch, daß sich diese neuen Elektronen zu den ursprünglichen aus dem Oxyd kommenden Elektronen addieren, erklärt sich das Auftreten des Maximums.

Die Formel für die Energie, die nach Richardson lautet:

$$U = N \cdot \Phi,$$

gilt für diesen Fall zweifellos nicht, sondern muß ergänzt werden zu

$$U + x - y = N \cdot \Phi,$$

falls N nicht nur die vom Oxyd abgegebene, sondern die überhaupt vorhandene Elektronenzahl bedeuten soll.

In dieser Formel bedeutet das positive Glied $+x$ die Verdampfungswärme des Kalziumoxyds, das negative Glied $-y$ die Wärmemenge, die dem Draht durch die aufprallenden positiven Ionen zugeführt wird. Je nachdem, ob nun das positive Glied größer ist wie das negative oder umgekehrt, erhält man für den Abkühlungs-

effekt größere oder kleinere Werte. Aus dieser Erwägung heraus erklärt sich der Verlauf des Abkühlungseffektes dT. Charakteristisch ist, daß das Maximum des Abkühlungseffektes nicht mit dem des Elektronenstromes zusammenfällt, sondern zeitlich etwas früher eintritt. Ferner ist charakteristisch für das Maximum, daß während des Beginns des Maximums ein kleiner Erwärmungseffekt dem größeren Abkühlungseffekt vorausgeht; während des Maximums selbst verändern sich die Verhältnisse dahingehend, daß der Erwärmungseffekt in manchen Fällen überwiegt.

Was nun wieder das Maximum der Elektronenemission anbelangt, so findet naturgemäß der Verbrauch an Oxyd durch Steigerung der Temperatur bedeutend schneller an den heißen wie an den weniger heißen Stellen statt und das Ansteigen der Elektronenemission wird bald ein Ende erreichen.

An den heißesten Stellen des Drahtes wird bald kein Oxyd mehr vorhanden sein und man muß daher zu kleineren Werten der Elektronenemission, wie sie annähernd dem reinen Platin entsprechen, bald gelangen. Zudem wird an den von Kalziumoxyd befreiten Stellen des Drahtes der Querschnitt desselben durch Zerstäuben des Platins dünner (an dem schwarzen Niederschlag auf dem Nickelzylinder erkenntlich), was alsdann ein Sinken der Heizstromstärke und damit auch eine bedeutende Verringerung der Elektronenemission des noch mit Kalziumoxyd bedeckten Teiles zur Folge hat.

Die Werte für die Durchtrittsarbeit $\Phi + \frac{2R}{e}(\Theta - \Theta_0)$ ergeben sich aus der vorher (S. 549) angegebenen Formel von Richardson unter Berücksichtigung der weiteren in dieser Formel enthaltenen Werte, welche jedoch während ein und derselben Messung nur relativ geringen Änderungen unterworfen sind, so daß der Verlauf der Werte von $\Phi + \frac{2R}{e}(\Theta - \Theta_0)$ im großen und ganzen durch das Verhältnis $\frac{D_F}{D_E}$ bestimmt ist. Es zeigt sich nun, daß $\Phi + \frac{2R}{e}(\Theta - \Theta_0)$ während des Minimums außerordentlich klein ist, dann aber, während der konstanten Periode der Kurve einen annähernd gleichbleibenden Wert annimmt, der, wie aus der Kurve Fig. 3 hervorgeht, ungefähr dem Wert zu entsprechen pflegt, den man aus der Richardsonschen Formel für die Beziehung zwischen Sättigungsstrom und Φ bei konstanter Temperatur erhält. Es treten jedoch auch für Φ maximale Werte ein, die naturgemäß da liegen, wo das Verhältnis von $\frac{D_F}{D_E}$ am größten ist. Meistenteils ist dies dicht vor Beginn des Maximums der Elektronenemission der Fall. Die Werte von $\Phi + \frac{2R}{e}(\Theta - \Theta_0)$, die man nach dem Abfall des Sättigungsstromes am Ende der Kurven erhält, entsprechen annähernd den Werten, die man am reinen Platin erhält.

Die Werte von $\Phi + \frac{2R}{e}(\Theta - \Theta_0)$ schwanken also, wie wir schon vorhin hervorgehoben haben, zwischen zwei Grenzwerten, die bei den wiedergegebenen Kurven zwischen ungefähr 0,33 und ungefähr 10,66 liegen. Man sieht demnach, daß man selbst beim besten Vakuum ganz verschiedene Werte von Φ erhalten kann, die von an sich zufälligen Bedingungen abhängen, nämlich bei welcher Temperatur und bei welcher Zeit nach dem Einschalten des Heizstromes der Wert aufgenommen wird, d. h. also, in welchem Zustand sich der Glühdraht gerade befindet.

Zusammenfassend läßt sich also das zeitliche Verhalten der Elektronenemission an einem mit Kalziumoxyd überzogenen glühenden Platindraht bei Drucken unterhalb $^1/_{10000}$ mm Hg und mittleren Temperaturen zwischen 1200° — 1500° durch folgende Perioden charakterisieren: Zuerst tritt ein Minimum ein, alsdann folgt eine Periode wachsender Emission, hierauf ein scharf ausgeprägtes Maximum, und schließlich ein jäher Abfall zu geringen Werten.

Der mit der Elektronenemission zusammenhängende Abkühlungseffekt zeigt einen ähnlichen Verlauf, nur mit dem Unterschied, daß das Maximum etwas früher als das Maximum der Elektronenemission einsetzt.

Abhängigkeit der Kurven vom Druck.

Die Abhängigkeit der typischen Form der Kurven vom Vakuum haben wir aufgenommen, indem wir zu einer bestimmten Zeit den Hahn der Pumpe abstellten und das Vakuum sich durch den entweichenden Wasserstoff des Drahtes[1]) selbst verschlechtern ließ. Der typische Verlauf der Kurven unter derartigen Verhältnissen ist der in Fig. 4 und Tabelle IV dargestellte.

1) Wenn man das Vakuum durch Zuleiten von Luft verschlechtert, so liegen die Verhältnisse anders. Wir weisen auf die bekannte Erscheinung der Herabdrückung des Elektronenstromes bei Zuleitung von Luft beziehungsweise Sauerstoff hin, die jedoch unserer Erfahrung gemäß nur eine vorübergehende ist; augenscheinlich wird der Sauerstoff durch das Zerstäuben des Drahtes allmählich absorbiert, wie man aus der Wiederabnahme des Druckes erkennen kann.

Tabelle IV.

$G = 10000\ \Omega$; $y = 100\ \Omega$. $V = 63$ Volt. Temperatur $= 1350^0$ C.

Zeit	T	D_T	D_E	J	R	Φ	Gang	Vakuum
eingesch.								
4′	$3{,}6 \cdot 10^{-3}$	− 79	31	0,80	505,0		nach Abkühlung	Äußerstes Vakuum.
7′	2,3 „	− 59	26	—	502,0			
12′	1,9 „	− 20	—	0,805	498,0			
17′	2,6 „	+ 58	29	—	496,8		langsamer	
26′	3,0 „	+101	31	—	495,3			
36′	3,4 „	+126	—	—	493,2		sehr langsam	
46′	3,6 „	+138	28	0,805	493,2			
56′	3,6 „	+148	—	0,805	—		beinahe +0	
1h 6′	3,5 „	+152	27	—	493,2	5,39		
16′	3,5 „	+145	—	—	492,6			
18′	Hahn zur Pumpe abgestellt!				—			
18′	$5{,}3 \cdot 10^{-3}$	+206	34	0,805	492,6		schneller nach Abkühlung	
22′	5,5 „	+164	30	—	490,6			
26′	5,6 „	+155	29	—	—			
33′	5,6 „	+160	—	—	489,1			Ganz schwaches blaues Leuchten.
41′	5,7 „	+186	—	0,805	—			
56′	6,0 „	+216	28	—	487,5			2/1·000 mm *Hg*.
2h 8′	7,0— 6,2	+248	—	—	—			
16′	7,0 − 6,0	+248	31	0,81	487,5		langsamer	Ganz schwaches Leuchten.
26′	7,4— 6,7	+277	—	—	486,3		langsamer	Ganz schwaches Leuchten.
36′	7,8— 6,8	+302	—	—	—			
46′	8,0 − 6,9	+324	30	0,805	486,3			
56′	8,7— 7,3	+368	—	—	487,0			
3h 6′	9,2 − 8,0	+400	—	—	—	6,3		
16′	10,0— 8,9	+444	29	—	—			
26′	11,5—10,6	+510	—	—	—		langsam nach Erwärmung	Schwaches Leuchten.
38′	13,2—13,0	+589	—	—	489,0			
48′	14,8 − 13,2	+621	—	—	—			
56′	13,5—12,0	+616	—	0,81	493,0		+0	
4h 10′	14,7	+715	—	—*)	—			
16′	16,0 − 16,5	+818	—	—	—			
26′	17,3—17,6	+881	—	—	—			Schwaches Leuchten.
36′	18,8	+952	—	0,81	495,0			
46′	19,3	+1011	28	—	—		langsam nach Erwärmung	2/10000 mm *Hg*.
56′	20,0	+1068	—	—	—	6,65		
5h 6′	21,0	+1161	—	—	—			
16′	21,9	+1225	—	0,80	—			
26′	22,0	+1274	31	—	499,8			
36′	22,1	—	—	—	—			
46′	20,0	+1311	27	0,81	502,0			
56′	20,0	+1322	—	—	—			
6h 6′	20,0	+1327	—	—	—			
16′	20,5	+1388	—	—	—			
26′	20,5	+1434	—	0,81	505,0			
36′	21,0	+1474	—	—	—			
48′	22,0	+1498	—	—	—			
56′	22,5	+1563	—	0,81	501 0		langsam nach Erwärmung	
7h 6′	22,5	+1551	—	—	—			
16′	22,5	+1584	—	—	—		[wärmung	
26′	23,5	+1632	—	—	—		langsam nach Er-	Deutlich sichtbare Kathodenstrahlen.
36′	24,2	+1695	—	—	—			$\left\{ \frac{2-3}{10000} \right.$ mm *Hg*.
46′	25,1	+1760	—	—	—			
59′	27,5	+2015	—	—	—			
8h 7′	27,5	+1965	—	—	—			Starke Kathodenstrahlen.
16′	28,0	+2015	—	—	—			
26′	28,6	+2103	26	0,81	510,8	9,2		
36′	29,9	+2260	—	—	—			
46′	30,0 †)	+2340	—	—	—		unruhig	
58′	31,5	+2410	—	—	—			$\left\{ \frac{2-3}{10000} \right.$ mm *Hg*.
9h 11′	33,5	+2550	—	—	—			
26′	31,3	+2480	—	—	—			
36′	25,5	+2180	—	—	—			
46′	22,1	+1970	—	—	—			
56′	20,0	+1720	—	0,81	—		unruhig	Abnehmen der Kathodenstrahlen.
10h 6′	14,0	+1290	—	—	—			

*) D_T fängt an zu kriechen; kein Umkehrpunkt mehr vorhanden.
†) Die Werte für T sind die nach 30″ erreichten; sie steigen danach dauernd weiter an.

Fortsetzung von Tabelle IV.

Zeit	T	D_T	D_E	J	R	Φ	Gang	Vakuum
eingesch.								
10h 16'	9.0	+800	—	—	—			Nur ganz schwaches Leuchten.
26'	6.0	+600	—	—	—			
36'	3.0	+311	—	—	—			Kathodenstrahlen kaum mehr wahrnehmbar.
46'	1.0	+115	—	—	—			
56'	0.40	+ 59	—	—	—			3/1000 mm Hg.
11h 6'	0.05	+ 8	—	—	—			
16'	0.05	+ 3	—	—	—			2/10000 mm Hg.

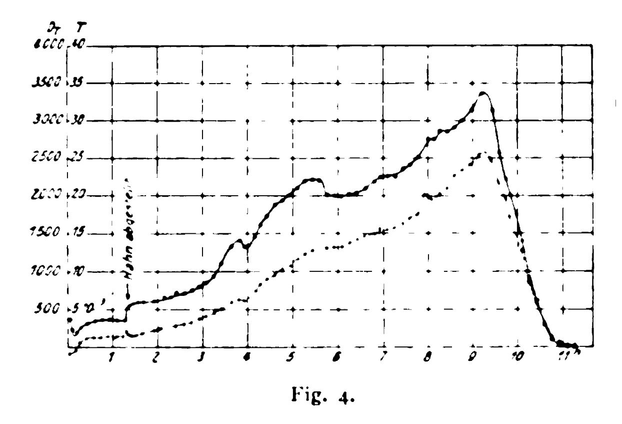


Fig. 4.

Solange das Rohr noch mit der Pumpe in Verbindung war, hatte die Kurve die für das extreme Vakuum typische Form. Sofort beim Schließen des Hahnes steigt der Elektronenstrom auf nahezu den doppelten Wert, um dann stetig weiter bis zu einem Maximum zu steigen, nach welchem der bekannte jähe Abfall eintritt. Der Abkühlungseffekt zeigt zuerst den bekannten Verlauf; beim Schließen des Hahnes steigt er dann mit dem Elektronenstrom während der ersten Minuten, verringert sich jedoch dann wieder merklich infolge der durch die Stoßionisation hervorgerufenen Erwärmung. Allmählich steigt er jedoch gemäß den früher gemachten Ausführungen infolge der mit zunehmender Stoßionisation hervorgerufenen Verdampfung und der damit zusammenhängenden Abkühlung gleichfalls stetig bis zu einem Maximum an, dem dann ebenfalls ein plötzlicher Abfall folgt. Die Werte von $\Phi + \frac{2R}{e}(\Theta - \Theta_0)$ steigen nach Schließen des Hahnes an; bei der vorliegenden Kurve Fig. 4 steigen sie beispielsweise langsam von 5,39 bis über 9,2, nehmen also um ungefähr das Doppelte zu.

Abhängigkeit der Kurven von der angelegten Spannung.

Bei den sämtlichen vorhergehenden Kurven wurde die Spannung nur in dem Augenblicke der Messung des Abkühlungseffekts angelegt, wahrend in der Zwischenzeit der Draht spannungslos blieb.

Die angelegten Felder betrugen in der Regel 60 Volt. Wenn indes eine geringere Spannung von beispielsweise nur 20 Volt angelegt wurde, bekamen wir auch nach 20 Stunden noch kein Maximum. Der Elektronenstrom zeigte vielmehr während der ganzen Zeit einen so gut wie vollkommen konstanten Wert.

Hieraus war zu schließen, daß das Auftreten eines Maximums von der angelegten Spannung abhängt und die im folgenden beschriebenen Versuche bestätigen dies vollkommen.

Diese Versuche bestanden darin, daß wir eine bestimmte Spannung an das Rohr dauernd anlegten und an einem eingeschalteten Milliamperemeter den Verlauf des Elektronenstromes dauernd verfolgten.

Die Temperatur des Drahtes betrug dabei stets, entsprechend einer Stromstärke von 0,85 Amp., ungefähr 1400° C.

I. Die angelegte Spannung betrug 110 Volt bzw. 220 Volt. (Der Bequemlichkeit halber wurden die Spannungen der Zentrale bei diesen Messungen benutzt.)

Der Sättigungsstrom zeigt den in Fig. 5 Kurve a) und b) dargestellten Verlauf.

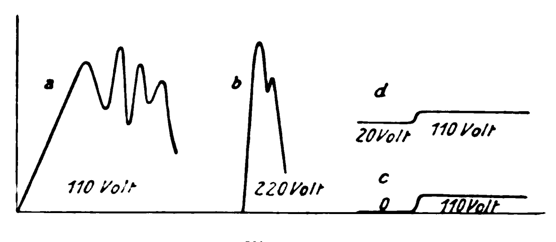


Fig. 5.

Sowohl bei 110 Volt als auch bei 220 Volt stieg der Strom sofort nach dem Einschalten zu einem Maximum an, um sich dann unter starkem, ruckweisem Schwanken auf dieser Höhe während der nächsten Stunden zu halten. Danach tritt ein allmählicher Abfall ein.

Die 220-Volt-Kurve zeigt im wesentlichen dasselbe Verhalten, doch einen schnelleren Abfall.

II. Die angelegte Spannung betrug zuerst während zwei Stunden 0 Volt, dann 110 Volt.

Der Elektronenstrom zeigt den in Fig. 5 Kurve c dargestellten Verlauf.

Nach Einschalten des Feldes von 110 Volt steigt der Strom bis zu einem konstanten relativ niedrigen Wert, den er in der Folge beibehält.

III. Die angelegte Spannung betrug zuerst 20 Volt, dann 110 Volt.

Der Verlauf ist derselbe wie zu II (Kurve *D*).

Diskussion der Kurven.

Die Kurven der Fig. 5 lassen sich unter dem schon vorher erörterten Gesichtspunkt erklären.

Ein jeder neue Draht gibt Gas ab. Legt man gleich eine Spannung an, die über der Ionisierungsspannung des Gases liegt, tritt Stoßionisation ein. Die positiven Teilchen prallen auf den Draht auf und werden die Oxydschicht auf höhere Temperatur erhitzen, wodurch andererseits wieder der Strom anwachsen muß. Nun hat der Draht, wie schon vorher ausgeführt, stets einige dünnere Stellen, die dann höher als ihre Umgebung erwärmt werden. An diesen Stellen wird der geschilderte Vorgang in ganz besonders hohem Maße auftreten und das Oxyd an diesen Stellen zu schnellerem Verdampfen und Verschwinden gebracht. Ist der Draht an einer kleinen Stelle vom Oxyd befreit, so wird er sich naturgemäß an dieser Stelle ganz besonders stark erhitzen, da die Strahlungsverluste viel geringer als an der noch mit Oxyd bedeckten Umgebung sind. Diese Erwärmung teilt sich den zunächst benachbarten Oxydstellen mit und verursacht hier eine noch weitere Steigerung der Elektronenemission, welche zu dem Maximum führt. Je höher man die Spannung wählt, um so schneller muß nach dieser Erklärung das Maximum erreicht sein, wie aus dem Unterschied zwischen der Form der 110- und 220-Volt-Kurven hervorgeht. Der Abfall des Elektronenstromes nach dem Maximum erklärt sich leicht daraus, daß mit Vergrößerung der blanken Stellen des Drahtes der Elektronenstrom selbstverständlich abnehmen muß.

Legt man Spannungen an, welche nur wenig über der Stoßionisationsgrenze liegen, beispielsweise 20 Volt, so tritt eben keine nennenswerte Stoßionisation auf und hiermit fällt der ganze vorher geschilderte Vorgang fort; derartige Messungen, die wir häufig vornahmen, ergaben stets einen andauernd konstanten und relativ geringen Wert für den Sättigungsstrom. Der Verlauf der Kurve würde also durch eine gerade Linie parallel zur Abszissenachse dargestellt werden.

Legt man nun nicht gleich die hohe Spannung (220 oder 110 Volt) an, sondern glüht den Draht zuerst ohne Feld oder mit einem geringen Feld (20 Volt) während 2—3 Stunden, so tritt bei Anlegen der hohen Spannung nicht mehr der in den Kurven a und b der Fig. 5 gekennzeichnete Verlauf ein, sondern der Elektronenstrom bleibt konstant, und zwar bei wesentlich geringeren Werten, als sie dem sofortigen Anlegen eines hohen Feldes entsprechen würden. Die Erklärung hierfür ist folgende:

Das Maximum wird naturgemäß um so schneller eintreten, je eher sich Stellen an dem Draht zeigen, die lokal von dem Oxyd befreit sind. Nach dem vorher Ausgeführten treten derartige Stellen um so eher auf, je mehr Gelegenheit zur Stoßionisation gegeben ist; die Gelegenheit hierzu ist naturgemäß am größten zu Beginn des Glühens, wo noch das meiste Gas aus dem Draht entweicht. Selbstverständlich hängt sie außerdem davon ab, daß eine Spannung an den Draht angelegt wird, welche überhaupt eine Stoßionisation ermöglichen kann. Es muß also, um gleich ein Maximum zu erhalten, der Draht einmal viel Gas abgeben und andererseits die Bedingung für Stoßionisation gleich erfüllt sein. Ist letzteres nicht der Fall, sondern wird an den Draht zuerst, wie in den Kurven c und d der Fig. 6, eine geringe oder gar keine Spannung angelegt, während welcher Zeit der Draht in der Hauptsache entgast wird, so sind eben die Bedingungen, daß der Draht lokal von Oxyd befreit wird, nicht gegeben. Man kann dies deutlich daran erkennen, daß bei sofortigem Anlegen von hohen Spannungen der Draht bald an einer Stelle wesentlich heller glüht und bei weiterem Betrieb des Rohres schließlich dort durchbrennt, während beim Anlegen von hohen Spannungen nach vorhergehender geringer Belastung eine derartige Erscheinung niemals beobachtet wurde.

Wird an den Draht, wie es bei unseren ersten Messungen geschah, ein Feld, das über der Ionisierungsspannung liegt (60 Volt), nur zeitweise angelegt, so wird das Eintreten des Maximums zwar nicht so schnell erfolgen, als wenn man das Feld gleich dauernd anliegen läßt. Die Summierung der kurzen Zeiten, während welcher das Feld anliegt, genügt jedoch, um den Draht durch die jedesmal eintretende Stoßionisation allmählich in einen derartigen Zustand zu bringen, daß mit der Zeit eine lokale Befreiung vom Oxyd auftritt und somit die Bedingung für das Maximum gegeben ist.

Untersuchung des vom Draht freigegebenen Gases.

Es lag natürlich nahe, sich die Frage vorzulegen, was für ein Gas aus dem Draht ent-



weicht und die Veranlassung zur Stoßionisation gibt. Daß der Draht Gas abgibt, zeigte deutlich einmal die Änderung des Ganges des Brückengalvanometers und andererseits das Auftreten eines blauen Leuchtens im Rohre während des Maximums. Außerdem zeigte der Verlauf von Sättigungsstromkurven, die wir während der Messungen, durch welche wir die Abhängigkeit des Maximums von der angelegten Spannung untersuchten, stets aufnahmen, daß oberhalb der Grenze von 20 Volt immer Stoßionisation vorhanden zu sein pflegte, also Gas ohne Frage stets abgegeben wurde, trotzdem das Mc. Leod ein Vakuum unter $^1/_{10000}$ mm Hg angab.

Wir untersuchten nun das vorerwähnte blaue Leuchten mit einem Hilgerschen Spektroskop und konnten feststellen, daß es durch Wasserstoff hervorgerufen wurde. Trotz langerer photographischer Aufnahme konnten wir Sauerstoff und Kalzium im Spektrum nicht feststellen. Bemerkt sei, daß wir die Quecksilberdämpfe stets durch ein in flüssiger Luft gekühltes vor das Rohr geschaltetes U-Rohr vermieden, so daß sich das Hg-Spektrum nicht bemerkbar machte.

Allgemeine Erörterungen.

Es ist in letzter Zeit von Herrn Fredenhagen[1]) eine Theorie über die Wirksamkeit der Kalziumoxydelektrode aufgestellt worden.

Diese Theorie folgert Herr Fredenhagen aus seinen Versuchen; sie findet scheinbar eine Stütze durch neuere Untersuchungen von Herrn Gehrts[2]).

Fredenhagen nimmt an, daß die Elektronenabgabe durch einen elektrochemischen Prozeß im Kalziumoxyd bedingt ist. Er denkt sich den Vorgang so, daß das Oxyd von einem senkrecht zur Oberfläche des Drahtes fließenden Strom in Kalzium und Sauerstoff zersetzt wird. Der freigewordene Sauerstoff vereinigt sich größtenteils wieder mit dem Kalzium, wobei nach Analogie der Haber- und Justschen Versuche Elektronen abgegeben werden. Gestützt soll diese Anschauung dadurch werden, daß

1. das Oxyd während der Wirksamkeit der Elektrode allmählich verschwindet;

2. das Vakuum verschlechtert wird;

3. das Platin Korrosionen zeigt, die auf das Vorhandensein von Platin-Kalziumlegierungen zurückzuführen sein sollen;

4. endlich soll diese ganze Anschauung dadurch an Wahrscheinlichkeit gewinnen, daß metallisches Kalzium bei langsamer Zuführung von Sauerstoff eine verstärkte Elektronenemission zeigt.

Wir möchten nun zu diesen Punkten folgendes kurz bemerken:

Zu 1. Das Verschwinden des Oxydes läßt sich gemäß der von uns in dieser Arbeit gegebenen Darstellung ebenfalls recht gut erklären. In der nächsten Umgebung des Drahtes ist nämlich das Vakuum sicher viel schlechter als in den anderen Teilen des Rohres und der Glasapparatur[1]). Die selbst bei scheinbar bestem Vakuum vorhandene Stoßionisation und das damit zusammenhängende Aufprallen positiver Teilchen auf das Oxyd verursachen unter momentaner Temperaturerhöhung das Verdampfen des Oxydes. Einen analogen Vorgang kann man an Aluminiumkathoden in Entladungsröhren beobachten; benutzt man zur Herstellung der Kathode nicht vollkommen oxydfreies Aluminium, so sieht man, daß an der Kathode die ursprüngliche Glimmentladung mehr oder weniger häufig in eine lichtbogenartige Entladung übergeht, die an dem kleinen Oxydteilchen ansetzt, wodurch dasselbe schnell zum Verdampfen gebracht und die Elektrode auf diese Weise vom Oxyd gereinigt wird.

Zu 2. Die Verschlechterung des Vakuums beruht auf einer Wasserstoffabgabe des Platindrahtes selbst, dann aber auch des Kalziumoxyds, welches infolge seiner porösen Beschaffenheit und infolge seiner Herstellung aus der wässerigen Lösung von $CaNO_3$ augenscheinlich viel Wasserstoff okkludiert hat.

Natürlich kann ein Teil der auftretenden Stoßionisationen auch auf die Ionisierung des verdampfenden Kalziumoxyds zurückzuführen sein. Im Spektrum ist dies jedoch, so lange man viel Wasserstoff hat, nicht wahrnehmbar. Bei den Versuchen von Herrn Gehrts, welcher spektral Sauerstoff und Kalzium nachweisen konnte, handelte es sich ohne Frage um Verhältnisse, bei denen das Kalziumoxyd infolge außerordentlich starker Stoßionisation unter sichtbaren Entladungserscheinungen zum Verdampfen gebracht wurde.

Es sei noch bemerkt, daß der herabdrückende Einfluß von Sauerstoff, wie er von Herrn Fredenhagen letzthin beschrieben wurde[2]), sich vielleicht so erklären läßt, daß Sauerstoff als stark elektronegatives Gas die Elektronen außerordentlich schnell abfängt, und es daher zur Entstehung stoßionisierter Elektronen nur in geringerem Grade kommen kann.

Zu 3. Die Korrosionen, die man an einer

1) Ber. d. Sächs. Ges. d. Wiss. **65**, 42, 1913 und neuerdings diese Zeitschr. **15**, 21, 1914.

2) A. Gehrts, Verh. d. D. Phys. Ges. 1913, S. 1047.

1) Herr Fredenhagen hat ja auch dieselbe Beobachtung gemacht.

2) Diese Zeitschr. **15**, 21, 1914.



gebrauchten Kalziumoxydelektrode nach dem Verschwinden des Oxydes findet, sind unseres Erachtens nicht auf Platin-Kalziumlegierungen zurückzuführen; sie treten vielmehr genau ebenso auf, wenn man oxydfreie Platindrähte benutzt. Wir haben eine ganze Reihe von geglühten oxydfreien und mit Oxyd überzogen gewesenen Platindrähten auf ihre Korrosionserscheinungen hin mikroskopisch untersucht und stets dieselben typischen Erscheinungen bei beiden gefunden.

Zu 4. Die von Herrn Fredenhagen angestellten Versuche an metallischem Kalzium vermögen seine Anschauung nur wahrscheinlich zu machen, aber nicht sie zu beweisen. Man hat es jedenfalls im Augenblicke des Zusammenbringens von Kalzium und Sauerstoff sofort mit CaO zu tun. Die Entstehung von Elektronen bei der Wiedervereinigung von Sauerstoff und Kalzium soll natürlich an sich in keiner Weise geleugnet werden; es fragt sich nur, ob die Wiedervereinigung tatsächlich in der von Herrn Fredenhagen angenommenen Art und Weise, d. h. infolge des von Herrn Fredenhagen angenommenen elektrolytischen Vorganges erfolgt und zur Entstehung der ursprünglichen Elektronen führt; das, was Herr Fredenhagen als Beweise dafür angeführt hat, erscheint uns jedenfalls auch auf andere Weise erklärbar zu sein.

Wir möchten hier übrigens gleich eine Bemerkung über die ursprünglichen Elektronen anschließen. Die von uns angestellten Versuche setzten das Bestehen von derartigen ursprünglichen oder primären Elektronen — wie wir sie nennen wollen — voraus. Wie diese entstehen, darüber kann man natürlich verschiedener Ansicht sein. Unsere Versuche geben hierüber keinen Aufschluß; möglich, daß sie der Wiedervereinigung von Kalzium und Sauerstoff ihren Ursprung verdanken; Beweise bestehen jedoch unserer Ansicht nach nicht hierüber, denn das von Herrn Fredenhagen und auch von Herrn Gehrts Angeführte, welch letzterer eine vorhergegangene thermische Dissoziation annimmt, erscheint uns, wie wir ausgeführt haben, nicht stichhaltig zu sein. Möglich ist es indes andererseits auch, daß es sich, trotzdem man es mit einem Oxyd zu tun hat, um metallische Elektronen nach der Anschauung von Richardson handelt. Denn daß auch Oxyde derartige Elektronen möglicherweise abgeben können, dafür spricht der Umstand, daß die Leitfähigkeit der Oxyde, wie Herr Weißenberger[1]) kürzlich nachgewiesen hat, doch eine metallische und nicht eine elektrolytische ist, wie man bisher stets annahm; es vermögen Oxyde demnach ohne Frage auch metallische Elektronen, wenn auch in geringerer Zahl als das betreffende Metall, abzugeben.

1) A. Weißenberger, diese Zeitschr. 15, 105, 1914.

Zusammenfassung.

1. An Kalziumoxydelektroden beobachtet man unter gewissen Umständen ein Maximum des Elektronenstromes, welches von Temperatur, angelegter Spannung und dem Druck im Rohr abhängig ist.

2. Diese besonderen Umstände sind dadurch bedingt, daß Stoßionisation eintritt.

3. Die von uns beobachtete Stoßionisation ist durch Wasserstoffabgabe des Drahtes verursacht.

Physikalisches Institut der Universität Berlin, April 1914.

(Eingegangen 30. April 1914.)

Experimentaluntersuchungen über die magnetischen Strahlen in verschiedenen Gasen und Gasgemischen. II.[1])
(Ricerche sperimentali sui raggi magnetici in diversi gas e miscugli gassosi.[2])

(Autoreferat.)

Von Augusto Righi.

Die virtuelle Anode in verschiedenen Gasen.

1. Versuchsanordnungen.

Die bereits angegebenen Versuchsanordnungen, die bei Luft benutzt worden waren, wurden beibehalten. Natürlich mußten gewisse Röhren, Behälter und Hähne hinzugefügt werden, wegen derer ich den Leser auf die ausführliche Veröffentlichung verweise; diese Teile sind dazu bestimmt, die Reinheit der Gase zu gewährleisten und die Regulierung des Druckes zu erleichtern. Vor allen Dingen galt es, die Gegenwart von Spuren von Stickstoff zu vermeiden, weil nach der Angabe der Herren More und Rieman die Erscheinung der virtuellen Anode in stickstoffhaltigen Gasen auftreten soll, aber nicht in reinen Gasen, und auch nicht im Stickstoff selbst; das würde, wenn es richtig wäre, recht befremdlich sein.

Zunächst stellte ich Versuche mit Wasserstoff und mit Sauerstoff an, die ich auf elektrolytischem Wege mit aller Sorgfalt bereitet hatte. Später aber, nachdem ich die Überzeugung gewonnen hatte, daß die Erscheinung der virtuellen Anode bei allen daraufhin untersuchten

1) I. s. diese Zeitschr. 15, 528, 1914.
2) Mem. R. Acc. di Bologna, 16. Nov. 1913.



Gasen auftrat, und daß sich diese Erscheinung in Gegenwart auch nicht gerade kleiner Mengen fremder Gase nicht änderte, habe ich schließlich die Messungen an Gasen angestellt, deren Reinheit begrenzt war, also an solchen Gasen, wie sie entweder im Handel erhältlich waren oder wie sie ohne übertriebene Sorgfalt hergestellt wurden. Immer jedoch habe ich mit Hilfe von Phosphorsäureanhydrid den Wasserdampf ferngehalten, dessen Gegenwart — ebenso wie die anderer Dämpfe — Wirkungen hat, die durchaus nicht zu vernachlässigen sind.

Die untersuchten Gase waren: Wasserstoff, Kohlensäureanhydrid, Sauerstoff, Kohlenoxyd, Stickstoff, Ätherdampf, Chloroformdampf und schließlich einige Gemische aus je zweien dieser Gase.

Beim Ätherdampf und beim Chloroformdampf macht es große Mühe, die Erscheinung der magnetischen Strahlen und der virtuellen Anode zu erhalten. In Wirklichkeit tritt sie auf, aber sozusagen in so stark verkleinertem Maßstabe, daß die virtuelle Anode immer in ganz geringer Entfernung von der Kathode erscheint. Dieses Verhalten steht im Einklang mit dem allgemeinen Ergebnis, das die verschiedenen Gase aufweisen, wie wir weiter unten sehen werden. Geringe Spuren dieser Dämpfe genügen auch, um die Erscheinung, wie sie eines der vorstehend genannten Gase aufweist, weniger deutlich zu machen. Man muß darauf achten, die zufällige Anwesenheit derartiger Dämpfe zu vermeiden, weil das Befreien der Entladungsröhre, der Pumpe und der übrigen Teile der Apparatur von den letzten Spuren dieser Dämpfe eine langwierige und sehr mühsame Arbeit ist.

Zwar haben mir alle Gase, die ich untersucht habe, die Erscheinung der virtuellen Anode geliefert, aber es bleiben doch gewisse Unterschiede bestehen, insbesondere sind die Druckgrenzen, zwischen denen die Bestimmungen leichter und genauer auszuführen sind, bei den einzelnen Gasen verschieden. So kann man beispielsweise mit Wasserstoff nicht bei gar zu weit getriebenen Verdünnungen arbeiten, während für Kohlensäureanhydrid das Gegenteil gilt, man also lieber verhältnismäßig niedrige Drucke anwenden muß.

Auf diesen Umständen beruht es, daß es nicht für alle Gase möglich gewesen ist, die charakteristischen Kurven (d. h. die Kurven, die d zu Abszissen und M zu Ordinaten haben, wie sie für Luft im Diagramm der Figur 11 dargestellt worden sind) für gleiche Werte des Druckes zu erhalten.

2. Die virtuelle Anode in Wasserstoff, Kohlensäureanhydrid usw.

Bei jedem der untersuchten Gase werde ich zunächst einige Einzelheiten über die Farbe oder über das allgemeine Aussehen der Entladung in der mit dem verdünnten Gase gefüllten Röhre (immer der in Fig. 1 und 2 dargestellten) angeben; darauf werde ich die Ergebnisse mitteilen, ohne die Zahlenergebnisse anzuführen, die der Leser, wenn er will, in der vollständigen Veröffentlichung finden kann.

Das erste Gas, das ich nach der Luft untersucht habe, war Wasserstoff. Das Licht der Entladung erscheint bläulich-weiß oder rötlich-weiß, je nach der Verdünnung, und scheint sich auch infolge von Kontrastwirkungen zu verändern, je nachdem man zeitweilig für die Ablesungen von d Tageslicht oder künstliches Licht benutzt. Das negative Licht geht nach Violett über, das der sekundären Säule ist mit jenem der positiven Säule identisch. Die Bestimmungen sind selbst bei höheren Drucken als den bei Luft geeignetsten leicht ausführbar, aber bei weiter getriebener Verdünnung, d. h. bei Drucken unterhalb 0,3 mm, werden die Messungen fast unmöglich. Ich habe die Entfernung d der virtuellen Anode von der Kathode für verschiedene Werte M der Magnetfeldstärke gemessen, und zwar zunächst bei einem Druck von 1,16 mm, dann bei einem solchen von 0,85 mm und schließlich bei einem solchen von 0,36 mm. Zu diesen drei Messungsreihen habe ich die zugehörigen drei charakteristischen Kurven konstruiert, von denen zwei in dem Diagramm der Fig. 12 zu sehen sind.

Bei Ersatz des Wasserstoffs durch Kohlensäureanhydrid wurde das Licht der Entladung überall bläulich-weiß, nur in der positiven Säule und in der sekundären Säule ins Grünliche übergehend. Im Gegensatz zum Wasserstoff mußten die Messungen in dem neuen Gas nur bei sehr starken Verdünnungen vorgenommen werden.

Beim Sauerstoff ist das negative Licht grünlich-weiß, vielleicht nur infolge Kontrastes gegen die ganz mattrote Farbe, die das positive Licht zeigt. Das Licht der sekundären Säule ist ein wenig grünlicher oder weniger rötlich als das der positiven Säule. In der ganzen Entladungsröhre ist das Licht sehr wenig intensiv, ein Grund dafür, daß die Messungen beim Sauerstoff mühsam sind und wenig genau werden.

Die beiden übrigen untersuchten Gase, nämlich Kohlenoxyd und Stickstoff, liefern hingegen ein Licht von großer Intensität, und zwar von noch größerer, als man in Luft erhält. Diese Intensität scheint sogar beim Kohlenoxyd noch

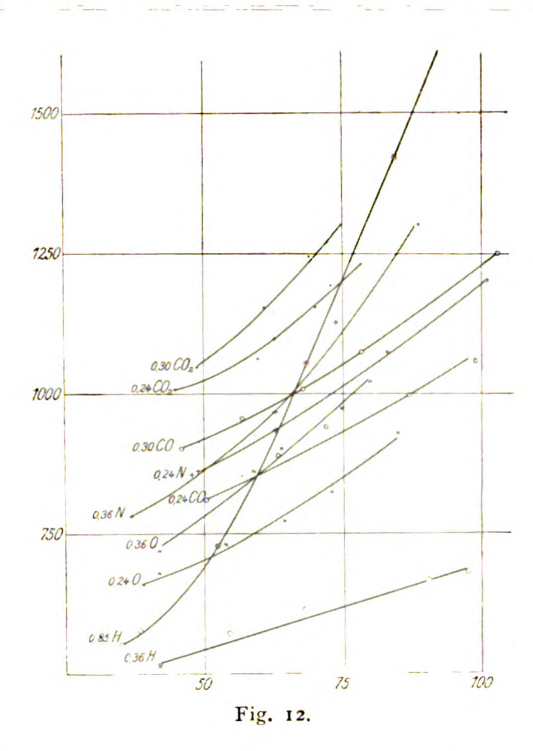


Fig. 12.

größer zu sein als beim Stickstoff; die Versuche mit diesem letztgenannten Gase werden aber lehrreicher wegen der verschiedenen Färbungen der positiven und der negativen Entladung, die denen ähnlich sind, die man in Luft erhält. Mit dem erstgenannten dieser beiden Gase erhält man überall ein Licht von derselben Farbe wie das Licht, das in Kohlensäureanhydrid entsteht.

3. Vergleich zwischen den verschiedenen Gasen.

Wie ich bereits an anderer Stelle betont habe, bildet die Tatsache, daß die verschiedenen an Stelle der Luft verwandten Gase quantitativ verschiedene Ergebnisse liefern, nicht nur keinen Einwand gegen die Hypothese der kreisenden Doppelsterne, sondern liefert eine Bestätigung hierfür. Da die virtuelle Anode auf einem periodischen Transport positiver Ionen beruht, die sich zusammen mit den von der Kathode ausgehenden Elektronen bewegen, wird sich bei einem Wechsel des Gases vor allen Dingen die transportierte Masse ändern, ohne daß sich die Ladungen und damit die zur Wirkung gelangenden Kräfte ändern, und zwar werden sich bei diesem Transport die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die transportierte Masse, und demnach auch umgekehrt wie das Molekulargewicht des Gases ändern.

Nimmt man indessen die Hypothese der Doppelsterne an, so wird die Kraft mitspielen, die vom Magnetfelde herrührt und auf das Elektron jedes Doppelsternes einwirkt, das ja, infolge seiner Kreisbewegung, einen kleinen geschlossenen Strom bildet. Geht man nun von einem gegebenen Gase zu einem andern über, so kann man Doppelsterne erhalten, die voneinander verschieden sind, sei es nun hinsichtlich der Amplitude der Bahn des Elektrons, sei es hinsichtlich der Geschwindigkeit, mit der diese Bahn durchlaufen wird. Es ist indessen wahrscheinlich, daß solche Unterschiede zwischen den verschiedenen Gasen, falls sie bestehen, eine weit geringere Bedeutung haben als die von der Verschiedenheit in der Masse der positiven Ionen herrührenden.

Auf Grund derartiger Betrachtungen mußte ich also erwarten, bei den Versuchen mit Wasserstoff unter gleichen Versuchsbedingungen viel größere Werte von d zu finden, als ich in Luft gefunden hatte. Diese Erwartung erwies sich bereits bei den ersten Versuchen als erfüllt, und zwar in sehr ausgeprägtem Maße. Die bald darauf mit Kohlensäureanhydrid ausgeführten Versuche entsprachen ebenfalls den Erwartungen, denn ich erhielt kleinere Werte für d als in Luft. Auch das Verhalten der übrigen Gase, die ich untersucht habe, war stets in seiner Gesamtheit so, daß es den Voraussagungen recht gab.

Um die Vergleichung zwischen den verschiedenen Gasen zu erleichtern, habe ich die zugehörigen charakteristischen Kurven für zwei verschiedene Drucke bei jedem einzelnen Gase in einem einzigen Diagramm (s. Fig. 12) wiedergegeben.

Beim Wasserstoff sind die beiden Kurven für die Drucke von 0,36 mm und von 0,85 mm wiedergegeben; bei den anderen Gasen habe ich — immer mit Hilfe der oben erwähnten und in der ausführlichen Veröffentlichung mitgeteilten Zahlentabellen — die Kurven für den Druck von 0,24 mm sowie jene für den Druck von 0,30 mm oder für 0,36 mm gezeichnet.

Bei einer Gegenüberstellung der für einen und denselben Druck, beispielsweise für den Druck von 0,24 mm, erhaltenen Kurven zeigt sich sofort — wenigstens, soweit es sich um Gase handelt, die merklich verschiedene Dichten haben — die Bestätigung der theoretisch vorausgesagten Tatsache, daß die positiven Ionen sich um so weiter von der Kathode entfernt festsetzen, je kleiner ihre Masse ist.

Beispielsweise liegt die Kurve für Wasserstoff bei dem Drucke von 0,24 mm, die in dem Diagramm nicht gezeichnet ist, aber unzweifelhaft unterhalb jener für den Druck von 0,36 mm liegen würde, sicherlich beträchtlich unterhalb der gleichfalls bei 0,24 mm Druck aufgenom-

menen Kurven für die übrigen Gase. Es genugen also verhältnismäßig schwache Magnetfelder, um den positiven Wasserstoffionen eine lange Bahn zu erteilen.

Die Kurve für das dichteste der untersuchten Gase, das Kohlensäureanhydrid (Molekulargewicht 44), liegt oberhalb aller übrigen; die Kurven für den Stickstoff, den Sauerstoff und das Kohlenoxyd (Molekulargewichte 28 bzw. 32 und 28) nehmen mittlere Lagen ein, wie aus dem Diagramm ersichtlich ist. Wenngleich die Kurven für CO und für N nicht miteinander zusammenfallen, und wenngleich die Kurve für O unterhalb jener liegt und nicht oberhalb, so steht es doch außer Zweifel, daß die gewonnenen Ergebnisse in ihrer Gesamtheit stärker zugunsten der theoretischen Voraussage sprechen, als man hoffen durfte. Übrigens habe ich weiter oben auf die Möglichkeit anderer Einflüsse von geringerer Bedeutung außer der Dichte hingewiesen.

Nunmehr wird der Grund für die Schwierigkeit klar ersichtlich, die sich zeigt, wenn man den Versuch mit der virtuellen Anode mit gasförmigen Substanzen von großer Dichte zu erhalten versucht, wie beispielsweise mit Ätherdampf (Molekulargewicht 74) oder mit Chloroformdampf (Molekulargewicht 119).

4. Erscheinungen, die sich in Gasgemischen zeigen.

Ehe ich über die den vorstehenden analogen Messungen berichte, die ich an Gemischen aus zwei verschiedenen Gasen angestellt habe, weise ich auf einige Erscheinungen hin, die zwar auch sonst gelegentlich beobachtet, aber erst neuerdings untersucht und erklärt worden sind. Ich will einen Versuch beschreiben und beziehe mich dabei auf das Diagramm in Fig. 13.

Die Entladungsröhre enthielt ein Gemisch aus drei Teilen Stickstoff und einem Teil Sauerstoff unter einem Druck von 0,072 mm, und es wurde bei verschiedenen Werten der Magnetfeldstärke die Gesamtlange l der Lichtsäule in dem Rohre ST (s. Fig. 1) beobachtet. Als ich die Feldstärke von Null an allmählich wachsen ließ, stellte ich fest, daß l sich in der Weise veränderte, daß es zwei Maxima und zwei Minima aufwies, von denen die ersteren in dem Diagramm durch die Punkte A und C, die letzteren durch die Punkte B und D dargestellt werden. (Das Diagramm ist in der Weise gezeichnet worden, daß die l als Abszissen und die M als Ordinaten aufgetragen wurden.) Verbindet man diese Punkte durch Geraden, und verbindet man ferner A mit dem Punkte O (der die Länge l für den Fall darstellt, daß die Feldstärke null ist) sowie D mit E (dem Punkte, der dem höchsten erreichten Werte der Feldstärke entspricht), so erhält man die gebrochene Linie $OABCDE$, welche die sonderbare Erscheinung veranschaulicht. In demselben Diagramm veranschaulicht die gebrochene Linie, die von O_1 ausgeht, die Erscheinung für den Fall, in welchem dasselbe Gasgemisch einen Druck von 1,19 mm hatte. Aus der Vergleichung erkennt man, daß die Anzahl der Maxima und Minima von l mit der Verdünnung wächst, und daß außerdem der Größenunterschied zwischen den Maximis und Minimis selbst wächst. Die von den Punkten O_2, O_3, O_4, O_5 ausgehenden gebrochenen Linien weisen analoge Wirkungen auf, die sich an Gemischen aus Stickstoff und Wasserstoff zeigen. Wegen der diesbezüglichen Einzelheiten lese man in der ausführlichen Veröffentlichung nach.

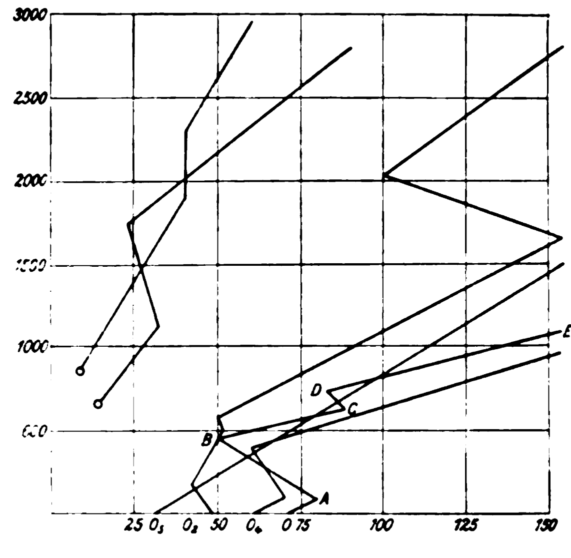


Fig. 13.

Das Interesse, das diese Erscheinungen bieten, liegt hauptsächlich darin, daß sie sich durch die Hypothese der Doppelsterne leicht erklären lassen, und zwar folgendermaßen:

In einem einfachen Gase weist das Bündel der magnetischen Strahlen bei einem gewissen Werte der Feldstärke eine größte Länge auf, und dasselbe gilt natürlich für die Länge l, die auch die sekundäre Säule mit umfaßt. Dies vorausgeschickt, wollen wir annehmen, daß die Entladungsröhre ein Gemisch aus zwei verschiedenen Gasen enthalte. Es ist wahrscheinlich, daß die Moleküle der beiden Gase in veränderlichem Verhältnis an der Bildung der Paare „Elektron—Positives Ion" teilnehmen, und daß bei niedrigen Werten der Feldstärke die Doppelsterne vorwiegend von positiven Ionen des einen

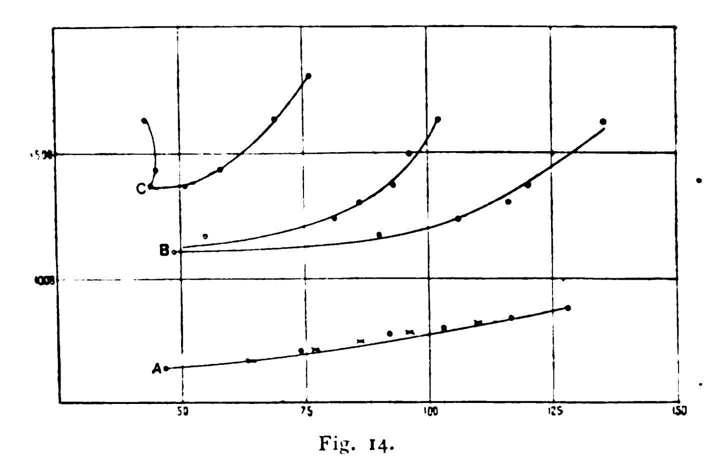


Fig. 14.

der beiden Gase gebildet werden. Mit wachsender Feldstärke wird die Lichtsäule bis zu einem Maximum an Länge zunehmen, um darauf abzunehmen; inzwischen aber werden die Ionen des anderen Gases in zunehmender Anzahl anfangen mitzuspielen und somit wird die Länge l wieder bis zu einem neuen Maximum wachsen.

In manchen Fällen habe ich hintereinander drei Maxima von l beobachtet; das würde ein Zeichen für die Gegenwart dreier Gasarten, oder doch mindestens dreier Ionenarten sein. Sämtliche untersuchten Gemische haben die geschilderte Erscheinung in mehr oder minder starkem Maße gezeigt.

5. Die virtuelle Anode in Gasgemischen.

Ich will jetzt in Kürze nur die Ergebnisse mitteilen, die ich in zwei Fällen erhalten habe, nämlich mit dem Gemisch aus Wasserstoff und Stickstoff und mit jenem aus Stickstoff und Kohlenoxyd.

Fig. 14 zeigt die charakteristischen Kurven für Gemische in verschiedenen Mengenverhältnissen, und zwar war das Volumenverhältnis zwischen Wasserstoff und Stickstoff bei der Kurve A 56, bei der Kurve B 2,5 und bei der Kurve C 0,36. Der Druck war in diesen drei Fällen merklich derselbe, nämlich ungefähr 0,163 mm.

Die kleinen Kreuze neben der Kurve A bezeichnen die Ergebnisse, die reiner Wasserstoff bei einem ein wenig höheren Drucke lieferte. Auf diese Weise wird noch einmal festgestellt, daß durch Zusatz von ungefähr 2 Proz. Stickstoff das Verhalten des Wasserstoffs nicht merklich verändert wird.

Die Kurven B und C zeigen einen bemerkenswerten Charakter; jede von ihnen setzt sich nämlich aus zwei getrennten Zweigen zusammen Als ich nämlich den Versuchselektromagnet längs der Röhre verschob, bemerkte ich in zwei verschiedenen Stellungen jene gewisse Bildung der sekundären Säule, welche die Anwesenheit der virtuellen Anode anzeigte. Die Kurve C zeigt außerdem, daß bei einem der beiden Zweige der Wert der Feldstärke überschritten wird, bei dem die Bildung der Doppelsterne ein Maximum ist.

Die Theorie führt leicht zu einer Erklärung für die Verdoppelung der Kurven, und zwar ist diese Erklärung im Grunde dieselbe, die ich aufgestellt habe, um die im vorigen Abschnitt beschriebene Erscheinung zu erklären. Um nämlich diese Verdoppelung zu verstehen, brauchen wir uns nur vorzustellen, daß sich Doppelsterne von zweierlei Art bilden, nämlich solche, die als positives Ion Wasserstoff haben und solche, die ein Stickstoffion haben. Diese Doppelsterne werden, da sie verschiedene Massen haben, im Mittel auch verschiedene Geschwindigkeiten besitzen und werden daher zwei getrennte virtuelle Anoden bilden.

Der Fall des Gemisches zweier Gase von gleicher Dichte, wie etwa Stickstoff und Kohlenoxyd, bietet ein Interesse anderer Art. Ich habe das Volumenverhältnis zwischen dem Kohlenoxyd und dem Stickstoff in der Weise verändert, daß ich ihm die Werte 0,11 bzw. 0,354, 2 und 6,83 gab, und habe in allen vier Fällen den Druck gleich 0,24 mm gemacht; dabei habe ich das Ergebnis erhalten, das nach der Theorie vorauszusehen war. Trägt man nämlich in ein Diagramm die Punkte ein, welche die Koordinaten d und M haben, wie sie die Versuche liefern, so sind diese Punkte alle so angeordnet, daß man eine einzige Kurve dicht an ihnen vorbeiziehen kann. Dieser Umstand würde darauf hindeuten, daß die virtuelle

Anode in den verschiedenen Fällen für jeden Wert der Magnetfeldstärke merklich dieselbe Lage einnimmt.

Allgemeine Schlußfolgerungen.

Die Versuche, über die ich im vorliegenden zweiten Teile dieser Arbeit berichtet habe, und die sämtlich so ausgefallen sind, wie es nach der Hypothese der Doppelsterne „Elektron – Positives Ion" vorauszusehen war, liefern eine nicht zu übersehende Bestätigung zugunsten dieser Hypothese. Wenn man eine Hypothese bestätigt findet, so schließt das natürlich nicht aus, daß neue Tatsachen ihr widersprechen können, insofern, als die Bestätigungen nicht immer den Wert vollständiger Beweise haben; aber solche Bestätigungen tragen doch dazu bei, das Vertrauen in diese Hypothese zu verstärken.

Daß bei dem Versuch mit der virtuellen Anode ein Transport positiver Ionen stattfinde, daß an diesem Transport in der einen oder der anderen Weise die von der Kathode ausgehenden Elektronen teilnehmen, und daß schließlich das Vorhandensein eines Magnetfeldes von passender Richtung notwendig sei, dies alles scheint mir durch die Versuche des ersten Teiles außer Zweifel gestellt zu werden. Wenn dies aber zugegeben ist, so scheint mir die Hypothese von der Bildung der neutralen Paare oder Doppelgebilde oder Doppelsterne, wie wir sie nennen wollen, die einfachste und logischste Art der Deutung der festgestellten Tatsachen zu sein.

Bei der Beurteilung dieser Hypothese darf aber nicht vergessen werden, daß wir hier nur einen der Versuche behandelt haben, auf welche sie sich stützt. Viele Forscher sind auch der Meinung, daß es zur Erklärung der Erscheinungen, die das Kathodenlicht unter dem Einflusse des Magnetfeldes zeigt, keiner besonderen Hypothese bedürfe. Sie erklären aber nicht alle Erscheinungen in befriedigender Weise. Von einigen dieser Erscheinungen reden sie gar nicht, wie beispielsweise von den beiden, auf die ich in der Einleitung hingewiesen habe, und von jener anderen, die ich meinerseit zum Gegenstande zahlreicher Versuche gemacht habe[1]), und die darin besteht, daß eine Funkenentladung unter der Einwirkung des Feldes die charakteristischen Eigenschaften eines Bündels magnetischer Strahlen annehmen kann.

Andere Physiker erkennen die Unzulänglichkeit der bisher befolgten Auffassungsweise an, die in der Annahme besteht, daß die Wirkung des Feldes einzig und allein die ist, den Bahnen der Elektronen neue Gestalten zu geben; darüber hinaus stellen sie aber keine neue Erklärung auf.

1) Diese Zeitschr. **13**, 65, 1912.

Nur die Herren More und Mauchly[1]) haben eine neue Theorie aufgestellt, die aber insofern nicht annehmbar ist, als sie von der irrigen Voraussetzung ausgeht, daß unter der Einwirkung des Magnetfeldes der Potentialsprung an der Kathode abnehme, während gerade das Gegenteil eintritt, wenn sich die virtuelle Anode bildet. Übrigens halte ich es nach meinen Darlegungen im ersten Teile für sicher, daß die genannten Physiker bei vielen ihrer Versuche die von der virtuellen Anode herrührende sekundäre Säule mit jener, übrigens wenig anders aussehenden Lichtsäule verwechselt haben, welche die Röhre erfüllt, wenn sich im Stromkreise eine kleine Funkenstrecke befindet, oder wenn gewisse andere Bedingungen erfüllt sind, die ich angegeben habe. Zum Beweise hierfür würde die Tatsache genügen, daß sie die Erzeugung der virtuellen Anode auch mit Röhren der in Fig. 7 dargestellten Art festgestellt haben.

1) Phil. Mag., August 1913.

(Nach dem Manuskript aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 16. April 1914.)

Absorptions- und Brechungsindizes dünner Kupferschichten.

Von W. Planck.

Frau N. Galli hat kürzlich im hiesigen Institut „Das optische Verhalten dünner Metallschichten" studiert[1]) und gefunden, daß bei Silber und Gold die optischen Parameter wesentlich von der Dicke der Metallschicht abhängen. Da diese Beobachtungen jedoch zur Bestimmung einer Gesetzmäßigkeit nicht ausreichen, habe ich auf Anraten von Herrn Geheimrat Voigt die Gallischen Untersuchungen an Iridium und besonders an Kupferschichten fortgesetzt. Es kam darauf an, zuzusehen, ob sich für die beobachtete Abhängigkeit des n und k von der Schichtdicke ein numerisches Gesetz feststellen läßt, also zunächst, ob Schichten gleicher Dicke gleiche Werte ihrer optischen Parameter aufweisen.

Die Theorie der optischen Erscheinungen an dünnen Metallschichten hat Försterling entwickelt[2]). Er hat gefunden, daß sich die optischen Parameter einer Metallschicht und ihre Dicke besonders einfach berechnen lassen aus

1) N. Galli, Diss. Göttingen 1913.

2) K. Försterling, Nachr. d. k. Gesellsch. d. Wiss. z. Göttingen. Mathem.-phys. Kl. 1911.



dem Polarisationszustand des reflektierten und durchgegangenen Lichts, wenn sich die Metallschicht zwischen zwei optisch gleichen Medien befindet. Die Gültigkeit der Försterlingschen Formeln ist von Frau Galli bestätigt worden.

1. Die Herstellung der Schichten geschah ebenso wie bei Frau Galli durch Kathodenzerstäubung; ich benutzte denselben Apparat, der von Rümelin[1]) angegeben, von ihm und Frau Galli[2]) beschrieben worden ist. Wie Frau Galli bestäubte ich zunächst eine Glasplatte von etwa 3—4 cm² Fläche, die dann zur Beobachtung zwischen zwei Prismen gekittet wurde. Das Bindemittel war entweder Kanadabalsam oder Xylol. Damit die Metallverteilung über die ganze Fläche gleichmäßig wurde, war die Kathode viel größer als die zu bestäubende Fläche, ein Kupferblech von etwa 20 cm² Fläche. Vorteilhaft war es, die Kathode gelegentlich in Salpetersäure zu baden, da es sonst vorkam, daß die niedergeschlagene Schicht schwärzlich ohne Metallglanz war (Kupferoxyd?). Auch mußte natürlich die zu bestäubende Glasfläche gründlich gereinigt und getrocknet sein, da sich sonst, besonders bei längerem Bestäuben, das Metall in kleinen Blasen vom Glase abhob.

Da ferner Frau Galli und ich gelegentlich Schichten erhielten, die von beiden Seiten beobachtet verschiedene Resultate ergaben, versuchte ich, diese Fehlerquelle möglichst zu beseitigen. Ich fand zunächst, daß die Inhomogenität geringer wird, wenn mit geringer Stromstärke (5—10 Milliamp. bei einer Spannung von 1500 Volt und einem Druck von 0,02—0,07 mm Quecksilber) bestäubt wird. Auch habe ich das Auftreten von Funken in der Entladungsglocke vermieden. Diese zeigten sich besonders an der Stelle, wo der Zuleitungsdraht zur Kathode das isolierende Glasrohr verläßt und dessen Kante berührt. Ich habe daher dieses Glasrohr an seinem Ende wieder nach unten gebogen, so daß der Zuleitungsdraht das Glasrohr nur in seinem Innern berührte. Wegen der geringeren Stromstärke muß natürlich die Zerstäubung längere Zeit dauern, um dieselbe Dicke hervorzubringen, doch ist dies insofern ein Vorteil, als eine gewünschte Dicke mit größerer Genauigkeit erreicht werden kann, da die Dicke der Stromstärke und der Bestäubungszeit einigermaßen proportional ist. Während der Zerstäubung blieben Stromstärke und Spannung bis auf 10 Proz. konstant. Alle diese Vorsichtsmaßregeln führten jedoch nicht völlig zum Ziel. Schließlich ergab sich, daß die Verschiedenheit der Beobachtungen von beiden Seiten hauptsächlich durch die störenden Reflexionen an den verschiedenen Glasflächen bedingt war; sie verschwand ganz, als die Metallschicht direkt auf die Hypotenusenfläche des einen Prismas niedergeschlagen und dann das zweite Prisma dagegen gekittet wurde. Die mögliche Annahme. daß das Bindemittel das Metall beeinflußte, bestätigte sich also nicht.

Ich habe auf die angegebene Art 33 Kupferschichten hergestellt, von denen 4 wegen der besprochenen Blasenbildung nicht zu beobachten waren. Alle andern sind der Beobachtung unterzogen worden. Diese geschah mit demselben Apparat, den Frau Galli benutzt hat, einem Polarisationsspektrometer von Fueß in Verbindung mit einem Monochromator. Als Lichtquelle diente eine Bogenlampe. Da die Spiegel in ihrer ganzen Ausdehnung gleichmäßig erschienen, habe ich das Herausblenden eines kleinen Teils der Schicht unterlassen; ich habe auch nur bei einem Einfallswinkel beobachtet, da die Abhängigkeit der Polarisationszustände vom Einfallswinkel, wie sie die Försterlingschen Formeln geben, von Frau Galli bestätigt worden ist. Alle Schichten aber habe ich von beiden Seiten beobachtet, aus beiden Beobachtungen die optischen Parameter bestimmt und die Mittel aus beiden Werten, die selten beträchtlich voneinander abwichen, genommen.

2. Die Bestimmung der Parameter aus den beobachteten Polarisationszuständen geschah auf graphischem Wege, ein Verfahren, das bequemer ist und eher vor Rechenfehlern schützt als das rein rechnerische. Nach den erwähnten Försterlingschen Formeln sind, wenn χ_R und δ_R, χ_D und δ_D die Azimute und Phasenverzögerungen des reflektierten und des durchgegangenen Lichtes sind, die Verbindungen $\operatorname{tg}\chi = \frac{\operatorname{tg}\chi_R}{\operatorname{tg}\chi_D}$ und $\operatorname{tg}\delta = \operatorname{tg}(\delta_R - \delta_D)$ verhältnismäßig einfach aus den Parametern n und k zu finden, während umgekehrt die Berechnung von n und k aus $\operatorname{tg}\chi$ und $\operatorname{tg}\delta$ ziemlich mühsam ist. Ich habe nun für bestimmte n und k die Werte von $\operatorname{tg}\chi$ und $\operatorname{tg}\delta$ berechnet und die Kurven $n =$ konst. und $k =$ konst. in der $\operatorname{tg}\chi \cdot \operatorname{tg}\delta$-Ebene gezeichnet. Ich konnte dann für beobachtete $\operatorname{tg}\chi$ und $\operatorname{tg}\delta$ die zugehörigen n und k bestimmen, und beliebig genau, wenn die Kurven eng genug gezeichnet wurden. Natürlich habe ich nur die Kurvenstücke gezeichnet, die bei meinen Beobachtungen in Betracht kamen.

Die Dicke l der Metallschicht wurde im allgemeinen aus dem Polarisationszustand des durchgegangenen Lichtes dreier verschiedener Farben berechnet. Da die Gleichung für l

1) G. Rümelin, diese Zeitschr. **13**, 1222, 1912.
2) N. Galli, l. c.



komplex ist, ergeben sich für jede Farbe zwei Möglichkeiten der Berechnung von l, die bei mir wie bei Frau Galli mitunter erheblich voneinander abweichende Resultate ergaben, vor allem bei sehr dicken und sehr dünnen Schichten, da hier Beobachtungsfehler besonders schwer ins Gewicht fallen. Bei dicken Schichten kam es jedoch auf eine genaue Bestimmung des l nicht an, da hier die optischen Parameter nahezu von der Dicke unabhängig sind, bei dünnen Schichten habe ich mir durch eine Interpolation geholfen. Die bei dünnen Schichten am genauesten zu beobachtende Größe, das Azimut des durchgegangenen Lichts, das für l o 45^0 sein muß, habe ich als Funktion der berechneten Dicke dargestellt. Es ergibt sich eine fast lineare Abhängigkeit, aus der für dünne Schichten die Dicke bestimmt werden kann. Für die andern Schichten ergeben sich Korrektionen an der Dicke, die innerhalb der Versuchsfehler liegen.

Die folgende Tabelle gibt die mit gelbem Licht ($\lambda = 587\ \mu\mu$) beobachteten $tg\chi$ und $tg\delta$ und die daraus bestimmten n und k; die Indizes 1 und 2 beziehen sich auf die beiden Seiten der Metallschicht.

Tabelle I.

Nr.	$tg\chi_1$	$tg\chi_2$	$tg\delta_1$	$tg\delta_2$	n_1	n_2	k_1	k_2
1	—*)	—	—	—	0,56	0,56	3,52	3,10
2	—	—	—	—	0,53	0,46	3,59	3,24
3	0,43	0,44	0,35	0,31	0,78	0,67	2,55	2,55
4	0,39	0,39	0,17	0 17	0,49	0,49	2,95	2,95
5	0,39	0,38	0,15	0,16	0,42	0,49	3,00	3,18
6	0,39	0,39	0,17	0,19	0,49	0,55	2,68	2,95
7	0,36	0,37	0,21	0,19	0,70	0,59	3,18	3,07
8	0,42	0,40	0,19	0,22	0,49	0,59	2,78	2,89
9	0,39	0,42	0,27	0,25	0,73	0,61	2,89	2,74
10	0,41	0,41	0,38	0,38	0,91	0,88	2,64	2,60
11	0,43	0,43	0,74	0,62	1,25	1,12	2,21	2,30
12	0,37	0,41	0,76	0,72	1,50	1,26	2,32	2,25
13	0,38	0,37	0 20	0,16	0,59	0,50	3,01	3,15
14	0,41	0,40	0,23	0,26	0,59	0,71	2,80	2,86
15	0,39	0,38	0,34	0,34	0,88	0,91	2,76	2,81
16	0,37	0,39	0,39	0,36	1,05	0,93	2,83	2,80
17	0,39	0,39	0,95	0,90	1,50	1,47	2,08	2,14
18	0,39	0,36	0,67	0,78	1,32	1,57	2,37	2,28
19	0,40	0,38	0,52	0,63	1,14	1,32	2,51	2,45
20	0,37	0,40	0,71	0,59	1,46	1,20	2,37	2,42
21	0,37	0,34	0,77	0,96	1,48	1,73	2,30	2,18
22	0,32	0,24	— 5,0	— 2,5	1,05	2,17	0,63	0,76
23	0,42	0,37	— 2,9	— 0,49	1,73	1,82	0,84	0,29
24	0,36	0,25	— 0,62	— 0,55	1,86	2,08	0,37	0,30
25	0,20	0,39	— 1,46	— 0,06	2,27	1,79	0,58	0,63
26	0,26	0,21	— 11,8	— 4,7	2,13	2,30	1,02	0,87
27	0,23	0,27	— 0,70	— 0,92	2,13	2,05	0,35	0,46
28	0,22	0,25	+ 2,41	+ 2,10	2,45	2,30	1,47	1,60
29	0,22	0,24	— 10,1	— 8,6	2,26	2,20	0,99	0,97

*) Schicht 1 und 2 waren so dick, daß das durchgegangene Licht nicht hat vermessen werden können, die Parameter sind nach den gewohnten Formeln der Metallreflexion berechnet worden.

Bei einigen Spiegeln, besonders Nr. 23 und 25, unterscheiden sich die Beobachtungen an den verschiedenen Seiten noch recht stark, wahrscheinlich sind äußere Umstände dafür verantwortlich zu machen.

Für andere Farben ergeben sich ähnliche Tabellen, ich gebe in der folgenden die Mittelwerte n aus n_1 und n_2 und k aus k_1 und k_2 für die verschiedenen Farben.

Tabelle II.

Nr.	n $\lambda = 686$	n $\lambda = 587$	n $\lambda = 526$	n $\lambda = 453$	k $\lambda = 686$	k $\lambda = 587$	k $\lambda = 526$	k $\lambda = 453$
1		0,56	-	-	—	3,36	—	—
2	0,15	0,50	—	1,08	4,41	3,42	—	2,6[illegible]
3		0,72	1,18	1,14	—	2,55	2,46	2,24
4	—	0,49	1,06	1,12	—	2,95	2,75	2,4[illegible]
5		0,46	1,06	1,08	—	3,04	2,86	2,61
6		0,52	1,15	1,16	—	2,97	2,83	2,54
7		0,65	1,12	1,11	—	3,13	2,76	2,52
8	0,39	0,54	1,10		3,79	2,84	2,76	—
9	0,52	0,67	1,19		3,68	2,82	2,52	—
10	0,79	0,66	1,37		3,56	2,62	2,54	—
11	1,21	1,19	1,43		3,04	2,25	1,90	—
12	1,67	1,38	1,67	1,61	3,07	2,28	1,95	1,7[illegible]
13	--	0,55	1,10	- -	—	3,07	2,75	—
14	0,55	0,65	1,15		3,77	2,83	2,62	—
15	0,73	0,90	1,34	-	3,71	2,80	2,51	—
16	0,94	0,99	1,37		3,50	2,81	2,34	—
17	1,64	1,49	1,75	-	2,83	2,12	1,70	—
18	1,85	1,44	1,67		2,98	2,32	1,98	—
19	1,14	1,23	1,58	—	3,27	2,48	2,11	—
20	1,43	1,34	1,63	-	3,10	2,40	2,10	—
21	1,84	1,61	1,85		2,86	2,24	1,88	—
22	--	2,07	2,01	- -	-	0,85	0,64	—
23		1,78	1,67	—	--	0,56	0,43	—
24	—	1,98	1,93	-	-	0,33	0,30	—
25	- -	2,04	1,92	-	-	0,30	0,33	—
26	- -	2,22	2,04	-	—	0,94	0 76	—
27	- -	2,10	2,05	-	- -	0,40	0,35	—
28	- -	2,37	2,08	-	—	1,54	1,31	-
29	-	2,24	2,10	- -	—	0,99	0,82	—

Die dünnsten Schichten reflektierten so schwach, daß eine Beobachtung nur im gelben und grünen Teil des Spektrums möglich war.

Ich komme jetzt weiter zur Dickenbestimmung. Die Tabelle 3 enthält die Werte, die aus dem Polarisationszustand des durchgegangenen Lichtes für drei Farben berechnet wurden, ferner die Werte von $tg\chi_D$ im Gelb und Grün und die Dicken, die aus dem Verlauf dieser Größe, wie oben angegeben, korrigiert worden sind. l gibt schließlich das Mittel aus den letzten beiden Zahlen. Alle Dicken sind in $\mu\mu$ angegeben.

(Siehe Tabelle III.)

Stellt man nun n und k sowie die für die Dispersionstheorie wichtigen Verbindungen $n^2 - k^2$ und $2nk$ als Funktionen der Dicke dar, so ergibt sich folgendes Bild (Tabelle IV).

Tabelle III.

Nr.	$\lambda = 587$		$\lambda = 526$		$\lambda = 453$		Mittel	$tg\chi D$ $\lambda = 587$	$tg\chi D$ $\lambda = 526$	l korr. $\lambda = 587$	l korr. $\lambda = 526$	l
	l_1	l_2	l_1	l_2	l_1	l_2						
1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	∞
2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	∞
3	61,5	35,7	30,0	31,2	33,1	30,2	35,3	1,87	1,80	23,0	28,0	26,0
4	99,0	39,8	47,1	35,2	13,4	35,4	45,0	2,23	1,99	44,0	44,0	44,0
5	84,6	41,4	39,5	43,5	30,7	33,9	45,6	2,30	2,01	47,0	46,0	46,0
6	45,1	26,5	29,8	26,2	32,8	23,0	27,2	2,02	1,95	34,0	40,0	37,0
7	34,2	18,9	21,9	17,8	22,4	18,2	22,2	1,90	1,80	29,0	28,0	28,0
					$\lambda = 686$							
8	40,7	21,9	21,3	20,6	32,7	23,4	26,8	1,74	1,74	23,0	25,0	24,0
9	14,4	10,2	15,1	9,3	15,0	11,5	12,6	1,41	1,48	11,6	12,6	12,1
10	6,2	8,6	6,4	7,1	11,6	8,9	8,1	1,33	1,38	9,0	9,4	9,2
11	10,7	5,5	12,8	7,1	10,1	7,1	8,9	1,27	1,30	7,0	7,0	7,0
12	12,5	13,2	9,6	8,8	10,7	8,6	10,6	1,34	1,35	9,3	8,5	8,9
13	21,6	15,5	12,3	13,8	—	—	15,8	1,70	1,68	22,0	21,0	22,0
14	14,9	8,8	11,5	8,0	15,3	9,4	11,3	1,37	1,43	10,2	11,0	10,6
15	9,8	6,7	10,1	7,7	12,2	7,6	9,0	1,33	1,37	9,0	9,0	9,0
16	9,5	6,5	6,9	4,9	11,4	7,0	7,7	1,32	1,34	8,6	8,1	8,4
17	10,5	8,7	8,1	7,3	9,9	6,2	8,4	1,29	1,29	7,6	6,7	7,2
18	6,1	5,5	6,4	4,8	5,4	5,2	5,7	1,24	1,24	6,0	5,4	5,7
19	7,4	5,4	9,4	6,3	4,9	6,8	6,7	1,26	1,28	6,7	6,5	6,6
20	6,0	4,0	7,0	3,0	7,1	4,4	5,2	1,22	1,24	5,5	5,4	5,4
21	5,2	4,1	5,6	4,5	4,7	3,4	4,6	1,21	1,22	5,1	5,0	5,0
22	5,3	2,9	6,6	3,8	—	—	4,6	1,10	1,08	2,4	1,6	2,0
23	5,7	— 1,2	12,3	— 1,2	—	—	3,9	1,07	1,07	1,6	1,4	1,5
24	—	—	—	—	—	—	—	1,06	1,06	1,4	1,2	1,3
25	—	—	—	—	—	—	—	1,09	1,08	2,0	1,6	1,8
26	—	—	—	—	—	—	—	1,15	1,12	3,5	2,6	3,0
27	—	—	—	—	—	—	—	1,08	1,07	1,9	1,4	1,6
28	—	—	—	—	—	—	—	1,21	1,18	5,1	4,0	4,6
29	—	—	—	—	—	—	—	1,13	1,12	3,0	2,6	2,8

Tabelle IV.

l	$\lambda = 587$				$\lambda = 526$			
	n	k	n^2-k^2	$2nk$	n	k	n^2-k^2	$2nk$
∞	0,56	3,36	—11,01	3,76	—	—	—	—
∞	0,50	3,42	—11,49	3,42	—	—	—	—
46,0	0,46	3,04	—9,03	2,79	1,06	2,86	—7,07	6,07
44,0	0,49	2,95	—8,47	2,89	1,06	2,75	—6,46	5,84
37,0	0,52	2,97	—8,56	3,09	1,15	2,83	—6,69	6,51
28,0	0,65	3,13	—9,40	4,07	1,12	2,76	—6,36	6,19
26,0	0,72	2,55	—5,99	3,67	1,18	2,46	—4,67	5,81
24,0	0,54	2,84	—7,78	3,07	1,10	2,76	—7,41	6,07
22,0	0,55	3,07	—9,12	3,38	1,10	2,75	—6,37	6,05
12,1	0,67	2,82	—7,51	3,78	1,19	2,52	—4,95	6,00
10,6	0,65	2,83	—7,59	3,68	1,15	2,62	—5,56	6,02
9,2	0,90	2,62	—6,06	4,71	1,37	2,54	—4,59	6,96
9,0	0,90	2,80	—7,03	5,04	1,34	2,51	— 4,51	6,73
8,9	1,38	2,28	—3,30	6,29	1,67	1,95	—1,02	6,52
8,4	0,99	2,81	—6,93	5,56	1,37	2,34	—3,60	6,41
7,2	1,49	2,12	—2,82	6,32	1,75	1,79	—0,15	6,26
7,0	1,19	2,25	—3,65	5,36	1,43	1,90	—1,56	5,44
6,6	1,23	2,48	—4,64	6,10	1,58	2,11	—1,96	6,66
5,7	1,44	2,32	—3,32	6,68	1,67	1,98	—1,13	6,61
5,4	1,34	2,40	—3,97	6,43	1,63	2,10	—1,75	6,85
5,0	1,61	2,24	—2,43	7,22	1,85	1,88	—0,12	6,95
4,6	2,37	1,54	+3,20	7,30	2,08	1,31	+2,61	5,45
3,0	2,22	0,94	+4,05	4,18	2,04	0,76	+3,58	3,10
2,8	2,24	0,99	+4,04	4,44	2,10	0,82	+3,74	3,44
2,0	2,07	0,85	+3,57	3,52	2,01	0,64	+3,63	2,57
1,8	2,04	0,30	+4,07	1,22	1,92	0,33	+3,58	1,27
1,6	2,10	0,40	+4,25	1,68	2,05	0,35	+4,09	1,44
1,5	1,78	0,56	+2,86	1,99	1,67	0,43	+2,60	1,44
1,3	1,98	0,33	+3,82	1,31	1,93	0,30	+3,64	1,16

Die Kurven in den Fig. 1 und 2 machen den Verlauf von n und k im Gelben anschaulich. Daß einige Schichten sich nicht einfügen, liegt wohl an äußeren Umständen, es läge nahe, bei ihnen Oxydation anzunehmen, da n zu groß, k zu klein erscheint.

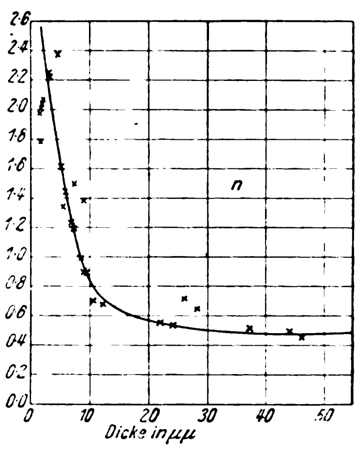


Fig. 1.

Beim Iridium ist diese starke Abhängigkeit der Parameter von der Schichtdicke, wenigstens im untersuchten Intervall von 2 $\mu\mu$ an auf-

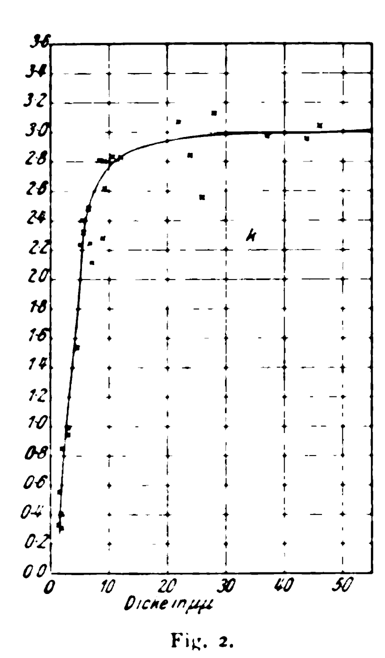


Fig. 2.

wärts, nicht vorhanden. Die Werte für n und k schwanken unregelmäßig um einen Mittelwert von 2,1 fur n und 1,9 fur k im gelben Licht. Dieselbe Beobachtung machte Frau Galli an Platinschichten. Auch die Dispersion ist bei diesen Metallen sehr gering.

3. Es soll jetzt versucht werden, eine Erklärung für die beobachtete Abhängigkeit zu finden. Drude hat bekanntlich unter Annahme der Existenz freier und gebundener Elektronen im Metall Formeln für die charakteristischen Verbindungen n^2-k^2 und $2nk$ abgeleitet. Nimmt man nur eine Art freier, aber mehrere Arten gebundener Elektronen an, so stellen sich diese Formeln so dar:

$$n^2-k^2 = 1 + \sum_h \frac{C_h\left(\frac{1}{\lambda^2_{oh}} - \frac{1}{\lambda^2}\right)}{\left(\frac{1}{\lambda^2_{oh}} - \frac{1}{\lambda^2}\right)^2 + \frac{1}{\lambda^2 \lambda'^2_h}} - \frac{C_1 \lambda'^2_1 \lambda^2}{\lambda^2 + \lambda'^2_1} = q - \frac{C_1 \lambda'^2_1 \lambda^2}{\lambda^2 + \lambda'^2_1},$$

$$2nk = \sum_h \frac{C_h \frac{1}{\lambda \lambda'_h}}{\left(\frac{1}{\lambda^2_{oh}} - \frac{1}{\lambda^2}\right)^2 + \frac{1}{\lambda^2 \lambda'^2_h}} + \frac{C_1 \lambda'_1 \lambda^3}{\lambda^2 + \lambda'^2_1} = p + \frac{C_1 \lambda'_1 \lambda^3}{\lambda^2 + \lambda'^2_1}.$$

In ihnen bedeutet λ die Wellenlänge des einfallenden Lichts, λ'_1 und C_1 sind den freien Elektronen eigentümlich, die λ'_h und C_h den gebundenen, während die λ_{oh} deren Eigenwellenlängen sind. Von einer Abhängigkeit von der Schichtdicke des Metalls ist hier natürlich nicht die Rede, sie gelten für den massiven Zustand. Es ist nun kaum anzunehmen, daß die im Atom gebundenen Elektronen wesentlich beeinflußt werden, wenn das Metall nur eine dünne Schicht bildet, wohl aber kann eine geringe Schichtdicke die Bewegungen der freien Elektronen stören. Man kann sich leicht vorstellen, daß die freie Weglänge mit abnehmender Schichtdicke kleiner wird, das würde in dem Ansatz der Drudeschen Theorie darauf hinauskommen, daß die auf die freien Elektronen wirkende Reibungskraft r vergrößert wird. Nehmen wir als einfachste Form für eine solche Abhängigkeit an, daß $r = r_0\left(1 + \frac{a}{l}\right)$ ist, wo r_0 die Reibungskraft im massiven Metall, l die Dicke und a ein Parameter ist, so wird in den oben angeführten Formeln, da λ'_1 per definitionem dem r umgekehrt proportional ist, $\lambda'_1 = \frac{\lambda'_{10}}{1 + \frac{a}{l}}$, wo wieder λ'_{10} sich auf das massive Metall bezieht[1]).

Setzen wir diesen Ausdruck für λ'_1 in die Drudeschen Formeln ein, so erhalten wir:

$$n^2 - k^2 = q - \frac{a l^2}{l^2 + bl + c},$$

$$2nk = p + \frac{f(l^2 + \alpha l)}{l^2 + bl + c},$$

wo zur Abkürzung gesetzt ist:

$$a = \frac{C_1 \lambda^2 \lambda'^2_{10}}{\lambda^2 + \lambda'^2_{10}}, \qquad b = \frac{2\alpha \lambda^2}{\lambda^2 + \lambda'^2_{10}},$$

$$c = \frac{\alpha^2 \lambda^2}{\lambda^2 + \lambda'^2_{10}}, \qquad f = \frac{C_1 \lambda^3 \lambda'_{10}}{\lambda^2 + \lambda'^2_{10}}.$$

Für $l = \infty$ gehen diese Formeln in die ursprünglichen über, während für $l = 0$ die Glieder, die von den freien Elektronen herrühren, verschwinden. Bei den dünnsten Schichten haben also nur noch die gebundenen Elektronen einen Einfluß auf die optischen Erscheinungen. Ferner kann man sich leicht davon überzeugen, daß n^2-k^2 mit wachsendem l monoton abnimmt, um sich dem Wert $q-a$ asymptotisch zu nähern, während $2nk$ vom Werte p ab zunimmt und sich, je nach dem Zahlwert von a mit oder ohne Ausbildung eines Maximums, dem Wert $p+f$ nähert. Diese qualitativen Eigenschaften besitzen die beobachteten n^2-k^2 und $2nk$ durchaus. Eine quantitative Übereinstimmung

1) Dieser Ansatz ließe sich am leichtesten durch Beobachtung der Leitfähigkeit dünner Schichten prüfen, ich komme im folgenden noch darauf zurück.

wäre bei der großen Zahl von Parametern nicht schwer zu erreichen, wenigstens, solange nicht mehr Beobachtungen auch über die Dispersion der Schichten vorliegen.

Für massives Kupfer hat Minor[1]) die Dispersion in weitem Intervall bestimmt und Meier[2]) hat auf Grund dieser Messungen Zahlwerte für die in den Drudeschen Gleichungen auftretenden Konstanten berechnet. Obwohl nun die Minorschen Messungen mit den meinen nicht übereinstimmen, sind die Meierschen Zahlen doch geeignet, meinen Ansatz zu prüfen. Wie schon erwähnt, müssen die dünnsten Schichten sich so verhalten, als ob nur die gebundenen Elektronen wirksam wären. Nun berechnet Meier für Kupfer eine starke Eigenschwingung bei $\lambda = 500\ \mu\mu$ und in der Tat sehen die dünnsten Kupferschichten im reflektierten Licht nicht mehr rot, sondern blauviolett aus, während sie im durchgehenden gelblich erscheinen. Berechnet man ferner mit Hilfe der Meierschen Zahlen die Anteile der freien und gebundenen Elektronen in n^2-k^2 und $2nk$ einzeln, so ergibt sich im gelben: $n^2-k^2 = 6{,}6 - 12{,}5$, $2nk = 2{,}37 + 0{,}93$, wo die ersten Zahlen sich auf die gebundenen, die zweiten sich auf die freien beziehen. Für massives Metall ist also nach Meier

$$n^2-k^2 = -5{,}9, \qquad 2nk = 3{,}30,$$

während ich beobachtete:

$$n^2-k^2 = -11, \qquad 2nk = 3{,}6;$$

für unendlich dünne Schichten sollte sein:

$$n^2-k^2 = +6{,}6, \qquad 2nk = 2{,}37,$$

während bei meinen dünnsten Schichten ist:

$$n^2-k^2 = +4, \qquad 2nk = 1{,}6.$$

Auch den Verlauf dieser Größen mit der Dicke vermag mein Ansatz wiederzugeben. Ich habe in den folgenden Figuren die Kurven der beobachteten n^2-k^2 und $2nk$ gezeichnet, während die punktierte Kurve die Werte gibt, die nach den aufgestellten Gleichungen mit den Meierschen Werten und der willkürlichen Annahme $\alpha = 50$ erhalten wurden.

Im Grünen verläuft die Kurve für n^2-k^2 bei den gleichen Zahlwerten der gelben sehr ähnlich, die für $2nk$ flacher, was wieder meinen Beobachtungen entspricht.

Bei Platin und Iridium liegen, wie schon erwähnt, die tatsächlichen Verhältnisse wesentlich anders als beim Kupfer, doch auch darüber kann der gemachte Ansatz Rechenschaft geben. Meier berechnet für massives Platin $n^2-k^2 = -2{,}0$, $2nk = 18{,}4$, dabei ist der Anteil der gebundenen Elektronen, der also für sehr dünne Schichten gelten müßte: $(n^2-k^2)_0 = 6{,}4$, $(2nk)_0 = 5{,}3$, oder $n_0 = 2{,}7$, $k_0 = 0{,}95$, während für massives Platin gilt: $n = 2{,}9$, $k = 3{,}2$. Darnach sollte sich also n fast gar nicht und auch k nicht in dem Maße wie beim Kupfer mit der Dicke ändern. Eben dies hat aber Frau Galli beobachtet.

Da von der hier modifizierten Reibungskraft auch die elektrische Leitfähigkeit wesentlich abhängt, könnte auch hier nach einer Bestätigung der gemachten Annahme gesucht werden. Herr A. Riede hat im hiesigen Institut die Leitfähigkeiten dünner Kupferschichten gemessen und hatte die Freundlichkeit, mir seine Ergebnisse, die demnächst in einer Dissertation veröffentlicht werden sollen, mitzuteilen. Er hat gefunden, daß, wenn die Schichtdicke kleiner wird als $100\ \mu\mu$, die Leitfähigkeit mehr und mehr abnimmt. Auch diese Beobachtungen lassen sich durch meinen Ansatz mit ähnlichen Zahlwerten wiedergeben.

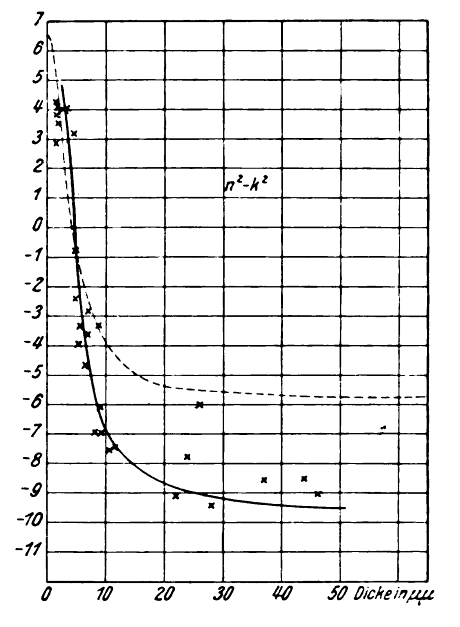


Fig. 3.

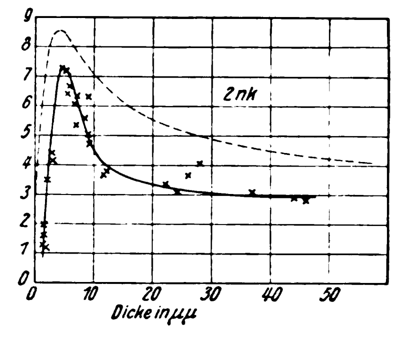


Fig. 4.

1) R. S. Minor, Ann. d. Phys. **10**, 581, 1903.
2) W. Meier, Ann. d. Phys. **31**, 1017, 1910.

Zusammenfassung.

Innerhalb der Genauigkeitsgrenze der ziemlich unsicheren Beobachtungen hat sich eine Gesetzmäßigkeit für die Abhängigkeit der Absorptions- und Brechungsindizes von der Schichtdicke gewinnen lassen; nach ihr hat es den Anschein, als ob die freien Elektronen des Metalls, je dünner die Schicht ist, um so mehr an Einfluß auf die optischen Erscheinungen verlören.

Göttingen, Physikalisches Institut, mathematische Abteilung, im März 1914.

(Eingegangen 30. April 1914.)

Pyroelektrizität auf Grund der Quantentheorie.

Von S. Boguslawski.

In einer kürzlich erschienenen Arbeit[1]) habe ich die Vorstellung verfolgt, daß die Kräfte, durch welche die elektrischen Ladungen im Inneren eines Dielektrikums an ihre Ruhelagen gebunden sind, nicht rein quasielastisch sind, sondern auch höhere Glieder enthalten.

Zur Erklärung der Erscheinung der Pyroelektrizität machte ich die Annahme, daß einer Verschiebung einer Ladung aus ihrer Ruhelage um eine Strecke x eine Arbeit

$$A = a x^2 + b x^3 \qquad (1)$$

entspricht.

Die Rechnung wurde auf Grund der gewöhnlichen statistischen Mechanik geführt, welche ja bekanntlich bei ganz tiefen Temperaturen versagt.

Im folgenden wird die analoge Rechnung auf Grund der Quantentheorie durchgeführt, wodurch ein guter Anschluß an die Erfahrung erreicht wird.

Die Quantentheorie wollen wir in der Form der Hypothese der „elementaren Wahrscheinlichkeitsbereiche" benutzen, in welcher sie auch auf unseren Fall ohne weiteres anwendbar ist.

Sei m die Masse, an die die Ladung gebunden ist, und

$$q = m \cdot \frac{dx}{dt}$$

der Impuls in der x-Richtung.

Wir zeichnen in der xq-Ebene die Kurven gleicher Energie E

$$E_z = \frac{1}{2m} q^2 + a x^2 + b x^3. \qquad (2)$$

1) Diese Zeitschr. 15, 283, 1914.

Es soll dabei E_z sukzessive solche Werte annehmen, daß der Flächeninhalt dieser Kurven gleich ganzen Vielfachen von h ist, d. h. es soll

$$\int\int dx\, dq = zh, \quad z = 0, 1, 2 \ldots \qquad (3)$$

sein, falls die Integration über das Innere der Energiekurven erstreckt wird.

Eine der üblichen Formulierungen der Quantenhypothese ist dann die, daß nur die Werte E_z der Energie möglich sind, wobei jedem dieser Werte die endliche Wahrscheinlichkeit

$$C e^{-\frac{E_z}{kT}}$$

zukommt. Zur Berechnung der mittleren Energie der betrachteten Gebilde, so wie sie etwa in der Strahlungstheorie angestrebt wird, reicht diese Annahme aus. Im allgemeinen aber muß man weiter festsetzen, daß alle Punkte einer und derselben Energiekurve E_z untereinander gleich wahrscheinlich sind. Dabei sind die Punkte der Energiekurve als Punkte des zwischen zwei unendlich benachbarten Kurven eingeschlossenen Flächenstückes der xq-Ebene aufzufassen. Diese Festsetzung müssen wir hier machen.

An Stelle von x und q führen wir in Formel (3) x und E als unabhängige Variable ein.

Es ist dabei die Funktionaldeterminante

$$\frac{\partial (x, q)}{\partial (x, E)} = \frac{m}{q} = \frac{\sqrt{\frac{m}{2}}}{\sqrt{E - a x^2 - b x^3}}.$$

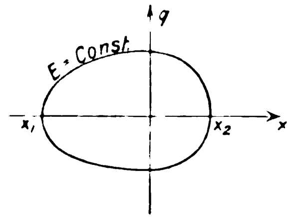
Hiermit wird aus (3):

$$\int_0^{E_z} dE \sqrt{2m} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{E - a x^2 - b x^3}} = zh, \qquad (4)$$

wo x_1 und x_2 die Wurzeln der Gleichung

$$E - a x^2 - b x^3 = 0$$

sind (siehe Figur).



Die Größe

$$\tau = \frac{1}{\nu} = \sqrt{2m} \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{E - a x^2 - b x^3}} \qquad (5)$$

ist die Schwingungsdauer des asymmetrischen Oszillators, falls seine Energie E beträgt. Diesen

Ausdruck bekommt man direkt durch Integration der Gleichung der lebendigen Kraft

$$\frac{m}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = E - ax^2 - bx^3.$$

ν ist die Schwingungszahl des asymmetrischen Oszillators.

Die Gleichung (4) besagt also, daß die Energie auch hier in Quanten aufgenommen wird, welche proportional der jeweiligen Schwingungszahl sind. Nur ist letztere jetzt selbst Funktion der Energie.

Durch die Substitution

$$x = y - \frac{a}{3b}$$

bringt man die Wurzel im elliptischen Integral (5) auf die Weierstraßsche Normalform und erhält

$$\tau = \frac{2}{i}\sqrt{\frac{2m}{b}}\int_{e_2}^{e_1}\frac{dy}{\sqrt{S}}. \qquad (6)$$

Hierin ist

$$S = 4y^3 - g_2 y - g_3$$

mit den Werten der Invarianten

$$g_2 = \frac{4}{3}\frac{a^2}{b^2}, \quad g_3 = \frac{4}{b}\left(E - \frac{2a^3}{27b^2}\right).$$

Die Diskriminante der Form S ist:

$$\Delta = g_2{}^3 - 27g_3{}^2 = \frac{432E^2}{b^2}\left(\frac{4a^3}{27b^2E} - 1\right).$$

In dem uns interessierenden Falle, wo die Energie so klein ist, daß ax^2 stets viel größer als bx^3 ist, wird

$$\frac{b^2E}{a^3} << 1$$

sein. Die Diskriminante Δ ist positiv und alle drei Wurzeln der Gleichung $S = 0$ reell. Im Integral (6) dient e_1, die größte dieser Wurzeln, als obere Grenze, e_2, die mittlere Wurzel, als untere Grenze. Die zu der Form S gehörende elliptische Funktion besitzt eine reelle Periode 2ω und eine rein imaginäre Periode $2\omega'$, für welche folgende Formeln gelten:

$$\omega = \int_{e_1}^{\infty}\frac{dy}{\sqrt{S}}, \quad \omega + \omega' = \int_{e_2}^{\infty}\frac{dy}{\sqrt{S}}.$$

Infolge dieser Formeln hat man für die Schwingungsdauer (6)

$$\tau = 2\sqrt{\frac{2m}{b}}\frac{\omega'}{i}. \qquad (7)$$

Die Halbperioden ω und ω' lassen sich durch die Invarianten g_2 und g_3 in Form hypergeometrischer Reihen ausdrücken[1]); setzt man nämlich

$$J = \frac{g_2{}^3}{\Delta},$$

so eignen sich für unseren Fall folgende Entwicklungen:

$$\sqrt[4]{g_2}\,\frac{\omega'}{i} = \frac{\pi}{\sqrt[4]{12}}F\left(\frac{1}{12}, \frac{5}{12}, 1, \frac{1}{J}\right),$$

$$\sqrt[4]{g_2}\,\omega = \frac{1}{\sqrt[4]{12}}\left\{F\left(\frac{1}{12}, \frac{5}{12}, 1, \frac{1}{J}\right)\log 24\sqrt{3J} + Q\right\},$$

wo F eine hypergeometrische Reihe bedeutet, und Q eine Potenzreihe, die nach $\frac{1}{J}$ fortschreitet und mit der ersten Potenz anfängt. Setzt man hier die Werte von g_2 und Δ ein und beachtet nur die niedrigsten Glieder in $\frac{b^2E}{a^3}$, so bekommt man:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\omega'}{i} &= \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{b}{a}}\left(1 + \frac{15}{16}\frac{Eb^2}{a^3} + \cdots\right)\\ \omega &= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{b}{a}}\log\left(8\sqrt{\frac{a^3}{Eb^2}}\right)\left(1 + \frac{15}{16}\frac{Eb^2}{a^3} + \cdots\right)\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

Setzt man

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2a}{m}},$$

so hat man für die Abhängigkeit der durch (5) definierten Schwingungszahl von der Energie den Ausdruck:

$$\nu = \nu_0\left(1 - \frac{15}{16}\frac{Eb^2}{a^2} + \cdots\right). \qquad (9)$$

Die Schwingungszahl nimmt also mit zunehmender Energie oder steigender Temperatur ab, wobei die Abnahme in guter Näherung proportional der Energie ist.

Die Einführung des Wertes (8) für $\frac{\omega'}{i}$ in die Gleichung (4) liefert für die sukzessiven Werte E_z, die die Energie besitzen kann, die folgende Bestimmungsgleichung:

$$\frac{1}{\nu_0}E_z\left(1 + \frac{15}{32}\frac{E_z b^2}{a^3} + \cdots\right) = zh, \quad z = 0, 1, 2\cdots$$

Die Lösung dieser Gleichung lautet:

$$E_z = zh\nu_0\left(1 - \frac{15}{32}\frac{zh\nu_0 b^2}{a^3} + \cdots\right), \quad z = 0, 1, 2\cdots \qquad (10)$$

Zur Berechnung des Mittelwertes $\bar{x}$ des Aus-

1) Vgl. z. B. Halphen, Traité des fonctions elliptiques, I, S. 344.

schlags einer Ladung haben wir als ersten Schritt den Mittelwert x_z auf einer der Energiekurven E_z in der oben erwähnten Weise als Mittelwert auf dem zwischen zwei benachbarten Energiekurven enthaltenen Ebenenstück zu bilden. D. h. wir haben zu berechnen:

$$x_z = \left[\frac{\frac{d}{dE} \int\int x\,dx\,dq}{\frac{d}{dE} \int\int dx\,dq} \right]_{E=E_z},$$

wo die Integration wieder über das Innere einer Energiekurve erstreckt wird. Führt man hier E wieder als Variable an Stelle von q ein, so wird:

$$x_z = \frac{\int_{x_1}^{x_2} \frac{x\,dx}{\sqrt{E_z - ax^2 - bx^3}}}{\int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{\sqrt{E_z - ax^2 - bx^3}}},$$

oder nach Substitution von y an Stelle von x:

$$x_z = \frac{\int_{e_2}^{e_1} \frac{y\,dy}{\sqrt{S}}}{\int_{e_2}^{e_1} \frac{dy}{\sqrt{S}}} - \frac{a}{3b}.$$

Setzt man nun

$$y = \wp u,$$

unter $\wp u$ die Weierstraßsche Funktion verstanden, und beachtet die Beziehung

$$\wp'^2 u = 4\wp^3 u - g_2 \wp u - g_3,$$

so hat man

$$x_z = \frac{\int_{\omega+\omega'}^{\omega} \wp u\,du}{\int_{\omega+\omega'}^{\omega} du} - \frac{a}{3b} = \frac{\zeta(\omega) - \zeta(\omega+\omega')}{\omega'} - \frac{a}{3b} = -\frac{\zeta(\omega')}{\omega'} - \frac{a}{3b} = -\frac{\eta'}{\omega'} - \frac{a}{3b}.$$

Es läßt sich das Produkt $\eta'\omega'$ als Quotient zweier Reihen darstellen, die in unserem Falle sehr rasch konvergieren. Setzt man

$$q = e^{-\frac{i\pi\omega}{\omega'}},$$

so gilt[1])

$$\eta'\omega' = \frac{\pi^2}{12} \cdot \frac{1 - 3^3 q^2 + 5^3 q^6 - \ldots}{1 - 3q^2 + 5q^6 - \ldots}.$$

1) Halphen, I, S. 266.

Mit den Werten (8) der Halbperioden hat man mit ausreichender Genauigkeit

$$q = e^{-\log\left(8\sqrt{\frac{a^3}{E_z b^2}}\right)} = \frac{1}{8}\sqrt{\frac{E_z b^2}{a^3}}$$

und somit

$$\eta'\omega' = \frac{\pi^2}{12} \cdot \frac{1 - \frac{27}{64}\frac{E_z b^2}{a^3}}{1 - \frac{3}{64}\frac{E_z b^2}{a^3}} = \frac{\pi^2}{12}\left(1 - \frac{3}{8}\frac{E_z b^2}{a^3}\right).$$

Es folgt hieraus

$$x_z = -\frac{\eta'\omega'}{\omega'^2} - \frac{a}{3b} =$$

$$\frac{\pi^2}{12} \cdot \frac{1 - \frac{3}{8}\frac{E_z b^2}{a^3}}{1 + \frac{15}{8}\frac{E_z b^2}{a^3}} \cdot \frac{4}{\pi^2}\frac{a}{b} - \frac{a}{3b},$$

oder

$$x_z = -\frac{3}{4}\frac{E_z b}{a^2}. \qquad (11)$$

Die Wahrscheinlichkeit einer Energie E_z ist

$$C e^{-\frac{E_z}{kT}},$$

wo die Konstante C durch die Gleichung

$$1 = C \sum_{z=0}^{z=\infty} e^{-\frac{E_z}{kT}}$$

bestimmt wird. Es ergibt sich schließlich der Mittelwert x in der Form:

$$x = \frac{\sum_{z=0}^{z=\infty} x_z e^{-\frac{E_z}{kT}}}{\sum_{z=0}^{z=\infty} e^{-\frac{E_z}{kT}}}. \qquad (12)$$

Begnügt man sich mit der ersten Näherung, so kann

$$E_z = h\nu_0 z$$

gesetzt werden, und es ergibt sich schließlich

$$x = -\frac{3b}{4a^2} \cdot \frac{h\nu_0}{e^{\frac{h\nu_0}{kT}} - 1}. \qquad (13)$$

Multipliziert man diesen mittleren Ausschlag mit der Ladung ε und der Anzahl Ladungen N pro Volumeinheit, so bekommt man für das pyroelektrische Moment

$$P = -\frac{3b\varepsilon N}{4a^2} \cdot \frac{h\nu_0}{e^{\frac{h\nu_0}{kT}} - 1}.$$

Gemessen wird aber nicht dieses Moment selbst, sondern dessen Änderung mit der Temperatur, d. h. die Größe

$$\frac{dP}{dT} = -\frac{3beNk}{4a^2} \cdot \frac{\frac{h^2 \nu_0^2}{k^2 T^2} e^{\frac{h\nu_0}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu_0}{kT}} - 1\right)^2}. \qquad (14)$$

In der folgenden Tabelle wird eine Messungsreihe von Herrn Ackermann[1]) an rotem Turmalin mit der Formel (14) verglichen. Es wird in dieser Formel

$$\nu_0 = 1{,}10 \cdot 10^{13} \quad \text{und} \quad \frac{3beNk}{4a^2} = 1{,}66$$

gesetzt. Die gewählte Schwingungszahl entspricht einer elektromagnetischen Wellenlänge $\lambda = 28\ \mu$, d. h. fällt in denselben Spektralbereich, in welchem die für die spezifischen Wärmen maßgebenden Schwingungen liegen.

Absol. Temperatur	$\frac{dP}{dT}$ beob.	$\frac{dP}{dT}$ berechn.
88	0,30	0,17
198	0,98	0,98
253	1,22	1,19
274	1,27	1,25
293	1,31	1,29
352	1,40	1,40
372	1,42	1,42
408	1,46	1,46
488	1,55	1,52
578	1,72	1,56
648	1,94	1,60

Abgesehen von der allertiefsten Temperatur ist die Übereinstimmung sehr gut bis zu absoluten Temperaturen von etwa 500°. Von hier an sind die experimentellen Werte bedeutend höher als die nach (14) berechneten. Hier liegt auch eine Analogie mit dem Verhalten der spezifischen Wärmen vor. Bei hohen Temperaturen übersteigen nämlich die Atomwärmen den theoretischen Wert 5,96 nicht unbeträchtlich[2]). Dies deutet darauf, daß von einer bestimmten Temperatur an die Auffassung der Atome als Massenpunkte nicht mehr erlaubt ist, sondern daß auch andere, intraatomistische Freiheitsgrade anfangen, eine Rolle zu spielen.

Durch Annahme einer zweiten Art Ladungen von viel höherer Schwingungszahl kann die Formel (14) durch ein zweites Glied ergänzt werden, womit ein vollkommener Anschluß an die Erfahrung erreicht werden kann. Allein die Festlegung dieser höheren Frequenz durch das Beobachtungsmaterial von Herrn Ackermann wird noch keine recht genaue sein.

1) Die Messungen von Herrn Ackermann, die im Göttinger Institut von Professor Voigt ausgeführt sind, sind noch nicht veröffentlicht. Herr Ackermann erlaubte mir in liebenswürdiger Weise die hier angeführte Zahlenreihe schon jetzt zu publizieren. — Weniger genaue Messungen von Kammerlingh-Onnes und Mrs. A. Beekmann ließen auf eine Proportionalität von $\frac{dP}{dT}$ mit der absoluten Temperatur schließen. (Communications from the physical laboratory of Leiden, 1913.)

2) Corbino, diese Zeitschr. **13**, 375, 1912; **14**, 915, 1913.

Es muß weiter die Frage erörtert werden, inwiefern ein direkter Vergleich der Beobachtungsresultate mit der Formel (14), wie wir ihn vorgenommen haben, auch prinzipiell richtig ist. Die phänomenologische Theorie unterscheidet nämlich streng die „wahre" Pyroelektrizität, welche eine direkte Folge einer Temperaturveränderung ist, von der „falschen", welche nur indirekt von der Temperatur abhängt, indem sie eine Folge der Deformation, d. h. der Ausdehnung des Kristalls mit steigender Temperatur ist[1]).

Von dem molekulartheoretischen Standpunkte aus wird dieser Unterschied bis zu einem gewissen Grade verwischt. Unsere Theorie ist auf beide Arten Pyroelektrizität anwendbar. Es kann nämlich entweder so sein, daß die mittleren Lagen unserer Ladungen infolge der Wärmebewegung sich relativ zum Raumgitter verschieben, ohne daß dadurch die Gitterkonstante, d. h. die Abmessungen des Kristalls, wesentlich verändert werden (wahre Pyroelektrizität). Oder aber können die Ladungen an die Bausteine des Raumgitters selbst starr gebunden sein. Dann mißt die Größe $\bar{x}$ zugleich auch die Wärmeausdehnung des Kristalls, und die von uns ausgerechnete Pyroelektrizät wird als „falsche" zu bezeichnen sein.

Daß der Wärmeausdehnung ein ähnlicher Mechanismus zugrunde liegt wie der hier beschriebene, ist von Debye[2]) erkannt worden. Er zeigte, daß auf diese Weise die von Grüneisen entdeckte Proportionalität zwischen den Ausdehnungskoeffizienten und der spezifischen Wärme verständlich wird. Unsere Formel (13) bringt ja gerade diese Proportionalität zum Ausdruck, falls man in x ein Maß für die Ausdehnung des Körpers sieht und unter ν_0 diejenige Schwingungszahl versteht, welche für den Energieinhalt des Körpers maßgebend ist.

1) W. Voigt, Kristallphysik, S. 234.

2) Vorträge über die kinetische Theorie der Materie und der Elektrizität von M. Planck, P. Debye, W. Nernst, M. v. Smoluchowski, A. Sommerfeld, H. A. Lorentz u. a., Leipzig, Teubner 1914.

(Eingegangen 4. Mai 1914.)

Die durch Ultra-Schumann-Wellen erregte Fluoreszenz von Gasen.
(The Fluorescence of Gases excited by Ultra-Schumann-Waves.)

Von R. W. Wood und G. A. Hemsalech.

(Mit Tafel V und VI.)

Vor einer Anzahl von Jahren hat der eine von uns eine Untersuchung angestellt[1]), um eine

1) R. W. Wood, A new Radiant Emission from the

etwaige durch Wellen im Gebiete der Schumannstrahlen erregte ultraviolette Fluoreszenz nachzuweisen.

Durch eine Aluminiumplatte wurde ein kleines Loch gebohrt, und Kondensatorfunken entluden sich an der durchbohrten Stelle gegen die Unterseite der Platte. Wenn das Gebiet oberhalb der Platte mit einer Quarzlinse in einem dunklen Zimmer photographiert wurde, ergab sich, daß die Luft oberhalb des Loches ultraviolettes Licht aussandte, das durch irgendwelche von dem Funken herruhrende Strahlungen erregt wurde. Die Leuchterscheinung hatte die Gestalt eines schmalen senkrechten Strahles, und ihr Spektrum, das mit einem kleinen Quarzspektrographen photographiert wurde, zeigte die sogenannte „Wasserbande" der Knallgasflamme und die ultravioletten Stickstoffbanden. Es stellte sich heraus, daß die Intensität der Strahlung in einer Atmosphäre von Stickstoff viel größer und in einer solchen von Sauerstoff viel geringer war. Eine dünne Flußspatplatte (1 mm dick), die über das Loch gelegt wurde, löschte die Erscheinung des leuchtenden Strahles vollkommen aus; daraus wurde der Schluß gezogen, daß die Erregung nicht von den Schumann-Wellen herrührte. Es wurde vermutet, daß entweder seitens des Funkens leuchtende Moleküle ausgeschleudert würden, oder daß irgendeine korpuskulare Strahlungsart für die Erregung verantwortlich wäre. Das Spektrum des Strahles war unabhängig von der Natur der Metallplatte oder der unteren Elektrode, und es erschien in ihm keine Spur der Funkenlinien, wenn das Gas staubfrei war. Es stellte sich als notwendig heraus, große Sorgfalt anzuwenden, um die Bildung von Staubteilchen oder Kernen zu vermeiden, welche das Licht des Funkens zerstreuen und das Spektrum des Strahles verändern. Der Funken gibt Metallstaub ab, und das ultraviolette Licht läßt in manchen Gasen eine Wolke auftreten, so daß beim Arbeiten in geschlossenen Kammern eine fortwährende Zufuhr von frischem reinem Gase erforderlich ist.

Im Winter 1910 haben die Verfasser der vorliegenden Arbeit eine Untersuchung über diesen Gegenstand begonnen, sind aber zu keinen ganz sicheren Schlüssen gekommen, obwohl sie einige neue und interessante Erscheinungen entdeckt haben. So ergab sich beispielsweise, daß, wenn ein schmaler Strom von Luft oder trocknem Dampf durch den Lichtstrahl geblasen wurde, die Leuchterscheinung an der von dem Strom der bewegten Luft (bzw. des bewegten Dampfes) durchquerten Stelle verschwand, aber sowohl oberhalb als unterhalb des bewegten Gasstromes ihre volle Helligkeit beibehielt. Ferner wurde ganz zweifellos festgestellt, daß das leuchtende Material nicht aus dem Funken stammte; wenn nämlich ein Strom von CO_2 oder von Wasserstoff oder von Kohlenoxyd quer durch den Strahl gerichtet wurde, emittierte der bewegte Gasstrom an der Stelle, wo er den Strahl kreuzte, ultraviolettes Licht, und zwar war das Spektrum des emittierten Lichtes von Fall zu Fall verschieden. Es wurde weiter bewiesen, daß ein Magnetfeld keine Ablenkung hervorbrachte.

Diese Ergebnisse sind damals nicht veröffentlicht worden, obschon sie in einer Antwort angedeutet worden sind, die der eine von uns[1]) auf eine Kritik von Steubing[2]) gab. Steubing behauptete nämlich, nachgewiesen zu haben, daß der Strahl weiter nichts wäre als durch Staub zerstreutes Licht. Seine Versuche sind in anscheinend eiliger Weise mangelhaft ausgeführt worden, und er folgerte aus ihnen, daß der Strahl, da man die „Wasserbande" im Spektrum mancher Funken finden kann, aus dem Funken kommen müsse, d. h. daß er einfach die durch das Loch hindurch projizierte Aureole des Funkens sei.

Steubings Gegenkritik wurde damals durchaus angemessen beantwortet. Die meisten Ergebnisse, die er erhalten hat, beruhten zweifellos auf Staubteilchen, die hätten beseitigt werden müssen.

Die diese Arbeit erläuternden Photogramme des Strahles in verschiedenen Gasen sind mit einer Quarzlinse durch ein Quarzprisma hindurch aufgenommen worden und zeigen, daß das Spektrum je nach dem angewandten Gase verschieden ist. Der Funke ging immer in Luft in einer geschlossenen Kammer über, und das Eindringen anderer Gase wurde dadurch verhindert, daß in der Funkenkammer ein Überdruck aufrecht erhalten wurde.

Wir haben im vergangenen Herbst den Gegenstand wieder aufgenommen, und obgleich wir mehr als zweihundert Photogramme gemacht haben, glauben wir doch, nicht viel mehr geleistet zu haben, als daß wir die Bedingungen bestimmt haben, unter denen die Arbeiten in Zukunft vorgenommen werden müssen. Wir haben indessen viele äußerst merkwürdige Erscheinungen entdeckt, von denen einige noch völlig unerklärlich sind, die man aber mit absoluter Sicherheit immer und immer wieder erhalten kann. Höchst bemerkenswert sind die

Spark. Phil. Mag. (6) 20, 707, 1910. — Eine neue strahlende Emission seitens des Funkens. Diese Zeitschr. 11, 823, 1910.

1) R. W. Wood, diese Zeitschr. 13, 32, 1912.
2) Diese Zeitschr. 12, 626, 1911.



Ergebnisse, die man mit bewegten und mit ruhenden Gasen erhält; einige Gase zeigen nämlich eine weit glänzendere Fluoreszenz, wenn sie sich quer durch den von dem Funken ausgehenden Strahl bewegen, während andere kräftiger auf die Erregung ansprechen, wenn sie ganz still stehen, aber kein Leuchten aufweisen, wenn sie in Bewegung sind.

Die bei der vorliegenden Arbeit benutzte Apparatur ist in Fig. 1 veranschaulicht.

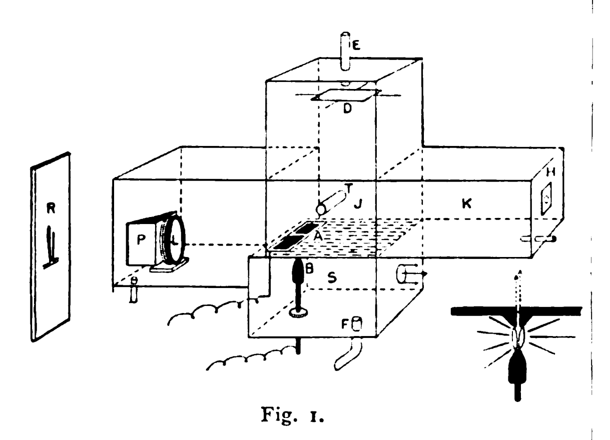


Fig. 1.

Sie besteht aus einem Kasten aus hartem Holz von der Gestalt eines Kreuzes; der Kasten ist auf der Innenseite schwarz gestrichen und mit Kitt sehr nahezu luftdicht gemacht. Das untere Abteil S, das wir als die Funkenkammer bezeichnen wollen, stand mit dem übrigen Teil des Kastens nur durch den engen Spalt bei A in Verbindung. Dieser Spalt wurde von zwei ungefähr 3 mm dicken Kupferbacken gebildet, die, wie die Spaltbacken eines Spektroskops, in einem Messingrahmen hin und her bewegt werden konnten. Die Backen wurden in der Form hergestellt, die (im Schnitt) durch die kleine Nebenfigur zu Fig. 1 dargestellt ist; diese Form war nämlich besonders geeignet, zu gewährleisten, daß die Funken unmittelbar unter dem Spalt auftrafen. Wenn man flache Platten verwendet, wandert der Funken umher und dann sind weit längere Expositionsdauern erforderlich. Der Messingrahmen und die Kupferbacken bildeten die eine Elektrode; die andere, B, bestand aus einem keilförmigen Kupferstück, das in der angedeuteten Weise angebracht war. Die Strahlen des Funkens kommen durch den engen Schlitz zwischen den Backen nach oben und werden von den schwarzen Wänden des oberen Teiles des Kastens absorbiert. Die übrigen Abteilungen des Kastens standen frei miteinander in Verbindung; die links gelegene enthielt die achromatische Quarz-Flußspatlinse L und das Quarzprisma P von 30° brechendem Winkel, das auf ein kreisrundes Loch in der Wand des Kastens aufgekittet war. Dieses optische System lieferte von jeder Leuchterscheinung, die oberhalb des Spaltes, durch den die Funkenstrahlen hindurchgingen, in der Luft oder in einem anderen Gase erzeugt wurde, ein spektral zerlegtes Bild R auf der photographischen Platte. Die Abteilung K lieferte einen absolut schwarzen Hintergrund, gegen den der Lichtstrahl photographiert wurde. Bei der Untersuchung der Wirkung bewegter Gasströme auf den Strahl wurde der Strom seitens des Rohres T gegen den Strahl gerichtet. Die Strahlkammer J wurde durch das Rohr E mit dem gewünschten Gase gefüllt, wobei ein Schild D das gründliche Auswaschen der oberen Abteilung sicherte. Die Funkenkammer wurde durch das Rohr F gefüllt. Beide Kammern waren mit einem Wassermanometer verbunden, so daß der Druck in jeder von ihnen gemessen werden konnte. Ein kleines Fenster bei H gestattete, das Innere zu beobachten, um das Vorhandensein oder Nichtvorhandensein einer sichtbaren Wolke festzustellen.

Selbstverständlich ist die Anordnung der photographischen Platte in Fig. 1 nur schematisch angegeben; zur Aufnahme der Strahlen war nämlich eine Kamera von geringer Ausdehnung angeordnet, deren Vorderwand entfernt worden war und deren Balg am Ende des hölzernen Kastens befestigt war. Die Funkenentladung war sehr kräftig; sie wurde von einem Resonanzumformer von Hemsalech-Tissot mit einem Kondensator von 0,05 Mikrofarad Kapazität geliefert. Für gewöhnlich hielten wir die Funkenkammer an einer Seite offen und ventilierten sie mit einem Luftstrom; dadurch wurde eine Überhitzung der Elektroden verhindert. Die Scheidewand zwischen den beiden Kammern war aus Messing gefertigt, wodurch die Wärme von den Spaltbacken abgeleitet wurde.

Für zukünftige Arbeiten empfehlen wir einen metallenen Kasten von derselben Gestalt wie der, den wir benutzt haben; die Kammern K und D sind wesentlich, denn es ist notwendig, das Licht des Funkens von dem Hintergrunde fern zu halten, auf dem man den Strahl photographiert. Die Stellung der Linse L muß so gewählt werden, daß das Spektrum des von den Spaltbacken ausgehenden Lichtes in einem dunklen Zimmer gerade eben noch mit einem Okular zu sehen ist.

An den Enden des Kastens waren kleine Röhren eingeführt, um das Ausspülen der Gase zu erleichtern.

Die Funkenkammer war außerdem mit einem großen Loch versehen, durch das die Luft austreten konnte, wenn Versuche mit dem Funken

in Luft gemacht wurden. Auf diese Weise wurde die Bildung einer Wolke von Metallstaub vermieden.

Es ist sehr wichtig, daß man sich bei jedem einzelnen Versuch darüber vergewissert, daß die „Strahlkammer" frei von Staub oder Rauch ist, der das ganze Licht des Funkens zerstreut. In manchen anfänglich reinen Gasen bildet sich unter dem Einfluß des ultravioletten Lichtes schnell eine Wolke, und diese muß beständig durch eine frische Gaszufuhr hinweggefegt werden. Es ergab sich, daß die schwächste für das Auge sichtbare Wolke eine Exposition von mindestens dreiviertel Stunden erforderte, um sich auf die photographische Platte aufzuzeichnen; da nun die meisten unserer Expositionen eine Dauer von nur zwanzig Minuten hatten, konnten wir uns in jedem Falle davon überzeugen, daß zerstreutes Licht bei unseren Ergebnissen keine Rolle spielte.

Vor die zur Aufnahme der Photogramme dienende achromatische Quarz-Flußspatlinse wurde ein Quarzprisma mit einem brechenden Winkel von 30° gesetzt. Dieses Prisma breitet das Bild des kleinen Lichtpunktes, der durch die Beleuchtung der Wände der engen Öffnung entsteht, durch welche die Funkenstrahlen hindurchgehen, zu dem kurzen horizontalen Spektrum aus, das am unteren Ende jedes der Photogramme auf Tafel V/VI erscheint. Die von dem Funken kommenden Strahlen gehen in Gestalt eines dünnen Blattes aufwärts und machen das Gas fluoreszent, und die monochromatischen Bilder des leuchtenden Gasblattes werden durch das Prisma voneinander getrennt und erscheinen auf der Platte als vertikale Lichtstreifen.

Ähnliche Streifen erscheinen natürlich, wenn die Luft oder das Gas in der Strahlkammer mit Staub oder Rauch beladen ist, aber in diesem Falle liegen sie in den Spektralgebieten, in welche die stärksten Gruppen der Funkenlinien fallen.

In den Photogrammen, die auf Tafel V/VI wiedergegeben sind, liegt das violette Spektralgebiet rechts, das ultraviolette links; ein kleiner schwarzer Punkt bezeichnet die Lage der sogenannten Wasserbande bei der Wellenlänge 3064 A.-E. Fig. 2 wurde mit Sauerstoff in der Strahlkammer aufgenommen und die Streifen rühren einzig und allein von Licht vom Funken her, das von der Wolke kleiner Teilchen zerstreut worden ist, die sich in diesem Gase fast sofort bildet. Das Vorhandensein zerstreuten (d. h. durch Staub diffus gemachten) Lichtes kann man immer an einem sehr intensiven Streifen oberhalb des violetten Spektralgebietes (in Fig. 2 durch V bezeichnet) erkennen. Wie man beobachten wird, fehlt dieser Streifen in allen übrigen Photogrammen. Fig. 3 (Tafel V) wurde mit CO_2 in der Strahlkammer aufgenommen. Hier haben wir einen einzigen Streifen, der praktisch mit dem linken Streifen in Fig. 2 zusammenfällt, der von der Zerstreuung der starken Kupferlinien 3292 A.-E. und 3247 A.-E. herrührt. Eine stärkere Dispersion würde zeigen, daß dieser Streifen doppelt ist und die Kupferlinien mitten zwischen die beiden Banden fallen. Wir werden weiter unten auf das mit einem Quarzspektrographen aufgenommene Spektrum des Strahles in CO_2 eingehen.

Fig. 4 zeigt den Strahl in Stickstoff; die Funkenkammer wurde während der Exposition von Sauerstoff durchflutet. Der Stickstoff wurde aus einer Bombe mit komprimiertem Gas gewonnen und enthielt etwas Sauerstoff. Der stärkste Streifen, unmittelbar über dem schwarzen Punkt, ist die sogenannte Wasserbande, während die drei Banden rechts (deren Lagen durch vertikale Linien bezeichnet sind) die Stickstoffbanden sind. Dieses Photogramm lehrt uns, daß das Gas, in dem der Funken übergeht, praktisch ohne Einfluß auf die Intensität oder das Spektrum der Fluoreszenz des Gases in der Strahlkammer ist. Sehr merkwürdig ist der Strahl, den die — gleichfalls mit Stickstoff aufgenommene — Fig. 5 zeigt. In diesem Falle scheint der starke Streifen rechts mit der dritten Stickstoffbande (größte Wellenlänge) der Fig. 4 zusammenzufallen, die in Fig. 4 sehr schwach ist. Tatsächlich ist es zweifelhaft, ob die Stickstoffbanden der Fig. 4 in der Reproduktion zu sehen sein werden. Weshalb dieser Streifen solch große Intensität hat, vermögen wir nicht zu sagen. Der vorangegangene Versuch war indessen mit Leuchtgas angestellt worden, und wir sind geneigt, diesen Streifen irgendeiner in der Strahlkammer oder im Gummischlauch zurückgebliebenen Verunreinigung zuzuschreiben. In solchen Fällen, wo die Strahlkammer mit Leuchtgas gefüllt war, erschien jedoch keine Spur des Streifens, wie aus Fig. 6 (Tafel VI) hervorgeht, in der wir zwei Streifen, einen rechts und einen links von der Stelle sehen, welche die Wasserbande einnimmt.

Mit einem durch die Strahlkammer fließenden Wasserstoffstrom (Fig. 7, Tafel VI) erhalten wir einen Streifen an derselben Stelle wie der CO_2-Streifen. Der Wasserstoff und die Kohlensäure wurden beide aus Bomben entnommen, und es ist sehr wohl möglich, daß irgendwelche Verunreinigung, etwa ein flüchtiger Bestandteil des zum Schmieren der Kompressionspumpen verwendeten Öles, in jeder der beiden Bomben vorhanden gewesen ist.

Es wird nicht möglich sein, irgendwie posi-



tive Aussagen zu machen, solange die Versuche nicht mit reinen Gasen wiederholt worden sind.

Fig. 8 zeigt den Wasserbanden-Streifen, der bei einer Exposition von fünf Minuten erhalten wurde, während die Strahlkammer mit Stickstoff gefüllt war. Als die Kammer mit Luft gefüllt war und fünfundzwanzig Minuten lang exponiert wurde (Fig. 9), fanden wir den Streifen weniger intensiv. Möglicherweise ist die Anwesenheit von Sauerstoff in dem Stickstoff die Ursache für die Wasserbande; aber wenn viel Sauerstoff vorhanden ist (wie in der Luft), wird die Bande gewaltig geschwächt. Strutt hat gefunden, daß das „Nachleuchten" des Stickstoffs verschwindet, wenn Sauerstoff zugegen ist, und die durch ultraviolettes Licht erregte Fluoreszenz des Jods wird ebenfalls durch Sauerstoff vernichtet.

Fluoreszenz bewegter und ruhender Gase.

Bei unseren vor drei Jahren angestellten Untersuchungen hatten wir einen Versuch gemacht, den Strahl durch einen Luftstrom nach einer Seite zu blasen; wir waren nämlich damals der Meinung, daß die Lichterscheinung von leuchtenden Korpuskeln herrühren könnte, die von dem Funken ausgeschleudert oder in den durch die explosiven Entladungen ausgestoßenen Gasströmen nach oben getragen würden.

Es stellte sich indessen heraus, daß der Luftstrom den Strahl einfach unterbrach und die Leuchterscheinung über dem bewegten Luftstrom sichtbar blieb. Diesen Effekt zeigt das in Fig. 10 (Tafel VI) wiedergegebene Photogramm, das mit stärkerer Dispersion aufgenommen worden ist als die bisher genannten Figuren. Der Streifen, der, wie man deutlich sieht, durch den Luftstrom in zwei Teile zerschnitten wird, ist der Streifen der sogenannten „Wasserbande" und die schwächeren Stickstoffbanden zeigen sich nicht. Die Stellung des Rohres, das den Luftstrom lieferte, ist angedeutet. Da wir nunmehr ganz sicher sind, daß wir es mit einer durch Ultra-Schumann-Wellen hervorgerufenen Fluoreszenz zu tun haben, ist es überflüssig, diese Erscheinung vom korpuskularen Standpunkt aus zu erörtern. Die Luft in dem bewegten Gasstrom war dieselbe wie die Luft in der Strahlkammer, und der Versuch stellt die Tatsache fest, daß die Luft nur dann fluoresziert, wenn sie in Ruhe ist. Mit anderen Worten: es scheint, als müßten auf eine gegebene Luftmasse die von einer Anzahl aufeinanderfolgender Funken ausgehenden Strahlungen einwirken, damit diese Luftmasse ihre volle Leuchtkraft erhält. Das scheint indessen nur für die Wasserbanden zu gelten. Für die Stickstoffbanden gilt das Gegenteil: sie sind heller, wenn das Gas in Bewegung ist.

Wenn man einen Stickstoffstrom quer durch den Funkenstrahl richtet, wird der Streifen der Wasserbande unterbrochen, und es erscheint ein starker, leuchtender Fleck nach der einen Seite hin verschoben (siehe Fig. 11 auf Tafel V). Die Richtung der Verschiebung ist von der Richtung des bewegten Gasstromes unabhängig, d. h. die Verschiebung wird durch das Prisma hervorgerufen, wie eine Vergleichung der Fig. 11 und 12 lehrt. Die Strahlkammer war mit demselben Gas gefüllt, das in einem Strome quer durch den Strahl floß; trotzdem zeigt sich unter und über dem bewegten Gasstrom nur die Wasserbande. In Fig. 13 floß der Stickstoff mit viel größerer Geschwindigkeit aus dem Rohr und die Leuchtkraft ist sehr viel geringer; d. h. wir fangen an, den Effekt zu erhalten, den der Streifen der Wasserbande bei geringeren Geschwindigkeiten zeigt. Der Stickstoff in der Strahlkammer wurde offenbar durch den mit großer Geschwindigkeit fließenden Strom in heftige Bewegung versetzt, und die verschobenen Stickstoffbanden sind als vollständige Streifen sichtbar, statt, wie in den Fig. 11 und 12, in dem bewegten Strom lokalisiert zu sein. Nach diesem versuchten wir, einen starken Stickstoffstrom aus einem in den Deckel der Strahlkammer eingelassenen Rohr von oben gegen den Strahl zu blasen. Die Wirkung ist aus Fig. 14 zu ersehen. Der Streifen der Wasserbande ist stark geschwächt, und die Stickstoffstreifen laufen noch weiter nach oben und sind am oberen Ende des Bildes, wo der Stickstoff in schneller Bewegung begriffen ist, beinahe so intensiv wie am unteren Ende, wo die Bewegung weniger heftig ist.

In allen Fällen fanden wir, daß die zur Aufzeichnung der Fluoreszenzbanden des Stickstoffs erforderliche Expositionszeit dadurch bedeutend vermindert werden konnte, daß wir das Gas in Bewegung erhielten. Es sieht ganz so aus, als wäre ein Ermüdungseffekt vorhanden, indem von den Funkenstrahlungen eine blitzartige Wirkung ausginge, auf die ein Unvermögen, auf die von den darauffolgenden Funken ausgehenden Strahlungen anzusprechen, folgte. Man wird sich entsinnen, daß sich für die „Wasserbanden" genau der entgegengesetzte Effekt ergeben hatte, denn diese verschwinden vollständig, wenn sich das Gas in schneller Bewegung befindet.

Wir haben viele Versuche angestellt, um den Ursprung der Wasserbanden zu bestimmen. Sie erschienen in unserm Stickstoffgas viel stärker als in Luft, aber man darf nicht vergessen, daß unser Stickstoff Sauerstoff enthielt.

Wenn wir jedoch dem Stickstoff mehr Sauerstoff zusetzten, fanden wir, daß die Wasserbanden an Intensität abnahmen. Wenn die Strahlkammer mit Sauerstoff gefüllt war, war der Streifen der Wasserbande uberaus schwach, vielleicht $^1/_{20}$ so intensiv wie beim Stickstoff, und es waren keine anderen Streifen zu sehen. Ein Leuchtgasstrom zeitigte die in Fig. 15 dargestellte Doppelbande.

Wenn man einen Sauerstoffstrom quer gegen den Strahl richtet und die Strahlkammer beiderseits offen und mit Luft gefüllt ist, so verschwindet der Teil des Streifens der Wasserbande, der von dem Sauerstoffstrom durchquert wird, während an derselben Stelle wie die Stickstoffbande eine verschobene Bande, nur viel schwächer, erscheint (siehe Fig. 16, Tafel V). Wir könnten diese auf eine Verunreinigung in dem Sauerstoff zurückführen, die dadurch entstanden wäre, daß wir das Gas in Bewegung hielten, wir durfen aber nicht vergessen, daß ein bewegter Luftstrom keine Spur irgendeiner verschobenen Bande liefert. Es ist durchaus wahrscheinlich, daß für viele der scheinbar unerklärlichen Vorgange, die wir bei dieser vorläufigen Untersuchung gefunden haben, Verunreinigungen verantwortlich sind, die in den Gasen vorhanden waren oder aus den Gummischläuchen stammen, durch welche diese Gase hindurchgegangen sind.

Es scheint ziemlich sicher festzustehen, daß der Sauerstoff das Bestreben hat, die Fluoreszenz solcher Gase zu vermindern, denen er beigemischt wird. Hieraus erklärt sich die außerordentlich schwache Energie des Wasserbandenstreifens im Sauerstoff. Die Sauerstoffmoleküle zerstören sozusagen ihre eigene Fluoreszenz, und die Erscheinung ist jener analog, die der eine von uns[1]) beim Jod beobachtet hat.

Eine Untersuchung über die Fluoreszenz des Joddampfes unter dem Einfluß der Funkenstrahlen ist von einem von uns in Angriff genommen worden und soll in einer späteren Arbeit veröffentlicht werden.

Schickten wir das Jod in einem Strom von warmem Stickstoff quer durch den Funkenstrahl, so fluoreszierte es in blaugrünem Licht; als wir hingegen einen warmen Luftstrom benutzten, war keine Spur irgendeiner Fluoreszenz vorhanden. Als wir eine dunne Quarzplatte über den Spalt legten, war die Fluoreszenz ein paar Sekunden lang sichtbar und klang dann rasch ab. Wenn hingegen die Quarzplatte ein wenig verschoben wurde, erschien die Fluoreszenz von neuem. Es zeigte sich, daß die Undurchsichtigkeit des Quarzes durch eine fast unmerkliche Haut hervorgerufen wird, die sich durch den Funken auf ihr niederschlägt.

Wir hatten viele Versuche mit dünnen Quarz- und Flußspatplatten gemacht, doch war es uns nicht gelungen, irgendwelche Spur des Wasserbandenstreifens zu finden, obgleich wir schwache Andeutungen der Leuchtgasstreifen und vielleicht auch der CO_2-Streifen erhielten.

Die mit Jod angestellten Beobachtungen haben neues Licht auf den Gegenstand geworfen und machen eine Wiederholung der Versuche unter solchen Bedingungen notwendig, welche die Bildung des undurchlässigen Niederschlages ausschließen. Das haben wir durch Hin- und Herbewegen der Quarzplatte während der Exposition erreicht. Unter Beobachtung dieser Vorsichtsmaßregel erhielten wir den Stickstoffstreifen unter Anwendung einer Exposition von nur 5 Minuten. Seine Intensität war gleich jener, die man ohne die Quarzplatte bei einer Expositionsdauer mit einer Exposition von einer Minute erhalt. Wir fanden jedoch keine Spur des Streifens der Wasserbande.

Nunmehr versuchten wir eine 1 mm dicke Flußspatplatte und erhielten ein schwaches, aber unverkennbares Bild der Wasserbande bei einer Exposition von fünfzehn Minuten. Ohne die Flußspatplatte erschien bei einer Exposition von einer Minute ein stärkeres Bild des Streifens. Eine rohe Schätzung ergibt, daß die Flußspatplatte die Intensität der für die Erregung der Wasserbande verantwortlichen Strahlungen auf etwa 20 v. H. ihres ursprünglichen Wertes herabsetzt. Infolge dieses Umstandes erscheint es äußerst wahrscheinlich, daß wir es mit ultravioletten Strahlen zu tun haben, die viel kürzer sind als die Schumannwellen, die leicht durch Flußspatlinsen und -prismen hindurchgehen. Die Strahlungen, welche die Stickstoffbanden erregen, scheinen nach dem Durchgang durch eine 1 mm dicke Glasplatte auf ungefähr 20 v. H. ihrer ursprünglichen Intensität verringert zu werden. Mit den Platten sind sehr wenige Versuche angestellt worden, und der Apparat war für diese Untersuchung nicht geeignet, weil es notwendig ist, die Platten in Bewegung zu erhalten, oder sie alle zehn bis fünfzehn Sekunden zu reinigen. Mit einem passend gebauten Apparate wird man wahrscheinlich viel zuverlässigere Daten erhalten können. Es wird auch möglich sein, mit Gasen bei niedrigem Druck zu arbeiten; in diesem Falle wird dann die Fluoreszenz wahrscheinlich sehr viel heller sein, nach dem Verhalten des Jods zu urteilen, das unter dem Einflusse der Erregung seitens

1) R. W. Wood and W. P. Speas, A Photometric Study of the Fluorescence of Iodine Vapour. Phil. Mag. (6) **27**, 531, 1914. — Eine photometrische Untersuchung der Fluoreszenz des Joddampfes. Diese Zeitschr. **15**, 317, 1914.

sichtbaren Lichtes zu fluoreszieren aufhört, wenn es sich unter einem Druck von nur wenigen Millimetern befindet, während seine größte Leuchtkraft dann auftritt, wenn es unter einem Drucke von etwa 0,2 mm steht.

Wir machten eine Reihe von Photogrammen des Strahles mit einem Quarzspektrographen mittlerer Größe; dazu war eine Exposition von mehreren Stunden erforderlich. Fig. 17 (Tafel VI) zeigt das Spektrum des Strahles in Stickstoff, während ein Stickstoffstrom quer zum Spalt geschickt wurde. Die Intensitätsabnahme der Wasserbande dort, wo sie von dem Stickstoffstrom gekreuzt wird, ist sehr stark ausgeprägt. Die Linie links von der Wasserbande ist der Kopf der Stickstoffbande bei der Wellenlänge 3159 Å.-E. Sie fällt in den minder brechbaren und schwächeren Teil der Wasserbande hinein (wegen der vollständigen Wasserbande siehe Fig. 18), und dann kommen die beiden starken Kupferlinien 3292 Å.-E. und 3247 Å.-E. (im kontinuierlichen Spektrum des von den Spaltbacken reflektierten Lichtes), darauf die Stickstoffbande 3369 Å.-E. (*A*) und die Banden 3527 Å.-E. bis 3576 Å.-E. (*B*), 3755 Å.-E. bis 3802 Å.-E. (*C*) und 3914 Å.-E. (*D*).

Fig. 19 wurde mit einem den Strahl kreuzenden Wasserstoffstrom aufgenommen. Es erscheint eine schwache kontinuierliche Bande über den starken Kupferlinien. (Diese ihrerseits erscheinen wahrscheinlich infolge der Bildung einer geringen Spur eines Nebels oder einer Wolke, wie sie zuweilen auftritt, wenn man einen sehr langsamen Gasstrom verwendet.) Die Wasserbande ist in diesem Photogramm sehr gut zu sehen und kann oberhalb des Gebietes wahrgenommen werden, wo sie durch den Wasserstoffstrom unterbrochen wird. Bei der Ausführung dieses Versuches waren die Seitenwände des Kastens geöffnet und der Wasserstoff konnte entweichen, ohne die Strahlkammer anzufüllen.

Fig. 20 zeigt das Spektrum, das wir erhielten, als ein CO_2-Strom gegen den Strahl geblasen wurde. Es scheint mit dem für Wasserstoff gefundenen Spektrum identisch zu sein, soweit die Lage in Frage kommt, aber auf Platten, die vor drei Jahren aufgenommen worden sind, war die Intensitätsverteilung in den beiden Banden eine ganz andere.

(Nach Korrekturbogen von Phil. Mag. aus dem Englischen übersetzt von Max Ikle.)

(Eingegangen 29. April 1914.)

Die Anwendung des nichtkondensierten Funkens für Metallspektren als neue Methode zur Erzeugung von „Flammenspektren".

Von A. Harnack.

(Mit Tafel VII.)

§ 1. Einleitendes.

Die charakteristischen Unterschiede zwischen Flammen-, Bogen- und Funkenspektren sind schon früh durch gelegentliche Beobachtungen und Spezialuntersuchungen bekannt geworden. Während das Flammenspektrum in der Regel neben gut ausgebildeten Banden nur vereinzelte Linien aufweist, treten im Bogenspektrum weit mehr Linien auf. Das Funkenspektrum endlich entfernt sich in seinem Charakter am meisten von dem Flammenspektrum, insofern als hier Banden nur ganz unvollkommen ausgebildet sind und in der Intensität gegen die äußerst zahlreichen Linien vollständig zurücktreten. Demgemäß sind auch bei Fragen betreffs der Bandenspektren fast nur die Flamme und der Bogen zur Untersuchung herangezogen worden. (Die Spektren der Entladungen in Vakuumröhren bleiben hier außer Betracht.)

Indessen bezieht sich die eben angedeutete Charakteristik des Funkenspektrums doch nur auf den kondensierten Funken. Der nichtkondensierte Funke ist nämlich für Spektralbeobachtungen nur äußerst selten zur Verwendung gelangt. Der wesentliche Grund hierfür ist wohl der, daß dieser nur sehr unvollständig das Spektrum der metallischen Elektroden zeigt. Vielmehr erhält man auf diesem Wege überwiegend die Linien und Banden des umgebenden Gases, und allenfalls die stärksten Metalllinien. Nur falls man den Funken nach einer Lösung von Metallsalz übergehen läßt, färbt sich die Funkenbahn kräftig. Hier beobachtet man ein linienreiches Spektrum, bei dem aber auch Banden deutlicher hervortreten[1]). Hierdurch zusammen mit der Tatsache, daß der nichtkondensierte Funke z. B. in Luft ein sehr schönes und kräftiges Bandenspektrum des Stickstoffes liefert, scheint erwiesen, daß die Vorgänge im nichtkondensierten Funken zur Hervorbringung von Spektren insbesondere von Bandenspektren sehr geeignet sind. Diese Sachlage ließ mich vermuten, daß die geringe Wirksamkeit des nichtkondensierten Funkens für Metallspektren lediglich in der ungenügenden Verdampfung des Elektrodenmaterials zu suchen ist und es demnach möglich sein müßte, lichtstarke Metallspektren zu erhalten, falls man nur in die Funkenbahn Metalldampf in hinreichender Menge hineinbringt. Diese Vermutung wurde

1) Vgl. Lecoq de Boisbaudran, Spectres lumineux, Paris 1874.



durch die Versuche in vollem Umfange bestätigt. Die hierbei benutzte Anordnung, sowie einige mit der neuen Methode erhaltene Ergebnisse für die Erdalkalimetalle sollen im nachfolgenden kurz mitgeteilt werden.

§ 2. Versuchsanordnung.

Zur Verwendung gelangte ein Induktorium von ca. 25 cm Schlagweite, das bei 24 Volt Primärspannung mit einem rotierenden Quecksilberunterbrecher (Unterbrechungszahl ca. 50 bis 60) betrieben wurde (ein Wehneltunterbrecher scheint sich für vorliegende Zwecke nicht zu eignen). Die Stromstärke im Primärkreise betrug in der Regel einige zwanzig Ampere. Die Funkenstrecke, bestehend aus zwei horizontalen Platinelektroden wurde nun direkt über die Öffnung eines vertikalgestellten Porzellanrohres (lichte Weite 1,3 cm) angebracht derart, daß die Spitzen der Elektroden eben noch in die Öffnung hineinragten. Läßt man nun einen nichtkondensierten Funken übergehen und bläst einen sehr kräftigen Luftstrom durch das Rohr, so weicht der Funke nicht einfach nach oben hin aus, sondern legt sich auseinander und bildet gewissermaßen eine auf der Öffnung des Rohres aufsitzende Flamme („Funkenflamme"), die ihre Stellung ungestört beibehalt, falls nur für richtige Zentrierung der Elektroden gesorgt ist. Läßt man nun den Luftstrom vor seinem Eintritt in das Porzellanrohr einen mit Metallsalzlösung beschickten Zerstäuber passieren, so führt er die feinzerstäubte Lösung mit sich und läßt sie in die Funkenflamme gelangen, die sich ganz nach Art einer Bunsen- oder Knallgasflamme färbt. Der Charakter der Erscheinung ist typisch der einer Flamme und besitzt keinerlei Ähnlichkeit mit dem des Funkens. Allerdings ist die Intensität der so erzielten Färbung keine genügende für genauere spektrographische Untersuchungen. Da die Steigerung der Konzentration bald eine Grenze findet, so schien die einzigste Möglichkeit, doch noch mehr Metallsalz in die Funkenflamme zu bringen, die, daß man das Salz in Pulverform direkt hineinbläst. Nach mehrfachen Vorversuchen erwies sich hierfür folgende Vorrichtung als sehr brauchbar, die auch für längere Zeit die Färbung aufrecht zu erhalten gestattet. Ein Glasballon von etwa 15 cm Durchmesser — mit zwei Zuleitungsröhren *a* und *b*, wie die Figur andeutet — ist etwa zur Hälfte mit dem Metallsalz gefüllt, der Luft- (bzw. Gas-)strom tritt in die Öffnung *a* ein, reißt, wenn er kräftig genug ist, das Pulver mit in die Höhe (gewissermaßen nach Art eines Schlammvulkans) und führt einen Teil mit sich bis in die Funkenflamme. Auf diese Weise

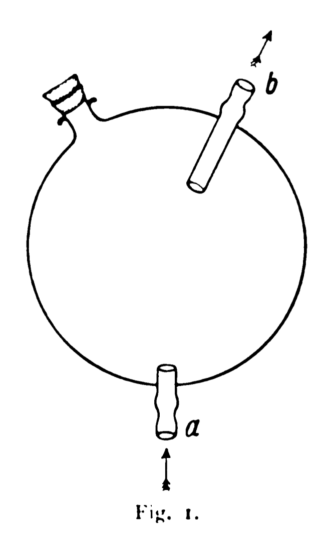


Fig. 1.

erhält man unschwer eine sehr lichtstarke, fast blendend helle Färbung der Funkenbahn. Obgleich hierbei der Materialverbrauch recht beträchtlich ist, so ist doch, da der Glasballon genügende Mengen faßt, ein ungestörter Dauerbetrieb bis zu 30 Minuten ohne Nachfüllung leicht möglich.

Erzielt man bei solch intensiver Färbung sehr schöne Metallspektren, die schon bei Expositionszeiten von 2—10 Minuten sehr brauchbare Spektrogramme liefern, so macht sich doch hierbei das Vorhandensein des starken Stickstoffspektrums störend bemerkbar. Um dieses ganz auszuschließen, benutzte ich schließlich nicht Luft, sondern Sauerstoff (wie man ihn käuflich in Stahlflaschen erhält) und brachte

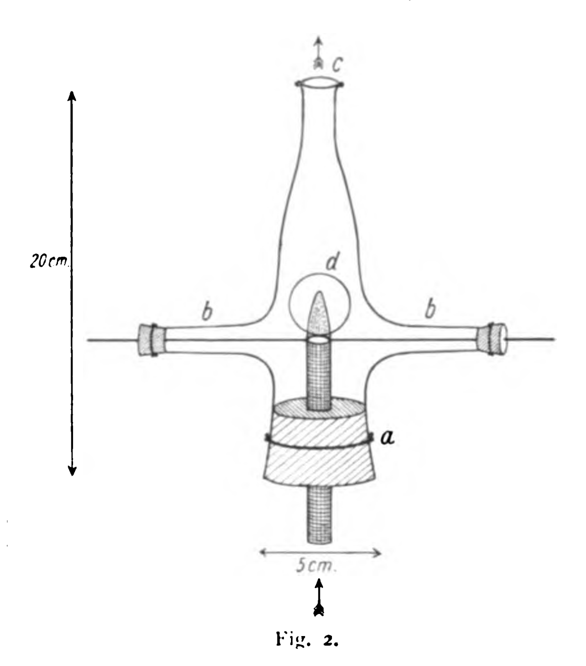


Fig. 2.

die ganze Anordnung für die Funkenflamme in ein geschlossenes Gefäß. Dieses kann relativ klein dimensioniert sein, da der kräftige Gasstrom für genügende Kühlung sorgt. Umstehende Figur 2 deutet die Gestalt des Gefäßes an.

Die große untere Öffnung (*a*) von 5 cm lichter Weite ist mit einem starken Gummistopfen verschlossen, durch dessen Bohrung das Porzellanrohr gesteckt ist. Durch die beiden seitlichen Stutzen *bb* sind die Elektroden eingeführt. Die obere Öffnung *c* steht mittels einer Schlauchleitung mit einem Abzugsrohr in Verbindung, das hinreichend weit sein muß, damit das Gas ungehindert und gleichmäßig abströmen kann. Nach vorn zu ist ein weiter kurzer Stutzen angeblasen, der als Beobachtungsfenster *d* (3,8 cm Durchmesser) dient, er ist durch eine Quarzplatte verschlossen, wodurch ermöglicht wird, auch die ultravioletten Strahlen der im Innern des Glasgefäßes erzeugten Funkenflamme in den Spektralapparat gelangen zu lassen.

Mit diesem Gefäß gelang es bei Verwendung von Sauerstoff ganz reine Metallspektren zu erhalten ohne irgendwelche störenden Beimengungen anderer nicht dazugehöriger Spektren, denn das schwache bläuliche Licht des leuchtenden Sauerstoffs ist zu gering, um selbst bei längeren Expositionen sich irgendwie störend bemerkbar zu machen.

Auch Versuche in anderen Gasen sind natürlich möglich; insbesondere ist es von Interesse in einer sauerstoffreien Atmosphäre die Funkenflamme zu erzeugen, zu welchem Zweck ich Wasserstoff verwandte.

Zur Fixierung der Spektren stand ein Hilgerscher Quarzspektrograph mit konstanter Ablenkung zur Verfügung[1]).

Die vor allem im sichtbaren Gebiete sehr geringe Dispersion dieses Apparats genügte für die vorliegende mehr qualitative Untersuchung.

§ 3. Einige Ergebnisse für die Erdalkalimetalle.

Die eingehenderen Versuche erstreckten sich im wesentlichen auf die Erdalkalimetalle; es wurden dabei ausschließlich die gepulverten Chloride benutzt. Gleich die ersten Spektralaufnahmen zeigten, daß die Funkenflamme ein ausgesprochenes Flammenspektrum gibt[2]). Dies dokumentiert sich erstens in der auffallenden Linienarmut, die allein bei den Flammenspektren eine Parallele findet. Um dies zu illustrieren, seien in nachstehenden Tabellen vergleichsweise die Linien der Funkenflamme und der Knallgasflamme aufgeführt. (*K* bedeutet in der Knallgasflamme, *F* in der Funkenflamme vorhanden; die Wellenlängen nur äußerst schwach erscheinender Linien, die also für einen Vergleich nicht als besonders maßgebend gelten können, sind eingeklammert.)

Calciumlinien.

λ	Vorkommen in
4456 } 55 }	K u. F
4436 } 35 }	K u. F
(4426)	K
(4319)	K
4308 } 4303 } 4299 }	K u. F
(4290) } (4283) }	K u. F
4227	K u. F
3969	K u. F
3934	K u. F

Strontiumlinien.

λ	Vorkommen in
4962	K u. F
4872	K u. F
4832	K u. F
4812	K u. F
(4784)	K
(4742)	K
(4722)	K
4608	K u. F
4216	K u. F
4078	K u. F

Bariumlinien.

λ	Vorkommen in
5536	K u. F
(4934)	F
4554	K u. F
(3892)	K
3501	K u. F

Man sieht die Übereinstimmung ist eine sehr weitgehende. Auch die Intensitätsverhältnisse sind nicht wesentlich verschieden. (Bemerkenswert ist nur, daß in der Funkenflamme des Calciums die Linien *H* und *K* fast mit derselben Intensität auftreten, wie die Flammenlinie λ-4227, die in der Knallgasflamme stark überwiegende Intensität besitzt.) Zweitens aber — und das ist das ausschlaggebende Charakteristikum — zeigt auch in bezug auf die Banden das Spektrum der Funkenflamme eine ganz auffallende Ähnlichkeit mit dem Spektrum der Knallgasflamme, eine Ähnlichkeit, die fast an Gleichheit grenzt. Auch relativ schwache Banden und Bandengruppen finden sich vor, insbesondere die ultravioletten „Metallbanden",[1]) die bisher wohl überhaupt nur in der Flamme beobachtet wurden, sind vortrefflich ausgebildet. Ist nach alledem die Einordnung des Spektrums der Funkenflamme in die Reihe der Flammenspektren eine vollberechtigte, so finden sich naturgemäß doch einzelne Unterschiede und kleinere Abweichungen, die

1) Betreffs genauerer Angaben s. Harnack, Ztschr. f. wissensch. Phot. **10**, 287, 1912, wo der gleiche Apparat benutzt wurde.

2) Vgl. die Tafel VII.

1) Früher Oxydbanden genannt, ihre Zugehörigkeit zum Metall oder zum Oxyd ist bisher zweifelhaft. Vgl. jedoch weiter unten.



für die Erdalkalimetalle kurz zusammengestellt sein mögen. Bei der vergleichenden Durchprüfung leisteten schon früher[1]) angefertigte Spektralaufnahmen der Knallgasflamme gute Dienste. Die den Wellenlängenangaben beigefügten Tabellenzahlen, beziehen sich auf die zitierte Veröffentlichung, der die Werte entnommen sind.

Calcium: Die ultravioletten Metallbanden sind hier besonders gut ausgebildet und dürften sich für genauere Messungen besser eignen, da der bei der Knallgasflamme unvermeidliche, sehr störende kontinuierliche Hintergrund fehlt.

Strontium: Auffallend ist hier, daß die Bandengruppe λ·5971 und λ·5940 (Tabelle 8, Nr. 18 und 19) in der Funkenflamme enorm verstärkt auftritt, sie erreicht fast die Intensität der Bande λ·6055,7[2]). Im ultravioletten Gebiete ist Bande λ·3782 (Tab. 11, Nr. 13) nicht sichtbar. Sonst treten die Banden gut hervor, da der kontinuierliche Hintergrund fehlt.

Barium: Die ultravioletten Metallbanden sind bis λ·3226 gut sichtbar, dann nur noch ganz schwache Andeutungen bis λ·2956 (Tab. 15, Nr. 13—16). Alle übrigen weiter nach dem Ultraviolett hin sind nicht mehr erkennbar.

In verschiedener Hinsicht schien ferner eine Untersuchung der Spektren einer in einer Wasserstoffatmosphäre erzeugten Funkenflamme von Interesse. Die Beobachtungen ergaben hier folgendes: es treten (mit ganz unwesentlichen Ausnahmen) sämtlich dieselben Linien auf wie in O_2, auch mit denselben Intensitäten. Allenfalls scheint aus den Spektrogrammen hervorzugehen, daß die Wasserstoffatmosphäre die Emission der Linien begünstigt, was ja bei der elektropositiven Natur des Wasserstoffes plausibel erscheint und auch mit verschiedenen anderen neueren Befunden gut zusammenstimmen würde.

Was nun andererseits die Banden anbelangt, so erscheinen nur die Chloridbanden, die sogenannten Metallbanden bleiben aus. Diese Tatsache ist bedeutungsvoll, da sie geeignet ist die mit der Chlorflamme erhaltenen Ergebnisse[3]) zu ergänzen. Letztere legten es nahe anzunehmen, daß die Ursachen für die relative Linienarmut der Chlorflammenspektren zugleich auch das Ausbleiben der besagten Banden bedingten, somit also nicht das Fehlen des Sauerstoffes dafür verantwortlich zu machen wäre. Gegen eine solche Annahme sprechen nun aber die Versuche mit der Funkenflamme in H_2, die zwar die Linien ungeschwächt zeigt, die Banden aber vermissen läßt: Ihr Auftreten ist also — wie hieraus unzweideutig hervorgeht — an das Vorhandensein von Sauerstoff gebunden, so daß ihr Charakter als Oxydbanden nicht mehr zweifelhaft erscheinen kann.

Nachstehend seien noch die Ergebnisse registriert, die sich beim Vergleich mit den Spektren der Chlorflamme im einzelnen ergaben:

Calcium: Im sichtbaren Spektralgebiet völlige Übereinstimmung mit der Chlorflamme, im ultravioletten hingegen zeigen sich die in der Chlorflamme erhaltenen Anomalien (vgl. l. c. S. 312) nicht, die Chloridbanden sind vielmehr genau dieselben wie in der Sauerstoff-Knallgasflamme, nur daß eben durch Fehlen der Oxydbanden jene besser hervortreten.

Strontium: Im sichtbaren und ultravioletten Spektralgebiet dieselben Banden wie in der Chlorflamme. Auch die in der Funkenflamme in O_2 abnorm verstärkte Bandengruppe λ·5971 und λ·5940 (siehe S. 581 l. Sp.) bleibt in H_2 aus.

Barium: Das gesamte Bandenspektrum wie in der Chlorflamme. Die äußerst schwachen ultravioletten Chloridbanden erhielt ich bei einer Expositionszeit von 30 Minuten sehr deutlich und demzufolge auch vollständiger als in der Chlorflamme. Für eine exakte Feststellung und eingehende Ausmessung gerade dieser Banden dürfte wohl einzig die Funkenflamme geeignet sein.

§ 4. Zusammenfassung.

1. Es wurde gezeigt, daß auch der nichtkondensierte Funke bei geeigneter Verwendung („Funkenflamme") zur Hervorbringung lichtstarker Metallspektren geeignet ist.

2. Die Funkenflamme zeigt in jeder Hinsicht ein typisches Flammenspektrum, das insbesondere mit dem der Knallgasflamme größte Ähnlichkeit besitzt.

3. Die Funkenflamme kann in verschiedenen Gasen hervorgebracht werden. Eine solche in einer Wasserstoffatmosphäre bildet ein wichtiges Gegenstück zur Chlorwasserstoffflamme, beides sind sauerstoffreie Flammen, die aber im übrigen, insbesondere in elektrischer Beziehung, wesentlich verschiedene Bedingungen aufweisen.

4. Es wurde für die Erdalkalimetalle ein Vergleich der Spektren der Funkenflamme in O_2 und in H_2 mit denen der Knallgasflamme und der Chlorflamme durchgeführt.

Weitere Versuche sind in Vorbereitung.

Leipzig, Theoretisch-physikalisches Institut der Universität, im April 1914.

(Eingegangen 5. Mai 1914.)

1) Harnack, l. c.
2) Dieselbe Erscheinung zeigt sich auch im Bogenspektrum; man vgl. Eder u. Valenta, Atlas typischer Spektren. Wien 1911, Tafel X, Nr. 5.
3) Harnack, l. c. S. 341 ff.

Zur Kenntnis der Turbulenzreibung.

Von Walther Sorkau.

Meine bisherigen Beobachtungen über Turbulenzreibung, die mich zu der Annahme von drei Turbulenzstadien geführt hatten (diese Zeitschr. **12**, 582—595, 1911 und **13**, 805—820, 1912), waren mit Hilfe eines Reibungsapparates ausgeführt worden, dessen Kapillare mit den Schenkeln des Gefäßes nicht sehr gleichmäßig verblasen worden war. Strömung II war augenscheinlich labiler Natur und trat bei höheren Temperaturen immer mehr und mehr zurück, dagegen erwies sich die Strömung I, von mir später als Hagensche Turbulenz bezeichnet, und Strömung III, die den Namen des reibungslosen Durchflusses erhalten hat, als beständig.

Um zu prüfen, inwieweit die Unvollkommenheit des von mir verwendeten Reibungsgefäßes das Ergebnis beeinflußt hatte, habe ich mir von der Firma Arno Haak in Jena einen neuen Apparat anfertigen lassen, bei dem der Übergang der Kapillare in die Seitenrohre ganz allmählich in konischer Form vor sich geht; die nähere Ausführung zeigt Fig. 1.



Fig. 1.

Die Kapillare hat eine Länge von 6,2 cm und einen Durchmesser von 0,0439 cm. Die große mittlere Kugel in jedem Schenkel faßt genau 50 ccm; sie ist oben und unten gegen zwei kleinere Kugeln von je 10 ccm Inhalt abgeschnürt. Die Abschnürungen dienten als Anfangs- und Endmarken bei der Messung der Durchgangsgeschwindigkeit. Die Messungen wurden von Herrn cand. chem. Trifón Ugarte ausgeführt; das Beobachtungsmaterial ist in seiner Doktordissertation niedergelegt[1]).

Die Versuchsanordnung zeigt Fig. 2. Die mittels komprimierter Luft erhaltenen Trieb-

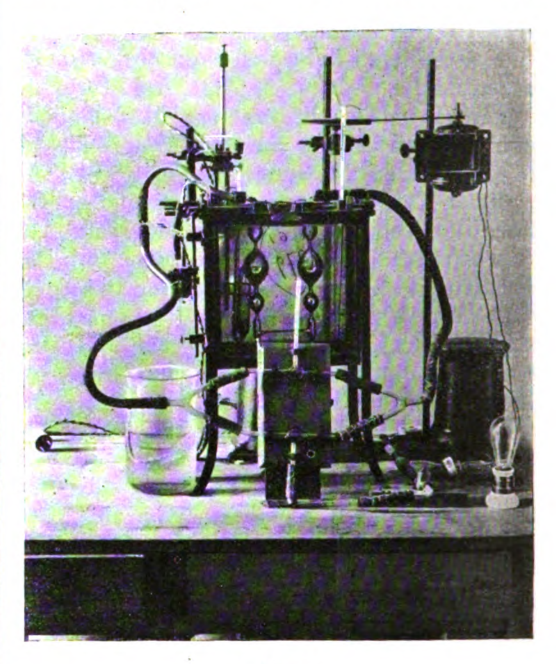


Fig. 2.

drucke wurden an einem Quecksilbermanometer abgelesen und in kg pro cm² umgerechnet, die Durchflußgeschwindigkeiten mit einer $^2/_{10}$-Sekundenuhr gemessen. Die Beobachtungen wurden an den folgenden Flüssigkeiten angestellt:

1. Äthylazetat bei 5^0, 10^0, 15^0, 20^0, 25^0, 30^0, 35^0, 40^0, 45^0 und 50^0 C.
2. Chloroform bei 25^0, 30^0 und 35^0 C.
3. Azeton bei 25^0, 30^0 und 35^0 C.
4. Äthyläther bei 5^0, 10^0, 15^0, 20^0 und 25^0 C.

Die Turbulenzreibung wurde in sämtlichen Beobachtungsreihen erreicht; das Produkt aus Druck und Zeit, pt, das in der Poiseuilleschen Reibung konstant bleibt, wächst bereits bei den niedrigsten Temperaturen bis zum dreifachen und sogar vierfachen Betrage. Als Beleg gebe ich hier die Beobachtungsreihe von Azeton bei 25^0 C.

Die graphischen Darstellungen im logarithmischen Druck-Geschwindigkeits-Koordinatensystem, von denen hier nur je eine für jede Flüssigkeit wiedergegeben worden ist, lehren,

1) Investigación experimental sobre las corrientes de turbulencia en tubos capilares, por Trifón Ugarte, Universidad Nacional de Buenos Aires, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 1913. Gedruckt durch S. Hirzel in Leipzig.



p	pt	p	pt	p	pt	p	pt
0.080	16.27	0.537	30.07	1.325	44.30	2.074	56.02
0.099	17.18	0.568	30.73	1.369	45.52	2,113	57.26
0.121	18.39	0,602	31.54	1,414	45.81	2,152	57.67
0.144	19.34	0.641	32.05	1.457	46.62	2.192	58.31
0.162	19.80	0,682	32.87	1.498	47.34	2.233	58.95
0.183	20.72	0.719	33.79	1.543	47.83	2.273	59.55
0.204	21.42	0.751	33.95	1,584	48.79	2.315	60,19
0.226	22.24	0.794	35.09	1.629	49.41	2.350	60,78
0.248	22.92	0,844	35.62	1,655	50.15	2.397	60,88
0,270	23.63	0.887	36.37	1,693	50.79	2,442	61.54
0.292	24.35	0.920	37.23	1.729	51.52	2.480	62.15
0.316	24.93	0.966	38.45	1.767	52.39	2.529	62,72
0.339	25.70	1.000	38.40	1,804	53.04	2.574	63.30
0.365	26.50	1,050	39.09	1,843	53.82	2.618	63.39
0.388	26.85	1,090	40.09	1.881	54.55	2.662	64.15
0.413	27.51	1.141	41.85	1,919	55.08	2.708	64.45
0.442	28,11	1.192	42.20	1,957	55.38	2.775	65.03
0.469	28.70	1.237	42.08	1.996	55.89	2,830	66,22
0.501	29.46	1.278	43.71	2.035	56.17	—	—

daß zwei Strömungsarten zu unterscheiden sind. In der Tat, führt man z. B. für Äthylazetat bei 25° die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate durch, so sieht man, daß der obere Teil der Reibungskurve durch die Gleichung

$$-\log t = -1{,}6109 + 0{,}4992 \cdot \log p$$

ausgedrückt werden kann, für welche man auch

$$-\log t = -1{,}6111 + 0{,}5 \cdot \log p$$

oder

$$\sqrt{p} \cdot t = 40{,}84$$

setzen darf. Die Übereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Werten von t ist vorzüglich:

t beob.	t ber.	$t_{beob.} - t_{ber.}$	t beob.	t ber.	$t_{beob.} - t_{ber.}$
25.3	25.25	+0.05	28.9	29.1	−0.2
25.3	25.4	−0.1	29.55	29.65	−0.1
25.6	25.4	+0.2	30.0	30.05	−0.05
25.6	25.45	+0.15	30.7	30.7	0.00
26.2	26.0	+0.2	30.9	31.0	−0.1
26.5	26.15	+0.35	31.2	31.35	−0.15
26.8	26.65	+0.15	31.9	31.85	+0.05
26.5	26.8	−0.3	32.5	32.5	0.00
27.4	27.3	+0.1	32.65	32.55	+0.1
27.4	27.45	−0.05	32.85	32.7	+0.15
27.4	27.75	−0.35	33.2	33.0	+0.2
28.0	28.0	0,00	33.9	33.7	+0.2
28.2	28.45	−0.25	34.1	34.1	0,00
28.5	28.6	−0.1			

Mittlerer Fehler: +0,17 Sekunden.

$\Sigma(+\Delta) - \Sigma(-\Delta) = +0.15$ Sekunden.

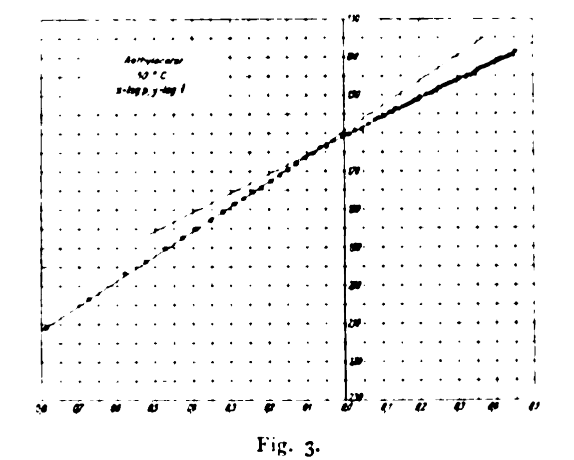


Fig. 3.

Fig. 4.

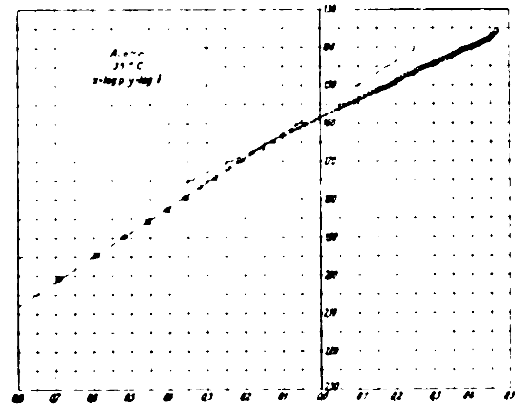


Fig. 5.

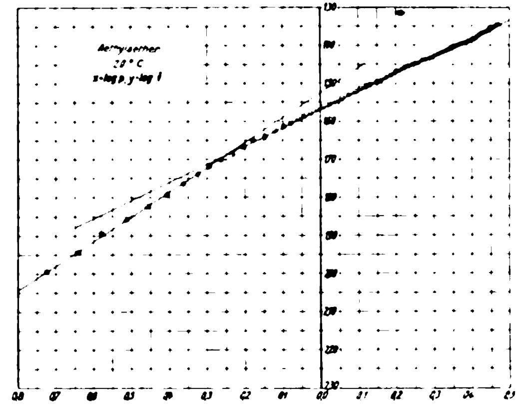


Fig. 6.

Das Gebiet, für welches die Gleichung gilt, erstreckt sich von 2,6 bis 1,4 Atmosphären abwärts; tiefer hinab verliert der Ausdruck seine Gültigkeit, wie die nachfolgende Tabelle beweist:

t beob.	t ber.	$t_{beob.} - t_{ber.}$	t beob.	t ber.	$t_{beob.} - t_{ber.}$
34,5	34,35	+0,15	47,4	43,85	+ 3,55
34,6	34,4	+0,2	47,7	44,2	+ 3,5
35,4	35,05	+0,35	50,9	46,35	+ 4,55
36,55	36,0	+0,55	53,3	48,15	+ 5,15
36,9	36,2	+0,7	54,35	48,9	+ 5,45
38,4	37,3	+1,1	61,7	53,7	+ 8,0
39,1	38,05	+1,05	66,6	57,05	+ 9,55
40,65	39,0	+1,65	72,8	61,3	+11,5
42,4	40,05	+2,35	81,0	66,25	+14,75
43,6	41,05	+2,55	89,25	71,40	+17,85
44,9	42,15	+2,75	100,6	77,6	+23,0

Die Punkte liegen ihrerseits auf einer anderen Geraden, für welche sich die Gleichung

$$-\log t = -1,6358 + 0,6528 \cdot \log p$$

oder

$$p^{0,653} \cdot t = 43,23$$

ergab, mit der man die Beobachtungen befriedigend wiedergeben kann:

t beob.	t ber.	$t_{beob.} - t_{ber.}$	t beob.	t ber.	$t_{beob.} - t_{ber.}$
34,5	34,45	+0,05	47,4	47,4	0,0
34,6	34,55	+0,05	47,7	47,95	−0,25
35,4	35,4	0,00	50,9	50,95	−0,05
36,55	36,65	−0,1	53,3	53,55	−0,25
36,9	36,95	−0,05	54,35	54,75	−0,4
38,4	38,4	0,0	61,7	61,85	−0,15
39,1	39,4	−0,3	66,6	66,9	−0,3
40,65	40,7	−0,05	72,8	73,45	−0,65
42,4	42,15	+0,25	81,0	81,3	−0,3
43,6	43,55	+0,05	89,25	89,7	−0,55
44,9	45,05	−0,15	100,6	99,95	+0,75

Das Druckintervall geht von 1,42 bis 0,28 Atmosphären.

Die Durchführung der Rechnung für alle Serien führte zu den folgenden Resultaten.

Äthylazetat (Fig. 3):

I. Oberes Gebiet.

Temperatur	Gleichungen	Anzahl der Beobachtungen
5°	$-\log t = -1,6232 + 0,5045 \cdot \log p$	13
10	$-\log t = -1,6313 + 0,5365 \cdot \log p$	20
15	$\log t = -1,6222 + 0,5169 \cdot \log p$	27
20	$-\log t = -1,6216 + 0,5091 \cdot \log p$	34
25	$-\log t = -1,6109 + 0,4902 \cdot \log p$	27
30	$-\log t = -1,6147 + 0,5144 \cdot \log p$	31
35	$-\log t = -1,6048 + 0,4802 \cdot \log p$	36
40	$-\log t = -1,6062 + 0,4886 \cdot \log p$	38
45	$-\log t = -1,6028 + 0,4727 \cdot \log p$	37
50	$-\log t = -1,6096 + 0,4981 \cdot \log p$	50

Das Mittel sämtlicher Werte von B, des Koeffizienten von $\log p$, ist 0,502 oder abgekürzt **0,5**; setzt man diesen Wert ein, so erhält man für die Konstante A:

Temp.	A berechnet	10^{A}	Temp.	A berechnet	10^{A}
5°	1,6215	41,80	30°	1,6110	40,85
10	1,6176	41,45	35	1,6048	40,25
15	1,6164	41,35	40	1,6090	40,65
20	1,6187	41,55	45	1,6101	40,75
25	1,6111	40,85	50	1,6102	40,75

Das Intervall für 10^{A} von 5° bis 50° beträgt nur eine Sekunde; von 25° bis 50° ist die Änderung mit der Temperatur ganz zu vernachlässigen. Wie die Nachrechnung zeigt, kann man sämtliche Beobachtungen dieses Gebietes durch die allgemeine Gleichung

$$\sqrt{p} \cdot t = 41,0$$

wiedergeben.

II. Unteres Gebiet.

Temp.	Gleichungen	Anzahl der Beobachtungen
5°	$-\log t = -1,67174 + 0,65505 \cdot \log p$	49
10	$-\log t = -1,66251 + 0,65497 \cdot \log p$	32
15	$-\log t = -1,65376 + 0,64690 \cdot \log p$	31
20	$-\log t = -1,64290 + 0,65968 \cdot \log p$	26
25	$-\log t = -1,63581 + 0,65278 \cdot \log p$	22
30	$-\log t = -1,62871 + 0,64247 \cdot \log p$	40
35	$-\log t = -1,61787 + 0,65576 \cdot \log p$	34
40	$-\log t = -1,61028 + 0,65036 \cdot \log p$	28
45	$-\log t = -1,60602 + 0,64419 \cdot \log p$	25
50	$-\log t = -1,59585 + 0,63341 \cdot \log p$	24

Ersetzt man in diesen Gleichungen die Werte von B durch den Mittelwert 0,65156, so gelangt man in bekannter Weise zu den folgenden A-Werten:

$$A_{5°} = 1,6717 \qquad A_{30°} = 1,6272$$
$$A_{10°} = 1,6624 \qquad A_{35°} = 1,6192$$
$$A_{15°} = 1,6535 \qquad A_{40°} = 1,6099$$
$$A_{20°} = 1,6441 \qquad A_{45°} = 1,6038$$
$$A_{25°} = 1,6359 \qquad A_{50°} = 1,5965.$$

Durch einen solchen Ersatz wird die Anwendbarkeit der Gleichungen nicht in Frage gestellt:

Temperatur	10^{A} gefunden	10^{A} berechnet	Differenz in Sekunden
5°	46,96	46,96	0,00
10	45,97	45,96	+0,01
15	45,05	45,03	+0,02
20	43,94	44,07	−0,13
25	43,23	43,24	−0,01
30	42,53	42,39	+0,14
35	41,48	41,61	−0,13
40	40,76	40,73	+0,03
45	40,37	40,16	+0,21
50	39,43	39,49	−0,06

Die Abhängigkeit der A-Werte von der Temperatur läßt sich ausdrücken durch:

$$A_{\vartheta} = 1{,}67873 - 0{,}00168352 \cdot \vartheta .$$

Man gelangt so zu der allgemeinen Gleichung:

$$0{,}65156 \cdot \log p + \log t = 1{,}67873 - 0{,}00168352 \cdot \vartheta ,$$

oder in Exponentialform:

$$p^{0{,}65156} \cdot t = 47{,}72 \cdot 10^{-0{,}0016835 \cdot \vartheta} = 47{,}72 \cdot e^{-0{,}003876 \cdot \vartheta} .$$

In gleicher Weise ergab sich für

Chloroform (Fig. 4):

I. Oberes Gebiet:

$$\sqrt{p} \cdot t = 52{,}65 .$$

II. Unteres Gebiet:

$$p^{0{,}65272} \cdot t = 60{,}07 \cdot e^{-0{,}0035414 \cdot \vartheta} ;$$

Azeton (Fig. 5):

I. Oberes Gebiet:

$$\sqrt{p} \cdot t = 39{,}05 ,$$

II. Unteres Gebiet:

$$p^{0{,}64343} \cdot t = 40{,}7 \cdot e^{-0{,}0029588 \cdot \vartheta} ;$$

Äthyläther (Fig. 6):

I. Oberes Gebiet:

$$\sqrt{p} \cdot t = 37{,}71 ,$$

II. Unteres Gebiet:

$$p^{0{,}64374} \cdot t = 36{,}43 \cdot e^{-0{,}0037677 \cdot \vartheta} .$$

In den vier Gleichungen, die für das untere Gebiet erhalten wurden:

Substanz	Gleichung
Äthyläther . . .	$p^{0{,}64374} \cdot t = 36{,}43 \cdot e^{-0{,}0037677 \cdot \vartheta}$
Azeton	$p^{0{,}64343} \cdot t = 40{,}7 \cdot e^{-0{,}0029588 \cdot \vartheta}$
Äthylazetat . . .	$p^{0{,}65156} \cdot t = 47{,}72 \cdot e^{-0{,}003876 \cdot \vartheta}$
Chloroform . . .	$p^{0{,}65272} \cdot t = 60{,}07 \cdot e^{-0{,}0035414 \cdot \vartheta}$

unterscheiden sich die Exponenten von p nicht wesentlich; ihren Mittelwert 0,648 kann man durch den Wert **0,65** ersetzen. Auch die Exponenten von e bei den drei Flüssigkeiten Äther, Azetat und Chloroform sind einander sehr ähnlich; die Abweichung im Werte für Azeton darf nicht weiter befremden, da nur drei Serien zur Ableitung der Formel für $\frac{dA}{d\vartheta}$ zur Verfügung standen. Die Ableitung der e-Exponenten wird ohne Zweifel um so genauer, je mehr Beobachtungsreihen benutzt werden können, und je größer das Temperaturintervall ist; die vier Werte müssen also bei Berechnung des Mittels entsprechend belastet werden:

$$\frac{10\,(0{,}003876) + 3\,(0{,}0029588) + 3\,(0{,}0035414) + 5\,(0{,}0037677)}{21} = \mathbf{0{,}003671} .$$

Dieser Wert fällt mit dem Ausdehnungskoeffizienten der Gase 0,003663 zusammen; die Ugarteschen Messungen bestätigen also ein früher von mir gefundenes Resultat. Man erhält demnach für das untere Strömungsgebiet, das sich dadurch als identisch mit der Hagenschen Turbulenzströmung erweist, die Gleichung:

$$p^{0{,}65} \cdot t = C \cdot e^{-\frac{\vartheta}{273}} ,$$

oder nach Einführung der absoluten Temperatur:

$$p^{0{,}65} \cdot t \cdot e^{\frac{\Theta}{273}} = K ,$$

wo die neue Konstante K gleich $e \cdot C$ ist[1]).

Die Konstante K dieser allgemeinen Gleichung lieferte eine neue Durchrechnung des Beobachtungsmaterials; es ergab sich:

Substanz	K
Äthyläther . . .	98,2
Azeton	112,4
Äthylazetat . . .	129,1
Chloroform . . .	164,3

Meine Beobachtungen mit einem anderen Apparat hatten mir 1912 geliefert:

Substanz	Gleichung
Azeton	$p^{0{,}658} \cdot t \cdot e^{\frac{\Theta}{273}} = 99{,}7$
Äthylazetat . . .	$p^{0{,}658} \cdot t \cdot e^{\frac{\Theta}{273}} = 114{,}0$
Chloroform . . .	$p^{0{,}658} \cdot t \cdot e^{\frac{\Theta}{273}} = 144{,}35$

Der Exponent von p im Werte von 0,658 unterscheidet sich sehr wenig von 0,65, dem durch die Ugarteschen Messungen gelieferten Betrage. Es scheint demnach, daß diese Zahl, die so nahe an 0,666... liegt, für die Hagensche Strömung charakteristisch ist.

Die Sorgfalt, mit der Herr Ugarte gearbeitet hat, und die Reinheit der von ihm benutzten Flüssigkeiten, die mit den meinigen nicht identisch waren, zeigt die nachfolgende Zusammenstellung:

1) Ich möchte ausdrücklich bemerken, daß ich dem Ausdruck $e^{\frac{\Theta}{273}}$ keinerlei theoretische Bedeutung beilege, sondern ihn nur als einen bequemen Interpolationsausdruck auffasse. Daß er die Änderung der Turbulenzviskosität mit der Temperatur ausgezeichnet wiedergibt, zeigt die Nachrechnung in Herrn Ugartes Dissertation.

Substanz	K Hagen beobachtet von		Relative Werte		Differenz Proz.
	Sorkau	Ugarte	Sorkau	Ugarte	
Azeton . .	99,7	112,4	87,4	87,06	0,38
Azetat . .	114,0	129,1	100,0	100,0	0,00
Chloroform .	144,35	164,3	126,6	127,3	0,55

Fehlermittel: **0,31 Proz.**

Die Dimensionen der von mir verwendeten Kapillare waren:

$$l_1 = 5{,}0 \text{ cm}, \quad r_1 = 0{,}2115 \text{ mm},$$

während für die von Herrn Ugarte benutzte Kapillare gefunden worden war:

$$l_2 = 6{,}2 \text{ cm}, \quad r_2 = 0{,}2195 \text{ mm}.$$

Falls in der Hagenschen Strömung der Einfluß der Kapillardimensionen denselben Gesetzen gehorcht wie in der Poiseuilleschen Strömung, d. h. wenn die Reibungskonstante im gleichen Sinne mit der Kapillarlänge wächst und umgekehrt proportional ist der vierten Potenz des Radius, so muß zwischen den von mir und Ugarte erhaltenen K-Werten die Beziehung gelten:

$$K_1 : K_2 = \frac{l_1}{r_1^4} : \frac{l_2}{r_2^4}$$

oder

$$l_2 = \frac{K_2 \cdot r_2^4}{K_1 \cdot r_1^4} \cdot l_1 .$$

Es lieferten nun:

		l_2
K-Werte für	Azeton . .	6,174
„ „	Azetat . .	6,201
„ „	Chloroform .	6,233
	Mittel:	6,203

Da der Wert 6,203 mit 6,2, der wirklichen Länge der Ugarteschen Kapillare, identisch ist, so ist es sehr wahrscheinlich, daß die Poiseuilleschen Gesetzmäßigkeiten auch für die erste Turbulenzströmung gelten, daß man also die bisherige Formel wie folgt erweitern kann:

$$p^{0{,}65} \cdot t \cdot e^{\frac{\Theta}{273}} = K = a \cdot \frac{l}{r^4} = a_1 \cdot V \cdot \frac{l}{r^4},$$

$$V = \frac{1}{a_1} \cdot \frac{p^{0{,}65} \cdot t \cdot e^{\frac{\Theta}{273}} \cdot r^4}{l} = C \frac{p^{0{,}65} \cdot t \cdot e^{\frac{\Theta}{273}} \cdot r^4}{l}.$$

C ist in dieser Gleichung nur noch eine Funktion der chemischen Natur der untersuchten Flüssigkeiten. —

Bei der Untersuchung der Ester Äthylazetat, Propylazetat, Buthylazetat und Methylpropionat hatte sich ergeben, daß die Reibungskonstante K für die Hagensche Strömung der Beziehung

$$K = a\sqrt{M}$$

gehorcht, wo M das Molekulargewicht der Flüssigkeit bedeutet. Es scheint indes, daß diese Beziehung auf homologe Substanz beschränkt bleibt. Rechnet man mit der Formel

$$K = 14{,}5\sqrt{M},$$

so erhält man das folgende Resultat:

Substanz	K gefunden	K berechnet	$K_{gef.} - K_{ber.}$	Differenz
Azeton . .	112,4	110,6	+1,8	1,6 Proz.
Azetat . .	129,1	136,1	—7,0	5,4
Chloroform	164,3	158,5	+5,8	3,5

Wahrscheinlich sind die großen Abweichungen eine Folge von Konstitutionseinflüssen.

Der Äthyläther, dessen Molekulargewicht größer ist als das des Azetons, hat eine kleinere Reibungskonstante, fällt also, wie seinerzeit das Trimethyläthylen, ganz aus der Formel heraus. Selbst wenn man sich dazu verstehen wollte, die obigen drei Flüssigkeiten als bimolekular, den Äther aber als monomolekular anzusehen, wenn man also mit einer Formel

$$K = 10{,}25\sqrt{n \cdot M}$$

rechnen wollte, wo n die Assoziationskonstante bedeuten soll, erhält man trotzdem kein befriedigendes Resultat:

Substanz	n	K gef.	K ber.	$K_{gef.} - K_{ber.}$	Differenz in Proz.
Äthyläther	1	98,2	88,25	+9,95	10,1
Azeton . .	2	112,4	110,5	+1,9	1,7
Azetat . .	2	129,1	136,0	—6,9	5,3
Chloroform	2	164,3	158,4	+5,9	3,6

wenn auch die Schwierigkeit, den Äther wasserfrei zu erhalten, dessen nun zu große Reibungskonstante in etwas plausibel machen würde. Es bedarf jedenfalls noch einer ganzen Reihe von Untersuchungen, um in diesem Punkte etwas Bestimmtes aussagen zu können.

Die allgemeinen Gleichungen für das obere Gebiet lauteten:

Substanz	Gleichung
Äthyläther .	$\sqrt{p} \cdot t = 37{,}71$
Azeton . .	$\sqrt{p} \cdot t = 39{,}05$
Azetat . .	$\sqrt{p} \cdot t = 41{,}0$
Chloroform .	$\sqrt{p} \cdot t = 52{,}65$

Wie ich an anderer Stelle bereits gezeigt habe, müssen ihre Konstanten C, wenn das obere Gebiet identisch ist mit dem „reibungslosen Durchfluß", eine Funktion der Dichte sein. Die Ausgleichsrechnung lieferte die Gleichung:

$$\log C = 1{,}638 + 0{,}464 \cdot \log D.$$

Ersetzt man den Wert 0,464 durch die Zahl 0,5, so erhält man

$$\log C = 1{,}639 + 0{,}5 \cdot \log D$$

oder

$$C = 43{,}57 \cdot \sqrt{D},$$

eine Formel, die zur Wiedergabe der Beobachtungen brauchbar ist:

Substanz	C gefunden	C berechnet	Differenz in Sekunden
Äthyläther .	37,7	37,0	+0,7 [1]
Azeton . .	39,0	38,9	+0,1
Azetat . .	41,0	41,4	−0,4
Chloroform .	52,6	53,2	−0,6

Als Dichten wurden die Angaben Beilsteins, für 15° interpoliert, benutzt. Die vier Gleichungen können also zusammengefaßt werden in:

$$\sqrt{p} \cdot t = 43{,}57 \cdot \sqrt{D}$$

oder

$$t = 43{,}57 \sqrt{\frac{D}{p}}.$$

Das ist aber die Gleichung für den reibungslosen Durchfluß.

Aus der Konstanten 43,57 berechnet sich der Radius der starren Flüssigkeitssäule, die durch die Kapillare schießt (diese Zeitschr. **13**, 819, 1912) zu

$$43{,}57 = \frac{50 \text{ ccm}}{q \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot 1000}} = 0{,}000714 \cdot \frac{50 \text{ ccm}}{q},$$

$$q = 0{,}00082448 \text{ cm}^2,$$

$$r = \sqrt{\frac{q}{\pi}} = 0{,}0162 \text{ cm}.$$

Da der Radius der Kapillare 0,02195 cm beträgt, so bestätigt sich also, daß der Flüssigkeitsfaden nicht die ganze Kapillare ausfüllt; die Tot-Wasser-Schicht an der Kapillarwand wächst mit der Zunahme der Kapillarlänge:

Kapillar-Länge	Kapillar-Radius	Radius des Flüssigkeitsfadens	$r_{\text{Kapillare}} - r_{\text{Faden}}$
5,0 cm	0,2115 mm	0,1724 mm	0,0391
0,2	0,2195	0,1620	0,0575

Nach welchem Gesetze dieses Wachstum vor sich geht, werden Messungen, die zurzeit mit einer Serie von Apparaten angestellt werden, hoffentlich bald ergeben.

1) Wenn man Äther als vielleicht nicht ganz wasserfrei ansieht und seine Konstante C nicht berücksichtigt, so wird die Übereinstimmung für die drei anderen Flüssigkeiten bedeutend besser, da der Koeffizient von $\sqrt{D}$ kleiner wird.

Buenos-Aires, Departamento de Química del Instituto Nacional del Profesorado, Calle Valentín Gómez 3163.

(Eingegangen 29. April 1914.)

Eine Untersuchung der magnetischen Permeabilität bei niedriger Induktionsdichte mit dem Burrowsschen kompensierten Doppelstab und Jochpermeameter.

(A Study of Magnetic Permeability at low Induction Denoities by means of the Burrows Compensated Double Bar an Yoke Permeameter.)

Von A. F. Wagner.

Die Untersuchung des magnetischen Verhaltens des Eisens unter schwachen magnetisierenden Kräften ist sowohl wegen des wissenschaftlichen als auch wegen ihres praktischen Interesses von Wichtigkeit. Telephonrelais und Pupinsche Ladungsspulen erfordern Eisen von hoher Anfangspermeabilität, um mit den schwachen angewandten Strömen die größte magnetische Induktion zu erzeugen.

Baur[1]) hat mit einem Ring aus weichem Eisen gearbeitet und ballistisch gemessen. Seine Ergebnisse lassen sich zusammenfassen in der Gleichung

$$\mu = 183 + 1382 \mathfrak{H}$$

Dies bedeutet, daß die μ-$\mathfrak{H}$-Kurve, nach rückwärts verlängert, die μ-Achse schneiden würde, woraus man sieht, daß die anfängliche Permeabilität einen endlichen Wert hat, der angenähert konstant bleibt, solange die magnetisierenden Kräfte klein sind.

Lord Rayleigh[2]) hat eine Reihe von Messungen ausgeführt, bei denen ein Eisenstab oder Draht, dessen eines Ende sich in nächster Nähe des Magnetometers befand, magnetometrisch untersucht wurde; eine kompensierende Spule wurde so eingestellt, daß der magnetische Effekt des von einem schwachen magnetisierenden Strom erregten Stabes kompensiert war. Die Resultate ließen erkennen, daß für magnetisierende Kräfte zwischen 0,00004 und 0,04 Gauß die Induktionsdichte der magnetisierenden Kraft direkt proportional ist.

Die Berechtigung, eine „Anfangspermeabilität" dadurch zu bestimmen, daß man die Gerade, die $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}$ in ihrer gegenseitigen Beziehung darstellt, nach rückwärts über das Gebiet der vorgenommenen Messungen hinaus verlängert, wie es Baur getan hat, wird demnach durch Lord Rayleighs Versuche völlig bestätigt.

Gumlich und Rogowski[3]) von der Reichsanstalt benutzten das Hopkinsonsche Joch, um die „Anfangspermeabilität" von Stabeisen zu bestimmen, das schwachen magnetisierenden

1) Ewing, Magnetic Induction in Iron and other Metals, 3. Aufl. S. 125.
2) Phil. Mag. 1887.
3) Ann. d. Phys. **34**, 235, 1911.

Kräften ausgesetzt wurde. Späterhin wurde diese Methode aufgegeben, weil sie sich infolge von Fehlerquellen, die durch das Joch selbst veranlaßt wurden, als ungeeignet erwies, und die Messungen wurden an Stäben gemacht und auf äquivalente Ellipsoide umgerechnet. Sie arbeiteten mit einer offenen magnetisierenden Spule von 60 cm Länge. Die Sekundärspule enthielt 3315 Windungen.

Ihre Tabellen für die „Anfangspermeabilität" wurden in der Weise erhalten, daß sie die μ-$\mathfrak{H}$-Kurven bis zum Schnittpunkt mit der μ-Achse nach rückwärts verlängerten.

Bei vielen Untersuchungen, die bis jetzt bezüglich von Messungen des magnetischen Verhaltens bei kleinen magnetisierenden Kräften durchgeführt sind, wurden gerade Drähte oder Stäbe benutzt und die Werte mit dem Magnetometer bestimmt. Ein ringförmiges Untersuchungsobjekt macht die Verwendung des Magnetometers unmöglich, weil der gleichmäßig magnetisierte Ring keine Kraft auf einen außerhalb des Materials befindlichen Punkt ausübt. Gegen das Ellipsoid ist der schwerwiegende Einwand zu erheben, daß es nicht leicht realisierbar ist.

Abgesehen von der Schwierigkeit, die in der für die Magnetometermethode erforderlichen Gestalt des Versuchsobjekts liegt, ist das Magnetometer selbst wegen der ihm eigentümlichen Umständlichkeit in der Behandlung nicht sehr empfehlenswert.

Gegen die von Gumlich und Rogowski zuerst angewandte Hopkinsonsche Methode ist der wichtige Einwand zu erheben, daß die Trennungsfläche zwischen den beiden Teilen des Stabes sehr leicht von wesentlichem Einfluß auf die Ergebnisse sein kann. Es ist sehr schwer, die aneinander grenzenden Oberflächen so zu justieren, daß dieser Teil des magnetischen Stromkreises nicht beeinflußt wird. Überdies besteht noch der Zustand ungleichförmiger Magnetisierung.

Vor etwa sechs Jahren hat Professor E. B. Rosa vom Bureau of Standards auf die Möglichkeit hingewiesen, zwei kurze zylindrische oder prismatische Stäbe zu benutzen, die durch zwei Joche verbunden werden, und den Jochen und Verbindungen eine kompensierende magnetomotorische Kraft zuzuführen, die den Widerstand dieser Teile des Stromkreises ausgleichen soll. Bei der Ausarbeitung durch Burrows ergab sich hieraus der Apparat, der heute als Burrows' kompensierter Doppelstab und Jochpermeameter bekannt ist. Diese Methode ist von der amerikanischen Gesellschaft für Materialprüfung als grundlegend für Präzisionsmessungen angenommen worden.

Zweck dieser Arbeit ist, die kompensierte Doppelstab- und Jochmethode auf Messungen der magnetischen Permeabilität bei kleinen Induktionsdichten anzuwenden. Diese Methode wurde gewählt, weil sie anscheinend von Fehlern infolge ungleichmäßiger Magnetisierung des magnetischen Kreises frei ist und weil es möglich ist, ein ballistisches Galvanometer mit aufgehängter Spule zu benutzen, mit dem es sich besser arbeiten läßt als mit dem Magnetometer.

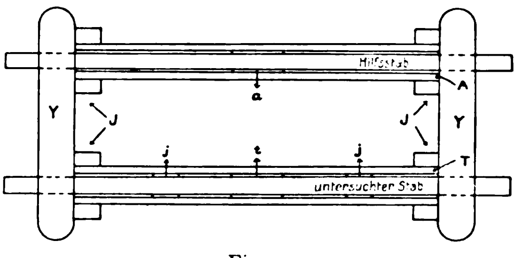


Fig. 1.

Fig. 1 zeigt die Verteilung der magnetisierenden Spulen. T ist der Windungsraum des Solenoids für die Hauptmagnetisierung, A der Windungsraum für das Solenoid der Hilfsmagnetisierung; t und a sind Probespulen mit gleichen Windungszahlen, die ein zu prüfendes und ein Hilfsexemplar bzw. umgeben; j ist eine Endprobespule, von der je eine Hälfte über den beiden Enden des Prüfstabes steckt. Die Gesamtzahl der Windungen dieser Spule ist dieselbe wie in t und a.

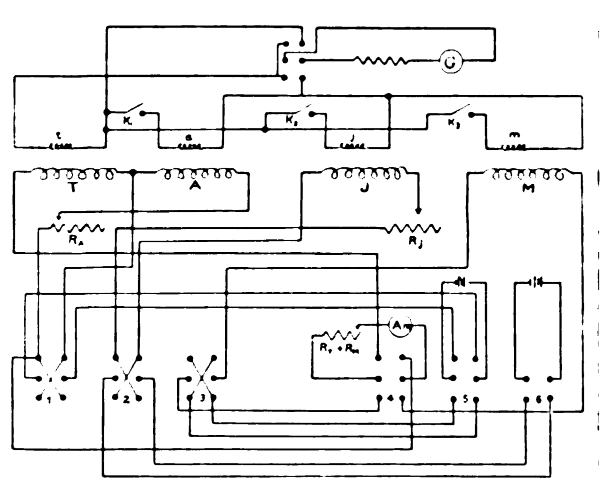
Um Gleichförmigkeit des Induktionsflusses herzustellen, sind die Probespulen t und a mit einem Galvanometer derart in Serie geschaltet, daß eine gleichzeitige Kommutierung der magnetisierenden Ströme in den Spulen T und A umgekehrt gerichtete Induktionsströme in den beiden Probespulen erzeugt. Die Stromstärke in A wird einreguliert bis eine gleichzeitige Umkehrung der beiden Ströme keine Ablenkung bewirkt. Sodann wird die Probespule a durch die Probespule j ersetzt und die Gleichheit des Induktionsflusses in t und j durch Stromregulierung in j bewirkt.

Aus Burrows' Untersuchungen im Bureau of Standards ist bekannt, daß wenn in diesen Teilen des Stromkreises Gleichheit des Induktionsflusses vorhanden ist, dasselbe angenähert auch in allen anderen Stellen der Fall sein wird. Diese Messungen sind vom Verfasser sorgfältig wiederholt worden und die Ergebnisse zeigen, daß der Ausgleich praktisch vollständig ist.

Zwecks Messung des magnetischen Verhaltens bei kleinen magnetisierenden Kräften wurde ein für diesen Fall geeignetes Paar magnetisierender Spulen von 25 cm Länge hergestellt und so gewickelt, daß die Anzahl der

Windungen pro cm so niedrig wie praktisch möglich war. Eine dritte magnetisierende Spule mit vier Abteilungen wurde derart über die beiden ersten gelegt, daß ein Abschnitt auf jedes Jochgelenk kam. Die Anordnung hatte große Ähnlichkeit mit Burrows' permanentem Permeameter, ausgenommen, daß infolge der verschiedenen Art der Probleme die Konstanten der Spulen notwendigerweise verschieden waren. Dieses Permeameter wird in folgendem als Permeameter P_1 angeführt werden.

Die Methode des Verfahrens bestand darin, die Versuchsobjekte und Joche sorgfaltig zu entmagnetisieren, wie in einem folgenden Paragraphen ausgeführt werden wird, und Kompensierung zu erzielen, indem man den Strom in der kompensierenden Spule so lange einreguliert, bis im mittleren Teil und am Ende jedes Stabes gleiche Galvanometerausschläge erzielt wurden. Es erwies sich, daß dies bei jedem untersuchten Stück der Fall war. Die Frage der Galvanometerempfindlichkeit bot einige Schwierigkeiten, doch wurden Ausschläge von gut ablesbarer Größe dadurch erhalten, daß man Fernrohr und Skala in etwa 5 m Abstand vom Galvanometer aufstellte. Die Probespulen enthielten 3383 Windungen und waren so montiert, daß sie leicht und schnell über dem Versuchsexemplar verschoben werden konnten. Der Stromkreis ist aus Figur 2 ersichtlich.



Permeameter für direkte Ablesung.

Fig. 2.

Zwei Kriterien für vollständige Entmagnetisierung kamen in Anwendung. Das erste war die Möglichkeit der Erzielung gleicher Resultate bei mehrfach wiederholten Beobachtungen. Das zweite bestand darin die Probeexemplare aus dem Permeameter P_1 herauszunehmen und in das Permeameter P_2 (ein Duplikat des im Bureau of Standards gebrauchten Permeameters) zu legen und die Kurve mit dieser zweiten Anordnung unter Verwendung von magnetisierenden Kräften fortzusetzen, deren kleinste unter die höchsten gehörte, die durch das Permeameter P_1 zugeführt wurden. Dies zweite Kriterium erscheint berechtigt, weil angenommen wurde, daß, wenn die Entmagnetisierung überhaupt vollkommen war, die Anwendung der gleichen magnetisierenden Kraft in beiden Apparaten die gleiche Induktionsdichte ergeben müßte. Es ist eine wohlbekannte Tatsache, daß bei den gewöhnlichen Entmagnetisierungsmethoden es außerordentlich schwer ist fortlaufende Beobachtungsreihen für $\mathfrak{H}$-Werte aufzunehmen, die unterhalb 3 oder 4 Gauß liegen.

Zur Prüfung der Möglichkeit die Resultate zu wiederholen, wurden an einer Reihe von Stäben für Werte bis zu etwa 0,18 G., die Beobachtungen gegen 10mal wiederholt. Durchweg wurde völlige Übereinstimmung erreicht.

Aus den Kurven sind die an 4 Exemplaren erhaltenen Resultate zu ersehen. *A* und *B* waren zylindrische Stäbe von kreisförmigem Querschnitt, während *C* und *D* Bündel von Eisendrähten darstellen. Exemplar *A* war aus weichem Stahl; *B*, *C* und *D* bestanden aus Schmiedeeisen.

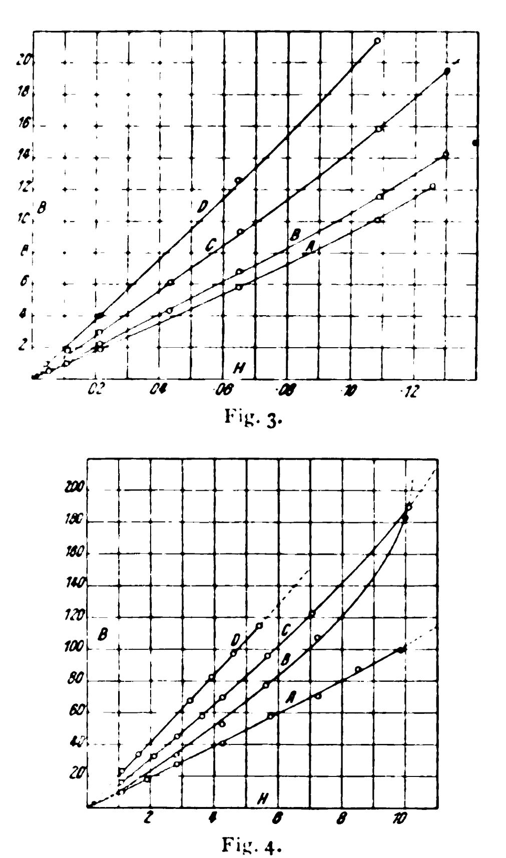


Fig. 3.

Fig. 4.

Trotzdem Spulen und Joche der **Burrows**schen Anordnung fast genaue Duplikate der Teile des Apparates aus dem Bureau of Standards sind, ist der ganze Aufbau der Apparatur und der Gang der Messung nicht in allem ebenso wie der in Washington gebräuchliche. Größtenteils sind die Verschiedenheiten durch lokale Bedürfnisse und Anpassungen begründet. Eine Eigentümlichkeit des abgeänderten Verfahrens jedoch ist wohl besonderer Aufmerksamkeit wert, nämlich die spezielle Methode, durch die man das Permeameter für direkte Ablesungen verwendet. Das übliche Verfahren Induktionsdichten zu messen, besteht darin, entweder den Strom der Primärspule der gegenseitigen Induktion abzugleichen oder den Wert der gegenseitigen Induktion selbst einzuregulieren, bis eine gleichzeitige Stromkommutierung in der magnetisierenden Spule und der Primärspule der gegenseitigen Induktion eine Nullablenkung des Galvanometers bewirkt, das in Serie mit den beiden Sekundärspulen liegt, die selbst so angeordnet sind, daß die induzierten Ströme entgegengesetzte Richtung haben. Dies bedeutet, daß die Gleichung für $\mathfrak{B}$ die Form

$$\mathfrak{B} = \frac{M \cdot i}{A \cdot S}$$

annimmt, wobei

M = Gegenseitige Induktion
i = Strom durch die Primärspule der gegenseitigen Induktion
A = Querschnittfläche des Eisens
S = Anzahl der Sekundärwindungen über dem Eisen
$\mathfrak{B}$ = Induktionsdichte.

Bei allen Apparaturen dieser Art scheint es fast unmöglich zu sein, durch Abgleichen der Induktionswirkung der gegenseitigen Induktion gegen diejenige der Probespule, ruhige Nullstellung des Galvanometers zu bewirken.

Wenn man sich dem kritischen Wert des Stromes für den genannten Ausgleich nähert, scheint der Galvanometerausschlag, statt deutlich nach der einen oder anderen Seite zu erfolgen in einer Art stattzufinden, die man als „Doppelstoß" (double kick) charakterisieren kann und die außerordentlich schwer zu interpretieren ist. Alle bisherigen Versuche von dieser lästigen Schwierigkeit frei zu werden, wie Änderung der Galvanometerperiode und Anpassung der Zeitkonstanten der beiden Teile des Stromkreises, haben versagt. Diese Ungewißheit darüber, was in der Nähe des kritischen Punktes vorgeht, ist die Ursache dafür, daß es unmöglich war, einen Faktor zu bestimmen, bei dem die Genauigkeit größer als ein Prozent war.

In dieser Arbeit ist statt der Nullmethode eine andere benutzt worden, die als Messung von $\mathfrak{B}$ durch die Methode „direkter Ablesung gleicher Ausschläge" bezeichnet werden kann. Sie besteht darin, für jeden Wert von $\mathfrak{B}$ einen bestimmten Galvanometerausschlag zu bekommen und dann einen zweiten gleichen Ausschlag dadurch zu erzielen, daß man den Strom vom Wert J_M durch die Primärspule der gegenseitigen Induktion hindurchleitet. Dies bedeutet, daß $\mathfrak{B}$ direkt proportional zu J_M ist, so daß die Milliamperemeterskala durch eine solche ersetzt werden kann, an der man die Induktionsdichte direkt abliest.

Dasselbe Milliamperemeter kann auch für direkte Ablesung der $\mathfrak{H}$-Werte benutzt werden, wenn man das Milliamperemeter und einen Kontrollrheostaten mit den Mittelpunkten eines doppelpoligen Umschalters verbindet, wodurch es möglich wird, das Milliamperemeter nebst Kontrollrheostaten entweder in den Stromkreis der Hauptmagnetisierungsspule oder in den primären Kreis der gegenseitigen Induktion zu verlegen. Dies bedeutet, daß das Milliamperemeter zwei Skalen braucht, deren eine direkt nach $\mathfrak{B}$-Werten geeicht ist, während man die andere so eichen kann, daß $\mathfrak{H}$-Werte abgelesen werden. Bei der Apparatur der Purdue-Universität wird eine einmal geeichte gegenseitige Induktion benutzt und ein Milliampèremeter, das zwei Strombereiche hat, woraus folgt, daß man sowohl für $\mathfrak{B}$ wie für $\mathfrak{H}$ je zwei Meßbereiche hat. $\mathfrak{H}$-Werte zwischen 2 und 500 Gauß lassen sich genau ablesen, während die $\mathfrak{B}$-Werte von 200 Gauß bis hinauf zu dem üblichen Maximum gemessen werden können.

Bei den genauen Messungen zur Bestimmung des magnetischen Verhaltens des Eisens für schwache magnetisierende Kräfte ist es sehr wichtig, vollständige Entmagnetisierung zu erlangen. **Gumlich** und **Rogowski** haben wie es scheint gute Resultate durch eine spezielle Modifikation des üblichen Verfahrens erzielt, das in der Verwendung eines abnehmenden kommutierten magnetisierenden Stromes besteht. In der vorliegenden Arbeit wurde die Entmagnetisierung nach der üblichen Methode vorgenommen, d. h. durch allmähliches Schwächen und gleichzeitiges Kommutieren des magnetisierenden Stromes, unterstützt durch mechanische Erschütterung des Versuchsobjektes im Erdfeld vermittels Klopfens mit einem Stück harten Holzes. Bei aller Einfachheit erwies sich diese Methode an den untersuchten Exemplaren als sehr wirksam. In allen Fällen wurde der Stab auf Entmagnetisierung mit Hilfe einer gleitenden Spule von etwa 3400 Windungen geprüft, die mit einem ballistischen Galvanometer in Serie

geschaltet war. Durch fortgesetzte Annäherung wurde der neutrale Zustand hergestellt.

Entgegen den Erfahrungen Gumlichs und Rogowskis kam es im Verlauf dieser Arbeit nicht vor, daß der Galvanometerausschlag sich mit der Anzahl der Kommutierungen änderte, d. h. der Ausschlag bei der ersten Kommutierung war, soweit es sich nachweisen ließ, dem bei der zwanzigsten oder irgendeiner anderen nachfolgenden Kommutierung gleich.

Es läßt sich gegen diese wie gegen jede andere ballistische Induktionsmethode ein schwerwiegender Einwand erheben, der darin besteht, daß die Messungen mit dem ballistischen Galvanometer etwas abweichende Werte ergeben können, weil das Galvanometer nicht befähigt ist, die „magnetische Viskosität" zu berücksichtigen.

Die Tatsache, daß beim Eisen der Übergang in einen neuen magnetischen Zustand durchaus nicht momentan erfolgt, ist durch Versuche Ewings[1]) mit Sicherheit nachgewiesen. Er schreibt folgendes: „Wenn der magnetisierende Strom auf lange Drähte weichen Eisens entweder stufenweise oder mehr oder weniger plötzlich einwirkte, war ein deutliches Hinaufkriechen des Magnetometerausschlages nachdem der Strom einen konstanten Wert angenommen hatte, zu beobachten. Dasselbe war manchmal so beträchtlich, daß ich mehrere Minuten warten mußte, ehe ich die Ablesungen am Magnetometer vornehmen konnte."

Da der Zeitverlust bei der Magnetisierung ziemlich groß sein kann, gibt das ballistische Galvanometer, das nicht darauf eingerichtet ist, langsame stetige Veränderungen anzuzeigen, einen Ausschlag, der kleiner ist als es dem konstanten Endwert von $\mathfrak{B}$ entspricht.

Wenn die beiden Kriterien für vollständige Entmagnetisierung: Möglichkeit, die Messungsresultate zu wiederholen und die Möglichkeit, verschiedene Teile der Kurve, die bei verschiedener Anordnung bestimmt wurden, zur Deckung zu bringen, beweisend sind, scheint es berechtigt, zu sagen, daß die kompensierte Doppelstab- und Jochmethode sich gut für Messungen des magnetischen Verhaltens des Eisens bei schwachen magnetisierenden Kräften eignet.

Versteht man unter „Anfangspermeabilität" die konstante Beziehung zwischen $\mathfrak{B}$ und $\mathfrak{H}$ unterhalb eines sehr niedrigen Wertes der magnetisierenden Kraft, so kann man annehmen, daß bei Erhöhung der Galvanometerempfindlichkeit diese Methode sich dafür eignen würde, eine genaue Prüfung der Existenz dieser Größe durchzuführen. Wahrscheinlich kommt der niedrigste Wert in jeder der Kurven diesem Betrag sehr nahe. Es ist zu hoffen, daß sich eine umfassende Untersuchung für noch kleinere Werte, als in dieser Arbeit erzielt wurden, ermöglichen läßt.

1) Phil. Trans. 1885, S. 569.

Die Ergebnisse zeigen, daß das kompensierte Doppelstab- und Jochpermeameter für Messungen kleiner Induktionsdichten verwendbar ist. Leider war es bei dem gebrauchten Apparat nicht möglich, unterhalb 0,005 Gauß genaue Messungen auszuführen. Ein für diesen Zweck konstruiertes Galvanometer von hoher ballistischer Empfindlichkeit wird uns in den Stand setzen bei kleineren magnetisierenden Kräften zu messen. Die Empfindlichkeit für die niedrigsten Punkte in dieser Arbeit war etwa $6 \cdot 10^{-9}$ Coulombs pro mm. Eine Vermehrung der Anzahl von Sekundärwindungen über eine gewisse Grenze hinaus kann für einen gegebenen Wert von $\mathfrak{B}$ den Ausschlag nicht vergrößern, weil dadurch zugleich der Widerstand im Galvanometerkreis vermehrt wird.

Herrn G. W. Sherman von der Physikalischen Abteilung der Purdue-Universität habe ich für den Vorschlag zu danken, das System „gleicher Ausschläge" statt der Nullmethode an Burrows' Permeameter anzuwenden.

Die Untersuchung wurde angeregt von Professor C. M. Smith, der sich lebhaft an der Durchführung beteiligt hat. Ich habe ihm für viele wertvolle Anregungen in jedem Stadium der Arbeit zu danken.

Physikalisches Laboratorium, Purdue-Universität Lafayette, Indiana, März 1914.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Luise Friedburg.)

(Eingegangen 19. März 1914.)

Über mikroseismische Bodenunruhe.

Von B. Gutenberg.

In dieser Zeitschrift (**15**, 415, 1914) hat Herr W. Pechau kürzlich einen Teil der über den obengenannten Gegenstand veröffentlichten Arbeiten angegriffen und sich dabei vorwiegend mit meiner Dissertation befaßt. Herr Pechau führt zunächst wieder neue Bezeichnungen ein, indem er die „mikroseismischen Bewegungen I. Art", wie jetzt meist die Bewegungen mit 4—10-sec-Periode genannt werden, einfach mit der für alle derartigen Bewegungen gültigen Bezeichnung „mikroseismische Bewegungen" belegt, während er für die „Bewegungen II. Art" wieder die alte, unglückliche Bezeichnung „Pulsationen" einführt, die nie eine bestimmte Be-

Mikroseismische Bodenunruhe am 12. u. 13. Dezember 1911.

deutung gewonnen hat, da sie jeder für etwas anderes benutzte, und nur zu Mißverständnissen Gelegenheit geboten hat. Herr Pechau erklärt die Bewegungen I. Art für eine „rein lokale Erscheinung, die durch Windwogen hervorgerufen wird". Daß die Bewegung nicht lokal ist, hat m. E. zuerst Schneider in Wien ausgesprochen, in meiner Dissertation habe ich weitere Beispiele gegeben, und schließlich zeigen die Kurven, die O. Hecker in „Ergebnisse der Beobachtung der mikroseismischen Bewegungen an den europäischen Stationen an vier Tagen des Winters 1911/12"[1]) wiedergibt, daß Maxima gleichzeitig in ganz Zentraleuropa auftreten. Die beigegebene Figur ist dieser Veröffentlichung entnommen, und man sieht, daß an diesen Tagen auch in Jena das Maximum gleichzeitig mit dem Maximum an den übrigen Stationen

1) Mitteilungen des Zentralbureaus der intern. seismologischen Assoziation, 1913, Nr. 2; Gerlands Beiträge zur Geophysik, XIII, Beilage zu Heft 2.

auftritt. Aber auch mit den „Windwogen" dürfte Jena ziemlich allein stehen, denn es haben u. a. Mazelle für Triest, Hecker für Potsdam, Klotz für Ottawa, Fürst Galitzin für Pulkovo, Schneider für Wien und ich selbst für Göttingen keinen Einfluß des lokalen Windes auf die vorliegende Art der Bodenunruhe gefunden, was auch Herrn Pechau beim Studium der Literatur sicherlich aufgefallen ist. Daß die Meeresbrandung nicht lebhaften Luftbewegungen auf dem Festland parallel läuft, wie Herr Pechau meint, ergibt sich aus dem Betrachten der Wetterkarten. Im übrigen waren am 13. Dez. 1911, für den die Kurven der Figur gezeichnet sind, nirgends über dem Festland bemerkenswerte Luftströmungen. Nur Süd-England und die Normandie hatten Sturm und starke Brandung. Dies widerspricht nicht meinen Vermutungen, denn ich gab an, daß die Ursache „vorherrschend" die Brandung in Süd-Norwegen sei, und sage S. 31 meiner Dissertation[1]): „Vielleicht spielen noch extreme Fälle anderer Brandungen mit", sowie ebendort „doch ist es auch möglich, daß extreme Fälle von Brandungen an kleineren Steilküsten (z. B. Normandie, Britische Inseln) sich ebenfalls bemerkbar machen". Herr Pechau schreibt weiter: „Die mikroseismische Bewegung ist . . . von der Temperatur abhängig. Im Sommer ist die Größe der Bodenbewegung etwa 0,5 μ . . ., im Winter dagegen sind Bewegungen von 15—20 μ . . . durchaus nicht selten". Herrn Pechau scheinen also die „Windwogen" als Ursache nicht zu genügen, er schließt aus der jährlichen Periode der Bewegungen auf einen Zusammenhang mit der Temperatur, er weiß aber nicht, ob er die Veränderungen der Periode und Amplitude im Laufe eines Jahres den „Luftdruckschwankungen" (?) oder der „Veränderung der Elastizität der obersten Erdschichten durch Frost" zuschreiben soll. Herr Pechau hält also mehrere ganz verschiedenartige meteorologische Elemente (Windwogen, Temperatur, Luftdruckschwankungen) gleichzeitig für die Ursachen der Bewegungen I. Art; hier ist doch die in meiner Dissertation von mir vertretene Wiechertsche Hypothese (Brandung an Steilküsten als Ursache) einfacher, denn ich konnte zeigen, daß die Größe der Bodenunruhe in Göttingen und die Größe der Brandung in Süd-Norwegen sogar in Einzelheiten die gleiche jährliche Periode besitzen. Jena ist wohl auch die einzige Station, an der Bewegungen I. Art von 15—20 μ im Winter „durchaus nicht selten" sind.

1) B. Gutenberg, Die seismische Bodenunruhe, Göttinger Dissertation 1911, und Gerlands Beiträge zur Geophysik XI.

Als Ursache der Bewegungen II. Art hat Hecker für Potsdam den Wind angegeben, Wilip hat dieses Resultat für Pulkovo bestätigt. Herr Pechau meint dagegen, diese Bewegungen seien einzig vom „Luftdruckgradienten" abhängig. Es ist aber einerseits sehr schwer, diesen Einfluß vom Einfluß des Windes zu trennen, da ja beide parallel gehen, andererseits sehe ich nicht, wie der Gradient selbst (nicht dessen Änderung!) Bodenbewegung hervorrufen sollte, etwa bei völliger Konstanz der Luftdruckverteilung.

Wenn ich diese Ausführungen vor Veröffentlichung des genauen Zahlenmaterials mache, so geschieht dies einmal, weil Herr Pechau bereits in der vorläufigen Mitteilung fast in jedem Absatz sich mit meiner Dissertation beschäftigt, andererseits aber auch, weil es möglich war, Herrn Pechau lediglich auf Grund des bereits vorhandenen Materials zu antworten.

Straßburg i. E., 21. April 1914.

(Eingegangen 22. April 1914.)

Ein Universalschalter.

Von A. Krause.

Für viele Zwecke ist es erwünscht, die gebräuchlichen Quecksilberschalter durch Apparate ohne Quecksilber zu ersetzen. Ich habe aus diesem Grunde einen Schalter[1]) konstruiert, der die Anwendungsmöglichkeiten der Wippen mit 4 und 6 Quecksilbernäpfen in sich vereinigt und

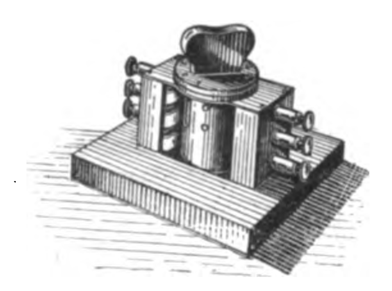


Fig. 1.

außerdem Schaltmöglichkeiten gibt, die bei gewissen Versuchen, z. B. solchen über Polarisation, von Vorteil sein können.

Auf einer Grundplatte aus Schiefer stehen zwei Säulen mit rechteckiger Grundfläche (Fig. 1). Zwischen ihnen befindet sich ein Hohlzylinder,

1) Der Schalter wird nach meinen Angaben von der Firma Gebr. Ruhstrat, Göttingen, gebaut und zum Preise von 8,50 M. in den Handel gebracht. Eine ausführlichere Beschreibung findet sich in der Zeitschr. f. mathem. u. naturw. Unterr. **45**, 103, 1914.

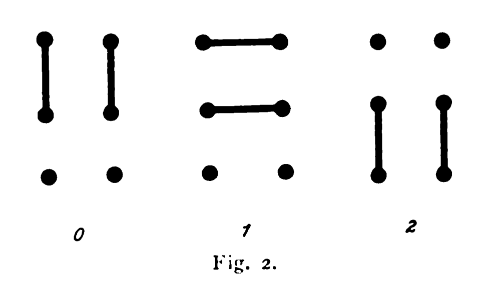


Fig. 2.

der mittels eines Griffes gedreht werden kann. Säulen und Zylinder bestehen aus Porzellan. Jede Säule hat drei Polklemmen, mit welchen auf der Innenseite in entsprechender Höhe drei U-förmige Flachfedern leitend verbunden sind. Der Zylinder trägt Kontaktstücke, welche die verschiedenen Verbindungen herstellen. Fig. 2 zeigt schematisch die den drei Schaltstellungen entsprechenden Verbindungen.

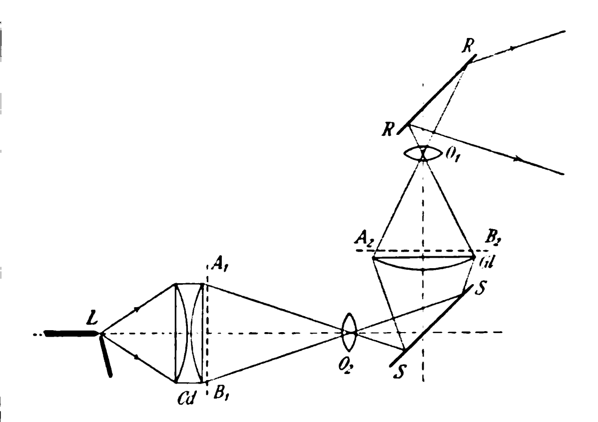
(Eingegangen 24. Februar 1914.)

Über eine Projektionseinrichtung zur gleichzeitigen Projektion horizontaler und vertikaler Gegenstände.

Von E. Klupathy.

Unter allen möglichen Anordnungen des Projektionsapparates im Hörsaale wird man immer die bevorzugen, welche die Projektion auf die Wand bzw. Projektionsschirm hinter dem Experimentiertisch, direkt gegenüber den Hörern ermöglicht. Zu diesem Zwecke ist im Hörsaale des hiesigen Instituts, wie üblich, die hintere aufschiebbare Tafel neigbar angeordnet und möglichst mattweiß angestrichen. Ein horizontaler Gegenstand (z. B. eine Bussole mit Glasskala) läßt sich dann mittels des sog. Vertikalprojektionsapparates ohne weiteres auf diese projizieren, auch wenn der Apparat direkt vor dem Experimentiertische steht (was immer bequem ist) ein vertikaler Gegenstand dagegen nur aus größerem Abstand bzw. höherer Aufstellung des Apparates.

Diesen Übelstand kann man durch die zu beschreibende Vereinigung des Horizontal- und Vertikalprojektionsapparates eliminieren; zugleich hat man den großen Vorteil, horizontale und vertikale Gegenstände ohne jegliche Änderung der Anordnung nacheinander oder auch gleichzeitig projizieren zu können. Die Figur zeigt das schematische Bild der Anordnung und den Strahlengang. Die Lichtquelle (L), der Kondensor (Kd) und das Projektionsobjektiv O_2 bilden zusammen einen gewöhnlichen Projektionsapparat, der Spiegel S, der Kondensor (Kl), das Objektiv O_1 und der Reflexionsspiegel R



einen Vertikalprojektionsapparat. Nun sind aber A_1 B_1 und A_2 B_2 in bezug auf das Objektiv O_2 konjugierte Ebenen, so daß der in A_1 B_1 angebrachte vertikalstehende Gegenstand in A_2 B_2 abgebildet wird, wobei die Linse Kl als Kollektorlinse wirkt: die Ebene A_2 B_2 wird dann wieder durch O_1 auf den Schirm abgebildet. Will man also einen vertikalen Gegenstand (Voltaelement, Elektroskop usw.) projizieren, so stellt man ihn vor den Kondensor Kd, einen horizontalen aber (Bussolen, Galvanometer usw.) auf den Kollektor Kl; man kann aber ebensogut beide gleichzeitig projizieren, um z. B. zu zeigen, wie in einem Voltaschen Element bei der Stromschließung die Hydrogenblasenentwicklung mit dem Galvanometerausschlag zugleich erfolgt oder um an dem Bild eines Elektroskops, das keine Skala besitzt, eine solche anzubringen, usw.

Als Lichtquelle dient eine automatisch regulierende Bogenlampe mit horizontalstehender Positivkohle. Eine solche Anordnung der Kohlen habe ich bereits im Jahre 1895 angegeben und die damals von der Firma Süß in Budapest verfertigte Lampe[1]) für Handregulierung ist mit geringen Änderungen auch jetzt noch dauernd im Gebrauch. Später (1897) habe ich auch vergleichende photometrische Messungen betreffs der Wirksamkeit dieser Anordnung ausgeführt im „Central Technical College" in London bei Prof. W. E. Ayrton.[2]) Es stellte sich heraus, daß man durch langsame Drehung der positiven Kohle um ihre Achse eine ganz gleichmäßige und symmetrische Abbrennung erreichen und die Schrägstellung der Kraterfläche verhindern kann, doch vermindert die Rotation etwas die Intensität, auch wenn in 30 Minuten nur eine Um-

1) S. in ungarischer Sprache in den „Mathematikai és Physikai Lapok" 5, 113–115, 1896.

2) Mathematikai és Physikai Lapok 8, 23, 1899. Die Lampe war auch Gegenstand eines englischen Patentes im Jahre 1896.

drehung erfolgt. Man erreicht aber denselben Effekt, nämlich die Vertikalstellung des Kraters und damit eine gute Lichtausbeute, in einfacher Weise dadurch, daß man die Kohle oben so abfeilt, daß aus dem kreisförmigen Querschnitt ein Kreissegment von der Höhe etwa $^1/_4$ bis $^1/_5$ Halbmesser wegfällt.

Es soll noch erwähnt werden, daß durch die Verschiebung beider Objektive auch die Vergrößerung geändert werden kann, mit der die vertikale Ebene A_1 B_1 abgebildet wird, was sich in manchen Fällen als nützlich erwiesen hat, wie auch der ganze Apparat (hergestellt in den Werkstätten des Instituts) seit drei Jahren sich am besten bewährte. Der Apparat kann von der Firma Franz Schmidt & Haensch in Berlin bezogen werden.

Budapest, II. physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 23. April 1914.)

BESPRECHUNGEN.

W. Meinardus, Meteorologische Ergebnisse der Deutschen Südpolarexpedition 1901—1903 und der Internationalen Meteorologischen Kooperation 1901—1903, Tabellen. Deutsche Südpolarexpedition 1901 bis 1903. Im Auftrage des Reichsamtes des Innern herausg. v. E. v. Drygalski. Bd. IV, Meteorologie. II. Bd., Heft III: Meteorologische Ergebnisse der Seefahrt des „Gauss" 1901—1903 und Ergebnisse der Luftdruckbeobachtungen der internationalen Meteorologischen Kooperation 1901—1904. VIII u. 208 S. Berlin, G. Reimer. 1913. Preis M. 48.—

Auf 452 Seiten des großen Formats werden die Einzelbeobachtungen sowohl der Winterstation des „Gauss" als auch der Kerguelenstation bekannt gegeben, sowie jene von der Ausreise wie Heimreise des Expeditionsschiffs. Die Luftdruckwerte der Kooperation sind in Monatsmitteln zusammengefaßt worden.

Nippoldt.

G. W. Walker, Modern Seismology. gr. 8. XII u. 88 S. mit Figuren im Text und auf Tafeln. London, Longmans, Green & Co. 1913. 5 sh net.

Das vorliegende Bändchen der Sammlung: Monographs on Physics (herausgeg. von J. J. Thomson u. Frank Horton) enthält eine zusammenfassende Darstellung der praktischen Seismik, umfassend die Technik der Seismographen und die Analyse der Bodenbewegungen.

Der erste Teil, Seismometry betitelt, handelt über die Instrumentenkunde. Die allgemeine Theorie der Seismographen wird in den Grundlinien entwickelt und durch ein Kapitel über die mechanische und elektromagnetische Registrierung wesentlich ergänzt. Hieran schließt sich die an Beispielen erläuterte Konstantenbestimmung der Seismographen nach Milne, E. Wiechert, Fürst Galitzin. Textfiguren und Abbildungen unterstützen die Beschreibung der gen. Apparattypen wirksam. Das Schlußkapitel enthält außer den Bemerkungen über die Aufstellung der Apparate noch Ansichten des Verf. über mögliche Fortschritte in der Konstruktion der Seismographen.

Der zweite Teil des Buches, der die nicht sehr glückliche Bezeichnung Seismogeophysics führt, leitet mit einem Auszug aus der Elastizitätstheorie über kleine Schwingungen eines begrenzten isotropen und homogenen Körpers über zu der Deutung der Seismogramme. Hierbei zeigt Verf. sehr klar, wie die Nichtübereinstimmung der skizzierten Theorie mit den Erfahrungen über die Laufzeiten und Emersionswinkel der Wellen zwingt, die Annahme einer homogenen und isotropen Erde aufzugeben. Die Methode der Strahlberechnung, für welche die Lösung von Bateman angeben ist, würde sich nun vorzüglich für die weitere Erforschung der Konstitution des Erdinnern eignen, dazu mußte jedoch die Laufzeitfunktion genau bekannt sein, auch für Entfernungen über 12000 km, woran es einstweilen noch fehlt. Die Methoden zur Lokalisierung der Epizentren werden an Beispielen erläutert, sehr unsicher dagegen bleiben noch die Bestimmungen der Herdtiefe. Über die Erscheinungen nicht seismischen Ursprungs: die Gezeiten der festen Erdrinde und die mikroseismische Bodenunruhe, berichtet das vorletzte Kapitel. Es finden sich die Arbeiten von Love, Schweydar und die Resultate der Beobachtungen von Hecker und von Orloff angegeben.

Das inhaltsreiche kleine Buch, dem teils verkleinerte Reproduktionen von Seismogrammen der Pendel nach Milne, Wiechert, Galitzin beigegeben sind, kann als Einführung in die praktische Seismik warm empfohlen werden. In den theoretischen Ausführungen finden sich einige Ungenauigkeiten, ihre Erwähnung mag der Besprechung in der Fachzeitschrift vorbehalten sein.

Ansel.

J. Herrmann, Elektrotechnik, Einführung in die Starkstrom-Technik, IV. Teil: Die Erzeugung und Verteilung der elektrischen Energie. 8. 140 S. mit 96 Figuren im Text und 64 Abbildungen und 16 Tafeln. (Sammlung Göschen, Nr. 657.) Berlin und Leipzig, G. J. Göschensche Verlagshandlung. 1913. Gebunden M. —.90

Der vierte Teil der Einführung in die Elektrotechnik, die Erzeugung und Verteilung der elektrischen Energie, reiht sich würdig seinen Vorgängern an. Die übersichtliche frische Darstellungsweise, die klaren technischen Zeichen und die instruktiven Abbildungen verraten deutlich den erfahrenen Hochschullehrer, der es versteht, sein Thema in lebendiger, anschaulicher



Form wiederzugeben. Wer sich rasch auf diesem Gebiete der Elektrotechnik unterrichten möchte, dem kann man dieses Buch nur empfehlen. Eine angenehme Zugabe bildet ein Verzeichnis der bekannten größeren Werke, in denen einzelne Spezialgebiete besonders ausführlich behandelt sind, die hier natürlich nur kurz skizziert werden können. Alfred Wertheimer.

H. Brearly, Die Wärmebehandlung der Werkzeugstähle. Autorisierte deutsche Bearbeitung der Schrift: „The heat treatment of tool steel" von R. Schäfer. gr. 8. XII u. 253 S. mit 199 Figuren. Berlin, Julius Springer. 1913. Gebunden M. 8.—

Die deutsche Ausgabe des bekannten, kürzlich in dieser Zeitschrift (**14**, 605, 1913) besprochenen englischen Werks hat durch die selbständige Neubearbeitung sehr gewonnen, so daß sie eines der besten Werke bildet, welche es auf diesem Gebiete gibt. Goerens.

Sonderabdrucke aus der „Helios" (Fach- und Exportzeitschrift für Elektrotechnik"). gr. 8. Leipzig, Hachmeister & Thal.

G. Brion, Die technischen Strom- und Spannungsmesser. 14 S. mit 23 Fig. 1909. M. 1.—

K. Fischer, Technische Widerstände. 15 S. mit 55 Fig. 1909. M. 1.—

H. Hausrath, Die Galvanometer. 26 S. mit 42 Fig. 1909. M. 1.—

H. Hausrath, Die Saitengalvanometer, ihre optischen Hilfsmittel und ihre Anwendungen. 42 S. mit 35 Fig. 1911. M. 1.—

H. Hausrath, Apparate und Verfahren zur Aufnahme und Darstellung von Wechselstromkurven und elektrischen Schwingungen. 132 S. mit 127 Fig. 1913. M. 3.—

E. Orlich, Über Strom- und Spannungswandler. 23 S. mit 14 Fig. 1912. M. —.80

G. Schulze, Quecksilberdampfgleichrichter. 16 S. mit 14 Fig. 1911. M. —.50

Eine Anzahl zusammenfassender Aufsätze aus verschiedenen Gebieten gibt der Verlag der bekannten Zeitschrift „Helios" nunmehr auch einzeln in Buch- bzw. Heftform heraus.

Der Aufsatz von Brion über die technischen Strom- und Spannungsmesser behandelt die physikalisch-technischen Grundlagen dieser Instrumente in gemeinverständlicher Weise.

In einem weiteren Hefte bespricht K. Fischer die Konstruktion technischer Widerstände, die bisher für die verschiedensten Zwecke vorgeschlagen bzw. angewendet worden sind.

Zwei Abhandlungen von Hausrath befassen sich mit den Galvanometern und Saitengalvanometern; es werden darin die Wirkungsweise, die Konstruktionsgrundsätze und die Anwendungen dieser Instrumente betrachtet. Die Schrift über die Galvanometer gibt eine gute Übersicht über die bisher bekannt gewordenen Ausführungsformen; ihre Haupteigenschaften, Hersteller und Preise sind in Tabellen zusammengestellt, die besonders dort von Nutzen sein dürften, wo die Frage der Beschaffung eines derartigen Instrumentes zur Erörterung steht.

In dem Aufsatz über die Saitengalvanometer wird das Schwergewicht auf die Erläuterung ihres praktischen Gebrauchs gelegt; diesem Zwecke dient neben der Beschreibung der Apparate die Angabe von praktischen Winken, die beim Experimentieren zu beachten sind.

Nach ähnlichen Gesichtspunkten ist die Abhandlung über die Apparate und Verfahren zur Aufnahme von Wechselstromkurven verfaßt. Sie enthält eine eingehende Beschreibung der verschiedenen Arten von Oszillographen einschließlich derer, die auf der Verwendung von Kathoden- und Glimmlichtröhren beruhen, sowie der Kontaktapparate.

Die Theorie der Meßtransformatoren behandelt Orlich durch eine glückliche Verbindung von Zeichnung und Rechnung in zugleich anschaulicher und exakter Weise. Wer sich über die Eigenschaften und die Prüfung dieser für die moderne Hochspannungstechnik so wichtigen Apparate näher unterrichten will, dem kann die kleine lesenswerte Schrift Orlichs nur empfohlen werden.

Der Aufsatz von G. Schulze befaßt sich mit der Einrichtung und der Wirkungsweise der Quecksilberdampfgleichrichter für Wechselstrom und Drehstrom. Da sich diese Apparate in der Praxis mehr und mehr einbürgern, wird auch diese Abhandlung, die in kurzer Darstellung alles Wesentliche bringt, vielen willkommen sein.

Zum Schlusse sei noch hervorgehoben, daß bei den besprochenen Abhandlungen an Abbildungen nicht gespart worden ist. K. W. Wagner.

Bücher der Naturwissenschaft. Herausgegeben von Prof. Dr. Siegm. Günther. kl. 8. Leipzig, Philipp Reclam jun.

9. und 14. Band: Franz Adami, Die Elektrizität. Erster und zweiter Teil. 306 S. Mit einem Porträt, 4 farbigen und 12 schwarzen Tafeln. 118 Textfiguren und einem Gesamtregister. 1911/12. Gebunden 1,50 M.

Das mit dem Bildnis des Verfassers geschmückte kleine Buch behandelt im ersten Teile die Elektrostatik und den Magnetismus, im zweiten Teile den Galvanismus, die Erzeugung der Elektrizität durch Wärme, die Induktionserscheinungen, die Induktionsströme und schließlich die elektrischen Maschinen. Es ist mit einer Anzahl vorzüglicher Tafeln versehen, unter denen die farbigen zur Darstellung des Drehstroms besonders zu erwähnen sind, und liest sich angenehm. Leider hat jedoch die Schrift den Mangel, den manche populär geschriebene naturwissenschaftliche Bücher aufweisen, es ist vielfach schwülstig geschrieben und in der Darstellung wiederholt inkorrekt und unklar.

10. Band: Robert Geigel, Die Wärme. 191 S. Mit 4 Tafeln und 32 Zeichnungen im Text. 1911. Gebunden 1 M.

Das recht flott und allgemeinverständlich geschriebene Büchlein enthält das Wissenswerteste aus der Wärmelehre, es berichtet über die Temperatur, die spezifische Wärme, die Änderung des Aggregatzustandes, die Ausbreitung der Wärme, die Erzeugung der Wärme usw. Das Schlußkapitel: Kosmische Wärme enthält unter anderem einen Bericht über die interessanten Arbeiten von G. Sommer über die Wirksamkeit und Verteilung der „Kalt- und Warmpunkte" des menschlichen Körpers. Gering-

fugige Inkorrektheiten bzw. Druckfehler finden sich auf den Seiten 47, 60, 70, 84, 148, 149, 152, 160.

11. Band: Günther Bugge, Chemie und Technik. 190 S. Mit 7 Tafeln und 14 Zeichnungen im Text. 1910. Gebunden 1 M.

Eine vortreffliche kurze Übersicht „über die Wege, auf denen menschlicher Geist und menschliche Arbeit die Umwandlung der Materie in nützlichen Stoff ermöglicht haben". Verbesserungsbedürftig ist der Passus auf S. 52: „Das Magnesiastäbchen der Nernstlampe ist eine feste Lösung verschiedener Metalloxyde (Magnesiumoxyd, Thoroxyd, Ceroxyd, Zirkonoxyd) in Aluminiumsilikat (Ton)."

12. Band: Eugen Alt, Das Klima. 136 S. Mit 3 farbigen Erdkarten und 4 Zeichnungen im Text. 1912. Gebunden 0,80 M.

In leicht verständlicher Form werden hier dem Leser die Grundzüge der modernen Klimakunde übermittelt, insbesondere wird auf die vielfachen Beziehungen hingewiesen, welche sich zwischen den klimatischen Eigentümlichkeiten eines Erdraums zum organischen und anorganischen Leben sowie zu dem Kulturzustande desselben ergeben. Das kleine Buch kann zur Orientierung auf diesem Gebiete bestens empfohlen werden.

13. Band: J. B. Messerschmitt, Physik der Gestirne. 196 S. Mit 4 farbigen und 9 schwarzen Tafeln und 21 Zeichnungen im Text. 1912. Gebunden 1 M.

Der hier gegebene gute Überblick über die Methoden und Ergebnisse der Astrophysik enthält in erster Linie eine Besprechung der Spektralanalyse und ihre Anwendungen, ferner Betrachtungen über die Temperatur der Sterne sowie über die Helligkeitsverhältnisse der Gestirne. Das letzte, den veränderlichen Sternen gewidmete Kapitel ist von C. Wirtz verfaßt, da der Tod den verdienten Forscher mitten aus der Arbeit hinweggerissen hat. Eine Anzahl schöner Tafeln gereichen dem Buche zur besonderen Zierde. R. Lucas.

Travaux et Mémoires du Bureau international des Poids et Mesures, publiés sous les auspices du comité international, par le directeur du bureau. Tome XV. Paris, Gauthier-Villars 1913.

Den größten Raum des neuen Bandes (134 Seiten Text und 146 Seiten Beobachtungen) nimmt die eingehende Beschreibung der Untersuchungen von J. René Benoit, Ch. Fabry und A. Perot zwecks Auswertung des Meters in Wellenlängen des Lichtes ein. Diese Arbeit, die bereits mehrere Jahre zurückliegt und über die schon mehrfach in physikalischen Zeitschriften berichtet worden ist, wurde unternommen, um die im Anfang der neunziger Jahre des vorigen Jahrhunderts zu ähnlichem Zweck angestellten Beobachtungen Michelsons (vgl. z. B. Scheel, Praktische Metronomie, Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1911, S. 144ff.) zu kontrollieren.

Im Prinzip wird bei der neuen ebenso wie bei der früheren Untersuchung mit Hilfe der Interferenzerscheinung die Zahl der Halbwellenlängen zwischen zwei Glasebenen, deren Entfernung komparatorisch ausgemessen wird, bestimmt; während aber Michelson die Interferenzen im reflektierten Licht erzeugte, beobachteten Benoit, Fabry und Perot im durchgehenden Licht. Ihre „Maßstäbe" sind demnach Luftplatten, die von den einander zugekehrten Seiten ebener, einander paralleler Glasplatten gebildet werden, welche zu diesem Zweck gegen die Enden eines trogförmigen Körpers aus Invar angedruckt werden.

Da eine 1 m dicke Luftplatte wegen mangelnder Interferenzfähigkeit des Lichtes nicht mehr direkt in Wellenlängen ausmeßbar ist, so stellten Benoit, Fabry und Perot vier Hilfsetalons von 50 cm, 25 cm, 12,5 cm und 6,25 cm Länge her, die optisch aufeinander bezogen werden konnten. Der kürzeste dieser Etalons ließ sich in einem aus versilberten Glasplatten bestehenden Interferometer direkt in Wellenlängen auswerten. Das Abzählen der Interferenzen konnte hierbei durch Anwendung einer Koinzidenzmethode erheblich erleichtert werden, die darin besteht, daß man mit mehreren, etwa zwei homogenen Lichtstrahlen verschiedener Wellenlänge gleichzeitig Interferenzen erzeugt und die Anzahl der Konsonanzen und Dissonanzen zählt, die bei einer kontinuierlichen Änderung des Gangunterschiedes durch das Gesichtsfeld gehen.

Als Schlußresultat der Untersuchungen ergibt sich die Länge des Meters in Wellenlängen λ der roten Cadmiumlinie in trockener Luft von 15° der Wasserstoffskala und 760 mm Druck

$$1 \text{ m} = 1553\,164{,}13\ \lambda \text{ oder } \lambda = 0{,}643\,846\,96\ \mu.$$

Um einen Vergleich mit den Resultaten Michelsons zu ermöglichen, werden an dessen Werten zwei Korrektionen angebracht. Die eine betrifft die Reduktion der Temperatur auf die Wasserstoffskala und würde den Wert von λ um 31 Einheiten der letzten angegebenen Stelle erhöhen; die zweite soll den Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf die Wellenlänge berücksichtigen, kann aber, da die Beobachtungsdaten fehlen, nachträglich nicht mehr mit voller Sicherheit ermittelt werden. Je nachdem man eine Feuchtigkeit von 50, 60 oder 70 Proz. annimmt, berechnen sich die korrigierten Werte von λ

für 50 Proz. Feuchtigkeit $\lambda = 0{,}64384704$
„ 60 „ „ $0{,}64384700$
„ 70 „ „ $0{,}64384695$,

in genügender Übereinstimmung mit den neueren Daten von Benoit, Fabry und Perot.

Die zweite (Guillaume, 31 S.) und dritte Arbeit (Pérard, 169 S.) des vorliegenden 15. Bandes sind dem Studium der Endmaße gewidmet, deren Ausmessung bereits auf eine hohe Stufe der Vollkommenheit gebracht ist. Beide Arbeiten, die ein kurzes Referat an dieser Stelle nicht gestatten, sind meßtechnisch von großem Interesse und hoher Bedeutung. Die benutzten Methoden und die gewonnenen Beobachtungsresultate werden eingehend mitgeteilt; es ergibt sich, daß die Genauigkeit der Vergleichung von Endmaßen von derselben Größenordnung, wenn nicht gar gleich der Genauigkeit bei der Vergleichung von Strichmaßen ist. Für einen Endmaßesatz von 100, 200, 300, ..., 1000 mm zeigten Messungen im Jahre 1909 und im Jahre 1913 Abweichungen von im Mittel nur 0,3 μ.

Es folgt dann (auf 92 Seiten) der Abdruck des Protokolls der 4. Conférence générale des Poids et Mesures, réuni à Paris en 1907. Diese Konferenz, an der Vertreter aller Staaten der sogenannten Meterkonvention teilnehmen, findet nur in größeren Zeitzwischenräumen statt (die 5. Konferenz tagte im Jahre 1913). Das Protokoll gewährt einen knappen aber erschöpfenden Überblick über die Arbeiten des Bureaus und die Fortschritte des metrischen Maßsystems überhaupt in dem letztvergangenen Zeitraum und kann darum Interessenten zur Lektüre bestens empfohlen werden. Als wesentliche Unterlage für die Verhandlungen der Generalkonferenz diente ein am Schluß des Bandes abgedruckter Bericht von Ch. Ed. Guillaume (92 S.),

der die Beständigkeit der verschiedenen Etalons (Meter, Kilogramm, Thermometer), die Grundlagen des metrischen Maßsystems (Auswertung des Meters in Wellenlängen, Volumen von 1 kg Wasser, Temperaturskalen, den Normalwert der Schwerebeschleunigung und den Normaldruck), die politische Ausbreitung des metrischen Maßsystems und seine verschiedenen wissenschaftlichen und technischen Anwendungen behandelt.

Scheel.

F. M. Jaeger, Eine Anleitung zur Ausführung exakter physiko-chemischer Messungen bei höheren Temperaturen. Mit besonderer Berücksichtigung des Studiums der Mineralsynthese und der Silikatchemie. gr. 8. VII u. 152 S. mit 35 Textfiguren. Groningen, J. B. Wolters. 1913. Gebunden M. 5.50

Der Inhalt dieses sehr brauchbaren Buches sollte unbedingt allen denen bekannt sein, die auf dem Gebiete der hohen Temperaturen arbeiten wollen. Neben der eingehenden Beschreibung der als exakt und bequem erkannten Methoden der Messung hoher Temperaturen ist zum Teil mit sehr scharfer, aber treffender und gut begründeter Kritik an vorliegenden Messungen auf die Fehlerquellen bei Temperaturbestimmungen verschiedener Art aufmerksam gemacht und die Bedeutung durch Beispiele illustriert. Diese eingehende Behandlung der für exakte Messung notwendigen Vorsichtsmaßregeln (Schutz der Thermoelemente gegen Ofengase und Metalldämpfe, speziell vor Iridium; Schwierigkeit der Schmelzpunkt- und Übergangstemperaturbestimmungen durch Beobachtung von Abkühlungsgeschwindigkeiten; Einflüsse von Verunreinigungen auf Schmelztemperaturen u. a. m.) und die Sichtung der Arbeitsmethoden in dem vorliegenden Buch ist ganz besonders deshalb sehr wertvoll, weil die beschriebenen Methoden im Institut des Verfassers (für allgemeine und anorganische Chemie der Universität in Groningen) ausprobiert worden sind, wobei die Erfahrungen des geophysikalischen Laboratoriums in Washington ausgiebig benutzt wurden. So wird das Buch sowohl Studenten als auch Fachleuten der Chemie, Mineralogie und Physik bei Arbeiten auf dem Gebiet der hohen Temperaturen nützlich sein und zweifellos dazu beitragen, daß die unzuverlässigen und wertlosen Arbeitsmethoden aus dem Laboratorium verschwinden. Es ist daher dem Buch eine recht weite Verbreitung zu wünschen.

Es zerfällt in die 6 Kapitel: 1. Die Temperaturmessung. 2. Die Einrichtung der Öfen und Heizapparate (hierin sind auch die modernen Vakuum- und Drucköfen von Ruff, Arsem, Boeke u. a. an der Hand von Abbildungen besprochen). 3. Die exakte Bestimmung der Gleichgewichtstemperaturen. 4. Die mikroskopische Untersuchung und Charakterisierung der festen Phasen. 5. Die optischen und thermischen Daten zur Charakteristik der Bodenkörper und der übrigen festen Phasen, welche bei Silikatuntersuchungen benutzt werden können (24 Substanzen). 6. Einiges über andere Meßmethoden bei extremen Temperaturen (kalorimetrische Bestimmungen, Messungen des spez. Gewichts, der Oberflächenspannung, der elektrischen Leitfähigkeit). Zum Schluß sind einige Tabellen (in der Hauptsache thermometrische Fixpunkte und einige andere thermische Daten) mitgeteilt. Jedem Kapitel ist ferner als Anhang ein ausführliches Literaturverzeichnis beigegeben.

Valentiner.

Gesellschaft für Lindes Eismaschinen, Abteilung für Gasverflüssigung. Technik der tiefen Temperaturen. gr. 8. 63 S. mit 34 Abbildungen. München u. Berlin, R. Oldenbourg. 1913. Gebunden M. 3.—

Dieses Büchlein, das dem 3. internationalen Kältekongreß in Chicago 1913 vorgelegt wurde, gibt eine anschauliche Schilderung der Entstehung und der Entwicklung der Technik der tiefen Temperaturen, die aus der Erfindung der Lindeschen Luftverflüssigungsmaschine hervorgegangen ist. Im ersten Teil (18 Seiten) bespricht der Begründer der neuen Industrie Carl Linde selbst die physikalischen und technischen Grundlagen. In knapper Form, vielleicht freilich zu kurz, um leicht verständlich zu sein, setzt er die Unterschiede der Gasverflüssigungsmethoden auseinander, der Expansion mit und ohne Abgabe von mechanischer Arbeit; an der Hand einiger Diagramme zeigt er, wann seine Methode (Expansion ohne Arbeitsleistung) gerade so viel oder mehr als die andere Methode (Claude) leisten kann. Dann wendet er sich den Trennungsmethoden von Gasgemischen zu, deren vorzüglichste das Rektifikationsverfahren ist, das ihm 1902 geschützt wurde. — Der zweite von R. Wucherer verfaßte Teil (45 Seiten) ist der industriellen und technischen Entwicklung gewidmet. Es ist sehr interessant, an den im zweiten Teil mitgeteilten Zahlen die rasche Ausdehnung und die gegenwärtig große Bedeutung der Kälteindustrie zu verfolgen. So hört man, daß in verschiedenen Ländern der Welt in den Sauerstofffabriken, die von der Gesellschaft Linde direkt oder indirekt ins Leben gerufen sind, nicht weniger als 14,4 Millionen cbm Sauerstoff erzeugt werden, wovon 6 Millionen auf Deutschland kommen. Wucherer geht auch auf die Verwertungsarten von Sauerstoff (besonders für Schweißen), von Stickstoff und von Wasserstoff etwas ein. Er erörtert ferner die Konstruktion der Rektifikationen zur Zerlegung der flüssigen Luft sowie die Gewinnung von Wasserstoff aus Wassergas durch fraktionierte Kondensation der weniger flüchtigen Bestandteile (spez. CO). Valentiner.

G. K. Burgeß u. H. Le Chatelier, Die Messung hoher Temperaturen. Nach der dritten amerikanischen Auflage übersetzt und mit Ergänzungen versehen von G. Leithäuser. gr. 8. XVI u. 486 S. mit 178 Textfiguren. Berlin, Julius Springer. 1913. M. 15.—, gebunden M. 16.—

Das Buch ist aus den vor einer Reihe von Jahren von Le Chatelier veröffentlichten Vorlesungen über Messung hoher Temperaturen entstanden. Es ist von Burgeß, der sich selbst ebenso wie Le Chatelier um die Entwicklung der Messung hoher Temperaturen verdient gemacht hat, ins Englische übersetzt und mehrfach umgearbeitet und erweitert worden und liegt nun auch, von neuem mit Ergänzungen versehen, erfreulicherweise in deutscher Übersetzung von Leithäuser vor. In Anbetracht der enormen Fortschritte, die gerade in den letzten Jahren in der Kenntnis der hohen Temperaturen und in der Messung derselben errungen werden konnten, die aber zum Teil den Technikern noch nicht in dem wünschenswerten Umfange bekannt geworden sind, da sie bisher noch nicht zusammenfassend und dabei eingehend behandelt wurden, ist die Umarbeitung und Übersetzung durch die Herren Burgeß und Leithäuser sehr zu begrüßen. Sie wird zweifellos nicht nur der Technik,

sondern auch dem Studenten und Forscher von Nutzen sein.

Die vorgenommenen Erweiterungen beziehen sich in erster Linie auf die optische und elektrische Pyrometrie. So ist dem Thermoelement das 4. Kapitel mit 90 Seiten, dem elektrischen Widerstandsthermometer das 5. Kapitel mit 40 Seiten, den Pyrometern, die auf den Strahlungseigenschaften beruhen, das 6., 7. und 8. Kapitel mit zusammen 120 Seiten gewidmet. Ebenso wie bei der Besprechung des Gasthermometers (Kapitel 2) und der Behandlung der in Kapitel 9 zusammengestellten, sonst nicht besprochenen, anderen pyrometrischen Methoden, wie endlich auch in Kapitel 10, das über die registrierenden Pyrometer handelt, ist in den Kapiteln 4—8 nicht allein das Methodische und die den Methoden anhaftenden Fehlerquellen eingehend beschrieben, sondern es sind außerdem die meisten Typen der auf den beschriebenen Methoden beruhenden Thermometer naher betrachtet worden; ferner wurde meist die erreichbare Genauigkeit mitgeteilt. Auch was an Nebenapparaten, wie Kompensationsapparat, Galvanometer usw., notwendig und zweckmäßig ist, findet man in dem Buch zusammengestellt. Häufig ist die Art der Messung mit dem einen oder anderen Instrument durch Zahlenbeispiele der größeren Verständlichkeit wegen illustriert, wobei auf die nötigen Vorsichtsmaßregeln und Fehlereinflüsse in überzeugender Weise aufmerksam gemacht werden konnte.

Kapitel 11 (Eichung der Pyrometer) enthält wertvolle Zusammenstellungen von Fixpunkten, ferner einige praktische Winke, auf die bei Eichungen zu achten ist und einige kurze Angaben über elektrische Heizapparate, die für Schmelzpunktsbestimmungen usw. zu verwenden sind. Erwünscht werden vielen auch die Tabellen am Schluß sein, speziell die über die Platintemperaturen.

Was die Anordnung des Stoffes anlangt, so ließe sich da vielleicht noch einiges verbessern; am meisten habe ich diesen Wunsch in den beiden ersten Kapiteln (Normalskala der Temperaturen und Gaspyrometer) empfunden, deren Inhalt mir etwas unübersichtlich erschienen ist. Als nicht ganz zweckmäßig ist mir auch die Art der Literaturangabe aufgefallen. Es ist zwar ein ausführliches Literaturverzeichnis am Schluß des Buches gegeben, durch das man sich orientieren kann. Im Text selbst findet sich aber nie ein Hinweis auf die eine oder andere Arbeit, nur der Name des Beobachters oder theoretischen Forschers ist angegeben, selten die Jahreszahl. Vielleicht kann in einer Neuauflage eine entsprechende Änderung vorgenommen werden, die freilich eine beträchtliche Arbeit bedeuten würde. Es würde sich aber schon deshalb lohnen, weil dadurch viel deutlicher die rasche Entwicklung der Messung hoher Temperaturen in den letzten Jahren hervortreten könnte, die doch zweifellos großes Interesse an sich bietet.

Leithäuser hat in der deutschen Ausgabe die neueren Strahlungsmessungen (Nachweis der Gesetze von Boltzmann, Wien, Planck), ferner u. a. auch die Messung von Flammentemperaturen, eine Beschreibung des Diesselhorstschen Kompensationsapparates, des Mikropyrometers von Burgeß mit aufgenommen und auch an anderen Stellen dafür Sorge getragen, daß der Inhalt und die Darstellung den neuesten Fortschritten entspricht. Valentiner.

F. Moritz, Les moteurs thermiques dans leurs rapports avec la thermodynamique. Moteurs à explosion et à combustion. Machines alternatives à vapeur. Turbines à vapeur. gr. 8. VI u. 297 S. mit 115 Textfiguren und 1 Tafel. Paris, Librairie Gauthier-Villars. 1913. Fr. 13.—

Der Verfasser stellt sich die Aufgabe, den Ingenieuren die Anwendungen der technischen Thermodynamik auf die in den thermischen Maschinen sich abspielenden inneren Vorgänge zu zeigen. Zu diesem Zweck beginnt das Buch mit einem kurzen Abriß der Thermodynamik der Gase und Dampfe, an den sich die Besprechung der Kreisprozesse in den Verbrennungsmaschinen und Dampfmaschinen anschließt. Der weitere Inhalt des Buches ist der strömenden Bewegung der Dämpfe und der Theorie der Dampfturbinen gewidmet. Nach der Meinung des Verfassers enthält das Buch nur diejenigen theoretischen Grundlagen, die jeder Maschineningenieur mindestens wissen muß. Das Buch ist in sehr leichtverständlicher Form gehalten, bedeutet aber keine wesentliche Bereicherung der vorhandenen Literatur auf diesem Gebiete, und steht namentlich hinter den in deutscher Sprache erschienenen Werken über technische Thermodynamik zurück. Neben manchen ganz geschickten Ableitungen enthält das Buch leider auch ganz falsche Darstellungen: So wird z. B. auf S. 67 der Kreisprozeß der Explosionsmaschinen irrtümlich als zwischen zwei Adiabaten, einer Kurve konstanten Volumens und einer Isobare verlaufend angegeben, während er bei allen modernen Maschinen dieser Gattung theoretisch zwischen zwei Adiabaten und zwei Kurven konstanten Volumens verläuft. Dieser letzte Kreisprozeß wird auf S. 81 nur ganz nebenbei erwähnt. Ebenso wird der Kreisprozeß der Gleichdruckmaschinen, zu denen auch die Dieselmaschine gehört, auf S. 72 irrtümlich zwischen zwei Adiabaten und zwei Isobaren angegeben, und also mit dem Kreisprozeß in der Heißluftmaschine verwechselt. Der Prozeß in der modernen Gleichdruckmaschine verläuft in Wirklichkeit zwischen zwei Adiabaten, einer Kurve konstanten Druckes (Verbrennung) und einer Kurve konstanten Volumens.

Auf S. 102 wird bei der Besprechung der Expansionslinie des Dampfmaschinen-Indikatordiagramms bemerkt, daß diese Linie durch eine gleichseitige Hyperbel dargestellt werden kann und es heißt darauf wörtlich: „c'est à dire a peu près une isotherme“. Sollte man bei einem Verfasser eines Buches über Thermodynamik wirklich nicht voraussetzen dürfen, daß er sich über den Verlauf einer Isotherme für gesättigte Dämpfe im Druck-Volumen-Diagramm klar ist?

Beim aufmerksamen Lesen des Buches findet man in den Formeln noch einige Unstimmigkeiten: so ist z. B. auf S. 111 von der rechten Seite der Gleichung (3) noch das Glied Apv_0 abzuziehen. Das mechanische Wärmeäquivalent wird mit 432 mkg für 1 kg Kalorie angegeben, während neuerdings die Zahl 427 als der richtigste Mittelwert angesehen wird.

Sorgfältiger und vollständiger sind die Abschnitte über strömende Bewegung und die Theorie der Dampfturbinen behandelt. Das für diese Zwecke so außerordentlich bequeme Wärmeinhalts-Entropie-Diagramm von Mollier wird jedoch nur kurz erwähnt und nicht genügend gewürdigt. Am Schluß des Buches liegt eine große Temperatur-Entropietafel für Wasserdampf bei, in welche auch Kurven konstanten Wärmeinhalts (Drosselkurven) hineingezeichnet sind, und zwar von zwei zu zwei Wärmeeinheiten.

Wenn das Buch auch keine bedeutende Neuerscheinung darstellt, so kann es doch dank seiner anregenden Sprache und übersichtlichen Anordnung des Stoffes den Lesern empfohlen werden.

R. Plank.

H. Busch, Stabilität, Labilität und Pendelungen in der Elektrotechnik. gr. 8. VIII u. 246 S. m. 69 Fig. Leipzig, S. Hirzel. 1913. Geh. M. 6.—, geb. M. 7.—

Stabilitätsfragen spielen in den verschiedenen Gebieten der Elektrotechnik eine wichtige Rolle. Wo solche Fragen auftauchten, hat man sie bisher je nach Lage des Falles in recht verschiedener Weise zu beantworten versucht. Dagegen hat eine Betrachtung dieser Probleme aus einheitlichen allgemeinen Gesichtspunkten heraus bisher noch gefehlt. Diese Lücke wird von der vorliegenden Arbeit ausgefüllt. Es werden darin die allgemeinen Methoden zur Lösung von Stabilitätsfragen angegeben und die verschiedenen Wege, die man bei der Behandlung spezieller Probleme einschlagen kann, einer kritischen Betrachtung unterzogen. Dies ist wichtig, weil bei gedankenloser Anwendung von speziellen „Stabilitätskriterien" leicht Trugschlüsse herauskommen. Die theoretischen Betrachtungen sind durch zahlreiche Anwendungsbeispiele und stellenweise auch durch Versuchsergebnisse erläutert. Die Mehrzahl der Beispiele betrifft Erscheinungen, die in der Elektrotechnik zwar seit langem wohl bekannt sind; aber es ist überraschend, wie manche von ihnen in der vorliegenden Darstellungsweise in einem ganz neuen Lichte erscheinen.

Die einzelnen Kapitel behandeln:

I. Die Stabilität der stationären Bewegung von Elektrizität.

II. Die Stabilität der stationären Bewegung rotierender Massen.

III. Die mechanisch-elektrische Stabilität.

IV. Anwendungen auf praktische Fälle.

Das Buch ist ein erweiterter Abdruck der aus dem Simonschen Institut hervorgegangenen Göttinger Dissertation des Verfassers und bildet auch für diejenigen, die an den behandelten Fragen kein unmittelbares Fachinteresse haben, eine anregende Lektüre. K. W. Wagner.

Tagesereignisse.

Fabrikmäßige Darstellung von Merkurosulfat für Normalelemente.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

Auf Anregung der Reichsanstalt hat sich die Firma E. de Haën, Chemische Fabrik „List" G. m. b. H. in Seelze bei Hannover der Mühe unterzogen, Merkurosulfat für Normalelemente in größeren Mengen herzustellen unter Beachtung der ihr zu diesem Zweck gegebenen Anweisungen der Reichsanstalt.

Das Merkurosulfat wird unter einer gesättigten Lösung von Kadmiumsulfat aufbewahrt, so daß es zur Verwendung in Weston-Normalelementen (mit gesättigter Lösung) ohne weiteres zu verwenden ist und kann in Flaschen zu $^1/_2$ kg, welche in der Reichsanstalt plombiert sind, von der Firma zum Preise von 50 M. pro Flasche bezogen werden.

Bekanntlich ergibt das im Handel bezogene Merkurosulfat häufig abweichende Werte der EMK[1]), während nach der von Herrn von Steinwehr angegebenen Fällungsmethode[2]), die auch von der Firma de Haën befolgt worden ist, ein stets gleichbleibendes Präparat erhalten wird. Der gesamte von der Firma hergestellte Vorrat wird der Reichsanstalt zugestellt und durch Herstellung von Probeelementen, die 2—3 Monate unter Beobachtung gehalten werden, auf sein Verhalten in elektrochemischer Hinsicht geprüft.

Die Firma erhält dann das Präparat in plombierten Flaschen zum Verkauf zurück, so daß jede Gefahr einer Verwechslung ausgeschlossen ist.

1) Zeitschr. f. Instrkde. 21, 76, 1901.

2) Ib. 25, 205, 1905.

Empfangsanordnung für die Beobachtungen während der Sonnenfinsternis.

(Zirkular der Redaktion des Jahrbuchs der drahtlosen Telegraphie, Zürich I, Hauptpostfach 6123.)

Von der Parallelohm-Hörmethode soll, weil zu ungenau und zu sehr von subjektiven Faktoren beeinflußt, möglichst abgesehen werden. Es wird die Benutzung eines empfindlichen Galvanometers (von etwa $5 \cdot 10^{-9}$ Amp. Empfindlichkeit am besten bei 5000 Ohm Widerstand und 1 Sek. Schwingungsdauer) erbeten, entweder mit photographischer Registrierung oder mit Ablesungen; in letzterem Falle sind die Ausschläge graphisch als Ordinaten aufzutragen, während die Zeit die Abszissenachse bildet, wobei der Maßstab willkürlich gewählt werden kann. Atmosphärische Störungen werden natürlich mit registriert. Das Galvanometer wird in einem aperiodischen Detektorkreis, der möglichst eng mit der Antenne zu koppeln ist, an Stelle des Telephons geschaltet, und zwar am besten unter Parallelschaltung eines kleinen Blockkondensators zum Telephon bzw. Galvanometer. Als Detektor wird vorteilhaft ein empfindlicher Kontakt-Kristalldetektor benützt und empfiehlt es sich, zwei Detektoren von gleicher Empfindlichkeit zur abwechselnden Benutzung bereit zu halten.

Ich bitte um gefl. baldige Mitteilung, ob auf Ihre freundliche Unterstützung durch solche Aufnahmen zu rechnen ist. Voraussichtlich wird mit Vorversuchen zur Einübung schon im Juni begonnen werden, und lasse ich im Falle Ihrer Zusage Versuchsprogramm demnächst folgen.

Dr. G. Eichhorn,
Mitarbeiter der Commission Internationale de T. S. F. (Brüssel) und des B. A. Committee (London).

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Akademie (vom 1. Oktober 1914 ab: Universität) Frankfurt a. M. Dr. Alfred Brill für Astronomie.

Ernannt: Der a. o. Professor der Wesleyan University in Middletown Dr. Burton H. Camp zum ord. Professor der Mathematik ebenda, der ord. Professor der Astronomie an der Universität St. Petersburg Dr. Alexander Alexandr. Ivanov zum Direktor der Sternwarte daselbst, der Direktor des Yerkes Observatory Dr. F. Slocum zum ord. Professor der Mathematik an der Wesleyan University in Middletown, der Privat- und Honorardozent für Geschichte der Naturwissenschaften an der Technischen Hochschule Wien Dr. Franz Strunz zum a. o. Professor an derselben Hochschule, der Privatdozent für Chemie an der Universität Breslau Professor Dr. Otto Sackur zum Abteilungsleiter am Kaiser-Wilhelm-Institut für physikalische und Elektrochemie zu Berlin-Dahlem, der a. o. Professor für chemische Analyse an der K. Ung. Hochschule für Berg- und Forstwesen in Schemnitz Ludwig Tomasovszky zum ord. Professor an derselben Anstalt.

Verliehen: Dem Assistenten am Physikalischen Staatslaboratorium in Hamburg Dr. Christian Jensen der Titel Professor, dem ord. Professor der Physikalischen Chemie an der Universität Leipzig Dr. Max Le Blanc der Titel Geh. Hofrat.

Gestorben: Instructor of Chemistry an der Universität von Chicago Dr. Edith Ethel Bernard, der frühere Professor der Mathematik Dr. Charles Ruchonnet in Lausanne, der emer. ord. Professor der Physik an der Kaiserl. Universität St. Petersburg Dr. Ivan J. Borgmann.

Für die Redaktion verantwortlich i. V.: Privatdozent Dr. Max Born in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



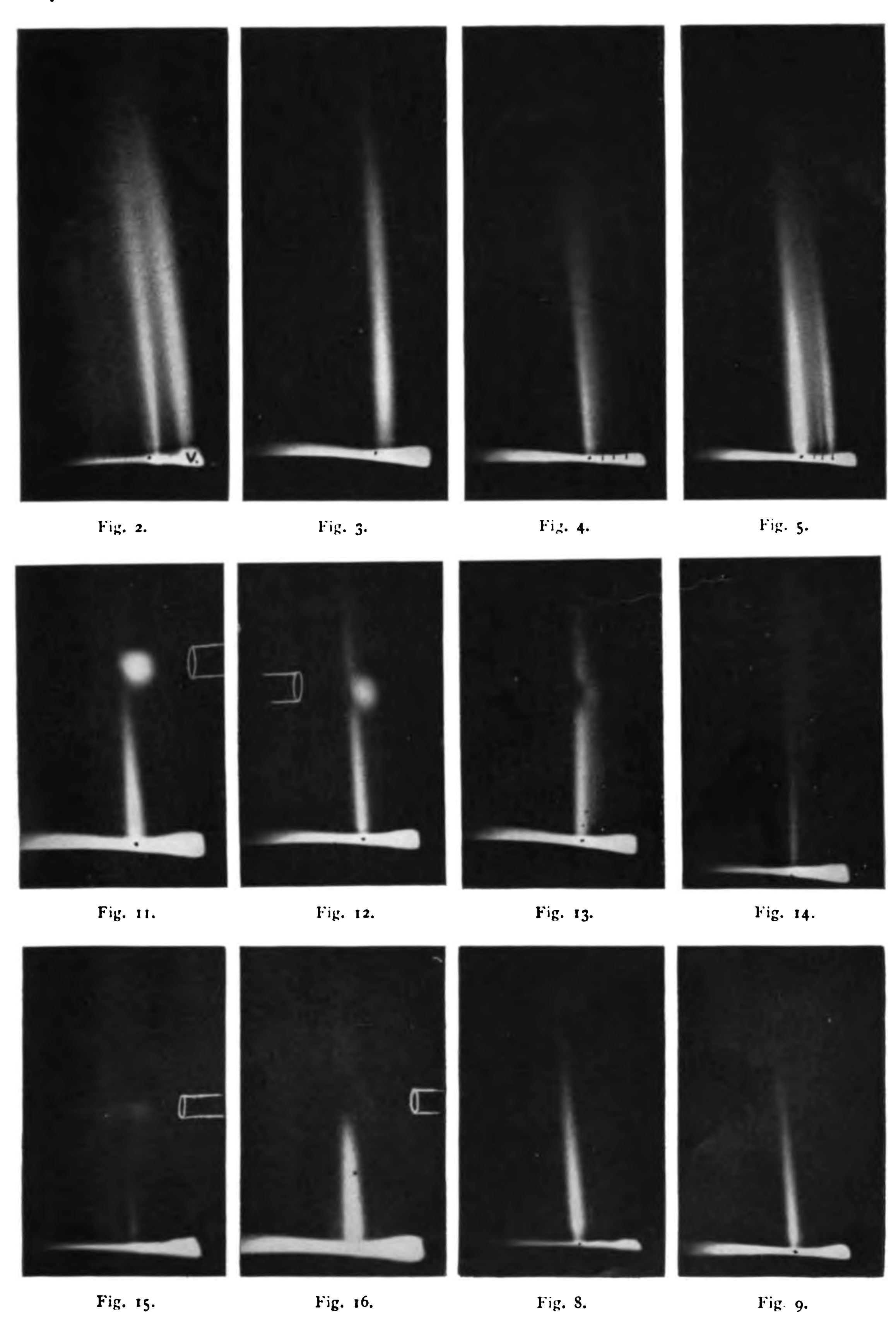


Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4. Fig. 5.

Fig. 11. Fig. 12. Fig. 13. Fig. 14.

Fig. 15. Fig. 16. Fig. 8. Fig. 9.

R. W. Wood und G. A. Hemsalech, Die durch Ultra-Schumann-Wellen erregte Fluoreszenz von Gasen.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.



Fig. 6.

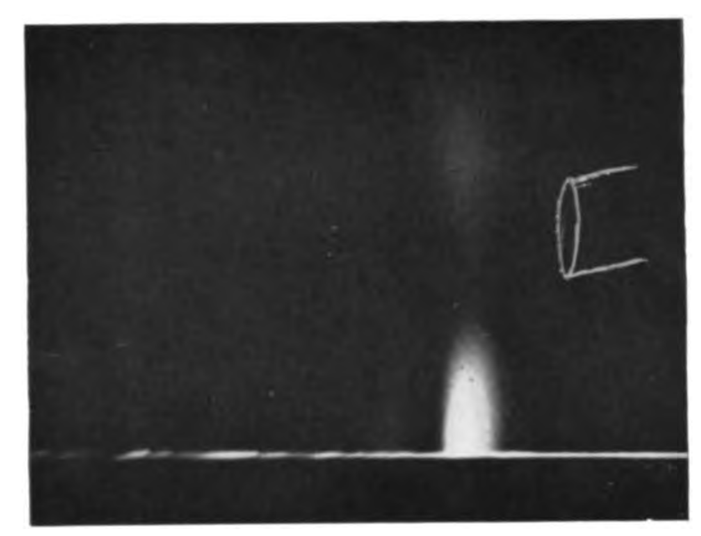


Fig. 10.



Fig. 7.

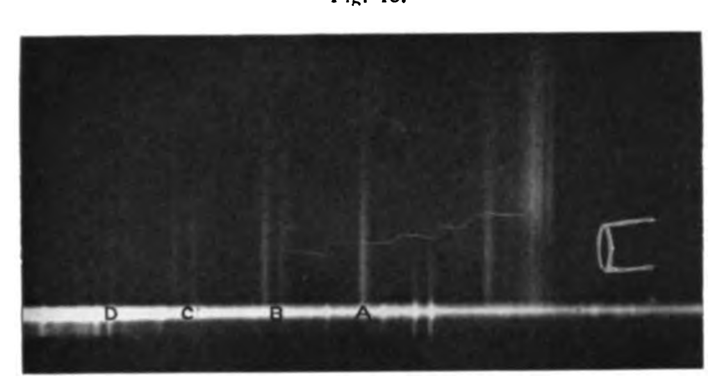


Fig. 17.

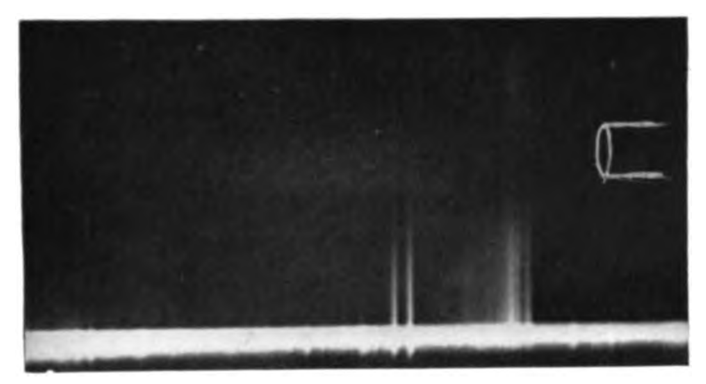


Fig. 18.



Fig. 20.

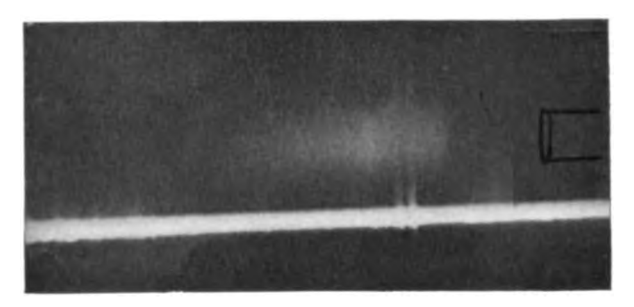


Fig. 19.

R. W. Wood und G. A. Hemsalech, Die durch Ultra-Schumann-Wellen erregte Fluoreszenz von Gasen.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.



Fig. 1. $CaCl_2$ in Sauerstoff.

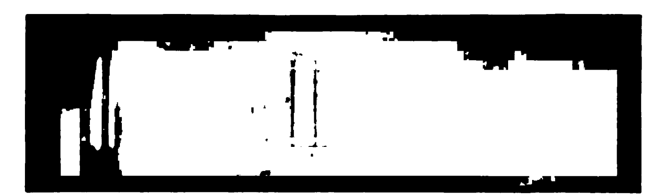


Fig. 2. $CaCl_2$ in Wasserstoff.

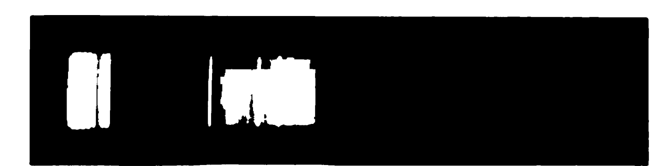


Fig. 3. $SrCl_2$ in Sauerstoff.



Fig. 4. $BaCl_2$ in Sauerstoff.

A. Harnack, Die Anwendung des nichtkondensierten Funkens für Metallspektren als neue Methode zur Erzeugung von „Flammenspektren".

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 12. 15. Juni 1914. 15. Jahrgang.
Redaktionsschluß für No. 13 am 13. Juni 1914.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Eine Bestimmung des Verhältnisses der spezifischen Wärmen des Chlors, sowie eine Berechnung der spezifischen Wärmen mittels der Berthelotschen Zustandsgleichung.

Von James Riddick Partington.

1. In den hier beschriebenen Untersuchungen wurde die Kundtsche Methode in der von U. Behn und H. Geiger[1]) angegebenen modifizierten Form angewendet. Diese wird folgendermaßen ausgeführt. Ein Glasrohr von passenden Dimensionen wird mit dem zu untersuchenden Gas gefüllt und mit einer geringen Menge eines leichtbeweglichen Pulvers beschickt. Das gleichmäßig zugeschmolzene Rohr wird dann in der Mitte geklemmt und mit einem angefeuchteten Tuch an einem Ende gerieben. Im allgemeinen treten dann keine Staubfiguren auf, da die Länge des Rohres kein ganzes Vielfaches der Halbwellenlänge des betreffenden Tones darstellt. Um jetzt Resonanz zu erhalten, muß die Tonhöhe des Rohres durch Änderung seiner Masse geändert werden. Diese Änderung geschieht dadurch, daß man an die zwei Rohrenden eine passende Anzahl Metallscheiben aufkittet. Dann treten bei passender Belastung bei ganz schwachem Anreiben sofort Staubfiguren auf. Jetzt bringt man das eine Ende des Gasrohres an eine einerseits offene Glasröhre, deren anderes Ende mit einem verschiebbaren Stempel verschlossen ist. Diese Röhre steht mit der äußeren Luft in Verbindung und ist ebenfalls mit demselben Pulver wie das Gasrohr beschickt. Der Stempel wird dann so weit verschoben, daß beim Anreiben des Gasrohres stehende Wellen und dadurch Staubfiguren in der Luftröhre sich bilden.

2. In den Untersuchungen bestand das Gasrohr aus einem 125 cm langen Glasrohr mit einem Durchmesser von 4 cm. Es war also breit genug, um jede Korrektion für den Einfluß der Rohrwände unnötig zu machen.[1]) Das Rohr hatte überall möglichst gleichen Durchmesser, und war ganz frei von Knoten und Streifen. Es wurde mit Salpetersäure gereinigt und an dem einen Ende sehr gleichmäßig zugeschmolzen. An dem anderen Ende wurde ein kleines Rohr mit einem Schliff angeblasen. Das Rohr wurde dann mit Schwefelchromsäuregemisch sehr gut gereinigt, dann mit kochender Salpetersäure (um eine möglicherweise vorhandene Alkalischicht zu entfernen) ausgespült und schließlich öfters mit kochendem destillierten Wasser nachgespült.

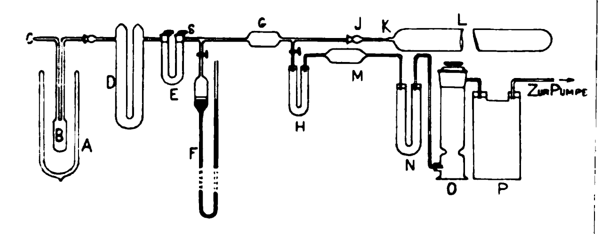
Als Pulver für die Staubfiguren bietet sich

1) Verh. d. Phys. Ges. **9**, Nr. 22, 1907.

1) Vgl. Kundt, Pogg. Ann. **127**, 497, 1866; **135**, 347, 1868; Kirchhoff, ibid. **134**, 177, 1867; Thiesen, Ann. d. Phys. **24**, 401, 1907.

beim Chlor wohl nur Kieselsäure dar. Diese wurde aus Wasserglas und Salzsäure hergestellt, mit kochender Salzsäure und kochendem Wasser ganz frei von Eisensalzen gewaschen, und in einem Silikattiegel ausgeglüht. Dann wurde das Pulver in einem Achatmörser zerrieben und durch Seide gebeutelt. Es wurde im Exsikkator aufbewahrt.

Sehr wichtig für die gute Ausbildung der Staubfiguren ist die vollkommene Trockenheit des Rohres. Erwärmen mit einer Bunsenflamme genügt bei weitem noch nicht. Es wurde das Rohr mit Asbest umwickelt und in ein etwas breiteres Messingrohr geschoben. Dieses wurde dann in einem Verbrennungsofen kräftig erhitzt, während mit einer durch ein Trockensystem ($CaCl_2$, P_2O_5) verbundenen Wasserstrahlpumpe evakuiert wurde. Es wurde dann öfters mit getrockneter Luft gefüllt und wieder evakuiert. Schließlich wurde das Rohr mit getrockneter Luft gefüllt, und nach dem Erkalten eine kleine Menge vorher ausgeglühter Kieselsäure schnell hineingeschüttet. Das Ganze wurde dann sofort mittels des Schliffes in Verbindung mit dem Apparat zur Füllung gebracht (siehe Figur.)



Dieser war ganz aus Glas, ohne Korke, Gummi oder sonstige angreifbare Substanzen, angefertigt. Alle Hähne und Schliffe wurden mit Phosphorpentoxyd geschmiert. Das Chlor wurde aus einer Bombe herausgenommen und in dem Gefäß B mittels eines Kohlensäure-Äthergemisches in dem Dewargefäß A verflüssigt. Es wurde dann das Gefäß B von der Bombe weggenommen, die Kapillare C zugeschmolzen, und das Gefäß mittels des Schliffes in Verbindung mit dem Füllungsapparat gebracht. Rohr D enthält $CaCl_2$, Rohr E P_2O_5, Rohr G getrocknete Glaswolle. Der ganze Apparat wurde dann durch ein zweites Trockensystem (P_2O_5 in H, $CaCl_2$ in N, getrocknete Glaswolle in M, Natronkalk in O) mit einer guten Wasserstrahlpumpe evakuiert und mittels des Manometers F, in welchem die Quecksilberoberfläche mit Schwefelsäure bedeckt wurde, auf Dichte geprüft. Das Manometer wurde nur während einer Messung durch Öffnen des Hahns in Verbindung mit dem übrigen Apparat gebracht. Durch vorsichtiges Erwärmen des Gefäßes B wurde dann das Gasrohr L mit Chlor unter Atmosphärendruck gefüllt. Das Gefäß B wurde dann wieder in die Kältemischung getaucht, der Hahn S zugedreht, und der Apparat wieder evakuiert. Die Füllung wurde viermal in dieser Weise ausgeführt, wobei man durch Fraktionieren des flüssigen Chlors ein sehr reines Gas bekam. Es wurde dann das Gasrohr bei der Einschnürung K möglichst nahe am Rohrende abgeschmolzen. Das Gasrohr wurde in eine horizontale Lage durch Einklemmen in einer an einem Holzbrett befestigten großen Holzklemme gebracht. In den zwei Hälften der Klemme wurden enge Halbkreise aus Kork aufgeklebt, und zwei Prismen aus Kork, die auf dem Brett gekittet wurden, dienten als Unterlage der Rohrenden. Das Rohr konnte damit ganz fest gehalten werden. Angerieben wurde mit einem mit Wasser bei Zimmertemperatur angefeuchteten Tuch. Nun wurden Bleischeiben mittels Siegellack auf die beiden Enden des Rohrs gekittet, bis die Schallfiguren beim Anreiben scharf auftraten.

Das Luftrohr war 150 cm lang, mit einem Durchmesser von 4,25 cm, und trug einen Korkstempel. Es war in einer großen Klemme horizontal gehalten, so daß seine Achse genau mit der des Gasrohrs zusammenfiel.

In das Gasrohr wurde das Pulver durch Klopfen in die Form eines schmalen Streifens gebracht, der dann durch Umdrehen des Rohres um einen Winkel von 45° aus der niedrigsten Lage des Rohres herausgebracht wurde. Auch in das Luftrohr wurde das Pulver gebracht, indem es auf einem langen Lineal ausgestreut wurde. Nun brachte man dieses Lineal in das Rohr, drehte dieses und klopfte es. Dann fiel das Pulver in einem engen Streif auf den Boden des Rohres. Das Rohr wurde dann um 45° gedreht. Das Pulver mußte nach jedem Versuch frisch in das Luftrohr eingebracht werden, da es durch Spuren von Feuchtigkeit leicht an den Rohrwänden haftete.

Die Temperatur wurde auf einem dicht an das Gasrohr gelegten Thermometer abgelesen.

Um nun die Wellenlängen in den beiden Röhren zu messen, wurden bunte Papierringe auf den Röhren angebracht, und die Röhren auf schwarzes Papier gelegt. Dann standen die weißen Staubfiguren gegen die schwarze Unterlage und die farbigen Ringe scharf ab. Die Ringe wurden dann auf Knoten oder Bäuche eingestellt und die Abstände mittels eines Stangenzirkels und Buchholzskala gemessen. Es wurden bei jedem Versuche fünf Messungen an verschiedenen Wellen gemacht, deren Resultate sehr gut miteinander übereinstimmten. Als Beispiel geben wir eine Versuchsreihe an:

Anzahl der Wellen gemessen	Ganze Länge in cm	Wellenlänge in cm
	Chlor.	
17 (Bäuche) . .	85,40	5,02
18 „ . .	90,20	5,01
17 (Knoten) . .	85,50	5,03
18 „ . .	90,05	5,05
16 „ . .	80,90	5,05
	λ für Chlor =	**5,03**
	Luft.	
11 (Knoten) . .	89,00	8,09
12 „ . .	97,10	8,09
12 „ . .	97,20	8,09
12 (Bäuche) . .	97,60	8,10
12 „ . .	97,30	8,10
	λ für Luft =	**8,10**

3. Folgende Tabelle I enthält die Mittelwerte der Wellenlängen aus acht Versuchsreihen.

Tabelle I.

Nr. des Versuchs	λ Chlor (cm)	λ Luft (cm)	x'
1	5,03	8,13	1,315
2	5,03	8,14	1,311
3	5,03	8,13	1,315
4	5,03	8,12	1,318
5	5,03	8,10	1,324
6	5,046	8,138	1,320
7	5,048	8,148	1,318
8	5,055	8,167	1,316

Die Temperatur war immer ungefähr 16° C.

4. Aus diesen Zahlen können wir nun das Verhältnis der spezifischen Wärmen, C_p/C_v, und die spezifischen Wärmen selber berechnen.

Wenn wir ideale Gase betrachten, haben wir

$$u^2 = \frac{p}{\rho} x' \qquad (1)$$

worin u die Schallgeschwindigkeit, p den Druck, ρ die Dichte, und x' das Verhältnis der spezifischen Wärmen eines idealen Gases bedeuten. Diese Gleichung läßt sich leicht in die Gleichung:

$$x' = u^2 \frac{M}{RT} \qquad (2)$$

umformen, worin M das Molekulargewicht, R die Gaskonstante und T die absolute Temperatur bedeuten. Wenn wir diese Gleichung auf ein reelles Gas anwenden, erhalten wir einen Wert x', welchen wir das „ideale Verhältnis" nennen werden[1]), x' stellt dann aber keineswegs das wahre Verhältnis der spezifischen Wärmen, $x = C_p/C_v$, dar, eben weil das Gas nicht den Gasgesetzen gehorcht. Es kann aber aus x' der Wert x berechnet werden[1]), wenn wir die Zustandsgleichung des Gases kennen. Es wird dann[1]):

$$x = x' \varphi \qquad (3)$$

1) Vgl. Partington, diese Zeitschr. **14**, 969, 1913.

worin:

$$\varphi = 1 + (x' - 1) \frac{27}{32} \pi \tau^3. \qquad (4)$$

Die Größen π, τ lassen sich aus den kritischen Daten berechnen:

$$\pi = p/p_k; \quad \tau = T_k/T. \qquad (5)$$

Wir setzen $p_k = 84$ Atm., $T_k = 414^0$ Abs.[1]) Wenn wir $T = 273^0 + 16^0 = 289^0$, $p = 1$ Atm. und $x' = 1,3$ setzen, dann finden wir:

$$x = x' + 0,012.$$

Das Glied 0,012 hat die Größenordnung, die man erwarten sollte, da für Luft und Kohlensäure, deren kritische Temperaturen 132,6° Abs. bzw. 304,4° Abs. sind, die entsprechenden Korrektionen[2]) 0,001 bzw. 0,006 betragen.

Die spezifischen Wärmen selber können dann aus der Gleichung:

$$C_p - C_v = R\left(1 + \frac{9}{128} \cdot 24 \pi \tau^3\right) \qquad (6)$$

berechnet werden. Bei 16° C. ergibt sich $C_p - C_v = 2,103$.

Die vorigen Gleichungen beziehen sich auf die Zustandsgleichung von D. Berthelot[3]), welche für Chlor noch nicht geprüft worden ist, und vielleicht den tatsächlichen Verhältnissen nicht völlig exakt entspricht. Da aber die allgemeine Methode der Berechnung, d. h. mittels der Gleichungen[4]):

$$x = x'\left(1 + \frac{1}{p}\frac{\partial}{\partial v}(pv)\right)$$

$$= x'\left(1 - v\frac{\partial}{\partial p}(pv)\right)$$

wegen Mangel an genauen Kompressibilitätsmessungen und Dichtigkeitsmessungen wohl kaum ausführbar ist[5]), scheint es dem Verfasser statthafter die Berthelotsche Zustandsgleichung zu benutzen.

Aus Gleichung (1) findet man für zwei ideale Gase:

$$x_2' = x_1' \frac{\rho_2}{\rho_1}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2 \qquad (7)$$

wo λ die Wellenlänge bezeichnet.

Für Luft und Chlor haben wir $\rho_2/\rho_1 = 70,92/28,98$, $x_1' = 1,403$[6]) und dadurch berechnet sich für Chlor:

$$x_2' = 1,403 \cdot \frac{70,92}{28,98}\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2 = 3,4335\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2. \qquad (8)$$

1) Landolt-Börnstein, Tabellen.
2) Vgl. Partington, l. c.
3) Mem. du Bureau internat. des poids et mesures, **13**, 1907.
4) Vgl. Partington, loc. cit.; Capstick, Phil. Trans. **185**, 1, 1894.
5) Vgl. weiter unten.
6) Partington, loc. cit.

Die Werte von $\varkappa'$ wurden nach der Gleichung (8) berechnet. Durch Addition von 0,012 erhält man dann $\varkappa = C_p/C_v$, und schließlich aus $C_p - C_v$ die spezifischen Wärmen selber. Die $\varkappa'$-Werte sind in Tabelle I eingetragen. Der Mittelwert ist $1{,}317 \pm 0{,}001$. Daher ist für Chlor bei 16° C. und 1 Atm. Druck

$$\varkappa = C_p/C_v = 1{,}317 + 0{,}012 = 1{,}329 + 0{,}001$$
$$C_v = 2{,}103/0{,}329 = 6{,}39 \text{ cal.}$$
$$C_p = 6{,}39 + 2{,}10 = 8{,}49 \text{ cal.}$$

5. Diese Zahlen werden wir nun mit den schon in der Literatur sich findenden Angaben vergleichen.

Regnault[1]) hat die Molekularwärme des Chlors bei konstantem Druck nach der Durchströmungsmethode gemessen, und den Wert 8,578 gefunden. Da eine Bestimmung der spezifischen Wärme der Luft in demselben Apparat einen zu niedrigen Wert ergab, korrigierte Regnault seinen direkt bestimmten Wert für Chlor zu 8,799. Dieser Wert ist, wie alle folgenden Versuche gezeigt haben, ganz sicher zu hoch.

Die Molekularwärme des Chlors bei konstantem Volum ist zu 6,1—6,2 von Völler direkt gemessen worden[2]).

Bestimmungen der Schallgeschwindigkeit im Chlor sind von Martini[3]), Strecker[4]), Kundt[5]), und Keutel[2]) ausgeführt worden. Die von Keutel nach den idealen Gasgesetzen umgerechneten Werte für $\varkappa'$ sind folgende:

Tabelle II.

	(Keutel) $\varkappa'$ (Luft = 1,4053)	$\varkappa'$ (Luft = 1,403)
Martini für 0°	1,319	1,315
Strecker „ 16°—343,4	1,323	1,319
Kundt „ 20°	1,319	1,315
Keutel „ 16°	1,325	1,320

Keutel hat aber den Röntgenschen Wert 1,4053 für Luft als Grundlage seiner Rechnungen angenommen; neuere Versuche zeigen aber, daß diese Zahl etwas zu hoch sein dürfte[6]). Wenn wir die Zahlen auf Luft = 1,403 beziehen, dann erhalten wir die in der zweiten Reihe sich befindenden Zahlen.

6. In seiner Berechnung der spezifischen Wärme C_v aus dem $\varkappa$-Wert hat Keutel eine Gleichung von Pier[1]) benutzt, welche das Verhältnis $\triangle$ der Dichtigkeiten von Chlor und Luft bei verschiedenen Temperaturen und Drucken angeben sollte:

$$\log(\triangle - 2{,}4494) = \frac{463{,}11}{T} - 0{,}6415 - \log T + \log p.$$

Obwohl diese Gleichung die Dichtigkeitsbestimmungen von Pier selber sehr gut darstellt, scheint es dem Verfasser, daß die Berechnung auf diesem Weg noch zu unsicher bleibt. Die Dichtigkeiten von Pier sind auf der Moissanschen Zahl[2]) $\triangle = 2{,}490$ bei 0° C und 1 Atm., gegründet; diese Zahl ist aber, wie man leicht aus einer Übersicht der experimentellen Angaben sieht, nicht allzu sicher festgestellt. Die Pierschen Dichtigkeiten stimmen mit den der anderen Beobachter nicht gut überein, was vielleicht nicht zu verwundern ist, da die letzteren[2]) auch gar nicht miteinander in Übereinstimmung sind.

Wegen dieser Unsicherheit werden wir hier lieber mit der Zustandsgleichung rechnen. Obwohl die so gewonnenen Zahlen keinen Anspruch auf große Genauigkeit haben dürfen, reichen sie für unseren Zweck vollständig aus.

Wir können aus der dem Atomgewichte entsprechenden Dichtigkeit $\triangle_0$ mittels der Berthelotschen Gleichung die Dichtigkeit des Chlors bei einer gegebenen Temperatur und einem gegebenen Druck berechnen. Wir haben[3]):

$$\triangle = \triangle_0 \left[1 - \frac{9}{128} \pi \tau (1 - 6\tau^2)\right] \qquad (9)$$

Für $\triangle_0$ nehmen wir den Wert (Luft = 1) $70{,}92 \div 28{,}98 = 2{,}436$ an. Dann erhalten wir folgende Tabelle für $\triangle$ beim Atmosphärendruck.

Tabelle III.

t^0 C	$\triangle/\triangle_0$	$\triangle$ (ber. Berthelot)	$\triangle$ (beob.)	$\triangle$ (ber. Pier)
0	1,0151	2,4843	2,4900[4])	2,4909
10	1,0145	2,4829	—	2,4843
16	1,0136	2,4807	2,4814[5])	2,4810
20	1,0130	2,4792	2,4807[6])	2,4790
50	1,0095	2,4707	2,4692[5])	2,4686
100	1,0059	2,4619	2,4615[6])	2,4601

1) Mém. de l'Académie, **26**, 1862.
2) Keutel, Inaug.-Diss. Berlin 1910.
3) Beibl. d. Ann. **5**, 564, 1881.
4) Wied. Ann. **13**, 20, 1881.
5) Wied. Ann. **13**, 42, 1881.
6) Vgl. die Arbeit vom Verfasser, diese Zeitschr. **14**, 969, 1913, wo diese Frage diskutiert wurde.

1) Zeitschr. physik. Chem. **62**, 385, 1908.
2) Gay-Lussac u. Thenard, Rech. phys. chim. 1811; Bunsen, Lieb. Ann. **141**, 272, 1867; Ludwig, Ber. **1**, 232, 1868; Jahn, Ber. **15**, 1242, 1882; Krafft, C. R. **107**, 301, 1888; Leduc, C. R. **116**, 968, 1893; **125**, 939, 1897; **140**, 642, 1905; Moissan u. Binet du Jassoneix, C. R. **137**, 1198, 1903; Pier, Zeitschr. physik. Chem. **62**, 385, 1908.
3) Vgl. Nernst, Theoretische Chemie, **7**. Aufl. S. 276.
4) Moissan, loc. cit.
5) Aus den Pierschen Daten interpoliert.
6) Ludwig, loc. cit.

Bei Zimmertemperatur geben die Gleichung (9) und die Piersche Gleichung beinahe gleiche Resultate.

7. Aus seinem $\varkappa$-Wert berechnet Keutel C_v mittels der Pierschen Gleichung. Er schreibt bloß: „$\varkappa$ real unter Benutzung der Werte von Pier für $C_p - C_v$ $C_v = 6{,}13$ cal.".

Pier gibt aber bei $0^0 - 25^0$ den Wert $C_p - C_v = 2{,}151$ an, woraus mit dem Keutelschen Wert $\varkappa = 1{,}365$, $C_v = 5{,}89$ sich ergeben würde. Der Wert 6,13 würde der Zahl $C_p - C_v = 2{,}238$ entsprechen, welche eine ganz enorme Abweichung von den Gasgesetzen darstellen würde. Wenn man aber mit der Berthelotschen Gleichung rechnet, bekommt man aus dem korrigierten Keutelschen Wert von $\varkappa$ (vgl. oben) $C_v = 6{,}33$.

Als ein Beweis für die Richtigkeit unserer Berechnung bietet sich die direkte Messung von C_v, welche nach Völler (loc. cit.) 6,1 — 6,2 beträgt. Da dieser Wert, der Regnaultschen Zahl gemäß, noch etwas zu klein sein dürfte, würde 6,39 wahrscheinlich näher als 5,8 den richtigen Wert ankommen.

Aus allen Gründen scheint es dem Verfasser, daß die aus seinen Messungen berechneten spezifischen Wärmen einen Fehler von mehr als ein Halbprozent kaum enthalten können.

University of Manchester, 27. April 1914.

(Eingegangen 30. April 1914.)

Versuche über die Lichterregung durch Kathodenstrahlen in Wasserstoff.

Von J. Holtsmark.

Die Intensitätsverteilung in einem Serienspektrum ist oft untersucht worden. Meist hat man dazu Geißlerröhren verwendet, die unter den verschiedensten Bedingungen betrieben wurden, teils mit Wechselstrom, teils mit Gleichstrom[1]). Gegen die Verwendung von Wechselstrom haben schon Konen und Jungjohann[2]) Bedenken erhoben, weil die elektrischen Verhältnisse in einem damit betriebenen Geißlerrohr sehr schlecht definiert sind. In einer Reihe von Arbeiten[1]) sind daher Gleichstromröhren verwendet, gewöhnlich wurden aber sehr hohe Stromdichten gebraucht, so daß die Resultate durch Absorption kompliziert sein können. Das gleiche gilt von den Arbeiten von Pflüger[3]) und Grebe[4]), wo die Intensitätsverteilung im Spektrum der Hg-Lampe gemessen ist. Nach den Arbeiten von Küch und Retschinsky[1]) ist die Absorption in der Hg-Lampe sehr bedeutend und außerdem selektiv, ebenso zeigte Ladenburg[2]), daß die Absorption in einem Wasserstoffrohr bei hoher Stromdichte bedeutend werden kann.

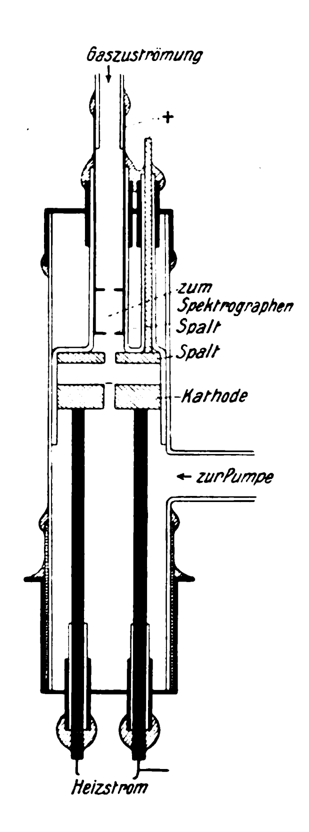
Vegard[3]) hat die Intensitätsverteilung im Spektrum der Wasserstoffkanalstrahlen gemessen bei verschiedenen Geschwindigkeiten und Drucken. Da die Stromstärke klein war, ist es anzunehmen, daß Komplikationen durch Absorption hier nicht eingetreten sind. Er fand, daß das Intensitätsverhältnis von H_α zu H_β sowohl in der „ruhenden" wie in der „bewegten Intensität" unabhängig von der Geschwindigkeit der Kanalstrahlen, aber abhängig vom Druck ist.

Es schien nun von Interesse zu sein, die Lichterregung durch Kathodenstrahlen in derselben Weise zu untersuchen, speziell wäre die eventuelle Abhängigkeit der Intensitätsverteilung von der Geschwindigkeit der erregenden Kathodenstrahlen interessant. Herr Vegard fand, daß die Intensitätsverteilung im Spektrum des negativen Glimmlichts, wo man wohl als Lichterreger Elektronen annehmen darf, eine andere ist als in den Kanalstrahlen oder im positiven Licht. Ebenso fand Herr Vegard, daß bei Änderung des Druckes im Rohr und gleichzeitiger Änderung der Spannung, auch die Intensitätsverteilung im negativen Glimmlicht geändert wurde. Er erklärt diesen „Druckeffekt" dadurch, daß gleichzeitig der Kathodenfall geändert wurde, und damit auch die Geschwindigkeit der erregenden Elektronen. Diese Geschwindigkeitsänderung macht er für die Änderung der Intensitätsverteilung verantwortlich.

Bei meinen Versuchen wurden die Kathodenstrahlen mit Hilfe einer Wehneltkathode hergestellt. Man hat es dann in der Hand, die Spannung und den Druck unabhängig voneinander zu ändern und kann durch passende Regulierung der Heizstromstärke auch die Stromstärke beliebig einstellen. Die Strahlen gingen senkrecht von der Kathode aus, und traten entweder durch ein Drahtnetz oder durch zwei Spalte in einen allseitig von Metall umgebenen Raum ein, der deshalb nahezu feldfrei ist. Die Spannung wurde zwischen die Kathode und die Spalte bzw. das Drahtnetz angelegt, so daß diese letzteren als Anode dienten. Der Strahl wurde teils in dem feldfreien Raum im Käfig photographiert, teils wurde der Strahl unterhalb des Käfigs auf den Spalt projiziert. Das Photo-

1) Literatur bei Kyll, Diss. Münster 1911.
2) Konen u. Jungjohann, Verh. d. D. phys. Ges. **12**, S. 128 ff., 1910.
3) Pflüger, Ann. d. Phys. **26**, 789, 1908.
4) Grebe, diese Zeitschr. **11**, 1121, 1910.

1) Küch u. Retschinsky, Ann. d. Phys. **22**, 852, 1907.
2) Ladenburg, Verh. d. D. phys. Ges. **12**, 54, 1910.
3) Vegard, Ann. d. Phys. **39**, 111, 1912.



metrieren wurde dann an dem Ende der Linie vorgenommen, welches das Bild von dem Teil des Strahles nahe am Käfig war. Es zeigte sich, daß beides gleiche Resultate gab. Als Gas wurde Wasserstoff verwendet, der während des Versuches dauernd strömte. Zur Fernhaltung von Hg-Dämpfen wurde mit fester Kohlensäure und Azeton gekühlt.

Die Linien H_β und H_γ wurden auf photographischem Wege miteinander verglichen nach der von Koch[1]) angegebenen Methode. Solange man die Verschiedenheit der Plattenempfindlichkeit für verschiedene Farben nicht kennt, kann man nichts über das absolute Intensitätsverhältnis von H_β zu H_γ aussagen; die Änderungen dieses Verhältnisses können aber ohne diese Kenntnis gemessen werden, und nur auf die Änderungen kommt es in unserem Falle an.

In den folgenden Tabellen ist das Verhältnis H_β/H_γ für irgendeine Spannung gleich Eins gesetzt und die übrigen Zahlen darauf bezogen. Zahlen von zwei verschiedenen Nummern sind also nicht miteinander vergleichbar. Die erste Tabelle enthält Versuche, wo der Druck und die Stromstärke konstant gehalten wurden und nur die Spannung verändert wurde.

1) P. P. Koch, Ann. d. Phys. **30**, 841, 1910.

Tabelle I.

1. Druck 0,006 mm. Mittlere Stromstärke 3 MA.

Spannung	500 Volt	1200 Volt
H_β/H_γ	1,04	1,00

2. Druck 0,026 mm. Mittlere Stromstärke 0,7 MA.

Spannung	17 Volt	57 Volt	200 Volt	1700 Volt
H_β/H_γ	1,07	1,00	0,99	1,00

3. Druck 0,033 mm. Mittlere Stromstärke 3 MA.

Spannung	130 Volt	210 Volt	340 Volt	475 Volt	755 Volt
H_β/H_γ	1,00	0,96	0,92	1,04	1,06

4. Druck 0,041 mm. Mittlere Stromstärke 0,2 MA.

Spannung	50 Volt	700 Volt
H_β/H_γ	0,95	1,00

5. Druck 0,044 mm. Mittlere Stromstärke 0,5 MA.

Spannung	32 Volt	37 Volt	40 Volt	44 Volt	50 Volt	60 Volt
H_β/H_γ	0,99	1,02	1,03	1.02	1,00	1,01

6. Druck 0,070 mm. Mittlere Stromstärke 3 MA.

Spannung	110 Volt	220 Volt	550 Volt
H_β/H_γ	0,80	0,92	1,00

Man sieht, daß die Änderungen in dem Verhältnis H_β/H_γ niemals groß sind, obgleich die verwendeten Spannungen in dem Bereiche von 17 bis 1700 Volt geändert wurden. Die größte Änderung ist in einem Falle 20 Proz. Das Verhältnis hat sich auch in verschiedenen Fällen in verschiedenem Sinne geändert. Nach den Versuchen von Gehrcke und Seeliger[1]) und von Rau[2]) weiß man, daß die Emission einer Linie nicht mit steigender Spannung allmählich stärker wird, sondern daß bei einer gewissen Spannung die Emission plötzlich oder sehr rapid einsetzt; bei weiterer Steigerung der Spannung erreicht die Linie sehr bald ihre volle Stärke. Es scheint mir deshalb sehr plausibel, daß das Intensitätsverhältnis zweier zu einer Serie gehörigen Linien von einer gewissen niedrigen Spannung an sich nicht mehr ändert. Die oben mitgeteilten Zahlen zeigen, daß das innerhalb 20 Proz. zutrifft. Sie zeigen auch, daß die nach

1) Gehrcke u. Seeliger, Verh. d. D. phys. Ges. **14**, 335 u. 1023, 1912.
2) H. Rau, Sitzber. d. phys.-med. Ges. Würzburg 1914.

den Versuchen in Helium von Rau zu erwartende Änderung schon bei ganz kleinen Spannungen aufhören muß. Die in einem Falle angegebene Zahl, 17 Volt, kann sehr gut um ein paar Volt falsch sein, hervorgebracht durch Ladungen im Gas oder dergleichen, mehr aber kaum. Sie ist an der Grenze gemessen, wo die Farbe des Strahles — zunächst infolge von Änderungen im Viellinienspektrum[1]) — sich ändert, und diese Zahl ist auch von Gehrcke und Seeliger ungefähr ebenso groß gefunden. Bei den kleinen Spannungen wurde nach dem Vorschlag von Herrn Rau ein Magnetfeld parallel zu den Strahlen eingeschaltet. Dies bewirkt, daß das Licht viel stärker wird und daß gleichzeitig die Stromstärke steigt. In spektraler Hinsicht konnte kein Einfluß bemerkt werden.

Herr Vegard hat bei den Kanalstrahlen gefunden, daß die eintretenden Änderungen im Verhältnis H_α/H_β weit größer sind, als im Verhältnis H_β/H_γ. Es wäre daher denkbar, daß auch in diesem Falle die Änderungen bei H_α und H_β zu beobachten wären, wenn auch H_β und H_γ keine oder nur minimale Änderungen zeigten. Es wurde daher ein Kontrollversuch gemacht, wo H_α/H_β gemessen wurde.

Tabelle II.

Druck 0,009 mm. Mittlere Stromstärke 4 MA.

Spannung	52 Volt	100 Volt	600 Volt
H_α/H_β	1,00	0,97	1,07

Die Änderungen von H_α/H_β liegen, wie man sieht, innerhalb der Fehlergrenzen. Aus den mitgeteilten Zahlen darf man wohl schließen, daß im Intervall von 20—1700 Volt keine Änderung der Intensitätsverteilung in der Wasserstoffserie mit der Geschwindigkeit der erregenden Kathodenstrahlen existiert, die größer als 20 Proz. ist; wahrscheinlich ist sie viel kleiner.

Es wurden dann einige Versuche gemacht, um die Einwirkung des Druckes auf die Intensitätsverteilung festzustellen. Das Rohr war hierbei dasselbe, wie in den vorigen Versuchen. Es ergab sich das folgende.

Tabelle III.

1. Spannung 200 Volt, Stromstärke 2 MA.

Druck in mm	0,003	0,007	0,029	0,092	0,187
H_β/H_γ	1,00	1,12	1,21	1,30	1,40

2. Spannung 200 Volt, Stromstärke 1 MA.

Druck in mm	0,005	0,016	0,038	0,215	0,68
H_β/H_γ	1,00	1,08	1,13	1,13	1,19

3. Spannung 200 Volt, Stromstärke 1,5 MA.

Druck in mm	0,023	0,11
H_β/H_γ	1,00	1,09

4. Spannung 500 Volt, Stromstärke 3 MA.

Druck in mm	0,023	0,11
H_β/H_γ	1,00	1,32

5. Spannung 750 Volt, Stromstärke 3 MA.

Druck in mm	0,005	0,015	0,036	0,077
H_β/H_γ	1,00	1,06	1,29	1,44

Man sieht, daß sich in allen Fällen das Intensitätsverhältnis H_β/H_γ in derselben Weise mit dem Druck geändert hat, und zwar ist mit steigendem Druck H_β und H_γ relativ stärker geworden. Der Betrag der Änderung ist verschieden: die Tatsache, daß er immer im selben Sinne beobachtet ist, macht seine Realität aber ziemlich wahrscheinlich. Der Sinn der Änderung ist derselbe, wie der von Herrn Vegard im negativen Glimmlicht beobachtete, was man wohl auch als eine Stütze der Realität annehmen darf.

Zum Schluß wurde noch untersucht, ob die Stromstärke einen Einfluß auf das Intensitätsverhältnis hat. Dabei wurde die Spannung und der Druck konstant gehalten.

Tabelle IV.

Spannung 200 Volt, Druck 0,065 mm.

Stromstärke in MA.	0,5	2	4	8	16	32
H_β/H_γ korr.	1,01	1,02	1,00	1,10	1,06	1,13
H_β/H_γ nicht korr.	(1,01)	(1,02)	(1,00)	(1,11)	(1,05)	(1,06)

Die eingeklammerten Zahlen sind erhalten ohne Berücksichtigung des kontinuierlichen Grundes in der Nähe der Linien. In den Zahlen der zweiten Zeile ist die Intensität dieses Grundes von der der Linie abgezogen. Nur bei der größten Stromstärke von 32 MA. hat diese Korrektion Bedeutung. Bei dieser Stromstärke ist allerdings die Entladung an der Grenze der Bogenentladung. Bei den Versuchen wurde eine

1) Vgl. auch Fulcher, diese Zeitschr. 13, 1137, 1912.

solche Stromstärke nie verwendet, da Absorption hier möglich wäre, obgleich die Stromdichte in den Versuchen von Ladenburg[1]) viel größer als hier gewesen ist.

Zusammenfassung. Die Intensitätsverteilung im Serienspektrum des Wasserstoffs ist bei der Erregung durch Kathodenstrahlen im Bereiche von 20—1700 Volt unabhängig von der Strahlengeschwindigkeit innerhalb einer möglichen Fehlergrenze von 20 Proz. Die Intensitätsverteilung ist dagegen abhängig vom Druck, und zwar wird mit steigendem Druck die Intensität der nach Rot gelegenen Glieder der Serie relativ stärker als die der nach Violett gelegenen.

Eine Abhängigkeit der Intensitätsverteilung von der Stromstärke konnte im Bereiche von 0,5—32 MA. nicht festgestellt werden, doch scheint die Größe des Druckeffekts von der Stromstärke abzuhängen.

Meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. W. Wien, möchte ich für die Anregung zu dieser Arbeit, sowie für sein stetes Interesse daran, meinen herzlichsten Dank aussprechen. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr. Harms und Herrn Privatdozenten Dr. Rau für viele wertvolle Ratschläge während der Arbeit. Ich veröffentliche die Versuche, trotzdem sie in manchen Punkten ergänzungsbedürftig sind, schon jetzt, weil sie durch meinen Weggang von Würzburg zunächst unterbrochen wurden.

1) Ladenburg, Verh. d. D. phys. Ges. **12**, 54, 1910.

Kristiania, Mai 1914.

(Eingegangen 22. Mai 1914.)

Eine neue Methode zum Nachweise und zur Messung des Strahlungsdruckes bzw. der von diesem auf kleine Partikel übertragenen Bewegungsgröße[1]).

Vorläufige Mitteilung.

Von Felix Ehrenhaft.

Seit Keplers und Longomontanus' Zeiten hat man die Existenz von Druckkräften, ausgeübt von der Strahlung, vermutet. Auch die neueren elektromagnetischen Theorien sehen solche Kräfte durchaus vor. Nicht nur sie haben diese Druckkräfte in den Vordergrund physikalischen Interesses gerückt, sondern vor allem die grundlegenden Gedanken Svante Arrhenius' haben dieser Frage allgemeinere Bedeutung verliehen[1]). Schwarzschilds bekannte Berechnungen des Lichtdruckes auf reflektierende kleine Kugeln von der Größenordnung der Wellenlänge des Lichtes und darunter paßten die theoretischen Fragen astrophysikalischen Verhältnissen an und lassen bei einem bestimmten Verhältnis des Partikelradius zur Wellenlänge der einfallenden Strahlung ein Maximum des Verhältnisses des Lichtdruckes zur auffallenden Energie erwarten[2]). F. Hasenöhrl berechnete den Lichtdruck auf ein sogenanntes freies Elektron.

P. Lebedew erwies experimentell die Existenz des Lichtdruckes, Nichols und Hull vervollständigten diesen Nachweis.

Bei diesen experimentellen Untersuchungen wird der Lichtdruck, ausgeübt auf dünne Flügel, mit dem Torsionsmoment eines Fadens ausbalanciert. Diese Aufhängung der Flügel hat den Nachteil, daß dieselben nicht beliebig klein und dünn gemacht werden können. Naturgemäß werden sie durch den Lichtdruck nur in eine um eine Achse drehende Bewegung versetzt.

Der Nachweis der Progressivbewegung einzelner sehr kleiner Teilchen ponderabler Materie (kosmischen Staubes usw.), hervorgerufen durch Verwandlung elektromagnetischer in mechanische Bewegungsgröße, spielt bei astrophysikalischen Fragen eine große Rolle. Allerdings werden die an sich kleinen Kräfte des Lichtdruckes auf solch kleine Partikel minimal sein. Da jedoch das Verhältnis der Oberfläche zum Volumen bei abnehmender Partikelgröße zunimmt, können die vom Strahlungsdrucke zu gewärtigenden Wirkungen solchen anderer Kräfte gleich werden oder diese überwiegen und so trotz ihrer außerordentlichen Kleinheit in noch meßbare Größenordnungen gelangen.

Als Vorbedingung des Nachweises solch kleiner Kräfte ist aber die physikalische, sowohl experimentelle als auch theoretische Beherrschung der Bewegung von Partikeln verschiedener Substanzen, vor allem auch der Metalle, von der Größenordnung der Wellenlänge des Lichtes und darunter nötig gewesen. Die Methode zum messenden Verfolgen solcher Kugeln im Gase auf ihrer Bahn ist von mir anläßlich der Versuche über die elektrischen Ladungen kleinster Kügelchen angegeben und erneuert in den Wiener Akademieberichten 1914, Bd. CXXIII (IIa), 53—155, ausführlich besprochen worden[3]).

1) Mitgeteilt aus dem Anzeiger Nr. XI der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien vom 7. Mai 1914, S. 180.

1) Svante Arrhenius, Über die Ursachen der Nordlichter, diese Zeitschr. **2**, 81 u. 97, 1900.

2) Neuerdings wurden diese Berechnungen von P. Debye auf Kugeln beliebigen Materials ausgedehnt.

3) Wiener Akademieberichte, Bd. CXVIII, 1909 (2a), 321; Bd. CXIX, 1910 (2a), 815; Bd. CXXIII, 1914 (2a), 53. Ferner F. Ehrenhaft, diese Zeitschr. **10**, 308, 1909; **11**, 619 u. 940, 1910; **12**, 94 u. 261, 1911. Comptes rendus

Dieser Weg führte mich auch, wie ich schon in den Wiener Berichten 1910, l. c., S. 835, erwähnte, zu einem qualitativen Nachweis des Strahlungsdruckes und gestattet nunmehr dessen quantitative Messung. Es wird im folgenden die hierzu geeignete Anordnung in kurzem beschrieben.

Man durchleuchtet einen exakt horizontal montierten, möglichst kleinen homogenen Kondensator, dessen vertikal gerichtetes Feld rasch kommutierbar ist, mit den Strahlen einer Bogenlampe, die durch ein Mikroskopobjektiv (Brennweite etwa 17 mm, *AA* von Zeiß) durch die Mitte des Kondensatorhohlraumes gesandt werden. Die Stelle engster Einschnürung des horizontal gerichteten Doppelkegels der beleuchtenden Strahlen falle mit der Kondensatormitte zusammen. Man beobachtet die Metallkügelchen[1]) mit einem Mikroskop (Objektiv *AA* von Zeiß, Vergrößerung etwa 1000fach), das exakt senkrecht zur Achse des beleuchtenden Kegels horizontal montiert ist, so daß die Vorgänge in einer Vertikalebene zur Beobachtung gelangen. Bei überdies leicht erreichbarer schwach diffuser Durchleuchtung des übrigen Raumes zwischen den Kondensatorplatten sieht man vorerwähnte Metallkügelchen[1]) bei scharf eingestelltem Beobachtungsmikroskop als je nach ihrer Größe mehr oder minder intensiv leuchtende Punkte, die eine selektive Eigenfarbe (optische Resonanz) des von den Metallpartikeln abgebeugten Lichtes erkennen lassen, auch außerhalb des obenerwähnten Kegels intensivster Beleuchtung.

Die Kugeln fallen in vertikalen Bahnen und können vermöge ihrer elektrischen Ladung wieder in die Höhe gezogen und bei geeigneter Regulierung der Spannung für unsere Zwecke genügend lange an einer bestimmten Stelle praktisch schwebend erhalten werden.

Nachfolgende Erscheinungen erweisen die Existenz des Lichtdruckes und gestatten dessen quantitative Messung.

Ein Gold- oder Quecksilberkugelchen fällt in einem von schwach diffusen Strahlen durchleuchteten Teile des Kondensators in vertikaler Bahn. Läßt man es in den intensiven Lichtkegel fallen, dann erhält es sofort einen horizontalen Bewegungsimpuls in der Richtung der Fortpflanzung der beleuchtenden Strahlen. Dieser ist insbesondere im intensivsten Teile des Lichtkegels oft so groß, daß die Partikel in horizontaler Bahn im Sinne der Fortpflanzung der Lichtstrahlen fortgeführt werden. Zieht man das geladene Kügelchen vermöge des elektrischen Feldes aus dem intensiven Teile des Lichtkegels, dann gerät es sofort wieder in seine vertikale Steig- oder Fallbewegung. Durch ein elektrisches Feld wieder in den intensiven Lichtkegel gezogen, erhält das Goldkügelchen augenblicklich wieder den horizontalen Bewegungsimpuls durch die Druckkräfte des Lichtes. Gelangt das Kügelchen durch den Lichtdruck aus der Zone der engsten Einschnürung (intensivster Beleuchtung) in horizontaler Richtung fortgetragen in Zonen geringerer Intensität, dann sieht man augenfällig das Abnehmen der horizontalen Geschwindigkeitskomponente. Horizontale Geschwindigkeitskomponenten von Goldkügelchen von der Größenordnung von Bruchteilen der Wellenlänge des Lichtes wurden in der Zone intensivster Beleuchtung im Stickstoff von Atmosphärendruck gemessen zu 5,8, 13,9, 18,5, 20,0, 56,9, $60,0 \cdot 10^{-4}$ cm/sek.

Eine einfache Modifikation obiger Versuche gestattet den Nachweis, daß die beobachtete Bewegung der Kügelchen bei Unterbrechen der intensiven Beleuchtung augenblicklich sistiert wird, und bei erneuerter Beleuchtung augenblicklich wieder eintritt[1]).

Die Methode gestattet ohne weiteres jene Modifikation, welche für die Theorie der Kometenschweife und andere astrophysikalische Fragen von Interesse ist. Richtet man den Lichtkegel der beleuchtenden Strahlen vertikal nach aufwärts, dann wirken Erdschwere und Lichtdruck einander entgegen und überlagern einander wechselseitig. Diese beiden Kräfte können einander also auch das Gleichgewicht halten.

Ersichtlicherweise existieren bestimmte Größen der Metallkügelchen, bei welchen sich, wie vom Standpunkte der Theorie aus zu erwarten ist, eine maximale Wirkung des Lichtdruckes zur einfallenden Strahlung zeigt. Zur Berechnung desselben sind die optischen Konstanten der Partikelchen in Rücksicht zu ziehen.

Betrachtet man ein Partikel etwa zunächst auf horizontaler Bahn unter solchen Verhältnissen, daß beschleunigende Wirkungen durch den Lichtdruck nicht mehr eintreten, dann lautet die Bewegungsgleichung des horizontal im widerstehenden Mittel durch den Lichtdruck fortgeführten Partikels unter Voraussetzung der bereits anderen Ortes erwiesenen Annahme[2]), daß die Geschwindigkeit des Partikels der wirkenden Kraft proportional ist.

T. 158, Nr. 15, 1914, S. 1071. Berichte der Deutschen phys. Gesellschaft 1913, S. 1187 u. 1350.

1) Die Art der Erzeugung solcher Metallkugeln im Gase habe ich mehrmals beschrieben, vgl. Sitzber. der Wien. Akad., Bd. CXVI (IIa), 1907, S. 1175; für Quecksilberkügelchen l. c. 70, 1914.

1) Radiometerwirkungen dürften bei diesen Versuchen wegen der außerordentlichen Kleinheit der Partikel und ihres metallischen Charakters keine Rolle mehr spielen.

2) Wiener Ber., l. c., S. 108, Fußnote.

$$p = \frac{1}{B} v_p .$$

Hierin bedeutet p den Lichtdruck auf das Partikel, B die Beweglichkeit des Partikels und v_p dessen meßbare Geschwindigkeit.

Die Beweglichkeit B ist für jedes Partikel nach dem von mir l. c. erörterten Wege aus den Fallgeschwindigkeiten bestimmbar.

Betrachten wir andererseits ein Partikel vom Gewichte $m \cdot g$ in vertikaler Bahn bei vertikal nach aufwärts gerichteten beleuchtenden Strahlen, dann lauten die Bewegungsgleichungen des Partikels unter vorerwähnten Voraussetzungen

$$m \cdot g = \frac{1}{B} \cdot v_f, \quad p - m \cdot g = \frac{1}{B} \cdot v_p ,$$

v_f bedeutet die meßbare Fallgeschwindigkeit unter bloßem Einfluß der Erdschwere, v_p die Steiggeschwindigkeit bei durch die Schwerkraft teilweise kompensiertem Lichtdruck. B ist auch hier aus den Fallgeschwindigkeiten des Partikels nach den l. c. erörterten Methoden bestimmbar.

Auf vorbeschriebenem Wege ist also der direkte Nachweis der Fortführung kleiner Partikelchen durch den Lichtdruck gelungen. Die Methode gestattet weiter, die Größe des Lichtdruckes auf Partikeln von der Größenordnung der Wellenlänge des Lichtes und darunter beliebigen Materials zu messen. Bei Benutzung des Lichtes bestimmter Wellenlänge läßt sich die auch für astrophysikalische Fragen wesentliche Prüfung der Schwarzschild-Debyeschen Berechnungen vornehmen. Schließlich wird die beobachtete Größenordnung des Strahlungsdruckes, folgend aus obigen Gleichungen, mit einer Absolutmessung der beleuchtenden Strahlen verglichen. Die Methode paßt sich den astrophysikalischen Verhältnissen vollkommen an und ist geeignet, den bekannten Hypothesen von Arrhenius festen Boden zuzuführen.

Die ausführliche Mitteilung wird in den Sitzungsberichten der Wiener Akademie veröffentlicht werden.

Wien, I. Physikalisches Institut der k. k. Universität, 7. Mai 1914.

(Eingegangen 10. Mai 1914.)

Über eine notwendige Vorsichtsmaßregel bei der Photometrie sehr großer Lichtstärken vermittels hochempfindlicher Alkalimetallzellen.

Von J. Elster und H. Geitel.

Die folgende Mitteilung soll eine kurze Ergänzung einer früheren Abhandlung von uns geben, in der wir die Vorsichtsmaßregeln und die Bedingungen zusammengestellt haben, unter denen der durch eine Alkalimetallzelle fließende Photostrom der Intensität des auffallenden Lichtes proportional bleibt[1]).

Die größte der bei den früheren Versuchen angewandten Beleuchtungsstärken war mit dem Lichte der Februarsonne erreicht, das durch eine Blende von 1 cm² Öffnung nach dem Durchgange durch zwei gleich orientierte Nicols die Alkalimetallfläche traf. Der zugehörige Photostrom bei 20 Volt beschleunigender Spannung betrug etwa $3 \cdot 10^{-6}$ Amp., die Zelle enthielt eine Atmosphäre von verdünntem Argon, die Kathodenfläche war in bekannter Weise durch Einwirkung des Glimmstroms hochempfindlich gemacht.

So beträchtlich auch die hier zur Wirkung kommende Lichtmenge war, so wird sie doch ganz wesentlich durch diejenige übertroffen, die eine Zelle unter Mittag von April bis August zugeführt erhält, die der vollen Strahlung der Sonne allein oder auch der des gesamten Himmels ausgesetzt ist. Wird zugleich die Voltbelastung der Zelle noch vermehrt, so nimmt der Photostrom Beträge an, die an 10^{-3} Amp. herankommen können. Bei den in diesem Falle auftretenden hohen Stromintensitäten zeigt die Zelle nun eine Anomalie in der Art, daß der gemessene Photostrom der Lichtstärke nicht mehr proportional bleibt, sondern in wesentlich schnellerem Maße als diese zunimmt; sowohl eine geringe Vermehrung der Belichtung bei konstanter Kathodenspannung wie auch eine solche der Spannung bei gleichbleibender Belichtung kann ein unverhältnismäßiges Ansteigen des Photostroms herbeiführen.

Beachtet man, daß in den Zellen mit Argonfüllung der Photostrom nicht allein durch die Elektronenstrahlung der Kathode unterhalten wird, sondern in überwiegendem Maße durch die Ionisierung des Gases infolge des Stoßes der im angelegten Felde beschleunigten Elektronen, so zeigt das genannte Verhalten, daß bei einer gewissen kritischen Stromstärke ein Vorgang im Gasinhalte eintritt, der dessen Ionisierung stärker zunehmen läßt, als es der bloßen Vermehrung der Elektronenemission an der Kathode entspricht. Wir glauben annehmen zu dürfen, daß hier unter Mitwirkung des Lichtes derselbe Prozeß abläuft, der allgemein zu dem Auftreten der leuchtenden, d. h. der selbständigen Entladung in einem Gase führt.

Tatsächlich läßt sich diese selbständige Entladung in einer gaserfüllten Alkalimetallzelle schon durch sehr geringe Beleuchtungsstärken

1) J. Elster und H. Geitel, diese Zeitschr. **14**, 741, 1913.

auslösen, wenn die Elektrodenspannung dicht unter derjenigen liegt, die ohnehin schon im Dunkeln dieselbe Entladungsform herbeiführen würde. Ist die Spannung erheblich kleiner, so bleibt die leuchtende Entladung, zu deren Hervorrufung jetzt eine größere auffallende Lichtmenge gehört, nur während der Dauer der Belichtung bestehen, im Dunkeln erlischt sie vollkommen. Bei einer Elektrodenspannung von nur etwa 100 Volt konnten wir durch Bestrahlung mit dem Licht einer Quecksilberbogenlampe noch eine deutlich sichtbare Entladung im Innern einer Helium-Argon-Zelle hervorrufen, die Wahrnehmung des begleitenden Lichtscheines wird natürlich um so schwieriger, je kleiner die angelegte Spannung ist, da entsprechend das einfallende Licht von größerer Intensität gewählt werden muß. Mit dem Einsetzen der selbständigen Entladung tritt nun, wie man an einem eingeschalteten Galvanometer erkennt, eine Unstetigkeit, nämlich eine plötzliche Zunahme des durch die Zelle fließenden Stromes ein.

Es ist wahrscheinlich, daß die beschriebene Erscheinung durch sehr hohe Lichtintensitäten schon bei Elektrodenspannungen von nur 50 bis 60 Volt ausgelöst werden kann, sie ist dann wegen ihrer Lichtschwäche gegenüber der starken Beleuchtung der Zelle durch das erregende Licht nicht sichtbar. Man beobachtet alsdann nur die unverhältnismäßige Zunahme des Photostroms bei vermehrter Beleuchtung oder erhöhter Spannung.

Diese durch eine Änderung des Entladungsvorgangs herbeigeführte Anomalie haben wir nur an solchen Zellen bemerkt, die einen merklichen Gasdruck im Innern zeigen; es war von vornherein zu erwarten, daß sie an Zellen mit gutem Vakuum, auch bei hochempfindlich gemachten Kathodenflächen, nicht auftreten würde. Schließt man eine solche leere Zelle in eine lichtdichte Kapsel ein und schaltet eine verstellbare Blende davor, so ergibt sich bei normal auffallendem Sonnenlicht der Photostrom in guter Annäherung dem Quadrat der Blendenöffnung proportional. Freilich bleiben die Stromintensitäten weit hinter den bei Argonfüllung erreichten zurück; wird doch der Photostrom jetzt allein durch die von dem Alkalimetall ausgestrahlten Elektronen unterhalten. Vergrößerung der beschleunigenden Spannung bringt keine wesentliche Erhöhung der Stromstärke hervor, die Zelle zeigt eben nahezu Sättigungsstrom auch bei den höchsten vorkommenden Beleuchtungsstärken.

Für die Praxis der Photometrie mit Alkalimetallzellen ergeben sich aus dieser Mitteilung (die nur den Zwecken der Praxis dienen soll) folgende Regeln.

Sollen sehr große Beleuchtungsstärken verglichen werden, so verwendet man am besten Zellen mit gutem Vakuum, auch bei diesen reicht die Empfindlichkeit der früher von uns empfohlenen Zeigergalvanometer[1]) (sogenannte Nadirinstrumente in Dosenform) für Sonnen- und Himmelslicht bei hohem Sonnenstande vollkommen aus.

Die Zellen mit Argonfüllung sind ihrer Natur nach besonders zur Messung geringerer Lichtstärken (bis zu Sternhelligkeiten herab) bestimmt. Will man sie für größere Intensitäten verwenden, so hat man sich zuerst mittels einer vorgeschalteten Blende zu vergewissern, wie weit in parallelem Lichte die Proportionalität des Photostroms mit dem Quadrat der Blendenöffnung bestehen bleibt. Durch Wahl einer genügend kleinen Blendenöffnung kann man erreichen, daß man auch bei den stärksten zu vergleichenden Intensitäten noch innerhalb des Proportionalitätsbereichs bleibt.

Eine Größenordnung von 10^{-6} Amp. für den Photostrom sollte bei dieser Art von Zellen im allgemeinen nicht überschritten werden, natürlich ist der von einer zur anderen verschiedene Gasdruck für diese Grenze der Verwendbarkeit vor allem maßgebend.

1) J. Elster und H. Geitel, diese Zeitschr. 13, 739, 1912.

(Eingegangen 6. Mai 1914.)

Über einige Anwendungen des Einfadenelektrometers in der drahtlosen Telegraphie.

Von Theodor Wulf.

Zuerst seien noch zwei allgemeine Bemerkungen über das kürzlich beschriebene[1]) Instrument selber gestattet.

Es ist nämlich inzwischen der Firma Heraeus gelungen, Fäden nach Wollaston aus Aluminium herzustellen, bis zu einem Minimaldurchmesser von 4 μ.

Da dieselben bei der gleichen Dicke wie Platinfäden eine neunmal geringere Masse besitzen, so haben sie bei derselben Spannung eine kürzere Schwingungsdauer und eine stärkere Dämpfung als die Platinfäden. Obwohl diese großen Vorzüge erst ganz zur Geltung kommen können, wenn sie sich in derselben Feinheit herstellen lassen wie die Platinfäden[2]), so liefern sie doch auch jetzt schon ein sehr brauchbares Material. Kurve Fig. 1 enthält die

1) Theodor Wulf, diese Zeitschr. 15, 250, 1914.

2) Anm. bei der Korrektur: Soeben erfahre ich von der Firma Heraeus in Hanau, daß jetzt auch schon feinere Fäden zu haben sind.



Fig. 1.

Einstellung eines solchen Fadens bei der höchsten Spannung, die ich bisher dem Faden zu geben wagte. Die ganze Strecke zwischen den zwei weißen Querstrichen umfaßt eine Sekunde, der Jaquetsche Zeitschreiber in der Mitte des Streifens zeichnet 0,2 Sekunden. Man sieht ohne weiteres die sehr starke Dämpfung, das Dämpfungsverhältnis ist $k = 3$. Über die Haltbarkeit kann bisher nur so viel gesagt werden, daß der erste Faden, der anfangs April eingezogen wurde, und der zu fast allen in dem Vorliegenden wiedergegebenen Registrierungen gedient hat, auch heute noch im Gebrauch ist.

Die Vorrichtung zum Registrieren war die auch sonst bei den Fadeninstrumenten übliche. Als Lichtquelle diente ein Zweivoltosramlämpchen, das aber bei größerer Papiergeschwindigkeit höher belastet wurde. Die Lämpchen gaben dann ein sehr lichtstarkes Bild des leuchtenden Fadens und erlaubten Registriergeschwindigkeiten bis etwa 7 cm/sec.

Das Lämpchen ertrug diese Überlastung monatelang, wobei allerdings gesorgt wurde, daß nur während der eigentlichen Registrierungen die Stromstärke so hoch war. Das Lämpchen war mit dem Elektrometer fest verbunden, so daß die einmal vorgenommene Einstellung fortan erhalten blieb.

Fig. 2 zeigt das Elektrometer mit dem Lämpchen in einer kleinen Laterne.

Das Registrierinstrument von der Firma Günther & Tegetmeyer (Braunschweig) war ebenfalls das übliche; es besteht aus einem Federuhrwerk, zwei Walzen zum Auf- und Abwickeln des Papiers, einer Zylinderlinse und einer Millimeterskala. Ein Teil des einfallenden Lichtes wird durch einen 45°-Spiegel nach oben geleitet auf eine Mattscheibe, auf welcher man die Lage und die Scharfeinstellung des Fadens jederzeit, auch während des Registrierens selbst, sehen kann.

I. Das Einfadenelektrometer als Empfangsinstrument bei der drahtlosen Telegraphie.

Die bisher üblichen Empfangsapparate, Telephon und Galvanometer benutzen ausschließlich die elektromagnetischen Wirkungen der ankommenden Wellen. Da aber die eintreffende Energie abwechselnd als strömende und als ruhende

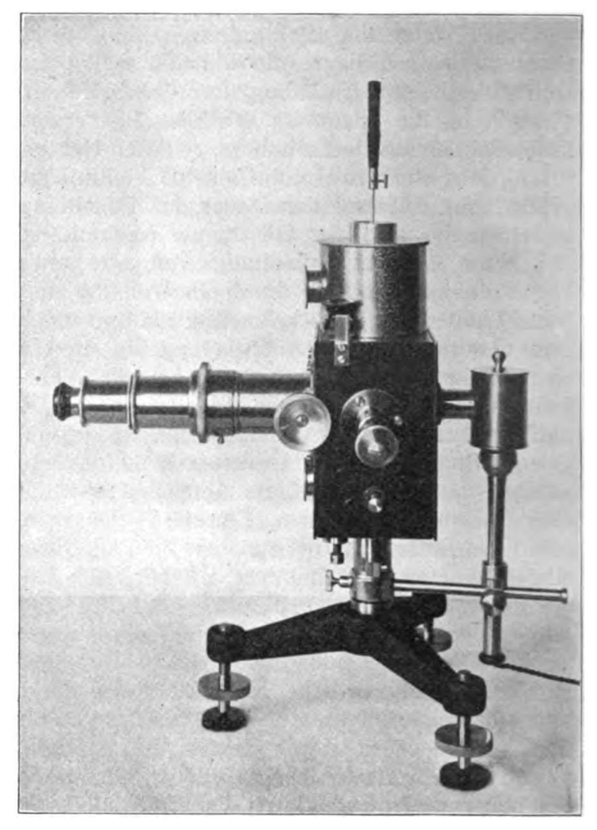


Fig. 2.

Elektrizitätsmenge vorhanden ist, so kann man sich ebenso gut der elektrostatischen Wirkungen bedienen, vorausgesetzt, daß man ein geeignetes Instrument zur Verfügung hat. Das beschriebene Einfadenelektrometer mußte wegen seiner hohen

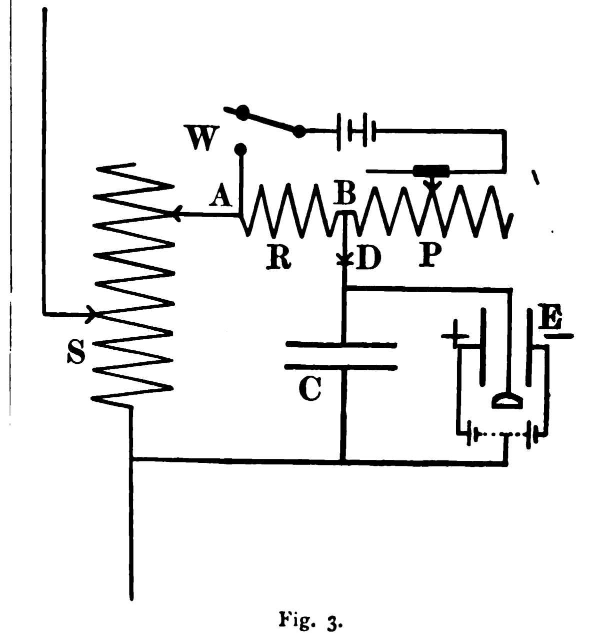


Fig. 3.

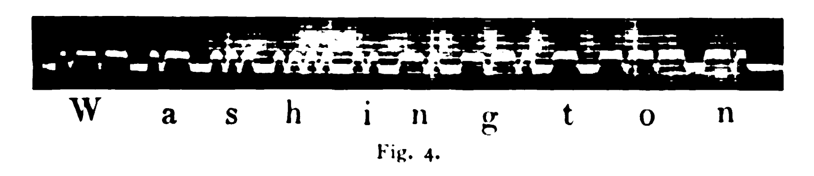


Fig. 4.

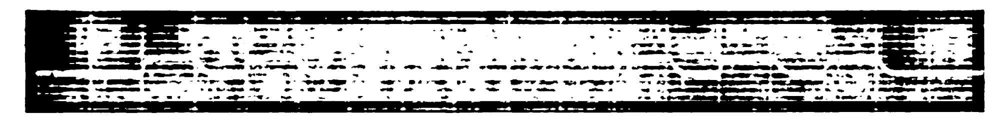


Fig. 5.

Empfindlichkeit und seiner schnellen Einstellung für diesen Zweck sehr geeignet erscheinen. Der Versuch gelang auch sofort, und schon vor zwei Jahren habe ich mit dem Instrument bei Gelegenheit der Sonnenfinsternis in Namur die Zeitzeichen des Eiffelturms aufgenommen.

Die angewandte Schaltung ist die übliche (vgl. Fig. 3). Von der Antenne führt eine regulierbare Selbstinduktion S zur Erde. Ein zweiter Stromkreis enthält ebenfalls eine Spule, den Detektor D und eine Kapazität C, die Koppelung kann galvanisch oder induktiv sein. Das Elektrometer E, zur Erhöhung der Empfindlichkeit mit Fremderregung geschaltet, mißt die Spannung des Kondensators. Es ist also an dem Schwingungskreis nur insoweit beteiligt, daß es die Kapazität um ein geringes vermehrt. Durch Umlegen der Wippe W kann eine Hilfsspannung an den Detektor gelegt werden, was jedoch bei den Kontaktdetektoren überflüssig ist. Fig. 4 zeigt eine Probe einer Aufnahme[1]) von Norddeich mit einem Zinkitdetektor. Die Ausschläge sind nach oben gerichtet, die hellen Vertikalstriche sind Sekundenmarken, die sogleich erklärt werden.

II. Verwendung des Einfadenelektrometers zur genauen Uhrvergleichung.

Seit von den Großstationen Eiffelturm und Norddeich eigene Zeitsignale regelmäßig ausgesandt werden, können diese dazu dienen, die Angaben eines eigenen Zeitmessers zu prüfen, ohne daß man selbst nötig hat, an die für den Nichtastronomen recht umständliche Beobachtung von Sterndurchgängen heranzutreten. Für geringere Genauigkeiten, selbst bis auf einige Zehntelsekunden, reicht dazu der gewöhnliche Hörempfang vollständig aus. Für größere Genauigkeiten muß man zur automatischen Registrierung übergehen. Die Aufgabe besteht dann darin, daß man auf dieselbe Stelle des photographischen Papiers einmal die Zeitzeichen der Großstation und sodann die Angaben der eigenen Uhr aufzeichnet. Über den ersten Punkt ist das Nötige bereits gesagt im ersten Teil dieser Arbeit.

Die Aufzeichnung der eigenen Uhr wurde früher häufig durch elektrische Kontakte an einem beweglichen Teil des Werkes selber gemacht. Diese Methode hat aber leicht störende Einflüsse auf die Bewegung der Uhr zur Folge. Man hat dann vielfach auf das Gehäuse ein Mikrophon gesetzt, welches, durch das Ticken der Uhr betätigt, die Stromstöße entweder direkt oder durch eine kleine Induktionsspule verstärkt an das Galvanometer oder dergl. leitete. Diese Methode bietet den Vorteil, daß es dasselbe Instrumentarium ist, welches die beiden Signale aufzeichnet, daß also beim Aufzeichnen keine Verzögerungen des einen Signals gegen das andere und beim Ablesen keine parallaktischen Fehler entstehen können. Beim Gebrauch des Elektrometers hatte es einige Schwierigkeit, die Stromstöße dem Elektrometerfaden zuzuführen, ohne daß dadurch die hohe Isolation und die kleine Kapazität gestört wurde. Die Aufzeichnung gelang schließlich sehr gut mit einer Methode, die wohl auch sonst in ähnlichen Fällen wird dienen können, weshalb sie hier kurz erwähnt sei. Sie besteht darin, daß man die Nebenwindung der Induktionsspule einfach in die Erdleitung des Elektrometers einschaltete. Die gute Erdung, die gegen die immer relativ langsam sich abspielenden Störungen der Umgebung schützen soll, wird dadurch in ihrer Wirkung nicht beeinträchtigt. Man hat also unter Umständen in der Erdung einen vierten Weg (neben dem Faden selbst und den zwei Schneiden), das Elektrometer zu beeinflussen.

Außerdem wurde die Form des mikrophonischen Zeichens, die häufig in einem wenig bestimmten Hin und Her des Fadens bestand, dadurch verbessert, daß ein gewöhnlicher Detektor in die Leitung eingeschaltet wurde, man erhielt dann den scharfen einfachen Zacken, den die Fig. 5 zeigt[1]). Der Detektor wurde so ein-

1) Der hiesigen Telegraphenverwaltung, welche die Anlage der Empfangsantenne befürwortete, und dem hohen Ministerium „van Waterstaat“, welches sie erlaubte, sei an dieser Stelle aufrichtig gedankt.

1) Die Kurve gibt die letzten Teile des neuen internationalen Zeitzeichens, welches der Eiffelturm 10h vor-

geschaltet, daß die Aufzeichnung der eigenen Uhr nach unten erfolgte, wenn das Zeichen der Großstation nach oben gerichtet war.

Für Schiffs-Chronometer und dergleichen Instrumente ohne Pendel dürfte diese Methode die beste und einwandfreieste sein. Für Pendeluhren scheint eine andere noch überlegen. Denn das Ticken der Uhr ist ein sekundärer Vorgang, während die Bewegung der Unruhe das eigentlich die Zeit Messende ist. Das Ticken erfolgt, wenn die Unruhe eine solche Stellung erreicht hat, daß der Balancier von dem Zahne des Steigrades abgleitet und dann auf den folgenden Zahn aufstößt. Es braucht also nur ein Zahn ein wenig vor- oder zurückzustehen, so wird das Abgleiten bei einer anderen Stellung der Unruhe eintreten. Deshalb ist eine Methode, welche direkt die Bewegung des Pendels zum Markieren der eigenen Zeit benutzt, entschieden vorzuziehen. Zu diesem Zweck haben wir früher[1]) ein eigenes Lichtbündel durch einen kleinen Hohlspiegel, der sich hinter dem Pendel befand, durch die Bewegung des Pendels abblenden und freigeben und dann auf das bewegte photographische Papier fallen lassen. Bei dieser Methode war es notwendig, eine solche Einstellung dauernd zu sichern, daß das Lichtpünktchen genau dieselbe Stelle des Papiers wie das Licht des Elektrometers beeinflußte. Wenn nämlich die eine etwas höher oder tiefer auftraf, so wurden dadurch entsprechende Fehler in der Zeitbestimmung verursacht. Ich habe die Methode jetzt so verbessert und zugleich bedeutend vereinfacht, daß solche Fehler von selbst ausgeschlossen sind. Es wurde keine eigene Lichtquelle für die Zeitmarken mehr benutzt, sondern das Elektrometer selbst so an das Uhrpendel herangerückt, daß das Licht, welches aus dem Mikroskop kam, durch einen leichten Zeiger (Strohhalm) beim Durchgang des Pendels durch die Ruhelage einen Moment gänzlich abgeblendet wurde, wodurch der helle Strich quer über das angeschwärzte Papier gezeichnet wurde, den fast alle wiedergegebenen Kurven tragen. Da der Zeiger stets mit dem Pendel verbunden bleibt, so verursacht er keine Störung in der Bewegung desselben. Diese Vorteile kommen besonders zur Geltung, wenn man die wissenschaftlichen Zeitzeichen benutzt, welche der Eiffelturm nachts $11^h 30$ aussendet. Dieselben bestehen aus einer Reihe von Einzelfunken, welche in einem Abstand von 0,98 Sek. einander folgen, und daher alle 50 Sek. mit einem Sekundenpendel zur Koinzidenz kommen. Fig. 6 zeigt diese einzelnen Funkenstöße, und man sieht deutlich, daß mit dem dritten Funken das eigene Pendel von dem des Eiffelturms überholt wurde. Man erreicht so ohne weiteres Genauigkeiten von 0,01 Sek.



Fig. 6.

III. Untersuchung der Detektoren mittels des Elektrometers.

Angenommen, ein Detektor stelle ein vollkommenes Ventil vor, er lasse in der einen Richtung (sie sei im folgenden kurz als positive bezeichnet) sehr gut, in der anderen gar nicht durch; dann wird der Kondensator (Fig. 3) und mithin auch das Elektrometer während der günstigen Stromphase aufgeladen, und da diese Ladung nur durch den Detektor wieder entweichen kann, der aber in der entgegengesetzten „negativen“ Richtung nicht leitend ist, so bleibt die Ladung auf dem Kondensator eingeschlossen, vielleicht wird sie durch ein nachfolgendes Signal noch verstärkt, bis die Spannung des Kondensators gleich der Höchstspannung der ankommenden Wellen geworden ist, dann kann sich die Ladung des Kondensators nach keiner Richtung mehr ändern und folglich das Elektrometer auch keine Zeichen mehr registrieren. Solche Detektoren mit fast idealer Ventilwirkung sind sehr selten, nur bei einigen Exemplaren des Karborunddetektors habe ich einige Stellen gefunden, welche in der einen Richtung fast vollständig isolierten[1]).

Zunächst hat ein solcher Detektor den Wert, daß er die Scheitelspannung des in dem sekundären Schwingungskreis erzeugten Wellenzuges angibt. Sodann kann man mit demselben die Wirkung eines Einzelfunkens quantitativ konstatieren, was für das Studium der Ausbreitung der Wellen von Wert sein dürfte. Ein sehr geeignetes Objekt dazu sind die eben erwähnten

mittags aussendet. Das Elektrometer läßt bei den langsamen Funken (etwa 24 pro Sek.) deutlich jeden einzelnen Funken erkennen.

1) Th. Wulf u. J. D. Lucas, diese Zeitschr. **6**, 845, 1905.

1) Man muß, um solche Stellen aufzufinden, selbstverständlich alles sorgfältig auf Ebonit isolieren, weil alle Verluste durch Isolationsfehler eine Leitfähigkeit in entgegengesetzter Richtung vortäuschen würden. Auch bei den Glühdetektoren dürfte die kleine Leitfähigkeit, welche man in der „negativen“ Richtung findet, auf Isolationsfehlern beruhen. Wenn eine solche nur einseitig leitende Stelle zur Aufnahme der gewöhnlichen Zeichen dienen sollte, so wurde ein hochohmiger Flüssigkeitswiderstand dem Elektrometer parallel geschaltet, durch welchen die Ladung des Kondensators in der Zeit zwischen zwei Zeichen immer zur Erde abgeleitet wurde. Damit ging der Faden des Elektrometers in seine Ruhelage zurück und war zur Aufzeichnung eines neuen Zeichens bereit.

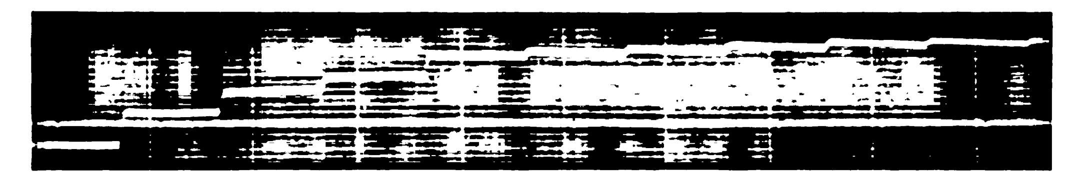


Fig. 7.

Sekundenschläge des Eiffelturms. Fig. 7 enthält eine Probe dieser Aufnahmen. Man sieht deutlich, daß anfangs bei geringer Gegenspannung der Detektor tatsächlich nahezu als vollkommenes Ventil wirkte, die Spannung schnellt plötzlich empor und bleibt in dieser Höhe, bis der folgende Sekundenschlag eintrifft. Man sieht auch, daß der Karborunddetektor durch einen einmaligen Funken den Kondensator noch nicht bis zum Scheitelwert der Schwingung aufladet. Erst mit dem fünften Funken wird dieser Höchstwert nahezu erreicht. Bei den höheren Spannungen ist der Detektor in der negativen Richtung nicht mehr vollkommen isolierend, schließlich bildet sich ein stationärer Zustand heraus, indem jeder neue Funken so viel nachliefert, als in der vorhergehenden Sekunde durch mangelhafte Isolation verloren war. Eine gleich während oder unmittelbar nach dem Registrieren durch einfaches Umlegen der Wippe W (Fig. 3) an das Elektrometer angelegte Spannung erlaubt die Werte der Ausschläge sofort in Volt anzugeben. Im vorliegenden Falle erwies sich die Empfindlichkeit gleich 10 Strich pro Volt. Die höchste erreichte Spannung betrug daher 1,3 Volt. Die höchste überhaupt erreichte Spannung durch die Wellen des Eiffelturms in etwa 350 km Entfernung betrug in einem außergewöhnlich günstigen Fall bei dem vormittägigen Wetterbericht 4,6 Volt.

Was nun die Detektoren selbst betrifft, so läßt das Elektrometer unmittelbar erkennen, ob man es mit einem Ventil zu tun hat, und die Frage, die sich mit dem Galvanometer so schwer zugänglich zeigte, ob ein Detektor auf Ventilwirkung oder auf Thermowirkung beruht, erledigt sich mit dem Elektrometer in wenigen Augenblicken. Allerdings nur für den Fall, daß die Entscheidung zugunsten der Ventilwirkung ausfällt. Denn die Thermowirkung kann nur eine Gleichspannung von weniger als 0,001 Volt erzeugen; bei der Ventilwirkung ist die Gleichspannung von einer ganz anderen Größenordnung, die bis zu mehreren Volt steigt. Man kann auch kurz so sagen, daß alle Detektoren, die das Elektrometer auf elektrische Wellen ansprechen lassen, sicher nicht auf Thermoelektrizität beruhen. Als solche konnte ich daher mit Sicherheit konstatieren die Glühdetektoren, den elektrolytischen Detektor und von den Kristalldetektoren den Karborund-, Rotzinkerz-, Molybdänglanz-, Siliziumdetektor. Man kann aber das aufgestellte Kriterium nicht umkehren, daß die elektrometrisch unwirksamen Detektoren auf Wärmewirkung beruhen. Denn die Ursache der elektrometrischen Unwirksamkeit kann z. B. darin beruhen, daß zwar teilweise Ventilwirkung vorhanden, die Leitfähigkeit aber doch in beiden Richtungen so gut ist, daß es nicht zu einer Aufladung des Elektrometers kommt. Das wäre z. B. der Fall, wenn die Zeit zwischen zwei eintreffenden Wellenzügen lang genug wäre, um das Elektrometer wieder vollständig zu entladen. In dieser Lage befindet man sich scheinbar mit dem vielgebrauchten Bleisulfiddetektor, der mit dem Elektrometer keinerlei Wirkung gab. Diese Auffassung wird auch bestätigt durch die Tatsache, daß für die langsamen Funken Detektoren mit hohem Widerstand, wie Karborund- und Glühdetektoren, sich besonders wirksam erweisen, während für die schneller aufeinanderfolgenden tönenden Funken die besser leitenden Rotzinkerzdetektoren und ähnliche sehr empfindlich sind.

Nachdem sich bisher gezeigt hat, daß wenigstens die Kristalldetektoren sich bei den Hochfrequenzwellen nicht wesentlich anders verhalten, als bei langsamen Spannungsänderungen, kann man die Untersuchung noch bedeutend einfacher gestalten, so daß man gar nicht an die ankommenden Wellen gebunden ist. Man schaltet in den Sekundärkreis (Fig. 3) bei P ein sogenanntes Potentiometer ein, das ist eine Widerstandsabzweigung mit einem oder zwei Akkumulatoren, welche es erlaubt, eine beliebige Spannung an den Detektor anzulegen. Die Antenne wird dabei am besten abgeschaltet, um atmosphärische Störungen zu vermeiden. Wird die Wippe W umgelegt, so liegt der Punkt A durch die Spule S an Erde und an dem Detektor liegt die Spannung B, welche durch den Widerstand P variiert und an einem Voltmeter abgelesen werden kann. Nun ladet sich der Kondensator und mit ihm das Elektrometer auf das Potential des Punktes B.

Beim Umlegen der Wippe wird der Kondensator entladen, weil er durch den Widerstand R geerdet ist. Dabei muß der Strom aber in entgegengesetzter Richtung den Detektor D durchfließen, und man sieht ohne weiteres

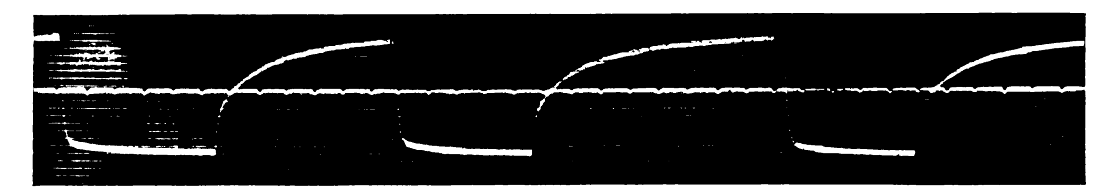


Fig. 8.

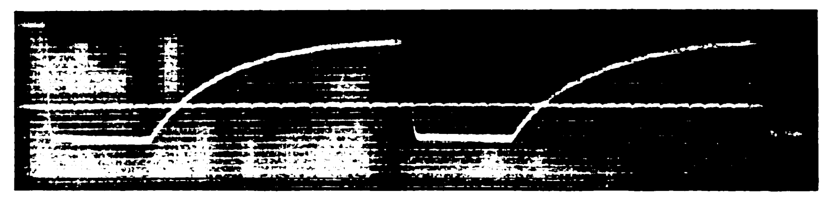


Fig. 9.

an der Geschwindigkeit des Elektrometerfadens, daß die Leitfähigkeit des Detektors in den beiden Richtungen nicht dieselbe ist. Deutlicher zeigt dann die entwickelte Kurve diesen Unterschied.

Aus der Kurve kann man den Widerstand für alle Potentialdifferenzen in den beiden Richtungen ermitteln. Sei V_0 die höchste Spannung, V irgendeine Zwischenspannung, C die Kapazität und R der Widerstand, so ist bekanntlich die Stromstärke $I = C\frac{dV}{dt} = \frac{V_0 - V}{R}$. Davon liefert die Kurve $V_0 - V$; mißt man ferner die Zeit nach Millimetern, in welcher der Ausschlag 1 mm zu- oder abnahm, so hat man dV/dt; ist nun noch C bekannt, das ein für allemal mit dem Harmsschen Kondensator bestimmt wird, so hat man aus einer einzigen Aufnahme den ganzen Verlauf des Widerstandes des Detektors für beide Richtungen bis zum Potential V_0. Um gut ausmeßbare Kurven zu erhalten, muß man bei den verschiedenen Detektoren, je nach der Größenordnung ihrer Leitfähigkeit, entweder die Registriergeschwindigkeit oder vielfach wohl einfacher die Kapazität des Kondensators verschieden wählen. Für genauere Versuche wird man sich auch über die Isolationsverluste Sicherheit verschaffen müssen. Das geht mit derselben Vorrichtung. Indem man den Detektor entfernt, so daß an der Stelle eine Luftstrecke bleibt, und dann den Kondensator zu demselben Potential ladet, wird der Abfall des Elektrometers nunmehr ausschließlich Isolationsfehlern zuzuschreiben sein. Für die vorliegenden Messungen wurden die Detektoren und alle Stützen auf Ebonit montiert, der Kondensator selbst war ein variabler Luftkondensator mit neun Platten, auf Bernstein isoliert, von maximal etwa 1000 cm Kapazität. Der Versuch zeigte, daß unter diesen Umständen Isolationsfehler keine Rolle mehr spielten.

Da die Einzelresultate über die verschiedenen Detektoren demnächst an einer anderen Stelle publiziert werden sollen, so seien hier nur zwei Proben beispielsweise wiedergegeben. Fig. 8 enthält die Charakteristik eines Karborunddetektors an einer Stelle mit unvollkommener Ventilwirkung, wie sie sich bei guten Detektoren zahlreich vorfinden. Die Kapazität des Kondensators C war gleich Null, da sonst die Aufladung zu langsam erfolgt wäre. Fig. 9 gehört einem sehr empfindlichen Zinkitdetektor an. Die Leitfähigkeit war aber auch in der negativen Richtung so groß, daß man einen größeren Kondensator zuschalten mußte, um die Entladungsgeschwindigkeit klein zu machen gegen die Einstellungsgeschwindigkeit des Elektrometers. Man sieht recht deutlich den großen Unterschied der Leitfähigkeit in den beiden Richtungen. Die Spannung V_0 war in beiden Fällen 1,45 Volt. Die Zeichen des Jaquetschen Zeitschreibers (Linie in der Mitte der Kurve) bedeuten 0,2 Sek.

Zusammenfassung.

Es werden Registrierungen mitgeteilt von einem Einfadenelektrometer nach Wulf mit einem Wollastonfaden aus Aluminium.

1. Es werden mit dem Instrument die Wellen von Fernstationen aufgenommen.

2. Im besonderen werden Verfahren zur genauen Uhrvergleichung mitgeteilt.

3. Es werden Methoden mitgeteilt, um mit dem Instrument die Wirkungsweise der Detektoren zu untersuchen.

Valkenburg, Holland-L., den 29. April 1914.

(Eingegangen 6. Mai 1914.)

Die optische Anisotropie der flüssigen Kristalle.

Von O. Lehmann.

Die Irrtümer, welche Herr D. Vorländer[1]) mir vorwerfen zu müssen glaubt, bestehen in Wirklichkeit nicht; seine Ausführungen sind aber insofern von Wert, als sie hoffentlich dazu beitragen werden, die Mißverständnisse, die vielfach durch Verwechslung der Vorländerschen Ansichten[2]) und der meinigen entstanden sind, zu beseitigen.

Vorländer hat sich mit flüssigen Kristallen wohl lediglich in der Absicht beschäftigt, zu untersuchen, welche chemische Konstitution ein Stoff haben muß, damit er in einer flüssig-kristallinischen Modifikation auftritt. In dieser Richtung war er auch mit großem Erfolge tätig. Mit physikalischen und kristalloptischen Untersuchungen hat er sich wohl kaum befaßt[3]). So ist nur natürlich, daß ihm mein Ideengang vielfach fremd ist. Während meine Arbeiten veranlaßt wurden durch das Ergebnis, die in allen Lehrbüchern zugrunde gelegte Identitätstheorie, die Annahme der Identität der Moleküle in allen Aggregatzuständen und Modifikationen eines Stoffs könne nicht richtig sein[4]) und durch Auffindung der flüssigen Kristalle den direkten Beweis für die Unhaltbarkeit dieser Theorie erbrachten, glaubte R. Schenck[5]) nachweisen zu können, die Moleküle der kristallinisch- und der isotrop-flüssigen Modifikation seien dieselben und D. Vorländer als Chemiker betrachtete wohl deshalb damals die Moleküle der flüssigen Kristalle auch als identisch mit den Gasmolekülen oder chemischen Molekülen, die Gestalt der chemischen Strukturformel sollte auch die Gestalt der Kristallmoleküle bestimmen.

I. Die Unhaltbarkeit der Identitätstheorie.

a) Die Umwandlungstemperatur. Den Ausgangspunkt meiner Überlegungen bildete folgende Beobachtung (s. a. a. O.). Die Schmelze des Ammoniumnitrats erstarrt bei 161° zu sehr weichen regulären Kristallen. Bei Verminderung der Temperatur auf 125,6° erstarren diese zu weniger weichen tetragonalen Kristallen, diese bei 82,8° zu noch steiferen monoklinen, diese bei 32,4° zu den gewöhnlichen harten rhombischen Kristallen, diese bei —16° zu noch härteren tetragonalen. — Nach der Identitätstheorie war dies so zu erklären, daß mit sinkender Temperatur das Lagegleichgewicht der Moleküle bei den angegebenen Punkten plötzlich labil wird und Einschnappen zu einem stabileren Raumgitter erfolgt. Rückumwandlung bei steigender Temperatur könnte somit nicht bei denselben, sondern erst bei um so höheren Temperaturen erfolgen, je größer die zu überwindende Reibung[1]). Im Gegensatz hierzu ergaben meine Beobachtungen Gleichheit der beiden „Grenztemperaturen" die Existenz einer einzigen „Umwandlungstemperatur" für Vor- und Rückumwandlung und vollkommene Analogie zu Dissoziations- (bzw. Assoziations-)Erscheinungen bei lockeren Verbindungen. Die polymorphe Umwandlung ist hiernach nicht einfach eine mechanische molekulare Umlagerung, sondern ein chemischer Prozeß, der natürlich (wegen Änderung der molekularen Richtkräfte) Raumgitteränderung zur Folge hat. Hieraus ergibt sich weiter Änderung der Moleküle beim Schmelzen und Verdampfen, da sonst zwei polymorphe Modifikationen verschiedene Schmelzen und verschiedene Dämpfe liefern müßten. Die Gleichheit von Schmelz- und Erstarrungspunkt ist ein weiterer Beweis dafür, denn bestände der Identitätstheorie gemäß das Erstarren lediglich in einem Einschnappen zu einem Raumgitter, so müßte der Schmelzpunkt höher liegen als der Erstarrungspunkt.

b) Die Plastizität von Kristallen. Käme den sehr weichen regulären Kristallen des Ammoniumoleats keine Elastizitätsgrenze zu, so mußten sie als flüssig bezeichnet werden; man könnte sagen, die tetragonalen Kristalle schmelzen bei 125,6° zu regulären. Zu dieser Erwägung kam ich zuerst bei Jodsilber[2]). Nach der Identitätstheorie war aber Fließen eines Kristalls ausgeschlossen, eben weil die Moleküle zu einem Raumgitter eingeschnappt waren. Sie mußten einem äußeren Zwang Widerstand leisten bis zur Gleichheit beider Kräfte, d. h. bis zum Eintritt eines Bruchs. Ein Kristall könnte also nur scheinbar fließen, indem er sich in ein Aggregat von Trümmern verwandelt, die infolge von Translation[3]) ihre Form so ändern,

1) D. Vorländer, diese Zeitschr. 15, 141, 1914.
2) D. Vorländer, Kristallinisch-flüssige Substanzen, Stuttgart 1908.
3) Seine Photographien von Achsenbildern fl. Kr. (Nova acta, Halle 1909) dürften im wesentlichen von H. Hauswaldt hergestellt sein, der schon früher Hunderte solcher Photographien bei festen Kristallen in größter Vollkommenheit ausgeführt und durch feinsten Druck reproduziert hat (Magdeburg, Hauswaldts Hausdruckerei 1902 08, mit Vorwort von Th. Liebisch).
4) O. Lehmann, Zeitschr. f. Kristallogr. 1, 97, 1877.
5) R. Schenck, Kristallinische Flussigkeiten und flüssige Kristalle, Leipzig, 1905.

1) W. Gibbs, Thermodynamische Studien 1876, deutsch von W. Ostwald, Leipzig 1892, S. 43. Anmerk.
2) O. Lehmann, Zeitschr. f. Kristallogr. 1, 120, 492 Anm. 1877; Wied. Ann. 24, 26, 1885; Molekularphysik 1, 848, 1888; Die neue Welt d. fl. Krist. 1911, S. 154 u. ff.
3) E. Reusch, Pogg. Ann. 132, 441, 1867.

daß sie sich dicht aneinander anschmiegen und durch Adhäsion verbunden bleiben[1]).

Nach meinen Versuchen bei Ammoniumnitrat[2]) gibt es aber wirklich plastische Kristalle, d. h. solche, bei welchen die Trümmer nicht größer als einzelne Moleküle sind, somit stetige Raumgitteränderung vorliegt (a. a. O., S. 108, 110). Bei Jodsilber über 146° ließ sich keine Elastizitätsgrenze nachweisen, das Einschnappen der Moleküle, wie es die Identitätstheorie verlangte, war also sehr problematisch.

c) Die Löslichkeit deformierter Kristalle. Da nach der Identitätstheorie die verschiedene Löslichkeit (Schmelz- und Verdampfbarkeit) polymorpher Modifikationen lediglich durch die Anordnung der Moleküle bedingt ist, nicht durch eine Verschiedenheit der Moleküle selbst, mußte erwartet werden, auch plastische Deformation, d. h. Raumgitterstörung, habe eine Änderung der Löslichkeit zur Folge. Die Versuche ergaben, daß dies nicht zutrifft. Selbst durch Ausschmieden, d. h. weitgehende Störung des Raumgitters, konnte keine amorphe Modifikation ohne scharfen Schmelzpunkt und ohne reversible Löslichkeit erhalten werden, wie die Identitätstheorie verlangte.

Nachdem ich so zur Überzeugung gelangt war, die Identitätstheorie sei unrichtig, hätte ich die weichen, regulären Kristalle des Ammoniumnitrats und des Jodsilbers als flüssig bezeichnen können, doch ließ sich nicht beweisen, daß sie keine Elastizitätsgrenze besitzen.

II. Reinitzers isotrope Flüssigkeit mit öligen Streifen.

Mit weiterer Untersuchung des Jodsilbers beschäftigt, sowie der Myelinformen des Ammoniumoleats[3]), welche ich noch als breiartige Massen auffaßte, wurde ich von Reinitzer um Aufklärung der von ihm beobachteten Trübung der Schmelze des Cholesterylbenzoats und des darin auftretenden Farbenschillers, sowie der Aggregatpolarisation zwischen gekreuzten Nicols ersucht. Vorländer[4]) gibt an, ich hätte sogleich die nahen Beziehungen zu dem, was ich bei Jodsilber gefunden hatte, bemerkt. Das ist nicht richtig, ich konnte in der trüben Schmelze keine Kristalle sehen, also auch nicht untersuchen, ob sie flüssig sind. Die Masse schien ein Brei zu sein, wie Ammoniumoleatmyelin[5]).

Auch Reinitzer selbst war der Ansicht, die Trübung werde beim Abkühlen durch farbenschillernde dünne Kristallblättchen verursacht, welche in der isotropen Schmelze schwimmen. Vorländer schreibt (a. a. O.): „Was aber dem anorganischen Salz (dem Jodsilber) fehlte, die Doppelbrechung im flüssigen Zustande, das brachte Reinitzers neue Verbindung. Es ist Reinitzer nicht entgangen, daß die doppelbrechende Flüssigkeit eine Gestalt hat, denn er schreibt von „sternförmigen Aggregaten, welche die Trübung der Flüssigkeit bewirken." Tatsächlich meinte Reinitzer feste Kristalle, von einer doppelbrechenden Flüssigkeit hat er nichts geschrieben, sondern nur von „öligen Streifen" einer höher schmelzenden Modifikation, die sich in der isotropen Schmelze bilden und doppelbrechend erscheinen, weil die Kriställchen in ihnen durch die Strömung parallel gerichtet wurden[1]).

Erst durch lange fortgesetzte Versuche erkannte ich, daß Reinitzers isotrope Flüssigkeit, in welcher sich Kristalle und ölige Streifen vorfinden, verschieden ist von der isotropen Schmelze, daß sie aber dem Stoffe nach identisch sein muß mit den Kriställchen und den öligen Streifen, weil sie gleiche Löslichkeit besitzt wie diese, so daß schließlich am wahrscheinlichsten schien, sie sei ein regelloses Aggregat derselben Moleküle, aus welchen die, wenn auch festen, doch sehr weichen Kristalle und die öligen Streifen bestehen.

Nach der Identitätstheorie hatte das keinen Sinn, denn nach ihr ist ein regelloses Aggregat derselben Moleküle, aus welchen die Kristalle bestehen, eben isotrope Schmelze und kann keine anderen Eigenschaften haben als diese. Meine Vorarbeiten über die Unhaltbarkeit der Identitätstheorie allein ermöglichten jenen Schluß, waren also für die Lösung der Kardinalfrage: Was ist Reinitzers isotrope Flüssigkeit mit öligen Streifen? von größter Bedeutung. Das Auftreten der Zirkularpolarisation und der Schillerfarben glaubte ich anfänglich mit dieser Annahme in Übereinstimmung bringen zu können, wie sich später zeigte, zu Unrecht[2]).

1) Nach G. Tammann, Gött. Nachr. 2. März 1912 soll auch die Translation als Zertrümmerung aufzufassen sein, insofern die Oberflächenspannung längs der Gleitflächen nahe gleich der an der Oberfläche gegen Luft ist.

2) O. Lehmann, Zeitschr. f. Kristallogr. 1, 110, 1877.

3) Derselbe, Molekularphysik, 1, 523, 1888.

4) Vorländer, Krist.-flüss. Substanzen, 1908, S. 3.

5) O. Lehmann, Molekularphysik, 2, Nachtrag S. 589, 1889. Diese Annahme wurde noch nach Jahren von H. Ambronn, G. Quincke, G. Tammann, W. Nernst u. a. gemacht.

1) Tatsächlich sind diese Streifen durch die Anwesenheit einer mit der isotropen Schmelze nicht mischbaren „öligen" Flüssigkeit bedingt, welche aber nicht eine andere Modifikation, sondern eine Verunreinigung ist. (O. L., diese Zeitschr. 11, 575, 1910.)

2) Ursache ist das Vorhandensein von zwei flüssigkristallinischen Modifikationen (O. L. Zeitschr. f. phys. Chem. 56, 750, 1906; diese Zeitschr. 11, 575, 1910), welche ich erst später entdeckte. R. Brauns, Handwörterb. d. Naturw. 5, 1077, 1914, schreibt diese Entdeckung (ebenso wie R. Schenck) F. M. Jäger zu. Das ist unrichtig, wie ich in der Zeitschr. f. phys. Chem. 73, 598, 1910 ausführlich dargelegt habe. Letzterer bezweifelte sogar das Faktum.

R. Brauns ist aber noch heute der Meinung, Reinitzers isotrope Flüssigkeit mit öligen Streifen und die isotrope Schmelze seien identisch[1])!

Vorländer war ursprünglich wohl derselben Meinung, da er jene isotrope Flüssigkeit nirgends erwähnt. Später wurde er bei einer anderen Substanz darauf aufmerksam, bei welcher er sie für eine besondere neue Modifikation hielt (s. Zeitschr. f. phys. Chem. 56, 766, 1906). Ich zeigte ihm experimentell, daß dies nicht der Fall ist, vielmehr eine kleine Verunreinigung das Auftreten bedingen kann[2]).

III. Die ersten flüssigen Kristalle.

Auch mir ist völlige Aufklärung bei Reinitzers trüber Schmelze erst später, nach Entdeckung der flüssigen Kristalle des Ammoniumoleats, gelungen, zu dessen Untersuchung ich durch die Einwendungen von H. Ambronn[3]) und G. Quincke[4]) geführt wurde, welche Reinitzers und meine ursprüngliche Annahme, es handle sich um eine heterogene breiige Masse gegen meine $1\frac{1}{2}$ Jahre später veröffentlichte[5]) Erklärung, es liege eine homogene fließend-kristallinische Modifikation vor, verteidigten mit der Begründung, die Erscheinungen seien ganz dieselben wie bei den Myelinformen des Ammoniumoleats und des Lezithins, über deren heterogene breiartige Beschaffenheit kein Zweifel sei.

Bei dem Ammoniumoleathydrat gelang es mir nun zum erstenmal, den einwandfreien Beweis zu erbringen, daß wirklich flüssige Kristalle existieren. Die Polyederform der direkt gewachsenen Kriställchen ist nur zu erklären durch (mehr oder minder gestörte) Raumgittterstruktur; die Erscheinung der spontanen Homöotropie, der alsbaldigen automatischen Wiederherstellung der Struktur nach Verzerrung, Zerteilung oder Zusammenfließen der Kristallindividuen schließt die Existenz einer Elastizitätsgrenze aus[6]). Es handelt sich also zweifellos um Kristalle, und zwar um flüssige[1]). Damit war das Problem gelöst und ich konnte daran denken, ein Werk über flüssige Kristalle herauszugeben, welches dann auch bald erschienen ist[2]).

Auch die Natur von Reinitzers isotroper Schmelze mit öligen Streifen konnte nun völlig aufgeklärt werden. Durch Zusammenfließen der kleinsten Kriställchen mit zweizähliger Symmetrieachse (tetragonaler Oktoeder) entstanden nämlich größere mit beliebig vielen Symmetrieebenen, durch die Hauptachse ja sogar solche mit kreisförmigem Querschnitt (Doppelkegel), was mit Raumgitterstruktur unverträglich ist, obschon das optische Verhalten der Gebilde dem der einachsigen Kristalle entspricht und die Verteilung der Symmetrieebenen, selbst wenn deren sehr viele (z. B. 30) sind, eine durchaus regelmäßige ist[3]).

Hier trat ein neuer Widerspruch gegen die Identitätstheorie hervor. Diese kannte nur zweierlei stabile Molekularanordnungen, die regellose der Flüssigkeiten und amorphen Körper und die Raumgitterstruktur der Kristalle. Die großen durch Zusammenfließen gebildeten Kristalle des Ammoniumoleathydrats verhielten sich aber so, wie wenn nur die Hauptachsen der Moleküle parallel wären, die Nebenachsen dagegen nicht, so daß man die Struktur als eine Zwischenform zwischen regelloser Struktur und Raumgitterstruktur bezeichnen kann. Ich nannte sie deshalb halbisotrope (früher pseudoisotrope) Struktur. Naturgemäß war dies auch die Struktur der durch Zusammenfließen vieler Individuen gebildeten, von Reinitzer mit isotroper Schmelze verwechselten scheinbar isotropen Flüssigkeit mit öligen Streifen. Sie ist scheinbar isotrop, weil die Adsorptionswirkung des Glases bedingt, daß da, wo sich keine (nicht mischbaren flüssigen) Unreinigkeiten (ölige Streifen) befinden, die optische Achse sich senkrecht zum Glase stellt, weil die Moleküle Blättchenform haben und sich der Glasoberfläche anzuschmiegen suchen.

Für den Anhänger der Identitätstheorie war natürlich das Ergebnis unannehmbar. Ohne Rücksicht auf die Tatsachen, speziell die spontane Homöotropie beim Zusammenfließen der Kristalle, welche regellose Nebeneinanderlagerung von Kristalindividuen, wie sie bei festen kristallinischen Substanzen zu beobachten ist, ausschließt und einheitliche Struktur der ganzen

1) Im Handwörterbuch der Naturwissenschaften 5, 1074, 1914 sucht er die „öligen Streifen" durch Reproduktion einer meiner ersten Abhandlung entnommenen Figur zu verdeutlichen, verwechselt aber die Figur mit einer andern, welche Aggregate flüssiger Kristalle, die sich aus einer Lösung ausscheiden, darstellt. Dadurch kommt er zu dem irrtümlichen Schluß, ich hätte einfach Reinitzers Beobachtung bestätigt und festgestellt, daß die durch die öligen Streifen getrübte Schmelze wirklich eine kristallisierte, völlig einheitliche enantiotrope Modifikation sei, daß es doppelbrechende Kristalle seien!!

2) Hierauf bezieht sich der letzte Absatz auf S. 22 seiner Schrift Krist.-flüss. Subst.

3) H. Ambronn, Ber. d. Kgl. sächs. Ges. d. Wiss. 42, 425, 1890.

4) G. Quincke, Wied. Ann. 53, 632, 1894.

5) O. Lehmann, Zeitschr. f. phys. Chem. 4, 462, 1889.

6) Derselbe, Verh. d. D. phys. Ges. 15, 416, 1913.

1) Vgl. G. Friedel, Journ. chim. phys. 11, 514, 1913 und O. Lehmann, Verh. d. D. phys. Ges. (im Druck).

2) Derselbe, Flüssige Kristalle, Leipzig, W. Engelmann 1904.

3) Derselbe, Sitzb. d. Heidelb. Akad. 1912, Taf. 1, Nr. 13; Prometheus, 25, Taf. 1, Nr. 1249, 1913.

Masse herzustellen sucht (abgesehen von vereinzelten Störungen[1]), welche die Trübung der kristallinisch-flüssigen Masse bedingen), glaubt deshalb Vorländer (S. 144) meine Annahme der Existenz einer halbisotropen Struktur als „mystisch" verwerfen und Reinitzers isotrope Flüssigkeit mit öligen Streifen als regelloses Aggregat homogener Kristallindividuen ähnlich einer Eistafel erklären zu sollen, die großen freischwebenden einzelnen halbisotropen Kristalle als gut entwickelte homogene Kristalle mit Raumgitterstruktur. Diese Erklärung wird aber jeder, der flüssige Kristalle wirklich eingehend beobachtet hat und die erforderliche Übung in mikroskopischer Kristalluntersuchung besitzt, ohne weiteres verwerfen[2]).

Daß die Identitätstheorie mit der Existenz flüssiger Kristalle unverträglich ist (welcher Widerspruch eben zur Auffindung der flüssigen Kristalle hingeleitet hat), war Vorländer zu Anfang seiner Untersuchungen, wie schon eingangs bemerkt, so wenig klar, daß er die Form der Gasmoleküle, welche er aus der chemischen Strukturformel ableitete, ohne weiteres als Form der Kristallmoleküle betrachtete und letztere deshalb als stäbchenförmig ansah.

Zu der Annahme solcher Stäbchenform war ich selbst schon früher durch die Erscheinungen der spontanen und erzwungenen Homöotropie gelangt[3]). Das mechanische Verhalten nötigte mich aber neuerdings Blättchenform anzunehmen[4]). Die dafür vorgebrachten Gründe widerlegt Vorländer nicht, er beschränkt sich auf die Behauptung: „Irgendwelche Begründung für die Molekülblättchen hat Lehmann nicht geliefert." Dagegen nimmt er nunmehr selbst meine Theorie der physikalischen Polymerie (Verschiedenheit der Moleküle in den verschiedenen Modifikationen) an, ohne Angabe eines Grundes und ohne zu berücksichtigen, daß hierdurch sein Beweis für die Stäbchenform der Moleküle hinfällig wird. Nur zum Schluß (S. 142, 145) erklärt er als möglich und wahrscheinlich, in einzelnen Fällen könnten die Moleküle auch Blättchen sein[1]).

1) O. Lehmann, Flüssige Kristalle 1904, Taf. III, Fig. 1 und 8, Verh. d. D. phys. Ges. **13**, 338, 1911; **15**, 413, 1913.

2) Vorländers „gut entwickelte stäbchenförmige Kristalle" sind in Wirklichkeit, wie man sich durch Betrachtung von verschiedenen Seiten überzeugen kann, halbisotrope Zylinder; bei andern, wie z. B. Fig. 20, S. 19 seiner Schrift, dürfte es sich in Wirklichkeit um Gebilde handeln, wie ich sie in den Sitzb. d. Heidelb. Akad. 1912, Nr. 13, Taf. 1 u. 2 abgebildet habe, d. h. es sind keine Zwillinge, die scharfen Kanten sind nur schematisch.

3) O. Lehmann, Zeitschr. f. phys. Chem. **18**, 95, 1895; Ann. d. Phys. **12**, 319, 1903; Verh. d. D. phys. Ges. **8**, 143, 331, 1906; diese Zeitschr. **7**, 725, 1906; die scheinb. leb. Kristalle, S. 26, 1907.

4) Derselbe, diese Zeitschr. **14**, 1131 Fig. 1; 1133 Fig. 3a, b, 1914; Verh. d. D. phys. Ges. **15**, 420, 1913.

IV. Das System kristallinischer Flüssigkeiten.

Vom Standpunkt meiner Theorie der physikalischen Polymerie ist das Kristallsystem einer Substanz in erster Linie durch die Anisotropie der Moleküle bedingt, nicht durch deren Anordnung, welche allerdings von dieser abhängt, aber auch beliebig gestört werden kann, ohne daß sich dadurch das Kristallsystem der Substanz ändert, wenn auch die Erkennung schwieriger wird. Man kann also auch die flüssigen Kristalle in die gleichen Systeme einreihen wie die festen, während dies nach der Identitätstheorie (abgesehen davon, daß diese mit der Existenz flüssiger Kristalle und inhomogener Strukturen unverträglich ist), unmöglich wäre.

Um klarzustellen, wie sich eine solche Systembestimmung durchführen ließe (nicht um eine Präzisionsmessung zu machen), habe ich den Fall der Paraazoxyphenetols in dieser Hinsicht behandelt. Vorländer erwähnt dies unter der Überschrift: „Die angebliche Zweiachsigkeit von Kristalltropfen." Von solchen habe ich aber bei der fraglichen Systembestimmung überhaupt nicht gesprochen. Daß Kristalltropfen homogene Kristalle mit optischen Achsen seien, ist ein Irrtum Vorländers, der sich bereits in seiner Schrift S. 22 vorfindet, wo er behauptet, die Kristalltropfen seien tetragonale oder hexagonale Bipyramiden, welche, der Oberflächenspannung unterliegend und die Kanten verlierend, Kugelform annehmen. Er verwechselt also das schwarze Kreuz, welches Kristalltropfen in parallelem Licht zeigen, mit dem schwarzen Kreuz der einachsigen Kristalle in konvergentem Licht, er verwechselt auch die geometrische Symmetrieachse der Tropfen, um welche die Moleküle in konzentrischen Kreisen gruppiert sind, mit der optischen Achse homogener Kristalle, die natürlich keine bestimmte Linie, sondern nur eine Richtung ist.

Ebenso verkehrt ist Vorländers Auffassung über die angebliche Zweiachsigkeit von flüssigen Kristallplatten. Er verwechselt diese[2]) zum Teil mit halbisotropen Schichten, wie sie infolge der Adsorptionswirkung des Glases entstehen können

1) T. Svedberg, (Arkiv f. Kemi **4**, Nr. 39; Arkiv f. Matem. **9**, Nr. 9, 1913) kommt vom Standpunkt der Identitätstheorie durch Untersuchung des elektr. Leitungsvermögens zur Annahme der Stäbchenform der Moleküle. Nimmt man aber an, die Moleküle seien blättchenartige Aggregate paralleler stäbchenförmiger chemischer Moleküle und für Ionen durchdringlich, so wird sein Beweis ebenfalls hinfällig.

2) Siehe O. Lehmann, Wied. Ann. **41**, 529, 1890.

(besonders bei fremden Zusätzen, welche die molekulare Richtkraft schwächen) und sehr reinen Glasflächen; zum Teil mit den Schichten mit zahlreichen Störungen, wie man sie gewöhnlich durch Abkühlen der isotropen Schmelze erhält. Die Kristallplatten mit erzwungener Raumgitterstruktur, um die es sich handelt, entstehen beim Erwärmen der zwischen Glasplatten erstarrten festen Kristalle über den Umwandlungspunkt. Ebenso wie Ammoniumnitrat[1]), Cholesterinkaprinat[2]), Phrenosin[3]) usw. treten die neuen Moleküle (in diesem Fall die der flussig-kristallinischen Modifikation, die allerdings nach der Identitätstheorie nicht verschieden sein können von der der isotrop-flüssigen und der festen) in regelmäßiger Orientierung gegen die Moleküle der festen Modifikation, aus welcher sie entstanden sind, auf und werden in dieser Lage durch die Adsorptionskraft des Glases festgehalten, also soweit ein einheitlicher fester Kristall vorlag, alle in paralleler Stellung und in regelmäßiger Orientierung gegen die Kanten oder Achsen der vorher vorhandenen festen Kristalle. Da sich nach diesen durch das Glas festgehaltenen Molekülen der flüssig-kristallinischen Modifikation die übrigen Moleküle der letzteren infolge der molekularen Richtkraft richten, werden alle Molekule parallel[4]).

Bezüglich der Orientierung der Moleküle bei Umwandlung fester enantiotroper Modifikationen machte ich nun die Beobachtung, daß Kanten, die senkrecht zu einer Auslöschungsrichtung sind, in der Regel nach der Umwandlung dieselbe Lage haben, wenn sich dabei die Form durch Gleiten der Molekülschichten übereinander ändert[5]), d. h. wenn die Moleküle genügend beweglich sind. Gleiches dürfte somit für den Übergang in eine flüssigkristallinische Modifikation gelten. Beobachtet man also bei den festen Kristallen eine Kante, zu welcher die Auslöschung senkrecht ist und behält die Auslöschung bei der Umwandlung ihre Richtung, d. h. ist auch nach der Umwandlung des festen Kristalls in einen flüssigen noch Dunkelstellung vorhanden, so kann man annehmen, daß, wenn der flüssige Kristall polyedrische Form annehmen könnte, eine Kante senkrecht zu dieser Auslöschung verlaufen würde.

Diese Kante hat nun noch eine ganz besondere Bedeutung. Sie ist nämlich bei den festen Kristallen sowohl vor wie nach der Umwandlung Zwillingsgrenze, und zwar bei Zwillingsbildungen, die ganz an die künstliche Zwillingsbildung bei Kalkspat erinnern, bei welchen sich die Moleküle wie um ein Scharnier mit Anschlag drehen, was sich nicht wohl anders begreifen läßt, als so, daß die Richtung der Zwillingskante zugleich die von Molekülkanten ist. So läßt sich aus der Lage der Auslöschungsrichtungen vor und nach der Umwandlung auch bei flüssigen Kristallen ein Schluß auf die Richtung der Molekülkanten gegen die Auslöschungsrichtungen oder die Richtung stärkster Lichtabsorption, wie sie im Dichroismus ihren Ausdruck findet, ziehen. Hierdurch gelangte ich zu der Ansicht, das System des flüssig-kristallinischen Paraazoxyanisols müsse das monosymmetrische sein; denn: 1. bei asymmetrischen Kristallen sind die Auslöschungen nie senkrecht zu den Kanten und bleiben bei der Umwandlung nicht ungeändert, 2. bei regulären Kristallen gibt es keine Auslöschungsrichtung, 3. bei tetragonalen und hexagonalen Kristallen gibt es eine Richtung (die der optischen Achse) ohne Auslöschungen. Läßt man nun das Azoxyphenetol zwischen Objektträger und Deckglas erstarren und bewirkt durch Erwärmen Umwandlung in die flüssigkristallinische Modifikation, so haben die entstehenden homogenen flüssigen Kristalle ganz ebenso wie die vorher vorhandenen festen alle möglichen Richtungen. Es müßten also darunter auch solche vorhanden sein, bei welchen die optische Achse zufällig in die Sehrichtung fällt. Diese müßten beim Drehen des Objekttisches dunkel bleiben, eventuell im konvergenten Licht eine einachsige Interferenzfigur zeigen. Der Versuch ergab, daß derartige stets dunkelbleibende Felder nicht auftreten[1]), das Azoxyphenetol also keinem der beiden einachsigen Systeme angehören kann, 4. bei rhombischen Kristallen sind die Auslöschungen immer parallel den Achsen, bzw. den diesen parallelen Kanten und zu andern symmetrisch. Kommen nun die flüssigen Kristalle mit einer Luftblase in Berührung, so stellt sich die (durch den Dichroismus von der andern leicht unterscheidbare) Auslöschungsrichtung, welche senkrecht zur einen Molekülkante ist, senkrecht zur Ober-

1) O. Lehmann, Zeitschr. f. Kristallogr. **1**, 107, 1877.
2) Derselbe, Zeitschr. f. phys. Chem. **56**, 750, 1906.
3) Derselbe, Ann. d. Phys. **43**, 121, 1914.
4) Ob sie ein Raumgitter bilden, ließe sich nur entscheiden, wenn man prüfen könnte, ob beim Fortwachsen der Schicht die Umgrenzung polygonal wird. Ich vermute, daß sie in diesem Fall ein, den molekularen Richtkräften der Substanz entsprechendes Raumgitter bilden. Wird dagegen zur Parallelrichtung der Moleküle eine andere Substanz (etwa Glimmer) verwendet, so dürfte eine andere Struktur entstehen. (Siehe auch Ch. Mauguin, Compt. rend. **156**, 1246, 1913).
5) O. Lehmann, Wied. Ann. **25**, 173, 1885.

1) Zu beachten ist, daß nach Mauguin bei sorgfältiger Reinigung des Glases nicht erzwungene Raumgitter, sondern halbisotrope Schichten erhalten werden.



fläche der Blase, so daß die Molekülkante die Oberfläche tangiert. Augenscheinlich ist dies eine Wirkung der Oberflächenspannung. In Kristalltropfen liegen diese Auslöschungen, falls die Substanz rein (der Kristalltropfen symmetrisch)[1] ist, radial in Ebenen senkrecht zur Symmetrieachse des Tropfens, welche nicht ein wirklicher Faden fremder Flüssigkeit mit Oberflächenspannung ist. Wäre nun die Substanz rhombisch, so könnte wegen der symmetrischen Lage der Molekülkanten kein Unterschied zwischen den beiden Hälften des Tropfens bestehen, in den dieser durch eine zur Achse senkrechte durch die Mitte gehende Ebene geteilt wird. Tatsächlich ist dies nicht der Fall, der Tropfen ist vielmehr, auch wenn keine fremde Substanz zugesetzt ist, durch eine deutlich sichtbare Ebene senkrecht zur Achse in zwei Teile geteilt, in welchen die Kanten in entgegengesetztem Sinn laufen müssen. Nur so läßt sich das Auftreten der Halbierungsebene begreifen.

Demgemäß folgt, daß das System des Paraazoxyphenetols das monosymmetrische ist.

Die Anordnung der Moleküle in konzentrischen Kreisen um die „Fäden" ist jedenfalls[2] die Wirkung der Oberflächenspannung. Die Molekülkanten müssen also senkrecht zum Faden, die dazu normalen Auslöschungen radial stehen, was bei symmetrischen Tropfen tatsächlich zutrifft. Nachdem vorher gezeigt wurde, daß die Wirkung, welche auch übereinstimmt mit der Erzeugung halbisotroper Schichten an Glasoberflächen, zu erklären ist durch die Blättchenform der Moleküle, wird man annehmen müssen, daß dies auch hier zutrifft, daß die Blättchen sich tangential an den Faden anlegen und die übrigen Moleküle sich darnach richten. Versucht man nun den Blättchen, mit Rücksicht darauf, daß sie monosymmetrische Symmetrie haben und in den beiden Hälften entgegengesetzt geordnet sein müssen, solche Gestalt zu geben, daß die tatsächlich beobachteten Erscheinungen herauskommen,[3]) so bleibt nur übrig anzunehmen, die Symmetrie der Moleküle entspreche der sphenoidischen Klasse des monosymmetrischen Systems (Achsenschiefe 60°, Schiefe der Indikatrix 45°). Zurzeit als ich dies schrieb, wußte ich bereits,[4]) daß fremde Zusätze, insbesondere Aufnahme geringer Mengen des Lösungsmittels, die Anordnung der Moleküle beeinflussen und eine entsprechende Wirkung auf die optischen Eigenschaften, insbesondere Drehung der Polarisationsebene[1]) hervorrufen können. Auch aus diesem Grunde hatte genauere Bestimmung keinen Zweck. Ob die symmetrischen Kristalltropfen, die ich später auffand[2]), völlig rein sind und ungestörte Struktur besitzen, vermag ich zurzeit nicht zu sagen. Man wird die Ergebnisse bei Kristalltropfen nachprüfen müssen an flüssig-kristallinischen Schichten mit erzwungener Raumgitterstruktur zwischen Glasplatten, an welchen flüssig-kristallinische Häutchen haften, die aus homogenen festen Kristallen entstanden sind, so wie es von seiten des ausgezeichneten Kristallographen Herrn Fr. Wallerant geschehen ist.

Daß es Vorländer nicht geglückt ist, dieselben Ergebnisse wie dieser zu erhalten, beruht eben darauf, daß er das zu Beweisende voraussetzt, d. h. die halbisotropen Schichten nicht von den Schichten mit erzwungener Raumgitterstruktur unterscheidet und seine Beobachtungen ausschließlich an ersteren anstellt.

Ob die eigentümlichen Störungen, die er bei diesen einachsigen Interferenzfiguren findet, die durch Störung der halbisotropen Struktur hervorgebracht werden und Übergänge zu zweiachsigen Bildern darstellen, sich durch Knikkungen der Struktur, unter veränderlichen Winkeln von 22° bis 45°, wie solche sonst nicht auftreten, aber unter den angewandten Versuchsbedingungen immerhin möglich wären, allein erklärt werden können, scheint mir zweifelhaft. Der angewandte Zwang dürfte teilweise Parallelstellung der zweiachsigen Moleküle hervorgebracht und hauptsächlich so die Störungen bewirkt haben.

1) O. Lehmann, Sitzb. d. Heidelb. Akad. d. Wiss. 1911, Nr. 22.

2) Derselbe, Sitzb. d. Heidelb. Akad. 1912, Nr. 13. Gemeint ist die gewöhnliche Zentralkraft-Oberflächenspannung, da hier die Richtkraft-Oberflächenspannung zu vernachlässigen ist (O. Lehmann, Verh. d. D. phys. Ges., im Druck).

3) Derselbe, Ann. d. Phys. **39**, 87, 1912.

4) Daß nicht nur isomorphe Mischungen möglich sind, sondern auch homogene Mischungen mit fremdartigen Substanzen, wurde von mir zum erstenmal nachgewiesen; siehe O. L., Das Kristallisationsmikroskop 1910, S. 29.

1) O. Lehmann, Ann. d. Phys. **2**, 684, 1900; Hauptkatalog der Firma Voigt & Hochgesang in Göttingen 1907, S. 28, Dauerpräparat Nr. 17 (nach meiner Auffassung).

2) Derselbe, Sitzb. d. Heidelb. Akad. 1911, Nr. 22.

Karlsruhe, 20. April 1914.

(Eingegangen 29. April 1914.)

Charakteristische Erscheinungen bei der Bestrahlung von Rändern mit Röntgenstrahlen. II.

Von J. Laub.

In einer kürzlich in dieser Zeitschrift (**15**, 342, 1914) abgedruckten Abhandlung sind einige Erscheinungen beschrieben worden, die ich bei der Bestrahlung von Rändern mit Röntgenstrahlen er-



halten habe. Aus weiteren qualitativen Versuchen, die im folgenden mitgeteilt werden, glaube ich mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit schließen zu dürfen, daß man es bei den von mir beobachteten Erscheinungen mit einer Art Beugung der Röntgenstrahlen an den Rändern zu tun hat. Die Ränder haben offenbar in hervorragendem Maße ausgezeichnete Struktureigenschaften (anisotrope Mikrostruktur), so daß an ihnen die Röntgenstrahlen abgebeugt werden können. Auf welche Weise diese Struktur zustande kommt (Deformationen während der Bearbeitung usw.), wodurch sie beeinflußt wird, ob vielleicht während der langen Bestrahlung Umlagerungen vorkommen, muß einem weiteren Studium vorbehalten bleiben.

Es sei gestattet, einige neue Beobachtungen mitzuteilen, und im Anschluß auch meine früheren Versuche qualitativ zu deuten.

Wurden die Röntgenstrahlen einer harten Müllerröhre mit Platinkathode einfach durch eine runde Bleiblende (Durchmesser 3 cm) 85 Min. lang geschickt, wobei dafür gesorgt wurde, daß die Strahlen möglichst parallel laufen und die Ränder wenig streifen, so war auf der photographischen Platte ein scharf begrenzter, gleichmäßig geschwärzter Kreis zu sehen, der Rest der Platte war sehr schwach gleichmäßig geschwärzt (grauer Schimmer im reflektierten Licht). Wurde aber die Röntgenröhre so gestellt, daß die Strahlen auf die Bleiränder schräg fielen, so erhielt ich auf der photographischen Platte nach einer Belichtungszeit von 85 Min. 1. den Durchstoßungskreis der Primärstrahlen, umgeben von 2. einem schmalen Ring, der den Eindruck eines tieferen Schwarz macht, 3. an den Ring schließt sich ein zweiter breiter, gleichmäßig geschwärzter, aber wenig intensiver scharf begrenzter.

Wurde nun gleich hinter der Blende ein 0,6 mm dickes Zinkblech in ähnlicher Weise wie bei meinen früheren Versuchen angebracht und durchstrahlt, so erhielt ich dieselbe Photographie wie in der Fig. 1 meiner vorigen Mitteilung.

Daraufhin habe ich das Zinkblech hinter der Blende so gestellt, daß auf der rechten Seite ein äußerst feiner Spalt freiblieb. Nach einer Exposition von 85 Min. erhielt ich die Fig. 1[1]).

Wir sehen in der Fig. 1 den direkt durchstrahlten Spalt *a*, getrennt durch ein Intensitätsminimum vom Durchstoßungskreis *K*, der von den durch die Zinkplatte durchgegangenen Strahlen stammt. Rechts von *a* folgt ein Intensitätsminimum, dann die Linie *b*, an die sich eine Art Bande mit verstärktem Rand *c* schließt. Auf der photographischen Platte ist noch in einer Entfernung von ca. 3 cm von *c* eine sehr schwache Linie zu sehen, die schwer reproduzierbar ist.

1) Die Figuren habe ich nach der Originalplatte von einem unbefangenen Herrn nachzeichnen lassen; auf der linken Seite waren verwaschene „Abbildungen" zu sehen, die ich nicht wiedergebe.

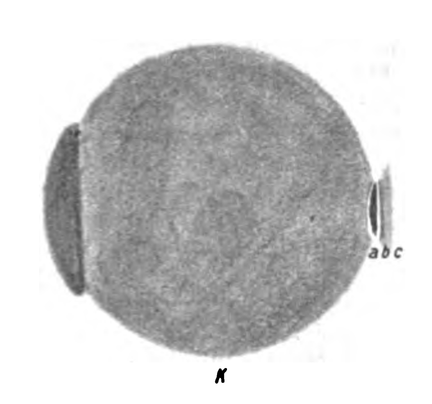


Fig. 1.

Neben den scharfen Linien sieht man auf meinen früheren Aufnahmen und auch auf den neueren einen schwach geschwärzten „Kreissektor". Ich versuchte nun diesen dadurch zu eliminieren, daß ich in den Gang der Strahlen zwischen den Zinkstreifen und der photographischen Platte eine 2 mm dicke Glasscheibe brachte. Es gelang mir dann in der Tat, eine Aufnahme zu erhalten, wie sie aus der Fig. 2

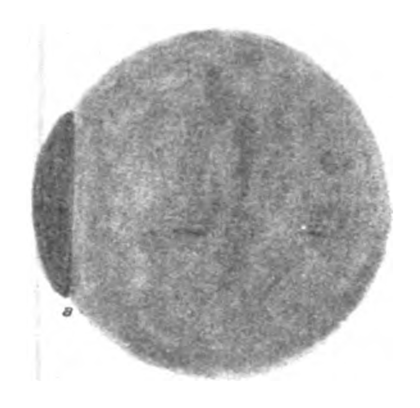


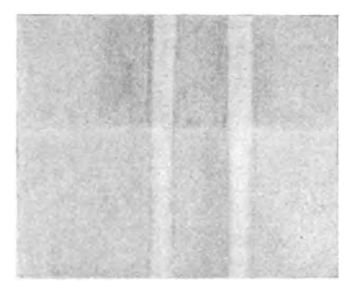
Fig. 2.

zu ersehen ist. In dem Spalt, der von der direkten Durchstrahlung herrührt, sieht man die scharfe Linie *a* (offenbar vom Zinkrand), außerdem sieht man noch die Linien *b* und *c*.

Die Photographien 1 und 2 kann man im Zusammenhang mit den früher von mir erhaltenen vielleicht in folgender Weise erklären. Die Ränder besitzen eine anisotrope Struktur und veranlassen eine Beugung der Röntgenstrahlen. Die auf den Platten vorhandenen Linien haben ihren Ursprung in den Strahlen, die am Zinkrand abgebeugt werden; es scheinen mir Beugungsbilder verschiedener Ordnung vorhanden zu sein. Aber außerdem kann unter gewissen Umständen auch der Bleirand des Diaphragmas als Gitter wirken. Das wird offenbar eintreten, wenn die Strahlen schräg auf die Blendenränder fallen, ferner auch, wenn der Spalt Bleirand—Zinkrand sehr lang und breit ist, so daß ein großer Teil der am Zink zerstreuten Strahlen auf das Blei fällt und dort abgebeugt wird. Die Zusammenwirkung der beiden Ränder kann Anlaß zu Abbildungen des ganzen Spaltes geben (siehe z. B. Fig. 3 meiner früheren Notiz).

Die am *Pb*-Rand abgebeugten Strahlen sind möglicherweise weicher als die am *Zn*-Rand abgebeugten, wodurch es zu erklären ist, daß die Linien sehr scharf werden, wenn eine Glasscheibe zwischen das Zinkblech und die photographische Platte gebracht wird.

Wurde in den Gang der Strahlen ein 1 mm breiter und 0,5 mm dicker Zinkdraht gebracht, so erhielt ich nach einer Exposition von zwei Stunden Abbildungen des Drahtes, wie sie in der Fig. 3 zu sehen sind.



(Der Durchstoßungskreis ist nicht wiedergegeben.)

Fig. 3.

Ähnliche Erscheinungen habe ich auch noch mit Eisenplatten erhalten; quantitative Messungen sollen erst ausgeführt werden. Vielleicht wird es dann möglich sein, auch die Wellenlängen der Röntgenstrahlen zu messen, ferner auch über die Mikrostruktur der Körper einiges zu erfahren.

Es sei gestattet, noch darauf hinzuweisen, daß die von mir untersuchten Erscheinungen eine große Rolle spielen können in den spektroskopischen Messungen der Röntgenstrahlen, wie sie von den Herren Herweg[1]) und de Broglie ausgeführt worden sind. Die von den genannten Herren in ihrer Anordnung verwandten Diaphragmen können ihrerseits auf der photographischen Platte Linien liefern, die gar nicht durch die Beugung des Röntgenlichts an den Kristallen hervorgerufen werden.

1) J. Herweg, Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 73, 1914.

Buenos-Aires, Departamento de Física del Instituto Nacional del Profesorado Secundario, 6. April 1914.

(Eingegangen 30. April 1914.)

Über den Einfluß von Potentialschwellen auf den Stromübergang zwischen einem Glühdraht und einem koaxialen Zylinder.

Von W. Schottky.

Im folgenden gebe ich eine kurze Darstellung meiner Rechnungen und Beobachtungen über die Wirkung von Potentialschwellen, die sich zwischen einem Elektronen emittierenden Glühdraht und einem koaxialen Zylinder unter dem Einfluß der übergehenden Ladungen ausbilden. Die Verhältnisse bei großen beschleunigenden Potentialen und starken Strömen sind gleichzeitig von I. Langmuir[1]) und seinen Mitarbeitern untersucht worden, die ein unter einfachen Voraussetzungen aufgestelltes Annäherungsgesetz gut bestätigt finden. Bei den folgenden Darlegungen liegt theoretisch das Hauptgewicht auf einer genaueren Analyse des Feldverlaufs zwischen den Elektroden und der Bestimmung verschiedener Abweichungen von der Langmuirschen Beziehung, die sich daraus ergeben. Experimentell handelt es sich um die Vorgänge bei niedrigen Potentialen, wo einerseits diese Abweichungen besonders stark hervortreten, andererseits der Einfluß der Gase unterhalb und in der Umgebung ihrer Ionisierungsspannung untersucht werden kann.

Voraussetzung der Berechnungen ist, daß die Thermionen den Glühdraht mit Maxwellscher Geschwindigkeitsverteilung verlassen und den Raum zwischen den Elektroden, in dem die gewöhnlichen Bewegungsgesetze und die Poissonsche Gleichung gelten, frei durchfliegen, nur der Wirkung der makroskopischen elektri-

1) Diese Zeitschr. **15**, 348—353, 1914, zitiert als Langmuir I; vgl. auch meine Notiz, diese Zeitschr. **15**, 526—528, 1914.

schen Kräfte unterwerfen. Die erste Voraussetzung wird direkt und indirekt durch die Beobachtung[1]), die zweite bei den benutzten Versuchsbedingungen durch plausible Rechnung gestützt.

I. Theoretisches.

Es sei r der Radius des Glühdrahtes, a der des Zylinders,

$$\vartheta = \frac{r}{a}, \quad \lambda = \frac{1}{1-\vartheta^2} = \frac{a^2}{a^2-r^2};$$

J der pro Zentimeter Glühdraht übergehende Strom, S der Sättigungsstrom bei der gleichen Temperatur, ε der absolute Betrag der Ladung der ausgesandten Ionen, V das angelegte Potential, beschleunigende Potentiale positiv gerechnet, alles in elektrostatischen Einheiten; K die elementare Gaskonstante, T die abs. Temperatur des Glühdrahtes; n das „reduzierte verzögernde Potential", definiert durch

$$n = -\frac{\varepsilon}{KT} V. \tag{1}$$

Dann gilt, wie ich in der Annalenarbeit zeige, unter der Voraussetzung, daß das Potential vom Glühdraht zum Zylinder ständig abfällt und die austretenden Ionen dem Maxwellschen Verteilungsgesetz gehorchen, die Beziehung:

$$J = S \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left\{ e^{-n} \int_0^{\sqrt{\lambda n}} e^{-\vartheta^2 x^2} dx + \int_{\sqrt{\lambda n}}^{\infty} e^{-x^2} dx \right\},$$

oder[2])

$$J = S \left\{ \frac{e^{-n}}{\vartheta} \Theta(\sqrt{\vartheta^2 \lambda n}) + 1 - \Theta(\sqrt{\lambda n}) \right\}. \tag{2}$$

Ist $\vartheta^2 \lambda n << 1$ — wir setzen in diesem Fall $n = n_1$ —, so geht (2) über in

$$J = S \left\{ \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-n_1} \sqrt{n_1} + 1 - \Theta(\sqrt{n_1}) \right\}, \tag{2'}$$

d. h. das Verhältnis des übergehenden Stromes zum Sättigungsstrom ist vom Radienverhältnis ϑ unabhängig. Ist $\vartheta^2 \lambda n >> 1$ $(n = n_2)$, so wird

$$J = S \cdot \frac{e^{-n_2}}{\vartheta} \tag{2''}$$

speziell für $\vartheta = 1$, $J = S \cdot e^{-n_2}$, die Richardsonsche Aufladungsgleichung für ebene Anordnung. Man erkennt leicht, daß das aus (2) und (1) berechnete Potential V bei gegebenem Strom J und Radienverhältnis ϑ immer absolut kleiner, algebraisch größer sein muß, als das aus (2') und (1) berechnete Potential V_1, jedoch algebraisch kleiner als das aus (2'') und (1) berechnete Potential V_2.

$$V_1 < V < V_2. \tag{3}$$

Ein Spezialfall des betrachteten Falles liegt vor, wenn am Zylinder ein Potentialminimum auftritt, d. h. der Potentialgradient beim Radius a verschwindet. Es gilt dann neben (2) noch eine weitere Beziehung

$$V = -\Omega(J, S, \varepsilon, \mu, T, r, a) \tag{4}$$

(μ Masse des Ions).

Die Funktion Ω genau zu bestimmen, ist analytisch undurchführbar, doch lassen sich brauchbare Grenzen angeben. Wie ich in einer gleichzeitig in den Ber. d. D. Phys. Gesellsch. erscheinenden Notiz zeige, gilt:

$$\Omega_1 < \Omega, \tag{5}$$

falls

$$\Omega_1 = 4 \sqrt{\frac{\mu}{2\pi KT}} J \left\{ a \ln \frac{a}{r} - (a-r) \right\} \tag{4'}$$

(ln nat. Logarithmus) gesetzt wird. (Ebenso läßt sich eine Funktion $\Omega_2 > \Omega$ angeben, die wir jedoch im folgenden nicht benutzen.) Für $J << S$ ist (5) eine starke Ungleichung; nur für $J \sim S$ wird $\Omega \sim \Omega_1$.

Ω hat die Bedeutung eines Grenzpotentials. Wächst — bei konstanter Glühtemperatur — das angelegte Potential über $-\Omega$ hinaus, so fällt das Potential nicht mehr vom Draht zum Zylinder ständig ab, sondern es bildet sich unter dem Einfluß der Raumladungen, die durch die übergehenden Ionen verursacht werden, ein Potentialminimum zwischen Draht und Zylinder aus, das die Anzahl der übergehenden Ionen gegenüber dem Gesetz (2) mehr oder weniger stark herabsetzt. Diese „Potentialschwelle", die zunächst dem Auffangzylinder dicht vorgelagert ist, rückt bei weiterer Steigerung des angelegten Potentials immer weiter nach innen, um sich schließlich unmittelbar dem Glühdraht vorzulagern. Ist das Minimum am Glühdraht selbst angelangt, so ist das „Sättigungspotential" Σ erreicht; die Schwelle ist aus dem Raum zwischen den Elektroden verschwunden und alle austretenden Ionen erreichen den Auffangzylinder.

In dem Potentialgebiet zwischen $-\Omega$ und Σ zerfällt der Raum zwischen den Elektroden in zwei Gebiete völlig verschiedenen Charakters. Zwischen der Drahtoberfläche und dem Zylinder, auf dem das Potentialminimum liegt — wir

---

1) Direkt durch Versuche bei verzögernden Potentialen von O. W. Richardson bei Platin (Phil. Mag. (6) **16**, 353 u. 890, 1908; **17**, 813, 1909; **18**, 681, 1909), vom Verf. bei Wolfram und Kohle (Ann. d. Phys. **44**, Heft 15 oder 16, 1914, zitiert als „Annalenarbeit"); indirekt durch die neueren Versuche von Richardson (diese Zeitschr. **14**, 793, 1913) und Langmuir (diese Zeitschr. **15**, 516, 1914, zitiert als Langmuir II).

2) In der Bezeichnungsweise von E. Czuber, Theorie der Beobachtungsfehler (B. G. Teubner, Leipzig 1891). Dort ist auch die Funktion $\Theta(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-t^2} dt$ tabelliert.

verstehen jetzt unter a den Radius dieses „Minimumzylinders", unter V den Potentialunterschied zwischen dem Draht und dem Minimumzylinder —, gelten die Voraussetzungen der Gl. (1) bis (3) und demnach diese Gleichungen selbst unverändert weiter, da ja das Potential vom Draht zum Minimumzylinder ständig abfällt; und da im Minimum der Potentialgradient verschwindet, gelten auch die Gleichungen (4), (4') und (5). Im Gebiet zwischen dem Minimumzylinder und dem äußeren Zylinder, dessen Radius wir mit R bezeichnen, steigt dagegen das Potential ständig an, beim Radius a mit dem Gradienten 0 beginnend; hier gilt also, falls die Anfangsgeschwindigkeiten in a zu vernachlässigen sind, für den Potentialunterschied V_L zwischen dem Minimum- und dem äußeren Zylinder die Langmuirsche Gleichung[1])

$$V_L = \left(\frac{9}{2\sqrt{2\gamma}} R J \beta^2\right)^{2/3}, \tag{6}$$

wobei $\gamma = \frac{\varepsilon}{\mu}$ ist und β^2 eine Funktion $f\left(\frac{R}{a}\right)$ des Radienverhältnisses bedeutet, die von Langmuir und Adams berechnet und tabelliert worden ist (l. c.).

Der Potentialunterschied Φ zwischen Draht und Auffangzylinder setzt sich einfach algebraisch aus V und V_L zusammen:

$$\Phi = V + V_L. \tag{7}$$

Aus der Berechnung von β^2 ($\beta^2 \sim 1$ für $\frac{R}{a} > 17$) leitet Langmuir den Satz ab:

Die vereinfachte Beziehung

$$\Phi = \left(\frac{9}{2\sqrt{2\gamma}} J R\right)^{2/3} \tag{8}$$

(für Elektronen in Volt-Amperezählung

$$\varphi = (6{,}85 \cdot 10^4\, i R)^{2/3}) \tag{8'}$$

gilt, falls die Anfangsgeschwindigkeiten zu vernachlässigen sind und der Zylinderradius über 17mal größer als der Drahtradius ist. Wir müssen genauer sagen: Gl. (8) gilt, falls:

1. die Korrektion wegen der Anfangsgeschwindigkeiten verschwindet,
2. der Potentialfall V zwischen r und a (die „Schwellenkorrektion") gegen den Potentialanstieg V_L zu vernachlässigen ist,
3. der Zylinderradius über 17mal größer als der Radius des Minimumzylinders ist. (Die andernfalls einzuführende Korrektion bezeichnen wir als „Verbreiterungskorrektion".)

Um die Gültigkeitsgrenzen dieser Voraussetzungen abzuschätzen, haben wir uns darüber zu orientieren, wie die exakte Berechnung von Φ als Funktion von J zu erfolgen hätte.

Aus den gegebenen Werten von $J, S, T, r, k, \varepsilon$ und μ wäre zunächst mit Hilfe von (1), (2) und (4) das Radienverhältnis $\vartheta = \frac{a}{r}$ und der Potentialabfall V bis zum Potentialminimum zu berechnen, sodann der erhaltene Wert ϑ in die Funktion $\beta^2 = f\left(\frac{R}{a}\right) = f\left(\frac{R}{r} \cdot \frac{1}{\vartheta}\right)$ in Gl. (5) einzusetzen und V_L aus (5), Φ aus (6) zu bestimmen. (Hierbei, wie im folgenden, sind zunächst die Geschwindigkeiten im Potentialminimum bei der Berechnung von V_L vernachlässigt.)

Nach dieser Methode finden wir unter Berücksichtigung von (1), (2), (2'), (3), (4'), (5), (6) und (7):

$$\Phi > \Phi_1 = \left\{\frac{9}{2\sqrt{2\gamma}} R J f\left(\frac{R}{r}\frac{1}{\vartheta_1}\right)\right\}^{\frac{2}{3}} - \frac{KT}{\varepsilon} n(\vartheta_1), \tag{9}$$

wobei ϑ_1 aus der Gleichung

$$\left.\begin{aligned} &\vartheta_1\left(\ln\vartheta_1 - \left(1 - \frac{1}{\vartheta_1}\right)\right) = \\ &\quad = \left(\frac{2\pi}{\mu}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{KT}{\varepsilon}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \frac{1}{4rS} \cdot n_1 \frac{S}{J} \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

berechnet wird, die man aus (4') unter Einsetzung des nach Gl. (2') berechneten Ausdrucks $\frac{KT}{\varepsilon} n_1$ für Ω_1 gewinnt.

Man überzeugt sich leicht, daß der auf diese Weise erhaltene Wert ϑ_1 größer ist als der wahre Wert von ϑ. Aufgelöst wird Gl. (10) nach ϑ_1, indem man die linke Seite als Funktion von ϑ_1, die Funktion $n_1 \frac{S}{J}$ auf der rechten Seite mit Hilfe von Gl. (2') und den bekannten Θ-Tabellen als Funktion von $\frac{J}{S}$ tabelliert. Für Elektronen wird der Faktor von $n_1 \cdot \frac{S}{J}$ auf der rechten Seite von (10) bei Verwendung technischer Einheiten (s Sättigungsstrom in Ampere)

$$F = \frac{6{,}3 \cdot 10^{-4}}{rs} \left(\frac{T}{2000}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

Da bei gewöhnlichen Glühtemperaturen und Drahtradien rs nicht über 10^{-3} zu wachsen pflegt, wird in der Regel $F < 1$ sein; die erwähnte Tabellierung zeigt, daß dann schon in der Nähe des Sättigungspunktes mit einer merklichen „scheinbaren Verbreiterung" des Drahtradius zu rechnen ist. Diese äußert sich hauptsächlich in der „Verbreiterungskorrektur", für die eine äußerste Grenze durch das erste Glied

1) Langmuir I, S. 351.

der rechten Seite von Gl. (9) gegeben ist. Auf das zweite Glied, die „Schwellenkorrektur“, in der $n(\vartheta_1)$ aus (2) als Funktion von ϑ_1 und $\frac{J}{S}$ zu berechnen ist, hat von $\vartheta_1 \sim 3$ an ein Anwachsen von ϑ_1 keinen merklichen Einfluß mehr, so daß man, ohne die untere Grenze von Φ wesentlich herabzusetzen, $n(\vartheta_1)$ durch das aus (2') berechnete $n_1(\vartheta = \infty)$ ersetzen kann.

Als obere Grenze für Φ finden wir wegen $V_L < V_L\left(\frac{R}{a} = \infty\right)$ unter Berücksichtigung von (2''), (3), (7) und (8)

$$\left(\frac{9}{2\sqrt{2\gamma}} R J\right)^{\frac{2}{3}} - \frac{KT}{\varepsilon} \ln \frac{S}{J} = \Phi_2 > \Phi_1. \quad (11)$$

Für Elektronen ist der Faktor des zweiten Gliedes der linken Seite $8{,}60 \cdot 10^{-5}\, T$, d. h. bei gewöhnlichen Glühtemperaturen 0,14 bis 0,22 Volt; sobald also J auf den 30. Teil des Sättigungsstromes, Φ auf etwa den neunten Teil des Sättigungspotentials sinkt, ist die mögliche obere Grenze für Φ um etwa 1 Volt kleiner als der aus Gl. (8) berechnete Wert; dieser ist also um mehr als 1 Volt zu groß.

Zu Gleichungen werden die Beziehungen (9) und (11) nur dann, wenn ϑ nachweislich sehr wenig von 1 verschieden ist; beide Beziehungen gehen dann ineinander über.

Fig. 1 zeigt in einem bestimmten Fall ($r = 0{,}005$ cm, $R = 1{,}4$ cm, $s = 5 \cdot 10^{-4}$ Amp., $T = 2000$), der etwa der beobachteten Wolframkurve (Fig. 2a) entspricht, für Elektronen die verschiedenen nach (9) und (11) möglichen Abweichungen vom einfachen $\Phi^{\frac{3}{2}}$-Gesetz. Die diesem Gesetz [Gl. (8')] entsprechende Kurve ist die unterste; es folgt die nach (11) berechnete Kurve Φ_2, die mit der nach (2'') berechneten Schwellenkorrektur $\frac{KT}{\varepsilon} \ln \frac{S}{J}$ das Mindestmaß der Abänderungen, die Gl. (8') nach unserer Theorie erfahren muß, bezeichnet. Darüber ist die Schwellenkorrektur n_1 [Gl. (2')] verzeichnet, die für kleine Stromwerte ($\vartheta > 3$) sicher noch besser der Wirklichkeit entspricht; die gestrichelte Kurve endlich repräsentiert die Verbreiterungskorrektur [Gl. (9), erstes Glied] mit dem nach (10) berechneten Wert ϑ_1. Diese Korrektur ist, entsprechend den Eigenschaften der Ungleichung (5), besonders für kleinere $\frac{J}{S}$-Werte bedeutend zu groß; in Wirklichkeit dürfte hier der Ordinatenunterschied gegen die unterste Kurve kaum den zehnten Teil betragen. Immerhin ist es von Wichtigkeit, bestimmt zu wissen, daß die Verbreiterungskorrektur über den durch diese Kurve repräsentierten Betrag unmöglich hinausgehen kann.

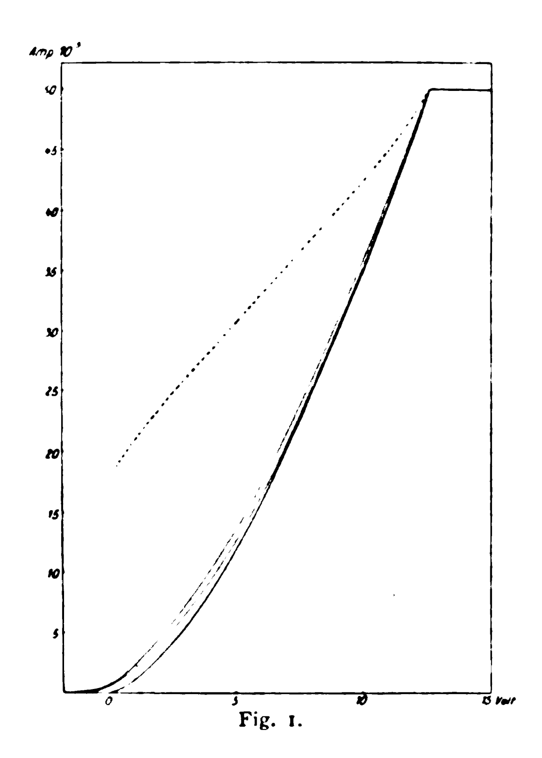


Fig. 1.

Für $J = S$ verschwinden alle hier betrachteten Korrekturen. Wenn man also nicht mit sehr großen Sättigungsströmen und großen Drahtradien ($rs > 10^{-3}$ Amp. · cm) operiert, wird man, um rechnerisch genau bestimmbare Verhältnisse zu erhalten, am besten in der Nähe des Sättigungspunktes arbeiten. Diese Regel dürfte besonders bei einer $\frac{e}{m}$-Bestimmung nach Formel (8) zu beachten sein.

Noch nicht berücksichtigt sind im vorstehenden die Anfangsgeschwindigkeiten. Bei von 1 bis ∞ wachsendem ϑ variiert die mittlere Anfangsgeschwindigkeit im Potentialminimum, in Volt gerechnet, von $\frac{1}{\pi} \cdot 8{,}6 \cdot 10^{-5}\, T$ bis $\frac{\pi}{4} \cdot 8{,}6 \cdot 10^{-5}\, T$, falls Maxwellsche Anfangsgeschwindigkeiten vorausgesetzt werden; für $T = 2000$ also zwischen 0,055 und 0,135 Volt. Mit wachsendem Drahtradius und abnehmendem Zylinderradius wird der potentialmindernde Einfluß der Anfangsgeschwindigkeiten zunehmen. Eine quantitative Abschätzung dieses Einflusses ist mir nicht gelungen; man wird nur sagen können, daß bei dünnen Drähten die Anfangsgeschwindigkeiten eine ungleich geringere Rolle spielen werden als bei ebenen Elektroden, wo allerdings die Vergrößerung des Stromes bei 500 Volt noch + 3 Proz. beträgt.

II. Versuche.

Über die Versuchsanordnung, mit der die im folgenden beschriebenen Versuche ausgeführt wurden, gebe ich das Nähere in der Annalenarbeit an. Hier nur soviel, daß die Elektronenstrommessungen, um die Wirkung des Potentialabfalls längs des Glühdrahtes auszuschalten, nach v. Baeyers[1]) Vorgang während der sehr kurzen (bei mir etwa $^1/_{250}$ Sek. betragenden) Unterbrechungszeiten des Heizstromes angestellt wurden und daß der (5 cm lange) Auffangzylinder auf beiden Seiten um 2 cm vom Glühdraht überragt und durch 4 cm lange Endzylinderstücke geschützt wurde, die vom Hauptzylinder isoliert waren, aber auf gleichem Potential gehalten wurden wie dieser. Nur auf diesem Wege ist die Beseitigung der Randerscheinungen und die genaue Definition der wirksamen Drahtlänge möglich, die für die Berechnung der absoluten Stromgröße pro Längeneinheit notwendig ist.

Für die Kontaktdifferenzen zwischen Glühdraht und Zylinder, die bei kleinen Potentialen eine erhebliche Rolle spielen, wurden die Werte eingesetzt, die sich durch Messungen bei verzögernden Potentialen ergaben (angegeben in der Annalenarbeit; für die Differenz: Glühendes Tantal-Ruß ist der dort nicht vermerkte Wert 0,5 Volt eingesetzt).

1. Versuche mit Wolfram und Tantal.

Fig. 2a und b zeigt zwei Versuche mit Wolframdrähten von 0,1 mm Durchmesser bei verschiedenen Zylinderweiten. Die ausgezogenen Kurven geben jedesmal den Strom an, den man nach Gl. (8′) bei dem betr. Zylinderradius zu erwarten hätte. Kurve *a*, bei einem Restgasdruck von 2,1 μ ($1\,\mu = {}^1/_{1000}$ mm Hg) aufgenommen, fällt nach Einführung der Schwellenkorrektur bereits nahe mit der ausgezogenen Kurve zusammen; bei *b* ($p = 1\,\mu$) ist einerseits wegen des etwa dreimal größeren Sättigungsstromes die Schwellenkorrektur um etwa 0,2 Volt größer als bei *a*, andererseits muß wegen des kleineren Zylinderradius bei gleichem Strom die Anfangsgeschwindigkeit und die Verbreiterungskorrektur eine größere Rolle spielen. Jedenfalls zeigt sich das Gesetz, daß die übergehende Strommenge unterhalb des Sättigungsstromes bei gegebenem Potential dem Zylinderradius annähernd umgekehrt proportional ist, an diesen Beispielen gut bestätigt. — Ganz ähnliche Kurven erhielt ich mit Tantal. Fig. 2c ($p = 2{,}2\,\mu$) zeigt einen Versuch, bei dem der schon bei 2a und b erkennbare Einfluß des Ionisierungs-

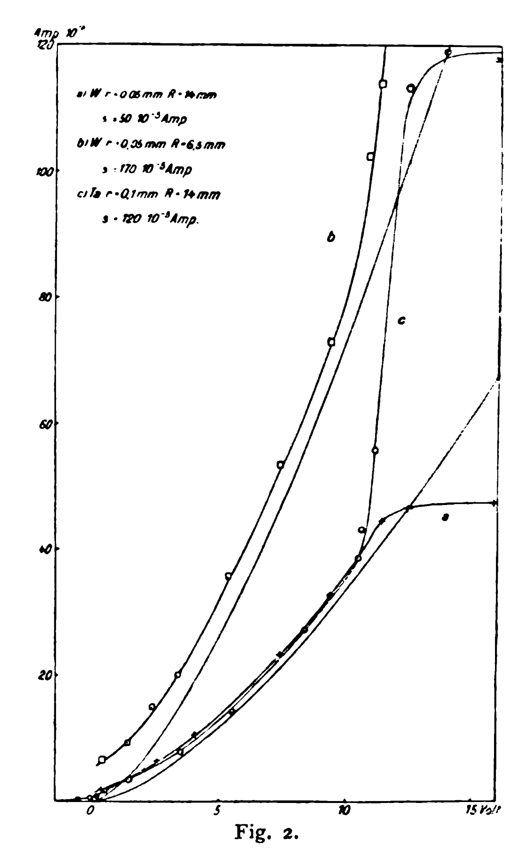


Fig. 2.

potentials besonders markant hervortritt. Während unterhalb 11 Volt das Restgas[1]) keinen Einfluß auf die Entladung zu haben scheint, steigt zwischen 11 und 12 Volt der Strom rapid bis zur Sättigung an. Auf die Erklärung dieser Erscheinung kommen wir gleich zurück.

2. Versuche mit Kohle.

Bedeutend schwieriger als mit den Metallfäden war es, mit Kohlefäden reine Kurven zu erzielen. Fig. 3a zeigt eine Kurve, wie sie mit einem 0,5 mm starken Kohledraht[2]) nach etwa halbstündigem Glühen bei 2,4 μ Druck erhalten wurde; erst nach mehrstündiger Weißglut bei dauerndem Pumpen konnte die Kurve *a* in die Form *b* übergeführt werden. Kurve *b* zeigt wieder bei etwa 10 Volt den gewöhnlichen Anstieg durch Ionisierung der Gasmoleküle; auch unterhalb des Ionisierungspotentials wird sie jedoch wohl noch nicht ganz rein sein, wenn auch der große Drahtradius — der Zylinder-

1) Diese Zeitschr. **10**, 168, 1909.

1) Verwendet wurde Wasserstoff. Daß dieser auch während der Glühversuche, die unter ständigem Arbeiten der Gaedepumpe vor sich gingen, einen wesentlichen Bestandteil des Restgases bildete, geht wohl aus den Ionisierungspotentialen selbst hervor.

2) Die verwendeten Kohlefäden, mit Nickelelektroden versehen, wurden mir von der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft in Berlin freundlichst zur Verfügung gestellt.

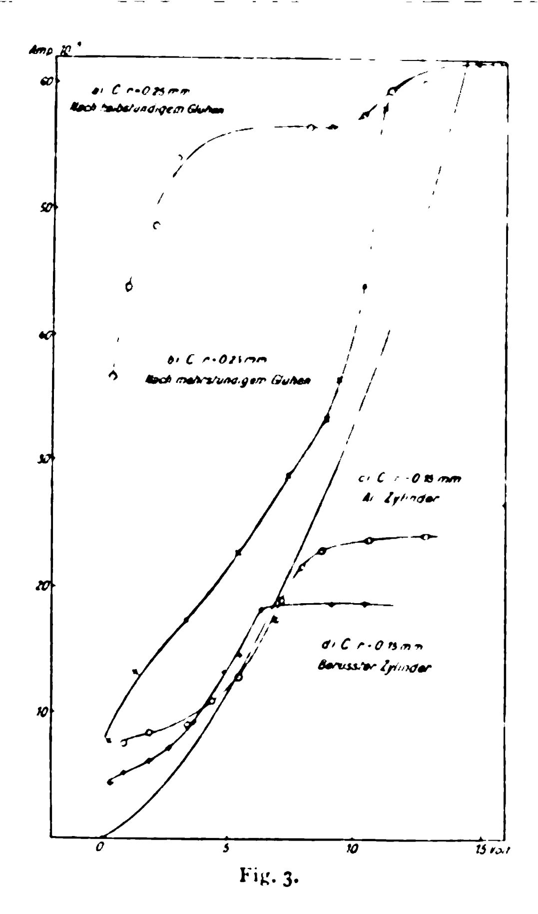


Fig. 3.

radius ist hier durchweg 14 mm — die verschiedenen Abweichungen von der einfachen $\Phi^{3/2}$-Kurve begünstigt.

Eigentümlich ist, daß bei frischen Drähten Kurven von der Form *a* erst nach etwa sechs Minuten langem Glühen erhalten werden. Vorher sind bei gleichen Sättigungsströmen die Ströme bei kleinen Potentialen, besonders der Null-Strom, ganz erheblich kleiner, mehr der Kurve *b* entsprechend. Da Oberflächenschichten[1]) die Emission (den Sättigungsstrom) beeinflußt hätten, ist hier wohl nur an den raumladungsmindernden Einfluß positiver Ionen zu denken, die sich an dem heißen Drahte bilden. Die Bildung dieser Ionen muß dann offenbar längere Zeit erfordern, was z. B. durch die Annahme, daß die Ionen beim Erhitzen aus dem Fadeninnern diffundieren, erklärt werden könnte.

Wir haben also zwei Arten von Beeinflussung des Elektronenstromes durch positive Ionen zu unterscheiden: 1. durch die von den Elektronen ionisierten Moleküle[2]), 2. durch die beim Erhitzen des Drahtes gebildeten positiven Ionen. In beiden Fällen liefern die gebildeten Ionen zum Elektronenstrom nur einen verschwindenden direkten Beitrag, wie viele Versuche zeigen, bei denen (1.) die Sättigung vor der Ionisierungsspannung erreicht wird bzw. (2.) der Strom der positiven Ionen gesondert bestimmt wird. Es kann sich also beidesmal nur um Beseitigung oder Erniedrigung der Potentialschwellen durch die Raumladungswirkung der positiven Ionen handeln; daß Ionen, die in so geringer Zahl vorhanden sind, daß der von ihnen erzeugte Strom gegenüber dem Elektronenstrom verschwindet, überhaupt auf die Ladungsdichte zwischen den Elektroden einen so entscheidenden Einfluß haben können, findet seine Erklärung wohl erstens durch die bedeutend größere Masse und kleinere Geschwindigkeit der positiven Ionen, zweitens durch die Form der Kathode (die in das Feld ausgetretenen Ionen erreichen den anziehenden dünnen Draht erst nach vielfachem Pendeln und Kreisen), drittens durch die abstoßende Kraft, die beim Vorhandensein eines Potentialminimums unmittelbar am Draht auf die Ionen wirkt.

Nach langem Glühen verschwinden, wie bemerkt, die am Draht gebildeten positiven Ionen. Diese Selbstreinigung vollzieht sich rascher bei dünneren Drähten; Fig. 3c und d zeigt zwei Kurven, die bei 0,8 und 0,3 μ mit einem 0,3-mm-Draht nach etwa einstündigem Glühen erhalten wurden. Kurve *c*, die mit einem blanken *Al*-Zylinder als Anode aufgenommen ist — bei allen bisher beschriebenen Versuchen war der Zylinder berußt —, ist ein Beispiel für die strommindernde Wirkung der Reflexion; dieser Effekt ist sicher auch indirekt durch eine Vergrößerung der Raumladungswirkung der Elektronen zu erklären.

Einfluß von Wasserstoff und Quecksilberdampf.

Ein H_2-Druck von 5 bis 10 μ hatte unterhalb 11 Volt keinen merklichen Einfluß auf die Entladung; erst bei Drucken von 30 bis 100 μ trat eine Wirkung ein: bei unverändertem Sättigungsstrom wurde unterhalb des Sättigungspotentials der Strom verringert (bei 100 μ etwa auf die Hälfte), und das Sättigungspotential wurde hinausgerückt. Eben diese Erscheinungen hat man zu erwarten, wenn man unterhalb der Ionisierungsspannung die H_2-Moleküle als bloße Hindernisse auffaßt, die durch Reflexion oder Anlagerung die Elektronen zu längerem Aufenthalt im Raume veranlassen und dadurch die Raumladungsdichte vergrößern. Berechnungen der freien Weglänge sprechen auch quantitativ für diese Vermutung. — Einen Einfluß des in

1) Langmuir II, S. 526.

2) Diese Ionisierung kann entweder im Gasraum oder an der Oberfläche der Anode erfolgen. Die Versuche geben darüber keinen Aufschluß.

der Röhre vorhandenen *Hg*-Dampfes konnte ich bei den verwendeten niedrigen Potentialen nicht feststellen.

Zusammenfassung.

1. Durch genauere Untersuchungen über den Potentialverlauf zwischen den Elektroden wird festgestellt, daß das von I. Langmuir und vom Verf. unabhängig entdeckte Gesetz

$$\Phi = \left(\frac{9}{2\sqrt{2\gamma}} JR\right)^{2/3}$$

für das Potential, das angelegt werden muß, um unterhalb der Sättigung den Strom J pro cm von einem dünnen Draht nach einem koaxialen Zylinder vom Radius R fließen zu lassen, verschiedener Korrektionen bedarf, die sich nicht durchweg nur auf kleine Potentiale beziehen. Für die „Schwellenkorrektion" und die „Verbreiterungskorrektion" werden Grenzen angegeben, aus denen die günstigsten Bedingungen für die Gültigkeit der obigen Gleichung abgeleitet werden können.

2. Durch Messungen an Wolfram-, Tantal- und Kohledrähten in Zylindern von verschiedenem Radius wird im Gebiet unterhalb 11 Volt die annähernde Gültigkeit von Gl. (8) nachgewiesen; die Abweichungen haben den erwarteten Charakter. Bei Kohle ist die Erzielung reiner Kurven besonders schwierig; ein Umstand, der vermutlich durch langanhaltende Erzeugung positiver Ionen an heißen Kohledrähten zu deuten ist.

3. Durch Wasserstoff wird unterhalb des Ionisierungspotentials die Wirkung der Raumladung begünstigt, oberhalb des Ionisierungspotentials mehr oder weniger aufgehoben.

Die hier beschriebenen Versuche wurden im Physikalischen Institut der Universität Jena ausgeführt. Auch an dieser Stelle möchte ich Herrn Geheimrat M. Wien, dem Leiter des Instituts, für sein förderndes Interesse an meinen Arbeiten meinen ergebensten Dank aussprechen.

Steglitz, den 13. Mai 1914.

(Eingegangen 13. Mai 1914.)

Die Entladung beim Blitzinduktor.

Von C. Déguisne.

Beim Betrieb mit dem Blitzinduktor[1]) steht die Röntgenröhre unter wesentlich anderen Verhältnissen als beim Wehneltbetrieb. Während beim letzteren jede Entladung unter dem Einfluß der vorangegangenen steht und von der ihr folgenden vorzeitig abgeschnitten wird, findet sie beim Blitzinduktor die Röhre in ihrem normalen Zustande vor und kann ungestört voll ausklingen. Außerdem sind hier die quantitativen Verhältnisse, zumal hinsichlich der Intensität der Entladung, so sehr verschieden, daß diese Entladungsart wohl ein besonderes Interesse beanspruchen darf.

Die nachstehenden Beobachtungen wurden an einem Blitzinduktor der Veifa-Werke, Frankfurt a. M., erhalten, der mir von dieser Firma in dankenswerter Weise zur Verfügung gestellt wurde. Der Betrieb dieses Apparates erfolgt in der Art, daß die Primärwicklung, die nur wenig über 100 Windungen und einen Widerstand von nur einigen Hundertsteln Ohm hat, an eine Spannung von 120 Volt gelegt wird unter Vorschaltung einer geeignet dimensionierten Abschmelzpatrone. Der Strom steigt so lange an, bis die Patrone schmilzt, und die bis dahin im Magnetismus des Eisenkerns aufgespeicherte Energie entlädt sich in die Röntgenröhre. Zur Aufnahme des erforderlichen Energiebetrags muß der Eisenkern beträchtliche Dimensionen erhalten. Bei meinem Apparat hatte er eine Länge von 90 cm, einen Eisenquerschnitt von 122 cm² und ein Gewicht von 86 kg. Der zeitliche Verlauf des Anstiegs beim Primärstrom und der Entladung auf der Sekundärseite wurde oszillographisch aufgenommen.

In Fig. 1 ist eine Entladung durch eine Röhre wiedergegeben. Auf der Abszissenachse ist der Zeitmaßstab, auf der Ordinatenachse ist links der Maßstab für den primären und rechts derjenige für den sekundären Strom aufgetragen. Der primäre Strom steigt innerhalb 0,04 sec. bis zu 250 Ampere an und fällt im vorliegenden Falle, wo die Unterbrechung etwas unregelmäßig gewesen zu sein scheint, innerhalb 0,001 sec, meistens aber in noch kürzerer Zeit (vgl. Fig. 2 und 3) bis auf 0 ab. Beträgt der Endwert des Primärstroms schon ungefähr das Zehnfache der beim Wehneltbetrieb üblichen Stromwerte, so ist der Maximalwert des Sekundärstroms noch außergewöhnlicher; dieser erreicht Beträge zwischen 0,3 und 0,4 Ampere gegenüber einigen Milliampere beim Wehnelt. Die Dauer der sekundären Entladung schwankt je nach der Art und dem Zustande der Röhre zwischen 0,015 und 0,03 sec. Die Dauer der wirksamen Röntgenstrahlung ist nach Dessauer[1]) erheblich kürzer.

Bei der in Fig. 1 dargestellten Entladung war der Röhre den Vorschriften der Veifawerke

1) Dessauer, 5. Kongr. d. deutsch. Röntgengesellschaft 1909; Archiv f. phys. u. mediz. Technik 1909, Bd. IV, Heft 1; diese Zeitschr. 10, 859, 1909.

1) Dessauer, diese Zeitschr. 13, 1101—1105, 1912

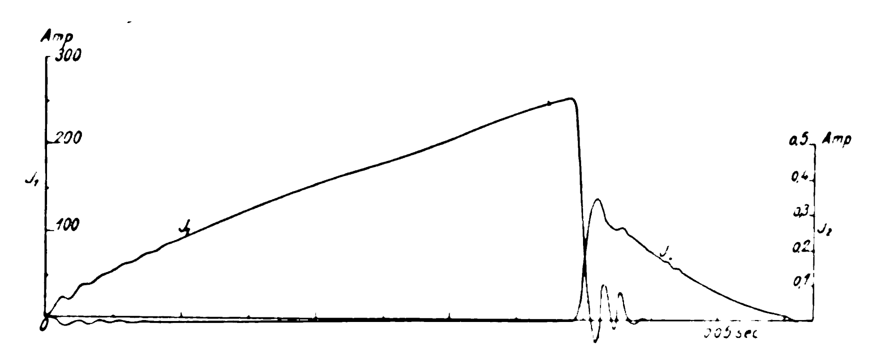


Fig. 1. J_1 = Primärstrom, J_2 = Sekundärstrom durch eine mittelharte Röhre mit Ventil-Funkenstrecke.

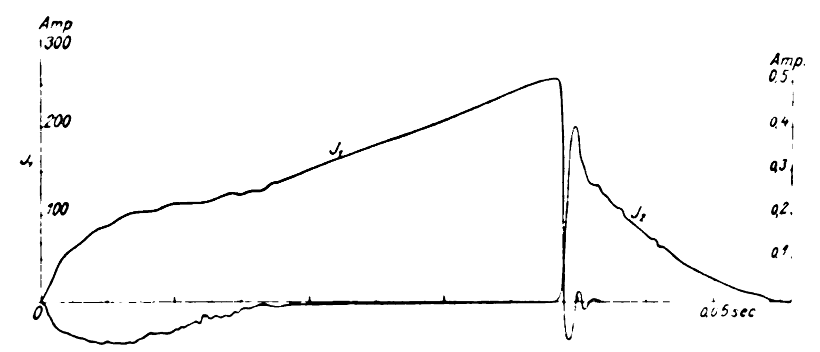


Fig. 2. J_1 = Primärstrom, J_2 = Sekundärstrom durch eine mittelharte Röhre ohne Ventil-Funkenstrecke.

entsprechend eine Ventilfunkenstrecke von ca. 3 cm Länge vorgeschaltet. Fig. 2 gibt eine Entladung ohne Ventilfunkenstrecke wieder. Dabei läßt die Röhre beim Einsetzen des Primärstroms einen Stromstoß negativer Richtung durch, der bis auf 0,1 Ampere ansteigt. Die Rückwirkung dieses Stromstoßes macht sich beim Primärstrom in einer kurz dauernden Ausbuchtung seiner Kurve nach oben bemerkbar, beim positiven Entladungsstrom aber durch die Tatsache, daß dieser mit einem etwas höheren Werte — ca. 0,4 Ampere — als im anderen Falle einsetzt, obgleich der Primärstrom und mit ihm das Magnetfeld zu keinem höheren Endwert gelangt sind. Die kurze Vorentladung hat offenbar in der Röhre die Bildung der Ionen bei der positiven Entladung erleichtert. Das Abklingen der Entladung erfolgt im übrigen in beiden Fällen unter gleichen Stromwerten. Die bei Fig. 1 und Fig. 2 benutzte Röhre hatte einen Härtegrad von 6—7 der Walter-Benoist-Skala bei Wehneltbetrieb. Verwendet man weichere Röhren ohne Ventilvorrichtung, so ist der beim Anstieg des Primärstroms auftretende Sekundärstrom in negativer Richtung viel beträchtlicher, wie aus der später noch zu besprechenden Fig. 9 zu erkennen ist. Er erreicht hier Werte von mehr als 0,2 Ampere; er verursacht ein entsprechend stärkeres Anwachsen des Primärstroms bei den Anfangswerten; die Patrone schmilzt vorzeitig ab, bevor der Primärstrom und damit das Magnetfeld ihren vollen Endwert erlangt haben, und die Intensität der positiven Sekundärentladung fällt geringer aus (vgl. Fig. 9; die in positiver Richtung entladene Elektrizitätsmenge und die elektrische Energie ist hier sogar kleiner als die der Vorentladung verkehrter Richtung).

Ganz anders als bei Röhren verläuft die Entladung über Funkenstrecken in Luft. Es wurden Funkenstrecken zwischen Spitze und Platte von 12 cm, 20 cm, 30 cm und 45 cm mit dem Oszillographen untersucht. Fig. 3 zeigt den zeitlichen Verlauf des primären und des sekundären Stroms bei einer Funkenstrecke von 12,5 cm. Der Zeitmaßstab ist hier ungefähr halb so groß wie bei Fig. 1 und 2, die übrigen Maßstäbe sind die gleichen. Die Dauer der Entladung ist etwa 5 bis 6mal so groß, bei längeren Funkenstrecken, 30 und 45 cm, immer noch doppelt so groß als bei der Entladung durch die Röhre. Die transportierte Elektrizitätsmenge berechnet sich aus Fig. 3, also für eine Funkenstrecke von 12,5 cm, zu 0,011 Cb, aus Fig. 2, also für eine mittelharte Röntgenröhre unter den gleichen Verhältnissen auf der Primärseite, zu 0,002 Cb.

Einen weiteren Unterschied zeigen die beiden Entladungen in der Geschwindigkeit, mit der der Sekundärstrom auf 0 abfällt, also dem Wert di/dt, wo di das Stromdifferential und dt

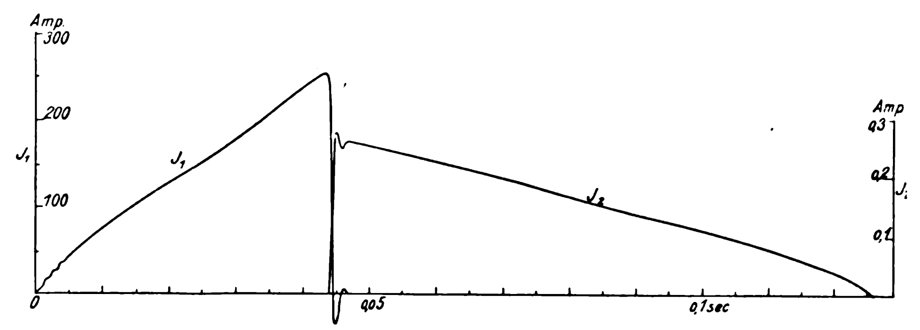


Fig. 3. J_1 = Primärstrom, J_2 = Sekundärstrom über eine Funkenstrecke von 12,5 cm.

das Zeitdifferential darstellt. Dieser Wert bietet in folgender Hinsicht besonderes Interesse. Nach dem Verschwinden des Primärstroms, also während des weitaus größten Teils der Entladungsdauer, werden die das Magnetfeld speisenden Amperewindungen ausschließlich durch den Sekundärstrom geliefert. Den Momentanwerten

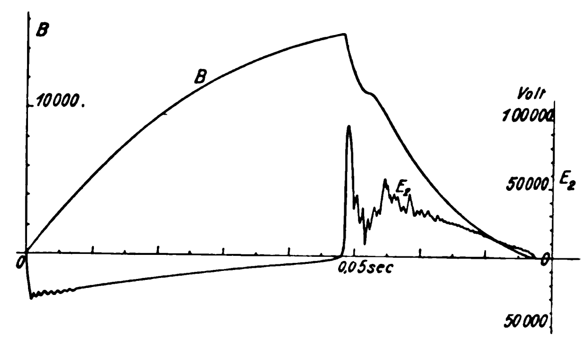


Fig. 4. Entladung über eine mittelharte Röhre. B mittlere Eisendinduktion, E_2 sekundäre EMK.

des letzteren sind die im Eisenkern vorhandenen momentanen Kraftlinienzahlen annähernd proportional, da die in dieser Periode herrschende Eiseninduktion unterhalb des „Knies" liegt. Es ist also, wenn N die Gesamtzahl der im Eisenkern vorhandenen magnetischen Kraftlinien darstellt, di/dt proportional dN/dt. Diesem Differentialquotienten ist aber wiederum die in der Sekundärwicklung induzierte EMK proportional, d. i. derjenige Faktor, der einerseits die zur Entladung kommende elektrische Energie, andererseits die Härte der entstehenden Röntgenstrahlen bestimmt. Unsere Stromkurven sagen uns, daß die Entladung durch die Röntgenröhre unter höheren Spannungswerten erfolgt als über die Funkenstrecke.

Zwecks genauerer Feststellung der absoluten Werte der induzierten EMK wurde der zeitliche Verlauf des Magnetfeldes mit dem Oszillographen aufgenommen. Diese Aufnahme erfolgte nach einer vom Verfasser früher entwickelten Methode[1]). Die erhaltenen Kurven sind in den Fig. 4 und 5 wiedergegeben und dort mit B bezeichnet. Die Abszissenachse trägt den Zeitmaßstab, und in vertikaler Richtung ist an der linken Seite der Maßstab für die Eiseninduktion B angetragen. Die angeschriebenen Zahlen bedeuten Mittelwerte der Eiseninduktion, die ja nicht über die ganze Länge des Eisenkerns konstant ist. Die Messung der magnetischen Streuung von der Mitte des Eisenkerns bis 5 cm über die Enden der Sekundärwicklung hinaus ergab nach jeder Seite einen Streuungskoeffizienten von 1,35. Die Induktion in der Mitte des Kerns dürfte demnach 12—15 Proz. höher, an den Enden der Sekundärwicklung 15—17 Proz. niedriger als die in den Figuren eingetragenen Werte sein. Aus den Magnetisierungskurven und dem Eisenquerschnitt läßt sich der Quotient dN/dt, und hieraus und aus

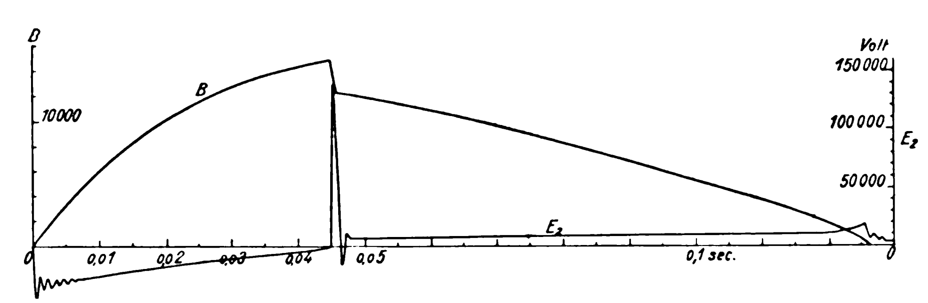


Fig. 5. Entladung über eine Funkenstrecke von 12,5 cm. B mittlere Eiseninduktion, E_2 sekundäre EMK.

1) Déguisne, diese Zeitschr. 11, 513—516, 1910.

der bekannten Anzahl der Sekundärwindungen die in diesen induzierte Spannung berechnen, schätzungsweise mit einer Genauigkeit von ca. 10 Proz. Zur Kontrolle wurde der zeitliche Verlauf der induzierten EMK außerdem mit dem Oszillographen aufgenommen, indem um die Mitte des Eisenkerns 5 Windungen gelegt und über einen induktions- und kapazitätsfreien Widerstand auf die Oszillographenschleife geschaltet wurden. So ergaben sich die in den Fig. 4 und 5 eingezeichneten Spannungskurven. Nachdem die Oszillographenschleife mit ihrem Vorschaltwiderstand auf Spannung geeicht war, ließ sich aus der bekannten sekundären Windungszahl unter Berücksichtigung der Streuung wiederum die auf der Sekundärseite induzierte Spannung berechnen. Die Mittelwerte aus den oben berechneten Werten ergaben den Spannungsmaßstab, der in den Fig. 4 und 5 an der rechten Seite angetragen ist. Wir entnehmen aus diesem Maßstab, daß bei der Röhre die Entladung mit einer Spannung von ca. 90000 Volt, bei der Funkenstrecke von 12,5 cm mit über 130000 Volt einsetzt. Bei den längeren Funkenstrecken ergaben sich noch etwas höhere Werte. Indessen zeigten diese Anfangsspannungen keinen regelmäßigen Gang, fielen auch bei den gleichen Funkenstrecken und den gleichen Röhren mitunter stark verschieden aus. Sie scheinen also von dem momentanen Zustande des durchschlagenen Gases stark abhängig zu sein. Sobald der Sekundärstrom einsetzt, wird unter dem Einfluß der sekundären Amperewindungen der Absturz des magnetischen Feldes stark verzögert, und die induzierte EMK geht auf kleine Werte herunter, um bei der Röhre wieder auf ca. 40000 Volt anzusteigen und dann geradlinig — abgesehen von den Zacken — bis auf 0 abzunehmen; bei der Funkenstrecke jedoch bleibt sie bei sehr niedrigen Beträgen, die unter 10000 Volt liegen, und steigt erst gegen das Ende der Entladung auf etwas höhere Werte, bis 20000 Volt, an.

Die am Voltmaßstab abgelesenen Werte geben die elektromotorische Kraft, die in der Sekundärspule zustande kommt. Die Spannungen an der Röhre, bzw. an der Funkenstrecke sind um den Potentialverlust kleiner, der durch den Ohmschen Widerstand der Sekundärspule verursacht wird. Dieser beträgt 20000 Ohm. Es gehen also bei einem Sekundärstrom von beispielsweise 0,3 Ampere in der Spule 6000 Volt verloren. Die Entladung über die Funkenstrecke von 12,5 cm geht also unter den überraschend niedrigen Spannungswerten von nur wenigen 1000 Volt vor sich, sobald sie einmal durch die hohe Spannung von über 100000 Volt eingeleitet worden ist. Die Entladungen über Funkenstrecken von größerer Länge, 30 und 45 cm, zeigen ganz ähnlichen Verlauf mit dem Unterschied, daß die Einsetzspannung einige 10000 Volt, die anderen Spannungswerte 2000—3000 Volt höher sind und die Entladungsdauer auf die Hälfte bis ein Drittel heruntergeht.

Die EMK, die in negativer Richtung durch den Anstieg des Primärstroms induziert wird, setzt mit etwa 30000 Volt ein, verläuft, wenn keine Vorentladung stattfindet, dem verlangsamten Anstieg des Magnetfeldes entsprechend nach unten leicht konkav und nähert sich der Nullinie. Der Umstand, daß sie den Wert 0 gerade eben erreicht, ist ein Beweis dafür, wie günstig die magnetischen Verhältnisse auf der Primärseite getroffen sind; die Stromunterbrechung findet gerade dann statt, wenn der Eisenkern seine Sättigung erreicht hat.

Die nun folgenden Figuren sind gleichzeitig aufgenommene Oszillogramme des Sekundärstroms und der sekundären EMK und geben einen interessanten Überblick über die während der Entladung vorhandenen Strom- und Spannungsverhältnisse. Die größere Intensität und die längere Dauer der Entladung ermöglichen es, eine erheblich größere Zuverlässigkeit der oszillographischen Aufnahmen zu erreichen als beim Wehneltbetrieb.

Benutzt wurde der Oszillograph von Siemens & Halske mit zwei Schleifen. Die Oszillographenschleife, die die Stromkurve zeichnete, lag mit einem induktions- und kapazitätsfreien Vorschaltwiderstand von 1,5 Ohm parallel zu einem gleichen Widerstand von 0,5 Ohm. Die Kombination wurde mit Wechselstrom von 100 Wechseln auf Strom geeicht. Die Spannungskurve wurde erhalten, indem um die Mitte des Eisenkerns 5 Windungen gelegt und diese über einen induktions- und kapazitätsfreien Vorschaltwiderstand von 150 Ohm auf die zweite Schleife des Oszillographen geschaltet wurden. Die Eichung auf Spannung erfolgte gleichfalls mit Wechselstrom von 100 Wechseln. Die Umrechnung auf die gesammte EMK der Sekundärspule erfolgte auf Grund der von der Fabrik mitgeteilten sekundären Windungszahl und unter Berücksichtigung der Streuung. Das photographische Papier war um eine rotierende Trommel herumgelegt. Bei einigen Aufnahmen überdeckt der ganze Vorgang mehr als eine Umdrehung der Trommel. Der Beginn, nämlich das Einschalten des Primärstroms, ist in den Figuren durch das Einsetzen der Spannungskurve in negativer Richtung gekennzeichnet. Die Kurven laufen von links nach rechts, und an das rechte Ende der Figuren schließt sich ihr linker Rand als Fortsetzung

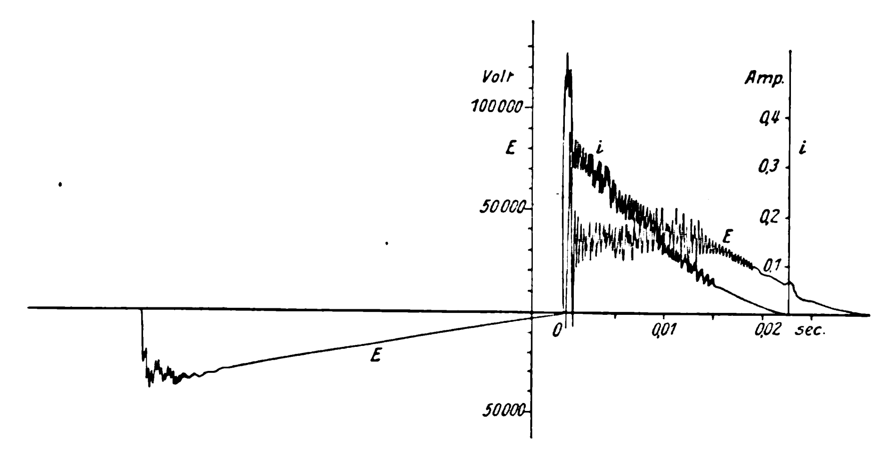


Fig. 6. Weiche Röhre (3—4 WB) mit Ventil-Funkenstrecke.

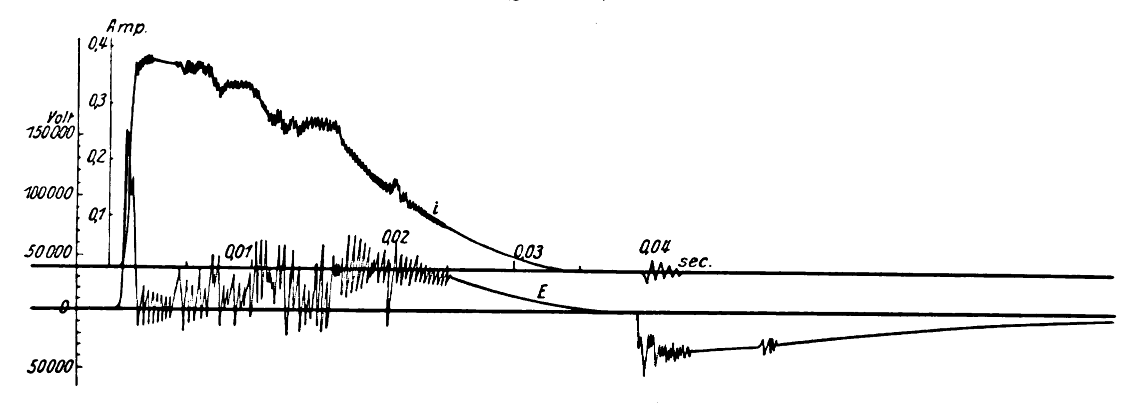


Fig. 7. Weiche Röhre mit Ventil-Funkenstrecke.

an. Der eingezeichnete Zeitmaßstab beginnt stets mit dem Einsetzen des Sekundärstroms.

Die Fig. 6 gibt die Entladung durch eine Röhre mit vorschriftsmäßig vorgeschalteter Ventilfunkenstrecke von ca. 2 cm wieder. Die Röhre hatte, beim Wehneltbetrieb gemessen, eine Härte von 3—4 der Walter-Bénoist-Skala und einen Durchmesser von 17,5 cm. Eine Vorentladung in negativer Richtung ist nicht vorhanden. Betrachten wir zunächst die Spannungskurve E, so finden wir, daß sie, abgesehen von der ersten, über 100000 Volt ansteigenden Spannungsspitze in zwei deutlich zu unterscheidende Perioden zerfällt; in der ersten pendelt die Spannung um einen mehr oder weniger konstant bleibenden Mittelwert, der bei ca. 35000 Volt liegt, in der zweiten fällt sie von diesem Mittelwert ziemlich geradlinig auf 0 ab. Der charakteristische Knick am Ende der ersten Periode, der auch in den folgenden Kurven in ähnlicher Form wiederkehrt, läßt darauf schließen, daß in diesem Moment das die Röhre füllende Gas seinen Ionisierungszustand ändert. Welcher Art diese Änderung ist, kann weder aus der Spannungs- noch aus der Stromkurve einwandsfrei geschlossen werden und soll hier zunächst nicht erörtert werden.

Auffallend sind die starken Zacken in der Spannungskurve, die während der ersten der erwähnten beiden Perioden auftreten und sich über einen Bereich von ca. 20000 Volt erstrecken. Die Zacken sind, wie es scheint, durch die Eigenschwingungen der Oszillographenschleife überlagert, die nach Angabe der S. & H. A.-G. eine Eigenfrequenz von 6200 pro Sekunde hatte und zum Zweck der Dämpfung im Ölbad saß. Eine zweite Entladung durch die gleiche Röhre, aber mit anderen Oszillographenschleifen zeigt Fig. 7. Auch diese gibt die starken Schwankungen der Spannung wieder. Da die Spannung mit der Stromstärke durch das Magnetfeld in der Weise verknüpft ist, daß, wie oben schon erörtert, E proportional di/dt ist, so können kleine Stromschwankungen relativ große Spannungsschwankungen zur Folge haben. Wir folgern daher, daß die kleinen Zacken in den Stromkurven unserer Figuren nicht allein auf Eigenschwingungen der Meßschleifen zurückzuführen sind, sondern daß der Strom tatsächlich zahlreiche, wahrscheinlich unregelmäßig ver-

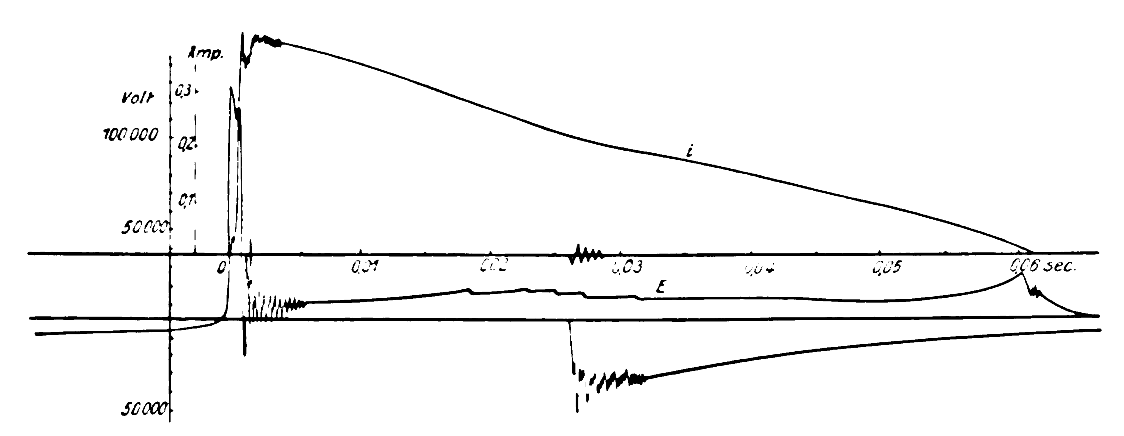


Fig. 8. Funkenstrecke von 20 cm.

laufende, kleine Schwankungen aufweist, die in kurzen Zeitintervallen von 0,0004—0,0006 sec aufeinander folgen. Bei der Entladung über eine Funkenstrecke in Luft treten derartige Schwankungen der Stromstärke nicht auf, wie aus Fig. 8 hervorgeht. Diese zeigt die Entladung über 20 cm Luftstrecke zwischen Spitze und Platte (Spitze positiv). Die Spannung verläuft fast ganz glatt und wie früher schon hervorgehoben, bei sehr niedrigen Werten. Von den durch die Kurve aufgezeichneten Beträgen, die die EMK darstellen, sind, um die Spannungen an der Funkenstrecke zu erhalten, die in den 20000 Ohm der Sekundärspule vernichteten Volt abzuziehen.

Es liegt nahe zu versuchen, aus den Strom- und Spannungskurven die dynamische Charakteristik der Entladung zu konstruieren. Man erhält dabei mit einiger Zuverlässigkeit nur den Teil für fallenden Strom. Aus diesem ist nichts Bemerkenswertes zu entnehmen, was nicht bereits aus den behandelten Kurven hervorginge und schon besprochen worden ist. Der Anstieg der Stromstärke aber erfolgt zu rasch, als daß man einzelne Momentanwerte mit Sicherheit entnehmen könnte. Bei der großen Steilheit dieses Teils der Kurven ist zu vermuten, daß sie durch die Dämpfung und die Eigenschwingungen der Oszillographenschleifen erheblich deformiert sind. Insbesondere läßt sich nicht entscheiden, ob der Strom gleich mit seiner vollen Stärke einsetzt oder in einer für unsere Verhältnisse meßbaren Zeit zum Maximum anwächst und andererseits, ob die hohen Anfangswerte der Spannung noch vorhanden sind, wenn das Maximum der Stromstärke erreicht ist. Einen etwas zuverlässigeren Aufschluß hierüber geben die Kurven des Magnetfeldes, wie sie in den Fig. 4 und 5 wiedergegeben sind, da bei diesen die in Frage kommenden Kurvenstücke kurz und die Unterschiede in den zusammenstoßenden verschiedenen Gefällen nicht so schroff sind und daher durch den Oszillographen richtiger wiedergegeben werden. Zwischen dem Magnetfeld und dem Entladungsstrom besteht folgender Zusammenhang. Mit dem Abreißen des Primärstroms stürzt auch das Magnetfeld ab. Sein Absturz wird gehemmt, sobald der Sekundärstrom zustande gekommen ist, dessen Amperewindungen nunmehr das magnetische Feld proportional ist. Nimmt das Zustandekommen des Sekundärstroms eine für unsere Verhältnisse meßbare Zeit in Anspruch, so muß der Übergang des steilen in den weniger steilen Teil der abfallenden Magnetkurve in Form einer abgerundeten Ecke erfolgen; setzt der Sekundärstrom dagegen momentan mit seiner vollen Stärke ein, so muß in der Magnetkurve eine scharfe Ecke entstehen. Die zahlreichen, von mir gemachten Aufnahmen an Röhren und Funkenstrecken in Luft zeigen den aus den Fig. 4 und 5 erkennbaren typischen Unterschied: bei der Luftfunkenstrecke ist die Ecke im abfallenden Ast der Magnetkurve scharf, bei der Röhre abgerundet, zum Teil von einigen abklingenden Schwingungen überlagert. Wir folgern daraus, daß der Sekundärstrom seinen Maximalwert bei der Luftstrecke in einer für unsere Zeitverhältnisse unmeßbaren, bei der Röhre in einer meßbaren Zeit, nämlich von der Größenordnung von 0,001 sec erreicht, d. h. es steht die zum Stromübergang erforderliche Anzahl von Elektronen bzw. Ionen in der Luftstrecke viel rascher zur Verfügung als in der Röhre. Da durch den Sekundärstrom der Absturz des Magnetfeldes gebremst wird, so hat das Zustandekommen desselben das Verschwinden der hohen Spannung unmittelbar zur Folge. Andererseits zieht jede Beschleunigung im Stromabfall einen Anstieg der Spannung nach sich. Die zahlreichen Zacken der Spannungskurve bei der Entladung durch die Röhre lassen daher darauf schließen, daß hier andauernd ein rascher

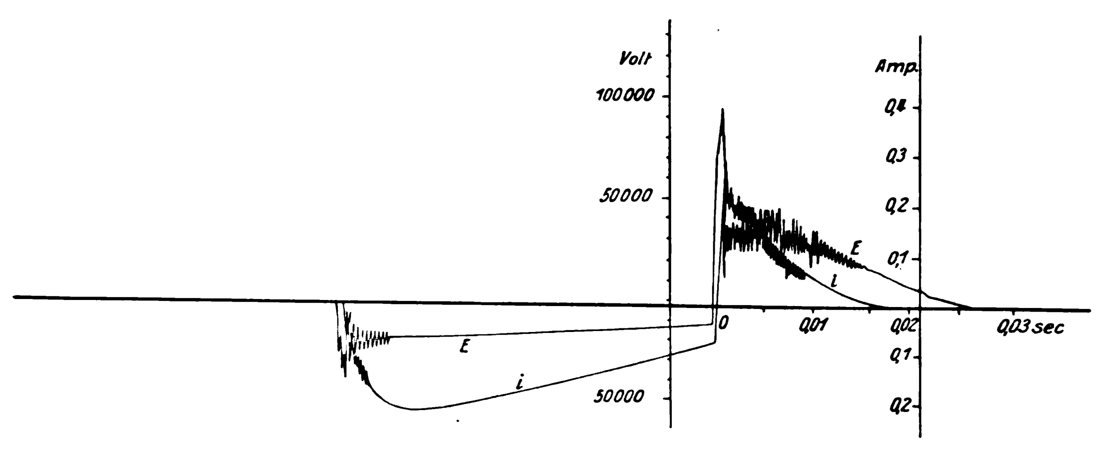


Fig. 9. Weiche Röhre ohne Ventil-Funkenstrecke.

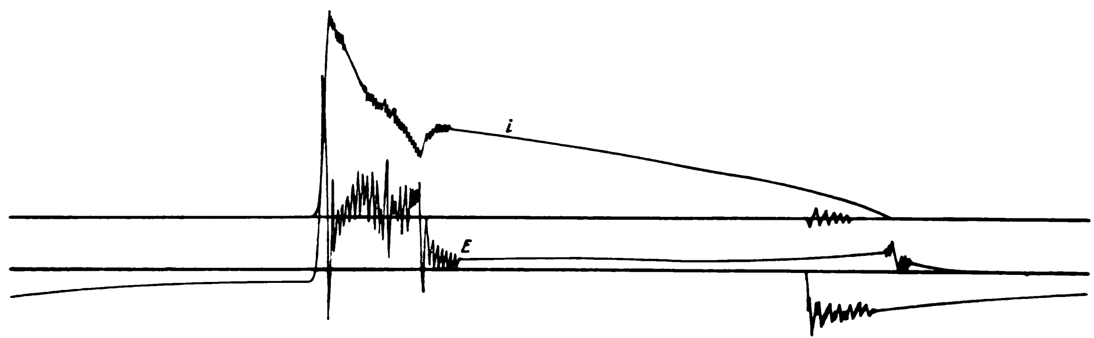


Fig. 10. Harte, kleine Röhre mit Ventil-Funkenstrecke.

Abfall der Ionenzahl stattfindet und diese durch die nachfolgende Spannungserhöhung schrittweise immer wieder ergänzt wird. Bei der Luftstrecke dagegen scheinen trotz der niedrigen Spannung während der ganzen Entladung die Ionen dauernd in genügender Zahl vorhanden zu sein.

Die Stromstärke, mit der die sekundäre Entladung einsetzt, ist von der Art der letzteren — ob Luftstrecke oder Röhre — nur indirekt abhängig. Sie wird in erster Linie durch die magnetischen Verhältnisse der Sekundärspule bestimmt. Der Sekundärstrom steigt nämlich so weit an, bis seine Amperewindungen hinreichen, diejenige Anzahl Kraftlinien aufrecht zu erhalten, die im Moment seines Entstehens noch vorhanden ist. Um wie viel diese Zahl kleiner ist als die durch den Endwert des Primärstroms gelieferte Anzahl, hängt von der Art der sekundären Belastung ab, insbesondere von der Zeit, die zwischen dem Abreißen des Primärstroms und dem Einsetzen des Sekundärstroms verstreicht. Das Gefälle, mit dem während dieser Zeit die Kraftlinienzahl abnimmt, bedingt zusammen mit der sekundären Windungszahl und den Streuungsverhältnissen die Spannung, welche die sekundäre Entladung einleitet. Dieses Gefälle der Kraftlinien wird sich zunächst nach dem Gefälle richten, mit dem der Primärstrom verschwindet; es wird aber im allgemeinen hinter dem dadurch bestimmten Maximalwert zurückbleiben, sobald im Eisen nennenswerte Wirbelströme oder in der Sekundärspule innere Schwingungen zustande kommen, die durch deren Induktivität und Kapazität ausgelöst werden.

Aus den den Kurven beigegebenen Maßstäben können wir diejenigen Strom- und Spannungswerte entnehmen, aus denen sich die Einzelwerte des Effekts und die gesamte Energie berechnen lassen, die während der Entladung verbraucht wird. So ergibt sich aus Fig. 6 für den Beginn der Entladung ein maximaler Effekt von ca. 15 KW, ebenso aus Fig. 7, und ein gesamter Energieverbrauch von ca. 120 Wattsekunden, von denen ca. 20 auf die Sekundärspule selbst entfallen und ca. 100 Wattsekunden in der Röhre verbraucht werden. Bei der Luftstrecke steigt der maximale Effekt nur auf ca. 3 KW an, und es werden während der ganzen Entladung in der Sekundärspule ca. 70 und in der Funkenstrecke ca. 90 Wattsekunden verzehrt. Während des Anstiegs des Primärstroms gehen ca. 700 Wattsekunden in den Induktor hinein, von denen ca. 250 Wattsekunden zur Schaffung des Magnetfeldes verbraucht werden.

Der maximale, primär aufgenommene Effekt erreicht etwas über 7 KW.

Des besonderen Interesses halber seien hier noch zwei Aufnahmen in Fig. 9 und Fig. 10 angefügt. Die erstere gibt die Entladung durch eine weiche Röntgenröhre wieder, bei der die Ventilfunkenstrecke ausgeschaltet war. Die Vorentladung in verkehrter Richtung erreicht hier die außergewöhnlich hohe Intensität von mehr als 0.2 Ampere. Sie setzt ein bei einer Spannung von ca. 35000 Volt im Gegensatz zu ca. 100000 Volt, die zur Einleitung der positiven Entladung wirksam sind. Spannungs- und Stromkurve in negativer Richtung verlaufen vollständig glatt, die Spannung bei etwas reduzierten Werten ähnlich wie bei der Funkenstrecke, während sie in positiver Richtung wiederum die oben erwähnten starken Zacken aufweisen, die übrigens auch hier bei der Spannungskurve um einen Mittelwert von 30000 bis 35000 Volt pendeln. Fig. 10 zeigt, wie bei einer ziemlich harten, aber kleineren Röhre von 15 cm Durchmesser, die zackig verlaufende Entladungsform plötzlich umschlug in die Lichtbogen-Entladung mit der glatten Stromkurve und der niedrigen Spannung, wie sie für die Entladung über die Funkenstrecke in Luft charakteristisch ist.

Bei den Aufnahmen der Fig. 7, 8 und 10 war die Stromschleife des Oszillographen in die Mitte der Sekundärspule eingeschaltet, die hier mit einer Unterbrechung versehen war und hier an Erde gelegt wurde. Bei den übrigen Aufnahmen hingegen lag die Stromschleife zwischen der Antikathode bzw. Spitze der Funkenstrecke und dem positiven Pol der Sekundärspule, und die Erdung war an diesen Pol angelegt. Ein wesentlicher Unterschied im Verlauf der Entladungen bei geerdetem Endpol und bei geerdeter Mitte des Induktors kann aus den Kurven nicht entnommen werden. Wohl aber zeigt sich ein kleiner Unterschied in dem Moment, in welchem der Primärstrom einsetzt. Dieser ist in den Kurven da zu suchen, wo die Spannung in negativer Richtung einsetzt. Hier sind der Spannungskurve einige allmählich abklingende Wellen übergelagert, welche in den Fig. 7, 8 und 10 an derselben Stelle auch in der Kurve des Sekundärstroms zum Vorschein kommen. Bei den letztgenannten Aufnahmen war die Meßschleife in die Mitte der Sekundärspule eingeschaltet. Es sind also im Innern dieser Spule auch bei offenem äußeren Stromkreis Schwingungen vorhanden, die in dem durch die Induktivität und die Kapazität der Sekundärspule gebildeten Schwingungssystem zustande kommen. Ihre Frequenz ist bei Erdung in der Mitte, d. h. bei den Fig. 7, 8 und 10, 1250 und bei den übrigen Kurven, d. h. bei Erdung an dem einen Ende 710. Da die Primärwicklung ungefähr das Erdpotential hat, so wird durch Umlegen des Erdanschlusses an der Sekundärspule die Kapazität der letzteren geändert. Aus ihrer Induktivität, die zu 2300 Henry bei schwacher Magnetisierung des Kerns gemessen wurde, und aus den genannten Frequenzen berechnet sich als äquivalente, an den Enden lokalisiert gedachte Kapazität: bei Erdung in der Mitte $14 \cdot 10^{-6}$ MF an jedem Ende, bei Erdung an dem einen Ende $22 \cdot 10^{-6}$ MF am freien Ende der Spule. De facto ist die Kapazität gleichmäßig über die ganze Länge der Spule verteilt. Ein ähnlicher Wert für die Kapazität der Sekundärspule wurde schon bei anderer Gelegenheit[1]) vom Verfasser für einen 40-cm-Induktor gefunden. Wie schon hervorgehoben, scheint diese Änderung der Kapazität auf den Verlauf der Entladung keinen wesentlichen Einfluß zu haben. Dabei ist zu beachten, daß die Anfangsamplitude dieser Schwingungen bei Erdung in der Mitte 15 bis 20 Milliampere und bei Erdung des einen Endes wahrscheinlich das Drei- bis Vierfache erreicht, ein Betrag, der gegen einen Entladestrom von mehr als 300 Milliampere verschwindend, auf die wenigen Milliampere, mit denen bei Wehneltbetrieb die Röhren gespeist werden, dagegen sehr wohl von Einfluß sein kann.

Es bliebe zum Schluß noch die Frage zu erörtern, welchen Verlauf und welche Intensitäten die Röntgenstrahlung beim Blitzinduktor annimmt, insbesondere ob die in der Strom- und in der Spannungskurve vorhandenen Zacken auch bei der Röntgenstrahlung zum Ausdruck kommen. An Beobachtungen hierüber liegen mir diejenigen von Dessauer[2]) vor. Diese lassen tatsächlich vermuten, daß während einer Entladung harte und weiche Strahlen in rascher Aufeinanderfolge miteinander abwechseln. Die Zeitintervalle, in denen dort Strahlen gleicher Härte aufeinander folgen, zählen nach Bruchteilen von 1/1000 sec. Wenn wir berücksichtigen, daß höhere Spannungen härtere Strahlen und niedrige Spannungswerte weiche Strahlen erzeugen, so kann die von Dessauer beobachtete Tatsache mit den Zacken der hier wiedergegebenen Spannungskurven sehr wohl in Einklang gebracht werden, um so mehr, als sich die Maximalwerte der Spannungen ebenfalls in Zeitintervallen folgen, die nach Bruchteilen von 1/1000 sec sich bemessen. Die Feststellung, ob ein Zusammenhang zwischen beiden Beob-

1) Déguisne, Fortschr. auf d. Geb. d. Röntgentechnik, Bd. XXI, 621.

2) Dessauer, Verhandl. d. D. Physik. Gesellsch. XI. Jahrg., Nr. 20.

achtungen tatsächlich besteht, soll weiteren Untersuchungen vorbehalten bleiben.

(Eingegangen 29. April 1914.)

Methode zur objektiven Prüfung der Güte der Sprachübertragung in der Telephonie.

Von E. Waetzmann.

Einleitung. Will man die Sprachgüte in irgendeinem Sprechkreise prüfen, so ist es in vielen Fällen, namentlich für Versuchszwecke, nicht ausreichend, wenn man sich auf subjektive Sprechversuche beschränkt. Es müssen dann vielmehr Sprachkurven aufgenommen werden, um durch deren Analyse die Art der Verzerrung festzustellen. Die Erregung geschieht entweder akustisch, indem etwa einem Mikrophon einfache Töne oder Vokale zugeleitet werden, oder aber elektrisch, indem sinusförmige Wechselströme in die zu prüfende Anordnung hineingesandt werden. Arbeitet man, wie es vielfach geschieht, mit einfachen Tönen, oder dem entsprechend mit rein sinusförmigen Wechselströmen, so ist die Deutung der aufgenommenen Kurven zwar sehr einfach, aber ihre Ergebnisse in bezug auf die Beurteilung der Sprachgüte sind recht dürftig; auch dann noch, wenn eine größere Anzahl von Tonkurven in verschiedener Höhe aufgenommen werden. Benutzt man kompliziertere Schwingungen, so hat das, abgesehen von den Schwierigkeiten der Analyse, namentlich bei Vokalkurven den prinzipiellen Nachteil, daß wirklich zuverlässige Standardkurven fehlen. Deshalb habe ich schon früher vorgeschlagen[1]), weder einfache Sinusschwingungen, noch die komplizierten Vokalschwingungen, sondern ein Mittelding zwischen den beiden Extremen, nämlich Schwebungen zu benutzen. Diesen ist mit den reinen Sinusschwingungen der nicht zu unterschätzende Vorteil gemeinsam, daß sie äußerst einfach, in ihrer Form genau bekannt und deshalb leicht zu deuten sind; andererseits besitzen sie aber auch den Vorzug der Vokalkurven für die Beurteilung der Sprachverzerrung, nämlich Amplituden von variabler Größe. Die Vorteile der Benutzung von Schwebungskurven werden sich im folgenden von selbst zeigen.

Da in den meisten Fällen in Sprechkreisen ein Mikrophon enthalten ist, so soll zunächst in bezug auf die Wirkungsweise des Mikrophons auf einige Punkte hingewiesen werden, die bisher wenig bzw. gar nicht beachtet worden sind.

1) E. Waetzmann, Ann. d. Phys. 42, 743, 1913.

§ 1. Über die Wirkungsweise des Mikrophons.

Bezeichnet man den „Ruhewiderstand" des Mikrophons, das ist sein Widerstand, während die Membran in Ruhe ist, mit R, und mit r das Maximum der Widerstandsänderung, während die Membran schwingt, so ist der Strom, wenn ein Ton von der Frequenz ω auf die Membran auftrifft, und die Spannung E direkt an das Mikrophon angelegt ist:

$$I = \frac{E}{R + r\sin\omega t}. \qquad (1)$$

Dabei sind etwaige Einflüsse der Mikrophonmembran noch nicht berücksichtigt; ferner ist vorausgesetzt, daß die Widerstandsschwankungen sinusförmig erfolgen, wenn ein einfacher Ton auffällt, und daß der mittlere Schwingungswiderstand des Mikrophons gleich seinem Ruhewiderstand ist. Auf diese zweite — in praxi bestimmt nicht erfüllte — Voraussetzung kommen wir nachher zurück. Entwickelt man die rechte Seite von (1) in eine Reihe, so ergibt sich:

$$\left.\begin{aligned} &I = I_0 + I_1 \sin\omega t + I_2 \cos 2\omega t + \ldots, \\ &\text{worin} \\ &I_0 = \frac{E}{\sqrt{R^2 - r^2}}, \\ &I_1 = \frac{2E}{\sqrt{R^2 - r^2}}\left(\frac{\sqrt{R^2 - r^2} - R}{r}\right), \\ &I_2 = -\frac{2E}{\sqrt{R^2 - r^2}}\left(\frac{\sqrt{R^2 - r^2} - R}{r}\right)^2, \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

usw. ist.

Die Gleichungen (2) zeigen:

a) der Gleichstrom I_0, während die Membran schwingt, ist größer $\left(= \frac{E}{\sqrt{R^2 - r^2}}\right)$ als der Gleichstrom $i_0 = \frac{E}{R}$, während die Membran in Ruhe ist.

b) Schon beim Auftreffen einer einfachen Tonwelle entstehen im Mikrophonkreise Obertöne, unabhängig von den Eigenschaften der Mikrophonmembran. Diese Obertöne sind relativ zum Grundton um so stärker, je größer r relativ zu R, also je empfindlicher das Mikrophon ist.

Liegt in dem Mikrophonkreise noch Selbstinduktion, so lautet die Stromgleichung:

$$E - L\frac{dI}{dt} = IW, \qquad (3)$$

wobei der variable Widerstand jetzt mit W bezeichnet ist. Dabei ist noch annähernd vorausgesetzt, daß die Selbstinduktion für den Grund

ton und die in Betracht kommenden Obertöne die gleiche ist. W teilt man in den konstanten Teil W_0 und in den variablen W_1; I wird in $i_0 + i_1$ zerlegt, derart, daß $W_0 i_0 = E$ ist. Da die Integration der so entstehenden Gleichung für i_1 ziemlich kompliziert ist, so benutzen wir zur Berechnung von I eine Annaherungsmethode[1]), die zu folgendem Resultat führt: Schreibt man I in der Form

$$I = I_0 + I_1 + I_2 + \ldots, \tag{4}$$

worin I_0 den Gleichstrom, I_1 den Wechselstrom von der Periode ω, I_2 denjenigen von der Periode 2ω usw. bedeuten, und bezeichnet die Amplitude von W_1 mit $\overline{W}_1$, so ist angenähert:

$$\left.\begin{aligned}
I_0 &= i_0 + \frac{i_0 \overline{W}_1^2}{2(W_0^2 + \omega^2 L^2)} + \frac{3 i_0 \overline{W}_1^4}{8(W_0^2 + \omega^2 L^2)(W_0^2 + 4\omega^2 L)^2} + \cdots, \\
I_1 &= -\frac{i_0 \overline{W}_1}{(W_0^2 + \omega^2 L^2)}(W_0 \sin\omega t - \omega L \cos\omega t) - \frac{3 i_0 \overline{W}_1^3 (W_0 \sin\omega t - 2\omega L \cos\omega t)}{4(W_0^2 + \omega^2 L^2)(W_0^2 + 4\omega^2 L^2)} - \cdots, \\
I_2 &= -\frac{i_0 \overline{W}_1^2}{2(W_0^2 + \omega^2 L^2)(W_0^2 + 4\omega^2 L^2)}\{3 W_0 \omega L \sin 2\omega t + (W_0^2 - 2\omega^2 L^2)\cos 2\omega t\} - \\
&\quad - \frac{4 i_0 \overline{W}_1^4}{8(W_0^2 + \omega^2 L^2)(W_0^2 + 4\omega^2 L^2)(W_0^2 + 9\omega^2 L^2)}\{5 W_0 \omega L \sin 2\omega t + (W_0^2 - 6\omega^2 L^2)\cos 2\omega t\}, \\
&\quad - \cdots\cdots
\end{aligned}\right\} \tag{5a}$$

Bricht man nach dem zweiten Gliede ab, was in jedem Fall erlaubt scheint, so kann man I_1, I_2 usw. übersichtlicher in folgender Form schreiben:

$$\left.\begin{aligned}
I_1 &= -\frac{i_0 \overline{W}_1 \sqrt{16(W_0^2 + \omega^2 L^2)(W_0^2 + 4\omega^2 L^2) + 2 \cdot 4 \cdot 3 (W_0^2 + 2\omega^2 L^2)\overline{W}_1^2 + 9 \overline{W}_1^4}}{4(W_0^2 + \omega^2 L^2)\sqrt{W_0^2 + 4\omega^2 L^2}} \sin(\omega t + \delta_1), \\
&\text{wo} \\
&\qquad \operatorname{tg}\delta_1 = -\frac{\omega L [4(W_0^2 + 4\omega^2 L^2) + 6 \overline{W}_1^2]}{W_0 [4(W_0^2 + 4\omega^2 L^2) + 3 \overline{W}_1^2]}, \\
I_2 &= \\
&-\frac{i_0 \overline{W}_1^2 \sqrt{16(W_0^2 + \omega^2 L^2)(W_0^2 + 9\omega^2 L^2) + 2 \cdot 4 \cdot 4 (W_0^2 + 3\omega^2 L^2)\overline{W}_1^2 + 16 \overline{W}_1^4}}{8(W_0^2 + \omega^2 L^2)\sqrt{(W_0^2 + 4\omega^2 L^2)(W_0^2 + 9\omega^2 L^2)}} \sin(2\omega t + \delta_2), \\
&\text{wo} \\
&\qquad \operatorname{tg}\delta_2 = \frac{(W_0^2 - 2\omega^2 L^2)(W_0^2 + 9\omega^2 L^2) + (W_0^2 - 6\omega^2 L^2)\overline{W}_1^2}{W_0 \omega L [3(W_0^2 + 9\omega^2 L^2) + 5 \overline{W}_1^2]}
\end{aligned}\right\} \tag{5b}$$

ist. Setzt man in (5a) $L = 0$ und entwickelt die Ausdrücke (2) in Reihen, so erhält man identische Werte. Die Gleichungen (5) zeigen ebenso wie die Gleichungen (2) die Zunahme des Gleichstroms, während die Mikrophonmembran schwingt, gegenüber dem Ruhestrom, sowie das Auftreten von Obertönen. Zahlenbeispiele lehren, daß deren Intensität mit wachsender Ordnungszahl rasch abnimmt. Die Entstehung der Obertöne im Mikrophon wird die Sprache im allgemeinen nicht wesentlich verschlechtern, gegebenenfalls sogar verbessern. Deshalb scheint es mir überflüssig, auch noch den allgemeinsten Fall durchzurechnen.

Bei der experimentellen Prüfung der obigen Rechnung kann es sich nur um eine qualitative Prüfung handeln, da sich ein Mikrophon in Wirklichkeit wesentlich anders verhält, als für die Berechnung angenommen werden muß. Das wirkliche Verhalten eines Mikrophons ist der Berechnung nicht zugänglich. Es wurden in Mikrophonkreisen, in denen neben der Stromquelle teils nur das Mikrophon, teils noch Ohmscher Widerstand und teils noch Selbstinduktion lag, bei verschiedenen Mikrophontypen gleichzeitig Widerstandsmessungen des Mikrophons und Strommessungen angestellt. Das Mikrophon wurde durch Stimmgabeln oder Pfeifen erregt und die Widerstands- und Stromkurven durch die beiden Schleifen eines Oszillographen aufgezeichnet. Aus der Art der Tonquellen und der Versuchsanordnung, die durch die Empfindlichkeit der Schleifen mit bedingt war, folgt, daß auch in den Widerstandskurven schon Oberschwingungen enthalten sind. Jedoch zeigten die Stromkurven, in Übereinstimmung mit der obigen Rechnung, relativ stärkere Obertöne als die Widerstandskurven. Ebenso ergaben sich bei empfindlichen Mikrophonen relativ stärkere Obertöne als bei unempfindlichen, und die Stärke

1) Vgl. H. Barkhausen, Das Problem der Schwingungserzeugung, Leipzig, S. Hirzel, S. 19.

der Obertöne nahm ab, wenn Ohmscher Widerstand zugeschaltet (R vergrößert) wurde, beides wieder in Übereinstimmung mit der Berechnung. Die Kurvenpaare der Fig. 1, 2 und 3 stellen

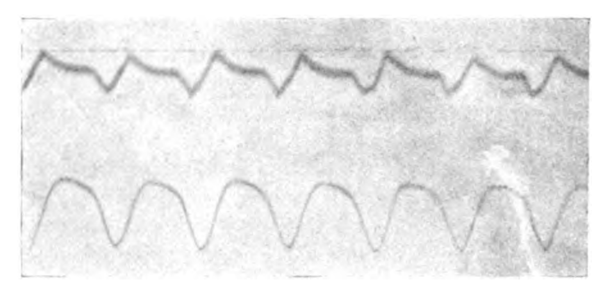


Fig. 1.

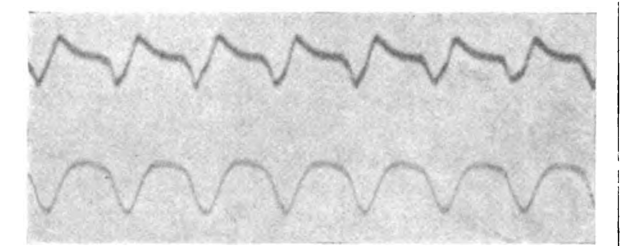


Fig. 2.

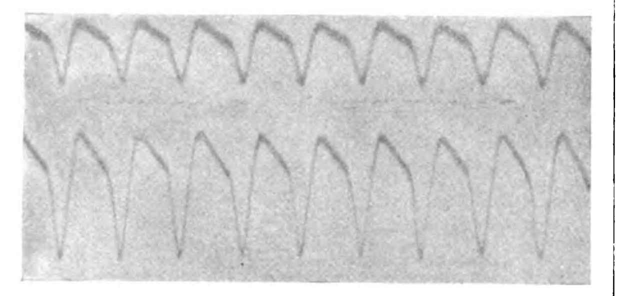


Fig. 3.

drei Proben der Messungen dar. Die oberen Kurven sind die Strom-, die unteren die Widerstandskurven. Die Analyse ergibt, daß sich die Amplituden der zwei ersten Partialschwingungen in den Widerstandskurven angenähert wie 5 : 2 bzw. 4 : 1,5 bzw. 2 : 1 und in den Stromkurven angenähert wie 2 : 1,6 bzw. 3 : 2 bzw. 2 : 1 verhalten. Für Fig. 1 betrug der zu dem Mikrophon zugeschaltete Widerstand fünf Ohm, für Fig. 2 zehn Ohm und für Fig. 3 dreißig Ohm. Alle drei Figuren beziehen sich auf das gleiche Mikrophon.

Wichtiger für die Sprachübertragung durch das Mikrophon als die Entstehung von Obertönen ist die Tatsache, daß der mittlere Schwingungswiderstand einen anderen Wert als der Ruhewiderstand besitzt. Das R der obigen Rechnung ist also nicht identisch mit dem Ruhewiderstand des Mikrophons, sondern ist in den allermeisten Fällen bedeutend größer als dieser, worauf ich schon früher ausführlich hingewiesen habe[1]). Hieraus folgt aber, daß die Sprachkurven im Mikrophon in dem Sinne einseitig verzerrt werden müssen, daß die Amplitudenmaxima einseitig von der ursprünglichen Nulllinie abgedrängt werden. Ich möchte noch erwähnen, daß das skizzierte eigentümliche Verhalten des Mikrophons bei verschiedenen Typen quantitativ verschieden ist, und daß namentlich die speziellen Versuchsbedingungen, ob das Mikrophon mit schwachem oder starkem Strom beschickt wird usw., von großem Einfluß sind. Der allgemeine Sinn der Widerstandsänderung bleibt aber in den meisten Fällen erhalten. Es erscheint mir nicht unwahrscheinlich, daß hierbei akustische Anziehungs- bzw. Abstoßungserscheinungen mitwirken.

§ 2. Die Prüfung der Sprachverzerrung mit Hilfe von Schwebungskurven.

Neben den im vorigen Paragraphen skizzierten einseitigen Verzerrungen der Sprachkurven und dem Auftreten oder Verschwinden von Obertönen ist es namentlich noch ein dritter Verzerrungstyp, der unter gegebenen Bedingungen in Sprechkreisen eine große Rolle spielt. Es ist dies die Tatsache, daß verschieden große Amplituden nicht immer in ihrem ursprünglichen Stärkeverhältnis übertragen werden, auch dann nicht, wenn sie der gleichen Tonhöhe angehören, sondern daß kleinere Amplituden relativ bevorzugt werden können.

Es soll im folgenden an einigen Beispielen gezeigt werden, in wie einfacher Weise die besprochenen Verzerrungsmöglichkeiten aus Schwebungskurven zu erschließen sind. Durch die Anwendung von Schwebungskurven mit scharf ausgeprägten Maximis und Minimis übertreibt man künstlich die Fehler, indem die Schwebungskurven viel ausgeprägtere Amplitudenunterschiede als die durchschnittlichen Vokal- und Konsonantenkurven besitzen. Das ist natürlich für das Auffinden von Fehlern sehr günstig. Andererseits darf man aber erwarten, daß Sprechkreise, die Schwebungskurven schon sehr merklich verzerren, immer noch eine leidliche Verständigung geben.

In Fig. 4 ist die obere Kurve eine aus Stimmgabeltönen vom Intervall 700 : 630 gebildete Schwebungskurve, wie sie von der Membran eines Mikrophons beschrieben wird. Mit dem Mikrophon sind eine Stromquelle und Telephon in Reihe geschaltet. Die Schwingungen

1) E. Waetzmann, l. c., S. 734.

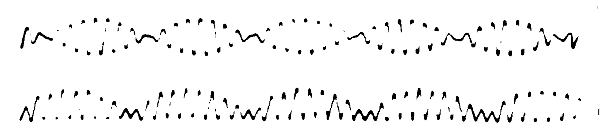


Fig. 4.

der Telephonmembran werden photographiert und geben das Bild der unteren Kurve von Fig. 4. Die Kurve zeigt vorzüglich die Einseitigkeiten, welche das Mikrophon — und zwar durch die Art seiner Widerstandsänderungen, nicht durch Eigenschaften seiner Membran — hervorruft. Daß das Intervall in den Kurven nicht ganz rein ist, stört für unsere Zwecke nicht. Um den zu demonstrierenden Effekt recht deutlich zu machen, wurden ein Mikrophon und eine Versuchsanordnung benutzt, die den Effekt sehr stark geben. Auch bei ganz geringer Stärke ist er aber ohne weiteres aus der Schwebungskurve zu ersehen. Ich möchte erwähnen, daß ich ihn mehr oder weniger stark stets gefunden habe, und daß er auch bei größeren Intervallen — etwa infolge der Trägheit des Mikrophons — nicht verschwindet.

Die folgenden Figuren beziehen sich auf andere Sprechkreise. Hierbei wurden aus zwei Frankeschen Maschinen gleichzeitig zwei sinusförmige Wechselströme von solcher Frequenz und solchem Amplitudenverhältnis in die Leitung hineingeschickt, daß sie Schwebungskurven vom Typ der Fig. 5 ergaben. Je nach der speziellen



Fig. 5.

Anordnung der Sprechkreise, wobei immer stärker verzerrende Kreise gewählt wurden, erhält man am Ende der Leitung Kurven vom Typ der Fig. 6, 7, 8, 9.

Fig. 6 zeigt die relative Bevorzugung der

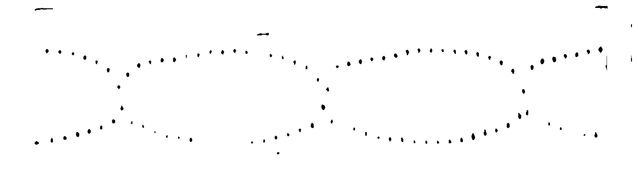


Fig. 6.

kleineren Amplituden, ohne daß Einseitigkeiten oder Obertöne auftreten, während in Fig. 7 gerade eine Andeutung von Obertönen und die Einseitigkeit zu erkennen sind. In Fig. 8 sind

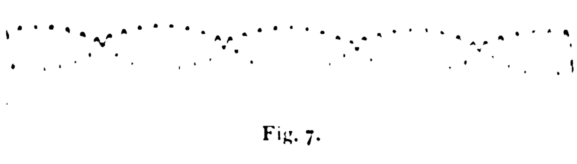


Fig. 7.

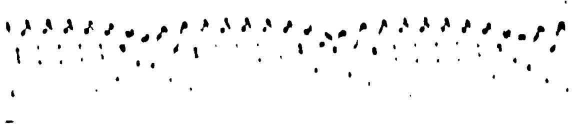


Fig. 8.

die Obertöne sehr stark, und ebenso sind die Einseitigkeit und die ungleichmäßige Berücksichtigung verschieden großer Amplituden deutlich ausgeprägt. In Fig. 9 treten die beiden



Fig. 9.

letztgenannten Verzerrungstypen besonders kraß hervor.

Will man nicht das Neuauftreten, sondern die etwaige Unterdrückung von Obertönen konstatieren, so sind mehrere Kurven aufzunehmen.

Zusammenfassung: Es wird auf einige bisher wenig oder gar nicht beachtete Eigenschaften des Mikrophons hingewiesen, welche die Güte der Sprachübertragung durch dasselbe beeinflussen. Es wird ferner eine objektive Methode vorgeschlagen, durch welche sich ganz allgemein die Art der Verzerrung in irgendwelchen Sprechkreisen in sehr einfacher Weise feststellen läßt.

Die vorstehenden Untersuchungen sind mit Unterstützung der Siemens-&-Halske-A.-G. ausgeführt, der ich auch an dieser Stelle meinen herzlichen Dank aussprechen möchte.

Breslau, Physikal. Institut, Mai 1914.

(Eingegangen 7. Mai 1914.)



Eine Bemerkung zur Thermodynamik bewegter Systeme.

Aus dem math.-phys. Kabinette der Universität Graz. (Vorstand: Prof. Dr. A. Wassmuth).

Von Ludwig Holzer.

Im 13. Jahrgang der Physikalischen Zeitschrift S. 212 hat K. Schaposchnikow aus Moskau in höchst scharfsinniger Weise die Invarianz des Drucks p und des Ausdrucks $\frac{T}{\sqrt{c^2-q^2}}$, wobei T die absolute Temperatur bedeutet, gegenüber Lorentz-Transformationen nachgewiesen. Auf gänzlich verschiedenem Wege will ich nun diesen Nachweis wiederholen.

Die Thermodynamik, deren Anwendung auf ruhende Systeme unbedenklich ist, führt auf die sogenannte kanonische Form der Zustandsgleichung:

$$S = f(\varepsilon, V).$$

Hierbei bedeutet S die Entropie, ε die Energie und V das Volumen. Nun ist S eine Invariante gegenüber einer Lorentz-Transformation (Laue, Relativitätsprinzip S. 212). ε und V sind jedoch bekanntlich nicht invariant, hingegen die Ausdrücke $\varepsilon_0 = \varepsilon\sqrt{c^2-q^2}$ und $V_0 = \frac{V}{\sqrt{c^2-q^2}}$. Das erstere ergibt sich daraus, daß die Formel für die Umrechnung der Energie, gemessen an einem relativ zum System ruhenden Körper, in ein mit der Geschwindigkeit q dagegen bewegtes System lautet:

$$\varepsilon' = \frac{c\varepsilon}{\sqrt{c^2-q^2}}.$$

Führen wir in die Formel für die Entropie

$$S = f(\varepsilon, V)$$

statt ε und V ε_0 und V_0 ein, so sind in der neuen Gleichung

$$S = f_1(\varepsilon_0 V_0)$$

alle Veränderlichen invariant gegenüber Lorentz-Transformationen. Das heißt, die Funktion f_1, durch welche S dargestellt wird, ist in allen berechtigten Bezugssystemen dieselbe. Bilden wir also $\frac{\partial S}{\partial \varepsilon_0}$ und $\frac{\partial S}{\partial V_0}$, so müssen diese partiellen Differentialquotienten in allen berechtigten Bezugssystemen dieselben Funktionen von ε_0 und V_0, also selbst invariant sein.

Aus der kanonischen Form der Zustandsgleichung folgt

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial \varepsilon} \text{ und } \frac{p}{T} = \frac{\partial S}{\partial V}$$

also $\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial \varepsilon_0}\frac{\partial \varepsilon_0}{\partial \varepsilon} = \frac{\partial S}{\partial \varepsilon_0}\sqrt{q^2-c^2}$

oder $\frac{T}{\sqrt{q^2-c^2}} = \frac{1}{\frac{\partial S}{\partial \varepsilon_0}}.$

Das heißt, $\frac{T}{\sqrt{q^2-c^2}}$ ist invariant gegenüber einer Lorentz-Transformation.

Weiter ist:

$$\frac{p}{T} = \frac{\partial S}{\partial V} = \frac{\partial S}{\partial V_0}\frac{\partial V_0}{\partial V} = \frac{\partial S}{\partial V_0}\frac{1}{\sqrt{q^2-c^2}}.$$

Da aber $\frac{T}{\sqrt{q^2-c^2}}$ invariant ist und nach der vorstehenden Formel $\frac{p}{T}\sqrt{c^2-q^2}$ ebenfalls, so ergibt sich die Invarianz des Druckes p gegenüber einer Lorentz-Transformation.

(Eingegangen 4. Mai 1914.)

Einige Versuche zur Frage des Aktiniumursprunges.

Von O. Göhring.

Es wird jetzt allgemein angenommen, daß das Aktinium ein verhältnismäßig kurzlebiges Element ist, mit einer Halbwertszeit von der Größenordnung 100 Jahre[1, 2]) und daß es darum kein primäres radioaktives Element sein kann, sondern eine langlebige Muttersubstanz haben muß. Es scheint auch sicher zu sein, daß die Aktiniumreihe in genetischem Zusammenhang mit der Uran-Radiumreihe steht[2]), und zwar eine Abzweigung von derselben ist, von der Art, wie sie bei den C_1-Gliedern der drei Umwandlungsreihen nachgewiesen wurden. Es läßt sich berechnen, daß die Aktiniumreihe im Verhältnis von 8:92 von der Haupturan-Radiumreihe abgezweigt wird. Wo aber die Verzweigung stattfindet, konnte bis heute noch nicht aufgeklärt werden.

Einen wertvollen Wegweiser zur Klärung dieser Frage bilden die neuen Sätze[3]) betreffend die Verschiebungen im periodischen System bei radioaktiven Umwandlungen. Dank dieser Sätze ist die Zahl der Möglichkeiten, wie das Aktinium entstehen kann, bedeutend zusammengeschrumpft.

Da das Aktinium erstens mit Lanthan aus-

1) Mme. Curie, Le Radium **8**, 353, 1911.
2) Rutherford, Radioaktive Substanzen und ihre Strahlungen, S. 466.
3) Fajans, diese Zeitschr. **14**, 136, 1913; Soddy, Chem. News **107**, 97, 1913.

fällt, zweitens, wie A. Fleck[1]) zeigte, mit Mesothorium 2, das nach den Verschiebungssätzen in die dritte Gruppe gehört, chemisch identisch ist, und da es drittens, wie G. v. Hevesy[2]) nachgewiesen hat, ein dreiwertiges Kation bildet, muß man annehmen, daß das Aktinium in die dritte Gruppe des periodischen Systems gehört. Nun ruft nach den genannten Sätzen eine α-Strahlenumwandlung eine Verschiebung um zwei Gruppen nach links, eine β-Strahlenumwandlung eine solche um eine Gruppe nach rechts in einer Horizontalreihe hervor. Es gibt also[3]) für die Entstehung des Aktiniums die beiden Möglichkeiten:

$$2.\ \text{Gruppe} \xrightarrow{\beta} 3.\ \text{Gruppe}$$

$$5.\ \text{Gruppe} \xrightarrow{\alpha} 3.\ \text{Gruppe}.$$

Als Element der zweiten Gruppe kam das Radium in Betracht[4]), das ja auch β-Strahlen emittiert. Nun zeigte aber Soddy[5]), daß in einem Radiumpräparat mit 13,5 mg Radium während 10 Jahren sich keine nachweisbaren Mengen Aktinium bildeten. Auch F. Paneth und K. Fajans[6]) konnten in einem 6 Jahre alten Radiumpräparat mit 180 mg Radium kein Aktinium nachweisen. Aus diesen negativen Resultaten und der bekannten Empfindlichkeit der zum Nachweis des Aktiniums benutzten Methode ergab sich, daß Aktinium nur dann aus Radium entstehen könnte, wenn es eine Periode von mehreren Millionen Jahren hätte. Dagegen spricht aber die Tatsache, daß man Aktiniumpräparate hergestellt hat, die 100000 mal so stark wie Uran sind und daß in denselben kein neues Spektrum beobachtet werden konnte. Diese Versuche schließen somit die Möglichkeit aus, daß Aktinium direkt aus Radium gebildet wird.

Als Element der fünften Gruppe des periodischen Systems konnte vor der Entdeckung des UX_2 für die Muttersubstanz des Aktiniums das von Fajans[7]) und von Russell[8]) vorausgesagte hypothetische Zerfallsprodukt des UX in Frage kommen, wenn dasselbe ein langlebiger α-Strahler war[9]). Die Entdeckung des UX_2 (Brevium) zeigte jedoch[1]), daß diese Annahme unmöglich ist, da dieses vorausgesagte Element ein kurzlebiger β-Strahler ist.

Es muß also ein bis jetzt unbekanntes Element als Muttersubstanz des Aktiniums angenommen werden, nachdem es nicht gelang, das Entstehen desselben aus einem bekannten nachzuweisen. Es ist nun zunächst an ein unbekanntes Glied der Breviumplejade zu denken, aus dem Aktinium durch eine α-Strahlenumwandlung entstehen könnte. Ein solches Element müßte bei gleichen Bedingungen auf die gleiche Art wie UX_2 chemisch isoliert werden können[1]). Ich führte deshalb unter der Annahme verschiedener Möglichkeiten, wie das Aktinium entstehen könnte, drei Versuchsreihen aus, deren Resultate ich hier kurz mitteilen möchte[2]).

1. Paneth und Fajans[3]) hielten folgendes Schema für möglich

$$\overset{4}{Io} \xrightarrow{\beta} \overset{5}{?} \xrightarrow{\alpha} \overset{3}{Ac}.$$

Zugunsten dessen sprach, daß nach ihm dem Aktinium das Atomgewicht 226 zukommen müßte, ein Wert, der aus manchen theoretischen Gründen wahrscheinlich erscheint[4]). Zur Prüfung dieses Schemas sind die genannten Autoren von einem von Auer v. Welsbach dem Wiener Radiuminstitut übergebenen Präparat von Ionium-Thoriumoxalat[5]) ausgegangen, das mindestens 4 Jahre lang keinen chemischen Eingriff erlitten hatte. Es wurden davon zwei Proben entnommen, die je ca. 1,7 g Ionium-Thoriumoxalat enthielten. Aus den Lösungen derselben wurden auf eine in der Arbeit von Paneth und Fajans näher zu beschreibende Weise Tantalsäurefällungen gewonnen, die nach den Erfahrungen mit UX_2 den hypothetischen Körper der fünften Gruppe hätten enthalten müssen. Diese Tantalfällungen, die Dr. Fajans von Wien mitbrachte, waren noch aktiv (viele tausend Skalenteile pro Minute). Sie wurden durch Schmelzen in Kali wieder in Lösung gebracht und durch Ansäuern dieser Lösungen wurde die Tantalsäure wieder gefällt. Durch mehrmalige Wiederholung dieses Verfahrens gelang es, Fällungen von Tantalsäure zu erhalten, deren Aktivität kleiner war als ein Skalenteil pro Minute. Die Aktivität verblieb immer zum größten Teil

1) Journ. of Chem. Soc. 103, 381, 1913.
2) Diese Zeitschr. 14, 1202, 1913.
3) Es werden hier nur die bis jetzt nachgewiesenen Umwandlungsarten und die dadurch bedingten Verschiebungen vorausgesetzt. Immerhin muß man die Möglichkeit anderer Umwandlungen im Auge behalten, z. B. solcher durch Emission von Wasserstoff oder gleichzeitige α-β-Umwandlung, die wohl eine Verschiebung um eine Gruppe nach links hervorrufen würden.
4) Vgl. Fajans, Le Radium 10, 171, 1913.
5) Soddy, Nature 91, 634, 1913.
6) Privatmitteilung. Die Versuche werden bald in den Wiener Berichten veröffentlicht.
7) l. c.
8) Chem. News 107, 49, 1913.
9) Vgl. Soddy, Chem. News 107, 97, 1913.

1) Fajans und Göhring, diese Zeitschr. 14, 877, 1913.
2) Alle Einzelheiten der hier beschriebenen Versuche werden in meiner Dissertation über das UX_2, Karlsruhe 1914, angegeben.
3) l. c.
4) K. Fajans, Le Radium 10, 171, 1913.
5) Nähere radioaktive Charakterisierung desselben vgl. St. Meyer und E. v. Schweidler, Wien. Anz. 46, 239, 1909.

bei den Filtraten von den Tantalfällungen oder in Thoriumfluoridniederschlägen, die durch Zugabe von Thornitrat und Ammoniumfluorid zur Lösung hergestellt wurden. Sie muß also noch von kleinen Mengen Ionium hergerührt haben. Ein langlebiger α-Strahler konnte also unter diesen Bedingungen nicht nachgewiesen werden. Aus der bekannten Aktivität des Präparates und seinem Alter (mindestens 4 Jahre) ergibt sich unter Berücksichtigung der Empfindlichkeit des von mir benützten Elektroskops, daß, wenn aus Ionium ein α-Strahler der Breviumplejade entsteht, der als Muttersubstanz des Aktiniums in Betracht kommen sollte, seine Lebensdauer größer als $1{,}4 \cdot 10^5$ Jahre ist.

2. Unabhängig davon, an welcher Stelle der Uran-Radiumreihe die Aktiniumabzweigung geschieht, müßte unter der Annahme, daß Aktinium aus einem α-Strahler der Breviumplejade entsteht[1]), dieser direkt in Uranmineralien nachgewiesen werden können. Zur Prüfung wurden 38 g Pechblende mit 24100 Skalenteilen pro Minute Aktivität (im α-Elektroskop gemessen) verwendet, wovon dem hypothetischen α-Strahler, wenn man ihm eine Lebensdauer von der Größenordnung der des Ioniums zuschreibt, ca. 140 Teilstriche pro Minute hätten zukommen müssen. Die Pechblende wurde mit konzentrierter Salpetersäure behandelt, der hierin unlösliche Teil durch Schmelzen in KOH in Lösung gebracht und aus diesen Lösungen unter Bedingungen, unter denen UX_2 nach meinen Erfahrungen hätte ausfallen müssen, Tantalsäure gefällt.

Die aktiven Fällungen wurden, wie unter 1 angegeben, verarbeitet, wobei die endgültigen Tantalfällungen weniger als 1 Teilstrich pro Minute besaßen. Da die ganze Versuchsreihe etwa eine Woche dauerte, ergibt sich, daß in der Pechblende ein α-Strahler mit den chemischen Eigenschaften des Breviums mit einer Halbwertszeit von über einigen Tagen nicht gefunden wurde.

3. Seit kurzem kommt als Muttersubstanz des Aktiniums auch das Umwandlungsprodukt des von Antonoff[1]) gefundenen β-Strahlers UY in Frage, welch letzteres nach neueren Versuchen[2]) in die Thoriumplejade gehört. Es wurde nämlich gezeigt, daß das UY im Verhältnis von wenigen Prozenten von der Haupt-uran-Radiumreihe abgezweigt wird. Je nachdem dieser Körper bei U_1 oder U_2 abzweigt, kommen nach Soddy[3]) für die Entstehung des Aktiniums zwei Schemata in Betracht:

$$\overset{6}{U_1} \begin{cases} \xrightarrow{\alpha} \overset{4}{UX_1} \xrightarrow{\beta} \overset{5}{UX_2} \xrightarrow{\beta} \overset{6}{U_2} \xrightarrow{\alpha} \overset{4}{Io} \rightarrow \\ \xrightarrow{?} \overset{4}{UY} \xrightarrow{\beta} \overset{5}{UZ} \xrightarrow{\alpha} \overset{3}{Ac} \rightarrow \end{cases}$$

$$\overset{6}{U_1} \xrightarrow{\alpha} \overset{4}{UX_1} \xrightarrow{\beta} \overset{5}{UX_2} \xrightarrow{\beta} \overset{6}{U_2} \begin{cases} \xrightarrow{\alpha} \overset{4}{Io} \rightarrow \\ \xrightarrow{?} \overset{4}{UY} \xrightarrow{\beta} \overset{5}{UZ} \xrightarrow{\alpha} \overset{3}{Ac}. \end{cases}$$

Wäre das hypothetische UZ ein langlebiger α-Strahler, wie es sein müßte, wenn es nach dem obigen Schema als Muttersubstanz des Aktiniums in Betracht kommen soll, so könnte es bei den Versuchen mit Pechblende der Beobachtung nicht entgehen. Es ist somit auch dieses Schema unwahrscheinlich.

Doch war es unabhängig von der Aktiniumfrage von Interesse, das Zerfallsprodukt des UY zu suchen. Wenn das UY ein β-Strahler der Thoriumplejade ist, so muß sein Umwandlungsprodukt unter den gleichen Bedingungen wie Brevium mit Tantalsäure ausfallen. Zu dieser Untersuchung wurden 1500 g Uranylnitrat in Äther gelöst, und diese Lösung täglich einmal mit verdünnter Eisenchloridlösung ausgeschüttelt. Die fünfte Ausschüttelung wurde zu dem ersten Versuch verwendet. Das Eisen wurde nach der Ammonkarbonatmethode vom Uran getrennt und in HNO_3 gelöst. Es wurde nun Kaliumhexatantalat zugegeben, der entstehende Niederschlag auf dem Filter ausgewaschen, auf einem heißen Tonteller getrocknet und im offenen β-Elektroskop gemessen, in dem auch α-Strahlen zur

1) Eine Möglichkeit z. B. haben Hahn und Meitner diskutiert (diese Zeitschr. **14**, 752, 1913), die folgendes Schema für wahrscheinlich halten:

$$\overset{4}{UX_1} \begin{cases} \xrightarrow{\beta} \overset{5}{UX_2} \\ \xrightarrow{\beta} \overset{5}{?} \xrightarrow{\alpha} Ac. \end{cases}$$

Sie berechnen, daß der hypothetische langlebige α-Strahler sich mit ca. 3 Proz. an der Aktivität des Urans beteiligen würde. Eine so geringe Aktivität konnte, wie sie mit Recht hervorheben, bis jetzt leicht übersehen worden sein.

1) Antonoff, Phil. Mag. **22**, 419, 1911; Le Radium **10**, 406, 1913.

2) Soddy, Phil. Mag., Januar 1914; Hahn und Meitner, diese Zeitschr. **15**, 236, 1914.

3) Annual Reports **9**, 321, 1912.

Wirkung kommen konnten. Die Aktivität des in dem benutzten Präparat enthaltenen UY betrug, wie aus der späteren Abfallskurve des Präparats zu schließen war, zur Zeit der Tantalfällung 80 Teilstriche pro Minute[1]). In der Tantalfällung blieb nach einem ganz geringen UX_2-Abfall eine Restaktivität von ca. 2 Teilstrichen pro Minute, die mit der Periode von UY abzufallen schien und nach wenigen Tagen fast auf Null gesunken war. Es konnte also vom UY kein β- oder α-Strahler der fünften Gruppe abgetrennt werden, dessen Periode in den Grenzen von 2 Minuten bis ca. 1 Tag liegt.

Obwohl bei allen erwähnten Tantalfällungen unter ähnlichen Bedingungen gearbeitet wurde, unter denen auch UX_2 fallen müßte, muß beachtet werden, daß der gesuchte Körper mit Tantal nicht chemisch identisch ist, und daß kleine Änderungen der Bedingungen die Ausfällung beeinträchtigen könnten. Es ist daher aus den Versuchen nicht mit absoluter Sicherheit der Schluß zu ziehen, daß die gesuchten Elemente nicht existieren.

Zusammenfassung: Es wurden einige Versuche zur Auffindung eines neuen Gliedes der Breviumplejade ausgeführt, das eventuell als Muttersubstanz des Aktiniums in Betracht kommen könnte. Es ist aber nicht gelungen, ein solches nachzuweisen, weder in Pechblende, noch bei Ionium, noch bei UY.

Diese Arbeit wurde teils im phys.-chem., teils im chem. Institut ausgeführt, und zwar auf Anregung von Herrn Privatdozenten Dr. K. Fajans, dem ich für das rege Interesse, das er der Arbeit entgegenbrachte, zu großem Dank verpflichtet bin.

1) Die Halbwertszeit des UY ergab sich nach Berücksichtigung der Aktivität des UX zu ca. 24 Stunden. Ich möchte auch bemerken, daß ich die von Antonoff beschriebene weiche Strahlung mit einem Absorptionskoeffizienten von ca. 2600 nachweisen konnte. Es wird von Interesse sein, festzustellen, ob diese Strahlen α- oder β-Strahlen sind.

Karlsruhe i. B., Technische Hochschule.

(Eingegangen 18. Mai 1914.)

Nachtrag.

Von v. Kohner und P. Winternitz.

In unserer Arbeit „Die chemische Konstante des Wasserstoffs" (diese Zeitschr. **15**, 1914) sollte es heißen auf

Seite 394, 2. Spalte, 5. Zeile von unten 1440 Kal. statt 1400 Kal.

Seite 395, 2. Spalte, 4. Zeile von oben

$$\int_0^{273,1} C_{H_2} dT = 1493 \text{ Kal. statt}$$

$$\int_0^{273,1} C_{H_2} d\tau = 1963 \text{ Kal.}$$

Seite 397, 1. Spalte, 6. Zeile von oben

$$\mathfrak{C} = -1,621 + 1,5 \log M \text{ statt}$$

$$\mathfrak{C} = -1,021 + 1,5 \log M$$

Zu bemerken wäre noch, daß die einzelnen Autoren sowohl selbst verschiedene Werte angeben, als auch untereinander nicht übereinstimmende Zahlenwerte finden. Ohne auf eine Diskussion der verschiedenen kinetischen Anschauungen einzugehen, die außerhalb des Rahmens der vorliegenden Arbeit lag, benützten wir den von O. Stern und Tetrode auf 2 unabhängigen Wegen gefundenen Wert für S_0 (erster Wert von Tetrode), der den Sackurschen[1]) Wert um R übersteigt, so daß nach bekannten Formeln, die entsprechende chemische Konstante um 0,434 größer wird als bei Sackur und somit der angegebene Zahlenwert resultiert. Bei sämtlichen Autoren hat die chemische Konstante die Form

$$\mathfrak{C} = \mathfrak{C}_0 + 1,5 \log M \ (M \text{ Molekulargewicht})$$

wo $\mathfrak{C}_0$ universell ist. Wir stellen im folgenden noch die $\mathfrak{C}_0$-Werte zusammen, die sich aus den verschiedenen Formeln der Literatur berechnen

1. Sackur, Nernst-Festschrift S. 410 (1912) (u. nachtr. Berichtigung) — $\mathfrak{C}_0 = -1,621$
2. Sackur, Ann. d. Phys. **40**, 67 (1913) — $\mathfrak{C}_0 = -2,055$
3. Sackur, Jahresb. d. Schles. Ges. für vaterl. Kultur II, 10 (1913) — $\mathfrak{C}_0 = -2,443$[2])
4. Tetrode, Ann. d. Phys. **33**, 434, **39**, 255 (1912) und O. Stern, diese Ztschr. **14**, 629 (1913) — $\mathfrak{C}_0 = -1,621$[3])
5. Tetrode, diese Ztschr. **14**, 212 (1913) — $\mathfrak{C}_0 = -2,355$
6. Sommerfeld, Vortrag, geh. am Wolfskehl-Kongr., Göttingen 1913 — $\mathfrak{C}_0 = -3,251$

An dieser Stelle sei noch auf die Druckfehler

$$\tau \text{ oder } t \text{ statt } T$$

aufmerksam gemacht, die hoffentlich nicht sinnstörend wirken.

1) Sackur, Ann. d. Phys. **40**, 67, 1913.

2) Herr Prof. Sackur teilt uns freundlichst mit, daß er seinen früheren Wert für richtiger hält, da die neuere Berechnungsart (Summation) mehr Unsicherheiten in sich birgt.

3) Unter Berücksichtigung eines von Sackur korrigierten Rechenfehlers.

(Eingegangen 11. Mai 1914.)

BESPRECHUNGEN.

Henri Poincaré, Letzte Gedanken. Mit einem Geleitwort von Wilhelm Ostwald. Übersetzt von Karl Lichtenecker. 8. VIII u. 261 S. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H. 1913. Geh. M. 4.50, geb. M. 5.50.

Die hier vereinten Aufsätze Henri Poincarés: „Sind die Naturgesetze veränderlich?", „Raum und Zeit", „Warum der Raum dreidimensional ist", „Die Logik des Unendlichen", „Die Mathematik und die Logik", „Die Quanten-Hypothese", „Materie und Weltäther", „Moral und Wissenschaft", „Die Sittlichkeit als Gemeingut", sollten nach des Verfassers Bestimmung den vierten Band seiner Abhandlungen über Naturphilosophie ausmachen. Der allzu frühe Tod Poincarés machte die Ausführung dieses Planes durch ihn selbst unmöglich. Der Herausgeber hat pietätvoll die Aufsätze ungeändert gelassen. Wir sehen in ihnen wieder, mit welchem Eifer Poincaré zu allen naturwissenschaftlichen Fragen Stellung genommen hat, wie er, von modernem Geiste erfüllt, alle neuen Anschauungen aufgenommen und sofort klar und deutlich ihre Vorzüge erfaßt, aber auch mit kritischem Blick alle noch ungelösten Widersprüche erkannt hat. Gerade durch die scharfe Hervorhebung dieser Widersprüche, zu deren Lösung es verschiedentlich den Weg weist, wird dieses Buch vielfach befruchtend wirken.

Wilhelm Ostwald hat dem schönen Buche ein warmes Geleitwort beigegeben, und die Verlagsanstalt hat es würdig ausgestattet und mit einem lebensvollen Bilde Poincarés geschmückt. Ich möchte nicht verfehlen, die vortreffliche Verdeutschung durch Karl Lichtenecker rühmend hervorzuheben. Iklé.

D. Hilbert, Grundlagen der Geometrie (Wissenschaft und Hypothese. VII.). Vierte, durch Zusätze und Literaturhinweise von neuem vermehrte und mit sieben Anhängen versehene Auflage. gr. 8. VI u. 258 S. mit zahlreichen in den Text gedruckten Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1913. Gebunden M. 6.—

Die vorliegende vierte Auflage des berühmten Buches von Hilbert erscheint gerade in einem Zeitpunkt, in dem auch die Aufmerksamkeit des theoretischen Physikers auf axiomatisch gerichtete Untersuchungen gelenkt wird. Axiomatisierung einer Wissenschaft heißt die Aufsuchung eines möglichst einfachen Systems von Grundsätzen, den Axiomen, die ohne Beweis bleiben müssen und aus denen alle übrigen Sätze dieser Wissenschaft mit Notwendigkeit folgen. Die Aufstellung und Erörterung eines solchen Axiomensystems für die Geometrie, sowie die Beantwortung der Fragen nach dem logischen Verhältnis dieser Axiome zueinander (Unabhängigkeit und Widerspruchslosigkeit) bilden den Hauptinhalt der Hilbertschen Untersuchungen, die durch sieben Anhänge in mannigfacher Weise ergänzt werden.

Im übrigen sei auf die Besprechung der dritten Auflage des Buches in dieser Zeitschrift **10**, 536, 1909 verwiesen. Courant.

E. H. Barton, Analytical mechanics comprising the kinetics and statics of solids and fluids. gr. 8. XX u. 535 S. mit 241 Figuren. London, Longmans, Green & Co. 1911. Gebunden 10 sh 6 d net.

Der Verfasser steckt sich das Ziel, Studenten, die noch nicht vollkommen mit den Methoden der Analysis vertraut sind, in die Mechanik einzuführen, soweit wie dies zur Erlangung gewisser englischer Grade notwendig ist. Dementsprechend ist die Darstellung elementar gehalten. Die einzelnen mechanischen Begriffe werden möglichst induktiv abgeleitet. Auf die Nützlichkeit graphischer Darstellungen zur Erläuterung von Zusammenhängen zwischen mechanischen Größen wird hingewiesen und ihre Deutung und vorteilhafte Verwendung zur Lösung mechanischer Probleme gelehrt. Von sehr instruktiven tabellarischen Gegenüberstellungen analoger mechanischer Begriffe und ihrer Relationen wird reichlich Gebrauch gemacht. „Examples" (Leitfragen) sind an den durch die Gliederung gegebenen Abschnitten eingeschoben und sollen den Leser veranlassen, den gelesenen Stoff unter bestimmten Gesichtspunkten zu rekapitulieren. Zahlreiche Beispiele werden eingehend durchgerechnet. Dem Ziele des Buches entsprechend sind natürlich schwierigere Probleme nicht behandelt. Vielleicht hätte noch einiges, wie z. B. die wenig befriedigende Behandlung der Brachistochrone, fallen können. Andererseits bedauert der Referent das Fehlen der Bewegung von Massenpunkten mit Nebenbedingungen. Das Werk schließt sich vielfach an ältere Autoren, z. B. Routh, Webster, z. T. sogar dem Wortlaut nach, eng an. Das ist aber kein Hindernis, das Buch auch einem deutschen Studenten, der die englische Sprache hinreichend beherrscht, als erstes Lehrbuch warm zu empfehlen.

Schröder.

O. D. Chwolson, Traité de Physique. Ouvrage traduit sur les éditions russe et allemande par E. Davaux. Edition revue et considérablement augmentée par l'Auteur, suivie de Notes sur la Physique théorique par E. Cosserat et F. Cosserat. Tome Quatrième. Deuxième Fascicule: Champ magnétique constant. Avec 284 figures dans le texte. Lex-8°. 732 S. Paris, A. Hermann et fils. 1913. Fr. 22.—[1])

Über dieses Werk irgendein Wort des Lobes zu sagen, hieße Eulen nach Athen tragen. Man kann nur der Freude Ausdruck geben, daß es allmählich der Vollendung näher rückt, und die Hoffnung aussprechen, daß der Gesundheitszustand des Verfassers den baldigen Abschluß ermöglichen möge.

1) Siehe diese Zeitschr. **8**, 159, 663, 1907; **10**, 495, 1909; **14**, 851, 1913.

Iklé.

A. Föppl, Vorlesungen über technische Mechanik. In 6 Bänden. Band IV: Dynamik. 4. Auflage. gr. 8. X u. 436 S. mit 86 Figuren im Text. Leipzig, B. G. Teubner. 1914. Gebunden M. 12.—



Der vorliegende IV. Band Dynamik von Föppls bekanntem Lehrbuch ist in dritter Auflage erst 1909 erschienen und in dieser Zeitschrift (1910, S. 141) zusammen mit dem neuen ergänzenden Band VI (Höhere Dynamik) besprochen worden. Das damals Gesagte gilt in gleichem Maße auch für die nur wenig veränderte Neuauflage. Außer der Erweiterung durch eine Reihe neuer ausführlich behandelter Übungsaufgaben sind am Schlusse der Hydromechanik noch zwei neue Paragraphen eingeführt worden, welche die mechanischen Ähnlichkeitsgesetze für reibungslose sowie zähe Flüssigkeiten von allgemein mechanischem Standpunkte aus behandeln. Die zunehmende Bedeutung der Modellversuche besonders auch für die Luftfahrt und die vielfache Erörterung der hierher gehörigen Fragen in den wissenschaftlich-technischen Kreisen rechtfertigen diesen Zusatz, der durch seine allgemein gehaltene Fassung die leitenden Gesichtspunkte hervortreten läßt und dazu beitragen kann, manche auch in der technischen Literatur vorhandene Unklarheiten über dieses Gebiet zu beseitigen.

A. Pröll.

G. Roeßler, Wechselstromtechnik. Zweite Auflage von „Elektromotoren für Wechselstrom und Drehstrom". I. Teil. gr. 8. XII u. 303 S. mit 185 Textfiguren. Berlin, Julius Springer. 1913. Gebunden M. 9.—

Der erste Teil dieses zweibändigen Werkes behandelt außer den Grundgesetzen des Wechselstroms die Transformatoren, Generatoren, Drehfelder und Asynchronmatoren. Der Leser wird mit der allgemeinen Wirkungsweise und den Erscheinungen an normalen Maschinen bekannt gemacht, soweit sie den Praktiker interessieren. Der Inhalt des Buches zeichnet sich durch leichte Faßlichkeit und große Klarheit aus, die überall den erfahrenen Lehrer erkennen läßt. Zahlreiche Versuchskurven beleben den Text und vermitteln direkt praktisches Zahlenmaterial. Alle Rechnungen sind nur durchgeführt, soweit sie elementar zu erledigen sind, wenn auch hier und da mit Differentialquotienten, was für die allermeisten behandelten Fragen völlig ausreicht. Das Buch kann zum einführenden Studium in die Elektrotechnik bestens empfohlen werden.

R. Rüdenberg.

F. M. Exner, Über die Korrelationsmethode. Nach einem im naturwissenschaftlich-medizinischen Verein in Innsbruck am 26. November 1912 gehaltenen Vortrage aus der Naturwiss. Wochenschrift gesondert abgedruckt und mit einem Anhang versehen. 8. 36 S. mit 3 Figuren. Jena, Gustav Fischer. 1913. M. 1.—

Auf 22 Seiten, mit einem Anhang von 13 Seiten setzt der Verfasser in knapper und recht klarer Darstellung die sogenannte Korrelationsmethode auseinander. Diese statistische Methode, die den vermuteten Zusammenhang zwischen irgendwelchen veränderlichen Dingen darstellt, soweit sich diese durch Zahlen ausdrücken lassen, ist in der deutschen Literatur bisher fast unbeachtet geblieben.

Bei uns war es bisher vielmehr üblich, unter Appell an die Anschauung die zwei oder mehr Beobachtungsreihen, zwischen denen man einen Zusammenhang vermutete, graphisch zu vergleichen, indem man sie in Kurvenform, mit der Zeit als Abszisse, aufzeichnete. Dieses Verfahren ist recht unexakt, und die von den Autoren auf Grund der vorgeführten Kurven ausgesprochenen Urteile über den behaupteten Zusammenhang der Reihen meist mehr oder weniger willkürlich.

Englische Statistiker, vor allem Yule (An introduction to the theory of statistics, London 1911 und 1912, bei Chr. Griffin & Co.) haben nun eine exakte mathematische Methode ausgearbeitet, die ein Maß der vorhandenen Korrelation, bzw. bei mehr als zwei Beobachtungsreihen, der partiellen Korrelation gibt.

Eine leichtverständliche deutsche Darstellung der Methode muß in jedem Falle als dankenswert anerkannt werden.

Der Anhang bringt zwei zahlenmäßige Beispiele; das erste behandelt die Korrelation zwischen zwei Beobachtungsreihen. Es ist der Volkswirtschaft entnommen. Das zweite behandelt die „partielle Korrelation" zwischen drei Beobachtungsreihen, welche der Meteorologie entnommen sind.

Kurt Wegener.

K. Kähler, Luftelektrizität. (Sammlung Göschen. Nr. 649.) kl. 8. 151 S. mit 18 Abbildungen. Leipzig-Berlin, G. J. Göschen'sche Verlagsbuchhandlung. 1913. Geb. M. —.90

Das sehr reichhaltige Bändchen des durch Arbeiten auf dem Gebiete der Luftelektrizität und verwandter meteorologischer Erscheinungen bekannten Verfassers wird vielen sehr willkommen sein. Es ist darin die neueste Literatur mit berücksichtigt, der umfangreiche Stoff in übersichtlicher und klarer Weise behandelt und Messungsmethoden wie auch Versuchsergebnisse trotz des engen Raums eingehend dargestellt. Immer ist auch Bezug genommen worden auf die Beziehung der Luftelektrizität zu meteorologischen Erscheinungen. In sechs Abschnitten werden behandelt 1. das natürliche elektrische Feld der Erde, 2. das elektrische Leitvermögen der Atmosphäre, 3. die elektrischen Ströme in der Luft, 4. die radioaktiven Vorgänge in der Atmosphäre, 5. elektrische Wirkungen des Sonnenlichts, 6. Theorien über den Ursprung der Luftelektrizität.

S. Valentiner.

M. Sassenfeld, Aus dem Luftmeer. Meteorologische Betrachtungen für mittlere und reifere Schüler. 4. 183 S. mit 40 Abbildungen. Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1912. Gebunden M. 3.—

In dem hier vorliegenden 17. Band von „Dr. Bastian Schmids naturwissenschaftlicher Schülerbibliothek" werden in leicht verständlicher Weise alle die Witterungserscheinungen besprochen, die sich fast täglich im Reiche der Luft abspielen und an denen soviele Menschen gleichgültig und verständnislos vorübergehen. Ferner werden die Ergebnisse und Methoden der Erforschung der freien Atmosphäre mit Ballonen und Drachen besprochen und die verschiedenen meteorologischen Elemente erläutert, deren Zusammenwirken das bedingt, was wir „Wetter" nennen. Der junge Leser wird so in den Stand gesetzt, nicht nur Wetterkarten zu verstehen, sondern sich auch selbst ein Urteil über den Wert und die Grenzen der Wettervorhersage zu bilden.

R. Lucas.

A. Wilke, Die Elektrizität, ihre Erzeugung und ihre Anwendung in Industrie und Gewerbe. 6., gänzlich umgearbeitete Auflage. Unter Mitwirkung mehrerer Fachgenossen bearbeitet und herausgegeben von W. Hechler. gr. 8. VIII u. 476 S. mit 2 Tafeln und 629 Textabbildungen. Leipzig, Otto Spamer. 1914. M. 8.50, gebund. M. 10.—.

Bei der vorliegenden durchgreifenden Neubearbeitung des bekannten Buches ist der Herausgeber von dem gesunden Gedanken ausgegangen die einzelnen Gebiete von verschiedenen Fachmännern bearbeiten zu lassen. In dieser neuen Form gibt das Werk einen populärwissenschaftlichen Überblick über das gesamte Gebiet der Elektrotechnik, den man — auch als Physiker — gern allen denen empfehlen kann, die ohne tiefere Vorbildung dem Gegenstande Interesse entgegenbringen. Insbesondere für Schüler von höheren Lehranstalten, Gewerbe- und Fachschulen liegt hier ein sehr brauchbares Lehrbuch vor. Auch der dem Gebiete ferner stehende Wissenschaftler wird es lesen, da die Darstellung bemerkenswerterweise nichts von jener herablassend nachlässigen oder inkorrekten Art an sich hat, die man oft bei gemeinverständlichen Darstellungen findet. Die von Hechler stammende physikalische Einleitung gibt unter Benutzung leichtverständlicher mathematischer Entwicklungen in guter Form die nötigen physikalischen Grundlagen. Sodann sind in den einzelnen Abschnitten behandelt: Dynamomaschinen, Transformatoren, Beleuchtung, Elektrizitätswerke, Motoren, Bahnen, Elektrochemie, Heizung, Telegraphie und Fernsprechwesen, drahtlose Telegraphie und zum Schluß ein Kapitel über Gasentladungsvorgänge und Radioaktivität. Die Darstellung nimmt ziemlich konsequent auf die historische Seite Rücksicht und wird durch gute Abbildungen unterstützt. Erwähnt sei auch das sorgfältig gearbeitete Sachregister.

H. Hörig.

J. Kowarschik, Die Diathermie. gr. 8. VIII u. 136 S. mit 32 Textfiguren. Berlin, Julius Springer. 1913. M. 4.80, gebunden M. 5.40

Diathermie (Thermopenetration, Elektrotransthermie) nennt man ein Heilverfahren, bei dem Wechselströme hoher Frequenz durch den Körper oder Teile desselben geleitet werden, um die Wärme, welche diese Ströme auf ihrem Durchtritt durch das Gewebe erzeugen, therapeutisch auszunutzen.

In dieser ersten monographischen Darstellung der Diathermie werden erst die physikalischen Grundlagen (die Physik, das Instrumentarium und die Technik) besprochen. Darauf werden die biologischen Wirkungen und die therapeutischen Indikationen der Diathermie breit ausgeführt. Zuletzt wird die chirurgische Diathermie und die Lichtbogenoperation erwähnt.

P. Heiberg.

Tagesereignisse.

Die Schweizerische Naturforschende Gesellschaft hält ihre 97. Jahresversammlung vom 31. August bis 3. September 1914 in Bern ab. Von den bisher angemeldeten Vorträgen für die allgemeinen Sitzungen sind für die Leser dieser Zeitschrift von Interesse: Professor Dr. Kohlschütter, Bern: Physikalisch-chemische Faktoren bei der Entstehung natürlicher Formen. Professor Dr. Noelting, Mülhausen: La synthèse des matières colorantes.

Die 86. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte findet in **Hannover vom 20. bis 26. September 1914** statt.

In der ersten allgemeinen Versammlung wird Herr Geheimrat Professor Dr. Otto Lummer über die Verflüssigung des Kohlenstoffes vortragen; die Abteilung Physik bereitet zusammenfassende Referate über Radium- und Röntgenstrahlung vor. Als Einführende sind vorgesehen: Abteilung I, Mathematik: Geh. Regierungsrat Professor Dr. Ludwig Kiepert, Herrenhäuser Kirchweg 20, Professor Dr. C. H. Müller, Brahmsstraße 4. Abteilung 2, Astronomie und Geodäsie: Professor Dr. Karl Oertel, Militärstraße 8, Oberlehrer Paul Putsche, Geibelstraße 24. Abteilung 3, Physik: Professor Dr. Julius Precht, Am Grasweg 39C, Direktor Professor Heinrich Wanner, Zentralstraße 22. Abteilung 4, Angewandte Mathematik und Physik, Elektrotechnik: Professor Dr. Rudolf Rothe, Lavesstraße 27, Professor Dr. A. Pröll, Militärstraße 18. Abteilung 5, Chemie und Elektrochemie: Geh. Regierungsrat Professor Dr. Robert Behrend, Herrenhäuser Kirchweg 20, Professor Dr. Max Bodenstein, Ellernstraße 6A, Geh. Regierungsrat Professor Dr. Carl Arnold, Corvinusstraße 2. Abteilung 9, Geophysik, Meteorologie und Erdmagnetismus: Geh. Regierungsrat Professor Dr. E. Wiechert (Göttingen), Dr. F. Roesener (Göttingen). Abteilung 15, Mathematischer und naturwissenschaftlicher Unterricht: Geh. Regierungsrat Professor Dr. Karl Rodenberg, Körnerstraße 19A, Gymn.-Professor Dr. Paul Bräuer, Ifflandstraße 25A.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Böhmischen Universität in Prag Dr. Viktorin Vojtech für Photochemie und Photographie, an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr.-Ing. Ernst Terres für chemische Technologie, an der Universität Straßburg Dr. H. Rohmann für Physik, an der Technischen Hochschule Braunschweig Dr. Hans Falckenburg für Mathematik, an der Technischen Hochschule München Dr. August Albert für Chemie, an der Universität Dr. G. Szivessy für Physik, an der Technischen Hochschule Aachen Dr. Peter Lipp für organische Chemie und Dr. Ludwig Hopf für mathematische Physik einschließlich der physikalischen Mechanik.

Ernannt: Der frühere a. o. Professor der mathematischen Physik an der Universität München Dr. Artur Korn zum Honorarprofessor an der Technischen Hochschule Berlin, der a. o. Hochschulprofessor am Lyzeum in Passau Dr. Karl Stöckl zum ord. Hochschulprofessor für Physik und Mathematik ebenda, der Privatdozent an der Universität Marburg Dr. Ernst Hellinger zum a. o. Professor der Mathematik an der Universität Frankfurt a. M.

Gestorben: Der ord. Professor der höheren Mathematik an der Technischen Hochschule Berlin-Charlottenburg Geh. Regierungsrat Dr. Georg Hettner, der frühere Professor für angewandte Chemie an der Ecole des Mines in Mons Edouard Hanuise in Nizza, der Professor der Astronomie Dr. George William Hill in New York, der Mathematiker S. S. Peirce in Pennsylvanien, der Präsident der Literary and Philosophical Society in Newcastle-upon-Tyne und Erfinder der Glühlampe Sir Joseph Wilson Swan M. A., M. S., F. R. S., in London, der Observator am Universitätsobservatorium in Kopenhagen C. F. Pechüle, der ord. Honorarprofessor der Mathematik und Astronomie an der Universität Berlin Dr. Rudolf Lehmann-Filhés.

Für die Redaktion verantwortlich i. V.: Privatdozent Dr. Max Born in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 13. 1. Juli 1914. 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 14 am 4. Juli 1914.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Das magnetische Spektrum der β-Strahlen des Uran X.

Von O. v. Baeyer, O. Hahn und L. Meitner.

(Mit Tafel VIII.)

In mehreren vorangehenden Arbeiten sind die magnetischen Spektren der β-Strahlen aller radioaktiven Substanzen mit Ausnahme des Aktiniums, Mesothor 1 und des Uran X beschrieben worden.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit den β-Strahlen des Uran X.

Die Frage, ob auch diese β-Strahlen ein magnetisches Linienspektrum aufweisen, ist in Hinblick auf die Rutherfordschen Anschauungen über den Ursprung der γ-Strahlen von Bedeutung. Bekanntlich besitzt Uran X im Verhältnis zu seiner β-Strahlung eine sehr geringe γ-Strahlung. Vergleicht man z. B. die γ-Strahlen des RaC mit denen des UrX, so zeigt es sich, daß bei gleicher durchdringender β-Strahlung die γ-Strahlung des UrX nur einige Prozente von der des RaC beträgt.

Ein ähnliches Verhalten beobachtet man bei dem RaE. Auch hier ist die γ-Strahlung im Verhältnis zur β-Strahlung sehr schwach. Bei der Untersuchung der β-Strahlen dieser Substanz hat man nun gefunden, daß dieselben kein Linienspektrum, sondern ein kontinuierliches magnetisches Spektrum ergeben. Rutherford sieht darin eine Bestätigung seiner Anschauung, daß die Entstehung der γ-Strahlen mit dem Auftreten eines magnetischen Linienspektrums der β-Strahlen zusammenhängt. Man könnte demnach bei der geringen Intensität der γ-Strahlen des UrX in Analogie zum RaE erwarten, daß die β-Strahlen des UrX ein kontinuierliches magnetisches Spektrum ergeben. Die Aufnahme des magnetischen β-Strahlspektrums dieser Substanz kann also gleichzeitig einen Beitrag zur Frage nach dem Ursprung der γ-Strahlen liefern.

Die zur Aufnahme notwendigen Uran X-Präparate, die natürlich $UrX_1 + UrX_2$ im Gleichgewicht enthalten, wurden in folgender Weise gewonnen.

2 kg Urannitrat wurden in Wasser in der Wärme gelöst. Die Lösung wurde dann abgekühlt, wobei der größere Teil des Urans herauskristallisiert, während ungefähr das gesamte UrX mit dem Rest des Urans in der Lauge verbleibt[1]). Die Lauge wurde noch zweimal eingeengt, wobei sich noch beträchtliche Mengen des Urans ausschieden. Die letzte Lauge, die nun zur Weiterverarbeitung verwendet wurde, enthielt noch etwa 200 g Uran, also $^1/_{10}$ des Ausgangsmaterials und über die Hälfte bis Dreiviertel der gesamten UrX-Menge. Nach Zusatz von etwas Eisen wurde nun das Uran mit NH_3 gefällt und in überschüssigem Ammoniumkarbonat in der Wärme gelöst. Das Eisen und mit ihm der größere Teil des Uran X bleibt dabei ungelöst. Nach dem Abfiltrieren

1) F. Soddy und A. Russell, Phil. Mag. 18, 620, 1909.

und Umfüllen wurde das $Ur X$ vom Eisen dadurch abgetrennt, daß nach Zugabe von 2 mg Zirkonnitrat und etwa 0,2 mg Thoriumnitrat das $Ur X$ an das Zirkon + Thorium konzentriert wurde. Das geschah anfänglich durch fraktionierte Fällungen mit NH_3, schließlich durch Ausfällen des Zirkon + Thorium durch Ammoniumthiosulfat. Der sehr geringe Niederschlag wurde in HCl gelöst und nach dem Verdünnen an einen Platindraht von 0,15 mm Dicke elektrolysiert. Die Aktivität des Drahtes, an durchdringenden β-Strahlen gemessen, entsprach etwa 0,025 mg Radiummetall.

Die Untersuchung des magnetischen Spektrums wurde mit der schon früher von den Verfassern verwendeten Apparatur[1]) vorgenommen. Die Aufnahme, die in etwa dreifacher Vergrößerung in der Figur (siehe Tafel) wiedergegeben ist, wurde in einem Magnetfeld von 138,5 Gauß nach 12 stündiger Exposition erhalten[2]). Man erkennt in der Mitte der Figur einen scharfen, unabgelenkten Streifen, der dadurch erhalten wurde, daß etwa $^1/_2$ Stunde ohne Magnetfeld exponiert wurde ($Ur X$ emittiert keine α-Strahlen). Die wenig ablenkbaren schnellen β-Strahlen ergaben bei der magnetischen Aufspaltung ein breites verwaschenes Band, wie wir es auch früher bei der Untersuchung der Thoriumprodukte z. B. erhielten. Allerdings lassen sich in diesem Bereich Intensitätsmaxima erkennen, deren Lage ungefähr Geschwindigkeiten von

$$\beta = 0{,}96$$

und

$$\beta = 0{,}82 \text{ Lichtgeschwindigkeit}$$

entspricht.

Etwas stärker abgelenkt erscheint ein schwaches Band von etwa

$$\beta = 0{,}59 \text{ Lichtgeschw.},$$

ferner zwei scharfe Linien

$$\beta = 0{,}52 \text{ schwach},$$
$$\beta = 0{,}48 \text{ stark}.$$

Es mag bei dieser Gelegenheit erwähnt werden, daß wir versucht haben, auch das Spektrum der schnellen β-Strahlen in ein Linienspektrum zu zerlegen. Wir benutzten dazu eine Anordnung ähnlich der von Danysz[3]) und Rutherford[4]) verwendeten. Es gelang uns aber bis jetzt nicht, mit den verhältnismäßig schwachen Präparaten in dem Gebiet schneller β-Strahlen Linien nachzuweisen, während die beiden langsamsten β-Strahlen des Uran X auch bei dieser Anordnung scharfe Linien erzeugten.

Es scheint, daß die Linienspektren im Bereich der schnellen β-Strahlen nur mit sehr starken Präparaten erhältlich sind; wir haben z. B. auch den aktiven Niederschlag des Thoriums in dieser Hinsicht untersucht, wobei Präparate von einigen Zehntel Milligramm Aktivität als Strahlenquelle dienten. Aber auch hier waren die Versuche erfolglos, während im Gebiet der langsamen β-Strahlen nicht nur die bisher bekannten Linien auftraten, sondern noch eine ganze Anzahl nicht bekannter schwächerer Linien zu erkennen waren.

Vielleicht stehen diese Ergebnisse, soweit sie sich auf schnelle β-Strahlen beziehen, in Zusammenhang mit den von Chadwick[1]) kürzlich veröffentlichten Beobachtungen, wonach es ihm nicht gelang, das Linienspektrum der schnellen β-Strahlen des $RaB + C$ mittels der Geigerschen Zählmethode nachzuweisen.

Eine Zuordnung der einzelnen β-Strahlengruppen zu den Produkten Uran X_1 und Uran X_2 läßt sich aus den Aufnahmen, die notwendigerweise mit Uran X_1 + Uran X_2 im Gleichgewicht gemacht werden mußten, natürlich nicht mit Sicherheit feststellen. Doch müssen nach den elektroskopischen Absorptionsmessungen von Fajans und Göhring[2]) die durchdringenden β-Strahlen jedenfalls dem Uran X_2 zugeschrieben werden.

Zusammenfassung.

Es wurde das magnetische β-Strahlspektrum des Uran X (Uran X_1 + Uran X_2) aufgenommen und die Geschwindigkeit der β-Strahlengruppen bestimmt.

1) Siehe z. B. Bericht über die magnetischen Spektren der β-Strahlen der radioaktiven Elemente. Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik **11**, 69, 1914.

2) Die Resultate dieser Messungen wurden schon in dem Bericht über die magnetischen Spektren der β-Strahlen der radioaktiven Elemente (Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik **11**, 66, 1914) mitgeteilt. Die damals nur als vorläufig bezeichneten Ergebnisse wurden inzwischen durch mehrfach wiederholte Aufnahmen bestätigt.

3) J. Danysz, Le Radium **10**, 4, 1913.

4) E. Rutherford und A. Robinson, Phil. Mag. **26**, 717, 1913.

1) Chadwick, Ber. d. D. Phys. Ges. **16**, 383, 1914.

2) Fajans und Göhring, diese Zeitschr. **14**, 877, 1913.

Physikalisches Institut der Universität Berlin.
Kaiser-Wilhelm-Institut für Chemie, Dahlem.

(Eingegangen 27. Mai 1914.)

Die Magnetooptik des Joddampfes. (The Magneto-optics of Iodine Vapour.)

Von R. W. Wood und G. Ribaud.

Die magnetische Rotationspolarisation des Joddampfes ist im Jahre 1906 von dem einen von uns entdeckt worden[1]).

1) R. W. Wood, Phil. Mag. (6) **12**, 329, 1906.

Eine stark ausgepumpte Glaskugel, die einen kleinen Jodkristall enthielt, wurde zwischen die durchbohrten Polschuhe eines starken Elektromagnets gebracht und so lange erhitzt, bis der Joddampf einen hellen Purpurfarbton aufwies. Dann wurde polarisiertes weißes Licht durch die hohlen Polschuhe und durch die Kugel hindurchgeschickt und von einem auf Auslöschung eingestellten Nicolschen Prisma aufgenommen. Bei Erregung des Magnets ließ das Nicol Licht von smaragdgrüner Farbe hindurch, und zwar infolge der selektiven Rotation des Dampfes, die ihrerseits auf dem Vorhandensein unzähliger Absorptionslinien im gelben, grünen und blauen Spektralgebiet beruht. Mit Hilfe eines Konkavgitters von 14 Fuß Krümmungshalbmesser wurde das Spektrum des durchgelassenen Lichtes in helle Linien aufgelöst, die in ihrer engen Gedrängtheit den Emissionslinien des Eisenlichtbogens gleichkamen. Ähnliche Ergebnisse wurden mit den Dämpfen von Natrium[1]) und von Brom[2]) erhalten, und die auf diese Weise gewonnenen Spektren wurden als „Spektren magnetischer Drehung" oder „Magnetische Rotationsspektren" bezeichnet.

Beim Natriumdampf ergab sich, daß im roten und orangefarbenen Spektralgebiet einige der Absorptionslinien die Polarisationsebene nach rechts drehten, andere nach links. Diese Erscheinung wurde bei Anwendung eines Fresnelschen Doppelprismas (aus rechts- und linksdrehendem Quarz) beobachtet, das bei Verwendung in der bekannten von Macaluso und Corbino angegebenen Art das Auftreten horizontaler dunkler Banden im Spektrum verursacht.

Eine selektive Rotation des Mediums macht sich dadurch bemerkbar, daß Licht aus den hellen Banden in die dunklen eindringt. Im Gebiet des Rot und des Orange wurde beobachtet, wie helle Lichtnadeln in das dunkle Gebiet hineinschossen, sobald der Magnet erregt wurde, und zwar drangen einige von diesen Nadeln nach unten, andere nach oben, und zeigten somit eine positive und eine negative Drehung der Polarisationsebene an.

Im grünen und blauen Spektralgebiet waren die Drehungen zwar hinreichend groß, um ein glänzend helles Linienspektrum zu liefern, sie reichten indessen nicht aus, um Beobachtungen mit dem Doppelprisma zu ermöglichen. Es ist daran zu erinnern, daß eine Drehung um 90^0 erforderlich ist, um das Licht von der Mitte einer hellen Bande zur Mitte einer dunklen übergehen zu lassen. Sowohl beim Natrium als auch beim Jod drehten anscheinend verhältnismäßig wenige der Absorptionslinien, die zu vielen Tausenden vorhanden waren, die Polarisationsebene in merklichem Maße, denn das Spektrum der magnetischen Drehung setzte sich aus insgesamt etwas mehr als 100 Linien zusammen. Beim Brom haben Beobachtungen mit einem Konkavgitter von 1,60 m Brennweite (bei Verwendung mit einer Sammellinse) helle Linien (Drehungslinien) für alle Absorptionslinien ergeben, die das Gitter aufzulösen vermochte; mit anderen Worten: das Absorptionsspektrum und das Spektrum der magnetischen Drehung waren komplementär. Dies traf indessen nur dann zu, wenn die Dichte des Dampfes sehr gering war. Bei größeren Dichten waren die Erscheinungen ganz anders.

Neuere Untersuchungen über die Resonanzspektren des Jods haben gezeigt, daß ein Auflösungsvermögen von mindestens 300000 erforderlich ist, um die Erscheinungen genau zu untersuchen, die sämtliche Absorptionslinien zeigen; diese Linien sind äußerst fein und liegen sehr nahe beieinander, wurden doch in einem Gebiete von 6 A.-E. Breite (also gleich dem Abstande zwischen den *D*-Linien) auf einem mit dem 42 füßigen Plangitterspektrographen zu East Hampton, N.-Y., aufgenommenen Spektrogramm ihrer mehr als hundert gezählt.

Die merkwürdigen Resonanzspektren, die erregt werden, wenn der Dampf durch monochromatisches Licht erregt wird, dessen Schwingungszahl einer dieser ganz feinen Absorptionslinien entspricht, haben gezeigt, wie wichtig es ist, den Dampf in einem Magnetfeld mit einem Auflösungsvermögen zu untersuchen, das ausreicht, um alle diese Linien deutlich voneinander zu trennen.

Das Ziel der vorliegenden Untersuchung war eine genaue Bestimmung der von den Absorptionslinien hervorgerufenen Drehung. Die eben erwähnten neueren Untersuchungen haben nämlich dargetan, daß wir es bei den bisherigen Ergebnissen mit den Drehungen zu tun gehabt haben, die von engen Liniengruppen hervorgerufen wurden, daß wir aber keinerlei Aufzeichnungen erhalten haben, die uns über die Drehung einer einzelnen Linie nach rechts und nach links etwas aussagten.

Besonders wichtig war es, festzustellen, ob die Drehung einer Absorptionslinie nach rechts und nach links ihrem Wesen nach dieselbe ist, d. h. entweder positiv oder negativ, wie bei den *D*-Linien des Natriums, oder ob irgendwelche Fälle anomaler Rotation auftreten, d. h. einer Drehung, die auf der einen Seite der Linie positiv und auf der anderen negativ ist.

Zwischen den Polen eines großen Weißschen Elektromagnets (siehe Fig. 1) wurden

1) R. W. Wood, Phil. Mag. (6) **12**, 490, 1906; siehe auch diese Zeitschr. **7**, 873, 1906.

2) G. Ribaud, C. R. **155**, 900, 1912.

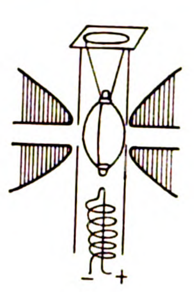


Fig. 1.

kleine Glaskugeln von etwa 2,5 cm Durchmesser angeordnet, die hochgradig entluftet worden waren und einen Jodkristall enthielten. Die Kugeln wurden in einem Messingrohr von 3 cm lichter Weite gehalten, das mit zwei seitlichen Löchern für den Durchgang des Lichtes versehen war und durch eine unter der Kugel angebrachte Spirale aus Nickeldraht elektrisch geheizt wurde. Ein Glimmerdeckel zwang die rings um die Kugel aufsteigende erwärmte Luft, durch die seitlichen Löcher zu entweichen, und verhinderte, daß sich Jodkristalle in der Bahn des Lichtstrahls an den Wänden absetzten, wie es unabänderlich der Fall war, wenn das Messingrohr oben offen war. Die Lichtquelle war eine in Längsdurchsicht („end-on") angeordnete Quarzquecksilberbogenlampe, und die Beobachtungen beschränkten sich auf die sieben oder mehr Absorptionslinien des Jods, welche von der verbreiterten grünen Quecksilberlinie bedeckt werden.

Unsere ersten Beobachtungen stellten wir mit einem sechszölligen ebenen Gitter im Spektrum vierter Ordnung (Auflösungsvermögen 300000) im Verein mit einer Plankonvexlinse von 4,20 m Brennweite an. Diese Linse hat der Leiter des Observatoriums zu Meudon, Herr Deslandres, uns freundlichst zur Verfügung gestellt.

Wir hatten gehofft, Beobachtungen mit dem Fresnelschen Doppelprisma anstellen zu können, aber Vorversuche zeigten, daß die Drehungen zu gering waren, um ein irgendwie merkliches Eindringen von Licht in das Gebiet der dunklen Banden hervorzurufen. Wir waren daher genötigt, das Verfahren anzuwenden, das wir früher bei der Untersuchung der magnetischen Drehung des Natriums im grünen Spektralgebiet angewandt hatten. Das Polarisator-Nicol wird so weit gedreht, bis genügend Licht geliefert wird, um die Absorptionslinien sichtbar zu machen (um 10 bis 15 Grad). Dann wird der Magnet erregt, und das Spektrum hellt sich an den Stellen auf, wo die Drehung der Richtung, in der das Nicol gedreht worden ist, entgegengesetzt ist, und es wird dort dunkel, wo die Drehung in demselben Sinne erfolgt wie die des Nicols.

Angenommen, die Drehung sei rechts und links von einer Absorptionslinie positiv und rechts und links von einer anderen negativ. Dann wird, wenn das Feld erregt ist, die erstere infolge der Aufhellung der Ränder der dunklen Linie schmaler erscheinen. Die letztere hingegen wird breiter erscheinen als in Abwesenheit des Magnetfeldes. Wenn die Drehung anomal ist, wird die Mitte der Absorptionslinie ein wenig verschoben erscheinen, weil sie auf der einen Seite heller, und auf der anderen Seite dunkler wird. Dieses Beobachtungsverfahren liefert ebenso bündige Ergebnisse, wie man sie mit Fresnelschen Prismen erhält, und eignet sich gut für solche Fälle, in denen die maximale Drehung weniger als 40 bis 50 Grad beträgt.

Es erwies sich als nötig, das Analysator-Nicol so zu orientieren, daß man die größtmögliche Reflexion am Gitter erhält, denn das Polarisationsvermögen eines Gitters ist sehr groß, besonders in Spektren von höherer Ordnung als der zweiten. Im vorliegenden Falle betrug der Unterschied im Reflexionsvermögen für Schwingungen parallel und senkrecht zu den Furchen sicherlich das Fünf- bis Sechsfache. Bei dieser Anordnung der Apparatur bot es uns keine Schwierigkeit, sowohl positive als auch negative Drehungen zu beobachten, aber die Intensität des Lichtes reichte nicht ganz aus, um mit Sicherheit feststellen zu können, was zu beiden Seiten der Linien vor sich ging. Die Drehung schien auf der einen Seite der Linien stärker ausgeprägt zu sein als auf der anderen, und wir konnten über unsere Ergebnisse nicht völlig sicher sein.

Wir ersetzten deshalb das Gitter durch ein sehr feines Stufengitter, das uns Herr F. Twyman von der Hilger Company freundlichst geliehen hat. Dieses Instrument bestand aus 20 Platten, die untereinander optischen Kontakt hatten (jede Platte war 15 mm dick), und ergab eine Auflösung, die jener des Gitters gleich oder überlegen war, und ein sehr viel stärkeres Bild.

Mit diesem Instrument trat sogleich klar hervor, daß gewisse Linien breiter wurden, wenn der Magnet erregt wurde, und daß eine Umkehrung der Feldrichtung zur Folge hatte, daß diese Linien so fein wurden, daß sie fast unsichtbar wurden, weil eben die sie begrenzenden Gebiete aufgehellt wurden. Diese Aufhellung war in einigen Fällen auf der einen Seite der Linie viel stärker als auf der anderen.

Um die Notwendigkeit zu umgehen, für die Beobachtung dieser Veränderungen die Feld-

richtung umzukehren, legten wir über die eine Hälfte des Kollimatorspaltes eine Halbwellenlängenplatte aus Glimmer in der Weise, daß die Hauptrichtungen der Platte mit denen des Polarisators zusammenfielen. Da das Stufengitter eine Spur von Astigmatismus zeigte, war es erforderlich, ein Bild der Kante der Halbwellenlängenplatte in einigen Millimetern Abstand hinter dem Spalt zu entwerfen, um zu erreichen, daß die beiden Gesichtsfelder durch eine haarscharfe Linie voneinander getrennt wurden.

Die Halbwellenlangenplatte wirkt folgendermaßen:

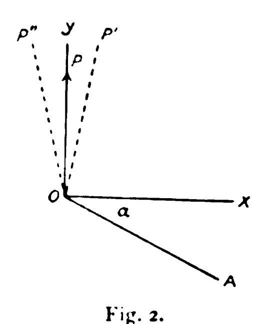


Fig. 2.

In Fig. 2 stelle OP die Schwingungsrichtung des durch die Jodkugel hindurchgehenden Lichtes dar. Da die Hauptrichtungen oy und ox der Glimmerplatte parallel bzw. senkrecht zu OP sind, geht das Licht ohne Änderung durch die Platte hindurch. Der Analysator wird nun um einen Winkel α aus der Auslöschungsstellung herausgedreht und läßt dann die zu OA parallele Komponente von OP hindurch.

Angenommen nun, eine bestimmte Wellenlänge λ werde durch den magnetisierten Joddampf aus der Lage OP in die Lage OP' gedreht, d. h. in derselben Richtung, in welcher der Analysator gedreht wurde. In jenem Teile des Gesichtsfeldes, der das Licht empfängt, das nicht durch den Glimmer hindurchgegangen ist, wird die Wellenlänge λ dunkler erscheinen als vor der Erregung des Magnetfeldes. Die Schwingung, die durch den Glimmer hindurchgeht (Wellenlänge λ), wird durch den Glimmer aus der Lage OP' in die Lage OP'' gedreht, und wird infolgedessen von dem Analysator reichlicher durchgelassen als die Wellenlängen, die von dem Jod nicht gedreht worden sind. Infolgedessen erscheint λ in diesem Teile des Gesichtsfeldes heller. Die beiden Fälle, die man in Magnetfeldern von entgegengesetzten Richtungen sehen kann, sind sonach gleichzeitig übereinander sichtbar, und zwar genau in Koinzidenz miteinander. Auf diese Weise würde jede etwaige Verschiebung infolge anomaler Dispersion verdoppelt werden; es wurde jedoch keine der-

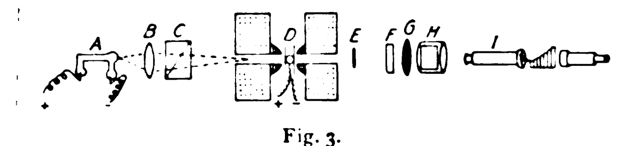


Fig. 3.

artige Verschiebung beobachtet. Diese Anordnung der gesamten Apparatur ist in Fig. 3 dargestellt. In dieser Figur bedeutet A die Quecksilberbogenlampe, B die Linse, die ein Bild des Bogens auf der Kugel D erzeugt, C den Polarisator, E die Halbwellenlängenplatte, F einen Trog mit Kaliumbichromat und Neodym zur Beseitigung der gelben und violetten Linien, G eine Linse, die ein Bild von E in 3 mm Abstand vom Kollimatorspalt I auf der Innenseite entwirft, H den Analysator.

Es zeigte sich sogleich, daß die stärkere Drehung auf der einen Seite gewisser Absorptionslinien als auf der anderen Seite, die mit dem Gitter beobachtet worden war, der Wirklichkeit entsprach, und die Erklärung dieser Erscheinung war sofort klar, als wir die seitens der verschiedenen Linien erzeugte Drehung sorgfältig untersucht hatten.

Die Absorptionslinien, die wir untersucht haben, haben wir mit den Zahlen 2, 3, 4, 4', 5 und 6 bezeichnet. Diese Zahlen entsprechen denen, die in den früheren Arbeiten über die Resonanzspektren benutzt worden sind. Die Linie 4' ist weit schwächer als die übrigen und zeichnete sich auf den früheren Photogrammen, die mit Dampf von geringerer Dichte als der im vorliegenden Falle angewandten aufgenommen worden waren, nicht auf.

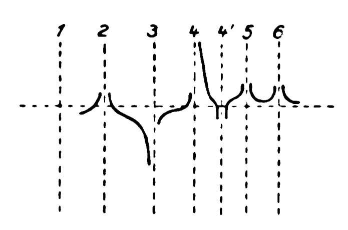


Fig. 4.

Die Kurven der Drehung für diese Linien sind in Fig. 4 dargestellt; sie geben nur rohe quantitative Bestimmungen wieder.

In dieser Liniengruppe wechselt der Drehungssinn beim Übergange von einer Linie zur anderen; hierdurch erklärt es sich vollkommen, weshalb der Drehungswinkel im Vergleich zu dem, den die D-Linien aufweisen, so klein ist. Die von einer gegebenen Linie hervorgerufene positive Drehung wird durch die von ihren beiden Nachbarlinien herrührenden negativen Drehungen nahezu neutralisiert. Wir sehen ferner sogleich,

weshalb die Drehung auf der einen Seite einer Linie viel größer sein kann als auf der anderen. Beispielsweise finden wir eine sehr starke Drehung rechts von der Linie 4, weil die von der schwachen Linie 4′ herrührende entgegengesetzte Drehung sehr gering ist, und der Einfluß, den die nächste Linie 5 beisteuert, vom gleichen Vorzeichen ist. Die Drehung links von Linie 4 ist dagegen sehr gering, da die Linie 3 mit ihrer entgegengesetzten Drehung sehr dicht bei 4 liegt. Bei der Linie 3 haben wir die starke Drehung rechts, weil der Abstand zwischen 2 und 3 größer ist als jener zwischen 3 und 4.

Höchstwahrscheinlich gelten dieselben Verhältnisse für den Natriumdampf, wenigstens im grünen Spektralgebiet. Im roten und orangen Teil des Spektrums rührten die mit dem Fresnelschen Doppelprisma beobachteten positiven und negativen Drehungen wahrscheinlich von dicht gelagerten Gruppen von Linien mit Drehungen gleichen Vorzeichens her. Es wurde beobachtet, daß sich die leuchtenden Nadeln, die in die dunklen Banden eindrangen, fast ausnahmslos auf der einen oder der anderen Seite breiter Absorptionslinien fanden, die zweifellos unaufgelöste Gruppen feiner Linien waren. Angenommen, wir hätten eine Gruppe von einem Dutzend Linien, von denen die vier ersten die Polarisationsebene in derselben Richtung drehen, während bei den übrigen das Vorzeichen beim Übergange von einer Linie zur anderen wechselt. Offenbar wird, wenn das Spektroskop die Linien nicht auflöst, das Fresnelsche Prisma in der Nähe der ersten Linien, also auf der einen Seite der Gruppe, eine starke Drehung zeigen und auf der anderen Seite überhaupt keine Drehung; mit anderen Worten: wir haben scheinbar eine breite Linie, die nur auf der einen Seite ein Drehungsvermögen aufweist. Eben dies wurde bei den früheren Arbeiten mit Natrium beobachtet.

Untersuchung auf den Zeemaneffekt hin.

Da sich das selektive Drehungsvermögen des Dampfes in der Nachbarschaft von Absorptionslinien durch einen longitudinalen Zeemaneffekt erklären läßt, bot es Interesse, zu sehen, ob sich mit dem hohen Auflösungsvermögen, über das wir verfügten, irgendwelche Anzeichen dieses Effektes beobachten ließen.

Zu diesem Zwecke benutzten wir eine Anordnung, die der eine von uns bei einer ähnlichen Untersuchung über den Bromdampf angewandt hat.

Ein doppelter Zirkularanalysator (zwei Viertelwellenlängenplatten aus Glimmer, von denen die eine um 90° gegen die andere gedreht ist) wurde zwischen der Jodkugel und dem Analysator (Azimut 45° gegen die neutralen Linien der Platten) angeordnet. Auf diese Weise erhält man zwei Gesichtsfelder, die durch eine feine Linie getrennt sind, und von denen das eine rechtsläufigen Schwingungen entspricht, das andere linksläufigen.

Falls ein longitudinaler Zeemaneffekt vorhanden ist, muß die Absorptionslinie, die bei Abwesenheit des Magnetfeldes als eine ununterbrochene Linie durch beide Gesichtsfeldhälften hindurchläuft, sobald der Magnet erregt wird, in den beiden Gesichtsfeldhälften nach entgegengesetzten Richtungen verschoben werden. Wir waren indessen nicht imstande, eine Spur einer solchen Verschiebung bei irgendeiner der Jodlinien zu entdecken.

Da die Absorptionslinien 3 und 4 durch eine Strecke von ungefähr $^1/_{20}$ Å.-E. voneinander getrennt sind, wären wir sicherlich imstande gewesen, eine Verschiebung um 0,01 Å.-E. nachzuweisen.

Demnach müssen wir annehmen, daß der Zeemaneffekt, falls ein solcher vorhanden ist, kleiner ist als 0,01 Å.-E. bei einer Feldstärke von 20000 Gauß.

Wiederherstellung von Licht senkrecht zu den Kraftlinien.

Wenn man eine Natriumflamme in ein Magnetfeld und zwischen gekreuzte Nicols bringt, so wird, wie Cotton gezeigt hat, das in einer zu den Kraftlinien senkrechten Richtung hindurchgehende Licht in der Nachbarschaft der D-Linien wieder hergestellt, wenn die Ebenen der Nicols gegen die Kraftlinien um 45° geneigt sind. Dieselbe Erscheinung hat der eine von uns beim nichtleuchtenden Dampf metallischen Natriums beobachtet.

Voigt und Wiechert haben die spektrale Zusammensetzung dieses wiederhergestellten Lichtes mit hoher Dispersion untersucht und den Fall auf Grund des ausgeprägten Zeemaneffektes, den die Linien aufweisen, theoretisch behandelt.

Denselben Versuch hat Cotton am Joddampf und der eine von uns am Bromdampf angestellt und zwar mit einem stärkeren Felde, aber mit negativen Ergebnissen.

Hingegen haben wir eine sehr ausgesprochene Wiederherstellung von Licht erhalten, als wir die bei den früheren Versuchen benutzte Jodkugel anwandten, doch war der Effekt leider zu schwach, um eine Untersuchung mit dem Stufengitter zu gestatten. Bei Verwendung des Kraters des Kohlelichtbogens als Lichtquelle war das wieder hergestellte Licht ganz hell und hatte dieselbe smaragdgrüne Farbe wie bei den Versuchen in longitudinaler Richtung.

Vernichtung der Fluoreszenz durch das Magnetfeld.

Steubing[1]) hat eine Intensitätsverminderung der Fluoreszenz des Joddampfes in einem Magnetfelde beobachtet, die sich bis auf 30 v. H. belief. Wir haben den Versuch mit einem kräftigeren Felde wiederholt, und es ist uns gelungen, die Fluoreszenz fast vollkommen zu beseitigen.

Die Wirkung des Magnetfeldes, die in einer Verringerung der Intensität der Fluoreszenz besteht, wird deutlicher, wenn der Dampfdruck des Jods verringert wird.

Wir fanden, daß die für die Untersuchung der Erscheinung bestgeeignete Form der Röhre die in Fig. 5 dargestellte war.



Fig. 5.

Eine möglichst schlierenfreie dünnwandige Röhre von 8 mm äußerem Durchmesser wird am einen Ende zu einer kleinen Kugel aufgeblasen. Die Röhre wird hochgradig entluftet und zugeschmolzen, nachdem man vor dem Ausziehen zu einer Kapillare einen Jodkristall in die Röhre eingeführt hat. Beim Auspumpen von Jodröhren ist es wichtig, einen Teil der zur Pumpe führenden Röhren mit fester Kohlensäure zu kühlen, um ein Eindringen des Joddampfes in die Pumpe zu verhindern. Nach beendeter Entluftung und nach dem Abschmelzen der Röhre muß man das gekühlte Stück der Leitung von der Pumpe abschneiden, ehe das Jod verdampft.

Die Röhre wird in der in Fig. 5 angegebenen Weise zwischen den Polschuhen des Magnets montiert, und dann Bogenlicht oder Sonnenlicht mittels einer großen Linse auf ihre Achse konzentriert. Man beobachtet durch die Kugel hindurch, und es ist vorteilhaft, den unteren Teil mit schwarzem Lack anzustreichen, um einen dunklen Hintergrund zu schaffen. Die größte Wirkung erreicht man, wenn man den unteren Teil der Röhre in Eis auf 0° abkühlt. Unter diesen Versuchsbedingungen schätzten wir, daß sich die Intensitätsabnahme auf volle 90 v. H. belief, wenn das Feld 30000 Gauß betrug, und vermutlich würde bei einem Felde von 50000 Gauß die Fluoreszenz praktisch vernichtet werden. Bei einer Spannung, wie sie der Zimmertemperatur entspricht, ist die Intensitätsverringerung viel geringer, und bei 35 bis 40 Grad ist sie kaum merklich, trotzdem die Fluoreszenz bei Abwesenheit eines Magnetfeldes dann noch ziemlich hell bleibt.

1) Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 1181, 1913.

Es zeigt sich keine augenfällige Erklärung für den Einfluß des Feldes, der sich durch die Verringerung und schließlich durch die praktische Vernichtung der Intensität geltend macht. Wir haben zahlreiche Versuche angestellt, um festzustellen, ob bei sehr niedrigen Drucken der Dampf aus dem Felde herausgetrieben wird, aber alle diese Versuche lieferten negative Ergebnisse. Sie stützten sich größtenteils auf das Prinzip, Jod durch Röhren von derselben Größe in kleine mit fester Kohlensäure gekühlte Kolben destillieren zu lassen, wobei eine Röhre durch ein starkes Magnetfeld hindurchging, während die andere völlig außerhalb des Feldes lag. Die Erscheinung mag eine Folge der Orientierung sein, aber wir erhielten keine Anzeichen hierfür, obgleich wir das Licht sowohl parallel zum Felde als auch senkrecht zu ihm durch die Kugel schickten und die Fluoreszenz ebenfalls auf diese Weise beobachteten.

Das Absorptionsspektrum weist, wie wir festgestellt haben, keine Veränderung als Folge des Feldes auf. Man darf aber nicht vergessen, daß unsere Beobachtungen bei einer Dampfdichte angestellt worden sind, die 30 bis 40 Grad entspricht, und bei diesem Druck die Intensitätsverringerung der Fluoreszenz fast unmerklich ist. Um die Absorption bei 0° oder selbst bei Zimmertemperatur zu beobachten, würde man mit einer größeren Kugel beobachten müssen, und das Feld würde infolgedessen weniger stark sein.

Schlußfolgerungen.

Die magnetischen Drehungen der Polarisationsebene in der Nähe von Absorptionsbanden lassen sich einstweilen in zwei Klassen teilen:

1. Anomale Drehungen, bei denen sich das Zeichen beim Durchgang durch die Bande ändert, wie sie Cotton bei gewissen Lösungen, und der eine von uns an einer festen Schicht eines Neodymsalzes beobachtet hat. Derartige Drehungen scheinen in solchen Fällen aufzutreten, in denen keine Änderung in der Lage der Absorptionsbanden vorliegt, sondern nur eine Änderung in den Geschwindigkeiten der rechtsläufig und der linksläufig zirkularen Schwingungen.

2. Drehungen, bei denen das Vorzeichen

auf entgegengesetzten Seiten der Absorptionsbande dasselbe ist, wie sie bei den *D*-Linien des Natriums und bei den Jodlinien auftreten. Derartige Drehungen erklären sich durch die Zerlegung der Linien in ein Zeemanduplett durch das Magnetfeld.

Es erscheint daher wahrscheinlich, daß beim Jod ein geringer Zeemaneffekt vorhanden ist, doch ist es zweifelhaft, ob er jemals wird nachgewiesen werden können, da er von der Größenordnung der Breite der Linien, vermutlich in Wirklichkeit noch viel kleiner ist.

Die Untersuchung der magnetischen Drehung des Natriumdampfes nach den in der vorliegenden Veröffentlichung skizzierten verbesserten Verfahren wird zweifelsohne weit befriedigendere Ergebnisse liefern, denn das Drehungsvermögen dieses Dampfes im Rot und im Orange ist sicherlich zehnmal so groß wie das des Joddampfes.

(Nach Korrekturbogen von Phil. Mag. **28**, 1009—1018, 1914 aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 22. Mai 1914.)

Über Raumladungswirkungen bei Strömen positiver Ionen im hohen Vakuum.

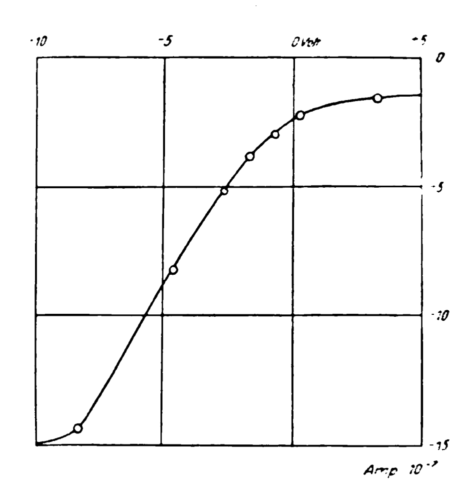
Von W. Schottky.

Schon von C. D. Child ist berechnet worden[1]), daß, um Ströme positiver Ionen, die mit geringen Anfangsgeschwindigkeiten aus einer Elektrode austreten, im vollkommenen Vakuum nach einer anderen, einige cm entfernten Elektrode gelangen zu lassen, unter Umständen nicht unbeträchtliche Potentialdifferenzen notwendig sind; bei einer Größenordnung von 10^{-6} Amp. würde die Potentialdifferenz über 10 Volt, bei 10^{-4} Amp. bereits über 200 Volt betragen müssen usw. Inzwischen ist von I. Langmuir und vom Verfasser (vgl. diese Zeitschr. **15**, 624, 1914; dort auch Literatur und Bezeichnungen) das Raumladungsproblem — darum handelt es sich hier — nach verschiedenen Richtungen hin diskutiert worden; beim Stromübergang von dünnen Drähten zu koaxialen Zylindern ist für beliebige Ionen von einerlei Art und einerlei Vorzeichen, die aus dem Draht austreten, das Annäherungsgesetz

$$I = \frac{2}{9} \sqrt{2\gamma} \, \frac{\Phi^{3/2}}{R} \qquad (1)$$

aufgestellt und für Elektronen im ganzen Bereich der beschleunigenden Potentiale innerhalb der erwarteten Grenzen bestätigt worden. Für positive Ionen liegt jedoch eine Prüfung der aus der Raumladungstheorie folgenden Gesetze bis jetzt noch nicht vor; war doch die Versuchsanordnung von Child zu anderen Zwecken ersonnen und zur direkten Verifizierung der dort mitgeteilten Rechnung nicht geeignet. Es sei mir daher gestattet, im folgenden über einen Versuch[1]) mit positiven Ionen zu berichten, der, wenn auch nicht unter ganz idealen Bedingungen angestellt, doch die angenäherte Geltung des angegebenen Gesetzes für die aus einem Glühdraht austretenden Ionen unzweifelhaft bestätigt.

Nach Gleichung (1) ist bei gegebenem Zylinderradius R und Potential Φ der übergehende Strom der Wurzel aus der spezifischen Ladung γ der übergehenden Ionen proportional, also nicht eben eine sehr empfindliche Funktion von γ. Da jedoch für die aus Glühdrähten austretenden positiven Ionen nach verschiedenen Messungen $\frac{\varepsilon}{\mu}$ über 10^4mal kleiner ist als für Elektronen, wird man schon bei Strömen, die 100mal kleiner sind als die zur Prüfung von (1) noch geeigneten Elektronenströme, d. h. bei Strömen $\sim 10^{-6}$ Amp. pro cm Glühdraht, eine deutlich ausgeprägte Raumladungswirkung zu erwarten haben. Ionenströme von 10^{-6} Amp./cm sind nun bei frischen Kohledrähten ohne weiteres zu erzielen; das abgebildete Diagramm zeigt einen Versuch, der mit einem Zylinder von 1,4 cm Radius und einem unpräparierten Kohledraht von 0,3 mm Durchmesser angestellt wurde.



Der Sättigungsstrom betrug hier etwa $1{,}5 \cdot 10^{-6}$ Amp. (Um erkennen zu lassen, daß der Effekt bei entgegengesetzter Strom- und Feldrichtung auftritt wie bei Elektronen, sind hier die für

---

1) Phys. Rev. **32**, 492, 1911.

1) Über die Versuchsanordnung näheres in der Annalenarbeit, **44**, Heft 15 oder 16, 1914. Der Versuch wurde in verschiedenen Fällen mit ähnlichem Ergebnis wiederholt.



Elektronen eingeführten Vorzeichen beibehalten.) Der Druck ($\sim 2\,\mu$) ist tief genug, um Störungen durch Zusammenstöße zu vermeiden; die Temperatur niedrig genug, um die der positiven Raumladung entgegenwirkende der gleichzeitig emittierten Elektronen ($s = 5 \cdot 10^{-8}$ Amp.) zurücktreten zu lassen. So zeigt denn die Kurve innerhalb der erwarteten Grenzen einen guten Anschluß an das Φ'-Gesetz. Daß der Null-Strom verhältnismäßig hoch ist, erklärt sich einerseits aus den noch vorhandenen negativen Elektronen, andererseits aus den z. T. großen Anfangsgeschwindigkeiten, die die Verfolgung der Kurve in das Bereich der verzögernden Potentiale erkennen laßt. Dieselben Gründe werden neben der Schwellen- und Verbreiterungskorrektur im ganzen Bereich unterhalb der Sättigung notwendig eine Potentialerniedrigung gegenüber Formel (1) bewirken; wenn also bei Geltung der Gleichung (1) $\frac{e}{m}$ (in elektromagnetischen Einheiten) nach der Formel:

$$\frac{e}{m} = 8{,}21 \cdot 10^{16} \frac{R^2 i^2}{V^3} \text{ (Volt-Amp.)}$$

zu berechnen wäre, können wir wegen der erwähnten Potentialerniedrigung mit Sicherheit nur schließen:

$$\frac{e}{m} < 8{,}21 \cdot 10^{16} \frac{(1{,}4 \cdot 1{,}44 \cdot 10^{-6})^2}{8{,}4^3} = 560\,.$$

(Benutzt ist die letzte Messung vor der Sättigung: 8,4 Volt, $1{,}44 \cdot 10^{-6}$ Amp. Eine anschließende Meßreihe ergab $\frac{e}{m}$ noch niedriger.)

Nach den Untersuchungen von O. W. Richardson[1]) ist für die positiven Ionen aus glühenden Kohledrähten $\frac{e}{m} \sim 350$; J. J. Thomson findet für Platin, wo die Ionen nach Richardson annähernd dieselbe Schwere haben, $\frac{e}{m} \sim 400$. Jedenfalls ist es also möglich, durch einfache Strom- und Spannungsmessung im guten Vakuum eine obere Grenze für die spezifische Ladung der positiven Träger zu berechnen; je größer der Zylinderradius und die benutzten Sättigungsströme, je kleiner die Zahl der gleichzeitig emittierten Elektronen ist, desto größer wird die Annäherung an den wahren Wert sein.

Unter Benutzung eines elektrochemischen Äquivalentgewichts finden wir aus der angegebenen Messung das Atomgewicht der positiven Ionen > 17 bei einwertiger, > 34 bei zweiwertiger Ladung. Sind zwei Arten von gleichnamigen Ionen mit den spezifischen Ladungen γ_1 und γ_2 vorhanden, die zu dem Strom i den Beitrag αi und βi liefern, so wird aus (2) der Mittelwert

$$\frac{\gamma_1 \gamma_2}{(\alpha \sqrt{\gamma_1} + \beta \sqrt{\gamma_2})^2}$$

berechnet.

Steglitz, den 16. Mai 1914.

(Eingegangen 19. Mai 1914.)

1) Phil. Mag. (6) 18, September 1908.

Zum Boltzmannschen Entropie-Wahrscheinlichkeits-Theorem[1]). I.

Von P. Ehrenfest.

Die Fragestellung[2]). Die Untersuchungen von Boltzmann über die mechanisch-statistischen Wurzeln des II. Hauptsatzes und insbesondere seine Ableitung der Gleichung

$$\frac{\delta E + A_1 \delta a_1 + A_2 \delta a_2 + \ldots}{T} = k\, \delta \lg W \quad (1)$$

stützen sich auf eine bestimmte Festsetzung darüber, welche Gebiete des „Molekülphasenraums" („μ-Raums")[3]) als „a priori gleichwahrscheinlich" gelten sollen: Gebiete, denen im μ-Raum gleichgroße Volumina $\int dq_1 \ldots dp_r$ entsprechen. Mit anderen Worten: Boltzmann belegt den (q, p)-Raum mit überall gleichem „Gewicht"[4])

$$G(q, p) = \text{const.} \quad (2)$$

Planck war bekanntlich der erste, der sich in seiner Strahlungstheorie zu einer allgemeineren $G(q, p)$-Wahl entschloß, um dem sonst unvermeidlichen Equipartitionstheorem zu entgehen. Die anschließende „Quantentheorie" führt solche freiere $G(q, p)$-Wahl in die verschiedensten Gebiete der statistischen Physik ein[5]). Insbesondere hat kürzlich Debye dem Planckschen Ansatz eine vielversprechende Verallgemeinerung gegeben[6]).

Mit der Boltzmannschen Voraussetzung (2) fällt zunächst auch die von Boltzmann ge-

1) Eine ausführlichere Darstellung soll demnächst in den Versl. d. Ak. v. Wetensch. Amsterd. erscheinen. Dort werden auch die Beweise, die hier nur angedeutet sind (siehe besonders § 3 und 4), vollständig gegeben.

2) Diese Frage haben wir schon in Math. Enc. IV. 29 (Statistische Mechanik), Fußnote 237a, formuliert. [Die dort erwähnte russische Publikation ist nicht erschienen.]

3) Der $2r$-dimensionale Molekülphasenraum heiße μ-Raum, im Gegensatz zum $2Nr$-dimensionalen Gasphasenraum (γ-Raum). Vgl. Math. Enc. IV. 29, § 9b und 12a.

4) Eine etwas andere Formulierung unserer Fragestellung unter Vermeidung des Begriffes „Gewichtsfunktion $G(q, p, a)$" siehe in § 8.

5) Vgl. § 6.

6) Vgl. § 6.

gebene Ableitung der Beziehung (1). Man hat aber — in Umkehrung des Boltzmannschen Gedankengangs — diese Beziehung (nach dem Vorgang von Planck und Einstein) als Postulat festgehalten: als „Boltzmannsches Prinzip". Indem man so in allen Fällen von vornherein

$$S = k \lg W \tag{3}$$

als die Entropie oder

$$F = E - kT \lg W \tag{4}$$

als die freie Energie ansieht, gelangt man unmittelbar zu bestimmten Ausdrücken, z. B. für die spezifische Wärme oder insbesondere auch für die Kräfte, die das System „in Richtung der Parameter a_1, a_2 ..." ausübt.

$$A_1 = -\frac{\partial F(T, a)}{\partial a_1}. \tag{5}$$

Dieses überaus elegante und fruchtbare Verfahren[1]) drängt zu einer Frage, die, soviel ich weiß, noch nicht behandelt worden ist[2]): Sobald wir eine bestimmte Festsetzung über die Gewichtsfunktion im Molekülphasenraum getroffen haben, ist die entsprechende „wahrscheinlichste" Zustandsverteilung der Moleküle des betrachteten Körpers in ihrer Abhängigkeit von seiner Totalenergie E und den Parametern a_1, a_2 ... vollständig determiniert; damit aber auch die Summe der Kräfte, die die Moleküle in der Richtung z. B. des Parameters a_1 ausüben (siehe Gleichung (11)). Das gibt also eine direkte „dynamische" Festlegung der Kraft A_1. Unsere Frage lautet:

Für welche Klasse von Gewichtsfunktionen fällt der direkt „dynamisch" berechnete Wert von A_1, A_2 ... mit dem aus (3), (4) „quasi-thermodynamisch" berechneten Wert (5) zusammen?

Ich habe hier die Formulierung meiner Frage an die jetzt üblich gewordene Darstellungsweise angepaßt, die eben die Gleichung (1) als Postulat an die Spitze stellt. Ihr eigentlicher Kern aber tritt deutlicher in der folgenden Formulierung hervor, die der ursprünglichen Boltzmannschen Darstellungsweise entspricht[3]):

Bei welchen Gewichtsfunktionen $G(q,p; a_1, a_2)$ im Molekülphasenraum besitzt der für die „wahrscheinlichsten" Zustandsverteilungen berechnete Ausdruck

$$\delta E + A_1 \delta a_1 + A_2 \delta a_2 + \ldots \tag{6}$$

a) überhaupt integrierende Faktoren,

b) unter ihnen einen solchen, der sich bei „Koppelung" zweier Systeme wie T^{-1} verhält.

Die Aufsuchung der allgemeinsten $G(q,p,a)$ dieser Art bietet Schwierigkeiten, die ich nicht zu überwinden vermochte; insbesondere auch wegen der verlangten Eigenschaft (b).

Wohl aber entwickle ich im folgenden

1. Für die $G(q, p, a)$ dieser Art eine hinreichend notwendige Relation: die „δG-Bedingung" (§ 3 Ende), die, wie mir scheint, für alle künftigen Verallgemeinerungen des Planckschen Energiestufenansatzes bindend und eben dadurch führend bleiben muß.

2. Stelle ich an Hand dieser „δG-Bedingung" eine sehr ausgedehnte, explicit angebbare Klasse von $G(q, p, a)$ auf, welche die Debyesche und damit auch die Plancksche Gewichtswahl als Spezialfall umfassend, in der Tat den Forderungen (a), (b) genügt.

In der vorliegenden Note beschränke ich mich auf solche stationäre Zustandsverteilungen, die sich durch Einführung einer passenden $G(q, p, a)$ als „wahrscheinlichste" Verteilungen charakterisieren lassen. — In einer folgenden Note will ich zeigen, daß gewisse stationäre Zustandsverteilungen, mit denen man jetzt arbeitet, sich nicht mehr als solche „wahrscheinlichste" Verteilungen darstellen lassen, und will ihr Verhältnis zum Boltzmannschen Prinzip einerseits und zum II. Hauptsatz anderseits diskutieren.

§ 1. Annahmen und Festsetzungen. Dynamische Berechnung der „zugeführten Wärme" δQ. — N gleiche Moleküle von r Freiheitsgraden. Zustandsverteilung: Verteilung der N Molekülphasenpunkte über den $2r$-dimensionalen μ-Raum $(q_1 \ldots q_r; p_1 \ldots p_r)$. Die Energie des „Gases" sei gleich der Summe der Energien der einzelnen Moleküle[1]). Die potentielle Energie eines Moleküls hänge außer von $q_1 \ldots q_r$ auch noch von zwei „langsam veränderlichen Parametern a_1, a_2" ab:

$$\chi(q_1 \ldots q_r;\ a_1, a_2), \tag{7}$$

und dadurch auch die volle Energie eines Moleküls

$$\varepsilon(q_1 \ldots q_r;\ p_1 \ldots p_r;\ a_1, a_2). \tag{8}$$

Kraft eines Moleküls in Richtung a_1:

$$-\frac{\partial \chi}{\partial a_1} = -\frac{\partial \varepsilon}{\partial a_1}. \tag{9}$$

1) Das Schema dieses Verfahrens findet man z. B. bei M. Planck, Vorles. über Wärmestrahl., II. Aufl., § 129 bis 132, 1913. In etwas anderer Form bei P. Debye, Zustandsgl. u. Quantenhypothese (Wolfskehlvorträge 1913), § 2.

2) In einem speziellen Falle habe ich sie an folgender Stelle behandelt: P. Ehrenfest, Welche Züge der Lichtquantenhypothese ..., Ann. d. Phys. 36, 91, § 5, 1911.

3) Das ist auch im wesentlichen die Formulierung, in welcher wir die Frage schon in Math. Enc. IV. 29, Fußnote 237a, aufstellten.

1) Diese lästige Beschränkung — vgl. Math. Enc. IV. 20. § 12c und Fußnote 38 — ist nicht ohne Weitläufigkeit zu umgehen.

Annahme [A]: Bei gegebenen Werten von a_1, a_2 gibt es zu jedem gegebenen Werte der Totalenergie E des Gases eine, und nur eine stationäre Zustandsverteilung des Gases:

$$f(q_1 \ldots p_r, a_1, a_2, E). \tag{10}$$

Totale Kraft A_1 des Gases in Richtung a_1 wegen Stationärität von (10) nach (9) gleich:

$$A_1(E, a_1, a_2) = -\int d\tau \cdot f(q, p; E, a) \frac{\partial \varepsilon}{\partial a_1}, \tag{11}$$

wo

$$d\tau = dq_1 \ldots dp_r, \tag{12}$$

und Integration über unendlichen μ-Raum. Unendlich langsamer Übergang

$$a_1, a_2, E \rightarrow a_1 + \delta a_1, a_2 + \delta a_2, E + \delta E, \tag{13}$$

Arbeitsabgabe des Gases nach außen:

$$A_1 \delta a_1 + A_2 \delta a_2 = -\int d\tau f \delta \varepsilon, \tag{14}$$

wo

$$\delta \varepsilon (q, p, a) = \frac{\partial \varepsilon}{\partial a_1} \delta a_1 + \frac{\partial \varepsilon}{\partial a_2} \delta a_2. \tag{15}$$

Definition der „zugeführten Wärme"

$$\delta Q = \delta E - \int d\tau f \delta \varepsilon. \tag{16}$$

Wegen

$$E = \int d\tau f \varepsilon, \tag{17}$$

$$\delta E = \int d\tau \varepsilon \delta f + \int d\tau f \delta \varepsilon, \tag{18}$$

wo

$$\delta f(q, p, E, a) = \frac{\partial f}{\partial E} \delta E + \frac{\partial f}{\partial a_1} \delta a_1 + \frac{\partial f}{\partial a_2} \delta a_2. \tag{19}$$

Gibt (18) in (16) eingesetzt auch:

$$\underline{\delta Q = \int d\tau \varepsilon \delta f.} \tag{20}$$

§ 2. Umformung von δQ für den Fall, daß die stationäre Zustandsverteilung $f(q, p; E, a_1, a_2)$ sich als „wahrscheinlichste" Verteilung charakterisieren läßt, die bei gegebenen E, a_1, a_2 zu einer bestimmten Gewichtsfunktion $G(q, p, a_1, a_2)$ gehört. Die „δG-Bedingung". Die Frage, für welche $f(q, p, E, a_1, a_2)$ die Größe δQ überhaupt integrierende Multiplikatoren besitzt, läßt sich einigermaßen noch allgemein behandeln. Aber die daran anschließende Forderung — daß unter ihnen einer vorkommt, der sich bei der Koppelung zweier Systeme wie T^{-1} verhält — gewinnt eine greifbare Form nur erst dann, wenn man die betrachteten $f(q, p, E, a_1, a_2)$ in der einen oder anderen Weise beschränkt.

Sei — in Verallgemeinerung[1]) der Annahme von Boltzmann —

$$G(q_1 \ldots p_r; a_1, a_2) dq_1 \ldots dp_r \tag{21}$$

die „Wahrscheinlichkeit a priori" dafür, daß die Phase eines individuellen von unseren N Molekülen im Element $dq_1 \ldots dp_r$ des μ-Raums liegt, wobei die „Gewichtsfunktion" der Forderung

$$\int d\tau G = 1 \tag{22}$$ [1])

genüge — das Integral über den unendlichen μ-Raum erstreckt. Die Wahrscheinlichkeit einer beliebigen Verteilung

$$\varphi(q_1 \ldots p_r) d\tau \tag{23}$$

ist dann

$$W = \Pi (G d\tau)^{\varphi d\tau} \frac{N!}{\Pi(\varphi d\tau)!}, \tag{24}$$

und mit üblicher Annäherung:

$$\lg W = C + \int d\tau \varphi \left[\lg \frac{G}{\varphi} + 1\right], \tag{25}$$

wo C unabhängig von a_1, a_2 und von der Wahl des $\varphi(q, p)$. Die „wahrscheinlichste" Verteilung bei Nebenbedingungen

$$\int d\tau \varphi = N, \tag{26}$$

$$\int d\tau \varepsilon \varphi = E \tag{27}$$

ist dann:

$$f = N \frac{e^{-\mu\varepsilon} G}{\int d\tau e^{-\mu\varepsilon} G}. \tag{28}$$

Der in (28) verbleibende Parameter μ — eingeführt als Lagrangescher Multiplikator der Nebenbedingung (27) — wird durch diese Nebenbedingung, d. h. durch

$$N \frac{\int d\tau e^{-\mu\varepsilon} G \varepsilon}{\int d\tau e^{-\mu\varepsilon} G} = E \tag{29}$$

als bestimmte Funktion von E, a_1, a_2 festgelegt

$$\mu = \mu(E, a_1, a_2). \tag{30}$$

Annahme [B]. Die stationäre Verteilung $f(q, p, E, a)$, von der die Annahme [A] spricht, sei im obigen Sinne zugleich als „wahrscheinlichste" charakterisierbar, sei also von der Form (28).

In diesem Falle läßt sich die Gleichung (20) nach kurzer Zwischenrechnung auf die Form bringen

$$\underline{\mu \delta Q = \delta(\mu E + N \lg Z) - \frac{N}{Z} \int d\tau e^{-\mu\varepsilon} \delta G,} \tag{31}$$

wo

$$Z(a_1, a_2, E) = \int d\tau e^{-\mu\varepsilon} G \tag{32}$$

und

$$\delta G(q, p, a) = \frac{\partial G}{\partial a_1} \delta a_1 + \frac{\partial G}{\partial a_2} \delta a_2. \tag{33}$$

Andererseits wird $\lg W$, falls man in (25) die Verteilung (28) einsetzt, zu folgender Funktion von E, a_1, a_2:

1) Schon die Plancksche Energiestufenhypothese führt Gewichtsfunktionen ein, die von Parametern a abhängen: z. B. von der Härte der Resonatoren oder der Eigenschwingungen eines elastischen Körpers. Vgl. § 8 u. 6.

1) Vgl. dazu § 5.

$$\lg W = \mu E + N \lg Z + C', \tag{34}$$

wo C' unabhängig von a_1, a_2, E. Somit ist hier:

$$\delta \lg W = \delta(\mu E + N \lg Z). \tag{35}$$

Der Vergleich von (31) und (35) zeigt also, daß:

$$\mu \delta Q - \delta \lg W = \frac{N}{Z} \int d\tau\, e^{-\mu\varepsilon} \delta G. \tag{35a}$$

An Beispielen kann man zeigen, daß die rechte Seite nicht immer gleich Null ist[1]).

Die hinreichende und notwendige Bedingung[2]) dafür, daß im Sinne des Boltzmannschen Theorems die rechte Seite von (35a) bei beliebigen Werten von μ und a gleich Null sei, ist: Das Integral von δG, erstreckt über die zwischen zwei beliebigen Energieflächen gelegene μ-Raum-Schale, verschwindet, d. h.

$$\int_{\varepsilon(q,p,a)=B}^{\varepsilon(q,p,a)=A} d\tau\, \delta G = 0. \quad [\text{„}\delta G\text{-Bedingung“.}]$$

§ 4. Ein geometrischer Hilfssatz. Sei $\Phi(x_1 \ldots x_n; a_1, a_2)$ eine zunächst noch beliebige Funktion der Größen $x_1 \ldots x_n$, a_1, a_2. Bei gegebenen Werten von a_1, a_2 bestimmt die Gleichung

$$\Phi(x_1 \ldots x_n;\, a_1,\, a_2) = \Phi(x_{10} \ldots x_{n0};\, a_1,\, a_2) \tag{36}$$

im n-dimensionalen $x_1 \ldots x_n$-Raume eine $(n-1)$ dimensionale „Φ-Fläche“, die durch den willkürlich gewählten Punkt $(x_{10} \ldots x_{n0})$ geht. Sei nun $\Phi(x, a)$ so beschaffen, daß jene Φ-Fläche für jedes endliche Wertesystem $x_{10} \ldots x_{n0}$, a_1, a_2 ganz im Endlichen verläuft und geschlossen ein n-dimensionales Volumen $i(x_{10} \ldots x_{n0}; a_1, a_2)$ umspannt. Bei gegebenen Werten von a_1, a_2 wird so jedem Punkte $x_1 \ldots x_n$ des Raumes eine Zahl

$$i(x_1 \ldots x_n,\, a_1,\, a_2) \tag{37}$$

zugeordnet, die das Volumen angibt, das die durch den Punkt $(x_1 \ldots x_n)$ gehende Φ-Fläche umschließt. Diese „Volumzahl von $x_1 \ldots x_n$“ erleidet eine Veränderung

$$\delta i = \frac{\partial i}{\partial a_1} \delta a_1 + \frac{\partial i}{\partial a_2} \delta a_2, \tag{38}$$

wenn man bei festgehaltenem $x_1 \ldots x_n$ die Parameter a_1, a_2 — und damit die Gestalt der Φ-Flächen! — verändert. Sei Γ eine „reine Funktion von i“, d. h. eine solche Funktion von $x_1 \ldots x_n$, a_1, a_2, daß sie diese Größen ausschließlich in der Verbindung $i(x_1 \ldots x_n, a_1, a_2)$ enthält:

$$\Gamma = \Gamma[i(x_1 \ldots x_n,\, a_1,\, a_2)], \tag{39}$$

und sei also

$$\delta \Gamma = \frac{d\Gamma}{di} \delta i, \tag{40}$$

die Veränderung, welche Γ in einem festgehaltenen Punkte $x_1 \ldots x_n$ bei Änderung der Parameter a_1, a_2 erfährt. Es läßt sich dann beweisen:

Theorem: $$\int_{\Phi=A}^{\Phi=B} \cdots \int dx_1 \ldots dx_n\, \delta\Gamma = 0, \tag{41}$$

wo die Integration über die „Raumschale“ erstreckt ist, die zwischen den zwei beliebig herausgegriffenen Φ-Flächen liegt:

$$\Phi(x, a) = A, \quad \Phi(x, a) = B. \tag{42}$$

§ 4. Eine Klasse von Gewichtsfunktionen: $G(q, p, a) = \Gamma(i)$, bei denen für die zugehörige „wahrscheinlichste“ Verteilung die Relation $\mu\delta Q = \delta \lg W$ gültig ist. Die Analogie zwischen μ und T^{-1}. Bezeichne bei gegebenen Werten von a_1, a_2 die Größe

$$i(q_1 \ldots p_r;\, a_1,\, a_2) \tag{43}$$

das $2r$-dimensionale Volumen, das im μ-Raum von der durch den Punkt $q_1 \ldots p_r$ gehenden Hyperfläche

$$\varepsilon(q_1 \ldots p_r;\, a_1,\, a_2) = \text{const} \tag{44}$$

umschlossen wird[1]). Wir betrachten nun in Verallgemeinerung der Ansätze von Planck[2]) und Debye[3]) speziell solche Gewichtsfunktionen $G(q_1 \ldots p_r, a_1, a_2)$, welche die Größen $q_1 \ldots p_r$, a_1, a_2 ausschließlich in der Verbindung $i(q_1 \ldots p_r, a_1, a_2)$ enthalten:

Annahme [C]: $$G(q, p, a) = \Gamma(i). \tag{45}$$

In diesem Falle wird — das läßt sich aus dem Theorem (41) ableiten — das in der rechten Seite von (35a) auftretende Integral gleich Null:

$$\int d\tau\, e^{-\mu\varepsilon} \delta G = 0, \tag{46}$$

1) Vgl. § 7, Fußnote.

2) Daß die δG-Bedingung hinreichend ist, sieht man unmittelbar. Um ihre Notwendigkeit zu beweisen, bedarf man des folgenden Hilfssatzes: Soll

$$\int_0^\infty dx\, e^{-\mu x} \Phi(x, a) = 0$$

sein für alle Werte von μ und a, so muß sein:

$$\Phi(x, a) = 0.$$

1) Auch im $2Nr$-dimensionalen Gasphasenraum (γ-Raum) läßt sich die analoge Größe definieren: Das $2Nr$ dimensionale Volumen, das im γ-Raum von der durch einen gegebenen γ-Punkt gehenden Hyperfläche konstanter Totalenergie E umschlossen wird. Von dieser Funktion $V(q_1 \ldots p_{rN}, a)$ haben Gebrauch gemacht: Gibbs, Statist. Mechanik, Kap. VIII; A. Einstein, Ann. d. Phys. **9**, 417, 1902; **11**, 170, 1903; **14**, 359, 1904; P. Hertz, Ann. d. Phys. **33**, 225 und 834, 1910; Math. Ann. **74**, 153, 1913; L. S. Ornstein, Arch. Néerland. 1911, S. 150. — Die Funktion $i(q_1 \ldots p_r, a_1, a_2)$ im μ-Raum spielt eine Rolle bei Planck, Theorie d. Wärmestrahl., I. Aufl. (1906), § 150 Ende und P. Debye, Wolfskehlvortrag, § 3.

2) l. c.

3) l. c.

und somit wirklich

$$\mu\,\delta Q = \delta \lg W. \qquad (47)$$

$\mu(E, a)$ besitzt folgende Analogien zum Reziproken der absoluten Temperatur $T(E, a_1, a_2)$ eines warmen Körpers:

(I.) $\mu(E, a)$ ist — siehe Gleichung (47) — einer der (unendlich vielen) integrierenden Multiplikatoren von

$$\delta Q = \delta E + A_1\,\delta a_1 + A_2\,\delta a_2. \qquad (48)$$

(II.) Betrachtet man zwei Körper K' und K'':

$$\left.\begin{array}{l} K' \to N' \text{ Moleküle; } q_1' \ldots p_r',\ a_1',\ a_2';\\ \quad \varepsilon'(q', p', a');\ G'(q', p', a').\\ K'' \to N'' \text{ Moleküle; } q_1'' \ldots p_r'';\ a_1'',\ a_2'';\\ \quad \varepsilon''(q'', p'', a'');\ G''(q'', p'', a''), \end{array}\right| \qquad (49)$$

und sucht die „wahrscheinlichste" unter den Zustandsverteilungen beider Körper, die mit einem gegebenen Wert der Energiesumme beider Körper

$$\int d\tau'\,\varphi'\,\varepsilon' + \int d\tau''\,\varepsilon''\,\varphi'' = E \qquad (50)$$

verträglich sind, so ist der Parameter μ in der Zustandsverteilung beider Körper gleich groß:

$$\mu'(E', a') = \mu''(E'', a'') \qquad (51)$$

(nämlich gleich dem Multiplikator der einen Energie-Nebenbedingung (50)).

§ 5. Die Festsetzung $\int d\tau\, G = 1$, insbesondere im Falle $G(q, p, a) = \Gamma(i)$[1]). Soll $G\,d\tau$ eine „Wahrscheinlichkeit" bedeuten, so muß man die Festsetzung

$$\int d\tau\, G = 1 \qquad (52)$$

treffen. Insbesondere wird man diese Festsetzung nicht ohne weiteres ignorieren können, wenn man durch sehr allgemeine Erwägungen aus der Additivität der Entropie einerseits und der Größe $\lg W$ andererseits die Beziehung erweisen will:

$$S = k \lg W. \qquad (53)$$

Auch gegenüber der Forderung (52) besitzen nun die Gewichtsfunktionen $G(q, p, a) = \Gamma(i)$ eine bemerkenswerte Sonderstellung. Während nämlich für irgendeine Funktion $g(q, p, a)$ der Wert des über den unendlichen μ-Raum erstreckten Integrals

$$\int d\tau\, g(q, p, a) = I(a_1, a_2) \qquad (54)$$

sich im allgemeinen mit a_1, a_2 verändert, ist in dem speziellen Fall, wo $g(q, p, a)$ die Größen q, p, a ausschließlich in der Verbindung $i(q, p, a)$ enthält,

$$\int d\tau\, \gamma(i) = \int_0^\infty di\, \gamma(i) = I_0 \qquad (55)$$

eine von a_1, a_2 unabhängige Zahl. Nun kann man natürlich immer die Forderung (52) durch die Gewichtswahl

$$G(q, p, a) = g(q, p, a) \cdot [I(a_1, a_2)]^{-1}, \qquad (56)$$

$$\Gamma(i) = \gamma(i) \cdot [I_0]^{-1}, \qquad (57)$$

befriedigen; dabei aber zeigt sich sofort, daß im Falle (54), (56) die Weglassung bzw. Einführung des variablen Faktors $[I(a_1, a_2)]^{-1}$ für die Erfüllung der Gleichung $\mu\,\delta Q = \delta \lg W$ von entscheidender Bedeutung sein kann, während im Falle (55), (57) die Weglassung oder Einführung des konstanten Faktors $[I_0]^{-1}$ für die Erfüllung jener Gleichung bedeutungslos ist. Man hat nämlich folgendes zu beachten: Die Multiplikation der Größe $G(q, p, a)$ mit einem Faktor $\lambda(a_1, a_2)$ läßt nach Gleichung (28), (29) und (20) den Wert von f, μ und schließlich von $\mu\,\delta Q$ völlig ungeändert; die Größe $\delta \lg W$ hingegen erhält dabei nach (24), (25) das Zusatzglied

$$N\,\delta \lg \lambda(a_1, a_2),$$

daß nur dann $= 0$ wird, falls λ mit a_1, a_2 nicht wirklich verändert.

Bemerkung. In diesem Paragraphen wurde stillschweigend vorausgesetzt, daß die Integrale (54) bzw. (55) endliche Werte liefern, trotzdem sie über den unendlichen μ-Raum erstreckt sind. Vgl. aber § 6, Ende.

§ 6. Die in der Literatur behandelten Gewichtsansätze sind Spezialfälle der Klasse $G(q, p, a) = \Gamma(i)$.

1. Die Boltzmannsche Gewichtswahl: Gleichung (2). — Spezialisierung: $\Gamma(i)$ auch noch von i unabhängig.

2. Der Plancksche Ansatz für Resonatoren mit einem Freiheitsgrad. Spezialisierungen:

a) $r = 1$,

b) $\varepsilon(q, p, a) = \frac{1}{2}(\alpha^2 q^2 + \beta^2 p^2)$,

c) $\Gamma(i) =$

$= \begin{cases} 1 \text{ für } i(q, p, a) = 0,\ h,\ 2h,\ 3h \ldots\text{[1]}) \\ 0 \text{ für alle anderen Werte von } i(q, p, a). \end{cases}$

3. Eine von mir behandelte Verallgemeinerung des Planckschen Ansatzes[2]). Spezialisierungen:

a) $r = 1$,

b) $\varepsilon(q, p, a) = \frac{1}{2}(\alpha^2 q^2 + \beta^2 p^2)$,

c) $\Gamma(i) =$ beliebige Funktion $\gamma\left(\frac{\varepsilon}{\nu}\right)$, wo

$$\nu = \frac{\alpha\beta}{2\pi}.$$

1) Vgl. § 8, wie diese Festsetzung umgangen werden kann.

1) Planck, l. c. Der Ansatz: $i = \frac{h}{2}$, $3\frac{h}{2}$, $5\frac{h}{2}\cdots$ liefert „Nullpunktsenergie" $\frac{h\nu}{2}$.

2) P. Ehrenfest, Ann. d. Phys. 36, 98, 1911.

4. Die Debyesche Verallgemeinerung des Planckschen Ansatzes[1]). Spezialisierungen:

a) $r = 1$,

b) $\varepsilon(q, p, a) = \frac{1}{2}(\chi(q, a) + \beta^2 p^2)$,

c) $\Gamma(i)$ wie bei Planck.

5. Die von Lorentz vorgeschlagene Übertragung des Quantenansatzes auf rotierende Dipole[2]).

Bemerkung: In allen diesen Fällen divergieren übrigens die Integrale $\int_0^\infty di\,\Gamma(i)$.

§ 7. Ist $G(q, p, a) = \Gamma(i)$ auch schon die allgemeinste Klasse von Gewichtsfunktionen, für welche die Relation $\mu\,\delta Q = \delta \lg W$ bestehen bleibt? — Sie ist es jedenfalls unter denjenigen $G(q, p, a)$, die (q, p) nur in der Verbindung $\varepsilon(q, p)$ enthalten. Um diese letztere Behauptung zu beweisen, hat man vor allem zu beachten, daß $i(q, p, a)$ längs den ε-Flächen konstant bleibt, also jede längs denselben Flächen konstant bleibende $G(q, p, a)$ auf die Form $K(i, a)$ gebracht werden kann. Soll dann das Integral auf der rechten Seite von (35a) verschwinden, so muß $K(i, a)$ die Bedingung erfüllen

$$\int d\tau\, e^{-\mu\varepsilon(i,a)}\left(\frac{\partial K}{\partial i}\delta i + \frac{\partial K}{\partial a_1}\delta a_1 + \frac{\partial K}{\partial a_2}\delta a_2\right) = 0 \tag{58}$$

für alle Werte von μ, a_1, a_2, δa_1, δa_2. Unter Heranziehung des Theorems von § 3 beweist man dann, daß $\frac{\partial K}{\partial a_1} = \frac{\partial K}{\partial a_2} = 0$ sein muß, also $K(i, a)$ die Gestalt $\Gamma(i)$ hat.

Bemerkung: Für „Moleküle" von nur einem Freiheitsgrad wird man die Annahme, $G(q,p,a)$ enthalte (q,p) nur in der Verbindung $\varepsilon(q, p)$ ohne weiteres zugeben[3]). Für mehr als einen Freiheitsgrad führt sie hingegen schon im Falle von Resonatoren auf Schwierigkeiten, die H. A. Lorentz hervorgehoben hat[1]). Ich hoffe auf diesen Punkt noch zurückzukommen.

1) P. Debye, l. c.

2) H. A. Lorentz, Solvay-Congrès 1911, Rapports S. 447. — Vgl. auch P. Ehrenfest, Spez. Wärme zweiatomiger Gase, Verh. phys. Ges. **15**, 451, 1913; Über ein Theorem von Boltzmann und seine Bezieh. zur Quantentheorie, Versl. Akad. v. Wetensch. Amsterdam **22**, 586, 1913.

3) Belegt man also zum Beispiel die (q, p)-Ebene des Planckschen Resonators mit dem Gewichte

$$G(q, p, a) = \frac{e^{-\varepsilon(q,p,a)}}{\int\int_{-\infty}^{+\infty} dq\,dp\, e^{-\varepsilon(q,p,a)}},$$

wo $\varepsilon(q, p, a) = \frac{\alpha^2}{2}q^2 + \frac{\beta^2}{2}p^2$ [diese $G(q, p, a)$ erfüllt Gleichung (52), enthält (q, p) nur in der Verbindung $\varepsilon(q, p)$, ist aber nicht von der Form $\Gamma(i)$, wo $i = \frac{2\pi}{\alpha\beta}\varepsilon$], so ist für dieses $G(q, p, a)$ die rechte Seite der Gl. (35a) von Null verschieden.

§ 8. Formulierung unserer Frage ohne Heranziehung des Begriffes einer Gewichtsfunktion $G(q, p, a)$. — Der Beweis, den Boltzmann von der Gleichung (1) gab, stützt sich auf eine bestimmte Festsetzung

a) darüber, welche Gebiete des Gasphasenraumes („γ-Raum") einem gegebenen makroskopischen Zustand des warmen Körpers gegenüber gestellt werden sollen;

b) darüber, daß innerhalb dieser Gebiete alle Elemente gleich großen Volumens $\int dq_1 \cdots dp_N$ für die statistischen Rechnungen als gleichberechtigt gelten sollen;

c) daß die relative „Wahrscheinlichkeit" zweier makroskopischer Zustände durch den Quotienten des Volumens derjenigen beiden γ-Gebiete gemessen wird, die unter a) den beiden makroskopischen Zuständen gegenübergestellt werden.

Die von Planck eingeführte Neuerung läßt sich dann so formulieren: Durch seine Energiestufenhypothese hebt Planck inmitten derjenigen γ-Gebiete, die Boltzmann einem gegebenen makroskopischen Zustand gegenüberstellt, gewisse unendlich schmale Teilgebiete als „erlaubt" heraus, während er den Rest „verbietet". Und diese erlaubten Gebiete verändern — das ist für uns besonders wichtig — ihre Form und Lage im Phasenraum, sobald man durch Änderung gewisser „äußerer" Parameter a_1, a_2 .. die Härte oder Trägheit des Systems verändert[2]). Geht man nun an Hand dieser Bemerkung die Ableitung durch, die Boltzmann von der Gl. (1) gegeben hat oder auch ihre modifizierten Darstellungen bei Gibbs, Einstein und anderen, so sieht man sofort, daß einige beim Beweis benutzte Transformationen nun nicht mehr ohne weiteres durchführbar sind: die dort verwendeten Integrationsbereiche haben neue, von $a_1\, a_2 \ldots$ abhängige Einschränkungen erhalten. Aber nicht nur die Ableitung der Gl. (1) stößt auf Schwierigkeiten; die Gleichung selbst erweist sich als nur mehr bedingt gültig: Nicht bei jeder beliebigen Art der Heraushebung von

1) H. A. Lorentz, Over de theorie der energie-elementen. Versl. Akad. v. Wetensch. Amsterdam. Febr. 1912.

2) Beispiel: Falls man durch Volumverkleinerung die Frequenzen der Hauptschwingungen eines Spiegelwürfels oder eines Born-Debyeschen Molekül-Gitter-Würfels verändert, deformieren sich die Planckschen Ellipsen in der entsprechenden q, p-Ebene. Entsprechend deformieren sich die „erlaubten" Teilgebiete im $2N$-dimensionalen Phasenraum, dessen Punkte den Totalzustand von N solcher Hauptschwingungen abbilden.

„erlaubten" Teilgebieten bleibt die Gleichung (1) bestehen, sondern nur dann, wenn diese Heraushebung gewissen Beschränkungen unterworfen ist. (Diese sind bei Planck und Debye erfullt.) — Der Anschluß an unsere frühere Behandlungsweise wird durch folgende Bemerkungen hergestellt:

1. Die „Gewichtsfunktion" $G(q,p,a)\,d\tau$ mißt den erlaubten Teil des Phasenelements $d\tau$ im μ-Raum.

2. Dementsprechend mißt die Größe (24) den „erlaubten" Teil des zur Zustandsverteilung φ gehörigen „γ-Zell-Sternes" (vgl. Math. Enc. IV, 29, § 12b).

3. Da unter allen Zustandsverteilungen φ, die mit gegebener Totalenergie E verträglich sind, die „wahrscheinlichste" Verteilung (28) einen erdrückend großen Wert fur (24) auf liefert, so darf man — mit einer bisher immer akzeptierten Vernachlässigung — behaupten: Der „erlaubte" Teil des γ-Volumens aller Gasphasenpunkte, welche mit gegebener Totalenergie E des Gases verträglich sind, wird gemessen durch die Größe (24), falls man in sie statt φ die entsprechende „wahrscheinlichste" Verteilung (28) einsetzt. So rechtfertigt sich die rechte Seite von (34) als Maß fur den Logarithmus der „Wahrscheinlichkeit".

Leiden, Mai 1914.

(Eingegangen 18. Mai 1914.)

Über die elektronentheoretische Auffassung der thermomagnetischen Effekte.

Berichtigung von Hermann Zahn.

Unter obigem Titel habe ich in dieser Zeitschrift[1]) auf eine Schwierigkeit hingewiesen, die der unitarischen Elektronentheorie aus dem Umstande erwächst, daß in vielen Metallen die Vorzeichen des Halleffekts und des Nernstschen thermomagnetischen Effekts nicht korrespondieren. Dabei ist mir bei Besprechung der Gansschen Theorie ein Irrtum untergelaufen, den ich nachstehend berichtigen möchte. Die für den Koeffizienten des Nernsteffekts von mir berechnete Formel

$$Q = \frac{1}{8}\sigma_0 R_0 \frac{\alpha}{3e}(18 + b - b^2)$$

ist nämlich unrichtig, womit die Schlüsse über die Größe b und die damit verknüpfte Gruppierung der Metalle entfallen. Die weiteren Betrachtungen der Arbeit hängen damit nicht zusammen und bleiben von dem Versehen unberührt.

Da ich in meiner Notiz die Beziehung für Q ohne Ableitung angegeben habe, so möchte ich hier kurz auf die Bedingungen bzw. Vereinfachungen hinweisen, unter denen sich Q aus den Gansschen Formeln ergibt. Die vier Ausgangsgleichungen[1]) (43) bis (44') von Herrn Gans stellen für einen Leiter, der sich in einem Magnetfelde befindet, Beziehungen zwischen den Größen j_x, j_y, W_x, W_y, $\mathfrak{E}_x$, $\mathfrak{E}_y$, $\frac{\partial T}{\partial x}$, $\frac{\partial T}{\partial y}$ dar, wo j und W die elektrische und Wärmeströmung messen, $\mathfrak{E}$ und $\frac{\partial T}{\partial x}$, $\frac{\partial T}{\partial y}$ das Potential- und Temperaturgefälle. Die Versuchsanordnung ist so gedacht, daß ohne Feld nur Vorgänge in der Richtung der X-Achse stattfinden; j_y, W_y, $\mathfrak{E}_y$, $\frac{\partial T}{\partial y}$ charakterisieren die im Magnetfelde auftretenden galvanomagnetischen und thermomagnetischen Transversaleffekte. Da erfahrungsgemäß auch Longitudinaleffekte auftreten, besitzen j_x, W_x, $\mathfrak{E}_x$, $\frac{\partial T}{\partial x}$ bei Vorhandensein eines Feldes andere Werte als ohne ein solches.

Herr Gans berechnet für den Fall, daß kein longitudinales Temperaturgefälle besteht, die Koeffizienten des Hall- und Ettingshauseneffekts unter der vereinfachenden Annahme, daß der der Platte etwa zu Meßzwecken entnommene transversale Hallstrom beliebig klein gemacht wird, so daß $j_y = 0$ gesetzt werden kann; ferner wird der transversale Wärmestrom $W_y = 0$ gesetzt. Gegen diese Vereinfachungen bestehen jedenfalls Bedenken prinzipieller Natur. Zunächst ist die Annahme $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$, die z. B. auch Drude macht, unzutreffend, da im Felde ein longitudinales Temperaturgefälle entsteht, auch wenn vorher kein solches bestand; es ist indessen so klein, daß es mit Sicherheit nur bei Wismut nachgewiesen ist. Gegen die Festsetzung, daß $j_y = 0$ sein soll, kann nichts eingewendet werden, denn abgesehen von dem Umstande, daß man es in der Hand hat, $\mathfrak{E}_y$ elektrometrisch oder durch Kompensation zu messen, kann man in den üblichen Versuchsanordnungen zur Messung des Halleffekts jedes Galvanometer in Anbetracht des kleinen Plattenwiderstandes als reinen Spannungsmesser betrachten. Den tatsächlichen Verhältnissen am wenigsten entsprechend ist die Vereinfachung $W_y = 0$. Denn wenn auch der Ettingshauseneffekt sich theoretisch als ein transversales Temperaturgefälle

1) Diese Zeitschr. **14**, 926, 1913.

1) Ann. d. Phys. **20**, 306, 1906.



ohne Wärmestrom darstellt, so ist dies praktisch nicht der Fall. Die Wärmeableitung an dem höher erwärmten Plattenrand durch die Umgebung und die Zufuhr an dem kälteren machen sich dadurch bemerkbar, daß das Zustandekommen dieses Effekts stets längere Zeit in Anspruch nimmt. Es muß daher auch im stationären Zustande in der Platte eine transversale Wärmeströmung zur Deckung der Verluste bestehen. Indessen scheint die theoretisch zulässige Annahme $W_y = 0$ die einzige zu sein, die eine Berechnung der Effekte aus den Gleichungen ermöglicht, während der Ausweg $W_x = 0$ zu setzen, der experimentell plausibler erscheint, nicht auf brauchbare Beziehungen führt.

Im folgenden sollen die Annahmen besprochen werden, unter denen die Koeffizienten für die thermomagnetischen Effekte Q (Nernsteffekt) und S (Leduceffekt) aus den Gleichungen erhalten werden. Die longitudinale elektrische Strömung $\mathfrak{j}_x$ ist selbstverständlich $= 0$ zu setzen, ferner mit gleichem Recht, wie vorhin $\mathfrak{j}_y = 0$. Das longitudinale Temperaturgefälle $\frac{\partial T}{\partial x}$ hat man streng genommen als im Felde gemessen zu betrachten, doch kann man praktisch auch den Wert ohne Feld dafür einsetzen, da eine Beeinflussung des thermischen Leitvermögens nur bei Wismut und den ferromagnetischen Metallen nachgewiesen ist, übrigens im geringeren Maße als für das elektrische Leitvermögen. Durch diese Festsetzungen werden erst die Gleichungen (43) und (43') nutzbar; da aber drei Größen, $\mathfrak{E}_x$, $\mathfrak{E}_y$, $\frac{\partial T}{\partial y}$, als unbekannt auftreten, so gerät man in Schwierigkeiten hinsichtlich einer weiteren Hilfsannahme. Als solche würde sich zunächst $\mathfrak{E}_x = 0$ darbieten, da ja auch $\mathfrak{j}_x = 0$ ist, indessen widerspricht dies der seit F. Kohlrauschs[1]) Vorgange geläufig gewordenen Vorstellung, daß ein Temperaturgefälle in einem Leiter von einem Potentialgefälle begleitet ist oder es wenigstens sein kann. Man muß also eine der Gleichungen (44) und (44') für den longitudinalen oder transversalen Wärmestrom W_x und W_y beiziehen. Rechnerisch am bequemsten ist es, $W_y = 0$ zu setzen, wie es Herr Gans auch für die Berechnung der galvanomagnetischen Effekte getan hat. Damit erhält man

$$S = \frac{7}{8}\sigma_0 R_0; \quad Q = \frac{1}{8}\sigma_0 R_0 \frac{\alpha}{3e}(15 + 7b); \quad \text{(I)}$$

Hierin bedeuten σ_0 und R_0 das elektrische Leitvermögen und den Koeffizienten des Halleffekts im Nullfelde; bei anderen Metallen als Wismut kann man übrigens R_0 mit R identifizieren. $b = 2T\frac{\partial \log N}{\partial T}$ ist eine Zahl, die die Abhängigkeit der Elektronendichte von der Temperatur ausdrückt.

Gegen die Annahme $W_y = 0$ erhebt sich der schon vorstehend geltend gemachte Einwand. Befriedigender ist es vielleicht, von der Tatsache auszugehen, daß das thermische Leitvermögen im Felde praktisch ungeändert bleibt. Man kann daher in der Gleichung (44) für den longitudinalen Wärmestrom W_x die Summe der Glieder, die von der Feldstärke abhängen, $= 0$ setzen, gewinnt so eine neue Gleichung und findet damit

$$\left.\begin{aligned} S &= \sigma_0 R_0; \\ Q &= \frac{\alpha}{3e}\sigma_0 R_0 (2 + b) = \frac{\alpha}{3e} S (2 + b), \end{aligned}\right\} \quad \text{(II)}$$

welche Beziehungen sich von den vorigen übrigens nur wenig unterscheiden.

Es wäre ferner möglich, S und Q strenger auszudrücken, indem man auch die Abhängigkeit der thermischen Leitfähigkeit $\varkappa$ von der Feldstärke $\mathfrak{H}$ berücksichtigte. Man setzt $W_x = -\varkappa\frac{\partial T}{\partial x}$, worin $\varkappa$ etwa durch $\varkappa = \varkappa_0(1 - B\mathfrak{H}^2)$ gegeben sein könnte. Unter Berücksichtigung der Lorentzschen Beziehung $\frac{\varkappa_0}{\sigma_0} = \frac{8}{9}\left(\frac{\alpha}{e}\right)^2 T$ erhält man

$$S = -\frac{8}{7}\frac{B}{\sigma_0 R_0}; \quad Q = \frac{\alpha}{3e}(\sigma_0 R_0 + (b+1)S). \quad \text{(III)}$$

Der Nachteil dieses Verfahrens ist aber der, daß man eine Unbekannte B einführt, für die bisher noch keinerlei Messungen vorliegen. Eine weitere Schwierigkeit ergibt sich daraus, daß, da S und R erfahrungsgemäß immer gleiches Vorzeichen besitzen, B einen negativen Wert erhielte, was bedingte, daß das thermische Leitvermögen im Felde wachsen müßte. Da dies ausgeschlossen ist, muß wohl die Abhängigkeit des thermischen Leitvermögens von der Feldstärke anders darzustellen sein.

Außer den Koeffizienten Q und S, die durch die Auflösung der Gleichungen nach $\mathfrak{E}_y$ und $\frac{\partial T}{\partial y}$ gewonnen werden, erhält man noch die longitudinale Potentialdifferenz $\mathfrak{E}_x$. Nach der zweiten Berechnungsart wird z. B.

$$\mathfrak{E}_x = \frac{\alpha}{3e}\frac{\partial T}{\partial x}(b + 1 - 2\sigma_0 R_0 S\mathfrak{H}^2),$$

somit wäre der durch die Feldwirkung bedingte Anteil, der sich als longitudinaler thermomagne-

1) Pogg. Ann. 156, 601, 1875.

tischer Potentialeffekt äußert, durch die Beziehung gegeben

$$\mathfrak{E}_x' = \frac{2a}{3e} \sigma_0 R_0 S \frac{\partial T}{\partial x} \mathfrak{H}^2.$$

Eine Prüfung dieser Formeln am vorhandenen Beobachtungsmaterial ist wohl nicht möglich, weil die Messungen wegen der Kleinheit der meisten Effekte nicht genügend genau ausgefallen sind. Berechnet man damit übrigens die Zahl b für die verschiedenen Metalle aus den Formeln für Q und S, so wird man zu Werten geführt, die zwischen 0 und —5 liegen, während die Berechnung aus dem Thomsoneffekt für b stets positive Werte um 3 herum ergibt. Aus der Temperaturabhängigkeit des Halleffekts ermittelt, könnte b positiv oder negativ sein, je nach dem Metall.

Dagegen ist zu beachten, daß die aus (I) und (II) sich ergebende Forderung, daß S nahe gleich σR ist, durch die Beobachtungsdaten jedenfalls der Größenordnung nach gut bestätigt wird, wie dies die folgende Tabelle zeigt.

Metall	Ni	Ag	Pd	Cu	Pt	Ir	Zn	Co	Fe	Sb	Te
$\sigma \cdot 10^5$	12	62	3,3	58	7	12,5	17	10	6,7	2,3	$7{,}8 \cdot 10^{-4}$
$R \cdot 10^4$	— 100	— 9	— 9	— 4	— 1,3	+ 3,8	+ 10	+ 16	+ 110	+ 2000	$+ 6 \cdot 10^6$
$R\sigma \cdot 10^8$	— 126	— 55	— 3	— 23	— 1	+ 5	+ 17	+ 16	+ 74	+ 460	+ 468
$S \cdot 10^5$	— 44	— 41	— 3	— 18	— 2	+ 5	+ 13	+ 13	+ 39	+ 200	+ 400

Es ist sogar für viele Metalle $S = \sigma R$, was gleichbedeutend ist mit der Aussage[1]), daß beim Leduceffekt die Isothermen um den gleichen Winkel gedreht werden, wie im gleichstarken Felde die Äquipotentiallinien beim Halleffekt. Würde diese Gleichheit allgemein zutreffen, so wäre die Formel fur Q in (III) mit der in (II) identisch.

Aus den Zahlenwerten folgt noch, daß $\mathfrak{E}_x'$ für die angeführten Metalle stets sehr klein ausfällt, so z. B. für Antimon in einem Felde von 10000 Gauß pro 1 Grad Temperaturgefälle den Betrag von 0,08 Mikrovolt erreicht, für Tellur etwa den doppelten, während es für die übrigen Metalle wesentlich kleiner bleibt. Tatsächlich ist der longitudinale thermomagnetische Effekt nur bei Wismut und einigen Wismut-, Zinn- und Bleilegierungen, sowie bei Eisen und Nickel beobachtet worden. Für Wismut würde die hier gegebene Formel etwa 2 Mikrovolt liefern, während etwa fünfmal so große Werte beobachtet wurden. Es ist indessen zu bemerken, daß für Wismut die Formel nicht gelten kann, da bei der Herleitung gewisse Vernachlässigungen stattfanden, die bei Wismut[2]) nicht mehr zulässig sind. Auch ist der wahre Wert von R_0 bei Wismut unbekannt, derselbe könnte, da R hier in schwachen Feldern beträchtlich zunimmt, wesentlich größer sein als die gewöhnlich angegebenen Werte. Bei den ferromagnetischen Metallen ist die Feldstärke $\mathfrak{H}$ durch die Magnetisierung zu ersetzen; da aber nicht nur die Größe, sondern auch die Richtung des Effekts im Felde wechselt, dürfte es sich hier um einen anderen komplizierteren Effekt handeln, wenn er nicht überhaupt durch transversale Komponenten vorgetäuscht[1]) ist.

1) H. Zahn, Jahrb. d. Radioakt. u. Elektr. **5**, 209, 1908.
2) Vgl. die Fußnote 3 meiner Notiz l. c. S. 926.

Zusammenfassung.

Es werden die vereinfachenden Annahmen diskutiert, mit deren Hilfe die Koeffizienten der thermomagnetischen Effekte aus den Gleichungen der Theorie von Gans zu erhalten sind.

1) Einen Vorzeichenwechsel mit steigender Feldstärke bei Ni, Co findet für den transversalen Effekt A. W. Smith, Phys. Rev. **33**, 295, 1911.

(Eingegangen 27. Mai 1914.)

Charakteristische Erscheinungen bei der Bestrahlung von Rändern mit Röntgenstrahlen. III.[1])

Von J. Laub.

Es mögen im folgenden im Anschluß an meine früheren Notizen einige weitere qualitative[2]) Beobachtungen mitgeteilt werden.

Die Versuchsanordnung war dieselbe wie die in den vorigen Veröffentlichungen beschriebene, die Expositionszeit betrug immer 80 Minuten. Es wurden angewandt Müllersche „Rapidröhren".

Eine Kupferplatte gab das in der Figur 1 erhaltene Bild.

Das Beugungsbild ist nicht wesentlich verschieden von dem, das ein Zinkrand liefert. (Offenbar ist die Struktur des Zinkrandes dieselbe wie des Cu-Randes.)

1) I: diese Zeitschr. **15**, 342, 1914; II: diese Zeitschr. **15**, 622, 1914.
2) Wegen der Verlegung des phys. Instituts in ein anderes Gebaude wird es mir erst später möglich sein, quantitative Beobachtungen vorzunehmen.

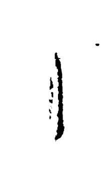


Fig. 1.

Ließ ich die Röntgenstrahlen auf die Kanten einer Holzkohlenplatte fallen, so erhielt ich die Photographie 2.

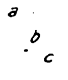


Fig. 2.

Man sieht den durch eine scharfe Linie begrenzten Spalt *a*, der von der direkten Röntgenstrahlung herrührt, dann das Minimum *b* und die Bande *c*.

Eine aus Schwefel gegossene Platte gab nach der Durchstrahlung die Photographie 3. Es sei auf die sehr feinen Linien und ihre scharfe Trennung hingewiesen.

Fig. 3.

In einer früheren Mitteilung wurde von mir bereits darauf hingewiesen, daß auch an den Rändern der Bleiblenden die Röntgenstrahlen abgebeugt werden können. Ich habe jetzt noch einmal das in meinem Bleikasten angebrachte Diaphragma (rundes Loch) schräg bestrahlt und fand dann auf der photographischen Platte 1. den Durchstoßungskreis der Röntgenstrahlen; 2. einen schmalen, sehr schwarzen[1]) scharf begrenzten Ring, 3. einen breiten an den Ring 2 sich anschließenden, scharf begrenzten Ring von schwächerer Intensität. — Daß die Ränder des durch die Primärstrahlen hervorgerufenen Kreises anders geschwärzt sind wie er selbst, ist ja bekannt; man pflegt das einfach den Sekundärstrahlen der Bleiblenden zuzuschreiben. (Allerdings ist die scharfe Begrenzung nach der Auffassung nicht recht verständlich.) Ich möchte mir gestatten, den Ring 2 als das erste und den Ring 3 als zweites Beugungsbild zu betrachten.

Die im letzten Abschnitt beschriebene Erscheinung mahnt zur Vorsicht, wenn man amorphe Körper oder Metallblättchen durchstrahlt.

Die Ringe auf einer photographischen Platte, die ich mit einer Bleiblende, ohne einen Körper vor die Blende zu stellen, erhalten habe, waren alle sehr schön konzentrisch. Nach dem Durchgang der Strahlen durch Glasplatten von 2 bis 3 mm Dicke waren die Ringe kaum zu sehen. (Offenbar werden an Blei nur die weicheren Strahlen abgebeugt. Dadurch, daß man Ränder aus verschiedenem Material bestrahlt, wird es vielleicht möglich sein, eine Art Gitter für die Röntgenstrahlen zu konstruieren.) Bei der Durchstrahlung von Holzkohle waren die Ringe stark deformiert. Diese Deformation ist wahrscheinlich auf die Struktureigenschaft der Kohle zurückzuführen.

Es sei mir gestattet bei der Gelegenheit darauf hinzuweisen, daß die Wiederholung des Flecks, die ich bei der Durchstrahlung von 9 cm dicker Holzkohle erhalten habe, in der Richtung der Fasern stattfand[2]). (Diese Zeitschr. **15**, 140—141, 1914.)

Fassen wir nun die Ergebnisse der in meinen letzten drei Veröffentlichungen beschriebenen Versuche zusammen, so müssen wir sagen, daß sie auf eine sehr regelmäßig geordnete Lagerung der Moleküle an den Rändern hindeuten. Für die Entstehung dieser ausgezeichneten Anisotropie sind folgende Erklärungen möglich.

1) Der Ring 2 macht für das Auge den Eindruck eines viel tieferen Schwarz als der Durchstoßungskreis, das scheint daher zu kommen, daß wegen der starken Überlichtung der primäre Kreis eine grünliche Nuance bekommt.

2) Meine früheren Versuche mit der Holzkohle werden noch einmal ausgeführt werden.

a) Die bereits in dem Körper vorhandenen Mikrokristalle, die aber ursprünglich ganz ungeordnet gelagert sind, erhalten bei der mechanischen Bearbeitung (während des Schneidens) eine Orientierung in der Richtung des Randes;

b) am Rande wirken Kräfte (Randkräfte), die eine anisotrope Lagerung der Moleküle hervorbringen;

c) die Umlagerung der Moleküle wird durch die Bestrahlung hervorgerufen.

Die von den Herren Hupka, Knipping, Keene und dem Verfasser bei der Durchstrahlung von Metallblättchen erhaltenen Resultate stehen im Einklang mit der Erklärung. 1. Die Abbeugung der Strahlen an den Kanten der Holzkohle und des geschmolzenen Schwefels würde für die Erklärung b oder c sprechen. Es ist sehr wichtig zu untersuchen, ob der Randeffekt in der mikrokristallinischen Struktur des Materials seinen Ursprung hat, oder in Grenzkräften, oder durch die Bestrahlung hervorgerufen wird, denn je nach der Entscheidung wird es möglich sein über die Struktur der Körper oder über das Wesen der Kräfte etwas Näheres zu erfahren. Es muß vor allem auch festgestellt werden, ob für das Zustandekommen des Randeffekts es notwendig ist, daß in der Substanz bereits Mikrokristalle vorhanden seien.

Zum Schluß möchte ich noch eine Erscheinung erwähnen, die ich im vorigen September beobachtet und in meiner ersten Mitteilung bereits angedeutet habe. Bei einer längeren Durchstrahlung von Körpern findet man auf der außerhalb des Durchstoßungskreises und der Beugungsbilder sonst gleichmäßig geschwärzten Platte helle Flecke von unregelmäßiger Form. Aber auch in dem von den Primärstrahlen herrührendem Kreis sind sehr helle Flecke vorhanden, als ob in den betreffenden Stellen die Strahlung auf die photographische Platte gar nicht wirken täte. Die Beobachtung wurde mit verschiedenen Röntgenröhren ausgeführt. Ich hatte diese im September nicht veröffentlicht, weil ich noch mit anderen Sorten von Platten experimentieren wollte, was auch geschehen ist. (Ich habe ähnliche Resultate mit Schleußner-Platten und Films bekommen.)

Die Anzahl der hellen Flecke und ihrer Form ändert sich stark mit dem Einfallswinkel der Röntgenstrahlen und der Entfernung der photographischen Platte von dem bestrahlten Körper. Es ist mir nicht gelungen eine eindeutige Reproduktion zu erhalten, d. h. daß ich bei zwei nacheinander gemachten Aufnahmen dasselbe Resultat bekomme. Vielleicht ist die Erscheinung, die möglicherweise auch mit der Struktur des Körpers zusammenhängt, ein Analogon zur „Umkehrung“ in der gewöhnlichen Optik. Das müssen weitere Versuche entscheiden.

Buenos-Aires, Departamento de Fisica del Instituto Nacional del Profesorado Secundario. 19. April 1914.

(Eingegangen 11. Mai 1914.)

Bemerkung zu einer Theorie der natürlichen optischen Drehungsaktivität. (Note on a Theory of the Instrinsic Optical Activity of Rotational Type).

Von G. H. Livens.

Die allgemeine Erklärung der natürlichen optischen Drehungsaktivität auf Grund der elektromagnetischen Lichttheorie bedingt eine passende Abänderung zweiter Ordnung an der Beziehung zwischen der elektrischen Kraft E und der durch diese in dem Medium induzierten Polarisationsintensität P. Nach Drude nimmt man die verallgemeinerte Beziehung für isotrope Medien gewöhnlich in der Form

$$P = aE + b \operatorname{curl} E$$

an. Voigt hat indessen gezeigt[1]), daß, wenn die Gleichungen der Theorie dem Energieprinzip in seiner gewöhnlichen Form entsprechen sollen, eine derartige Beziehung eine Änderung der üblichen Annahme erfordert, nach welcher wir bei allen Anwendungen auf optische Erscheinungen die magnetische Permeabilität mit Sicherheit gleich eins annehmen dürfen. Voigt ersetzt deshalb die Identität zwischen dem Magnetfluß B und der magnetischen Kraft H durch die Beziehung

$$B = H + \frac{b}{ac}\frac{dP}{dt};$$

das ist die Form, die erforderlich ist, um die Unstimmigkeit zu beseitigen; c ist die Geschwindigkeit der Strahlung im leeren Raume. Diese Beziehung führt zu einer Formel für die Drehung der Polarisationsebene, die gerade doppelt so groß ist wie die, welche die unveränderte Theorie liefert.

In einer von Lorentz[2]) angegebenen und von mir[3]) im einzelnen entwickelten Form der Theorie ist das natürliche Drehungsvermögen in irgendeinem Punkte des Mediums eine Folge der besonderen örtlichen Konfiguration der Elektronen und Moleküle ringsum den Punkt,

1) Wied. Ann. **69**, 307, 1899; Gött. Nachr. 1903, S. 155.

2) Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegten Körpern, Leipzig 1906, S. 79, 80.

3) Siehe auch diese Zeitschr. **15**, 385, 1914.

und es wird daher passender durch Hinzufügen eines Gliedes mit curl P ausgedrückt als durch eins mit curl E in der ersten der vorstehenden Gleichungen. Es wird daher angenommen, daß

$$P = aE + b_1 \operatorname{curl} P$$

ist.

Auf den ersten Blick scheint es mit dieser Form der Beziehung unmöglich zu sein, die Beziehung zwischen B und H so umzugestalten, daß die Befriedigung des Energieprinzips gewährleistet wird. Bei sorgfältiger Prüfung findet man aber, daß dies nicht der Fall ist, und man kann tatsächlich die Beziehung mit hinreichender Annäherung auf die von Drude angenommene Form zurückführen. Da nämlich b_1 klein ist, kann man im zweiten Gliede auf der rechten Seite den Näherungswert aE für P setzen und erhält dann, wie bei Drude,

$$P = aE + b \operatorname{curl} E,$$

wo aber jetzt $b = ab$ ist.

Die Theorie läßt sich also in der obigen Weise abändern, und das Ergebnis für das Drehungsvermögen ist gerade doppelt so groß wie das in meinen früheren Mitteilungen angegebene; zu diesen Mitteilungen soll diese Bemerkung als Berichtigung und Ergänzung dienen.

Universität Sheffield, 27. April 1914.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 4. Mai 1914.)

Sauerstoff in der Sonne.

Von K. W. Meißner.

Im vergangenen Jahre haben Runge und Paschen[1]) gezeigt, daß die im Eisenbogen an der Anode auftretenden drei roten Linien mit den Wellenlängen 7772, 7774, 7775 Å.-E. dem Sauerstoff angehören, und damit sichergestellt, daß die entsprechenden drei Fraunhoferschen Linien im Sonnenspektrum nicht Eisen-, sondern Sauerstofflinien sind.

Diese Untersuchungen habe ich mit größerer Dispersion wiederholt, wobei mir ein großes, von Frau Kommerzienrat Hauswaldt gestiftetes Plangitter zur Verfügung stand. Die Aufstellung war folgende: Vom Spalt fiel das Licht auf den $3^1/_4$ m entfernten Brashearschen Hohlspiegel von $6^1/_2$ m Krümmungsradius. Von ihm wurde das Licht parallel auf das Plangitter geworfen, von diesem auf denselben Hohlspiegel zurückgebeugt, der nun unter Zuhilfenahme eines kleinen Planspiegels das Spektrum in der Kamera entwarf. Durch Drehen des Gitters konnte die gewünschte Spektralgegend in die Kamera gebracht werden.

1) C. Runge u. F. Paschen, diese Zeitschr. **14**, 1267, 1913.

Die Platten waren mit Dicyanin von den Höchster Farbwerken sensibilisiert. Da ein möglichst großes Auflösungsvermögen der Platten erwünscht war, so wurden auch sensibilisierte Diapositivplatten verwendet, die bis in die Gegend von 8500 Å.-E. noch gute Resultate geben, von hier ab aber sehr stark abfallen.

Wie Runge und Paschen finde auch ich, daß das Sauerstofftriplett nur an der Anode auftritt und zweifellos an dem äußerst hellen, hier vorhandenen Lichtpunkt. Außerdem tritt aber auch die Grundlinie des anderen im Sauerstoff gefundenen Seriensystems 8446 auf, und zwar genau so, wie das Triplett, nur an der Anode[1]).

Durch möglichst scharfe Justierung des Spektralapparats und unter Anwendung von sensibilisierten Diapositivplatten, gelang es, die Struktur der Linie 8446 festzustellen. Sie ist ein enges Duplett (siehe Abbildung) mit der Schwingungsdifferenz $\Delta\nu = 0{,}555$ ($\Delta\lambda = 0{,}396$ Å.-E.). Nach meinen Aufnahmen könnte es scheinen, daß die stärkere der beiden Linien selbst wieder doppelt wäre, doch fand Herr Professor Paschen im Geißlerrohr mit einem Michelsonschen Echelon, daß es ein Duplett ist mit scharfen Komponenten. Die Breite und Unschärfe, die das Triplett, wie das Duplett im Eisenbogen zeigt, rührt wohl von hoher Temperatur und Dichte im Bogen her.

Auch das Duplett 8446 findet sich nun im Sonnenspektrum vor, und so war es von größtem Interesse, einmal einwandfrei festzustellen, ob diese Sauerstofflinien der Sonne angehören.

Daß das Triplett solaren Ursprungs ist, hat ja schon Jewell[2]) durch Vergleichung der Intensität bei verschiedener Sonnenhöhe mit der Bande A festgestellt. Der einwandfreiere Beweis der Linienverschiebung nach dem Dopplerschen Prinzip ist ihm aber nicht gelungen[3]).

Für eine solche Untersuchung eignete sich die hier angewandte Gitteraufstellung vorzüglich, da ja der Spalt stigmatisch abgebildet wird.

Da der Arbeitsraum ein gegen SSW liegendes Fenster besitzt, so konnte die Sonne immer in der höchsten Stellung benutzt werden. Das Licht

1) Dies wurde in der Arbeit von Runge und Paschen bereits mitgeteilt (Anm. S. 1269).

2) Jewell, Astrophys. Journ. **6**, 456, 1897.

3) Nach Pringsheim, Physik der Sonne, S. 119, könnte man meinen, daß Jewell auch den Beweis der Linienverschiebung erbracht habe. Doch hebt Jewell ja ausdrücklich hervor, daß er ihm nicht gelungen sei.

wurde durch einen kleinen Fueßschen Heliostaten mit Silberspiegel in gehöriger Richtung auf ein Fernrohrobjektiv von 1 m Brennweite geworfen. Die Linse entwarf das Sonnenbild auf dem Spalt, vor dem zur Verhütung einer zu großen Erwärmung eine Blende gesetzt war.

Nun wurde Sorge getragen, daß während der halben Zeit der Exposition die Sonne auf dem oberen, während der anderen auf dem unteren Teil des Spaltes abgebildet wurde, und zwar so, daß Ost- bzw. Westrand auf die Mitte des Spaltes fiel (siehe Fig. 2).

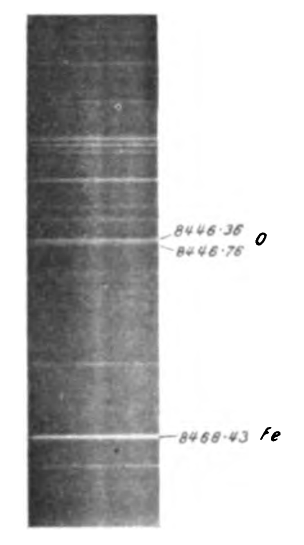


Fig. 1. Sauerstoff-Duplett 8446. Sonnenaufnahme.

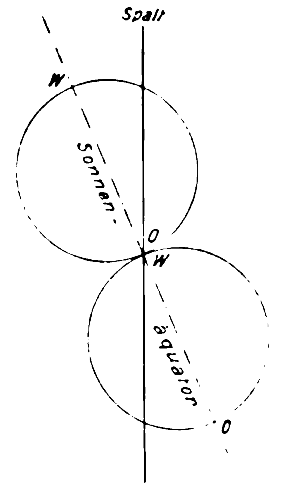


Fig. 2.

So wurde erreicht, daß sich die Spektren des Ost- und Westrandes auf der photographischen Platte berührten. Eine atmosphärische Linie wird also geradlinig durch die Trennungslinie hindurchgehen, während eine Sonnenlinie Verschiebung zeigen muß.

Die Verschiebung wurde mit einem Komparator gemessen, der einen in zwei Teile getrennten Strich zur Einstellung der Linien besitzt. Mit dem einen Strich wurden die Linien des Ostrandes, mit dem anderen die des Westrandes eingestellt. Bei den atmosphärischen Linien mußte also die Ablesung von Ost und West dieselbe sein, bei Sonnenlinien mußte die Verschiebung gemessen werden.

Im folgenden gebe ich als Beispiel einen Auszug aus der Messung einer Platte mit dem Triplett; da die Geschwindigkeit am Sonnenäquator 2 km/sec beträgt, so wäre die zu erwartende Verschiebung 0,10 Å.-E. Daß nur 0,07 Å.-E. gefunden wurden, hat seinen Grund darin, daß die Lage des Äquators an dem kleinen Sonnenbild (8,8 mm Durchmesser) geschätzt werden mußte. Die Messung von 0,07 Å.-E. Verschiebung entspricht einer Beobachtung unter 25° heliographischer Breite.[1])

λ nach Higgs	Komparatorablesungen Ostrand	Westrand	Δ mm	Δλ Å.-E.	Element
7671,9	10,9119	10,9132	+0,0013		atmosphärisch
7676,8	13,0235	13,0249	+ 014		atmosphärisch
7677,8	13,4788	13,4793	+ 005		atmosphärisch
7680,5	14,0018	14,0359	+ 341	0,079	unscharf
7683,1	15,6737	15,6793	+ 055		atmosphärisch
7684,1	16,1208	16,1255	+ 047		atmosphärisch
7691,7	19,4549	19,4745	+ 196	0,046	breit und unscharf
7699,2	22,6230	22,6521	+ 291	0,068	Kalium
7723,4	33,0311	33,0610	+ 299	0,069	
7748,5	43,8004	43,8383	+ 289	0,067	*Fe*
7749,2	44,0793	44,1076	+ 283	0,066	
Sauerstofftriplett	54,0159	54,0460	+ 301	0,070	
	54,9681	54,9976	+ 295	0,068	
	55,5088	55,5405	+ 317	0,073	
7780,9	57,7263	57,7570	+ 307	0,071	*Fe*
7789,2	61,3414	61,3623	+ 209	0,048	unscharf
7797,8	65,0747	65,1057	+ 310	0,072	
7832,3	80,0582	80,0912	+ 330	0,076	*Fe*

Für das Duplett 8446 berechnet sich die Verschiebung zu 0,114 Å.-E.; gefunden wurde der Wert 0,10 Å.-E., sowohl für diese Sauerstofflinie als auch für die benachbarten Eisenlinien.

Zweifellos geht aus diesen Messungen hervor, daß Sauerstoff auf der Sonne vorhanden ist. Zudem findet man, daß die durchschnitt-

1) Die Wellenlängen gebe ich nach Higgs' Sonnenatlas. Die Identifizierung der Sonnenlinien mit denen irdischer Elemente werde ich an einem anderen Orte geben. Doch möchte ich hier schon darauf hinweisen, daß die Kaliumlinie 7699 sehr stark vorhanden ist, während die andere Linie des Paares genau mit einer Bandenlinie zusammenfällt. Durch Anwendung großer Dispersion und Untersuchung des Dopplereffekts müßten aber Kalium- und Bandenlinien getrennt erhalten werden.

liche Verschiebung der Sauerstofflinien gleich ist der der Eisenlinien.

Bei dem gleichen Verhalten der Elemente Sauerstoff, Schwefel und Selen war nun anzunehmen, daß man auch bei diesen unter ähnlichen Bedingungen die Grundlinien der Hauptserie und zweiten Nebenserie erhalten würde.

Für Schwefel habe ich den Versuch ausgeführt. Als Schwefel-Eisenverbindung verwendete ich den sogenannten Schwefelkies, der in kristallinischer Form in der Tübinger Gegend häufig vorkommt. Da er den elektrischen Strom noch gut leitet, so konnte ein größeres Stück als Anode genommen werden, während ein gewöhnlicher Eisenstab als Kathode diente. Der Bogen brennt sehr unruhig und laut zischend; auf der Anode bewegt sich ein blendend weißer Punkt, von dem ein intensiver bläulichweißer Lichtkegel ausgeht, rasch hin und her. Hier geht ohne Zweifel der Dissoziationsprozeß vor sich, und es sollte hier, in Analogie mit Sauerstoff, das Grundtriplett der Hauptserie und der zweiten Nebenserie erscheinen. Tatsächlich trat ein ziemlich starkes Triplett auf, dessen Schwingungsdifferenzen genau mit den von Runge und Paschen[1]) bei den Nebenseriengliedern von Schwefel beobachteten übereinstimmen und welches eine um 450 Å.-E. höhere Wellenlänge aufweist, als die von Dunz[2]) berechnete untere Grenze. Es ist, seiner Stellung im Serienschema entsprechend, umgekehrt gelagert als die übrigen Tripletts der Nebenserien.

Außer diesem Triplett konnte ich andere Schwefellinien nicht finden.

Ob das Schwefeltriplett im Sonnenspektrum vorhanden ist, konnte ich bis jetzt nicht feststellen, da die Linien sich in dieser Gegend so häufen und teilweise eine so große Unschärfe zeigen, daß eine genaue Identifizierung erschwert ist.

Zum Schlusse gebe ich noch meine Wellenlängenbestimmungen. Als Normalen dienten mir (auch im Sonnenspektrum) die von Burns[3]) im internationalen System gemessenen Eisenlinien. Bei Sauerstoff wurde gegen Rot, bei Schwefel gegen II. Ordnung gemessen. (Siehe folgende Tabelle.)

Die Wellenlängen des Schwefeltripletts beanspruchen keine große Genauigkeit. Ich werde das Schwefelspektrum noch mit einem Geißlerrohr erzeugen und werde die genaueren Wellen-

1) Runge u. Paschen, Wied. Ann. **61**, 641, 1897.
2) Dunz, Dissert. Tübingen 1911, S. 20.
3) K. Burns, The arc spectrum of iron. Lick Observatory Bulletin 1913.

	Int.	λ in Sonne (internat. System)	λ im Bogen (internat. System)	ν (im Bogen)	$\Delta\nu$
O Triplett	7	7771,97	7771,98	12866,73	3,65[1])
	6	7774,20	7774,19	12863,08	2,04
	5	7775,42	7775,42	12861,04	
O Duplett	7	8446,36	8446,38	11839,38	0,555[2])
	3	8446,76	8446,78	11838,83	
S Triplett	3	—	9212,80	10854,46	18,07[3])
	2	—	9228,17	10836,39	11,19
	2	—	9237,71	10825,20	

längen an einem anderen Orte mitteilen. Die übrigen Wellenlängen dürften bis auf 0,02 Å.-E. richtig sein, während den Schwingungsdifferenzen des Sauerstoffdupletts und -tripletts naturgemäß größere Genauigkeit zukommt.

Vorliegende Untersuchung wurde von Herrn Prof. Paschen angeregt und unter seiner Leitung ausgeführt.

1) Runge und Paschen (Wied. Ann. **61**, 641, 1897) erhalten als Mittelwerte 3,70 und 2,08.
2) Runge und Paschen (l. c.) geben folgende Linien als doppelt an (mit der schwachen Komponente auf Seiten der kleineren Wellenlängen): 5512,92; 5555,16; 5958,75. Doppelt gemessen ist das Duplett 6046,336 (Int. 2), 6046,504 (Int. 7). Hieraus berechnet sich $\Delta\nu$ zu 0,624. Herr Prof. Paschen bestimmte mit Echelon die Schwingungsdifferenz des Paares bei 7254 zu 0,55, des Dupletts bei 8446 zu 0,56; der mögliche Fehler beträgt 2 Proz. — Das Duplett bei 8446 ist umgekehrt gelagert (Begleiter nach größeren Wellenlängen hin). Dies ist ein Beweis dafür, daß das Duplett zu den vorhin genannten Linien als Grundlinie gehört, wie es von Paschen eingeordnet ist. (F. Paschen, Ann. d. Phys. **27**, 562, 1908.)
3) Runge und Paschen (l. c.) geben 18,15 und 11,13.

Tübingen, Physikal. Institut, Mai 1914.

(Eingegangen 3. Juni 1914.)

Über die magnetochemischen Erscheinungen.

Von A. Sčukarev (Schükarew).

(Vorläufige Mitteilung.)

1. Chemische Polarisation.

Zufälligerweise habe ich folgende Erscheinung beobachtet: Zwei im elektrischen Sinne genau gleiche Platinplatten waren in das reagierende Gemisch von $^{1}/_{20}$ nl $FeCl_3$-Lösung und $^{1}/_{10}$ nl KJ-Lösung eingesenkt und mit dem Galvanometer in Verbindung gebracht. Das Galvanometer zeigte einen Strom, welcher sich mit dem Verlauf der Reaktion verkleinerte. Die Kurve 1 stellt diesen Strom dar.

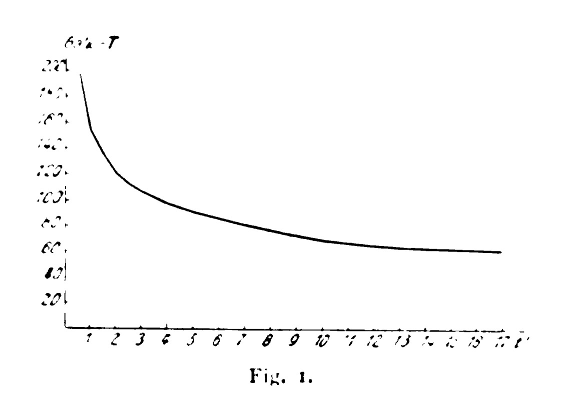


Fig. 1.

Viele andere Reaktionen geben einen analogen Strom, welcher von dem Umrühren der Flüssigkeit unabhängig ist und die Richtung von der größeren zur kleineren Platinplatte (wenn diese nicht ganz gleich genommen sind) hat.

Den Ort der Polarisation muß man im reagierenden Mittel sehen, da man die Platten während der Reaktion aus der Lösung herausziehen und sich nach Auswaschen von ihrer vollen elektrischen Gleichheit durch Eintauchen in die K_2SO_4-Lösung überzeugen kann. Nochmaliges Eintauchen der Platten in das reagierende Gemisch liefert wiederum den Strom.

2. Magnetochemischer Effekt.

Nimmt man zwei gleiche, parallel gestellte Platinplatten (1×2 cm), taucht sie in das reagierende Gemisch von $^1/_{20}$ nl $FeCl_3$- + $^1/_{10}$ nl KJ-Lösung, stellt das Gefäßchen mit den Platten zwischen die Pole eines starken Elektromagneten so, daß die Platten den Kraftlinien parallel und zur Zentrallinie möglichst symmetrisch sind, und schließt man den Strom des Elektromagneten, wenn der Strom der chemischen Polarisation ziemlich abgeklungen ist und das Galvanometer sich nur noch langsam bewegt, so beobachtet man nur einen kurzen Induktionsstrom, der schnell verschwindet. Das Feld übt keinen Einfluß auf den Strom der chemischen Polarisation aus.

Anders ist die Sache, wenn man die Platten nicht ganz symmetrisch gegen die Zentrallinie des Feldes stellt. Das Feld verursacht dann einen neuen Polarisationsstrom, der sich mit dem Strom der chemischen Polarisation summiert. Dieser letztere Strom hat die Richtung von der Platte, welche sich in stärkeren Teilen des Feldes befindet, zu der, die im schwächeren steht.

Die Verschiebung des Gefäßchens senkrecht zu den Kraftlinien kehrt den Strom der Magnetopolarisation um, wie es die Kurve 2 darstellt.

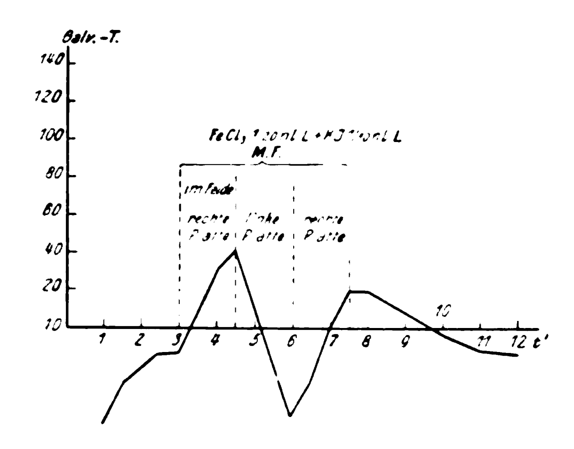


Fig. 2.

Stellt man die Platinplatten senkrecht zu den Kraftlinien, so beobachtet man keine Magnetopolarisation.

Die Änderung der Richtung des Feldes ist ohne Einfluß auf die Richtung des Magnetoeffekts (siehe Kurve 3).

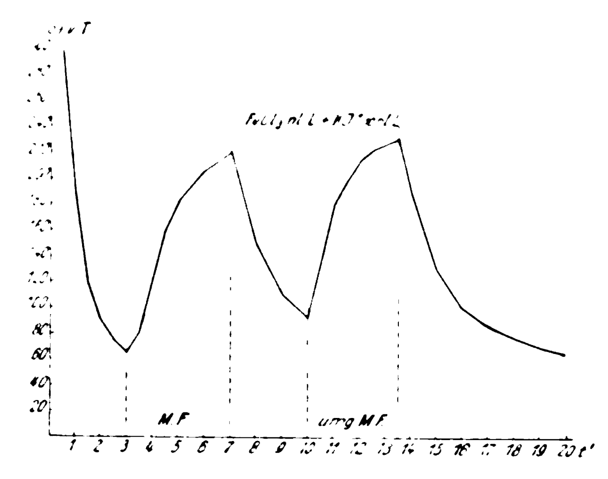


Fig. 3.

Um konstante Richtung des Magnetoeffekts zu haben, war in den folgenden Versuchen die rechte Platte parallel zu den Kraftlinien, die linke senkrecht zu denselben gestellt. Um außerdem die Richtung der chemischen Polarisation konstant zu halten, war die zweite Platte dreimal kleiner als die erste gewählt.

Folgende Reaktionen geben den Magnetoeffekt:

1. $^1/_{20}$ nl $FeCl_3$- + $^1/_{10}$ nl KJ-Lösungen, gleiche Teile.

Die Ablenkung des Galvanometers beträgt 60 Teile (1 Teil = $2 \cdot 10^{-8}$ Amp.; Galvanometerwiderstand 100 Ohm, Zusatzwiderstand 900 Ohm).

2. 2,5 ccm $^1/_2$ nl $CrO_3 + 2{,}5$ ccm $^1/_2$ nl $H_2SO_4 + 5$ ccm $^1/_1$ nl KJ.
3. $^1/_{10}$ nl VCl_4-Lösung + $^1/_1$ nl KJ, gleiche Teile.

Obwohl die Reaktionen

1. $^1/_{10}$ nl $FeCl_3 + ^1/_{20}$ nl $SnCl_2$, gleiche Teile,
2. 5 ccm $^1/_{20}$ nl $FeCl_3 + 5$ ccm $^1/_{10}$ nl KJ + $^1/_{10}$ nl 5 ccm $Na_2S_2O_3$-Lösung

ebenso $FeCl_3$ enthalten, geben sie keinen Magnetoeffekt.

Der Effekt ist also nicht eine Folge der paramagnetischen Eigenschaft des $FeCl_3$. Er ist ebenso keine Folge der Jodabscheidung, da die Reaktionen

3. 5 ccm $^1/_{10}$ nl $KJ + 5$ ccm $^1/_{10}$ nl H_2SO_4 + 5 ccm 10prozent. Lösung H_2O_2,
4. $^1/_4$ nl $K_2S_2O_8 + ^1/_1$ nl KJ, gleiche Teile,

keine Magnetopolarisation liefern.

Es scheint, daß der Effekt sich nur bei den Reaktionen einstellt, bei welchen eine Valenzverkleinerung stattfindet.

3. Magnetochemischer Effekt bei der Elektrolyse.

Einen besonders starken Magnetoeffekt beobachtete ich bei den Reaktionen, welche an den Elektroden bei der Elektrolyse stattfinden. Fig. 4 gibt die Ansicht des Gefäßchens, welches

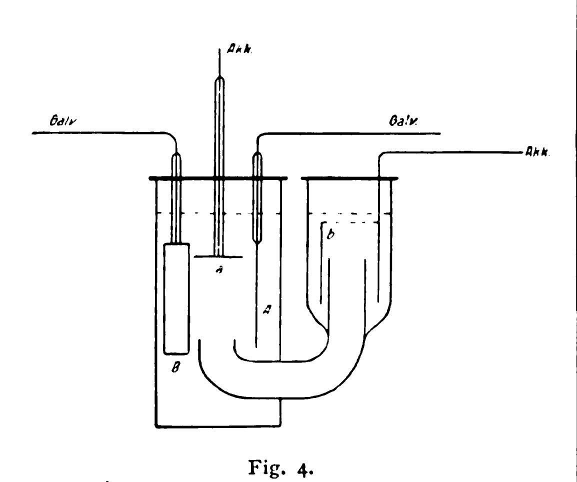


Fig. 4.

bei diesen Versuchen gebraucht wurde. Die Platinplatten, welche mit dem Galvanometer verbunden sind (Galv.), können gekreuzt oder parallel gestellt werden. Eine von ihnen muß parallel den Feldlinien sein. Die senkrechte Stellung der beiden Platten gibt keinen Effekt. Die horizontale Elektrode (Akk) ist mit einer Batterie von zwei Akkumulatoren verbunden. Die zweite Elektrode ist in einem Seitengefäß angebracht. Die erste Elektrode stellt man in das Magnetfeld; sie kann sowohl positiv, als auch negativ gemacht werden. Die Stärke des Magnetfeldes war annähernd 3500 Gauß pro qcm angenommen. Der elektrolytische Strom schwankte von 0,001 an bis 0,002 Amp. Dieser Strom bleibt, wie die Beobachtungen zeigen, minutenlang (bis 10 Min.) ohne Einfluß auf die mit dem Galvanometer verbundenen vertikalen Platinplatten.

Die Beobachtungen sind folgenderweise ausgeführt: Man füllt das Gefäßchen mit der 10prozent. Lösung eines Salzes, stellt es zwischen die Pole des Elektromagneten, verbindet die vertikale Platinplatte mit dem Galvanometer, schließt den Akkumulatorstrom und wartet 2 bis 3 Minuten, indem man das Galvanometer beobachtet, welches fast unbeweglich bleibt. Dann schließt man den Strom des Elektromagneten, beobachtet den kurzen Induktionsstrom, nach dessen Beendigung das Galvanometer entweder wieder unbeweglich bleibt, oder sich erst langsam, dann schnell in bestimmter Richtung bewegt. Im letzteren Falle hat man den Magnetoeffekt. Er erinnert an den Halleffekt, aber unterscheidet sich von diesem dadurch, daß er nicht in allen Fällen bei der Elektrolyse eintritt, sondern nur dann, wenn die eine Elektrode des elektrolytischen Stromes im Felde steht. Zieht man sie aus dem Felde, so beobachtet man keinen Magnetoeffekt. Dieser ist also von dem Halleffekt verschieden.

Die Stärke des Effekts variiert in weiten Grenzen mit der Natur des angenommenen Elektrolyten (bis 300 Skalenteilungen), ebenso seine Richtung; letztere ist von der Richtung des Feldes abhängig, aber nicht in allen Fällen. Die Richtung des Feldes auf den Beobachter zu will ich als normal, und die Richtung des Stromes des Magnetoeffekts von der rechten Platte zur linken als positiv rechnen. Folgende Tabelle gibt die Resultate dieser Beobachtungen, welche alle bis jetzt nur qualitativen Charakter haben.

Alle diese Effekte wenden sich bei Umkehrung der Richtung des Feldes um.

Eine starke Drehung der Elektrode, welche den elektrolytischen Strom zuführt, vernichtet den Effekt.

Umgibt man diese Elektrode mit einem Zylinder aus Papier, so verschwindet der Effekt im Falle der $BaCl_2$-Lösung (Cl-Ion) und wird verkleinert bei CdJ_2-Lösung (J-Ion). Geglühtes Asbestpapier vernichtet den Effekt bei $BaCl_2$ und bleibt ohne Einfluß bei CdJ_2-Lösung (J-Ion). Die Richtung des elektrolytischen Stromes (nach unten oder nach oben) bleibt ohne Einfluß auf

Zweimal + oder zweimal — bedeutet sehr starken Magnetoeffekt.

Ion	Aus den Losungen von	Magnetoeffekt	Ion	Aus den Losungen von	Magnetoeffekt	Ion	Aus den Losungen von	Magnetoeffekt
OH	KOH	o	Cl	$FeCl_2$	— —	$K^{\cdot}$	$KClO_4$	—
"	$Ba(OH)_2$	o	"	$ZnCl_2$	— —	"	$KClO_3$	— —
NO_3	KNO_3	o	"	$LiCl$	— —	"	KCN	o
"	HNO_3	o	"	$MgCl_2$	— —	Na	$NaCl$	—
SO_3	Na_2SO_3	o	"	$CaCl_2$	— —	"	Na_2S	o
CH_3CO_2	CH_3CO_2H	o	"	NH_4Cl	—	NH_4	NH_4Cl	— schwach
S	NaS_2	o	"	$MnCl_2$	+	Li	$LiCl$	+
CN	KCN	o	"	$SnCl_4$	+ +	Cs	$CsCl$	—
S_2O_8	$K_2S_2O_8$	o	"	$CsCl$	+ +	Rb	KCl	—
ClO_4	$KClO_4$	o	"	$RbCl$	+ +	Mg	$MgCl_2$	+
SO_4	K_2SO_4	o	"	$BaCl_2$	+ +	Ca	$CaCl_2$	o
"	$ZnSO$	o	"	$SnCl_2$	o	Ba	$BaCl_2$	+
"	H_2SO_4	o	"	$BaCl_2$ + Allylalkohol	o	"	$Ba(OH)_2$	+ schwach
"	$FeSO_4$	— —				Zn	$ZnSO_4$	+ schwach
ClO_3	$KClO_3$	—	H	HCl	— schwach	Fe	$FeCl_2$	o
JO_3	KJO_3	—	"	H_2SO_4	—	"	$FeSO_4$	+ schwach
JO_4	KJO_4	+	"	HNO_3	—	$Fe^{\cdot\cdot\cdot}$	$FeCl_3$	+, dann —
J	KJ	— schwach	"	CH_3CO_2H	—	$Sn^{\cdot\cdot\cdot\cdot}$	$SnCl_4$	+
"	FeJ_2	— —	$K^{\cdot}$	KOH	—	$Sn^{\cdot\cdot}$	$SnCl_2$	o
Cl	$FeCl_3$	— schwach	"	K_2SO_4	—			
"	$NaCl$	—	"	KNO_2	— schwach			

die Richtung des Magnetoeffekts, solange dieselbe Elektrode im Felde bleibt.

Charkow (Rußland).

(Eingegangen 17. Mai 1914.)

Zur Thermodynamik von Systemen mit nicht additiver Entropie.

Von Paul S. Epstein.

§ 1. In dieser Zeitschrift hat vor kurzem Herr M. Born[1]) ein zweiphasiges System von besonderen Eigenschaften einer zum Teil thermodynamischen Betrachtung unterzogen. Der charakteristische Zug des Bornschen Beispiels, welcher dasselbe von den üblichen Systemen der Thermodynamik unterscheidet, besteht darin, daß die beiden Phasen desselben im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung abhängig voneinander sind, weshalb sich auch ihre Entropien nicht additiv verhalten[2]). Damit ist ein höchst interessantes Problem angeschnitten, welches wir in dieser Mitteilung etwas weiter verfolgen wollen. Es zeigt sich, daß die thermodynamischen Verhaltnisse derartiger Systeme sich von den uns gewohnten erheblich unterscheiden. So haben zum Beispiel zwei Systeme mit nicht additiver Entropie, auch wenn sie sich im thermischen Gleichgewicht befinden, verschiedene Temperaturen. Neben dem Bornschen Fall bilden die von Herrn v. Laue[1]) untersuchten kohärenten Strahlenbündel ein Beispiel solcher Systeme, wir gehen auf dasselbe in § 4 dieser Mitteilung ein.

§ 2. Der Zweck, welchen wir verfolgen, ist, die Rolle der Temperatur als Zustandsgröße bei dem Gleichgewicht thermodynamischer Systeme näher zu untersuchen. Es ist daher klar, daß wir keine Definition der Temperatur verwenden können, welche direkt oder indirekt auf der Betrachtung von Gleichgewichtszuständen basiert. Wir benutzen vielmehr die in einigen Darstellungen der Thermodynamik gegebene Definition der Temperatur als Differentialquotient aus Wärmemenge und Entropie

$$\frac{dQ}{dS} = T.$$

Am schönsten und konsequentesten ist dieser Standpunkt in einer in physikalischen Kreisen viel zu wenig bekannten Arbeit von Herrn C. Carathéodory[2]), „Über die Grundlagen der Thermodynamik" durchgeführt, deren Inhalt ich hier kurz skizzieren möchte. Der Verfasser benutzt den ersten Hauptsatz in der gewöhnlichen Formulierung, gibt dagegen dem zweiten die folgende Fassung:

„In jeder beliebigen Umgebung eines willkürlich gegebenen Anfangszustandes

1) M. Born, diese Zeitschr. 15, 185, 1914.

2) Wir wollen auf die Einzelheiten des Bornschen Zweiphasensystems und seine Bedeutung für die Berechnung der spezifischen Wärmen nach Debye nicht eingehen, um so weniger, als inzwischen Herr Debye selbst Stellung zu dieser Frage genommen hat (siehe P. Debye und J. Kern, diese Zeitschr. 15, 400, 1914). Wir knüpfen lediglich an die thermodynamischen Erörterungen in § 4 der zitierten Abhandlung von Herrn Born an.

1) M. v. Laue, Ann. d. Phys. 20, 365, 1906.

2) C. Carathéodory, Math. Ann. 67, 355, 1909.

gibt es Zustände, die durch adiabatische Zustandsänderungen nicht beliebig approximiert werden können".

Außer den Hauptsätzen in dieser Form nimmt Herr Carathéodory eine möglichst genaue Definition der Eigenschaften von Systemen zu Hilfe, mit denen man reversible Prozesse ausführen kann (Eigenschaften, welche in der gewöhnlichen Darstellung meistens stillschweigend vorausgesetzt werden), und kann dann den folgenden Satz beweisen:

„Es sei einem System auf reversiblem Wege die Wärmemenge dQ zugeführt. Als Funktion der Zustandsparameter besitzt der Ausdruck dQ stets einen integrierenden Faktor $\frac{1}{T}$, welcher ihn zu einem exakten Differential dS macht."

$$\frac{dQ}{T} = dS. \qquad (1)$$

Der große Vorteil dieser Betrachtungsweise für unsere Zwecke besteht darin, daß hier der Temperaturbegriff eingeführt ist, ohne daß wir seine Rolle bei dem Gleichgewicht zweier Systeme kennen. Diese Rolle wollen wir ja erst nachträglich untersuchen.

§ 3. Jetzt besitzen wir bereits die Mittel für unsere Untersuchung. Wir denken uns ein System Σ aus zwei in thermischem Gleichgewicht befindlichen Teilsystemen Σ_1 und Σ_2 bestehend. Es werde Σ auf reversiblem Wege die Wärmemenge dQ zugeführt, und es möge davon dQ_1 auf Σ_1 und dQ_2 auf Σ_2 entfallen. Nach dem ersten Hauptsatz gilt

$$dQ = dQ_1 + dQ_2,$$

und nach (1)

$$T\,dS = T_1\,dS_1 + T_2\,dS_2. \qquad (2)$$

Nun sind zwei Fälle möglich: entweder verhalten sich die Entropien additiv

a) $$dS = dS_1 + dS_2,$$

oder dies ist nicht der Fall

$$S = \varphi(S_1, S_2)$$

und

b) $$dS = \frac{\partial \varphi}{\partial S_1} dS_1 + \frac{\partial \varphi}{\partial S_2} dS_2.$$

Man sieht sofort, daß Gleichheit der Temperaturen

$$T = T_1 = T_2$$

nur mit der Voraussetzung a) verträglich ist.

Die eigentlichen Gleichgewichtsbedingungen erhalten wir, wenn wir mit Gibbs[1]) uns das Gesamtsystem von einer starren, adiabatischen Hülle umschlossen denken, so daß dauernd $dS = 0$ und $dv = 0$ ist, und dann nach dem Minimum der inneren Energie fragen. Es folgt als Gleichgewichtsbedingung, unter v das Volumen und unter p der Druck verstanden,

$$T_1\,dS_1 - p_1\,dv_1 + T_2\,dS_2 - p_2\,dv_2 = 0. \qquad (3)$$

Es ist in jedem Fall

$$dv_1 + dv_2 = 0,$$

daher

$$p_1 = p_2.$$

Dagegen sind für das Verhalten der Temperatur die beiden obigen Fälle zu unterscheiden:

a) additive Entropie

$$dS_1 + dS_2 = 0, \quad T_1 = T_2, \qquad (4)$$

das ist der von Gibbs allein betrachtete Fall,

b) nicht additive Entropie

$$\frac{\partial \varphi}{\partial S_1} dS_1 + \frac{\partial \varphi}{\partial S_2} dS_2 = 0, \quad T_1 \neq T_2. \qquad (5)$$

Zwei Systeme mit nicht additiven Entropien haben verschiedene Temperaturen, wenn sie sich untereinander im thermischen Gleichgewicht befinden. Herr Born[1]) hat diesen Umstand nicht berücksichtigt, und insofern sind seine Betrachtungen nicht ganz korrekt.

§ 4. Wir wollen jetzt noch auf den Fall kohärenter Strahlenbündel eingehen; es handelt sich hier nicht um thermodynamisches Gleichgewicht, jedoch bleiben die Erörterungen des § 3 anwendbar. Herr v. Laue[2]) hat gezeigt, daß die Planckschen Ausdrücke für die Entropie von Strahlenbündeln sich nicht additiv verhalten. Wir stellen nun die Frage, ob wir dies Resultat auf Grund unserer allgemeinen Betrachtungen hätten voraussehen können. Die Antwort lautet bejahend, wie wir gleich sehen werden.

Bekanntlich[3]) drückt sich die Energie eines polarisierten monochromatischen Strahlenbündels, welche in der Zeit dt durch das Flächenelement $d\sigma$ in der Richtung des Elementarkegels $d\Omega$ hindurchgestrahlt wird, so aus

$$n^2\,d\sigma\,dt\cos\theta\,d\Omega\,d\nu\,K,$$

wo θ der Winkel zwischen der Achse von $d\Omega$ und der Normalen zu $d\sigma$ ist, $d\nu$ die spektrale Breite des Bündels, und n der Brechungsexponent

1) J. W. Gibbs, Thermodynamische Studien, S. 78. Deutsch von W. Ostwald, Leipzig 1892.

1) M. Born, l. c.
2) M. v. Laue, l. c.
3) M. Planck, Theorie der Wärmestrahlung, §§ 15, 98, 100, 162. Leipzig 1906.

des betreffenden Mediums. K ist die spezifische Intensität des Strahlenbündels.

Wir lassen nun das Strahlenbündel sich an der Trennungsfläche zweier Medien durch Reflexion und Brechung in zwei Bündel spalten. Da dieser Vorgang ohne Arbeitsleistung vor sich geht, da ferner ν (und daher auch $d\nu$) dabei konstant bleibt, ebenso wie nach dem Sinussatz $n^2 d\sigma dt \cos\theta d\Omega$, so ist nach dem Energiesatz

$$K = K_B + K_R, \tag{6}$$

wenn wir durch die Indizes B und R den gebrochenen bzw. reflektierten Strahl kennzeichnen. Ganz analog gilt für die Entropiestrahlung der Ausdruck

$$n^2 d\sigma dt \cos\theta d\Omega d\nu L,$$

die Größe L wird die „spezifische Intensität der Entropiestrahlung" genannt. Bei festgehaltener Schwingungszahl ν ist L eine Funktion von K allein

$$L = \varphi(K), \tag{7}$$

und die Temperatur des Strahlenbündels ergibt sich aus der Beziehung

$$\frac{dL}{dK} = \frac{1}{T}. \tag{8}$$

Um zu erkennen, daß die Größen L nicht additiv sein können, brauchen wir von der Funktion φ (7) nur zu wissen, daß der Zustand, den sie darstellt, kein instabiler ist. Die Stabilitätsbedingung lautet bekanntlich[1])

$$\frac{dT}{dL} > 0,$$

oder nach (8)

$$\frac{dT}{dK} > 0.$$

[1]) Siehe P. **Ehrenfest**, Zeitschr. f. phys. Chem. **77**, 227, 1911.

Diese Bedingung drückt aus, daß die Temperatur des Strahlenbündels steigt, wenn ihm Energie zugeführt wird. Dem größeren K entspricht auch das größere T, daher ist die Temperatur des einfallenden Strahls größer als die des reflektierten und gebrochenen:

$$T > T_R, \quad T > T_B. \tag{9}$$

Nach (6) haben wir ferner

$$dK = dK_R + dK_B,$$

und nach (8)

$$T dL = T_R dL_R + T_B dL_B.$$

Wollten wir nun annehmen, daß sich die Entropien (daher auch L) additiv verhalten ($dL = dL_B + dL_R$), so würde folgen

$$\frac{T - T_R}{T - T_B} = -\frac{dL_B}{dL_R},$$

was nach (9) unmöglich ist, da dL_B und dL_R offenbar dasselbe Vorzeichen haben müssen. Wir haben also bewiesen, daß die Entropien kohärenter Strahlenbündel nicht additiv sein können.

Wenn also Herr v. **Laue** sagt, daß „die eigentliche Thermodynamik nicht imstande ist, zu entscheiden, ob das Additionstheorem (die Entropie) oder das Entropieprinzip aufzugeben ist", so können wir uns nach den obigen Ausführungen dieser Meinung nicht anschließen. Es ist aber nicht zu leugnen, daß wir das Wesen der Sache viel besser vom Standpunkt des **Boltzmann**schen Prinzips erfassen können, indem wir mit v. **Laue** sagen: „Kohärente Strahlen sind keine im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung unabhängigen Systeme".

München, Mai 1914.

(Eingegangen 27. Mai 1914.)

BESPRECHUNGEN.

W. Crookes, Strahlende Materie oder der vierte Aggregatzustand. Vortrag. Fünfter, unveränderter Neudruck. gr. 8. 38 S. mit 21 Figuren. Leipzig, Johann Ambrosius Barth. 1912. M. 1.50.

In unveränderter Form liegt der berühmte Vortrag aus dem Jahre 1879 des genialen englischen Forschers wieder vor, und noch immer übt er auf den Leser seinen Zauber aus. Wegen der Einführung des Begriffes eines vierten Aggregatzustandes hat man Crookes namentlich bei uns häufig einen Phantasten genannt, aber im Grunde hat er recht. Ein Gas im hochverdünnten Zustand, dessen freie Weglänge vergleichbar mit den Dimensionen seines Gefäßes ist, weicht in seinen Eigenschaften, wie Druckausgleich, Wärmeleitung usw., so wesentlich von einem normalen Gase ab, daß man dasselbe mit Recht als in einem neuen Aggregatzustand befindlich bezeichnen darf. Und gerade die große Weglänge, die auch die Geradlinigkeit der elektrischen materiellen Strahlen bedingt, stellt Crookes in klarer Weise bei seiner Definition in den Vorder-

grund. Und ist nicht tatsächlich die Massenträgheit der Elektronen, die bei den Entladungserscheinungen eine so große Rolle spielt, ein „Grenzgebiet, wo Materie und Kraft ineinander überzugehen scheinen"? So liest sich der Vortrag, der auch die erste Idee der Stoßionisation enthält, trotz der beschriebenen nunmehr altbekannten Experimente, immer noch wie neu und erfrischend. Reinganum.

Max B. Weinstein, Die Physik der bewegten Materie und die Relativitätstheorie. gr. 8. XII u. 424 S. mit 13 Textfiguren. Leipzig, Johann Ambrosius Barth. 1913. Geh. M. 17.—, geb. M. 19.—.

Der Umfang des Buches zeugt von dem Streben des Verfassers, einen vollständigen Überblick über die Entwicklung der Elektrodynamik bewegter Körper zu geben; er beruht aber auch auf der außerordentlichen Ausführlichkeit und Breite der Darstellung. Gewiß ist es sehr zu begrüßen, wenn der Zugang zu einem neuen Gebiete durch breite, bequeme Straßen erleichtert wird; nur fürchte ich, daß in diesem Falle des Guten zu viel getan ist. Der Leser muß vor der gewaltigen Menge und Länge der Formeln zurückschrecken. Dieser didaktische Einwand wäre nicht schwerwiegend, wenn er nicht mit einem sachlichen eng verknüpft wäre. Um diesen darzulegen, muß ich einiges über den Inhalt des Buches vorausschicken. Dieser zerfällt in zwei Teile; der erste Teil behandelt die elektrodynamischen Theorien, der zweite das eigentliche Relativitätsprinzip. Doch sind beide Teile sehr eng miteinander verknüpft; es findet sich z. B. Minkowskis Elektrodynamik bewegter Körper schon im ersten Teil, während der zweite Teil die allgemeinen Untersuchungen Minkowskis über das Relativitätsprinzip bringt. Das Buch ist nun besonders dadurch charakterisiert, daß der Verfasser die Theorie Minkowskis der Lorentz-Einsteinschen als prinzipiell verschieden gegenüberstellt; er bekennt sich dabei selbst als Anhänger von Minkowskis Auffassung. Ob eine solche Unterscheidung im Sinne Minkowskis wäre, möchte ich nicht weiter verfolgen; ganz gewiß aber ist die Darstellung von Minkowskis Lehre seinem Geiste entgegen. Der Verfasser sagt von dieser in der Einleitung, daß Minkowski der Theorie „in seiner prägnanten Kürze eine unsäglich schwer zu verstehende mathematische Form gegeben habe". Ich habe in Minkowskis Worten und Schriften immer das Streben gesehen, für die Darstellung seiner Gedanken diejenige Form zu finden, die der Sache am besten entsprach. Er hat auf seine Darstellung vielleicht ebenso viel Wert gelegt, wie auf ihren Inhalt. Darum glaube ich nicht, daß der Zugang zu seiner Gedankenwelt erleichtert wird, wenn sie von einer ungeheuren Fülle von Formeln überschüttet wird. Man vergleiche etwa Minkowskis geometrisch durchsichtige Darstellung der Lorentztransformation mit Weinsteins Formelhaufen auf Seite 300ff. Die Anschauungen Weinsteins über die Stellung der verschiedenen Theorien zueinander und über den Erkenntniswert des Relativitätsprinzips überhaupt finden sich an vielen, über das ganze Buch verstreuten Stellen; darum ist es schwer sie in Kürze wiederzugeben. Man kann ja auch über diese allgemeinen Fragen verschiedener Ansicht sein. Sachliche Einwände habe ich gegen manche Punkte zu erheben; so ist es mir z. B. nicht gelungen, Weinsteins Darstellung des Michelsonschen Versuches zu verstehen. Während man allgemein die von Michelson beobachtete Interferenzerscheinung als „Ringe gleicher Neigung" auffaßt, deren Zustandekommen durch die Konvergenz des benutzten Lichtbündels ohne weiteres einleuchtet, erklärt Weinstein das Zustandekommen der Interferenzerscheinung selbst für unverständlich; und doch kann man sie in jedem physikalischen Laboratorium am Interferometer betrachten. Die geschilderte Art und der große Umfang des Buches macht es wohl überflüssig, es in positivem oder negativem Sinne zu empfehlen. M. Born.

Die Theorie der Strahlung und der Quanten. Verhandlungen auf einer von E. Solvay einberufenen Zusammenkunft (30. Okt. bis 3. Nov. 1911). Mit einem Anhange in deutscher Sprache herausgegeben von A. Eucken. (Aus den Abhandlungen der Deutschen Bunsen-Gesellschaft, 3. Bd.) Mit 24 Abbildungen im Text. gr. 8. XIII u. 405 S. Halle a. S., Wilhelm Knapp, 1914. Geh. M. 15,60.

Über das französische Original dieses Buches ist bereits berichtet worden. (Diese Zeitschr. **15**, 166, 1914.) Die Veröffentlichung der deutschen Ausgabe hat sich um fast zwei Jahre verzögert. Daher ist der von A. Eucken bearbeitete Anhang, der die Entwicklung der Quantentheorie in dieser Zeit darstellt, sehr willkommen. Man entnimmt diesem klar geschriebenen Berichte, daß die Quantentheorie sich bei allen Anwendungen auf die verschiedenen Gebiete zu bewähren scheint. — Das Buch hat durch die aufgenommenen Diskussionen denselben Reiz wie die französische Ausgabe. M. Born.

Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik und Meteorologie. 10. umgearbeitete und verbesserte Auflage. 4. Band: Magnetismus und Elektrizität, von W. Kaufmann, A. Coehn A. Nippoldt; 2. Abteilung, 5. Buch. gr. 8. VIII u. S. 623—976 mit 412 Abbildungen. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1912. M. 9.—

Die vorliegende Fortsetzung des Werkes von der Hand W. Kaufmanns, die wie der frühere Teil eine völlige Neubearbeitung darstellt, enthält die Kapitel: 8. Elektromagnetismus und Elektrodynamik, 9. Induktionsströme, 10. Gleichstromtechnik (Erzeugung, Fortleitung und Verwendung des elektrischen Stromes im Großbetrieb), 11. A. Wechselstrom, B. Elektrische Schwingungen, C. Drahtlose Telegraphie und Telephonie. Die neuen Kapitel zeigen dieselben großen Vorzüge wie die früheren, die klare, sorgfältige, auf die Quellen zurückgreifende Darstellung, die gelegentlich die Grundgedanken der bedeutendsten Neuerungen mit den eigenen Worten der Autoren wiedergibt. Auch in diesem Buche finden sich für alle wesentlichen Versuche die zahlenmäßigen Angaben der vom Verfasser wiederholten Experimente, deren eingehende Angaben für Demonstrationsversuche wertvoll sind. Die in den Lehrbüchern gewöhnlich fehlende Theorie des Induktionsapparates ist in den Grundzügen dargelegt. Sehr übersichtlich und klar ist ferner das Kapitel 10 „Gleichstromtechnik", in dem unter Beschränkung auf die physikalischen Prinzipien derselben in großen Zügen ein kurzer, aber inhaltsreicher Überblick der Gleichstromtechnik gegeben wird. Ebenso findet der, in den Lehrbüchern meistens noch sehr schlecht wegkommende,

Wechselstrom im 11. Kapitel eine ausgezeichnete Darstellung. Die Abschnitte über elektrische Schwingungen, sowie über drahtlose Telegraphie und Telephonie berücksichtigen die neuesten Ergebnisse auf diesem Gebiete. Bei der Behandlung der Drahtwellen wäre vielleicht ein kurzer Exkurs über Kabelwellen und die Pupinschaltung erwünscht, die beim Telephon nur kurz erwähnt ist. Bei den Theorien des Magnetismus ist die Magnetonentheorie von Weiß noch nicht aufgenommen, möglicherweise ist sie in den noch fehlenden Teil des Buches, der die Elektronenlehre bringen wird, verschoben. Der Vorschrift entsprechend, durfte auch hier wieder von der Infinitesimalrechnung kein Gebrauch gemacht werden, doch trifft man hier und da auf verkappte Differentialquotienten. Diese Gebundenheit bringt zum Beispiel den eigentümlichen Umstand mit sich, daß die Theorie der Drahtwellen mathematisch skizziert, dagegen die der gedämpften Schwingungen nicht entwickelt werden konnte. Der hoffentlich für die nächste Auflage zu erwartende Fortfall dieser Fessel würde eine etwas gleichmäßigere Behandlung von Experiment und Theorie ermöglichen, wie sie manche englische Lehrbücher auszeichnet.

Dem durchaus modernen Inhalt des Buches wird das veraltete Titelbild des Müller-Pouillet wenig gerecht; die meisten der auf demselben abgebildeten Apparate gehören in das Altertumsmuseum.

Hoffentlich erscheint bald der letzte Teil des Bandes über Elektrizität und Magnetismus, der außer der Elektronentheorie von W. Kaufmann noch den Erdmagnetismus und die Erdelektrizität von A. Nippoldt bringen wird. F. Krüger.

G. Wiegner und P. Stephan, Lehr- und Aufgabenbuch der Physik. Dritter Teil: Elektrizität (einschließlich Magnetismus). Für Maschinenbau- und Gewerbeschulen sowie für verwandte technische Lehranstalten und zum Selbstunterricht. gr. 8. V u. 192 S. mit zahlreichen Figuren im Text und ausgeführten Musterbeispielen. Leipzig, B. G. Teubner. 1913. M. 3.—.

Auf die Teile I und II des Buches ist bereits hingewiesen worden (**14**, 854, 1913). Der hier vorliegende dritte Teil ist so gefaßt, daß er zugleich als eine kurze Einführung in die Elektrotechnik dienen kann, er steht auf modernem Standpunkt und gibt dem angehenden Techniker eine bequeme Gelegenheit, sich rasch über neuere Errungenschaften der Wissenschaft und Technik zu orientieren, beispielsweise über die verschiedenen Formen der Detektoren, Dampflampen, Akkumulatoren, Schnelltelegraphensysteme usw. Eine große Anzahl von Musterbeispielen und Aufgaben veranschaulichen die verschiedenen Darstellungsformen der elektrischen Energie. Zum Teil verbesserungsbedürftig ist das Kapitel: Galvanische Elemente. Auf Seite 186 muß es Poulsen statt Paulsen heißen. R. Lucas.

K. Meyer, Die Entwicklung des Temperaturbegriffs im Laufe der Zeiten. (Die Wissenschaft. Band 48.) 8. 160 S. mit 21 Abbildungen im Text. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1913. M. 4.—, gebunden M. 4.80.

Dieser Rückblick auf die Entwicklung der Wärmevorstellungen von der ältesten bis auf unsere Zeit, die Beschreibung der frühesten Thermometerkonstruktionen und vieles andere, wird dem Leser genußreiche Stunden bereiten. Mit Erstaunen liest man, daß schon um 1600 Sanctorius das Luftthermometer zum Messen der Temperaturen Fieberkranker verwendet hat, und verfolgt mit Interesse die Anfänge der Kinetik bei Gassendi und Boyle. Die Darstellung gipfelt in dem Kelvinschen Begriff der absoluten Temperatur. Das Buch der durch ihre Forschungen auf dem Gebiete der übereinstimmenden Zustände bekannten Verfasserin kann daher aufs beste empfohlen werden. Reinganum.

H. Ambronn und H. Siedentopf, Zur Theorie der mikroskopischen Bilderzeugung nach Abbe. (Übungen zur wissenschaftlichen Mikroskopie. Heft 2.) gr. 8. 25 S. mit 39 Figuren. Leipzig, S. Hirzel. 1913. M. 1.—.

Verfasser beschreiben kurz die bekannten Versuche mit der Abbeschen Diffraktionsplatte; also die Erscheinungen bei völliger und teilweiser Abblendung im Öffnungsbild von Parallelgittern und 90° und 60° Kreuzgittern. Als Beispiel an natürlichen Objekten wird die bekannte Testdiatomee Pleurosigma angulatum gewählt. Das Heft kann in jeder Beziehung empfohlen werden. Felix Jentzsch.

Tables annuelles de Constantes et Données numériques de Chimie, de Physique et de Technologie, publiées sous le patronage de l'Association des Académies par le Comité international nommé par le VIIe Congrès de Chimie appliquée. Secrétaire général: Ch. Marie. Gauthier-Villars, Paris. Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H., Leipzig, J. and A. Churchill, London. University of Chicago Press, Chicago. Vol. I, Année 1910. XXXIX und 727 S. 1912. 21.50 M. Vol. II, Année 1911. XL und 759 S. 1913. 32 Francs, gebunden 36 Francs.

Die Tabellenwerke von Landolt-Börnstein-Roth und andere können nur jeweils zur Zeit ihres Neuerscheinens die neuen Messungsergebnisse aufnehmen, die Referatenblätter lassen oft nur schwer die Existenz bestimmter Messungen erkennen. Dem hier vorhandenen Mangel, der bei der stetig anschwellenden Literatur von Jahr zu Jahr größer wird, sollen diese Jahrestabellen abhelfen, die alljährlich in einem Bande die chemischen, physikalischen und technologischen Konstanten und Zahlenwerte in möglichster Vollständigkeit bringen werden.

Es handelt sich um ein großzügiges Unternehmen, das auf dem VII. internationalen Kongreß in London auf Anregung der Vertreter der Pariser Société de Chimie et Physique, der Herren V. Henri und Ch. Marie, begründet wurde.

Das Werk fand die bereitwillige Unterstützung der Regierungen der meisten Kulturländer, der Akademien und sonstiger Gesellschaften, von Industriellen und anderen Privatpersonen; die Internationale Assoziation der Akademien übernahm das Protektorat. Dem Arbeitsausschuß gehören Gelehrte aller Kultur-

länder an, deren Namen für die Güte des Unternehmens bürgt; der deutsche geschäftsführende Ausschuß besteht aus den Herren W. Biltz-Clausthal, M. Bodenstein-Hannover und K. Scheel-Berlin.

Die Mitarbeiter der einzelnen Länder haben dafür zu sorgen, daß die zahlreichen geeigneten Referenten alle Zeitschriften und Publikationen, die in Betracht kommen, unmittelbar nach dem Erscheinen sorgfältig exzerpieren. Hierfür gilt die Richtschnur, daß die Tabellen vollständig, aber ohne erhebliche Kritik sein sollen. Manches von dem Aufgenommenen wird daher vielleicht nicht Bestand haben und in die Standardwerke wie Landoldt-Börnstein-Roth später nicht übergehen; zu einer nötigen Aussiebung sind etwa in fünfjährigem Turnus erscheinende kritische Tabellen ins Auge gefaßt. Die Jahrestabellen sollen aber in erster Linie den momentanen Stand der Messungen in leicht nachschlagbarer Weise wiedergeben und eventuell unnütze Arbeit verhindern. Der Arbeitsausschuß erklärt sich zudem bereit, den Lesern, denen die betreffende Zeitschrift nicht zur Verfügung steht und die nähere Auskunft über eine spezielle Konstante wünschen, diese bereitwilligst zu erteilen.

Die Tabellen erscheinen in französischer Sprache, die allgemeinen Bemerkungen, Seitenüberschriften, Kapitellisten usw. in deutscher, englischer, französischer und italienischer Sprache.

Die vorliegenden ersten beiden Bände, die die Literatur der Jahre 1910 und 1911 umfassen, legen ein deutliches Zeugnis ab von dem Umfange der geleisteten Arbeit und der Nützlichkeit des Unternehmens. Es sind im ganzen über 300 Zeitschriften usw. exzerpiert. Außer physikalischen und chemischen Zahlen finden sich auch kristallographische Konstanten, ferner physikalisch-chemische Konstanten aus dem Gebiete der Tier- und Pflanzenphysiologie. Die physikalische Chemie ist, wie sich das aus der Zusammensetzung des ganzen Arbeitsausschusses erklärt, besonders gut weggekommen. Besonders dankenswert ist die schon im Titel angedeutete Aufnahme technischer Konstanten; finden sich doch darunter manche, die auch für Physiker und Chemiker von großem Interesse sind, denen sie aber häufig leicht entgehen, da sie in die wissenschaftlichen Referatenblätter nicht aufgenommen werden können.

Über die Anordnung, die für die leichte Auffindbarkeit das erste Prinzip ist, läßt sich natürlich streiten; die Praxis wird hier allmählich das Richtige und Zweckmäßige finden lassen. Wünschenswert wäre es wohl, wenn neben den Tabellen auch graphische Darstellungen mit aufgenommen würden, wie das z. B. für chemische Gleichgewichte und Zustandsdiagramme auch in der neuen Auflage des Landolt-Börnstein-Roth schon geschehen ist.

Die Anerkennung des in dem ersten Bande Geleisteten zeigt sich in der stark angewachsenen Zahl von Akademien, Gesellschaften, Industriellen usw., die die Herausgabe des zweiten Bandes unterstützt haben. Während im ersten Bande als permanenter internationaler Arbeitsausschuß die Herren M. Bodenstein, G. Bruni, H. Cohen, Ch. Marie und N.T. M. Wilsmore genannt sind, finden sich im zweiten Bande dafür die Namen M. Bodenstein, G. Carrara, E. Cohen, W. C. Mc C. Lewis, Ch. Marie In der Einteilung ist einiges geändert und übersichtlicher gestaltet, im großen und ganzen aber ist sie dieselbe wie im ersten Bande.

So ist zu hoffen, daß auch die ferneren Bände als ein neues Hilfsmittel in der Organisation der stetig wachsenden geistigen Arbeit diese selbst fördern helfen.

F. Krüger.

R. Abbegg (†), Fr. Auerbach, R. Luther, Messungen elektromotorischer Kräfte galvanischer Ketten mit wässerigen Elektrolyten. Abhandlungen der Deutschen Bunsengesellschaft für angewandte physikalische Chemie, herausgegeben im Auftrage der Gesellschaft von Geh. Reg.-Rat Prof. Dr. W. Nernst in Berlin. Nr. 5. 213 S. Halle a. S., Wilhelm Knapp. 1911. M. 8,40

Dieses, im Auftrage und mit Unterstützung der Deutschen Bunsengesellschaft herausgegebene Tabellenwerk gibt die erste vollständige Zusammenstellung der bis zum Jahre 1909 einschließlich veröffentlichten Messungen elektromotorischer Kräfte galvanischer Ketten. Die erhebliche theoretische und praktische Bedeutung dieser Größen liegt bekanntlich darin, daß sie ein Maß sind für die Triebkraft oder die freie Energie der chemischen Vorgänge, die den stromliefernden Prozeß in dem Elemente bilden. Die Sammlung zerfällt in drei Teile:

1. ein systematisch und chronologisch geordnetes, möglichst vollständiges Literaturverzeichnis von Messungen elektromotorischer Kräfte, ohne Angabe von Zahlenwerten;
2. eine systematisch geordnete Auswahl der zuverlässigsten Messungsergebnisse;
3. Tabellen der zurzeit wahrscheinlichsten Werte der Einzelpotentiale.

In Rücksicht auf den wesentlich chemischen Zweck des Unternehmens sind die Werte der E.M.K. von Ketten in Abhängigkeit von der Zusammensetzung und physikalisch-chemischen Beschaffenheit der Elektroden, der Elektrolyten und der etwaigen festen oder gasförmigen Depolarisatoren und der Temperatur aufgenommen worden, nicht dagegen in der Abhängigkeit von Faktoren mehr physikalischer Art, wie Gravitation, Bestrahlung, Temperaturgefälle (Thermokräfte), Polarisation usw. Die Sammlung beschränkt sich ferner auf wässerige Lösungen.

Im ersten Teil (Literaturverzeichnis) sind die Ketten nach den chemischen Elementen, diese wieder nach dem periodischen System geordnet, wobei die Kette jedesmal bei dem für den stromliefernden Prozeß wichtigsten Element eingereiht wurde und im Zweifelsfalle sich bei dem anderen Element ein Hinweis findet.

Den wichtigsten Teil des ganzen Werkes bildet wohl der zweite. Die hier aufgenommenen Ketten wurden möglichst unter dem Gesichtspunkt der Exaktheit und Zuverlässigkeit der vorliegenden Messungen ausgewählt, ohne daß hierbei natürlich eine gewisse Willkür gänzlich zu vermeiden gewesen wäre. Vollständigkeit ist in diesem Teile nicht angestrebt. Die Anordnung der Ketten ist dieselbe wie im ersten Teil, innerhalb der einzelnen Elemente aber ist hier im Gegensatz zu Teil 1, in dem die historische Reihenfolge beachtet wurde, versucht, eine systematische Anordnung durchzuführen. Es ist hier der größte Wert darauf gelegt, daß alle Zahlen nur die wirklich gemessenen Größen der elektromotorischen Kraft, Konzentration usw. darstellen und nicht erst errechnete Größen. Das ganze Kapitel ist mit äußerster Sorgfalt und schärfster Kritik behandelt, so daß die aufgeführten Zahlen großes Vertrauen verdienen.

Den dritten Teil bilden Zusammenstellungen der Normalpotentiale von Elektrodenvorgängen. Aus der Fülle des Materials der beiden ersten Teile sind hier unter Zuziehung von Theorie und begründeter Hypothese allgemeiner verwertbare Einzelpotentiale berechnet. Hierzu mußte zunächst die gesamte elektromotorische Kraft der Ketten unter Berücksichtigung



der Flüssigkeitspotentialdifferenzen in die einzelnen Potentialdifferenzen der Elektroden zerlegt und diese mit Hilfe der Nernstschen Gleichung auf die Einheitskonzentration umgerechnet werden. Als Nullpunkts- oder Bezugselektrode ist hierbei die von Nernst vorgeschlagene Wasserstoffelektrode gewählt, d. h. eine mit Wasserstoff von Atmosphärendruck umspülte Platinelektrode in einer Lösung, die ein Mol Wasserstoffionen im Liter enthielt. Das Vorzeichen des Elektrodenpotentials ist dann so angenommen, daß es der Ladung der Elektrode entspricht, die mit der Wasserstoffelektrode zu einem Element kombiniert gedacht ist. Der große Nutzen dieser Tabelle der Einzelpotentiale besteht bekanntlich darin, daß die Differenz dieser Potentiale, abgesehen von der eventuell vorhandenen Flüssigkeitspotentialdifferenz, die elektromotorische Kraft der betr. Kette darstellt. Für alle durch Kombination der Einzelelektroden darstellbaren Ketten ist also aus dieser Tabelle die elektromotorische Kraft ablesbar. Wegen des oben angedeuteten Zusammenhanges der elektromotorischen Kraft mit dem chemischen Gleichgewicht bildet ferner diese Tabelle der Normalpotentiale eine Tabelle vieler Gleichgewichtskonstanten, Löslichkeitsprodukte, Komplexbildungskonstanten. Es sind hier drei Tabellen gegeben: In der ersten sind die Normalpotentiale nach den chemischen Elementen geordnet, in der zweiten in der Reihenfolge der Größe der Potentiale, die dritte gibt eine kurze Übersicht der wichtigsten Einzelpotentiale. Die Unsicherheit vor allem in der Berechnung der Flüssigkeitspotentialdifferenzen und der Ionenkonzentration gestattet auch für die am genauesten gemessenen Elektroden nur eine Genauigkeit von ca. $^1/_{100}$ Volt.

So ist mit größter Sorgfalt und vieler Mühe ein überaus nützliches Werk geschaffen. Um es nicht veralten zu lassen, ist in Aussicht genommen, in geeigneten Zwischenräumen ergänzende Tabellen erscheinen zu lassen, eine Aufgabe, deren Erledigung die Maßeinheitenkommission der Deutschen Bunsengesellschaft übernommen hat. F. Krüger.

F. Soddy, The Chemistry of the Radio-Elements. Part II. The Radio-Elements and the Periodic Law. gr. 8. 46 S. mit 11 Textfiguren. London, Longmans, Green and Co. 1914. sh. 2.— net.

Das vorliegende kleine Buch ist eine Fortsetzung der im Jahre 1912 auch in deutscher Sprache erschienenen „Chemie der Radioelemente" (vgl. diese Zeitschr. 1913, S. 126).

Der Verf. hatte in diesem ersten Teil schon auf einen gewissen gesetzmäßigen Gang hingedeutet, den die chemischen Valenzen auseinander entstehender radioaktiver Produkte aufweisen. Inzwischen ist durch die Arbeiten von v. Hevesy, Fajans, Soddy, Russell, Fleck u. a. die Natur dieser Gesetzmäßigkeiten klargelegt worden.

Die Art der emittierten Strahlung (α- oder β-Strahlung) des Mutterelements bestimmt eindeutig die chemische Natur des Tochterelements. Außerdem sind die meisten Radioelemente nicht chemische Einzelindividuen, sondern sind teils untereinander, teils mit schon lange bekannten Elementen chemisch identisch. Dadurch reduziert sich die Zahl der bis jetzt bekannten 34 radioaktiven Produkte auf etwa zehn verschiedene Elemententypen. Es müssen daher natürlich an manchen Stellen des periodischen Systems mehrere Substanzen als gleichberechtigt eingereiht werden.

Soddy gibt nun in dem vorliegenden Buch eine Darstellung dieses neuen Standpunktes, der nicht nur für die Radioaktivität, sondern auch für die allgemeine Chemie von großer Bedeutung ist. Dem Zweck des Buches entsprechend werden selbstverständlich vor allem die Anwendungen der neuen Erkenntnis auf die radioaktiven Vorgänge besprochen, doch werden auch mancherlei allgemeinere Ausblicke gegeben.

Alle Vorzüge des ersten Teiles können auch diesem zweiten Teil nachgerühmt werden. Trotz der Kürze wird eine erschöpfende Behandlung der in Betracht kommenden radioaktiven Fragen in klarer und anschaulicher Weise geboten, die dem Leser nicht nur alle nötigen Kenntnisse vermittelt, sondern auch sehr anregende neue Gesichtspunkte eröffnet.

Für die auf dem Gebiete der Radioaktivität Arbeitenden ist das Buch ein unentbehrliches Hilfsmittel. Meitner.

O. Sackur, Lehrbuch der Thermochemie und Thermodynamik. 340 S. mit 46 Figuren im Text. Berlin, Julius Springer. 1912. M. 12.—, geb. M. 13.—

Das Buch wendet sich an alle Chemiker und Physiker, welche die thermodynamische Behandlung physikalisch-chemischer Prozesse kennen und handhaben lernen wollen. Es gibt einen guten Überblick über den derzeitigen Stand unserer Kenntnisse auf diesem Gebiete und ist sehr übersichtlich und leichtverständlich geschrieben; vorausgesetzt werden die Beherrschung der Grundlagen der Physik und Chemie, sowie der Differential- und Integralrechnung. Die theoretisch abgeleiteten Sätze werden durch Zahlenbeispiele erläutert und belebt. In der Einleitung werden die Begriffe Temperatur, Wärme und spezifische Wärme kurz erläutert und dann die Grundlagen der Thermometrie und Kalorimetrie auseinandergesetzt. Die weiteren Kapitel haben folgende Überschriften: 2. Das Verhalten der Körper beim Erwärmen; 3. Die Äquivalenz von Wärme und Arbeit, Der erste Hauptsatz der Thermodynamik; 4. Anwendungen des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik; 5. Der zweite Hauptsatz der Thermodynamik; 6. Allgemeine Folgerungen aus den beiden Hauptsätzen; 7. Theorie der Lösungen; 8. Die Gesetze des chemischen Gleichgewichts; 9. Thermodynamik und Elektrochemie; 10. Thermoelektrische Erscheinungen; 11. Thermodynamik und Kapillarität; 12. Wärmestrahlung; 13. Das Nernstsche Wärmetheorem. Es ist sehr zu begrüßen, daß der Verfasser auch die kinetischen Theorien der Wärmeerscheinungen an passenden Stellen kurz erörtert hat; so findet die moderne Theorie der spezifischen Wärme der Gase und festen Körper einen Platz und ferner bringt der 4. Abschnitt des 5. Buches eine knappe und klare Darlegung der mechanischen Bedeutung des zweiten Hauptsatzes und des Entropiebegriffes. Im einzelnen mag noch folgendes erwähnt werden: Es wäre wohl nützlich, die noch wenig beachtete Tatsache zu betonen, daß die Abhängigkeit der Dampfspannung der Flüssigkeiten vom äußeren Druck quantitativ dieselbe ist wie die vom osmotischen Druck, nur mit umgekehrtem Vorzeichen. Auf S. 271 wird die Gleichgewichtskonstante des *Cu-Zn*-Ionengleichgewichts aus der elektromotorischen Kraft des Daniellelements berechnet; für Ionenkonzentration, deren osmotischer Druck der Lösungstension des Zinks entspricht, gelten aber sicher die bei der Ableitung vorausgesetzten Gasgesetze nicht mehr. Die berechnete Zahl ist daher nur qualitativ richtig, quantitativ ebenso wenig wie die Ver-

wendung der Nernstschen Formel $E = \frac{RT}{2} \ln \frac{P_1}{P_2}$ für das Daniellelement. Bei der Theorie der galvanischen Kette wäre die Wiedergabe der Nernstschen Theorie für die Potentialdifferenz in der Berührungsstelle zweier Lösungen erwünscht, deren Formel hier einfach hingeschrieben wird. Die Ableitung der Thomsonschen Grundgleichung der Thermoelektrizität ist durch allzu große Kürze unexakt geworden: die Thomsonwärme tritt bei der thermodynamischen Berechnung nicht neben die Peltierwärme, da sie im Gegensatz zu letzterer im Temperaturgefälle selbst entwickelt und nicht von höherer auf tiefere Temperatur übergeht. Die Strahlungsgesetze sind etwas reichlich kurz weggekommen.

Von diesen Kleinigkeiten abgesehen, ist aber, wie schon erwähnt, die ganze Darstellung sehr klar und einfach, so daß das Buch allen, die sich mit der Anwendung der Thermodynamik auf physikalisch-chemische Prozesse, vor allem auch des Nernstschen Wärmetheorems vertraut machen wollen, aufs wärmste empfohlen werden kann. F. Krüger.

A. Gleichen, Grundriß der photographischen Optik auf physiologischer Grundlage mit elementar-mathematischer Begründung. 8. 152 S. mit 30 Figuren im Text. Nikolassee-Berlin, Verlag der Fachzeitschrift „Der Mechaniker". 1913. M. 2.50

Soll ein Photogramm ein naturgetreues Abbild geben, so müssen sowohl bei der Aufnahme, als auch bei der Betrachtung, sei es mit dem Auge allein oder vermittels einer Lupe, gewisse Bedingungen erfüllt sein, welche durch die physiologische Beschaffenheit unserer Augen begründet sind. Ausgehend von den einfachsten Gesetzen der Perspektive leitet der Verfasser unter den allergeringsten mathematischen Voraussetzungen diese Bedingungen her.

Dem Vorzug des Buches, diese bisher wenig bekannten Gesetze in einfacher, anziehender Weise zu übermitteln, steht als Nachteil gegenüber, daß eine Orientierung durch das Fehlen eines Sachregisters erschwert wird. Auch dürfte nach Ansicht des Referenten der Titel kaum geeignet sein, einen unbefangenen Leser über den Inhalt des Buches aufzuklären. H. Schulz.

K. v. Auwers u. A. Boennecke, Tabellen zur Berechnung der theoretischen Molrefraktionen organischer Verbindungen. 8. 27 S. Berlin, Julius Springer. 1914. M. 1.20.

Die Tabellen bilden eine Ergänzung des refraktometrischen Hilfsbuches von W. A. Roth und F. Eisenlohr; sie vereinfachen die etwas umständliche Berechnung der Molrefraktionen aus der Zusammensetzung und der Konstitution der Verbindungen. Da refraktometrische Messungen für Konstitutionsbestimmungen viel verwertet werden und nicht zum wenigsten dank der Arbeiten der Schule, aus der das Buch hervorgegangen ist, so ist es sicherlich als bequemes Hilfsmittel zu begrüßen. W. Biltz.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Münster[1]) Dr. Guido Szivessy für Physik.

Ernannt: Der Assistant-Professor für Chemie am Bowdoin College Brunswick Maine Dr. N. Edward Loomis zum Direktor der Abteilung für Physikalische Chemie an der Purdue Universität in Lafayette Ind., der Privatdozent für theoretische Physik an der Böhmischen Universität Prag Dr. Frantisek Zariska zum a. o. Professor ebendaselbst, College Lecturer Dr. A. Berry vom Kings College und Dr. G. H. Hardy vom Trinity College zu Dozenten der Mathematik an der Universität Cambridge (England), der wissenschaftliche Hilfsarbeiter am Meteorologischen Institut in Berlin Dr. Kurt Langbeck zum Observator ebenda, der Privatdozent der Chemie an der Universität Gießen Dr. Hans Freiherr v. Liebig zum außeretatsmäßigen a. o. Professor, der Privatdozent für Pharmazeutische Chemie an der Universität Berlin Dr. Otto Anselmino zum Kaiserlichen Regierungsrat und Mitglied am Gesundheitsamt.

Berufen: Der a. o. Professor an der Universität Würzburg Dr. Wilhelm Manchot zum ord. Professor für anorganische Chemie an der Technischen Hochschule München.

Verliehen: Dem Privatdozenten für angewandte Physik an der Universität Göttingen Dr. Max Reich der Titel Professor.

In den Ruhestand: Der o. Professor für Allgemeine Experimentalchemie und Theoretische Chemie an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Karl v. Hell, der ord. Professor der Mathematik an der Universität von Minnesota in Minneapolis John Florin Downey, der Professor für Analytische Chemie vom Department of Pharmacy and Chemistry des Medico-Chirurgical College in Philadelphia Charles H. Kimberley.

Gestorben: Der em. ord. Professor der allgemeinen und pharmazeutischen Chemie an der Universität Wien Hofrat Dr. Adolf Lieben, der em. ord. Professor für allgemeine, technische und Agrikulturchemie an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn Dr. Josef Habermann, der ord. Professor für angewandte Mechanik an der Universität Nancy Jules Molk, der frühere Professor für analytische Chemie an der Universität Lille Monnet, der Techniker und Erfinder auf dem Gebiete der Aluminium- und Stahlfabrikation Dr. Paul Louis Toussaint Héroult in Paris.

1) Im vorigen Hefte war versehentlich die Angabe des Ortes weggeblieben.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich i. V.: Privatdozent Dr. Max Born in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.





Das magnetische Spektrum der β-Strahlen des Uran X.

O. v. Baeyer, O. Hahn u. L. Meitner, Das magnetische Spektrum der β-Strahlen des Urans X.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 14. 15. Juli 1914. 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 15 am 18. Juli 1914.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Bestimmung von e/m aus Messungen von Thermionenströmen. (Determination of e/m from Measurements of Thermionic Currents.)

Von Saul Dushman[1]).

In einer jüngst erschienenen Arbeit über die Wirkung von Raumladungen und Gasresten auf Thermionenströme im hochgradigen Vakuum[2]) hat Herr Langmuir dargetan, daß die Stärke der aus einer metallischen Oberfläche austretenden Thermionenströme

a) durch die Temperatur,
b) durch die Raumladung

begrenzt wird.

Bei einer gegebenen Potentialdifferenz zwischen den Elektroden nimmt die Stärke des aus der erhitzten Kathode hervorgehenden Stroms mit der Temperatur in Gemäßheit der Richardsonschen Gleichung

$$i = A\sqrt{T}\,e^{-b/T} \tag{1}$$

zu.

Oberhalb einer gewissen Temperatur wird indessen diese Stromstärke infolge einer durch die emittierten Elektronen hervorgerufenen Raumladung konstant. In der genannten Arbeit ist gezeigt worden, daß der Wert dieser Grenzstromstärke sich mit der Potenz $^3/_2$ der Potentialdifferenz ändert, und daß im Falle eines erhitzten Fadens in einer konzentrischen zylindrischen Anode (von unendlicher Länge)

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{9}\sqrt{\frac{e}{m}}\,\frac{V^{3/2}}{r} \tag{2}$$

ist, wo i die auf die Längeneinheit des Fadens bezogene Thermionenstromstärke und r der Halbmesser der Anode ist.

Die Form dieser Gleichung legte den Gedanken nahe, daß sich dies als ein gutes Verfahren zur Bestimmung des Verhältnisses der elektrischen Ladung der Elektronen zu ihrer Masse, e/m, erweisen könnte. Die vorliegende Arbeit enthält die Ergebnisse von Versuchen, die ich ausgeführt habe, um die Gültigkeit der Gleichung (2) zu prüfen.

Beschreibung des Apparates.

Um die Gleichung (2) auf den Fall einer unendlich langen Anode anwenden zu können, wurde diese nach dem Schutzringsystem zwischen zwei andere Anoden eingeschaltet. Ein 15 cm langer und 0,25 cm starker Wolframfaden wurde in der Mitte einer etwa 7 cm weiten und 36 cm langen Glasröhre gehalten (siehe Fig. 1). Der zur Erhitzung des Fadens erforderliche Strom wurde durch einen besonderen Draht von oben her eingeleitet; da-

1) Auszug aus einer demnächst in Phys. Rev. erscheinenden Veröffentlichung. Vorgetragen in der Sitzung der Am. Phys. Soc. am 29. Nov. 1913; siehe Phys. Rev. (2) **3**, 65. 1914.

2) Diese Zeitschr. **15**, 348, 516, 1914.

durch wurde ein etwaiges, durch die Erwärmung bewirktes Nachlassen der Spannung vermieden, die seitens der Feder ausgeübt wird. Die Anode bestand aus drei Molybdänzylindern von 2,54 cm Durchmesser, die aus ungefähr 0,37 mm starkem Blech hergestellt worden waren. Die beiden Ränder des Bleches wurden so aneinandergelegt, daß das Blech einen Zylinder bildete, und dann wurde ein kräftiger Molybdänstreifen außen auf den Zylinder aufgenietet, so daß er

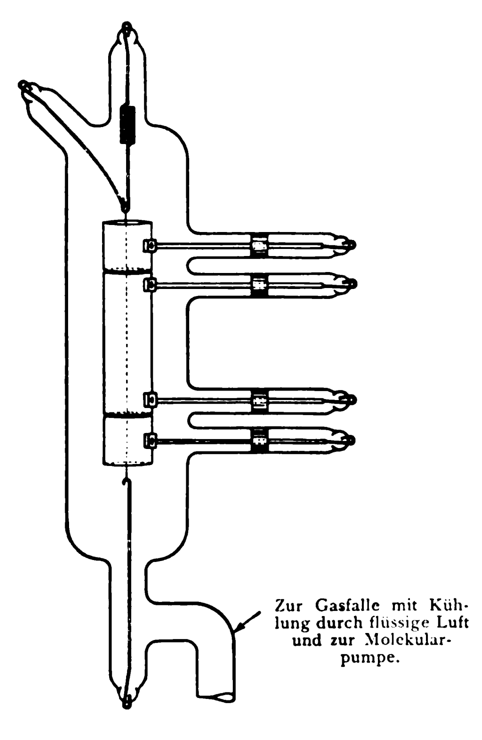


Fig. 1.

die Ränder dicht zusammenhielt. Gleichzeitig wurden diese Streifen so angebohrt und zurechtgeklopft, daß sie an 2,5 mm starke Molybdänstäbe paßten. Diese letzteren wurden in den Seitenarmen durch Molybdänfedern starr festgehalten. Die äußeren Anoden waren je 2,54 cm lang, während die mittlere 7,62 cm lang war. Die Verbindungen durch das Glas hindurch wurden mit Hilfe von Platinzuleitungen hergestellt.

Die in Fig. 1 dargestellte Röhre wurde durch eine mit flüssiger Luft gekühlte Gasfalle mit weiter Bohrung an eine Gaedesche Molekularpumpe angeschlossen. Diese letztere war mit einer Gaedeschen Trommel-Ölpumpe und der Vorpumpe (Druck etwa 1 cm) in Reihe geschaltet.

Zwischen die Molekularpumpe und die Ölpumpe wurde ein Mac Leod-Manometer eingeschaltet, ferner ein Hahn, der durch ein Phosphorpentoxydrohr mit der Atmosphäre verbunden war, um trockene Luft in die Vakuumröhre einzulassen, ehe die Molekularpumpe angehalten wurde.

Mit Hilfe eines elektrisch geheizten Ofens, der über sie herabgesenkt wurde, konnte die Röhre bei einer Temperatur von 350° C ausgepumpt werden.

Das erreichbare Vakuum.

Eine besondere Untersuchung, deren Ergebnisse demnächst in einer besonderen Arbeit veröffentlicht werden sollen, hat ergeben, daß man, um ein sehr hochgradiges Vakuum zu erhalten, selbst bei der Molekularpumpe eine Gasfalle mit Kühlung durch flüssige Luft zwischen die auszupumpende Röhre und die Pumpe einschalten und außerdem die Röhre mindestens eine Stunde lang auf mehr als 300° C erhitzen muß. Auf diese Weise wird der in den Glaswänden absorbierte Wasserdampf viel rascher beseitigt, und die Gasfalle mit Kühlung durch flüssige Luft verhindert, daß Dampf vom Hahnfett und andere kondensierbare Gase zurückdiffundieren. Bei einem Druck von ungefähr 0,01 mm auf der Seite der Vorpumpe ist es auf diese Weise möglich, in der Röhre ein Vakuum zu erhalten, das sicherlich unterhalb 2×10^{-7} mm liegt.

Herstellung der Anoden.

Um die Raumladungseffekte zu erhalten, muß man die Anoden gründlich von okkludierten Gasen und flüchtigen Oxyden befreien. Dies wurde bei den vorliegenden Versuchen in der Weise bewerkstelligt, daß die Anoden mit Elektronen hoher Geschwindigkeit bombardiert wurden, während die Röhre an der Pumpe saß. An die Elektroden wurde mittels eines Umformers eine Spannung angelegt, die sich zwischen 1000 und 5000 Volt bewegte; dabei wurde der Faden auf so hoher Temperatur gehalten, daß eine Thermionenstromstärke erreicht wurde, die irgendwo zwischen 50 und 200 Milliamp. lag. Unter der Einwirkung des Elektronenbombardements bei hoher Spannung wurde die Temperatur der Anoden auf 1000° C gesteigert (helle Rotglut bis Gelbglut), und die in dem Metall enthaltenen Gase wurden allmählich beseitigt. Diese fortschreitende Reinigung von den Gasen war von einem Verschwinden des blauen Glimmlichts begleitet, das stets das Vorhandensein einer positiven Ionisation anzeigt, sowie von einer entsprechenden Zunahme in der Stärke der Therm-

ionenströme, die bei einer gegebenen Temperatur tatsächlich von dem Faden ausgesandt wurden.

Verfahren zur Bestimmung der Temperatur des Fadens.

Die Temperaturen des Fadens wurden auf Grund der Beziehung

$$T = \frac{11230}{7{,}029 - \log_{10} H}$$

bestimmt[1]), wo H die wahre Helligkeit des Fadens in internationalen Kerzenstärken per cm² projizierter Fläche ist. Eine besondere photometrische Messungsreihe lieferte die Beziehung zwischen H und der durch den Faden fließenden Stromstärke, so daß man einen unmittelbaren Zusammenhang zwischen letzterer und der Temperatur der erhitzten Kathode erhielt.

Experimentelle Beobachtungen.

Sowohl vor als auch während des Entgasungsprozesses der Anoden wurden Beobachtungen über die Stärke der Thermionenströme angestellt, die mit niedrigen Spannungen (20 bis 100 Volt) zu erreichen waren. Diese Stromstärken wurden nur an der mittleren Anode gemessen. Ganz zu Anfang war die Elektronenemission sehr gering, nachdem aber die Anoden auf eine hohe Temperatur erhitzt worden waren und Gas entbanden, war die Zunahme der Elektronenemission beträchtlich. Beispielsweise stieg bei 2130° K die beobachtete Stromstärke von 0,08 auf 2,30 Milliamp., während sie bei 2210° K von 0,1 auf 18 Milliamp. stieg; ähnliche Ergebnisse wurden bei anderen Temperaturen erhalten.

Diese Beobachtungen lassen sich am leichtesten auf Grund der Langmuirschen Theorie einer Oberflächenschicht deuten. Nach dieser Theorie beruht die Wirkung von Gasen, die Elektronenemission zu verändern, auf der Bildung unbeständiger Verbindungen an der Oberfläche des Drahtes. In den bisher beobachteten Fällen setzt die Gegenwart der Verbindung die Elektronenemission herab. In welchem Umfange die Oberfläche von der Verbindung bedeckt wird, hängt davon ab, wie schnell sich die Verbindung bildet, und wie schnell sie von der Oberfläche entfernt wird. Nun entbinden selbst Elektronen geringer Geschwindigkeit Gas aus der Anode, wenn sie auf diese auftreffen. Wenn die Pumpe nicht imstande ist, das Gas so schnell zu beseitigen, wie es entbunden wird, ist die Geschwindigkeit, mit der die Schicht auf der Oberfläche der Kathode gebildet wird, größer als jene, mit der sie vernichtet wird, und infolgedessen nimmt die Elektronenemission ab. Das zeigte sich auffällig bei den vorliegenden Versuchen während der Behandlung mit hohen Spannungen. Das während eines Zeitraumes von nur wenigen Minuten entbundene Gasvolumen war so groß, daß die Elektronenemission sehr rasch auf einen kleinen Bruchteil ihres Anfangswertes abnahm. Erst gegen das Ende der Behandlung mit hoher Spannung blieben die Thermionenstromstärken ziemlich stetig und zeigten damit an, daß wenig oder kein Gas entbunden wurde, und erst, als dieser Zustand erreicht war, wurden irgendwelche Raumladungseffekte beobachtet. Diese Erscheinungen werden am besten durch die in Fig. 2 wiedergegebenen

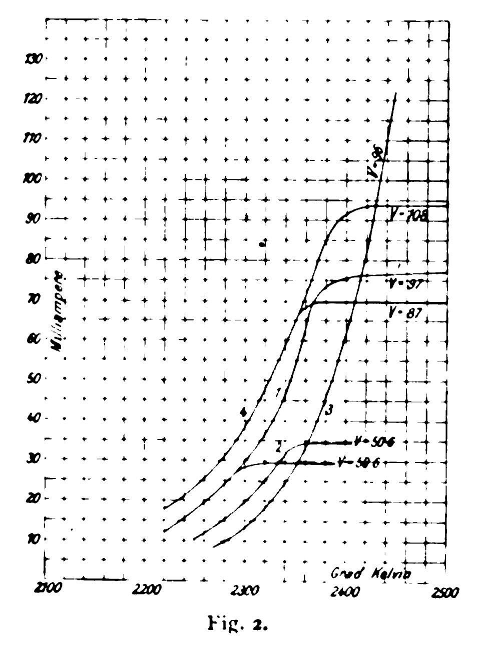


Fig. 2.

Kurven veranschaulicht. In Kurve 1 sind die Beobachtungen eingezeichnet, die zu Ende der Behandlung mit hoher Spannung erhalten wurden. Die berechneten Raumladungs-Stromstärken bei 50,6 und 97 Volt sind 32 bzw. 84,5 Milliampere; die tatsächlich erhaltenen Werte waren 29 bzw. 77 Milliamp. Nachdem ich trockene Luft in die Röhre hatte eintreten lassen, wurde diese aufs neue entluftet. In den Kurven 2 und 3 sind die Beobachtungen verzeichnet, die ich unter diesen Bedingungen erhalten habe, und diese Ergebnisse zeigen den Einfluß einer allmählichen Entbindung der in den Anoden okkludierten Gase. Die Wirkung der Anwesenheit von Gas besteht darin, die Begrenzung zu beseitigen, die der Raumladungseffekt herbei-

1) I. Langmuir, Phys. Rev. (2) 2, 452, 1913; diese Zeitschr. 15, 517, 1914.

führt, während gleichzeitig die wahre Elektronenemission bei irgendeiner Temperatur herabgesetzt wird (vgl. die Kurven 1 und 2). Kurve 3 zeigt das vollständige Verschwinden der Raumladungseffekte infolge der allmählichen Ansammlung von Gas in der Röhre.

Nach erneutem Bombardement der Anoden erhielt ich die in Kurve 4 verzeichneten Ergebnisse. Wie man bemerken wird, wurde die Elektronenemission bei allen Temperaturen gesteigert, während die erhaltenen Raumladungsströme annähernd dieselben waren wie die nach Gleichung (2) berechneten.

Die nachstehende Tabelle gibt die tatsächlich beobachteten Raumladungs-Stromstärken für verschiedene Spannungen wieder. Die Zahlen in der Spalte „i_1 (ber.)" wurden nach Gleichung (2) in der Weise berechnet, daß für e/m der Wert $1{,}755 \cdot 10^7$ elektromagnetische Einheiten und für r der Halbmesser der Anode, 1,27 cm, eingesetzt wurde. Da die Länge der mittleren Anode 7,62 cm betrug, erhalten wir die Gleichung:

$$i_1 \text{ (ber.)} = \frac{7{,}62 \cdot 14{,}6 \cdot 10^{-3} \cdot V^{3/2}}{1{,}27} \text{ Milliamp.}$$

Tabelle.

V	i_1 (beob.)	i_1 (ber.)	T
35	17	17	2340
35	17,3	17	2300
47	28	28,5	2320
55,5	34	36	2340
68	48	49	2400
75,2	54	57,5	2400
87,5	71	72,5	2450
89,0	72	74	2480
93,5	81	80	2400
108,5	98	100	2430
115	108	109	2522
129	130	130	2520
136	144	140	2520

Wie man bemerken wird, war die Übereinstimmung so gut, wie man sie unter den Versuchsbedingungen nur erwarten konnte. Während die höchste bei den vorstehenden Versuchen verzeichnete Kathodenstromdichte $144/0{,}61 = 236$ Milliamp./cm² betrug, liegen alle Anzeichen dafür vor, daß das Gesetz der Raumladung mit zunehmender Stromdichte keiner Beschränkung unterliegt, und wir müssen die gewonnenen Ergebnisse als eine Bestätigung der Richtigkeit der Ausführungen Langmuirs ansehen.

Fehlerquellen.

Ich habe bei dieser Untersuchung nicht versucht, eine große Genauigkeit zu erreichen, da ich nur bezweckte, die Gültigkeit der Gleichungen für die Raumladung in einem Falle zu zeigen, wo die experimentellen Daten ohne große Schwierigkeiten zu erlangen waren. Es dürfte sich indessen empfehlen, kurz auf die in den vorstehenden Messungen enthaltenen Fehlerquellen hinzuweisen.

Die größten Fehler kamen zweifellos bei der Messung der Potentialdifferenz zwischen den Elektroden, V, vor. Da zur Heizung des Fadens Gleichstrom benutzt wurde, führte ich eine Korrektion für den Spannungsabfall längs des Fadens ein und bildete das Mittel aus Beobachtungen bei verschiedenen Stromrichtungen im Faden. Weitere Fehlerquellen traten ferner bei der Bestimmung von r auf, da der Zylinder wahrscheinlich nicht ganz zylindrisch war. Im ganzen kann man behaupten, daß keine größere Genauigkeit als 1 bis 2 v. H. erreicht wurde.

Außer diesen Fehlerquellen liegt noch ein weiterer Faktor vor, den man berücksichtigen muß, wenn man das Verfahren für eine genaue Bestimmung von e/m zu benutzen versucht.

Wie Herr Langmuir in seiner Originalarbeit betont hat, hat er seine Formel auf Grund der Annahme abgeleitet, daß die Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen Null ist. Das ist offenbar nicht zutreffend. So beträgt die Durchschnittsgeschwindigkeit der seitens einer heißen Kathode bei 3000° K ausgesandten Elektronen etwa 0,4 Volt. Infolge dieser Anfangsgeschwindigkeit wird die Potentialverteilung zwischen Anode und Kathode in verhältnismäßig geringer Entfernung von der Kathode einen Tiefpunkt aufweisen. Da der Durchmesser des Fadens die mit Hilfe der Gleichung (2) gewonnenen Ergebnisse nicht beeinflußt, solange er weniger als 10 v. H. des Anodendurchmessers beträgt, so können wir offenbar die geringe Entfernung bis zum Tiefpunkt als eine Vergrößerung des Fadendurchmessers auffassen und sie daher vernachlässigen.

Die genauere Form der Gleichung (2) wird somit:

$$i = \frac{2\sqrt{2}}{9} \sqrt{\frac{e}{m}} \frac{(V_{(\text{beob.})} + V_0)^{3/2}}{r}. \tag{3}$$

Da bei sämtlichen oben verzeichneten Versuchen V_0 weniger als 1 v. H. der beobachteten Potentialdifferenz betrug, wurde es vernachlässigt.

Es ist noch zu betonen, daß wir bei allen Berechnungen für die Elektronen eine Durchschnittsgeschwindigkeit angenommen haben, während wir bei den strengeren Rechnungen das Maxwellsche Verteilungsgesetz hätten berücksichtigen müssen.

Es unterliegt indessen keinem Zweifel, daß, wenn wir diese Messungen unter genaueren Bedingungen ausführen würden, das in der vor-

liegenden Veröffentlichung beschriebene Verfahren benutzt werden könnte, um c/m mit einem sehr hohen Genauigkeitsgrade zu bestimmen.

Allgemeine Schlußfolgerungen.

Die vorgenannten Versuche stehen mithin durchweg in Einklang mit den Beobachtungen von Langmuir und mit den Erklärungen, die er in seiner Arbeit über die Raumladungseffekte gegeben hat, und im Lichte all unserer ferneren Versuche betrachtet, erscheinen seine Schlüsse hinsichtlich der Natur der Elektronenemission seitens erhitzter Metalle wohl berechtigt. Der Umstand, daß die gewonnenen Ergebnisse, die bei Erreichung eines genügend hohen Vakuums und bei gasfreien Anoden von den Vakuumverhältnissen unabhängig sind, vollkommen bestimmt sind, der Umstand, daß sich die Beobachtungen wiederholen lassen, selbst nachdem man Gas hat in die Röhre eindringen lassen, und diese dann aufs neue ausgepumpt hat, und schließlich die quantitative Übereinstimmung mit der Theorie, die sich nicht nur in den vorstehend erwähnten Versuchen kundgibt, sondern auch in allen bislang im hiesigen Institut ausgeführten, alle diese Punkte zusammen weisen auf das Vorhandensein einer reinen Elektronenemission per ipse hin, die nicht, wie eine Reihe anderer Forscher angenommen haben, ein auf chemischen Reaktionen beruhender sekundärer Effekt ist, sondern eine Funktion der Temperatur allein ist.

Zum Schlusse möchte ich Herrn Dr. I. Langmuir für die freundlichen Ratschläge und das rege Interesse am Fortgange der vorgenannten Untersuchungen meinen Dank zum Ausdruck bringen.

Zusammenfassung.

Die Raumladungsformel, die Herr I. Langmuir für den von einem erhitzten Faden zu einer koaxialen zylindrischen Anode übergehenden Thermionenstrom entwickelt hat, ist experimentell in einem Spannungsbereich von 35 bis 136 Volt für den Fall eines Wolframfadens in einem konzentrischen Molybdänzylinder untersucht worden. Die gewonnenen Ergebnisse stehen in guter Übereinstimmung mit dieser Formel und deuten darauf hin, daß das Verfahren sich als ein sehr genaues zur Bestimmung von c/m erweisen muß. Die über den Einfluß von Gasen auf die Thermionenströme erhaltenen Beobachtungen erwiesen sich gleichfalls als mit der Oberflächenschichttheorie von Langmuir in Einklang stehend und rechtfertigen den Schluß, daß eine reine Elektronenemission seitens erhitzter Metalle besteht, die eine Funktion der Temperatur allein ist, und nicht, wie eine große Reihe von Forschern angenommen hat, ein auf der Gegenwart von Gasen beruhender Sekundäreffekt.

Laboratorium der General Electric Co., Schenectady, U. S. A.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Ikle.)

(Eingegangen 1. Juni 1914.)

Über die Ionisierung in einem geschlossenen Gefäße infolge der Eigenstrahlung der Wand.

Von E. v. Schweidler.

Eine metallische Hohlkugel vom inneren Radius a und der Wanddicke d sei mit Luft normaler Dichte gefüllt; die Volumeinheit des Metalles sende in der Zeiteinheit je Z_α, Z_β, Z_γ Strahlen der durch den Index bezeichneten Art aus; dabei sei der Durchmesser $2a$ einigemal größer als die Reichweite von α-Strahlen in Luft, aber klein gegen die „mittlere Reichweite" (= reziproker Absorptionskoeffizient) der β- und γ-Strahlen, ebenso die Wandstärke d groß gegen die Reichweite von α-Strahlen im Metall und klein gegen die der γ-Strahlen.

Die Zahl Q der im ganzen Hohlraum und die Zahl q der durchschnittlich in der Volumeinheit innerhalb der Zeiteinheit erzeugten Ionenpaare soll für die drei Strahlengattungen näherungsweise berechnet werden.

1. Wirkung der α-Strahlen.

Die Reichweite der α-Strahlen in Luft sei mit R, im Metall mit R' bezeichnet; es ist dann angenähert $R' \frac{\varrho'}{\sqrt{A'}} = R \frac{\varrho}{\sqrt{A}}$, wenn ϱ, ϱ' und A, A' die Dichten und Atomgewichte der beiden Stoffe sind. Die Gesamtzahl der von einem α-Teilchen erzeugten Ionenpaare sei k_α.

Für die ionisierende Wirkung kommt dann eine Schicht von der Fläche $4\pi a^2$ und der Dicke R' in Betracht; die von ihr erzeugte Gesamtionisierung ist dann (Mc Coy[1]), Schweidler[2])):

$$Q_\alpha = 4\pi a^2 \cdot 0{,}15\, R' k_\alpha Z_\alpha,$$

und daher:

$$q_\alpha = 0{,}45\, R' k_\alpha \frac{Z_\alpha}{a}.$$

Die Ionisierungsstärke q_α ist also dem Radius umgekehrt proportional.

---

1) H. N. Mc Coy, Phys. Rev. (2) 1, 303, 1913.

2) E. v. Schweidler, diese Zeitschr. 14, 505 und 728, 1913.

Vernachlässigt ist der Umstand, daß bei flach austretenden α-Teilchen der in Luft zurückgelegte Weg kleiner als ihre Reichweite ist, so daß die hier berechneten Werte etwas zu groß sind.

2. Wirkung der β-Strahlen.

Nach den empirischen Ergebnissen erfolgt die ionisierende Wirkung dicker β-strahlender Schichten angenähert so, als ob keine Zerstreuung vorhanden wäre, und die nach allen Richtungen gleichmäßig verteilte Strahlung einer Punktquelle nach einem einfachen Exponentialgesetz $e^{-\mu_\beta x}$ absorbiert würde; es ist daher $\frac{Z_\beta}{2\mu_\beta}(1-e^{-\mu_\beta d})$ die Zahl der β-Teilchen, die einseitig von der Flächeneinheit einer Platte der Dicke d ausgesandt werden, und

$$\frac{2\pi a^2}{\mu_\beta}(1-e^{-\mu_\beta d})Z_\beta$$

die Zahl der in den Hohlraum eintretenden Teilchen.

Bei gleichmäßiger Verteilung der Emissionsrichtungen ist die mittlere Bahnlänge innerhalb der Kugel:

$$\bar{l} = \int_0^{\pi/2} 2a\cos\vartheta \cdot \sin\vartheta \, d\vartheta = a.$$

Bezeichnet daher $\mathfrak{k}_\beta$ die durchschnittliche Zahl der von einem β-Teilchen pro Längeneinheit erzeugten Ionenpaare, so wird:

$$Q_\beta = \frac{2\pi a^2}{\mu_\beta}(1-e^{-\mu_\beta d})Z_\beta \mathfrak{k}_\beta a,$$

$$q_\beta = 1{,}5\frac{1-e^{-\mu_\beta d}}{\mu_\beta}\mathfrak{k}_\beta Z_\beta.$$

Die Ionisierungsstärke ist unabhängig vom Radius der Kugel und auch nicht mehr merklich abhängig von der Wanddicke, wenn etwa $\mu_\beta d > 4$.

Die Wirkung der von den β-Strahlen erzeugten Sekundärstrahlen ist vernachlässigt.

3. Wirkung der γ-Strahlen.

Die Absorption der γ-Strahlen innerhalb des Gefäßmaterials werde vernachlässigt, ebenso wieder die Wirkung der Sekundärstrahlen.

Ist m die Gesamtmasse des γ-strahlenden Stoffes in der Hohlkugel und n die Zahl der Strahlen, die von der Masse 1 in der Zeiteinheit ausgesandt werden, so ist $mn = Z_\gamma 4\pi a^2 d$; bezeichnet ferner K_γ die „Evesche Zahl“ für das betreffende Radioelement, so ergibt sich für den Mittelpunkt der Kugel:

$$q_\gamma(0) = \frac{K_\gamma m}{a^2} = \frac{4\pi K_\gamma}{n} d Z_\beta;$$

für einen Punkt in der Distanz x vom Zentrum gilt:

$$q_\gamma(x) = \frac{K_\gamma m}{2xa}\log\text{nat}\frac{a+x}{a-x};$$

die Ionisierungsstärke steigt also gegen den Rand hin an, die Integration des Ausdruckes $q(x)$ über das Volum der Kugel führt aber auf Schwierigkeiten.

Dagegen läßt sich Q_γ einfach berechnen, wenn die γ-Strahlung als eine korpuskulare aufgefaßt und durch einen Absorptionskoeffizienten μ_γ in Luft und durch die Größe $\mathfrak{k}_\gamma$, d. i. die Zahl der von einem γ-Strahl auf der Längeneinheit erzeugten Ionenpaare, charakterisiert wird. Bekanntlich geben ja die empirischen Bestimmungen der Ionisierungswirkung keine Entscheidung zwischen der Impuls- und der Korpuskulartheorie; ohne Rücksicht auf ihre physikalische Richtigkeit kann daher die letztere Annahme als rein formale eingeführt werden.

Analog wie in (2) ergibt sich die Zahl der fiktiven γ-Teilchen, die in der Zeiteinheit in die Luftkugel eintreten, zu $\frac{1}{2}\cdot 4\pi a^2 d Z_\gamma$, ihre mittlere Bahnlänge zu a und daher:

$$Q_\gamma = 2\pi a^3 d \mathfrak{k}_\gamma Z_\gamma,$$

$$q_\gamma = 1{,}5\, d \mathfrak{k}_\gamma Z_\gamma.$$

Die Größe $\mathfrak{k}_\gamma$ ist mit der Eveschen Zahl K_γ verknüpft durch die Gleichung:

$$\mathfrak{k}_\gamma = \frac{4\pi K_\gamma}{n},$$

denn die Gesamtionisierung einer punktförmigen Quelle m im unendlichen Luftraum ist einerseits durch $\frac{4\pi K_\gamma m}{\mu_\gamma}$, andererseits durch $\frac{mn\mathfrak{k}_\gamma}{\mu_\gamma}$ gegeben, da $\frac{1}{\mu_\gamma}$ die „mittlere Reichweite“ der fingierten γ-Teilchen in Luft darstellt.

Während also die erste Berechnungsart für den Mittelpunkt — unter Berücksichtigung dieser Relation — den Wert $q_\gamma(0) = d\mathfrak{k}_\gamma Z_\gamma$ lieferte, ergibt die zweite als mittleren Wert in der ganzen Kugel das $1^1/_2$fache hiervon.

4. Numerische Werte.

Zur Veranschaulichung der Größenordnung der zu erwartenden Ionisierungseffekte sind einige numerische Werte in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Dabei ist vorausgesetzt: eine α-Strahlung ungefähr von der Art, wie sie die *RaEm* aussendet (Reichweite in Luft $R = 4$ cm, $k_\alpha = 1{,}7\cdot 10^5$); eine β-Strahlung, die bezüglich Durchdringungsfähigkeit und ionisierender Wirkung

jener des UX oder des RaC nahekommt ($\mu_\beta(Al) = 14$ cm^{-1} und $\mathfrak{k}_\beta = 60$); eine γ-Strahlung, die ebenfalls in ihrer ionisierenden Wirkung der von RaC ausgehenden ähnlich ist ($\mathfrak{k}_\gamma = 1{,}2$).

Als Gefäßmaterial seien Aluminium und Kupfer angenommen, denen dann die Reichweiten $R'(Al) = 2{,}4 \cdot 10^{-3}$ cm und $R'(Cu) = 1{,}1 \cdot 10^{-3}$ cm sowie die Absorptionskoeffizienten $\mu_\beta(Al) = 14$ cm^{-1} und $\mu_\beta(Cu) = 60$ cm^{-1} zukommen.

Die Zahlen Z_α, Z_β, Z_γ und die Dimensionen der Kugel bleiben unbestimmt.

Ionisierungsstärke q	α-Strahlen	β-Strahlen	γ-Strahlen
Allgemein	$0{,}45\, R' k_\alpha \frac{Z_\alpha}{a}$	$1{,}5\, \frac{1-e^{-\mu_\beta d}}{\mu_\beta}\, \mathfrak{k}_\beta Z_\beta$	$1{,}5\, d\mathfrak{k}_\gamma Z_\gamma$
In Aluminiumkugel:			
bei $d = 0{,}05$ cm	$184 \frac{Z_\alpha}{a}$	$3{,}2\, Z_\beta$	$0{,}09\, Z_\gamma$
0,1 „		4,8 „	0,18 „
0,2 „		6,0 „	0,36 „
0,5 „		6,4 „	0,90 „
in Kupferkugel:			
bei $d = 0{,}05$ cm	$84 \frac{Z_\alpha}{a}$	$1{,}4\, Z_\beta$	$0{,}09\, Z_\gamma$
0,1 „		1,5 „	0,18 „
0,2 „		1,5 „	0,36 „

Wenn die Zahl Z für die drei Strahlengattungen gleich ist, überwiegt die α-Strahlung beträchtlich in kleineren Gefäßen, dagegen wird in größeren der Anteil der β-Strahlen von derselben Größenordnung.

5. Folgerungen.

Bekanntlich hatte die von Strutt[1]), McLennan und Burton[2]), Righi[3]) und Wood[4]) beobachtete Tatsache, daß die Ionisierung in geschlossenen Gefäßen vom Wandmaterial abhänge, die Annahme nahegelegt, daß die untersuchten Metalle eine spezifische Aktivität besitzen; besonders Campbell[5]) glaubte, hierfür strikte Beweise erbringen zu können.

In neuerer Zeit wird aber im allgemeinen diese Frage als nicht sicher entscheidbar angesehen, da ebensowohl ein sehr langsamer Zerfall der gewöhnlichen Elemente unter Aussendung von Becquerelstrahlen als auch eine Verunreinigung des Gefäßmaterials durch Spuren von bekannten Radioelementen die Ursache sein könnte.

Obige quantitative Angaben zeigen, daß in vielen Fällen die experimentelle Entscheidung möglich sein muß, da z. B. ein entsprechender Gehalt an Ra auch durch unmittelbare Analyse des Metalles nachweisbar wäre.

So ist z. B. bei den älteren, mit Kupferplatten als Seitenwänden versehenen Wulfschen Apparaten zur Messung der durchdringenden Strahlung die „Eigenaktivität" eine ziemlich bedeutende; bei meinem Exemplar fand ich $q = 25$, wenn der Apparat, unter Wasser versenkt, der Einwirkung äußerer Strahlung entzogen war. Aus der Tabelle berechnet man, daß für $a = 8$ cm, also ein Volum von ca. 2 Liter, in einer Kupferkugel dieser Wert erreicht wird, wenn $Z_\alpha = 2{,}4$ cm^{-3}sec^{-1} ist; hierzu wäre ein Radiumgehalt von $17{,}7 \cdot 10^{-12} \frac{g\,Ra}{cm^3}$ oder $2 \cdot 10^{-12} \frac{g\,Ra}{g\,Cu}$ notwendig, ein Betrag, wie er in relativ aktiven Gesteinen gefunden wird. Auch die Annahme, daß U, Io oder Po der wirksame Stoff wäre, müßte beim heutigen Stande der Kenntnisse von den chemischen Eigenschaften der Radioelemente eine chemische Abtrennung meßbarer Quanten voraussehen lassen.

Die Hypothese, daß Kupfer selbst α-strahlend sei, würde unter Berücksichtigung des Umstandes, daß bei langlebigen Elementen Reichweite und Ionisierungsfähigkeit der α-Strahlen verkleinert sind, auf einen Wert der Zerfallskonstante in der Größenordnung $\lambda = 3 \cdot 10^{-22}$ sec^{-1} führen[1]).

Wie ferner aus der Tabelle hervorgeht, wird in größeren Gefäßen der Anteil der β-Strahlung merklich. So würde z. B. in einem Aluminiumgefäß der Wert $q_\beta = 4$ erreicht werden, wenn $Z_\beta = 0{,}6$ ist, entweder durch Anwesenheit eines β-strahlenden Radioelementes als Verunreinigung oder falls Aluminium unter Aussendung bloß von β-Strahlen mit der Konstante $\lambda = 10^{-23}$ sec^{-1} zerfiele.

Die Tatsache, daß die „Restionisierung" in einem vor äußerer Strahlung geschützten Gefäße unabhängig von den Dimensionen ist, führt daher nicht notwendig zu der Konsequenz[2]), daß eine spontane Ionisierung des Gases ohne Einwirkung der Strahlung der Gefäßwände die Ursache davon sei.

1) R. J. Strutt, Nature 67, 369 und 439, 1903; Phil. Mag. (6) 5, 680, 1903.
2) J. C. McLennan und E. F. Burton, Phil. Mag. (6) 6, 343, 1903; diese Zeitschr. 4, 553, 1903.
3) A. Righi, N. Cim. (5) 9, 53, 1905.
4) A. Wood, Phil. Mag. (6) 9, 550, 1905.
5) N. R. Campbell, Phil. Mag. (6) 9, 531 und 545, 1905; Jahrb. Rad. u. El. 2, 434, 1905.

1) In einem analogen Zahlenbeispiel, das in E. Rutherfords „Radioactive Substances and their Radiations" auf S. 596 [deutsche Ausgabe S. 536] behandelt ist, wird — offenbar infolge eines Stellenfehlers in der Rechnung — ein mehrere hundertmal zu kleiner Wert für den notwendigen Radiumgehalt oder für die Zerfallskonstante des als radioaktiv supponierten Metalles angegeben.
2) J. C. McLennan und A. R. McLeod, Phil. Mag. (6) 26, 740, 1913.

Zusammenfassung:

Die Ionisierung in einem kugelförmigen Gefäß infolge der α-, β- und γ-Strahlung der Wand wird näherungsweise berechnet. Die experimentelle Entscheidung, ob radioaktive Verunreinigungen des Gefäßmaterials oder dessen spezifische Radioaktivität die Ursache sind, erscheint auf Grund der quantitativen Ergebnisse möglich.

Physikalisches Institut der Universität Innsbruck, 6. Juni 1914.

(Eingegangen 7. Juni 1914.)

Über einige Widerstandsmessungen und optische Messungen an dünnen Platinschichten.

Von Béla Pogány.

(Vorläufige Mitteilung.)

Herr W. Planck hat in Nummer 11[1]) dieser Zeitschrift in einer wertvollen Mitteilung die Resultate veröffentlicht, die er bei seinen optischen Untersuchungen an dünnen Kupferschichten erhielt. Um seine Resultate theoretisch zu erklären, nimmt er an, daß bei geringen Schichtdicken die freie Weglänge der freien Elektronen abnimmt, das heißt in der Drudeschen Theorie, daß die Reibungskraft größer wird.

J. J. Thomson[2]) hat ebenfalls auf Grund seiner Theorie der metallischen Leitung den Schluß gezogen, daß die freie Weglänge kleiner wird, sobald die Schichtdicke der freien Weglänge selbst kommensurabel wird. Bedeutet λ die mittlere Weglänge im massiven Metall, d die Schichtdicke, so ergibt seine Rechnung, daß die verkleinerte Weglänge

$$\lambda' = d\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\lg\frac{\lambda}{d}\right)$$

beträgt, wo die Formel für Schichten gilt, deren Dicke mindestens von der Größenordnung der mittleren Weglänge ist. Infolge hiervon nimmt der spezifische Widerstand bei abnehmender Schichtdicke zu, was Patterson[3]) bestätigt hat. Ich bin gerade auf Anraten von Herrn Prof. Tangl mit der Weiterführung der Pattersonschen Untersuchungen beschäftigt und habe bisher Messungen an dünnen Platin- und Silberschichten ausgeführt. Da die Arbeit noch weitergeführt werden soll, so möchte ich bloß einige der bisherigen an Platin erhaltenen Resultate, die aus Anlaß der Veröffentlichung von Herrn Planck vielleicht von Interesse sind, hier in Kürze mitteilen.

Die benutzten Platinschichten habe ich durch Kathodenzerstäubung auf Deckgläser von 26 × 76 mm Fläche hergestellt und dann den Widerstand in der Wheatstoneschen Brücke gemessen. Zur Bestimmung der Dicke benutzte ich eine von J. Nemetz in Wien gebaute chemische Mikrowage, die sich für solche Zwecke hervorragend eignet. Bei Innehaltung einiger Vorsichtsmaßregeln sind die daran ausgeführten Wägungen bis auf 0,000004 g genau. Bei dieser Art der Dickenmessung ist natürlich vorausgesetzt, daß die Dichte der Schichten von der Dicke unabhängig ist. Übrigens könnte man bei Platinschichten, wenn man einigermaßen für die Konstanz von Spannung und Stromstärke während der Zerstäubung sorgt, die Dicke mit ziemlicher Annäherung auch aus der

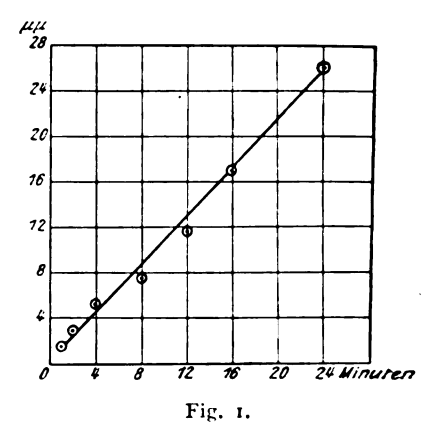


Fig. 1.

Fig. 2.

1) W. Planck, diese Zeitschr. 15, 563, 1914.
2) J. J. Thomson, Cambridge Proc. (2) 9, 120, 1901.
3) J. Patterson, Phil. Mag. (4) 4, 652, 1902.

Expositionszeit der Zerstäubung erschließen, wie das aus der Fig. 1 ersichtlich ist, wo ich als Abszissen die Expositionszeiten, als Ordinaten die Schichtdicke der Platten aufgetragen habe. Was nun die Widerstandsmessungen betrifft, so ist in Fig. 2 die von mir gefundene Abhängigkeit[1]) des spezifischen Widerstandes von der Schichtdicke bei einer Serie der von mir hergestellten Platinschichten dargestellt. Als Ordinaten sind die Widerstände der Platten mit der Schichtdicke multipliziert aufgetragen, was also, da die Platten die nämlichen Abmessungen besaßen, ein Bild für die Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes liefert. Wie man sieht, ist der spezifische Widerstand relativ dickerer Schichten bis zu 7 $\mu\mu$ konstant, um dann rapid anzuwachsen. Dieses plötzliche, steile Ansteigen veranlaßte mich, einen entgegengesetzten Gedankengang verfolgend, wie Herr Planck, nachzusehen, ob diese Änderung der Leitfähigkeit sich nicht auch im optischen Verhalten der Platten bemerkbar mache. Ich bestimmte daher an einem Fueßschen Spektrometer n und k der Platinschichten, deren Widerstände in Fig. 2 gezeichnet sind. Zur Berechnung von n und k benutzte ich die von Försterling in seiner ersten Abhandlung[2]) über den Gegenstand für das durchgehende Licht gegebenen Formeln, da ich erstens damals noch nicht über spannungsfreie Prismen verfügte und andererseits die Dicke der Schicht schon durch Wägung kannte. Die für gelbes Licht erhaltenen Werte sind in den Fig. 3, 4 und 5 dargestellt. Ich glaube in den Kur-

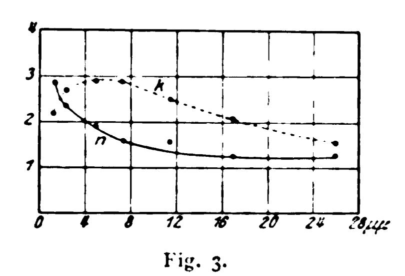


Fig. 3.

ven im allgemeinen eine qualitative Bestätigung der theoretischen Überlegungen von Herrn Planck erblicken zu können. Erstens haben die Kurven, mit Ausnahme derjenigen für $n^2 - k^2$, dieselbe Gestalt, wie die von Herrn Planck für Kupfer erhaltenen und aus seinem Ansatz erklärten Kurven. Bei k und $2nk$ habe ich ebenfalls das charakteristische Maximum beobachtet und das stetige Fallen bei n. Das Maximum von $2nk$ ist vielleicht weniger ausgeprägt, wie bei Kupfer, und auch die Änderung von n mit der

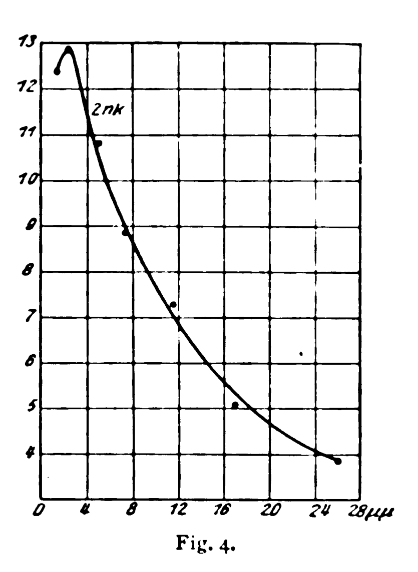


Fig. 4.

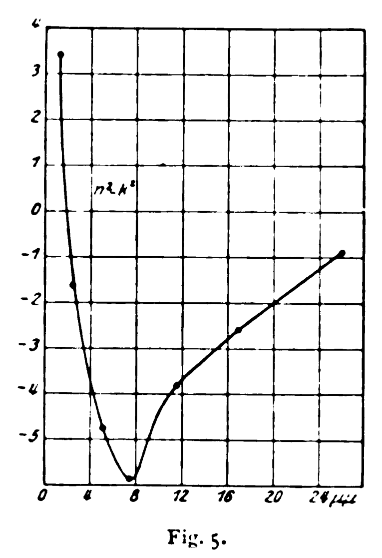


Fig. 5.

Schichtdicke ist geringer als dort. Das stimmt damit überein, was Herr Planck über die Gallischen Beobachtungen im Zusammenhang mit den von Meier mitgeteilten Zahlenwerten aussagt. Die Heranziehung der Fig. 2 für die Leitfähigkeit erklärt auch weiterhin, weshalb die von Herrn Planck bezüglich der Veränderlichkeit von n und k mit der Schichtdicke an Kupfer gemachten Wahrnehmungen sich am Platin etwas schwerer beobachten lassen. Da nämlich der spezifische Widerstand dünner Platinschichten bis zu relativ geringen Dicken (7 $\mu\mu$) merklich konstant bleibt, so kann eine, durch seine Veränderung verursachte Änderung von n und k auch nur in der Umgebung dieser ziemlich geringen Schichtdicke auftreten. Die oberhalb 7 $\mu\mu$ beobachtete langsame Veränderung von n und K ist auch damit im Einklange. Das Verhalten

1) Siehe auch bei J. Patterson, l. c.
2) Gött. Nachr. S. 65, 1911.

der Kurve für $n^2 - k^2$, sowie den weiteren Umstand zu erklären, daß die Absolutwerte von n und k bei 26 $\mu\mu$ gegenüber denen des massiven Platins noch zu klein ausgefallen sind, bleibt der weiteren Untersuchung vorbehalten.

Kolozsvár, Physik. Institut der Universität, 6. Juni 1914.

(Eingegangen 7. Juni 1914.)

Die Methode von Mandelstam-Ubisch zur Bestimmung der Dämpfung der Eigenschwingungen leuchtender Dämpfe[1]).

Von Rudolf Ladenburg.

§ 1.

Die Methode von Mandelstam und G. v. Ubisch hat sich als äußerst empfindlich erwiesen, um geringe Wellenänderungen nachzuweisen[2]). Sie beruht auf der Messung der Absorption, die eine Spektrallinie eines leuchtenden Gases in einem gleichbeschaffenen Gase erfährt, und auf der Änderung dieser Absorption bei einer Wellenlängenänderung der Emissions- oder Absorptionslinie, die bei den ursprünglichen Versuchen durch magnetische Kräfte hervorgerufen wurde. Diese Anordnung ist also ein optisches Analogon zur Bjerknesschen Resonanzmethode, bei der der Resonanzeffekt eines elektrischen Schwingungskreises gemessen wird bzw. seine Änderung bei systematischer Verstimmung des Resonanzkreises gegen die erregenden Schwingungen. Ebenso wie man nach dieser Methode die Dekremente der untersuchten Schwingungen berechnen kann, haben Mandelstam und G. v. Ubisch jene benutzt, um die Dämpfung der Eigenschwingungen in leuchtendem (und nicht leuchtendem) Natriumdampf zu bestimmen. Der für leuchtenden Natriumdampf in der Bunsenflamme gefundene Wert ist in der Bezeichnungsweise von Voigt[3]) $\nu' = 5$ bis 9×10^{10}, er ist also etwa 10mal so groß, als ihn Ladenburg und Senftleben[4]) nach einer demnächst ausführlicher zu beschreibenden Methode gefunden haben. Zwar verfolgte die Untersuchung von Mandelstam-Ubisch vorläufig nur den Zweck, die Größenordnung dieser bisher unbekannten Dämpfung zu bestimmen und so eine Charakteristik der betreffenden Linien zu liefern. Jedoch scheint mir die genannte Differenz mit unseren Versuchen, außerhalb der Fehlergrenzen zu liegen. Eine nähere Diskussion der Theorie der Versuche von Mandelstam-Ubisch zeigt nun (§ 2), daß die von G. v. Ubisch zur Berechnung der Dämpfung benutzten Gleichungen —, die übrigens nicht mehr als eine schematische Approximation der Erscheinung geben sollten, — nur für äußerst dünne Dämpfe strenge Gültigkeit haben. Gerade bei diesen ist aber (§ 3) die Frequenzabhängigkeit des Absorptionskoeffizienten (und damit die Intensitätsverteilung der Natriumlinien) sicher nicht ausschließlich durch die der Berechnung zugrunde liegende, von der Dispersionstheorie gelieferte Funktion[1]) darstellbar, bei der eine Art Dämpfung der Schwingungen vorausgesetzt wird. Vielmehr geht aus den Untersuchungen von Voigt[2]), Reiche und dem Verfasser[3]) hervor, daß die von Rayleigh aus dem Dopplereffekt berechnete Funktion um so mehr für die Intensitätsverteilung der untersuchten Linien maßgebend ist, je dünner der Dampf ist. Deshalb werden diese Linien bei geringer Dampfdichte nicht sowohl durch die Dämpfung der Schwingungen, als durch die Geschwindigkeit der Zentren bzw. ihrer Träger charakterisiert, und in der Tat läßt sich in diesem Fall aus Versuchen nach der Methode von Mandelstam-Ubisch diese Geschwindigkeit berechnen. Die betreffende Gleichung wird im § 3 abgeleitet.

§ 2.

Bei Mandelstam und G. v. Ubisch befindet sich eine gefärbte Flamme F_1 zwischen den Polen eines Elektromagneten, und das von ihr transversal zum Feld ausgestrahlte Licht durchsetzt eine zweite gleiche Flamme F_2, einen depolarisierenden Glasplattensatz und ein Savartsches Polariskop. Die im Magnetfeld entstandenen äußeren, senkrecht zu den Kraftlinien schwingenden Komponenten erfahren in der zweiten Flamme geringere Absorption, also größere Durchlässigkeit ($D_\perp$) als die innere, parallel schwingende Komponente, ($D_\parallel$) (bzw. wegen des komplizierteren Zeemaneffektes: die inneren Komponenten). Gemessen wird, mittels Drehung der Glasplatten, das Verhältnis $V = \frac{D_\perp}{D_\parallel}$ als Funktion der Feldstärke. Zur Berechnung wird angenommen, daß, wie bei der Bjerknesschen Methode, eine ungedämpfte Welle die

1) Vorgetragen in der Sitzung der Schles. Ges. f. vaterl. Kultur am 24. Februar 1914.

2) L. Mandelstam, diese Zeitschr. **11**, 752, 1910; G. v. Ubisch, ebenda S. 753, sowie Ann. d. Phys. (4) **35**, 790, 1911; A. v. Malinowski, diese Zeitschr. **14**, 884, 1913; F. Paschen und W. Gerlach, ebenda **15**, 489, 1914.

3) W. Voigt, Lehrbuch der Magneto- und Elektrooptik, Leipzig 1907, S. 112.

4) R. Ladenburg u. H. Senftleben, Die Naturwissenschaften, I, 914, 1913.

1) Voigt, Magneto- und Elektrooptik, loc. cit.

2) W. Voigt, Münch. Ber. 1912.

3) F. Reiche, Verh. d. D. phys. Ges. **15**, 6, 1913; R. Ladenburg und F. Reiche, C. R. **158**, 1788, 1914.

Absorptionsflamme F_2 durchsetzt, und daß die Dämpfung der von ihr emittierten D-Linien doppelt so groß als in Wahrheit, nämlich gleich der Summe der eigenen Dämpfung und der der ihr gleichen Emissionsflamme sei. Ist

$$W = \ln V,$$
$$W_\infty = \ln V_\infty$$

der Grenzwert, der bei Steigerung der Feldstärke erreicht wird, und δ die magnetische Verschiebung der Außenkomponenten, bei der V beobachtet wird, so findet G. v. Ubisch

$$\nu' = \delta \sqrt{\frac{W_\infty - W}{W}} \qquad (1)$$

als Voigtsche Dämpfungskonstante (siehe oben l. c.). Die Berücksichtigung des wahren, an den D-Linien eintretenden komplizierten Zeemaneffektes läßt sich unter ein wenig schematisierenden Annahmen ebenfalls durchführen und liefert für ν' einen von derselben Wurzelgröße abhängigen, etwas komplizierteren Ausdruck. Da ohne Spektroskop gearbeitet wird, erhält man einen Mittelwert für beide D-Linien, und zwar fand G. v. Ubisch wie gesagt $\nu' = 5$ bis 9×10^{10}. Bei einer Wiederholung dieser Versuche im hiesigen Institut durch Herrn H. Senftleben vor zwei Jahren — lange bevor die folgenden Überlegungen durchgeführt waren — unter ähnlichen Bedingungen und bei variierter Dampfdichte, ergaben sich zwar etwas andere Zahlenwerte für V, als sie G. v. Ubisch angibt, aber für die Dämpfung ν' wieder etwa gleich große Werte.

Es schien mir nun a priori fraglich, wie weit die zu Gleichung (1) führende Übertragung der Bjerknesschen Resultate auf den vorliegenden Fall zulässig ist; denn bei Bjerknes wird der Integraleffekt der Stromstärke im Resonanzkreis gemessen, und dessen Abhängigkeit von der Verstimmung der zwei Kreise ist, wie Bjerknes zeigt, tatsächlich nur von der Summe der Dekremente der zwei Kreise abhängig. Hier dagegen wird die optische Durchlässigkeit gemessen.

Andererseits ist der strenge Ansatz für diese Versuche unmittelbar angebbar: im Fall des normalen Effektes (und einer einzigen Spektrallinie) ist die parallel zu den Kraftlinien schwingende Komponente unverschoben, also $1 - D_{\parallel}$ im wesentlichen mit der „Linienabsorption" identisch, wie Ladenburg-Reiche[1]) die Lichtabsorption einer Spektrallinie eines Gases in einer der emittierenden gleichen Gasschicht genannt haben[2]). Ist $\nu_0 = \frac{2\pi c}{\lambda_0}$ die Frequenz des Schwerpunktes der betreffenden Spektrallinie, $\mathfrak{E}(\nu - \nu_0)$ und $\mathfrak{A}(\nu - \nu_0)$ das Emissions- bzw. Absorptionsvermögen der untersuchten Dämpfe in ihrer Abhängigkeit von der Frequenz ν, symmetrisch zu ν_0, so ist

$$D_{\parallel} = \frac{\int \mathfrak{E}(\nu - \nu_0)[1 - \mathfrak{A}(\nu - \nu_0)]\, d\nu}{\int \mathfrak{E}(\nu - \nu)\, d\nu}. \qquad (2)$$

Da für die Alkalidämpfe der Bunsenflamme die Gesetze der Temperaturstrahlung gelten, ist der Quotient $\frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{A}}$ gleich dem Emissionsvermögen des schwarzen Körpers gleicher Temperatur und Frequenz, also wegen des schmalen Frequenzbereichs der Spektrallinien auch in obigen Integralen als unabhängig von ν anzusehen, obwohl dieselben von 0 bis ∞ zu erstrecken sind. So wird

$$1 - D_{\parallel} = A_L = \frac{\int \mathfrak{A}^2(\nu - \nu_0)\, d\nu}{\int \mathfrak{A}(\nu - \nu_0)\, d\nu}.$$

Die Berechnung dieser „Linienabsorption" findet sich in der Arbeit von Ladenburg-Reiche für den Fall, daß $\mathfrak{A}(\nu - \nu_0)$ die von der Dispersionstheorie gelieferte Funktion

$$\mathfrak{A}(\nu - \nu_0) = 1 - e^{-\frac{\sigma}{4(\nu - \nu_0)^2 + \nu'^2}} \qquad (3)$$

ist. Dabei ist

$$\sigma = r \cdot \nu'^2 = \frac{\varrho l \nu'}{c}, \qquad (3a)$$
$$\varrho = 4\pi \mathfrak{N} \frac{e^2}{m},$$

l die Schichtdicke, $\mathfrak{N}$ die Zahl der Elektronen pro Volumeneinheit, e und m ihre Ladung und Masse, c die Lichtgeschwindigkeit.

Analog (2) ist

$$D_{\perp} = \frac{\int \mathfrak{E}(\nu + \delta - \nu_0)[1 - \mathfrak{A}(\nu - \nu_0)]\, d\nu}{\int \mathfrak{E}(\nu + \delta - \nu_0)\, d\nu} =$$
$$= \frac{\int\limits_0^{+\infty} \left(1 - e^{-\frac{\sigma}{4(\nu + \delta - \nu_0)^2 + \nu'^2}}\right) e^{-\frac{\sigma}{4(\nu - \nu_0)^2 + \nu'^2}}\, d\nu}{\int\limits_0^{+\infty} \left(1 - e^{-\frac{\sigma}{4(\nu + \delta - \nu_0)^2 + \nu'^2}}\right) d\nu},$$

indem wir $\mathfrak{A}(\nu)$ aus Gleichung (3) einsetzen. Der Nenner ist zwar mit demjenigen von (2) identisch, die Integration des Zählers ist mir jedoch direkt nicht gelungen. Dagegen kommt man ohne weiteres zum Ziel, wenn man die Exponentialfunktion von e nach Potenzen der Exponenten entwickelt, da es sich dann nur um die Integration rationaler Funktionen handelt. Allerdings wird die Berechnung bald sehr umständlich. Ich habe dieselbe mit der dritten Potenz abgebrochen, also die vierte und höhere

1) R. Ladenburg und F. Reiche, C. R. 157, 279, 1913; Ann. d. Phys. (4) 42, 181, 1913.

2) Im Gegensatz zu der „Gesamtabsorption", die ein nicht unendlich schmaler Bereich eines kontinuierlichen Spektrums in einem absorbierenden Gas erfährt.

Potenzen von $r = \frac{\sigma}{\nu'^2}$ vernachlässigt. Das Resultat gilt also nur für entsprechende kleine Werte der Dampfdichte ϱ. Ich finde so

$$V = \frac{D_\perp}{D_\parallel} =$$

$$= \frac{1 - \frac{\sigma}{4\nu'^2} - \frac{\sigma}{2(\nu'^2+\delta^2)} + \frac{\sigma^2}{16\nu'^4} + \frac{\sigma^2}{8\nu'^2}\frac{3\nu'^2+\delta^2}{(\nu'^2+\delta^2)^2}}{1 - \frac{3}{4}\frac{\sigma}{\nu'^2} + \frac{7}{16}\frac{\sigma^2}{\nu'^2}},$$

$$V_\infty = \frac{1 - \frac{\sigma}{4\nu'^2} + \frac{\sigma^2}{16\nu'^4}}{1 - \frac{3}{4}\frac{\sigma}{\nu'^2} + \frac{7}{16}\frac{\sigma^2}{\nu'^4}},$$

und daraus folgt die der Gleichung (1) ähnliche Gleichung

$$\nu' = \delta\sqrt{\frac{V_\infty - V}{V - 1}}\left(1 - \frac{\sigma}{4\nu'^2}\right). \quad (4)$$

Die zwei Gleichungen unterscheiden sich in zwei Punkten: Erstens tritt an Stelle der Größe $W = \ln V$ in Gleichung (1) hier der Wert $V - 1$. Im Falle der Versuche von G. v. Ubisch und Senftleben ist in erster Annäherung tatsächlich $\ln V = V - 1$ zu setzen, da die gefundenen Werte von $V = \frac{D_\perp}{D_\parallel}$ sich von 1 genügend wenig unterscheiden.

Zweitens aber tritt in Gleichung (4) der Faktor $\left(1 - \frac{\sigma}{4\nu'^2}\right)$ hinzu. Dies zeigt, daß die Gleichung (1) nur für so kleine Dampfdichten gilt, daß $\frac{\sigma}{4\nu'^2} = \frac{r}{4}$ gegen 1 vernachlässigt werden darf[1]). Mit anderen Worten: bei den Berechnungen von Mandelstam-Ubisch wird implicite die Voraussetzung gemacht (— auf die mich Herr Mandelstam freundlicher Weise schriftlich hinwies —), daß die Intensitätsverteilung der Linien beim Durchgang durch die absorbierende Flamme nicht wesentlich modifiziert wird. Dies ist nämlich nur bei sehr kleiner Dampfdichte der Fall, solange als die Linienintensität der Schichtdicke proportional wächst. Durch unsrige obige Betrachtung wird diese Bedingung oder Voraussetzung quantitativ formuliert (s. Gl. 4). Die Einheit von r erhellt daraus, daß nach der Untersuchung von Ladenburg-Reiche für $r = 1$ die Helligkeit i der Natriumflammen in den Einheiten der Gouyschen Versuche[1]) etwa 3,5 ist, während die kleinste von Gouy gemessene Helligkeit $i = 0{,}5$, die größte $i = 200$ war. Eine zu große Dichte bewirkt offenbar, daß man aus Gleichung (1) einen zu großen Wert von ν' berechnen wird (ohne daß dieser Wert etwa der wahre, der größeren Dampfdichte entsprechende wäre), wenigstens solange $\frac{r}{4} < 1$ bleibt, denn für größere Werte von r müßten weitere Potenzen berücksichtigt werden. Auch die praktische Ausführung der Methode ist auf nicht zu große Dampfdichte beschränkt, weil sonst der Grenzwert V_∞ nicht erreicht wird[2]) (bzw. der beim komplizierten Zeemaneffekt[3]) der D-Linien eintretende Maximalwert V_m, vgl. den folgenden § 3). So sind die Versuche von G. v. Ubisch jedenfalls mit kleiner Dampfdichte angestellt; ob allerdings die Dampfdichte so klein war, wie es zur Gültigkeit der Gleichung (1) nötig wäre, läßt sich aus den Angaben von G. v. Ubisch nicht entnehmen.

§ 3.

Bei sehr kleiner Dampfdichte der Flamme ist aber höchstwahrscheinlich die Intensitätsverteilung der D-Linien gar nicht durch die Gleichung (3) der Dispersionstheorie und die Dämpfung der Schwingungen bestimmt, wie es bisher und bei der Berechnung von Mandelstam-Ubisch vorausgesetzt wurde. Denn die der Flammentemperatur entsprechende Geschwindigkeit der Natriummoleküle ist bereits so groß, daß der dadurch bedingte Dopplereffekt die Linienbreite wesentlich beeinflußt[4]) — wenigstens bei dünnen Dämpfen; in dichten Dämpfen wiederum verbreitern sich die Spektrallinien auf Grund des Ansatzes (3) der Dispersionstheorie auch bei relativ geringer Dämpfung so stark, daß in den von ihnen emittierten D-Linien der Einfluß des Dopplereffektes gegenüber dem der „Dämpfung" vernachlässigt werden kann[5]).

1) An der Spitze des theoretischen Teils schreibt v. Ubisch, daß gewisse Voraussetzungen über die Verteilungsdichte der Resonatoren gemacht werden müßten, die praktisch stets erfüllt sind (vgl. Lorentz, Theory of Electrons, S. 154). Aus dem Zitat entnehme ich, daß die Beschränkung gemeint ist, unter der unsere Grundgleichung (1) der D. V. gilt (cf. Voigt, Magnetooptik, S. 112), und nicht etwa so kleine Dampfdichte, wie wir es hier als notwendige Bedingung finden.

1) Ann. chim. et phys. (5) **18**, 5—101, 1879.

2) Dies ergibt sich ohne weiteres aus der Überlegung, daß mit wachsender Dichte die Linienbreite so groß wird, daß das Magnetfeld nicht ausreicht, die Linien der Emissionsflamme ganz aus dem Wellenlängenbereich der Absorptionslinien herauszuschieben.

3) Die Wirkung dieses komplizierteren Effektes läßt sich bei unserer Rechnung ohne Schwierigkeit berücksichtigen, analog der Art, wie es G. v. Ubisch tut, und man erhält einen Ausdruck, der sich im wesentlichen gerade so von demjenigen von Ubisch unterscheidet, wie Gleichung (4) von der Gleichung (1).

4) Vgl. die oben zitierten Arbeiten (S. 690 r. Sp., Anm. 2 und 3).

5) Vgl. Ladenburg-Reiche, Ann. d. Phys., l. c.

Ja, die Versuche Gouys über die Zunahme der Helligkeit der D-Linien mit der Dampfdichte deuten darauf hin[1]), daß bei sehr geringer Dichte die Intensitätsverteilung wesentlich durch die von Rayleigh aus der Erscheinung des Dopplereffektes abgeleitete Funktion, die Rayleighsche Intensitätsverteilung" (R.I.V.) bestimmt ist[2])

$$\mathfrak{A}_0(\nu - \nu_0) = C e^{-a^2(\nu - \nu_0)^2}, \qquad (5)$$

wobei

$$C = \frac{2c^2 \mathfrak{N} l}{q \nu_0 m} \quad \text{und} \quad a^2 = \frac{4c^2}{\pi \nu_0^2 q^2}$$

ist und $\bar{q}$ die mittlere Geschwindigkeit der Zentren bedeutet. Der Ansatz (5) gilt wieder nur für dünne Schichten, während für das Absorptionsvermögen dicker Schichten

$$\mathfrak{A} = 1 - e^{-C \cdot e^{-a^2(\nu - \nu_0)^2}} \qquad (5a)$$

zu setzen ist.

Aus dem Ansatz (5) berechnet sich z. B. die Linienabsorption[3])

$$A_L = 1 - D_{\parallel} = \frac{\int_0^\infty \mathfrak{A}^2 d\nu}{\int_0^\infty \mathfrak{A} d\nu} = \frac{C}{\sqrt{2}};$$

so wird

$$D_{\parallel} = 1 - \frac{C}{\sqrt{2}},$$

$$D_{\perp} = 1 - \frac{C}{\sqrt{2}} \cdot e^{-\frac{a^2 \delta^2}{2}},$$

und wenn wieder

$$V = \frac{D_{\perp}}{D_{\parallel}}, \qquad V_\infty = \frac{1}{D_{\parallel}}$$

gesetzt wird, entsteht

$$\frac{V_\infty - V}{V - 1} = Z = \frac{1}{e^{\frac{a^2 \delta^2}{2}} - 1}$$

also unabhängig von C und damit von der Zentrenzahl $\mathfrak{N}$. Benutzen wir schließlich den obigen Wert von a^2, so finden wir

$$q^2 = \frac{2c^2 \delta^2}{\pi \nu_0^2} \cdot \frac{1}{\ln\left(1 + \frac{1}{Z}\right)}. \qquad (6)$$

Ensprechend der dieser Rechnung zugrunde liegenden Rayleighschen Intensitätsverteilung (5) läßt sich also nach Gleichung (6) aus den Messungen von Z nunmehr die Geschwindigkeit $\bar{q}$ der Zentren entnehmen. Doch gilt die Ableitung nur für einen normalen Zeemaneffekt und dünne Dämpfe.

Die D-Linien zeigen bekanntlich einen komplizierteren Effekt, indem sich auch die parallel dem Felde schwingende Mittellinie in zwei Komponenten spaltet, bei D_2 entstehen außerdem vier senkrecht schwingende Außenkomponenten. Jedenfalls muß infolgedessen statt eines Grenzwertes V_∞ ein Maximalwert V_m eintreten, da bei genügend großer Feldstärke auch die parallel schwingenden Komponenten aus dem Absorptionsbereich der unzerlegten Absorptionslinie heraustreten und schließlich auch $D_{\parallel} = 1$ und damit V wieder $= 1$ werden muß. In der Tat beobachtete Herr Senftleben im Verlauf der oben genannten Versuche an den dünnsten Flammen, daß V bis zu einer Feldstärke von 6500—7000 Gauß wuchs, um bei höheren Feldern wieder abzunehmen.

Wenn man trotz dieses prinzipiellen Unterschiedes die für den normalen Zeemaneffekt gültige Formel der Berechnung der vorliegenden Versuche zugrunde legt, so findet man aus den Zahlenangaben von Frl. v. Ubisch und den oben erwähnten Messungen des Herrn Senftleben folgende Werte von $\bar{q}$:

Beobachter	Vers.-Reihe	$q \cdot 10^{-5}$	Bemerkungen
v. Ubisch	I	2,3	
	II	2,3	
	III	2,6	
Senftleben	*F*	1,75	Geringe Dampfdichte
	D	2,1	Größere "
	J	2,7	" "

Diese Werte von $\bar{q}$ sind durchweg höher als der der Flammentemperatur entsprechende Wert (etwa $1,35 \times 10^5$). Die Versuche von Senftleben zeigen aber eine deutliche Abhängigkeit von der Dampfdichte, indem sich bei größerer Dichte auch ein größerer Wert der Geschwindigkeit errechnet: die benutzte Gleichung (5) setzt eben reine Rayleighsche Intensitätsverteilung voraus, während die Intensitätsverteilung bei den größeren Dichten von Senftleben und bei denen von G. v. Ubisch jedenfalls aus der Rayleighschen Intensitätsverteilung und der Intensitätsverteilung der Dispersionstheorie zusammengesetzt war. Man wird also bei noch kleinerer Dichte auch kleinere Werte von $\bar{q}$ erwarten.

Übrigens würde die Berücksichtigung des tatsächlich an den D-Linien eintretenden komplizierten Zemaneffektes — bei ähnlich angenäherter Rechnung wie bei Frl. v. Ubisch —

1) Ladenburg-Reiche, C. R. 158, 1788, 1914.

2) Siehe besonders F. Reiche, Verh. d. D. phys. Ges. 15, 6, 1013.

3) Aus dem Ansatz (5a) folgt in zweiter Annäherung

$$A_L = \frac{C}{\sqrt{2}} - C^2\left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{4}\right) \cdots$$

noch etwas größere Werte von $\bar{q}$ liefern als Gleichung (6).

Aussichtsreich erscheint es hiernach, die Versuche mit Spektrallinien zu wiederholen, die einen normalen Zeemaneffekt zeigen — wie z. B. die Lithiumlinien —, wobei vor allem auf die Dampfdichte zu achten sein wird. Sobald die geeigneten Apparate frei werden, sollen derartige Versuche hier ausgeführt werden.

Breslau, Physikalisches Institut der Universität, Juni 1914.

(Eingegangen 10. Juni 1914.)

Über die Theorie der schwarzen Strahlung.

Von A. J. Dempster.

Im folgenden sollen kurz einige Überlegungen mitgeteilt werden, die vor mehreren Wochen an das Phil. Mag. in ausführlicher Darstellung geschickt wurden und demnächst im Drucke erscheinen. Diese Zusammenfassung dürfte von Interesse sein, da inzwischen von anderer Seite eine eingehende Erörterung eines in meiner Arbeit benutzten Prozesses veröffentlicht worden ist[1]).

Eine Methode, Wellenlängen in andere überzuführen durch die Anwendung von Prozessen, für welche thermodynamische Überlegungen angestellt werden können, wird geboten durch die Änderungen, welche in einer Schwingung durch Amplituden- und Phasenstörungen verursacht werden. Lord Rayleigh[2]) betrachtet den Fall, wo die Amplitude einer einfachen Schwingung so variiert wird, daß die Bewegung durch

$$2(1+\cos 2\pi m t)\cos 2\pi\nu t$$

ausgedrückt wird. Dies läßt sich als die Summe von drei einfachen Schwingungen schreiben

$$2\cos 2\pi\nu t+\cos 2\pi(\nu+m)t+\cos 2\pi(\nu-m)t.$$

Wenn man also einen mit monochromatischer Strahlung erfüllten Raum hat, kann man daraus Strahlung von anderen Wellenlängen bekommen, indem man sie durch eine Öffnung in einen anderen Raum austreten läßt, wobei in der Öffnung ein geschwärzter Keil hin- und hergeschoben wird, so daß die Amplitude wie oben geändert wird.

Auch durch Phasenstörungen kann man die Wellenlänge einer Schwingung ändern, wie in der Theorie der Verbreiterung von Spektrallinien in Geißlerröhren durch Druck gezeigt wird. Die Störungsfunktion

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ \cos(2\pi\mu t+\vartheta) & 0<t<T\\ 0 & t>T\end{cases}$$

läßt sich durch das Fouriersche Integral als ein System von einfachen Schwingungen ausdrücken:

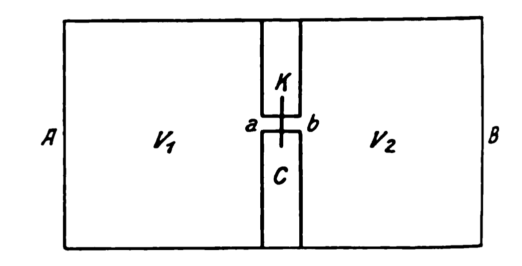
$$f(t)=\int_0^\infty I_0(\nu,\mu,\vartheta)\cos 2\pi\nu(t-\varphi)\,d\nu$$

und wenn wir viele solche hinsichtlich ihrer Phase unregelmäßig verteilte Wellenzüge haben, wird die resultierende Energieverteilung im Spektrum gegeben durch

$$\int_0^\infty I^2(\nu,\mu)\,d\nu,$$

wo $I^2(\nu,\mu)$ ein Mittelwert von $I_0^2(\nu,\mu,\vartheta)$ für verschiedene ϑ ist. Beträchtliche Verbreiterungen treten auch dann auf, wenn zum Beispiel T so groß ist, daß jeder Wellenzug 10^6 Wellen enthält.

Durch das folgende Gedankenexperiment können wir eine Anwendung auf die schwarze Strahlung machen.



AB ist ein evakuierter Zylinder mit vollkommen diffus reflektierenden Wänden. C ist ein reibungsloser Kolben mit einem Loch (a,b), welches durch die Klappe K geschlossen werden kann. Wenn wir in V_1 monochromatische Strahlung haben und die Klappe auf- und zumachen, so daß sie jedesmal eine Zeit T offen bleibt, so bekommen wir in V_2 endliche Wellenzüge, die einer verbreiterten Linie entsprechen. Nehmen wir an, daß der Kolben sich an dem Ende B befindet, und in V_1 Strahlung von der Energiedichte u ist. Durch einen unendlich kleinen Arbeitsaufwand können wir den Kolben unendlich langsam zum Ende A schieben, während die Klappe wie oben fortwährend geöffnet und geschlossen wird. Denn zu jeder Zeit ist die Gleichgewichtslage gegeben durch gleichen Druck und darum gleiche Strahlungsdichte an beiden Seiten. Durch die Arbeit von Epstein (loc. cit.) ist es sichergestellt, daß für die Bewegung der Klappe kein Energieaufwand nötig ist. In dieser Weise bekommt man in V_2

1) P. S. Epstein, Lichtdruck auf die vollkommen leitende Halbebene. Verh. d. D. Phys. Ges. 16, 449, 1914.

2) Lord Rayleigh, Phil. Mag. (5) 27, 461, 1889, Theory of sound, S. 73.

Strahlung von derselben Energiedichte und einer geänderten Energieverteilung.

Man kann aber zeigen, daß die Energieverteilungen der schwarzen Strahlungen bestehen bleiben müssen. Wenn V_1 mit schwarzer Strahlung gefüllt ist, und der Kolben von B nach A unendlich langsam geschoben wird, während die Klappe wie oben in Bewegung ist, müssen wir in V_2 wieder dieselbe schwarze Strahlung bekommen; denn sonst würde es möglich sein, wie in der Ableitung des Wienschen Verschiebungsgesetzes, durch das Hineinbringen eines Kohlenstäubchens die Strahlung in schwarze umzuwandeln, und so ohne Arbeitsleistung einen Kreisprozeß zu vollenden. Kurz ausgedrückt, wenn wir endliche Wellenzüge aus schwarzer Strahlung herausschneiden, dann muß die Bewegung, welche von der unregelmäßigen Zusammensetzung dieser Züge herrührt, derselben Energieverteilung entsprechen wie vorher. Dies kann man als eine Beschränkung von der vollkommenen Unordnung auffassen, welche für schwarze Strahlung angenommen wird, und dieses Ordnungsprinzip führt zu einem Gesetz für die Energieverteilung im Spektrum des schwarzen Körpers. Aber diese Sonderstellung für schwarze Strahlung, Phasenstörungen gegenüber, welche die Thermodynamik verlangt, ist eine Sonderstellung in bezug auf einen Prozeß, in welchem nur die elementaren Gesetze der Interferenz von Einfluß sind, und man würde vermuten, daß die Interferenztheorie nichts enthält, was eine Sonderstellung der schwarzen Strahlung erklären könnte. Es soll darum nur angedeutet werden, wie man zu einem falschen Strahlungsgesetz geleitet wird.

Wir können wie Planck die schwarze Strahlung charakterisieren durch die Störung, welche in einem Punkte vorkommt und dieselbe als Fourierreihe darstellen

$$E_s = \sum_{n=0}^{\infty} c(n) \cos\left(2\pi \frac{n}{D} t - \theta_n\right). \qquad (1)$$

Die Energie einer Schwingungszahl ν im Spektrum ist proportional zu $\overline{c^2(\nu)}$, wo $\nu = \frac{n}{D}$ gesetzt wird und der Mittelwert über einen kleinen Frequenzbereich genommen wird. Wenn wir einen abgeschnittenen Zug, welcher durch (1) für eine Zeit T gegeben wird, betrachten, können wir die Bewegung durch das Fouriersche Integral als Spektrum darstellen. Die resultierende Verteilung läßt sich berechnen, und das Resultat ist dasselbe, als ob wir die Energie $\overline{c^2(\mu)}\, d\mu$ in jedem Frequenzbereich $d\mu$ mit einer mittleren Funktion $I^2(\nu, \mu)$ verbreitert hätten. In der neuen Verteilung wird also $c^2(\nu)$ ersetzt durch

$$\int_0^\infty c^2(\mu)\, I^2(\nu, \mu)\, d\mu.$$

Da die Energieverteilung dieselbe bleiben soll, muß

$$c^2(\nu) - \int_0^\infty c^2(\mu)\, I^2(\nu, \mu)\, d\mu = 0 \qquad (1)$$

sein, eine homogene Integralgleichung zweiter Art. Es läßt sich zeigen, daß $I^2(\nu, \mu)$ in ν und μ symmetrisch ist, und da die gesamte Energie dieselbe bleibt, folgt

$$\int I^2(\nu, \mu)\, d\mu = 1,$$

so daß die Lösungen von (1)

$$c^2(\nu) = \text{const}$$

sind. Daß diese die einzigen Lösungen sind, kann man leicht beweisen (Hilbert, Gött. Nachr. 1912, S. 182).

Das wichtigste ist, daß diese Schwierigkeit nicht durch quantenhafte Emission beseitigt werden kann. Wir kommen also zu dem Schluß, daß die Schwierigkeiten in der Theorie der schwarzen Strahlung nicht durch Annahmen über die Vorgänge bei Emission oder Absorption vermieden werden können, sondern tiefer in der Natur des Lichtes selbst begründet sind.

Würzburg, Physikalisches Institut, 12. Juni 1914.

(Eingegangen 14. Juni 1914.)

Die chemische Konstante und die Anwendung der Quantentheorie nach der Methode der Eigenschwingungen auf die Zustandsgleichung eines idealen einatomigen Gases. (De chemische constante en de toepassing van de theorie der quanta volgens de methode der eigentrillingen op de toestandsvergelijking van een ideaal eënatomig gas.)

Von W. H. Keesom.

§ 1. In meiner früheren Veröffentlichung[1]) habe ich den Ausdruck für die Entropie S eines Gases behandelt, wie er aus der Anwendung der Quantentheorie auf die translatorische Molekularbewegung nach der Methode der Eigenschwingungen folgt. Dabei habe ich molekulare Drehungen und intramolekulare Bewegungen unberücksichtigt gelassen.

Es wurde da bemerkt, daß die chemische Konstante mit der additiven Konstante zusammenhängt, die auftritt, wenn man S für hohe Temperaturen entwickelt. In meiner jetzigen Ver-

1) Leiden Comm., Suppl. 33, Dezember 1913; diese Zeitschr. 15, 217, 1914.

öffentlichung beabsichtige ich darzutun, daß der Wert der chemischen Konstante, den man auf diese Weise aus dem Ausdruck für die Entropie ableitet (einem Ausdruck, der bereits von Tetrode angegeben worden war), mit den Werten dieser Konstante in befriedigender Übereinstimmung steht, welche den experimentellen Daten für die Dampfdrucke einatomiger Gase entsprechen.

§ 2. Wir wollen uns in der vorliegenden Arbeit auf die Betrachtung einatomiger Gase beschränken. Nimmt man für die Energieverteilung eine der Temperaturfunktionen an, die in der Quantentheorie auftreten, so kann man annehmen, daß die molekulare Drehbewegung, zumal bei den Molekülen eines einatomigen Gases, mit der translatorischen Bewegung in thermischem Gleichgewicht steht. Wenn man insbesondere die (von Planck angegebene) Temperaturfunktion zugrunde legt, die eine Nullpunktsenergie bedingt, so stellen auch in einem einatomigen Gase die molekularen Drehungen bei den Temperaturen, bei denen sie untersucht worden sind, eine im Vergleich zu jener der translatorischen Molekularbewegungen beträchtliche Energiemenge dar. Die charakteristischen Temperaturen Θ_0[1]), die nach dieser Hypothese für die Rotationsenergie bestimmend sind, sind indessen wegen des geringen Trägheitsmoments der einatomigen Moleküle so hoch, daß bei den erwähnten Temperaturen die Rotationsenergie der Moleküle noch nicht merklich von der zugehörigen Nullpunktsenergie abweicht. Ähnliches gilt für die Bewegungen innerhalb des Atoms. Die Beiträge, welche diese Drehungen des Atoms und die Bewegungen innerhalb des Atoms zur Entropie beisteuern, können daher als Null in Rechnung gesetzt werden. Wir wollen uns auf das Temperaturgebiet beschränken, in welchem dies der Fall ist[2]).

Ferner wollen wir annehmen, daß wir es mit einem idealen einatomigen Gase zu tun haben, so daß wir die Glieder, die von dem Einfluß des Volumens oder der wechselseitigen Anziehung der Moleküle herrühren, nicht in Betracht zu ziehen brauchen.

Die Entropie eines solchen Gases wird dann auf Grund der in Leiden Communications, Suppl. 30a[3]), entwickelten Hypothesen durch

1) Leiden Comm., Suppl. 32a, 1913; diese Zeitschr. 15, 8, 1914.

2) Nach Messungen von Pier über die spezifische Wärme des Argons erstreckt sich dieses Temperaturgebiet für dieses Gas bis mindestens 2300° C. Wie Herr Prof. Einstein in einer Diskussion hervorgehoben hat, würde die Untersuchung der spezifischen Wärme bei hohen Temperaturen für ein einatomiges Gas mit hohem Atomgewicht, etwa für Quecksilber, großes Interesse bieten.

3) Diese Zeitschr. 15, 8, 1914.

die im § 2a von Suppl. 33[1]) gegebenen Ausdrücke bestimmt.

§ 3. Zunächst sei bemerkt, daß, wie schon in Suppl. 33, § 2, a β, erwähnt wurde, die Einführung der Nullpunktsenergie keine Änderung des Wertes herbeiführt, der für die chemische Konstante gefunden wird. Die Vergleichung des berechneten Wertes dieser Konstante mit dem Wert, der zum Beispiel von Sackur mit experimentellen Daten in Übereinstimmung gefunden wurde, kann also keine Entscheidung zwischen der Planckschen Formel mit oder ohne Nullpunktsenergie herbeiführen[2]).

§ 4. Wenn wir die Entwicklung von S für hohe Temperaturen in Gleichung (14) von Leiden Comm., Suppl. 33[3]), in der Form

$$\left.\begin{array}{l} S = C_S + Nk \log\operatorname{nat} v + \frac{3}{2} Nk \log\operatorname{nat} T + \\ \quad + \text{Glieder von niedrigerer Größenordnung} \end{array}\right\} \quad (1)$$

schreiben, so wird

$$C_S = Nk\left(4 + \frac{3}{2}\log\operatorname{nat}\beta M\right). \quad (2)$$

Aus der Gleichung (13) der eben genannten Arbeit[4]) im Verein mit der Gleichung (18a) in Leiden Comm., Suppl. 30a[5]), folgt, daß

$$\beta = \frac{3}{5Nk}\frac{k^2}{h^2}\left(\frac{4\pi}{9N}\right)^{2/3} \quad (3)$$

ist.

Aus diesen Formeln folgt für die Entropiekonstante:

$$C_S = Nk\left\{4 + \log\operatorname{nat}\frac{4\pi}{9}\frac{k^3}{Nh^3}\left(\frac{3M}{5Nk}\right)^{3/2}\right\}. \quad (4)$$

Unter Zugrundelegung der früher[6]) angenommenen Werte:

$$N = 6{,}85\cdot 10^{23} \text{ (nach Perrin)},$$
$$k = 1{,}21\cdot 10^{-16},$$
$$\frac{h}{k} = 4{,}86\cdot 10^{-11},$$

geht Gleichung (4) für

$$Nk = R$$

über in:

$$C_S = R\left\{\frac{3}{2}\log\operatorname{nat} M - 7{,}43\right\}. \quad (5a)$$

1) Diese Zeitschr. 15, 219, 1914.

2) Herr Professor Sommerfeld bittet mich, mitzuteilen, daß er den Satz: „Nebenbei sei bemerkt ..." auf S. 139 der „Vorträge über die kinetische Theorie der Materie und der Elektrizität" (Leipzig und Berlin, 1914), welcher den obigen Ausführungen widerspricht, zurückzieht, nachdem er seine diesbezüglichen Rechnungen revidiert hat.

3) Diese Zeitschr. 15, 219, 1914.

4) Leiden Comm., Suppl. 33, 1913; diese Zeitschr. 15, 219, 1914.

5) Diese Zeitschr. 15, 13, 1914.

6) Leiden Comm., Suppl. 30a, 1913; diese Zeitschr. 15, 8, 1914.

Nehmen wir die Werte von Millikan[1])

$$N = 6{,}06 \cdot 10^{23},$$
$$k = 1{,}37 \cdot 10^{-16},$$
$$\frac{h}{k} = 4{,}83 \cdot 10^{-11},$$

an, so finden wir:

$$C_S = R\left[\frac{3}{2}\log\operatorname{nat} M - 7{,}285\right]. \qquad (5\text{b})$$

Für die chemische Konstante C_{NE}, die aus C_S auf Grund der Beziehung[2])

$$C_{NE} = \frac{C_S - 2{,}5\,R + R\log\operatorname{nat} Nk}{R\log\operatorname{nat} 10}$$

abgeleitet wird, finden wir in CGS-Einheiten:

$$C_{NE} = \frac{3}{2}\log M + 3{,}60 \qquad (6\text{a})$$

bzw.

$$C_{NE} = \frac{3}{2}\log M + 3{,}67. \qquad (6\text{b})$$

Diese Werte weichen von denen, die Sackur mit den Dampfdrucken von Quecksilber und von Argon verglichen und recht gut bestätigt gefunden hat, nur um 0,35 bzw. 0,28 ab. In Anbetracht der Unsicherheit, die noch hinsichtlich mehrerer der bei dieser Vergleichung benutzten Größen herrscht, sowie in Anbetracht des Umstandes, daß einige der Hypothesen, auf die sich die Ableitung des Ausdrucks für die Entropie gründete, nur den Charakter von Näherungen tragen, können wir diese Übereinstimmung als eine sehr befriedigende bezeichnen.

§ 5. Die Beziehung (4) folgt auch aus der Gleichung (19a) der oben[3]) angeführten Arbeit von Sommerfeld[4]), wenn man, wie dies in den oben angegebenen Beziehungen (3) und (4) angenommen worden ist, die bei Sommerfeld auftretende Größe $\alpha = \frac{10}{9}$ setzt, und wenn man ferner in dem Ausdruck von Sommerfeld h durch $^1/_2 h$ ersetzt[5]). Diese letztere Änderung hängt damit zusammen, daß wir bei der Ableitung der hier angegebenen Ausdrücke die Annahme gemacht haben, daß wir es bei der Betrachtung der translatorischen Molekularbewegung mit Energieelementen von einer Größe $^1/_2 h\nu$ zu tun haben, wie ich dies im **§ 2** meiner früheren Arbeit[6]) wahrscheinlich zu machen versucht habe.

1) R. A. Millikan, diese Zeitschr. **14**, 796, 1913.

2) Vgl. O. Sackur, Ann. d. Phys. (4) **40**, 79, 1913.

3) Siehe Fußnote 2 auf S. 696, Spalte 2.

4) A. Sommerfeld, Vorträge über die kinetische Theorie der Materie und Elektrizität, S. 134.

5) Dies entspricht zugleich der Tatsache, daß die Einführung der Nullpunktsenergie keine Änderung im Werte der Entropiekonstante bewirkt.

6) Leiden Comm., Suppl. 30a, 1913; diese Zeitschr. **15**, 10, 11, 1914.

Gibt man zu, daß die übrigen Hypothesen mit genügender Annäherung gelten, so kann man den Umstand, daß wir im **§ 4** eine befriedigende Übereinstimmung mit experimentellen Daten erhalten haben, als eine Bestätigung der vorstehenden Annahme über die Größe der Energieelemente ansehen.

Leiden, März 1914.

(Nach einem Revisionsbogen von Leiden Comm., Suppl. 36b, 1914, aus dem Englischen übersetzt von Max Ikle.)

(Eingegangen 4. Juni 1914.)

Über eine exakte Dampfdruckberechnungsmethode.

Von Ivar W. Cederberg.

I.

Da die von van der Waals[1]) angegebene empirische Dampfdruckformel:

$$\log\frac{\pi_0}{p} = a\left(\frac{\vartheta_0}{T} - 1\right), \qquad (1)$$

(π_0 kritischer Druck, ϑ_0 absolute kritische Temperatur, p Dampfdruck, T absolute, also von $-273{,}09$[2]) an gezählte Temperatur, a eine Konstante) bekanntlich nur eine Orientierung über den Verlauf von Dampfdruckkurven gibt, weil die Größe a in geringem Maße von der Temperatur abhängig ist, habe ich den Beziehungen dieses Koeffizienten zur Temperatur eine ausführliche Untersuchung gewidmet, deren wichtigste Resultate unten mitgeteilt werden mögen[3]).

Schon Happel[4]) wies auf die regelmäßige Variation der Größe a hin, und zwar konstatierte er allgemein eine Abnahme mit steigender Temperatur. Das Gesetz dieser Abnahme hat er aber nicht näher untersucht.

Erst v. Jüptner[5]) hat eine derartige Untersuchung vorgenommen und verschiedene Formeln für die Funktion $a = F(T)$ aufgestellt. Indessen sind diese Formeln ziemlich kompliziert und geben außerdem die vorhandene Beziehung zwischen a und T nur in allererster Annäherung wieder, wie aus seinen diesbezüg-

1) Continuität d. flüss. u. gasf. Zustandes I, 2. Aufl., S. 158. Leipzig 1899.

2) Bei allen nachfolgenden Rechnungen ist als Nullpunkt der absoluten Temperaturskala —273,09 angenommen worden. Vgl. D. Berthelot, Zeitschr. f. Elektrochem. **10**, 621, 1904.

3) Eine ausführlichere Darstellung des hier behandelten Gegenstandes soll später im Kungl. Svenska Vetenskapsakademiens Arkiv f. matematik, fysik o. astronomi, Stockholm, veröffentlicht werden.

4) Ann. d. Phys. (4) **13**, 345, 1904.

5) Zeitschr. f. phys. Chem. **55**, 738, 1906; **60**, 101, 1907; **63**, 355, 1908.

lichen Arbeiten zu ersehen ist. Als allgemeinen Typus findet er eine allmähliche Abnahme des a-Wertes bis zu einem Minimum und von da ab ein ziemlich rasches Ansteigen bis zum Wert $+\infty$ bei der kritischen Temperatur.

Schames[1]) gibt einige bemerkenswerte Regelmäßigkeiten bezüglich des Verlaufs der a-Kurven an, indem er findet, daß die Lage des Minimums bei allen Stoffen derselben reduzierten Temperatur entspricht, und daß der Grenzwert von a beim kritischen Punkte im Gegensatz zur v. Jüptnerschen Annahme endlich, und zwar gleich dem a-Wert beim Erstarrungspunkt ist.

Wir sind also qualitativ über den Verlauf der a-Kurven orientiert, zahlenmäßig hat sich jedoch die Temperaturabhängigkeit der Größe a noch nicht ausdrücken lassen, oder wenigstens nur in großen Zügen. Dies liegt hauptsächlich in dem Umstand, daß die bei der Ableitung angewendeten kritischen Größen, insbesondere der kritische Druck, immer mit experimentellen Fehlern behaftet sind, die einen sehr großen Einfluß auf die Lage und Form der a-Kurven, besonders bei hohen Temperaturen, ausüben. Es hängt also der Verlauf der a-Kurven in wesentlichem Grade davon ab, welche Werte der kritischen Daten bei der direkten Ableitung aus den Dampfdruckbeobachtungen benutzt werden.

Um die recht verwickelten Verhältnisse von einem einheitlichen Gesichtspunkt aus beherrschen zu können, muß daher der erwähnte Einfluß näher betrachtet werden, ehe man allgemeine Schlüsse über den wahrscheinlichsten Verlauf der a-Kurven ziehen kann.

Nehmen wir also zunächst an, daß die am leichtesten zu bestimmende kritische Größe, die kritische Temperatur, richtig ist, und sehen wir zu, in welcher Weise der Verlauf der a-Kurve beeinflußt wird, wenn wir für den kritischen Druck verschiedene Werte bei der Ableitung aus den Dampfdruckmessungen benutzen. Es sei also π_0 der bei der kritischen Temperatur beobachtete kritische Druck, π_0' der dieser Temperatur wirklich entsprechende Druck, und berechnen wir einmal die a-Kurve aus den Werten ϑ_0, π_0, das andere Mal aus ϑ_0, π_0', so erhalten wir:

$$a = (\log \pi_0 - \log p) \cdot T/(\vartheta_0 - T),$$
$$a' = (\log \pi_0' - \log p) \cdot T/(\vartheta_0 - T).$$

Hieraus folgt:

$$a - a' = (\log \pi_0 - \log \pi_0') \cdot T/(\vartheta_0 - T). \quad (2)$$

Es ist also der Unterschied zwischen den a-Kurven in den beiden Fällen natürlich von der Größe des Verhältnisses π_0/π_0' abhängig, aber von verschiedener Größe bei verschiedenen Temperaturen, und zwar wird er erst bei höheren Temperaturen beträchtlich und um so größer, je näher die Temperatur der kritischen liegt.

Wenn man nun eine Anzahl a-Kurven verschiedener Stoffe studiert, wie sie unter Anwendung der vorhandenen Beobachtungsdaten über kritische Größen und Dampfdrucke aus Gl. (1) direkt abgeleitet werden, so findet man nicht nur, daß diese Kurven ein Minimum aufweisen, wie schon oben erwähnt wurde, sondern auch die auffällige Tatsache, daß sie bei vielen Substanzen vollkommen symmetrisch in bezug auf eine gegen die Temperaturachse senkrechte Gerade durch den Minimumpunkt verlaufen. Diese Regel ist zwar nicht allgemein, aber trifft in sehr vielen Fällen zu, wie beispielsweise beim Benzol, Chlorbenzol, Normalpentan, Äthyläther usw. Außerdem bemerkt man, daß in den Fällen, wo keine Symmetrie vorhanden ist, die Abweichungen nicht im selben Sinne liegen.

Mit Rücksicht auf das oben bezüglich des Einflusses kleiner Beobachtungsfehler im kritischen Drucke auf den Verlauf der a-Kurven bei höheren Temperaturen Gesagte, erscheint somit die Annahme von vornherein sehr plausibel, daß die Abweichungen von der symmetrischen Gestalt nur auf eine Ungenauigkeit des benutzten kritischen Druckes zurückzuführen sind, und daß also die a-Kurve jedes Körpers symmetrisch verläuft, wenn nur der kritische Druck wirklich der beobachteten kritischen Temperatur entspricht.

Diese Annahme wird dadurch wahrscheinlich gemacht, daß es, wie wir unten sehen werden, in jedem besonderen Falle tatsächlich möglich ist, durch Erhöhung bzw. Senkung des beobachteten kritischen Druckes innerhalb der Fehlergrenzen die a-Kurve symmetrisch zu gestalten.

Dies bringt der große Vorteil einer einfachen mathematischen Formulierung mit sich, da es nämlich nunmehr eine relativ leichte Aufgabe ist, die Temperaturabhängigkeit des a-Wertes durch Formeln wiederzugeben.

Eine derartige Formel ist die folgende:

$$a = \alpha \cdot \beta^{\left(\frac{T}{\vartheta_0} - \gamma\right)^2}, \quad (3)$$

worin α den Minimalwert von a, β eine Konstante und γ die reduzierte Minimumtemperatur bedeuten.

Die Resultate einer Prüfung der obenstehenden Gleichung mögen hier nur an Wasser und Benzol vorgeführt werden[1]).

1) Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 15, 1017, 1913.

1) Ein umfangreiches Beweismaterial findet sich in meiner demnächst erscheinenden Arbeit im Kungl. Svenska

Wasser.

Die Dampfdrucke dieser Substanz sind von Scheel und Heuse[1]) (0—50° C), Holborn und Henning[2]) (50—200° C) und Holborn und Baumann[3]) (200° C bis zur krit. Temp.) besonders genau bestimmt worden. Kritische Daten nach den letztgenannten Forschern:

$$\vartheta_0 = 374 + 273{,}09 = 647{,}09,$$
$$\pi_0 = 164940 \text{ mm } Hg.$$

Wie man sich leicht überzeugt, läßt sich aus den genannten Messungen eine a-Kurve ableiten, die bei etwa 210° C ein Minimum hat, aber nicht symmetrisch verläuft, da das Ansteigen der Kurve auf der Seite der höheren Temperaturen steiler ist als bei den entsprechenden niederen Temperaturen. Nehmen wir jedoch an, daß der von Holborn und Baumann gefundene kritische Druck etwas zu hoch ist, findet man leicht, daß wenn dieser Wert auf etwa $\pi_0' = 164400$ mm Hg erniedrigt wird, die a-Kurve hierdurch einen symmetrischen Verlauf erhält, der vollständig durch Formel (I) dargestellt werden kann, wie aus der vorstehenden Tabelle hervorgeht. Die erfolgte Änderung des kritischen Druckes ist nicht sehr erheblich und dürfte kaum die möglichen Beobachtungsfehler übersteigen.

Tabelle 1.
a-Kurve des Wassers.

t° C	p mm Hg	a beob.	a ber.	Differenz
0	4.579	3.3291	3.3291	+0.0000
10	9.210	3.3066	3.3070	−0.0004
20	17.539	3.2885	3.2890	−0.0005
30	31.834	3.2714	3.2719	−0.0005
40	55.341	3.2554	3.2558	−0.0004
50	92.54	3.2404	3.2407	−0.0003
60	149.19	3.2271	3.2266	+0.0005
70	233.53	3.2137	3.2135	+0,0002
80	355.10	3.2013	3.2012	+0.0001
90	525.80	3.1866	3.1866	+0,0000
100	760.00	3.1766	3,1766	+0.0000
110	1074.5	3.1702	3.1701	+0.0001
120	1488.9	3.1618	3.1616	+0.0002
130	2025.6	3.1543	3.1539	+0.0004
140	2709.5	3.1476	3.1472	+0.0004
150	3568.7	3.1418	3.1413	+0.0005
160	4633	3.1369	3.1363	+0,0006
170	5937	3.1328	3.1322	+0.0006
180	7514	3.1297	3,1290	+0.0007
190	9404	3.1271	3.1266	+0.0005
200	11647	3.1259	3.1251	+0,0008
210	14291	3.1249	3.1244	+0.0005
220	17376	3.1249	3.1247	+0.0002
230	20950	3.1259	3.1258	+0.0001
240	25064	3.1277	3.1278	−0.0001
250	29771	3.1306	3.1306	+0.0000
260	35127	3.1343	3.1343	+0.0000
270	41186	3.1392	3.1389	+0.0003
280	48011	3.1453	3.1444	+0.0009
290	55680	3.1520	3.1508	+0.0012
300	64200	3.1579	3.1580	−0.0001
310	73860	3.1659	3.1662	−0.0003
320	84480	3.1758	3.1752	+0.0006
330	96270	3.1855	3.1852	+0.0003
340	109300	3.1997	3.1961	+0.0009
350	123600	3.2107	3.2079	+0.0028
360	139480	3.2283	3.2206	+0.0077
370	157200	3.1270	3.2343	−0.1073

Vetenskapsakademiens Arkiv f. matematik, fysik o. astronomi, Stockholm.

1) Ann. d. Phys. (4) 31, 715, 1910.
2) Ann. d. Phys. (4) 26, 833, 1908.
3) Ann. d. Phys. (4) 31, 945, 1910.

Die Konstanten der Formel (I) sind:

$$\alpha = 3{,}1244,$$
$$\beta = 1{,}7887,$$
$$\gamma = 0{,}7500.$$

Wie die Tabelle zeigt, ist beinahe vollkommene Übereinstimmung zwischen den direkt abgeleiteten und nach Formel (I) berechneten a-Werten vorhanden, außer bei den Temperaturen in der unmittelbaren Nähe des kritischen Punktes, wo die Differenzen wegen des hier sehr beträchtlichen Einflusses kleiner Beobachtungsfehler auf den a-Wert etwas größer sind.

Benzol.

Die Dampfdrucke des Benzols sind von Young[1]) bestimmt worden. Kritische Daten sind nach ihm:

$$\vartheta_0 = 288{,}5 + 273{,}09 = 561{,}59,$$
$$\pi_0 = 36395 \text{ mm } Hg.$$

Tabelle 2.
a-Kurve des Benzols.

t° C	p mm Hg	a beob.	a ber.	Differenz
10	45,19	2,954	2,960	−0,006
20	74,13	2,938	2,939	−0,001
30	117.45	2,921	2,920	+0.001
40	180.20	2,905	2,903	+0,002
50	268.30	2.889	2.887	+0.002
60	388.51	2,874	2,874	+0,000
70	548.16	2.861	2.862	−0.001
80	755.0	2,850	2,851	−0,001
90	1008	2,849	2,843	+0,006
100	1335	2,841	2,835	+0,006
110	1739	2,835	2,830	+0.005
120	2230	2,829	2,826	+0.003
130	2821	2.825	2,823	+0,002
140	3520	2,822	2,823	−0.001
150	4335	2,823	2,823	+0,000
160	5300	2,826	2,826	−0,000
170	6386	2,826	2,830	−0,004
180	7617	2,837	2,835	+0,002
190	9045	2,843	2,843	+0,000
200	10650	2,853	2,851	+0,002
210	12453	2,866	2,862	+0,004
220	14521	2,872	2,874	−0,002
230	16825	2,882	2,887	−0,005
240	19352	2,902	2,903	−0,001
250	22182	2,922	2,920	+0,002
260	25329	2,945	2,939	+0,006
270	28852	2,961	2,960	+0,001
280	32782	2,954	2,982	−0,028

1) The Scient. Proc. Roy. Dubl. Soc., Vol. XII, Nr. 31, 1910.

Aus diesen Beobachtungen berechnet sich eine vollkommen symmetrische a-Kurve, so daß eine Änderung des beobachteten kritischen Druckes in diesem Falle nicht erforderlich ist. Die Resultate der Berechnung sind in der Tabelle 2 enthalten.

Die Konstanten der Formel (I) sind:

$$\alpha = 2{,}823,$$
$$\beta = 2{,}4206,$$
$$\gamma = 0{,}7356.$$

Die aus den Beobachtungen abgeleitete a-Kurve des Benzols hat einen ganz ähnlichen, aber bei weitem nicht so regelmäßigen Verlauf wie die des Wassers. Infolge der hier bedeutend größeren Beobachtungsfehler, die den einzelnen Dampfdruckmessungen anhaften, sind ziemlich deutliche Schwankungen vorhanden. Die berechnete Kurve schmiegt sich der beobachteten ganz vorzüglich an, wie die in der letzten Spalte verzeichneten, sehr geringfügigen Differenzen erkennen lassen.

Da die Berechnungsresultate auch in anderen von mir in großer Anzahl untersuchten Fällen gleich vortrefflich sind, wie in den oben behandelten Beispielen, darf wohl angenommen werden, daß Formel (I) die Temperaturabhängigkeit der Größe a allgemein genau wiedergibt.

Von großem Interesse ist ein Vergleich zwischen den Konstanten α, β und γ für verschiedene Substanzen. Ich teile unten in Tabelle 3 die Zahlenwerte dieser Konstanten für 16 Stoffe mit, deren a-Kurven sämtlich fast vollständig durch Formel (I) dargestellt werden. Der beobachtete kritische Druck ist unter π_0, der der Berechnung zugrunde gelegte unter π_0' aufgeführt.

Aus dieser Tabelle geht nun unter anderem hervor, daß die Werte von π_0 und π_0' nur in wenigen Fällen voneinander verschieden sind, und zwar läßt sich wohl in diesen Fällen mit ziemlicher Sicherheit annehmen, daß die Differenz $\pi_0 - \pi_0'$ innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler bleibt.

Ferner ersieht man, daß die Zahlenwerte der Konstanten β und γ, die innerhalb bestimmter Grenzen geändert werden können, ohne daß hierdurch ein beträchtlicher Einfluß auf den Verlauf der berechneten Kurve ausgeübt wird, ziemlich unabhängig von der Stoffnatur zu sein scheinen. Es ist ja auffällig, daß Stoffe, wie z. B. Jodbenzol und Kohlensäure, mit sehr weit auseinanderliegenden kritischen Temperaturen trotzdem ungefähr denselben Wert von β haben. Insbesondere aber ist die annähernde Konstanz des γ-Wertes hervorzuheben, was auf nichts anderes hinauskommt, als daß die von Schames bereits ausgesprochene oben erwähnte Regel von der Konstanz der reduzierten Minimumtemperatur annähernd richtig ist. Auf die hier berührten Verhältnisse komme ich weiter unten nochmals zurück.

Auch die zweite von Schames angegebene Regelmäßigkeit, nach der der Grenzwert von a bei der kritischen Temperatur dem a-Wert beim Erstarrungspunkt gleichgesetzt werden kann, wird annähernd bestätigt. Es ist nämlich eine bekannte Tatsache, daß für die meisten Körper der Tripelpunkt einer reduzierten Temperatur von ungefähr 0,5 entspricht, und da somit beide Temperaturpunkte symmetrisch in bezug auf das Minimum — das ja nach der obigen Tabelle durchschnittlich der reduzierten Temperatur 0,75 entspricht — liegen, werden die betreffenden a-Werte gleich sein.

Wenn wir jetzt in der ursprünglichen van der Waalsschen Formel anstatt der Größe a den Ausdruck (I) einführen, so resultiert die offenbar sehr exakte Dampfdruckgleichung:

$$\log\frac{\pi_0}{p} = \alpha\cdot\beta^{\left(\frac{T}{\vartheta_0}-\gamma\right)^2}\cdot\left(\frac{\vartheta_0}{T}-1\right), \qquad \text{(II)}$$

Tabelle 3.

Substanz	ϑ_0	π_0	π_0'	α	β	γ
Wasser	647,09	164 940	164 400	3,1244	1,7887	0,7500
Benzol	561,59	36 395	36 395	2,823	2,4206	0,7356
Fluorbenzol	559,64	33 912	33 912	2,900	2,2078	0,7480
Chlorbenzol	632,29	33 926	33 926	2,921	1,9888	0,7500
Brombenzol	670,09	33 912	33 912	2,906	2,1742	0,7500
Jodbenzol	721,09	33 912	33 912	2,907	2,1665	0,7500
Normalpentan	470,29	25 100	25 100	2,897	1,9006	0,7014
Isopentan	460,89	25 018	25 040	2,830	2,0422	0,7500
Normalhexan	507,89	22 510	22 430	3,000	2,0351	0,7535
Normalheptan	539,94	20 430	20 400	3,133	2,4115	0,7000
Diisopropyl	500,44	23 360	23 360	2,890	2,0287	0,7015
Kohlenstofftetrachlorid	556,24	34 181	34 110	2,775	2,4147	0,7337
Zinntetrachlorid	591,79	28 080	28 080	2,929	2,0411	0,7825
Äthyläther	466,89	27 060	27 060	2,959	2,1302	0,7884
Kohlensäure	304,44	55 400	55 400	2,839	2,1155	0,7085
Sauerstoff	155,09	38 000	38 000	2,320	1,5773	0,7093

die wir nunmehr zur Berechnung der gesamten Dampfdruckkurven der vorher gewählten Substanzen Wasser und Benzol heranziehen wollen. Der Berechnung liegen die bereits in Tabelle 3 aufgeführten Werte der Konstanten zugrunde.

Wasser.

Außer den vorher erwähnten Dampfdruckmessungen beim Wasser oberhalb 0° C, liegen Beobachtungen von Scheel und Heuse[1]) über die Dampfdrucke des unterkühlten, flüssigen Wassers bis zu —16° C vor. Bei noch tieferen Temperaturen lassen sich, wie Nernst[2]) durch Anwendung seines Wärmetheorems gezeigt hat, sehr wahrscheinliche Werte für den Wasserdampfdruck ableiten, obwohl es zurzeit eine physikalische Unmöglichkeit ist, das Wasser bei sehr tiefen Temperaturen flüssig zu erhalten. Die Übereinstimmung der nach Formel (II) berechneten Dampfdrucke mit den beobachteten und von Nernst bei tiefen Temperaturen aus einer Näherungsformel abgeleiteten ist aus der nachstehenden Tabelle ersichtlich, die das ganze Intervall von —173° C bis zur kritischen Temperatur umfaßt.

Man sieht, daß Formel (II) die gesamte Dampfdruckkurve des Wassers mit ganz vorzüglicher Genauigkeit wiedergibt — die Ab-

Tabelle 4.

Dampfdrucke des Wassers zwischen —173° C und der kritischen Temperatur.

t^0 C	p beob. mm Hg		p ber. mm Hg	Differenz
—173	6,6 × 10^{-16}	Von Nernst berechnete Werte	1,71 × 10^{-16}	+4,89 × 10^{-16}
— 73	2,5 × 10^{-3}		2,517 × 10^{-3}	—0,017 × 10^{-3}
— 20	0,940		0,941	—0,001
— 15	1,429	Scheel und Heuse	1,434	—0,005
— 10	2,144		2,147	—0,003
— 5	3,158		3,160	—0,002
0	4,579		4,579	+0,000
10	9,210		9,199	+0,011
20	17,539		17,514	+0,025
30	31,834		31,796	+0,038
40	55,341		55,292	+0,043
50	92,54		92,49	+0,05
60	149,19	Holborn und Henning	149,36	—0,17
70	233,53		233,63	—0,10
80	355,10		355,16	—0,06
90	525,80		525,82	—0,02
100	760,00		760,00	+0,00
110	1074,5		1074,7	—0,2
120	1488,9		1489,3	—0,4
130	2025,6		2026,6	—1,0
140	2709,5		2711,0	—1,5
150	3568,7		3570,9	—2,2
160	4633		4636,4	—3,4
170	5937		5940,6	—3,6
180	7514		7518,8	—4,8
190	9404		9410,2	—6,2
200	11647		11655	—8
210	14291	Holborn und Baumann	14296	—5
220	17376		17378	—2
230	20950		20951	—1
240	26064		25063	+1
250	29771		29770	+1
260	35127		35127	+0
270	41186		41192	—6
280	48011		48029	—18
290	55680		55702	—22
300	64290		64287	+ 3
310	73860		73855	+ 5
320	84480		84489	— 9
330	96270		96276	— 6
340	109300		109310	—10
350	123660		123690	—30
360	139480		139530	—50
370	157200		156960	+240
374 (krit. Temp.)	164940		164400	+540

1) Landolt-Börnstein, Physikal.-chem. Tabellen, 4. Aufl., S. 359. 1912.
2) Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 11, 313, 1909.

weichungen betragen meistens nur einige hundertstel Prozent, bei höheren Temperaturen sogar mehrfach weniger als 0,01 Proz. —, was dadurch ein besonderes Interesse gewinnt, daß es bekanntlich bisher nicht möglich war, das ganze Beobachtungsmaterial über Dampfdrucke des Wassers durch eine einzige Formel mit vergleichbarer Genauigkeit auszudrücken.

Benzol.

Außer von Young sind die Dampfdrucke dieser Substanz von Regnault[1]), sowie im Intervalle $70-120^0$ C von Smith und Menzies[2]) ermittelt worden. Diesen Beobachtungen sind in der folgenden Tabelle die Resultate der Berechnung nach Formel (II) gegenübergestellt:

Tabelle 5.
Dampfdrucke des Benzols zwischen 10^0 C und der kritischen Temperatur.

t^0 C	p beob. Young	Regnault	S. u. M.	p ber.
10	45,19	—	—	44,62
20	74,13	—	—	73,91
30	117,45	—	—	117,66
40	180,20	—	—	180,75
50	268,30	—	—	268,91
60	388,51	—	—	388,76
70	548,16	547,4	551	547,77
80	755,0	751,9	757,5	754,05
90	1008	1013	1018	1016,4
100	1335	1340	1348	1344,4
110	1739	1744	1751	1748,0
120	2230	2235	2240	2237,4
130	2821	2824	—	2823,8
140	3520	3521	—	3518,5
150	4335	4334	—	4333,0
160	53[illegible]0	5271	—	5279,7
170	6386	6341	—	6371,8
180	7617	—	—	7622,2
190	9045	—	—	9045,7
200	10650	—	—	10658
210	12453	—	—	12475
220	14521	—	—	14515
230	16825	—	—	16799
240	19352	—	—	19349
250	22182	—	—	22188
260	25329	—	—	25347
270	28852	—	—	28856
280	32782	—	—	32750
288,5 (krit. Temp.)	36395	—	—	36395

Wie ersichtlich, sind auch hier die von den verschiedenen Forschern gemessenen Dampfdrucke mit der größten Genauigkeit von Formel (II) wiedergegeben.

Dasselbe Resultat erhält man nun ganz allgemein, und zwar lassen sich, wie ich gefunden habe, die Beobachtungen mit mindestens derselben Genauigkeit darstellen, als durch die vielfach benutzten, aber komplizierten Biotschen Formeln möglich ist. Die großen Vorzüge der hier angegebenen Berechnungsweise sind einleuchtend. Die ganze Aufgabe der Dampfdruckberechnung reduziert sich ja, nachdem die a-Kurve eventuell symmetrisch gemacht worden ist, auf die ganz einfache Ermittelung der in die Funktion (I) eingehenden drei Konstanten.

Wir besitzen also in Formel (II) eine exakte Dampfdruckgleichung, die uns in einfachster Weise die vollständige Darstellung der Dampfdruckkurve eines beliebigen Stoffes erlaubt.

II.

Da die van der Waalssche Relation (1) als spezielle Form der allgemeinen, reduzierten Dampfdruckgleichung:

$$\frac{p}{\pi_0} = F\left(\frac{T}{\vartheta_0}\right) \qquad (3)$$

aufgefaßt werden kann, und die Funktion $F\left(\frac{T}{\vartheta_0}\right)$ entsprechend der Theorie der übereinstimmenden Zustände als universell zu betrachten ist, war van der Waals selbst der Meinung, daß der Faktor a für alle Substanzen den gleichen Zahlenwert besitzt. Bekanntlich kann diese Auffassung nicht mehr aufrecht erhalten werden, da kein Zweifel darüber herrschen kann, daß die Größe a mit der Substanznatur veränderlich ist, wie besonders durch das jetzt vorliegende Beobachtungsmaterial über Dampfdrucke der verflüssigten Edelgase mit Sicherheit festgestellt worden ist[1]).

Da somit die Theorie der übereinstimmenden Grenzkurve flüssig-gasförmig unmöglich Ausdruck eines Naturgesetzes sein kann, liegt es nahe anzunehmen, daß in der obigen allgemeinen Gleichung (3) die Funktion $F\left(\frac{T}{\vartheta_0}\right)$ zwar für alle Stoffe dieselbe Form hat, aber nicht im Sinne der genannten Theorie universell ist, sondern eine Konstante enthält, die den Abweichungen der verschiedenen Körper voneinander Rechnung trägt. Es könnten natürlich deren mehrere sein, aber da schon die Annahme von der Universalität der Funktion $F\left(\frac{T}{\vartheta_0}\right)$ für bestimmte Stoffgruppen eine gute Näherung darstellt, läßt sich wohl mit Anspruch auf Wahrscheinlichkeit an der obigen Annahme festhalten.

Betrachten wir dementsprechend den Faktor a

---

1) Mém. de l'Acad. **26**, 339, 1862.
2) Journ. Amer. Chem. Soc. **32**, 1453, 1910.

1) Vgl. Nernst, Theoretische Chemie, 7. Aufl., S. 258, 1912.



in der van der Waalsschen Gleichung (1) als Stoffkonstante, so erweist sich dennoch diese Formel als zu ungenau, um die Drucktemperaturverhältnisse bei einem einzelnen Körper richtig darzustellen, da die Größe a etwas mit der Temperatur veränderlich ist, wie wir gesehen haben.

Berücksichtigen wir diese Temperaturabhängigkeit des a-Wertes, so ist also zu erwarten, daß in einer Formel, die a als Temperaturfunktion darstellt, nur **eine** Stoffkonstante vorkommt.

Diese Erwartung bestätigt sich nun auch, denn wir fanden bereits oben (Tabelle 3), daß in der Formel (I), die den Verlauf der a-Kurven auf das Genaueste wiedergibt, die Konstanten β und γ tatsächlich unabhängig von der Substanznatur zu sein scheinen, indem sie Zahlenwerte haben, die von 2 bzw. 3/4 nicht viel abweichen.

Bei der starken Abhängigkeit des Verlaufs der a-Kurven von den benutzten Beobachtungen über Dampfdrucke und kritische Daten kann von einer absoluten Konstanz der betreffenden Konstanten natürlich nicht die Rede sein, aber offenbar läßt sich vermuten, daß die Formel:

$$\log \frac{\pi_0}{p} = \alpha \cdot 2^{\left(\frac{T}{\vartheta_0} - \frac{3}{4}\right)^2} \cdot \left(\frac{\vartheta_0}{T} - 1\right), \qquad \text{(III)}$$

die also außer den direkt beobachteten kritischen Daten ϑ_0 und π_0 nur eine einzige aus den Beobachtungen zu entnehmende Konstante α enthält, wenigstens für **normale Stoffe** eine bei ihrer Einfachheit sehr gute Darstellung von Dampfdruckkurven geben soll.

Berechnet man die Werte des Faktors α der obigen Gleichung aus den Beobachtungen bei verschiedenen Temperaturen für eine Reihe von Stoffen, so findet man tatsächlich nur eine unregelmäßige Variation innerhalb ganz enger Grenzen ohne Anzeichen einer systematischen Temperaturabhängigkeit. Für Benzol variiert zum Beispiel der α-Wert bei Anwendung der Youngschen Messungen nur zwischen 2,82 und 2,84 im Intervalle 10—200° C; bei höheren Temperaturen ergeben sich allerdings etwas höhere Zahlen.

Um die Resultate einer Berechnung nach Formel (III) mit den früher nach (II) erlangten vergleichen zu können, sei wiederum die Dampfdruckkurve des Benzols berechnet. Während wir also vorher die Konstanten α, β und γ so wählten, daß die aus den Youngschen Dampfdruckbeobachtungen abgeleitete a-Kurve möglichst gut durch Formel (I) ausgedrückt wurde, wollen wir nunmehr die generellen Werte der beiden letzten Konstanten benutzen und die hierdurch erfolgte Änderung der berechneten Dampfdruckkurve untersuchen.

Die unter Anwendung der folgenden Konstanten:

$$\left.\begin{array}{l}\vartheta_0 = 561,59 \\ \pi_0 = 36395\end{array}\right\} \text{Young}$$
$$\alpha = 2,8242$$

nach Formel (III) berechneten Dampfdrucke sind in Tabelle 6 mit den Beobachtungen von Regnault[1]) und Young[2]) verglichen.

Tabelle 6.
Dampfdruckkurve des Benzols.

t^0 C	p beob. Young	p beob. Regnault	p ber.
10	45,19	45,25	46,10
20	74,13	75,05	75,05
30	117,45	120,24	119,50
40	180,20	183,02	182,44
50	268,30	271,37	270,19
60	388,51	390,10	389,31
70	548,16	547,42	547,22
80	755,0	751,9	752,00
90	1008	1013	1012,9
100	1335	1340	1339,3
110	1739	1744	1741,3
120	2230	2235	2230,1
130	2821	2824	2816,7
140	3520	3521	3512,7
150	4335	4334	4330,4
160	5300	5271	5282,3
170	6386	6341	6381,6
180	7617	—	7642,4
190	9045	—	9078,0
200	10650	—	10705
210	12453	—	12538
220	14521	—	14566
230	16825	—	16805
240	19352	—	19457
250	22182	—	22304
260	25329	—	25450
270	28852	—	28949
280	32782	—	32806
288,5 (krit. Temp.)	36395	—	36395

Wir können natürlich nicht erwarten, daß die Youngschen Messungen in diesem Falle ebenso gut dargestellt werden, wie durch die vorher ausgeführte Berechnung. Die berechneten p-Werte weichen jedoch unter 170° C nicht sehr erheblich von den früher berechneten ab und dürften wohl die wahrscheinlichsten Drucke darstellen, indem sie im allgemeinen zwischen den Beobachtungen von Young und Regnault liegen. Oberhalb 170° C sind sie im Vergleich zu den Youngschen Zahlen etwas zu hoch.

Die Ergebnisse einer ausgedehnten Prüfung sollen demnächst veröffentlicht werden[3]). Es sei jedoch schon an dieser Stelle vorausgeschickt,

1) l. c., S. 13.
2) l. c., S. 13.
3) l. c., S. 1.

daß sich hierbei eine Bestätigung im vollsten Umfange für normale Stoffe ergeben hat, indem die Formel stets die wahrscheinlichsten Drucke im weitesten Temperaturbereich gibt und zahlreicher wichtiger Anwendungen fähig ist. Für assoziierte Stoffe allerdings weichen die Werte der Konstanten β und γ etwas erheblicher von den in Gl. (III) benutzten Mittelwerten ab, so daß hier die genauere Formel (II) anzuwenden ist.

Wie im nächsten Abschnitt gezeigt werden soll, ist eine einfache Beziehung der Konstante α zur Verdampfungswärme vorhanden.

Es liegt also hier der seltene Fall vor, daß eine allgemein gültige, sehr genaue Dampfdruckformel außer Zahlenfaktoren nur physikalisch wohldefinierte Größen enthält.

III.

Auf die oben angedeutete Beziehung der Konstante α zur Verdampfungswärme sei schließlich etwas näher eingegangen.

Allgemein ergibt sich aus der Clausius-Clapeyronschen Formel:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\lambda}{T(V-v)} \tag{4}$$

(λ molekulare Verdampfungswärme, V, v das Molekularvolumen des Dampfes bzw. der Flüssigkeit) in Verbindung mit der differenziierten van der Waalsschen Gleichung (1):

$$\frac{d \log p}{dT} = a \cdot \frac{\vartheta_0}{T^2} - \frac{da}{dT}\left(\frac{\vartheta_0}{T} - 1\right) \tag{5}$$

und der Exponentialformel (I) folgende Beziehung:

$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{\lambda}{p(V-v)} = T \cdot \dfrac{d \ln p}{dT} = \\ \dfrac{\alpha}{M} \cdot \beta^{\left(\frac{T}{\vartheta_0} - \gamma\right)^2} \cdot \left[\dfrac{\vartheta_0}{T} + 2 \ln\beta \left(\dfrac{T}{\vartheta_0} - 1\right)\left(\dfrac{T}{\vartheta_0} - \gamma\right)\right], \end{array}\right\} \text{(IV)}$$

wo M den Modulus der Briggschen Logarithmen bezeichnet.

Da $\gamma = 3/4$ gesetzt werden kann, ergibt sich hieraus für $T = 3/4\,\vartheta_0$:

$$\alpha = \frac{3}{4} \cdot M \cdot \frac{\lambda_0}{p_0 (V-v)_0}, \tag{6}$$

wenn der Index $_0$ die damit bezeichneten Größen auf die genannte Temperatur zurückführt.

Setzen wir als vereinfachende Annahme die Gültigkeit der Gasgesetze für den Flüssigkeitsdampf voraus und vernachlässigen wir das Volum der Flüssigkeit gegenüber demjenigen des Dampfes, was wohl im allgemeinen nicht unzulässig sein dürfte, so finden wir die annähernde Beziehung:

$$\alpha = \frac{M \cdot \lambda_0}{R \cdot \vartheta_0}, \tag{7}$$

wo R die allgemeine Gaskonstante bezeichnet.

Um zu beweisen, daß Formel (IV) bei der Berechnung von Verdampfungswärmen (oder dp/dT) sehr gute Dienste leistet, mag die Verdampfungswärme des Wassers zwischen 100° und 180° C unten berechnet werden. Für diese Temperaturen liegen Beobachtungen über die genannte Größe von Holborn und Henning[1]) vor, sowie direkte Messungen des spezifischen Volums des gesättigten Wasserdampfes von Knoblauch, Linde und Klebe[2]). Das spezifische Volum des flüssigen Wassers nehmen wir bei 100° und 110° C zu 1,0, zwischen 120° und 180° C zu 1,1 an. Das mechanische Wärmeäquivalent wird zu 31406 angenommen, wenn p in mm Hg, $(V-v)$ in ccm ausgedrückt wird. Für die Konstanten α, β und γ der Formel (IV) setzen wir die früher mitgeteilten Werte ein. Die Resultate der Berechnung sind in der nachfolgenden Tabelle 7 enthalten.

Die Übereinstimmung zwischen den berechneten und beobachteten Werten von λ, die auf etwa 2 Promille geht, ist durchaus befriedigend in Anbetracht des Umstandes, daß die in die

Tabelle 7

Verdampfungswärme des Wassers zwischen 100° und 180° C.

t^0 C	p mm Hg	$V-v$ ccm	$\lambda_{\text{beob.}}$ 15° Kal.	$\lambda_{\text{ber.}}$ 15° Kal.	Differenz
100	760,0	1673 × H_2O Mol.-Gew.	538,7 × H_2O Mol.-Gew.	539,4 × H_2O Mol.-Gew.	—0,7 × H_2O Mol.-Gew.
110	1074,5	1210 × " "	532,1 × " "	533,1 × " "	—1,0 × " "
120	1488,9	891,1 × " "	525,3 × " "	526,3 × " "	—1,0 × " "
130	2025,6	667,9 × " "	518,2 × " "	519,6 × " "	—1,4 × " "
140	2709,5	508,0 × " "	510,9 × " "	512,4 × " "	—1,5 × " "
150	3568,7	392,0 × " "	503,8 × " "	505,2 × " "	—1,4 × " "
160	4633	306,2 × " "	496,6 × " "	497,5 × " "	—0,9 × " "
170	5937	241,9 × " "	489,4 × " "	489,5 × " "	—0,1 × " "
180	7514	193,2 × " "	482,2 × " "	481,4 × " "	+0,8 × " "

1) Ann. d. Phys. (4) **29**, 441, 1909.
2) Mitteil. über Forschungsarb. d. Ver. d. Ingenieure, Heft 21, S. 57. 1905.

Berechnung eingehenden experimentell ermittelten Größen nur auf etwa 1—2 Promille bekannt sind. Insbesondere können die Unsicherheiten der Temperaturmessung bei den Messungen von Knoblauch, Linde und Klebe beträchtliche Fehler verursachen.

Zusammenfassung.

1. Die Temperaturabhängigkeit des in die van der Waalssche Dampfdruckgleichung:

$$\log \frac{\pi_0}{p} = a\left(\frac{\vartheta_0}{T} - 1\right)$$

eingehenden Faktors a wurde näher untersucht und eine einfache Exponentialformel für die Temperaturfunktion $a = F(T)$ aufgestellt.

2. Durch Kombination dieser Funktion mit der van der Waalsschen Gleichung entstand eine Dampfdruckformel, die die vollständige Darstellung der gesamten Dampfdruckkurve eines beliebigen Stoffes ermöglichte. Insbesondere gelang es, die Dampfdrucke des Wassers von den tiefsten Temperaturen bis zum kritischen Punkte in vorzüglicher Übereinstimmung mit den neuesten experimentellen Befunden zu berechnen.

3. Es wurde darauf hingewiesen, daß zwei in diese Formel eingehende Konstanten wahrscheinlich unabhängig von der Substanznatur sind und eine Näherungsgleichung aufgestellt, die nur physikalisch wohldefinierte Größen enthält, aber ebenfalls sehr gute Resultate gibt.

4. Die Anwendbarkeit der Formel zur Berechnung von Verdampfungswärmen wurde nachgewiesen und im Anschluß hieran eine Berechnung der Verdampfungswärme des Wassers zwischen 100^0 und 180^0 C ausgeführt.

Berlin, Kgl. Friedrich-Wilhelms-Universität, Juni 1914.

(Eingegangen 10. Juni 1914.)

Über die magnetische Umwandlung und ihre Nomenklatur.

Von Kôtarô Honda.

Bis in die letzten Jahre herrschten verschiedene Meinungen über die magnetische Umwandlung. Die Physiker haben meistens die Umwandlung für eine allmählich vor sich gehende Änderung gehalten, während viele Metallurgen sie als eine Phasenumwandlung bei bestimmter Temperatur angenommen haben. Die Tatsache, daß von Zimmertemperatur an die starke Magnetisierung mit steigender Temperatur immer mehr abnimmt, bis sie bei der sogenannten Umwandlungstemperatur praktisch verschwindet, spricht zugunsten der ersten Ansicht. Es ist auch schon lange bekannt, daß diese Umwandlung von einer Wärmeerscheinung begleitet ist; und dies ist der Grund, warum die Metallurgen, die sich mit den Wärmeerscheinungen beschäftigten, die Umwandlung für eine Phasenumwandlung hielten. Das Bedenken, ob die magnetische Umwandlung nicht etwas anderes als eine Phasenumwandlung sei, wurde zuerst von Le Chatelier[1]), dann von P. Weiss[2]) und C. Benedicks[3]) geäußert. Vor kurzem hat der Verfasser[4]) eine Arbeit veröffentlicht, in der die Magnetisierung und die Wärmeerscheinung bei der Umwandlung gleichzeitig beobachtet und miteinander genau verglichen wurden. Die wichtigsten Resultate sind die folgenden:

1. In Eisen, Nickel und Kobalt beobachtet man bei der magnetischen Umwandlung eine deutliche Wärmeerscheinung. Sie vollzieht sich nicht bei einer bestimmten Temperatur, sondern in einem weiten Temperaturintervall.
2. Diese Wärmeerscheinung ist von der Feldstärke unabhängig und nur von dem innern Zustande abhängig.
3. Die Anfangstemperatur der magnetischen Umwandlung beim Abkühlen und ihre Endtemperatur bei der Erhitzung fallen mit den entsprechenden Temperaturen der Wärmeerscheinungen zusammen.
4. In einer bestimmten Feldstärke gehört zu jeder Temperatur der magnetischen Umwandlung eine bestimmte Magnetisierungsintensität, die vom Erhitzungs- oder Abkühlungsintervall ganz unabhängig ist.
5. In schwachen Feldern vollzieht sich die magnetische Umwandlung in einem kleinen Temperaturintervall. Mit zunehmender Feldstärke wird das Intervall stark vergrößert, und in einem starken Feld beginnt die Magnetisierung von Zimmertemperatur an allmählich abzunehmen.

Die Wirkung der Temperatur auf die Magnetisierung ist von zweierlei Art, und zwar ist die beobachtete Änderung der Magnetisierung die Summe dieser Wirkungen. Die erste Wirkung, die in schwachen Feldern ausgeprägt ist und mit steigender Feldstärke abnimmt, ist die, daß die Magnetisierung, ähnlich wie bei einer mechanischen Erschütterung, verstärkt wird. Sie wird gewöhnlich in der Theorie des Magnetismus nicht berücksichtigt. Die zweite ist eine

1) Revue de Metallurgie 1, 213. 1904.
2) Arch. de Genève 27, 1. 1909.
3) Journ. of the Iron and Steel Institute Nr. 2, S. 242, 1912.
4) Science Rep. 2, 69, 1913.

reversible Wirkung der Temperatur, die Magnetisierung bei steigender Temperatur abzuschwächen. In starken Feldern ist nur diese reversible Wirkung vorhanden. Unter 5 ziehen wir daher nur diese Wirkung in Betracht.

Aus den obigen Resultaten können wir folgendes schließen: Im Temperaturintervall der magnetischen Umwandlung der ferromagnetischen Substanzen geht eine mit der Temperatur fortschreitende intermolekulare Änderung vor sich. Die Änderung der Magnetisierung und die damit zusammenhängende Wärmeerscheinung sind die Konsequenz dieser Veränderung. Die Resultate 1, 2 und 4 stimmen mit dieser Betrachtung sehr gut überein. Wie groß ist dann das Intervall der magnetischen Umwandlung? In Übereinstimmung mit den Tatsachen 1, 3 und 5 können wir wohl sagen, daß, wenn auch der größte Teil des Vorgangs bei einem Temperaturintervall von ca. 100 Graden vor sich geht, das ganze Intervall streng genommen sich von Zimmertemperatur (oder einer noch tieferen Temperatur) bis zur Endtemperatur der magnetischen Umwandlung erstreckt. Die magnetische Umwandlung ist daher nicht eigentlich eine Phasenumwandlung, sondern eine mit der Temperatur fortschreitende intermolekulare Änderung.

In den ferromagnetischen Theorien von P. Weiss[1]) und R. Gans[2]) wurde keine Zustandsänderung angenommen; sie haben daher nur die Änderung der spezifischen Wärme bei der Umwandlung betrachtet. In Wirklichkeit aber zeigt sich bei der Umwandlung eine ausgeprägte Wärmeerscheinung.

Die magnetische Umwandlung ist, wie wohl bekannt, mit den Änderungen anderer Eigenschaften verknüpft, d. h. den Änderungen der Ausdehnung, des elektrischen Widerstands und der thermoelektrischen Kraft. Neulich hat der Verfasser[3]) mit Herrn Y. Ogura durch eine gleichzeitige Beobachtung der Magnetisierung und des elektrischen Widerstands ferromagnetischer Körper gezeigt, daß die Änderung des Widerstands in bezug auf die Temperatur ganz allmählich eintritt und mit der Magnetisierungsänderung völlig parallel vor sich geht (Fig. 1). Dieses Verhalten der Widerstandsänderung stimmt mit der obigen Auffassung der magnetischen Umwandlung gut überein. Die schöne Arbeit von Charpy und Grenet[4]) zeigt, daß die Änderung der Ausdehnung der kohlenstoffarmen Stähle sich mit steigender Temperatur ganz allmählich vollzieht, bis sie durch die $\alpha\gamma$-Umwandlung (nach der Benennung des Verfassers) unterbrochen wird. Die Änderung ist ganz ähnlich wie die der Magnetisierung. Die Längenänderung bei der $\alpha\gamma$-Umwandlung und die bei der Rekaleszenz ist auch zu beobachten (Fig. 2). W. Broniewski[1]) hat die thermoelektrische Kraft von Eisen—Kupfer bei höheren Temperaturen eingehend untersucht. Aus seinen Kurven sieht man sofort, daß die elektro-

Honda und Ogura

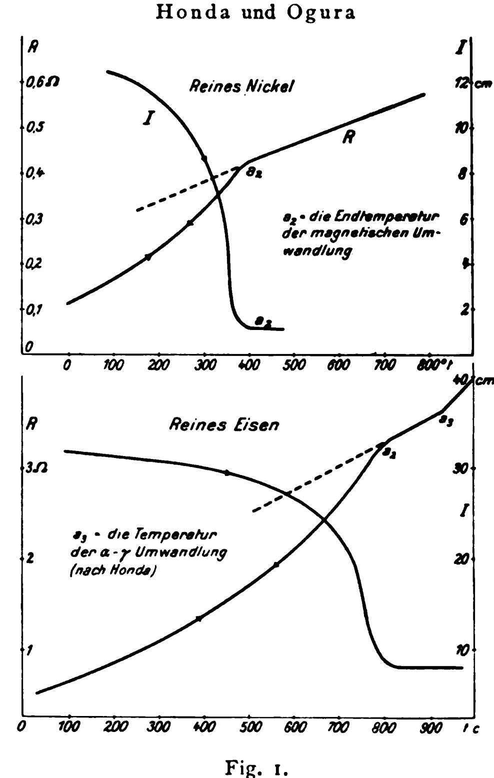


Fig. 1.

Charpy und Grenet

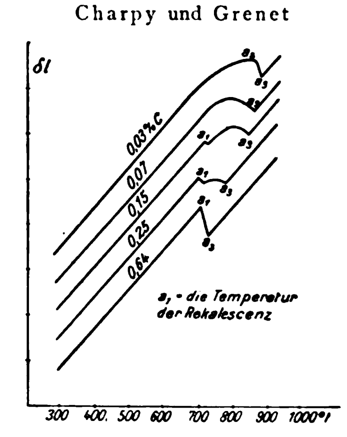


Fig. 2.

1) Arch. de Genève (4) **31**, 5, 1911.
2) Gött. Nachrichten 1910 und 1911.
3) Science Rep. **3**, 1914; Proc. of Tokio Phys.-Math. Soc. (2) **1**, 231, 1914.
4) Bulletin de la Société d'Encouragement **104**, 464, 882, 1903.

1) C. R. **156**, 1983, 1913.

motorische Kraft dieses Elements beim Abkühlen annähernd von der Anfangstemperatur der Ferromagnetisierung einen anormalen Verlauf anzunehmen beginnt. Diese Abweichung nimmt allmählich zu wie die entsprechende Änderung der Magnetisierung. Bei der $\alpha\gamma$-Umwandlung bei 950° und der Rekaleszenz bei 730° hat er auch in den T.E.K.-Temperaturkurven einen ausgeprägten Knick gefunden (Fig. 3). Eine ähnliche Änderung der thermoelektrischen Kraft infolge der Temperatur hat C. Dannecker[1]) gefunden für Nickel und Kobalt. Meine Auffassung von der magnetischen Umwandlung ist daher durch die zuletzt genannten drei Beobachtungen nochmals bestätigt worden.

W. Broniewski

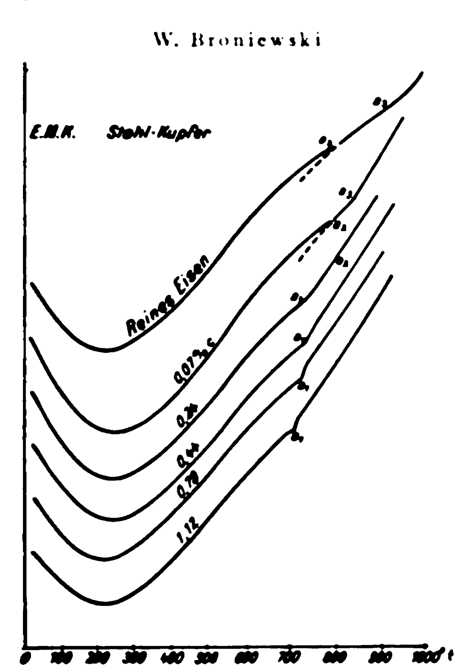


Fig. 3.

Zum Schluß möchte ich hier eine Bemerkung über die Nomenklatur der magnetischen Umwandlung anfügen. Die sogenannte Temperatur der magnetischen Umwandlung ist nur die Endtemperatur der Umwandlung, aber nicht die Temperatur, in der der Umwandlungsvorgang sich vollzieht. Diese Temperatur ist aber nicht genau definierbar, weil der Übergang vom ferromagnetischen Zustande zum paramagnetischen kontinuierlich ist. Dieser Temperatur sind bisher verschiedene Namen gegeben:

1. Kritischer Punkt (critical point, point critique),
2. Kritisches Intervall (critical range),
3. Curiescher Punkt (point de Curie),
4. Umwandlungspunkt (point of transformation, point de la transformation).

Der erste ist von J. Hopkinson gegeben; der zweite ist oft von den Metallurgen gebraucht. Dieser Name ist aber nicht ganz richtig, weil, streng genommen, das Umwandlungsintervall sich, wie oben erwähnt, in einem weiten Intervall erstreckt und es schwer ist, seine genaue Grenze anzugeben. Der Name Curiescher Punkt ist auch nicht zu empfehlen, da das Verdienst von J. Hopkinson betreffend dieser Temperatur viel größer ist als das von Curie. Der letzte Name (4) ist etwas mißverständlich, weil er bedeutet, daß der Umwandlungsvorgang sich bei dieser Temperatur vollzieht, er aber in Wirklichkeit nur die Endtemperatur der Umwandlung ist. Nach meiner Meinung ist daher der älteste Name „Kritischer Punkt" (oder „Grenzpunkt") am zweckmäßigsten. Es verdient noch erwähnt zu werden, daß, wie man schon sieht, die Rekaleszenz etwas anderes ist als die magnetische Umwandlung[1]). Die Rekaleszenz erscheint nur in Stahl, besonders in kohlenstoffreichen Stählen. Ihr Entstehen ist auf die Ausscheidung des Ferrit und Cementit aus ihren Mischkristallen zurückzuführen.

1) Ann. d. Phys. **42**, 1504, 1913.

1) K. Honda u. H. Takagi, Science Rep. **1**, 207, 1912; Science Rep. **2**, 203 1913.

Physikalisches Institut, Sendai, Japan.

(Eingegangen 8. Mai 1914.)

Über die Stabilität des Bohrschen Atommodelles.

Von Ludwig Föppl.

Das Bohrsche Atommodell[1]) ist eine Weiterbildung des Rutherfordschen Modelles[2]), das dieser auf Grund der Versuche über Streuung von α- und β-Teilchen beim Durchgang durch dünne Metallschichten aufgestellt hat, und wonach die positive Elektrizität im Gegensatz zum Thomsonschen Atommodell außerordentlich stark konzentriert ist, so daß der „positive Kern" als Punktladung angesehen werden kann, die von rotierenden Elektronenringen umgeben ist. Denken wir uns einen Elektronenring mit n, in gleichen Abständen auf dem Kreis vom Radius a verteilten Elektronen von der Ladung e, die mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $2\pi\omega$ um den im Zentrum des Kreises befindlichen positiven Kern von der Ladung $N \cdot e$ rotieren, so lautet die Gleichgewichtsbedingung

1) N. Bohr, Phil. Mag. (6) **26**, 1, 476, 857, 1913 und **27**, 506, 1914.

2) Rutherford, Phil. Mag. (6) **21**, 669, 1911.

$$\frac{N e^2}{a^2} = \frac{e^2}{4 a^2} S + m (2 \pi \omega)^2 \cdot a, \qquad (1)$$

wobei

$$S = \sum_{1}^{n-1} {}_s \frac{1}{\sin s \frac{\pi}{n}}.$$

Der erste Term auf der rechten Seite von Gleichung (1) rührt von der Abstoßung der $n-1$ übrigen Elektronen des Ringes her, während der zweite Term der Zentrifugalkraft zuzuschreiben ist.

Als abstoßende Kraft zwischen zwei Elektronen ist natürlich die Coulombsche Kraft angenommen. Daß ferner auch für die gegenseitige Wirkung der Elektronen und des positiven Kernes die Coulombsche Kraft umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung angesetzt werden muß, geht aus einer Arbeit von Darwin[1]) hervor, der zeigt, daß sich die experimentell gefundenen Streuungen bei keinem anderen Potenzgesetz der Kraft zwischen Kern und durchfliegenden α-Teilchen erklären lassen.

Die Gleichung (1) bestimmt nicht die Größe des Atoms, sondern liefert, wenn n und N gegeben sind, nur die Beziehung

$$a^3 \omega^2 = \text{const.}$$

Mit anderer Winkelgeschwindigkeit $2\pi\omega$ ändert sich demnach der Radius a, den man als Maß für die Atomgröße ansehen kann. Eine weitere Schwierigkeit besteht darin, daß ein solcher Elektronenring für eine allgemeine Störung in der Ringebene labil ist[2]). Beide Unstimmigkeiten sucht Bohr durch die Annahme zu beseitigen, daß jedes Elektron im Ring mit dem konstanten Drehmoment $\tau \frac{h}{2\pi}$ den positiven Kern umkreist, wobei h das Plancksche Wirkungsquantum und τ irgendeine ganze Zahl ist. Diese Annahme hat als erster J. W. Nicholson[3]) zur Veranschaulichung der Planckschen Quantenhypothese ausgesprochen. Sie führt, wenn mit $v = 2\pi a \omega$ die Geschwindigkeit des Elektrons bezeichnet wird, zu der Gleichung

$$m v a = \tau \cdot \frac{h}{2\pi}, \qquad (2)$$

die in der Tat gemeinsam mit Gleichung (1) für jede ganze Zahl τ ein bestimmtes a und ω festlegt. Den verschiedenen ganzen Zahlen $\tau = 1, 2, 3 \ldots$ entsprechen die verschiedenen möglichen „stationären" Bewegungen des Bohrschen Atommodelles, die nach Bohrs Annahme ohne Ausstrahlung bestehen können. $\tau = 1$ bestimmt dabei den „permanenten" Zustand des Atoms, der von den verschiedenen Zuständen $\tau = 1, 2, 3 \ldots$ die größte kinetische Energie besitzt und somit als diejenige stationäre Bewegung anzusehen ist, der das System schließlich zustrebt und von der wir bei der Stabilitätsuntersuchung ausgehen wollen.

Den genannten Quantenansatz benutzt Bohr ferner zur Definition der Stabilität seines Modelles für Störungen in der Ringebene. Nach Bohr lautet nämlich die Bedingung der Stabilität[1]), daß die Totalenergie (Summe der kinetischen und potentiellen Energie) eines Systems für die stationäre Bewegung geringer ist, als für irgendeine gestörte, benachbarte Bewegung, für die aber die Konstanz des Drehmomentes jedes einzelnen Elektrons erhalten bleibt, so daß nur solche gestörte Bewegungen des Systems mit der stationären Bewegung in Vergleich zu ziehen sind, bei denen das Drehmoment jedes einzelnen Elektrons jederzeit den konstanten Wert $\frac{h}{2\pi}$ besitzt. Denkt man sich z. B. das ganze System infolge der Wirkung äußerer Kräfte im Verhältnis α ähnlich verändert, wobei $\alpha > 1$ eine Vergrößerung und $\alpha < 1$ eine Verkleinerung bedeutet, so müßten zwischen dem Radius a, der Elektronengeschwindigkeit v, dem Potential P und der kinetischen Energie T der gestörten Bewegung des Systems und den entsprechenden, durch den Index 0 charakterisierten Größen der ungestörten Bewegung wegen der Konstanz des Drehmomentes jedes Elektrons die folgenden Beziehungen bestehen:

$$\left.\begin{aligned} a = \alpha a_0; \quad v = \frac{1}{\alpha} v_0; \quad P = \frac{1}{\alpha} P_0; \\ T = \frac{1}{\alpha^2} T_0. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Da man die Gleichgewichtsbedingung (1) auch schreiben kann:

$$m v^2 = \frac{e^2}{a} \left(N - \frac{1}{4} S \right),$$

oder, was dasselbe ist,

$$2 T_0 = - P_0, \qquad (4)$$

so findet man mit Hilfe von Gleichung (3) und (4) leicht

$$P + T = \frac{1}{\alpha} P_0 + \frac{1}{\alpha^2} T_0 = P_0 + T_0 + \\ + T_0 \left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)^2,$$

d. h.

$$P + T > P_0 + T_0.$$

1) Darwin, Phil. Mag. (6) **27**, 499, 1914.

2) Darauf machte J. W. Nicholson, Monthly Notices of Royal Astron. Soc. **72**, 682 ff., 1912, aufmerksam.

3) l. c., S. 679.

1) Phil. Mag. **26**, 477, 1913.

Für eine ähnliche Veränderung des Systems ist also tatsächlich jeder Elektronenring im Sinn der obigen Stabilitätsdefinition stabil, worauf auch Bohr[1]) hinweist. Bohr begnügt sich jedoch mit dieser einzigen Störung in der Ringebene und hält somit jeden Elektronenring in seiner Ebene für stabil. Die Störungen senkrecht zur Ebene, die Bohr ferner untersucht, zeigen, daß der einzelne Elektronenring im neutralen Atom ($N = n$) nur für $n < 8$ stabil ist, woran Bohr weitere Betrachtungen anknüpft.

Aufgabe dieser Zeilen soll es nun sein, die Stabilität des einzelnen Elektronenringes für Störungen in der Ringebene auf Grund der oben angeführten Bohrschen Stabilitätsdefinition streng mathematisch durchzuführen, wobei nicht nur die eine, schon von Bohr untersuchte ähnliche Veränderung des Systems in Betracht gezogen werden darf, sondern alle im Sinn der Stabilitätsdefinition möglichen gestörten Bewegungen des Elektronenringes.

Zur Stabilitätsuntersuchung diene uns folgendes, von Routh[2]) angegebene Stabilitätskriterium, das eine Verallgemeinerung des bekannten Dirichletschen Energiekriteriums der Stabilität der Ruhe auf die Stabilität einer stationären Bewegung bedeutet: Die Bewegung ist dann stabil, wenn die Gesamtenergie $E = P + T$ ein wirkliches Minimum oder Maximum ist für die betrachtete stationäre Bewegung bezüglich aller in E auftretenden Lagen- und Geschwindigkeitskoordinaten, die irgendwelche erste Integrale der Bewegungsgleichungen unverändert lassen.

Durch diese letzte einschränkende Bedingung verliert das Routhsche Kriterium für die Stabilitätsuntersuchungen in der Mechanik an Wert, da man sich in der Regel für die vollkommene Stabilität einer Bewegung interessiert, während das Kriterium nur eine partielle Stabilität sichern kann, da die mit der ungestörten Bewegung verglichenen gestörten Bewegungen einschränkenden Bedingungen in Form erster Integrale der Bewegungsgleichungen unterworfen sind. Dagegen ist das Kriterium für die Stabilitätsuntersuchung unseres Elektronenringes vortrefflich geeignet, da gerade in der früher angegebenen Bohrschen Stabilitätsdefinition solche erste Integrale auch für die gestörten Bewegungen erfüllt sein müssen: die Bedingungen der Konstanz des Drehmomentes jedes einzelnen Elektrons sind erste Integrale der Bewegungsgleichungen unseres Systems.

Denken wir uns also einen Ring von n Elektronen in seiner Ebene irgendwie gestört, so daß die Lage des $\varkappa$ten Elektrons durch die Polarkoordinaten $r_\varkappa$, $\vartheta_\varkappa$ bestimmt ist, so gelten die folgenden n Gleichungen:

$$m r_\varkappa^2 \cdot \frac{d\vartheta_\varkappa}{dt} = \frac{h}{2\pi} \quad (\varkappa = 1, 2 \ldots n). \tag{5}$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen werden wir n Veränderliche, etwa die n Winkelgeschwindigkeiten $\frac{d\vartheta_\varkappa}{dt}$ aus der Gesamtenergie E eliminieren und feststellen, ob die Energie E in bezug auf die übrigbleibenden $3n$ Veränderliche $r_\varkappa$, $\vartheta_\varkappa$ und $\frac{dr_\varkappa}{dt}$ ($\varkappa = 1, 2, \ldots n$) ein wirkliches Minimum oder Maximum gibt, in welchem Falle das System stabil ist.

Die kinetische Energie unseres Systems bei irgendeiner gestörten Bewegung in der Ringebene beträgt:

$$T = \frac{m}{2} \sum_1^n {}_\varkappa \left[\left(r_\varkappa \cdot \frac{d\vartheta_\varkappa}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr_\varkappa}{dt}\right)^2\right],$$

oder durch Elimination von $\frac{d\vartheta_\varkappa}{dt}$ mittelst Gleichung (5)

$$\left.\begin{aligned} T &= \frac{m}{2} \sum_1^n {}_\varkappa \left[\left(\frac{h}{2\pi m r_\varkappa}\right)^2 + \left(\frac{dr_\varkappa}{dt}\right)^2\right] = \\ &= \frac{h^2}{8\pi^2 m} \sum_1^n {}_\varkappa \frac{1}{r_\varkappa^2} + \frac{m}{2} \sum_1^n {}_\varkappa \dot{r}_\varkappa^2, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

wobei

$$\dot{r}_\varkappa = \frac{dr_\varkappa}{dt}.$$

Die potentielle Energie beträgt:

$$P = -N \sum_1^n {}_\varkappa \frac{e^2}{r_\varkappa} + \sum_1^n {}_\varkappa \sum_1^n {}_i \frac{e^2}{r_{i\varkappa}}, \tag{7}$$

wobei $r_{i\varkappa}$ die Entfernung des $\varkappa$ten Elektrons vom $i$ten bedeutet und in der Doppelsumme jede Entfernung zwischen zwei Elektronen nur einmal vorkommen darf.

Wir haben also festzustellen, ob der Ausdruck

$$\left.\begin{aligned} E &= P + T = \frac{h^2}{8\pi^2 m} \sum_1^n {}_\varkappa \frac{1}{r_\varkappa^2} - \\ &- N \sum_1^n {}_\varkappa \frac{e^2}{r_\varkappa} + \sum_1^n {}_\varkappa \sum_1^n {}_i \frac{e^2}{r_{i\varkappa}} + \frac{m}{2} \sum_1^n {}_\varkappa \dot{r}_\varkappa^2 \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

für die stationäre Bewegung, bei der alle n Elektronen in gleichen Abständen auf dem Umfang

[1]) l. c., S. 480.

[2]) Routh, Die Dynamik der Systeme starrer Körper, Band 2, deutsch von Schepp, S. 75.

eines Kreises vom Radius a angeordnet sind, bezüglich der $3n$ unabhängigen Variablen r_x, ϑ_x, $\dot{r}_x$; ($x = 1, 2, ..n$) zum Minimum oder Maximum wird. Die letztere Möglichkeit kommt sofort in Wegfall wegen des letzten Gliedes in Gleichung (8), das für die stationäre Bewegung Null ist, dagegen für gestörte Bewegungen beliebig groß gemacht werden kann, so daß man es jedenfalls immer erreichen kann, daß die Energie (8) der gestörten Bewegung größer ist als die der ungestörten Bewegung. Diese kann daher niemals ein wirkliches Maximum, sondern höchstens ein wirkliches Minimum liefern. Da das letzte Glied in der Gleichung (8) niemals negativ werden kann und für die stationäre Bewegung Null ist, so genügt es für die Stabilitätsuntersuchung, festzustellen, ob der Ausdruck auf der rechten Seite von Gleichung (8) ohne das letzte Glied für die stationäre Bewegung ein wirkliches Minimum liefert. Unser Problem hat sich also auf die Untersuchung des Ausdruckes

$$E^* = \frac{h^2}{8\pi^2 m} \sum_1^n{}_x \frac{1}{r_x^2} - N \sum_1^n{}_x \frac{e^2}{r_x} + \sum_1^n{}_x \sum_1^n{}_i \frac{e^2}{r_{ix}} \tag{9}$$

reduziert, der nur noch von den $2n$ Variablen r_x, ϑ_x abhängt, so daß die Geschwindigkeitskoordinaten nicht mehr auftreten. Die Winkel ϑ_x kommen natürlich in der Doppelsumme

$$\sum_1^n{}_x \sum_1^n{}_i \frac{1}{r_{ix}} \text{ vor.}$$

Es ist nun nötig, den Ausdruck (9) in der Umgebung der die stationäre Bewegung in einem bestimmten Zeitpunkte definierenden Größen

$$\left.\begin{aligned} r_x &= a \\ \vartheta_x &= \frac{2x\pi}{n} \end{aligned}\right\} \quad (x = 1, 2, 3 .,. n)$$

zu entwickeln, wobei die ersten Differentialquotienten nach r_x und ϑ_x alle Null sind, da dies die Bedingungen für die stationäre Bewegung sind, so daß erst die zweiten Ableitungen in der Taylorentwicklung für die Stabilitätsuntersuchung in Frage kommen. Bezeichnen wir mit $\varrho_x = r_x - a$ die unendlich kleine Änderung des Radius des $x$ten Elektrons und mit $\varphi_x = \vartheta_x - \frac{2x\pi}{n}$ die unendlich kleine Winkeländerung gegenüber der stationären Bewegung, so liefert uns die Taylorentwicklung von (9) eine quadratische Form in den ϱ_x, φ_x und als Bedingung der Stabilität, daß diese quadratische Form positiv definit sein muß.

Da in E^* keine zeitlichen Differentialquotienten vorkommen, so läßt sich E^* auffassen als das Potential eines Systems von n Elektronen, die sich umgekehrt proportional dem Quadrat ihres Abstandes abstoßen und nach einem festen Punkt einerseits mit einer Kraft $\frac{Ne^2}{r_x^2}$ angezogen, andererseits mit einer Kraft $\frac{h^2}{4\pi^2 m} \cdot \frac{1}{r_x^3}$ abgestoßen werden. Die Gleichgewichtslage dieses Systems wird durch Nullsetzen der ersten Differentialquotienten des Potentials E^* nach r_x und ϑ_x als ein System von n in gleichen Abständen auf einen Kreis vom Radius $r_x = a$ verteilten Elektronen gefunden, die vom Mittelpunkt in der angegebenen Weise angezogen bzw. abgestoßen werden. Wir haben somit die Untersuchung der Stabilität des Bohrschen Atommodelles auf die einer Gleichgewichtsanordnung zurückgeführt und damit den Anschluß an die Rechnungen von J. J. Thomson[1]) gewonnen, die dieser zur Stabilitätsuntersuchung seines Atommodelles ausgeführt hat. Wir können die dort angegebenen Rechnungen hier übertragen[2]), wenn wir die Winkelgeschwindigkeit ω, mit der der Elektronenring bei Thomson rotiert, durch Null und außerdem die Thomsonsche Anziehungskraft nach dem Mittelpunkt des Atoms $\frac{e^2\nu}{b^3} r_x$, wobei ν die Anzahl der Ladungen der positiven Kugel und b deren Radius bedeuten, durch

$$\left(\frac{Ne^2}{r_x^2} - \frac{h^2}{4\pi^2 m} \frac{1}{r_x^3}\right)$$

ersetzen. Thomson führt seine Stabilitätsuntersuchung mittels der Methode der kleinen Schwingungen durch, was auf dasselbe hinausläuft wie das Energiekriterium. Die von der Anziehung nach dem Mittelpunkt herrührende Kraft $\frac{e^2\nu}{b^3} r_x$ liefert für die linearen Stabilitätsgleichungen den Beitrag $\frac{e^2\nu}{b^3} \varrho_x$, während in unserem System dieser Beitrag durch Entwickeln von $\frac{Ne^2}{r_x^2} - \frac{h^2}{4\pi^2 m} \frac{1}{r_x^3}$ erhalten wird zu:

$$\varrho_x \left(-\frac{2Ne^2}{a^3} + \frac{3h^2}{4\pi^2 m} \cdot \frac{1}{a^4}\right),$$

wofür man auch mit Hilfe von Gleichung (1)

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. (6) 7, 237, 1904.

2) Durch diesen Anschluß an die Rechnungen J. J. Thomsons ersparen wir uns die umständlichen Stabilitätsberechnungen, die bei Thomson etwa 12 Druckseiten ausmachen.

und Gleichung (2), in der $\tau = 1$ gesetzt ist, schreiben kann:

$$\frac{\varrho_x}{a^3}\left(N - \frac{3}{4}S\right)e^2,$$

so daß wir die Thomsonschen Stabilitätsberechnungen für Störungen der Elektronen in der Ringebene einfach auf unser Problem übertragen können, wenn wir die Winkelgeschwindigkeit ω, die Thomson in seinen Rechnungen mitführt, durch Null und außerdem $\frac{\nu e^2}{b^3}$ durch $\frac{e^2}{a^3}\left(N - \frac{3}{4}S\right)$ ersetzen. Wie man sich leicht überzeugen kann, läuft dieser Ersatz darauf hinaus, daß die dort[1]) mit A bezeichnete konstante Größe in unserem Fall um $\frac{N-S}{a^3}e^2$ vermehrt werden muß, so daß die dort[2]) angegebene Gleichung zur Berechnung der Schwingungsfrequenzen q in unserem Fall die folgende Gestalt annimmt:

$$\left(\frac{N - \frac{1}{4}S}{a^3}e^2 + L_x - L_0 - mq^2\right)(N_0 - N_x - mq^2) = M_x^2,$$

die mit der Thomsonschen Gleichung bis auf die additive Konstante $\frac{N-S}{a^3}e^2$ des ersten Faktors der linken Seite übereinstimmt, wenn man ferner die Winkelgeschwindigkeit ω bei Thomson Null setzt. Als notwendige und hinreichende Stabilitätsbedingung läßt sich daraus ableiten

$$\left(\frac{N - \frac{1}{4}S}{a^3}e^2 + L_x - L_0\right)(N_0 - N_x) > M_x^2, \quad (10)$$

wobei das Gleichheitszeichen nur für die zur Drehung des Elektronenringes in sich gehörige Frequenz $q = 0$ Gültigkeit besitzt, bei der $N_0 - N_x$ ebenso wie M_x gleich Null ist. Bei allen übrigen Hauptschwingungen des Elektronenringes, die sämtlich für 1 bis 6 Elektronen im Ring bei Thomson angegeben sind[3]), ist $N_0 - N_x > 0$ und $M_x^2 > 0$, so daß das Vorzeichen des ersten Faktors auf der linken Seite der Ungleichung (10) jedenfalls positiv sein muß, damit die Bedingung (10) erfüllt ist. Da dieser erste Faktor bei Thomson um $\frac{N-S}{a^3}e^2$ kleiner ist als in unserem Fall, und da Thomson bis $n = 5$ Elektronen im Ring Stabilität für Störungen in der Ringebene findet, während bei $n = 6$ der erste Faktor der unserer Ungleichung (10) bei Thomson entsprechenden Ungleichung für eine bestimmte Hauptschwingung negativ wird[1]), so können wir sicher sein, daß der Bohrsche Elektronenring für $n < 6$ auch stabil ist, wenn

$$N - S > 0. \quad (11)$$

Dabei beträgt S für die verschiedenen Anzahlen n von Elektronen im Ring[2]):

$$\left.\begin{array}{l} S_1 = 0;\ S_2 = 1;\ S_3 = 2{,}3094;\ S_4 = 3{,}8284; \\ S_5 = 5{,}5056;\ S_6 = 7{,}3094. \end{array}\right\} (12)$$

Nehmen wir ein neutrales Atom, bei dem die Anzahl der positiven Ladungen N des Kernes gleich ist der Anzahl n der Elektronen im Ring, so ist die Ungleichung (11) erfüllt für $n = 1, 2, 3, 4$, so daß demnach mit Sicherheit festgestellt ist, daß der Bohrsche Elektronenring im neutralen Atom bis $n = 4$ Elektronen stabil ist. Ungleichung (11) ist dagegen beim neutralen Atom für $n > 4$ nicht mehr erfüllt, wie aus den Werten (12) hervorgeht. Da beim Thomsonschen Elektronenring für $n = 6$ der Ring in seiner Ebene labil wird, so trifft dasselbe beim Bohrschen Elektronenring von 6 Elektronen im neutralen Atom zu, da der erste Faktor der linken Seite der Ungleichung (10) um $N - S$, d. h. um $6 - 7{,}3094 = -1{,}3094$ größer ist als der entsprechende Faktor bei Thomson[3]), der schon negativ ist. Es kann sich jetzt nur noch um den Elektronenring von 5 Elektronen handeln, ob er noch zu den stabilen Anordnungen wie bei Thomson gehört oder schon zu den labilen. $N - S$ ist für $N = n = 5$ nach (12) gleich $-0{,}5056$, und man überzeugt sich leicht mit Hilfe der von Thomson aufgestellten Relationen für einen Ring von 5 Elektronen[4]), daß die in dem ersten Faktor der dortigen Gleichungen für q^2 additiv eingehende Größe $-0{,}5056$ die Stabilität nicht stört. Es ist damit bewiesen, daß der Bohrsche Elektronenring im neutralen Atom nur bis $n = 5$ stabil ist; zunächst allerdings nur für Störungen in der Ringebene; da aber Bohr[5]) gezeigt hat, daß er für die Störungen senkrecht zur Ringebene für $n < 8$ stabil ist, so ist er demnach bis $n = 5$ überhaupt gegen irgendwelche unendlich kleine Störungen stabil.

Es ist bemerkenswert, daß auch der Thomsonsche Elektronenring nur bis $n = 5$ Stabilität liefert. Da man aber beim Thomsonschen Atommodell durch räumliche Anordnung der Elektronenringe[6]) auch noch für größere Anzahlen von Elektronen stabile Anordnungen gefunden

1) l. c., S. 241.
2) l. c., S. 243.
3) l. c., S. 245 ff.

1) l. c., S. 251.
2) l. c., S. 238.
3) l. c., S. 251.
4) l. c., S. 249.
5) N. Bohr, Phil. Mag. (6) **26**, 482, 1913.
6) Siehe L. Föppl, Diss. Göttingen 1912.

hat, so dürfte es wahrscheinlich sein, daß man auch beim Bohrschen Atommodell auf demselben Wege weitere stabile Gebilde finden wird. Mehr als ein Elektronenring in derselben Ebene ist, wie Nicholson[1]) bemerkt hat, nicht möglich, so daß man in Analogie zu den höheren Anordnungen beim Thomsonschen Atommodell auch beim Bohrschen Modell räumliche Anordnungen wird untersuchen müssen.

Ein wesentlicher Unterschied gegenüber den Stabilitäten beim Thomsonschen und beim Bohrschen Elektronenring besteht darin, daß ersterer von der Anzahl der positiven Ladungen der Atomkugel unabhängig ist, während wegen Ungleichung (11) beim Bohrschen Atommodell ein positives Atom ($N > n$) unter Umständen mehr als 5 Elektronen im Ring stabil zu binden vermag.

Zum Schluß möchte ich noch auf eine Reihe von Arbeiten von J. W. Nicholson[2]) hinweisen, worin die Frequenzen des Rutherfordschen Atommodelles bei $N = 4$ positiven Ladungen des Kernes (Nebulium) senkrecht zur Ringebene untersucht werden. Die Verhältnisse der berechneten Frequenzen dieses Modelles stimmen bemerkenswert gut mit den Verhältnissen der Frequenzen überein, die in gewissen Sternspektren beobachtet werden und die bisher bei irdischen Elementen nicht gefunden wurden. Das gleiche gilt von einem in der Sonnenkorona beobachteten Element (Protofluorin), für das Nicholson ein Rutherfordsches Atommodell mit 5 Ladungen des Kernes vorschlägt und auch vorzügliche Übereinstimmung zwischen den beobachteten und den berechneten Frequenzenverhältnissen erzielt. Nicholson führt zwar in seiner Arbeit den Quantenansatz zum erstenmal ein, benützt ihn aber nicht so wie Bohr zur Definition der Stabilität. Unter Anwendung der Bohrschen Stabilitätsdefinition findet man nun, wie die obigen Ausführungen zeigen, daß wenigstens für die neutralen Atome die Stabilität des sogenannten Nebuliums und Protofluorins gesichert ist.

1) Phil. Mag. (6) **27**, 541, 1914 und Nature **93**, 268, 1914.
2) J. W. Nicholson, Monthly Notices of Royal Astr. Soc. **72**, 49, 139, 1911; 176, 677, 729, 1912.

Würzburg, 22. Juni 1914.

(Eingegangen 23. Juni 1914).

Die Massengitter des Kalkspates.

Von A. Johnsen.

Inhalt.

Die einfache Schiebung des Kalkspates.

Die einfache Schiebung des Kalkspates ($CaCO_3$, hexagonal rhomboedrisch-hemiedrisch) ist wie jede einfache Schiebung eine homogene Deformation[1]). Die beiden Kreisschnittsebenen K_1 und K_2 des Deformationsellipsoids sind $K_1 = (\bar{1}012)$ und $K_2 = (10\bar{1}1)$ und bilden den Winkel $\varphi = 70^0\, 51^3/_4{}'$. K_1 ist die Gleitfläche, und jeder um die Strecke D von K_1 entfernte Punkt legt während der Schiebung einen Weg $W = sD$ zurück, wo s die „Größe der Schiebung" ist. Im Abstand 1 ist der Weg gleich

$$s = 2 \operatorname{ctg} \varphi = 0{,}694 = a - \frac{1}{a};$$

a, $\frac{1}{a}$, 1 sind die drei Haupthalbmesser des Deformationsellipsoids, welches durch die Schiebung aus einer mit dem Radius 1 beschriebenen Kugel hervorgeht;

$$a = \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2} = 1{,}406\,, \quad \frac{1}{a} = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = 0{,}712.$$

Die durch die Radien a und $\frac{1}{a}$ definierte Ebene heißt „Ebene S der Schiebung" und ist $(1\bar{2}10)$; sie steht senkrecht auf K_1 und K_2. S ist die Symmetrieebene des Schiebungsvorganges, K_1 ist die Symmetrieebene des Schiebungseffektes.

Die einfache Schiebung des Kalkspates in einem Raumgitter.

Da durch die Schiebung der Kalkspat homogen deformiert wird, so muß auch sein Raumgitter homogen deformiert werden.

Es befinden sich aber, wie ich zeigte[2]), unter den unendlich vielen mit der Symmetrie des Kalkspates verträglichen Gittern im ganzen nur vier, welche durch die Schiebung homogen deformiert werden. Sämtliche hexagonal holoedrischen Gitter (gerade Säulen mit Winkeln von 60^0 und 120^0) erweisen sich als unmöglich, weil sie in der Ebene $S = (1\bar{2}10)$ der Schiebung rechteckige Maschen besitzen. Möglich sind nur vier rhomboedrische Gitter, deren Elementarrhomboeder $\{10\bar{1}1\}$, $\{\bar{1}012\}$, $\{20\bar{2}1\}$ oder $\{40\bar{4}1\}$ ist. Jedes dieser vier Symbole definiert ein Raumgitter nach seinen Winkeln und nach seiner Lage gegenüber dem

1) A. Johnsen, Jahrbuch d. Radioaktivität usw. **11**, 234, 1914.
2) A. Johnsen, Zeitschr. f. Kristallogr. **54**, 1914 (das betr. Heft ist im Erscheinen begriffen).

Spaltungsrhomboeder {1011} des Kalkspates; z. B. bilden innerhalb des durch {1011} bestimmten Gitters je acht Gitterpunkte die acht Ecken eines kleinen Spaltungsrhomboeders, so daß also viele einander kongruente und lückenlos parallel gestellte Spaltungsrhomboeder das eine jener vier möglichen Raumgitter darstellen. Die absolute Kantenlänge dieser Elementarrhomboeder bleibt hierbei zunächst ebenso unbekannt wie Form, Größe und Natur der die Gitterpunkte besetzenden Massenteilchen.

Nun ist soeben die Struktur des Kalkspates auch von anderer Seite und auf ganz anderem Wege untersucht worden; daher will ich jetzt beiderlei Resultate vergleichen.

Die Braggschen Atomgitter des Kalkspates.

W. L. Bragg[1] hat nach der Laueschen Idee mit seinem und W. H. Braggs „X-Strahlenspektrometer" soeben die Anordnung der Atome im Kalkspat ermittelt. Bevor ich die Schiebung in den Braggschen Atomgittern des Kalkspates betrachte, will ich diese anschaulich fixieren, da W. L. Bragg seine Atomanordnung nicht auf ihre Raumgitternatur hin analysiert hat.

Minimum der Gitterzahl.

Will man die Braggsche Atomanordnung auf möglichst wenige Atomgitter zurückführen, so ergibt sich folgende Beschreibung. Die *Ca* Atome bilden ein rhomboedrisches Gitter {2021}, die *C*-Atome ein kongruentes Gitter, das gegen das *Ca*-Gitter um $2c$ in der Richtung der Hauptachse verschoben erscheint, wo c den üblichen Hauptachsenparameter des Kalkspates bedeutet. Die *O*-Atome bilden zwei einander kongruente hexagonal-holoedrische Gitter nach rhombischen Säulen, deren innere Winkel von 120^0 durch je eine Symmetrieebene des Kalkspates halbiert werden; die lange Rhombendiagonale mißt[2]) 2, die kurze also $2\sqrt{\frac{1}{3}}$, die Säulenkante, d. h. die vertikale Atomdistanz $\frac{8}{3}c$.

Beide *O*-Gitter sind in der Richtung irgendeiner zweizähligen Symmetrieachse um $^2/_3$ gegeneinander verschoben, in der Richtung der Hauptachse um $^4/_3 c$. Schließlich liegen die Rhomben der *O*-Atome in den gleichen (zur Hauptachse senkrechten) Ebenen (0001) wie die *C*-Atome, und zwar liegt jedes Rhombenzentrum des einen *O*-Gitters um $^1/_3$ nach rechts von einem *C*-Atom entfernt, jedes Rhombenzentrum des anderen *O*-Gitters um $^1/_3$ nach links von einem *C*-Atom entfernt. Fig. 1 zeigt die *Ca*-Atome als leere

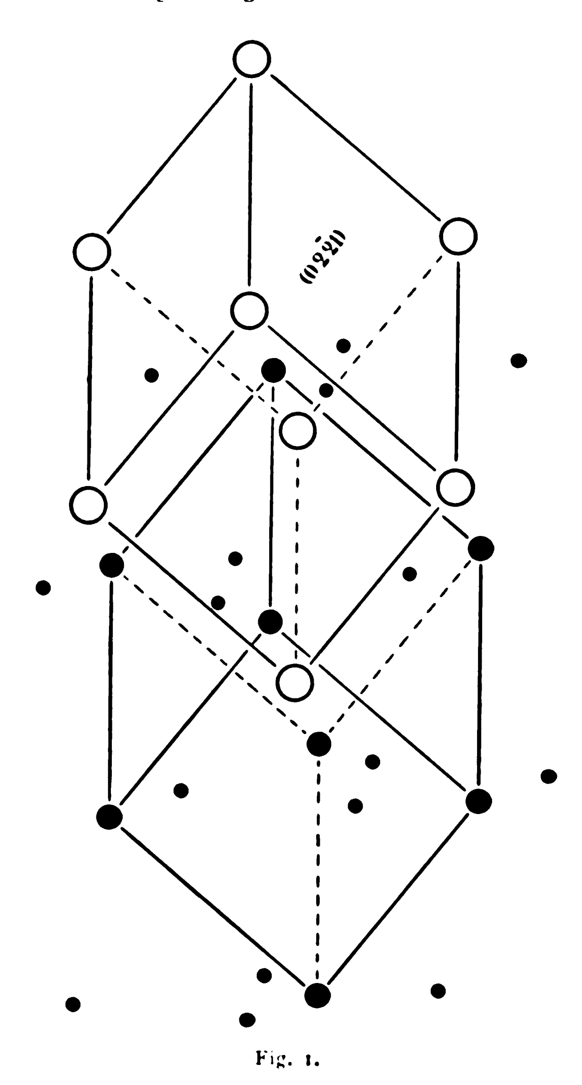


Fig. 1.

Kreise, die *C*-Atome als große volle Kreise und die *O*-Atome als kleine volle Kreise und repräsentiert die vier soeben geschilderten Elementarparallelepipede.

Die minimale Anzahl der Gitter ist also vier.

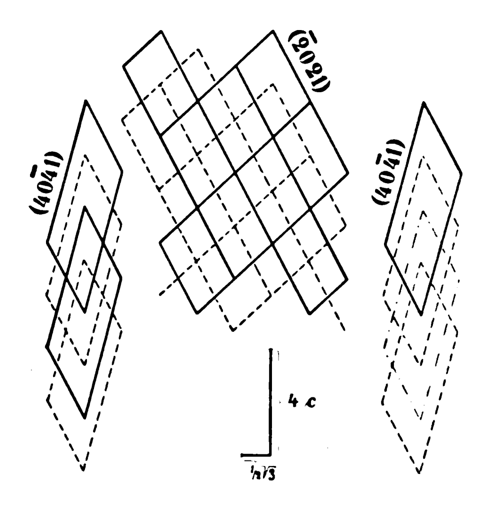
Kongruenz der Gitter.

Ist die genannte Atomanordnung homogen, so muß sie sich auf lauter kongruente und parallel ineinandergestellte Gitter zurückführen lassen. Das ist hier in der Tat der Fall. Die Anordnung stellt zehn kongruente und parallele Gitter mit dem Elementarrhomboeder {4041} dar, und zwar, der Formel $CaCO_3$ gemäß, 2 *Ca*-Gitter, 2 *C*-Gitter und 6 *O*-Gitter.

1 W. L. Bragg, Proceed. Roy. Soc. **89**, A. 468. London 1914.

2 Vorausgesetzt, daß man — wie üblich — die endlichen horizontalen Achsenschnitte des Elementarrhomboeders {2021} gleich eins setzt.

Die beiden *Ca*-Gitter sind parallel der Hauptachse um $4c$ gegeneinander verschoben und ebenso die beiden *C*-Gitter, während die beiden letzteren gegen die beiden ersteren um $2c$ parallel der Hauptachse verschoben sind. Die sechs *O*-Gitter zerfallen in zwei Gittertripel. Je ein Gitter des einen Tripels ist gegen das eine *C*-Gitter um $^2/_3$ in der positiven Richtung je einer zweizähligen Symmetrieachse verschoben; je ein Gitter des anderen Tripels ist gegen das andere *C*-Gitter um $^2/_3$ in der negativen Richtung je einer zweizähligen Achse verschoben.



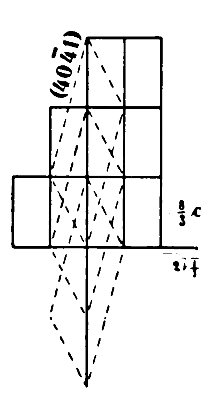


Fig. 2.

Fig. 2 zeigt oben die Anordnung von *Ca*- und von *C*-Atomen in der Ebene $S=(1\bar{2}10)$ der Schiebung, und zwar im mittleren Teil aufgefaßt als die Spur eines *Ca*-Gitters $\{\bar{2}021\}$ und eines *C*-Gitters $\{\bar{2}021\}$, links aufgefaßt als die Spur von zwei *Ca*-Gittern $\{40\bar{4}1\}$ und von zwei *C*-Gittern $\{40\bar{4}1\}$; die gestrichelten Parallelogramme mögen den *C*-Gittern, die ausgezogenen den *Ca*-Gittern angehören. (Oben rechts ist die Spur der *Ca*-, *Mg*- und *C*-Gitter $\{40\bar{4}1\}$ des Dolomit ($CaMgC_2O_6$) in der Ebene $\{1\bar{2}10\}$ dargestellt; sie ergibt sich aus der linken oberen Figur, wenn man die *Ca*-Atome des einen der beiden *Ca*-Gitter $\{40\bar{4}1\}$ durch *Mg*-Atome ersetzt; strich-punktiertes Parallelogramm.) Im Zentrum derselben Fig. 2 sieht man die endlichen Achsenschnitte des Elementarrhomboeders $\{40\bar{4}1\}$ auf Ordinate und Abszisse, nämlich $4c$ und $\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Der unterste Teil der Fig. 2 zeigt die Spuren des einen Tripels von *O*-Gittern $\{40\bar{4}1\}$ auf der gleichen Ebene $(1\bar{2}10)$. Diese Spuren stellen rechteckige Maschen mit den Seiten $\frac{8}{3}c$ und $2\sqrt{\frac{1}{3}}$ dar. Die rechteckigen Spuren des anderen Tripels von *O*-Gittern liegen $^2/_3$ unter oder über der Zeichenebene; auf diese orthogonal projiziert, würden sie gegen obige Rechtecke um die halbe horizontale Rechteckseite horizontal verschoben erscheinen.

Jedes dieser beiden Tripel von rhomboedrischen *O*-Gittern $\{40\bar{4}1\}$ ist identisch mit einem der beiden hexagonal-holoedrischen *O*-Gitter der Fig. 1.

Symmetrie der Anordnung und der Atome.

Die ganze Braggsche Atomanordnung des Kalkspates hat folgende Symmetrie. In jedem *Ca*-Atom liegt ein Symmetriezentrum. Die drei Scharen zweizähliger Symmetrieachsen laufen durch die *C*-Atome, die dreizähligen Symmetrie- und sechszähligen Drehspiegelungsachsen durch alle *Ca*-Atome und durch alle *C*-Atome, ihre Drehspiegelungsebenen durch alle *Ca*-Atome. Die drei Scharen von Symmetrieebenen sind Gleitspiegelungsebenen und gehen durch alle *Ca*-Atome und durch alle *C*-Atome, ihre Translation beträgt $4c$ parallel der Hauptachse.

Die Symmetrie der Atome ist folgende. Jedes *Ca*-Atom besitzt eine dreizählige Symmetrieachse und ein Symmetriezentrum. Jedes *C*-Atom besitzt eine dreizählige Symmetrieachse und drei zweizählige Achsen; die *C*-Atome zerfallen in zwei enantiomorphe Gruppen. Die *O*-Atome besitzen je eine zweizählige Symmetrieachse und zerfallen ebenfalls in zwei enantiomorphe Gruppen.

Fig. 3 zeigt die Atomlagerung in zehn aufeinanderfolgenden massenführenden (0001)-Ebenen (senkrecht zur Hauptachse). Wie in Fig. 1 sind auch hier die *Ca*-Atome als leere Kreise, die *C*-Atome als große volle Kreise und die *O*-Atome als kleine volle Kreise gezeichnet.

Absolute Längen.

Das Elementarrhomboeder der zehn kongruenten Gitter $\{40\bar{4}1\}$ des Kalkspates hat einen

Fig. 3.

absoluten horizontalen Achsenabschnitt von 0,248 $\mu\mu$ Länge, einen vertikalen von $0{,}248 \times 4c$, wo $c = 0{,}85430$ die bekannte Konstante des Kalkspates ist, also 0,847 $\mu\mu$; die Kantenlänge beträgt 0,633 $\mu\mu$. An der Polecke beträgt der äußere Flächenwinkel 114° 10′, der innere Kantenwinkel 46° 6′.

Das Elementarrhomboeder {2021} der *Ca*-Atome sowie der *C*-Atome hat den gleichen horizontalen Achsenabschnitt wie {4041}, einen vertikalen Achsenschnitt von $0{,}248 \times 2c = 0{,}424$ $\mu\mu$, eine Kantenlänge von 0,402 $\mu\mu$ und an der Polecke einen äußeren Flächenwinkel von 101° 9′ und einen inneren Kantenwinkel von 76° 8′.

Die einfache Schiebung des Kalkspates in den Braggschen Atomgittern.

Vergleicht man die Braggschen Atomgitter mit den vier rhomboedrischen Raumgittern {40$\bar{4}$1}, {1011}, {1012} und {2021}, welche die einzigen mit der Schiebung des Kalkspates verträglichen sind, so erkennt man, daß das *Ca*-Gitter {2021} sowie das *C*-Gitter {2021} in der Tat mit einem jener vier Gitter identisch ist. Das gleiche gilt von dem Gitter {1011}, welches alle *Ca*- und *C*-Atome zusammen bilden (Fig. 2, oben Mitte). Bei der Schiebung bleiben daher das *Ca*-Gitter, das *C*-Gitter und deren gegenseitige Lage erhalten. Was aber die *O*-Gitter betrifft, so würde zwar jedes einzelne der sechs *O*-Gitter {4041} durch die Schiebung in sich selbst übergeführt werden, jedoch würde die gegenseitige Lage dieser sechs Gitter nach der Schiebung von derjenigen vor der Schiebung abweichen. Die Ursache hiervon ist, daß die Gesamtheit der *O*-Gitter in allen massenführenden Ebenen (1210) rechtwinklige Maschen besitzt, wie der untere Teil der Fig. 2 uns bereits zeigte; rektangulare Gitter in (1210) werden aber, wie oben erwähnt und a. a. O. bewiesen wurde, durch die Kalkspatschiebung nicht homogen deformiert. Andererseits müssen wir aber homogene Deformation der gesamten Anordnung fordern, weil durch die Schiebung keine einzige physikalische Eigenschaft des Kalkspates geändert wird.

Die Massengitter des Kalkspates.

Bei der Schiebung des Kalkspates legt also zwar jedes *Ca*-Atom und jedes *C*-Atom einen Weg zurück, der dem Abstande des betreffenden Atoms von der Gleitfläche proportional ist. Die Bewegung der *O*-Atome dagegen muß eine kompliziertere sein, wenn ihre Anordnung in sich selbst übergehen soll. Da nun, wie Fig. 3 zeigt, jedes *C*-Atom von drei *O*-Atomen dicht umgeben und das *Ca*-Atom fast $1^1/_2$ mal so weit vom nächsten *O*-Atom entfernt ist als das *C*-Atom, so ist die einfachste und wahrscheinlichste Annahme die, daß bei der Schiebung je drei ein *C*-Atom dicht umgebende *O*-Atome translatorisch den gleichen Weg durchlaufen wie jenes *C*-Atom, wobei sie Drehungen um dieses letztere ausführen derart, daß ihre Lage nach der Schiebung zu derjenigen vor derselben spiegelbildlich in bezug auf die Gleitfläche K_1 ist. Hiernach schleppt jedes *C*-Atom die drei nächsten *O*-Atome bei der Schiebung mit sich. Das bedeutet aber, daß je ein *C*-Atom und drei *O*-Atome nicht nur räumlich, sondern auch physikalisch enger zusammengehören als die übrigen Atome.

Kurzum, der Kalkspat verhält sich bei der einfachen Schiebung so, als bestände er aus *Ca*-Ionen und CO_3-Ionen; die Schwerpunkte der *Ca*-Atome bilden ein rhomboedrisches Gitter {2021}, die Schwerpunkte der CO_3-Radikale ein jenem kongruentes und paralleles.

Kiel, Mineralog. Institut.

(Eingegangen 27. Juni 1914.)

Die Röntgenspektren einiger Metalle.

Von Hermann Rohmann.

(Mit Tafel IX.)

Mit einem Röntgenspektroskop[1]) der früher beschriebenen Art habe ich die Spektren einiger Metalle aufgenommen, die hier reproduziert sind, und deren Herstellung ich kurz beschreiben möchte.

Die betreffenden Metalle wurden als Antikathodenmaterial in einer kleinen Röntgenröhre (Fig. 1) verwandt; die von ihnen ausgehende Strahlung fiel auf ein zylindrisch gebogenes

1) M. de Broglie u. F. A. Lindemann, Compt. Rend. No. 13, März 1914; H. Rohmann, diese Zeitschr. 15, 510, 1914.

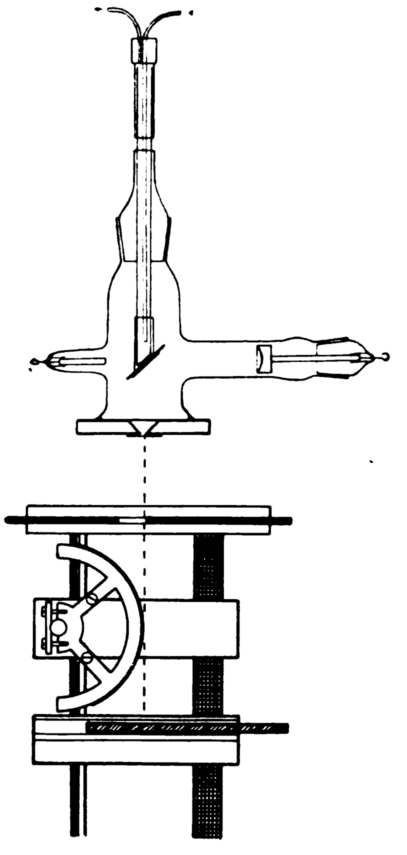


Fig. 1.

Glimmerblatt, das die darin enthaltenen verschiedenen Wellenlängen nach verschiedenen Stellen einer photographischen Platte reflektierte.

Der Antikathodenansatz der Röntgenröhre besitzt einen Schliff, in den ein wassergekühltes Messingrohr eingekittet ist. Auf dieses Rohr werden kleine Ansatzstücke aus Kupfer mit dem daran befestigten, zu untersuchenden Material aufgesetzt.

Die Vorderfläche der Röhre wird durch eine aufgekittete Messingplatte gebildet, in der ein etwa 1 mm breiter, 4 cm langer Schlitz angebracht ist. Der Schlitz ist mit dünnem Aluminiumblech verschlossen und dient als Spalt für die Spektrometeranordnung.

Diese besteht aus einer Art optischer Bank, auf der hintereinander eine Bleiblende, das gebogene Glimmerblatt und die photographische Platte justierbar aufgesetzt sind.

Das Glimmerblatt ist an zwei Kanten aufgeklebt auf ein Messinggerüst, wie es in Fig. 2 dargestellt ist; so daß eine möglichst vollkommene Zylinderform gewährleistet wird, und doch der bestrahlte Teil des Blattes frei liegt.

Der Durchmesser des Zylinders beträgt 11,9 cm.

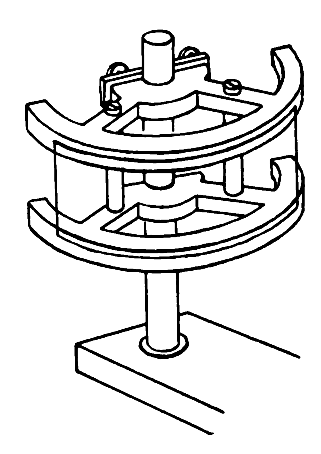


Fig. 2.

Die photographische Platte steht senkrecht zu den Strahlen, die den Zylinder tangieren, und so, daß sie selber nahezu den Zylinder tangierte bzw. ca. 5 cm Abstand von ihm hatte. Die Platte wird in eine Blechkassette eingesetzt, in deren Deckel eine mit schwarzem Papier verschlossene Öffnung geschnitten ist.

Die Röntgenröhre wurde mit einem 30-cm-Induktor mit Quecksilberunterbrecher betrieben; unter Vorschalten einer Funkenstrecke von 1—3 cm Länge. Während der Aufnahmen, die für die meisten Materialien $^1/_2$ bis 1 Stunde erforderten, mußte die Röhre dauernd mit der Gaedepumpe in Verbindung bleiben, da die Antikathodenmaterialien dauernd Gas abgaben. Da es kaum gelingt, die Stromstärke so einzuregulieren, daß für längere Zeit ein stationärer Zustand eintritt, so ist eine dauernde Überwachung nötig.

Die Härte der Röhre änderte sich bei dieser Art des Betriebes meist in so weiten Grenzen (1—12 cm Parallelfunkenstrecke), daß die verschiedensten Kathodenstrahlgeschwindigkeiten erzeugt wurden, so daß man ziemlich sicher annehmen kann, daß alle möglichen Linien erregt werden. (Nur bei Platin gab das verwandte Material so viel Gas ab, daß die Röhre dauernd weich blieb; die Intensität der kurzwelligen Linien ist daher viel kleiner geblieben als bei der früheren Aufnahme (vgl. l. c.), bei der eine technische Röhre verwandt wurde.)

Die Stromstärke durch das Rohr konnte für kurze Zeit auf 10 bis 25 Milliamp. gebracht werden, doch reicht die Wasserkühlung für solche Belastungen nicht aus. Für weitere Aufnahmen denke ich daher eine neue Röhre zu verwenden, die eine intensivere Kühlung gestattet, und mit deren Hilfe man dann vielleicht auch die Spektren der leicht schmelzenden oder verdampfenden Elemente aufnehmen kann.

Von den bis jetzt untersuchten Materialien sind in der Tafel reproduziert:

Ni Cu Zn Mo Ag Pt Au Th[1]) geordnet nach steigendem Atomgewicht.

Auf den Spektren ist die Stelle, wo die das Glimmerblatt streifenden Strahlen die Platte getroffen haben, durch einen Strich (bei o) markiert. Die verschiedenen Aufnahmen sind möglichst bei der gleichen Stellung von Platte und Spalt aufgenommen, so daß die verschiedenen Linien direkt vergleichbar sind.

Zur Bestimmung der absoluten Wellenlängen kann das Spektrum des Platins[2]) dienen, dessen Wellenlängen durch Reflexion an Steinsalz usw. öfters bestimmt wurden. (Über die Intensität der Linien vgl. oben.) Für Glimmer selbst ist die Art des Raumgitters noch nicht bestimmt.

Auf den Photographien treten immer neben den eigentlichen Spektrallinien, die sich durch ihre Schärfe und ihre zum Glimmerblatt parallele Richtung auszeichnen, noch eine Anzahl schief liegender Linien auf. Sie rühren her von Reflexionen an Molekülschichten, welche schief zur Oberfläche liegen.

Wie man namentlich bei *Zn* und *Au* sieht, gehen die Linien oft nur über einen Teil der Platte. Die genauere Untersuchung des Glimmerblattes zeigt nun, daß es nicht ganz gleichmäßig dick ist: man sieht vielmehr auf ihm einige feine Trennungslinien. Betrachtet man es im Natriumlicht, so erscheinen äquidistante Interferenzstreifen, parallel zur Mantellinie des Zylinders, die aber an den Trennungslinien etwas gegeneinander versetzt sind.

An der in Betracht kommenden Stelle des Glimmers lief eine solche Trennungslinie ungefähr durch die Mitte des Blattes. Die Röntgenaufnahmen zeigen, daß nur in der einen Hälfte die schiefen Molekülschichten reflektiert haben, und daß es sich um verschieden orientierte Kristallschichten, Zwillingsschichten, handeln muß.

Im übrigen sind die verschiedenen Spektren relativ einfach und lassen sich wohl zumeist im Sinne Moseleys[3]) deuten. (Die Molybdänaufnahme ist trotz 12 stündiger Exposition sehr schwach geblieben, so daß die Linien, um reproduzierbar zu sein, retuschiert werden mußten; sonst war das nur noch bei Silber erforderlich.)

Silber liefert, wie aus der gleichmäßigen Schwärzung der Platten hervorgeht, ein intensives kontinuierliches Spektrum.

Thorium zeigte übrigens bei der Bestrahlung mit Kathodenstrahlen folgende merkwürdige Erscheinung. Wenn man, nachdem die Röhre einige Zeit in Betrieb war, die Antikathode um ein Stück verschiebt, so daß nun der Brennfleck auf eine neue Stelle fällt, dann leuchtet die Stelle, die vorher Brennfleck war, unter der schwachen Bestrahlung in sehr intensivem bläulichen Fluoreszenzlicht; viel stärker als der Brennfleck selber. Diese Wirkung hält längere Zeit an.

Straßburg i. Els., Physikalisches Institut, 14. Juni 1914.

(Eingegangen 16. Juni 1914.)

1) Metallisches Thorium und Molybdän, sowie verschiedene andere Materialien in reiner Form verdanke ich Herrn Prof. Wedekind, dem ich auch an dieser Stelle bestens dafür danken möchte.

2) Die *Pt*-Linie bei 31 mm gehört dem Spektrum 3. Ordnung, die bei 62 mm dem der 5. Ordnung an (wie auch bei der früher zitierten Aufnahme).

3) Phil. Mag. **26**, 1024, 1913 u. **27**, 703, 1914.

Lochkamera für Röntgenstrahlen.

Von Nicolai Uspenski.

(Mit Tafel X u. XI.)

Das von den Herren Laue, Friedrich und Knipping entdeckte Phänomen der Interferenz der Röntgenstrahlen hat die elektromagnetische Natur der X-Strahlen außer Zweifel gesetzt.

Daher ist es natürlich, daß man auch auf dem Gebiete der X-Strahlen nach solchen Erscheinungen sucht, die den Erscheinungen der gewöhnlichen Optik gleichkommen.

An dieser Stelle soll eine Reihe von Experimenten erwähnt werden, welche die Anwendbarkeit des Prinzips der Lochkamera auf die Röntgenstrahlen demonstrieren.

Der Gedanke, diese Versuche anzustellen, kam mir beim Anblick eines von Professor Dr. Wulff erhaltenen Röntgenogramms, dessen Zentralfleck deutlich die Konturen der Antikathode aufwies. Meine Vermutung, daß wir in diesem Falle eine mit Hilfe einer kleinen Öffnung erhaltene Photographie der Antikathode vor Augen haben, wurde von Prof. Wulff bestätigt, und überließ er es denn auch liebenswürdigst mir, die weiteren Versuche in dieser Richtung zu machen.

Die bei meinen Experimenten angewendeten Apparate waren folgendermaßen angeordnet.

Als Kamera diente ein Bleikasten der Art, wie man sie gewöhnlich bei Versuchen mit durch Kristalle durchgehenden Röntgenstrahlen verwendet, wobei ich den Strahlen ein einziges 2—3 mm breites, in ca. 2 mm dickes Blei gebohrtes Diaphragma in den Weg stellte.

Die Aufstellung des zu photographierenden Gegenstandes in entsprechender Entfernung von der Kamera fand auf optischem Wege mit Hilfe eines im Bleikasten befindlichen mattierten Glases statt.

Dieses wurde dann durch eine photographische Platte ersetzt, die sich in einer Metallkassette mit 0,2 mm dickem Aluminiumdeckel befand. Zur Beleuchtung diente eine mit 2—3 Milliampere belastete Müller-„Rapid"-Röhre mit wassergekühlter Platinantikathode.

Fig. 1 [1]) stellt das oben erwähnte, mir liebenswürdigerweise von Prof. Wulff zur Verfügung gestellte Röntgenogramm dar. Es waren von Prof. Wulff durch ein rundes Diaphragma die Braggschen Spektrallinien, deren Aussehen nicht von der Form des Diaphragmas abhängt, photographiert. Der Zentralfleck des Röntgenogramms gibt die Form der Antikathode sehr deutlich wieder.

Fig. 2 und 3 sind nach einer Exposition von 15 Minuten erhaltene Photographien der ganzen Röhre, en face und unter einem stumpfen Winkel, also derart, daß die von dem Spiegel der Antikathode ausgehenden Strahlen nicht in die Kamera gelangen konnten.

Aus diesen Aufnahmen erhalten wir somit ein objektives Bild der Röntgenstrahlung der gesamten Röhre.

Bei Belastungen der Röhre von 5—6 Milliampere kann das Phänomen auch auf einem Fluoreszenzschirm beobachtet werden.

Bei bedeutend größeren Expositionen ist es möglich, auch mit Röntgenstrahlen beleuchtete Gegenstände auf oben beschriebene Weise zu photographieren. Die provisorisch ausgeführte Aufnahme 4 gibt die Möglichkeit, über die Intensität der von verschiedenen Körpern ausgehenden sekundären Röntgenstrahlen zu urteilen [2]).

Fig. 5 gibt eine Photographie der auf Fig. 4 durch Röntgenstrahlen abgebildeten Gegenstände wieder. Auf einem hölzernen, schwarz gestrichenen Tischchen stand eine hölzerne Säule, die ihrer Länge nach in drei Teile geteilt war: der obere Teil war mit *Sn* bedeckt, der mittlere mit *Pb* und der untere blieb frei.

Aus der Zeichnung (Fig. 6) ist die Anordnung des Versuches zu ersehen.

Zusammenfassung: Die oben beschriebenen Versuche sagen nichts Neues über die Natur der Röntgenstrahlen. Sie bestätigen nur die geradlinige Fortpflanzung derselben.

Im praktischen Sinne sind sie jedoch nicht ohne Bedeutung, da wir nach entsprechender Verfeinerung der Versuchsanordnung eine Methode bekommen, die Sekundärstrahlen zu untersuchen.

Das gesamte Röntgenstrahlungsbild der Röhre wird uns durch diese Versuche ganz klar.

1) Die Figuren 1—4 befinden sich auf Tafel X u. XI.
2) Fig. 4 stellt das negative Bild vor.

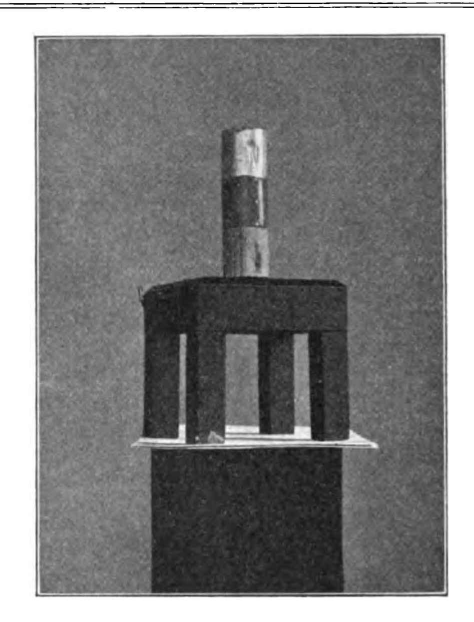
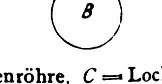


Fig. 5.



A = Tischchen und Säule, *B* = Röntgenröhre, *C* = Lochkamera, *AB* = 60 cm, *AC* = 35 cm.

Fig. 6.

Die Versuche wurden in dem Physikalischen Laborarorium des Moskauer Kommerz-Instituts ausgeführt. Den Herren Studenten A. Thal und A. Minakoff sage ich meinen herzlichen Dank für die beständige Hilfe bei der Arbeit.

Moskau, Kommerz-Institut.

(Eingegangen 13. Juni 1914.)

Die Verwendung getonter Photometerschirme zur Herstellung der sogenannten Kontrastwirkung in Photometern und als photometrisches Schwächungsmittel.

Von Arthur Boltzmann.

(Aus dem Laboratorium der k. k. Normaleichungskommission in Wien.)

Lummer und Brodhun haben gezeigt, daß die Genauigkeit des Vergleichs der Helligkeit



zweier beleuchteter Felder bzw. deren Einstellung auf gleiche Helligkeit dadurch wesentlich erhöht wird, daß ein Teil jedes der beiden Felder um einen kleinen Betrag verdunkelt wird. Es wird dann auf gleichen Unterschied dieser verdunkelten Teile gegenüber dem hellen Teil des anderen Feldes eingestellt. Die exakte Durchführung dieses Prinzips erfordert eine entsprechende optische Einrichtung des Photometers. Auf einfache Weise läßt sich jedoch in jedem Gleichheitsphotometer die Kontrastwirkung zur Anwendung bringen, wenn man den Gipsschirm vertikal in zwei Teile teilt, von denen auf der rechten Seite der obere, auf der linken Seite der untere Teil etwas grau gefärbt ist.

Wird das kreisrunde oder ovale Photometerfeld durch die vertikale Mittellinie in die rechte und linke Hälfte geteilt, welche von den entsprechenden Seiten beleuchtet sind, so ist dann die obere Hälfte des rechten Feldes dunkel und ebenso die untere des linken. Da der Gipsschirm im Photometer nicht scharf gesehen wird, ist allerdings die horizontale Trennungslinie unscharf. Die photometrische Einstellung erfolgt jedoch nur an der vertikalen scharfen Trennungslinie.

Um die mit einer derartigen Kontrastvorrichtung erreichbare Beobachtungsgenauigkeit zu untersuchen, wurden mittels eines Lummer-Brodhunschen Photometers vergleichende Beobachtungen angestellt. Statt des weißen Gipsschirmes konnte ein passender Metallrahmen in den Photometerkopf geschoben werden, in den ein kreisförmiger Schirm eingespannt war. Zur Herstellung der Schirme diente ein photographisches Entwicklungspapier. Das Grautonen der einen Hälfte wurde durch Belichten unter Abdecken des weiß zu bleibenden Teiles bewirkt. Die entwickelten Papiere wurden nun auf die beiden Seiten von schwarzem Papier so aufgeklebt, daß sich die Trennungslinien des getonten und weißen Teiles genau deckten. Es wurden mehrere Kontraststärken untersucht, die in der Tabelle in Prozenten angegeben sind.

Die Helligkeit des beleuchteten Feldes betrug zwei Lux. Die Beleuchtung der beiden Seiten des Photometerschirmes erfolgte durch eine Glühlampe, deren Licht mittels zweier Spiegel in den Photometerkopf geworfen wurde. Die Länge des Weges der Lichtstrahlen von der Lampe bis zu den Seitenflächen des Photometerschirmes betrug 1,5 m. Während der eine Beobachter die photometrischen Einstellungen zu machen hatte, las diese ein anderer Beobachter mittels eines Fernrohres an der Skala der Photometerbank ab. Der zweite Beobachter hatte auch die Aufgabe, den Lampenstrom mittels eines Kompensationsapparats und entsprechender Regulierwiderstände konstant zu erhalten.

Es wurden immer zehn Einstellungen hintereinander gemacht. In der folgenden Tabelle sind die mittleren Fehler der einzelnen Beobachtungen in Prozenten, von solchen Beobachtungsreihen von je zehn Beobachtungen angeführt. Die verschiedenen photometrischen Einrichtungen wurden abwechselnd verwendet. An den Beobachtungen beteiligten sich die Herren Dr. G. Dimmer, Dr. A. Basch, Dr. A. Wellik und der Verfasser.

Photometer	Lummer-Brodhun		Geteilte Photometerfelder				
	ohne Kontrast	mit Kontrast	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5
Kontraststärke in Proz.		6,82	3,42	6,15	6,70	7,12	11,82
Dimmer	0,30	0,52					
	0,66	0,42					
	0,70	0,39		0,29	0,31	0,45	0,28
	0,49	0,25	0,23	0,45	0,35	0,50	0,62
Mittel	0,54	0,30	0,23	0,37	0,33	0,47	0,45
Wellik		0,17					
	0,37	0,18					
	0,28	0,29					
	0,17	0,13	0,25	0,19	0,12	0,29	0,26
	0,09	0,20	0,11	0,14	0,07	0,22	0,27
Mittel	0,23	0,19	0,18	0,16	0,09	0,25	0,26
Boltzmann	0,50	0,19					
	0,49	0,22					
	0,59	0,17					
	0,43	0,23	0,38	0,18	0,26	0,49	0,60
	0,34	0,27	0,34	0,41	0,31	0,27	0,31
Mittel	0,47	0,22	0,36	0,29	0,28	0,38	0,45
Basch	1,02	0,29					
	1,07	0,51					
	0,72	0,16					
	0,77	0,28	0,51	0,64	0,76	0,62	0,66
	1,00	0,54	0,77	0,95	0,59	0,94	1,58
Mittel	0,92	0,36	0,64	0,79	0,67	0,78	1,12

Überblickt man die Tabelle, so fällt auf, daß die mittleren Fehler der Beobachtungen des Herrn Dr. Basch besonders bei den geteilten Feldern wesentlich größer sind, als die der anderen Beobachter. Es zeigt dies, daß bei speziellen Personen die Beobachtungsgenauigkeit von der Anordnung der Felder abhängen kann. Wahrscheinlich hat man es hier mit einer exzeptionellen Eigenschaft der Augen oder des Sehvermögens des genannten Beobachters zu tun. Es sollen daher seine Beobachtungen bei dem Vergleich der Kontrastvorrichtungen, bei dem wir uns auf die Beobachtungen der wahr-

scheinlich normalen Augen beschränken wollen, nicht herangezogen werden.

Als Mittelwert der Beobachtungen der Herren Dimmer, Wellik und Boltzmann ergibt sich:

Lummer-Brodhun ohne Kontrast	Lummer-Brodhun mit Kontrast	Geteilte Felder Nr. 3
0,41	0,27	0,23

Nimmt man von den drei Beobachtern das Mittel der an den geteilten Feldern Nr. 2, 3 und 4 gemachten Beobachtungen, so ergibt sich 0,29 als mittlerer Fehler der einzelnen Beobachtung. Für diese Beobachter ist also die Beobachtungsgenauigkeit bei dem durch die geteilten Felder hervorgerufenen Kontrast faktisch die gleiche, wie beim richtigen Lummer-Brodhunschen Kontrastphotometer.

Ursprünglich war die beschriebene Kontrastvorrichtung für das Stiglersche Binokularphotometer gedacht. In Ermangelung eines solchen Photometers konnte ich bisher keine diesbezüglichen Versuche anstellen. Da sich jedoch inzwischen die Firma Franz Schmidt & Haensch in Berlin bereit erklärt hat, auf meine Anregung hin ein Stiglersches Binokularphotometer zu bauen, das analog dem Bechsteinphotometer für Kontrast eingerichtet ist, hoffe ich demnächst über Genauigkeitsversuche mit diesem Photometer berichten zu können.

Die Methode, statt des rein weißen Gipsschirmes grau getonte oder gefärbte Schirme zu verwenden, kann man auch zu anderen Zwecken mit Vorteil zur Anwendung bringen. Läßt man eine Seite vollkommen weiß und gibt der anderen Seite einen grauen Ton, so kann man letzteren als photometrisches Schwächungsmittel verwenden. Andererseits kann man obige Methode, worauf mich Herr Dr. R. Stigler aufmerksam gemacht hat, auch zur Bestimmung des relativen diffusen Reflexionsvermögens verschiedener Flächen, besonders dunklerer Tönung verwenden.

(Eingegangen 8. Juni 1914.)

Zur Bestimmung der spezifischen Wärme des Chlors.

Von Hermann Schmidt.

Die Mitteilung des Herrn Partington[1]), „Eine Bestimmung des Verhältnisses der spezifischen Wärmen des Chlors usw." veranlaßt mich, auf eine von mir früher benutzte Methode zur Messung der Schallgeschwindigkeit in Gasen hinzuweisen. Die in einem Gasvolumen, das in eine etwa 50 cm lange Glasröhre von 4 cm Durchmesser eingeschlossen war, erregten Schallwellen wurden durch Ionisation des Gases sichtbar gemacht. An Stellen maximaler Druckerniedrigung trat eine Farbenerscheinung auf, die sich wesentlich von der an Stellen größten Druckes unterschied, und somit war eine Messung von λ möglich. Die Größe und Art dieses Unterschiedes ist bei einem bestimmten Gas von den jeweiligen Druck- und Temperaturumständen abhängig.

Vor der Kundtschen Methode bietet der angegebene Weg dadurch einen kleinen Vorteil, daß die sich bewegenden Massen kleiner sind und die Darstellung der Welle deshalb exakter wird.

1) Vgl. diese Zeitschr. 15, 601, 1914.

(Eingegangen 25. Juni 1914.)

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Lemberg Dr. Witold Rybczynski für theoretische Physik, an der Universität Wien Dr. Hugo Sirk für Physik, an der Universität Berlin Professor Dr. Wilhelm Schweydar für Geophysik, an der Universität Straßburg Dr. J. Parnas für Physiologische Chemie, an der Technischen Hochschule Aachen Professor Dr. Karl Schreber (bisher in Greifswald) für Physik.

Ernannt: Der a. o. Professor an der Universität Innsbruck Dr. Friedrich Edler v. Lerch zum ord. Professor der Experimentalphysik ebenda, Professor Elmer P. Kohler an der Harvard University in Cambridge Mass. zum Abbott und James Lawrence Professor der Chemie an derselben Hochschule, der a. o. Professor an der Universität Leipzig Dr. Paul Koebe zum ord. Professor der Mathematik an der Universität Jena, der Privatdozent der Chemie an der Bergakademie Clausthal Dr. Werner Mecklenburg zum ständigen Mitarbeiter an der Kaiserlichen Materialprüfungsanstalt in Berlin-Lichterfelde.

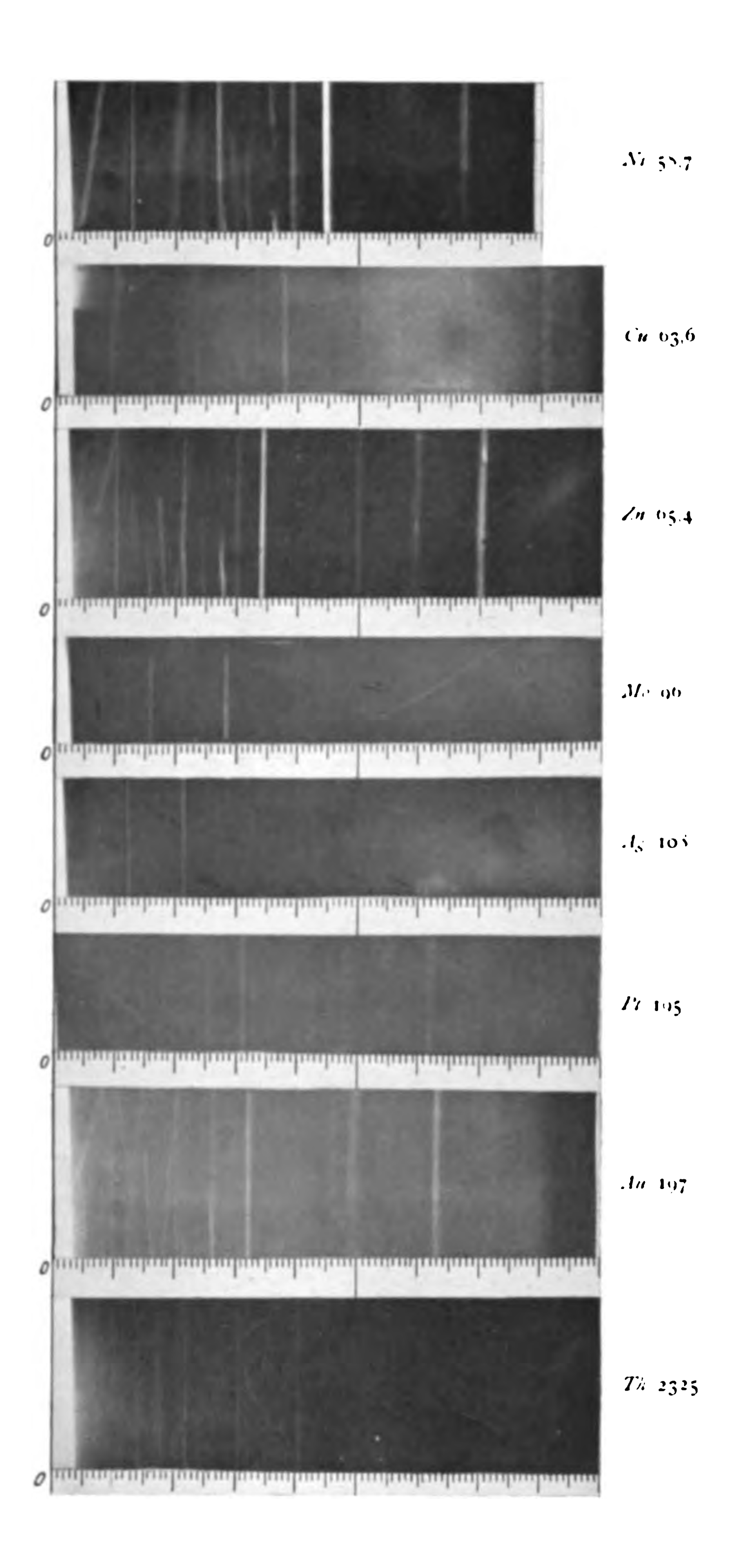
Verliehen: Dem Privatdozenten für Physik an der Universität Breslau Dr. Rudolf Ladenburg, sowie dem Observator am Geodätischen Institut Potsdam Dr. Wilhelm Schweydar der Titel Professor, den Professoren der darstellenden Geometrie an der Technischen Hochschule Berlin Dr. Stanislaus Jolles und Dr. Georg Scheffers, sowie dem Professor für Eisenbahnmaschinenbau, Eisenbahnbetrieb und Signalwesen ebenda Johannes Obergethmann und dem etatsmäßigen Professor an der Technischen Hochschule Breslau Honorarprofessor für Physikalische Chemie an der Universität Breslau Dr. Rudolf Schenck der Titel Geh. Regierungsrat.

Gestorben: Der Professor für angewandte Chemie am Institut industriel du Nord de la France in Lille Jean Baptiste Lacombe, der Professor für Chemie insbesondere für Purpurforschung Dr. Augustin Letellier in Caën, der Meteorologe und Direktor der Privatsternwarte der Kölnischen Zeitung Professor Dr. Hermann J. Klein, der ord. Professor für analytische Chemie an der Universität Lille Monnet.

Gesuche.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.





H. Rohmann, Die Röntgenspektren einiger Metalle.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.



Fig. 1.

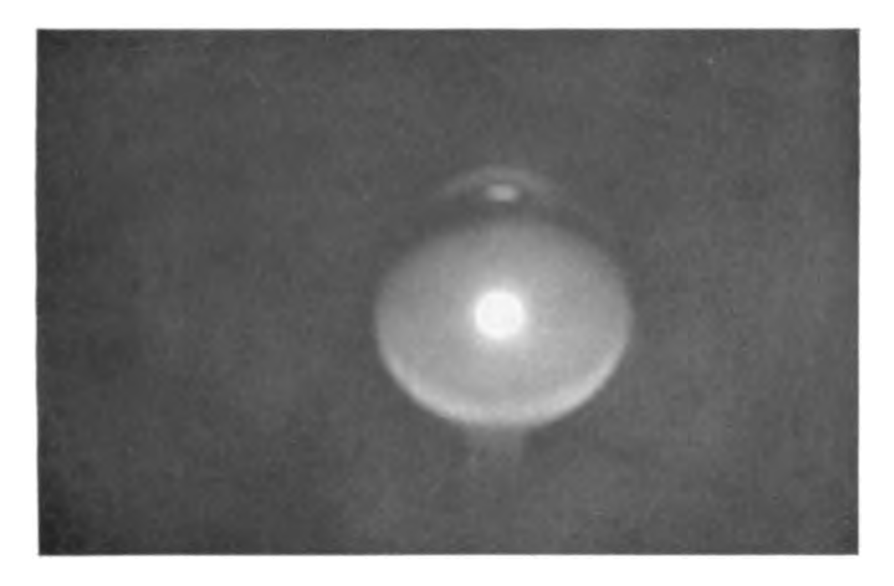


Fig. 2.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 15. | 1. August 1914. | 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 16 am 1. August 1914

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Das Emissionsvermögen von Metallen und Oxyden. I. Nickeloxyd (NiO) zwischen 600° und 1300° C[1].

(The emissivity of metals and oxides. I. Nickel oxide (NiO) in the range 600 to 1300° C.)

Von G. K. Burgess und P. D. Foote.

Den Zweck der vorliegenden Untersuchung bildete die Bestimmung des monochromatischen Emissionsvermögens (E_λ) und des Gesamtemissionsvermögens (E) des Nickeloxyds (NiO) im Temperaturbereich von 600° bis 1300° C. Dieses Oxyd bildet eine zähe, glatte Schicht auf der Oberfläche des Nickels, wenn dieses in Luft hohen Temperaturen ausgesetzt wird. Wir benutzten zwei Verfahren zur Bestimmung des Emissionsvermögens für rotes Licht: **a)** das Verfahren mikroskopischer Schmelzen und **b)** eine direkte spektrophotometrische Vergleichung der seitens des glühenden NiO und seitens eines schwarzen Körpers bei derselben Temperatur ausgesandten Lichtstärken.

Bei dem Verfahren der mikroskopischen Schmelzen wurden winzige Spuren von $NaCl$, Na_2SO_4 und Au auf das Oxyd aufgebracht, das elektrisch erhitzt wurde, bis diese Substanzen schmolzen, was mit Hilfe eines Mikroskops beobachtet wurde; dann wurden die „scheinbaren" Temperaturen im Augenblick des Schmelzens mittels eines optischen Pyrometers gemessen. Die Beziehung zwischen der wahren Temperatur des Oxyds, der beobachteten oder scheinbaren Temperatur und dem Emissionsvermögen wird durch

$$\frac{1}{T} - \frac{1}{S_\lambda} = \frac{\lambda}{0.4343\, C_2} \log A_\lambda$$

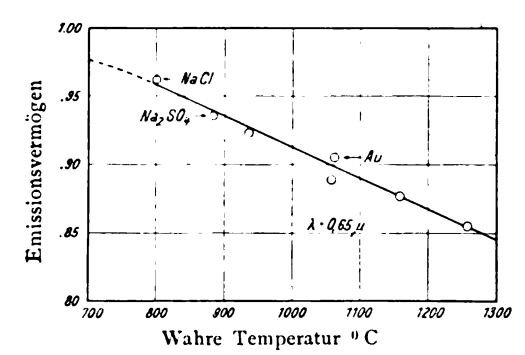
ausgedrückt, wo T die wahre absolute Temperatur, S_λ die beobachtete absolute Temperatur des schwarzen Körpers für eine Wellenlänge λ, C_2 die Plancksche oder Wiensche Konstante (14450) und A_λ das Emissionsvermögen bei einer Wellenlänge λ ist.

Bei dem spektrophotometrischen Verfahren wurde ein Nickelstreifen so zusammengefaltet, daß er einen keil- oder V-förmigen Hohlraum bildete; dann wurde er elektrisch erhitzt, bis sich ein Oxydüberzug bildete. Mendenhall hat gezeigt, daß die aus dem Innern eines V-förmigen Hohlraums kommende Strahlung nahezu „schwarz" ist. Das Verhältnis zwischen den Intensitäten der Außen- und der Innenseite des Keiles ergibt nach passender Korrektion für den Temperaturgradienten durch die Wandung ohne weiteres das Emissionsvermögen bei irgendeiner bestimmten Wellenlänge und Temperatur.

[1] Die ausführliche Arbeit mit allem Beobachtungsmaterial und ausführlicher Beschreibung der Apparatur wird im Bull. Bur. of Stand. erscheinen.

Nach diesem Verfahren ausgeführte Bestimmungen stimmten mit den nach dem Verfahren der mikroskopischen Schmelzen angestellten überein, wie aus Fig. 1 ersichtlich ist. Die Kurve dieser Figur stellt das monochromatische Emissionsvermögen für $\lambda = 0{,}65\ \mu$ als Funktion der Temperatur dar. In dem Bereich von 700 bis 1300^0 C nimmt das Emissionsvermögen mit steigender Temperatur ab.

Fig. 2 zeigt die Dispersion des Emissionsvermögens des NiO im Bereiche $\lambda = 0{,}5\ \mu$ bis $\lambda = 0{,}7\ \mu$ für die Temperaturen 938^0, 1058^0,



Monochromatisches Emissionsvermögen ($\lambda = 0{,}65\ \mu$) als Funktion der Temperatur.

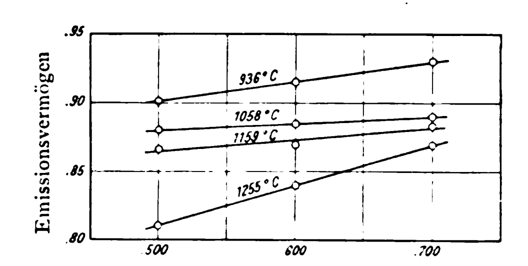
Fig. 1.

1159^0 und 1255^0C. In diesem Spektralbereich nimmt, wie sich herausgestellt hat, das Emissionsvermögen mit wachsender Wellenlänge zu. Der Typus der Kurven läßt das Vorhandensein einer Absorptionsbande im frühen Ultrarot vermuten, die aber vermutlich breit und nicht scharf definiert ist.

Die Gesamtstrahlung des NiO wurde mit Hilfe von 12 Pyrometern von der Thwing- und von der Férytype untersucht. Diese Instrumente wurden auf einen Streifen des elektrisch erhitzten Oxyds eingestellt. Die scheinbaren Temperaturen des Oxyds für $\lambda = 0{,}65\ \mu$ wurden mit einem Holborn-Kurlbaumschen Pyrometer gemessen, und diese Werte wurden mit Hilfe der Bestimmungen über das monochromatische Emissionsvermögen auf wahre Temperaturen korrigiert. Kennt man die scheinbare absolute Temperatur S, wie sie durch die Strahlungspyrometer bestimmt wird, und die wahre absolute Temperatur T, so kann man das Gesamtemissionsvermögen E aus der Beziehung

$$E = \frac{S^4 - T_0^4}{T^4 - T_0^4}$$

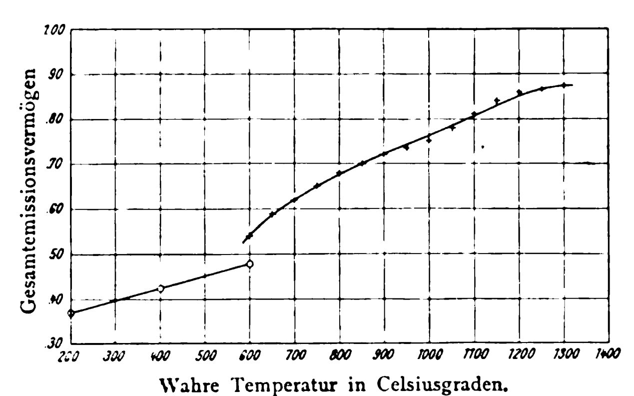
ermitteln, wo T_0 die absolute Temperatur des Empfängers ist.



Monochromatisches Emissionsvermögen als Funktion der Wellenlänge.

Fig. 2.

Fig. 3 stellt das Gesamtemissionsvermögen als Funktion der Temperatur dar. Die Zunahme des Emissionsvermögens mit steigender Temperatur ist sehr ausgeprägt. Zwischen 700^0 und 1200^0 ist die Zunahme nahezu proportional der Temperatur. Offenbar wird diese lineare Beziehung sich nicht unbegrenzt fortsetzen, denn das Emissionsvermögen kann nicht 1,00 überschreiten oder null werden. Die charakteristische Kurve muß daher die Gestalt eines $\int$ haben. Diese Abweichung von der Geraden zeigt sich zwischen 1200^0 und 1300^0.



Gesamtemissionsvermögen als Funktion der Temperatur.

Fig. 3.

Möglicherweise nimmt bei noch höheren Temperaturen das Emissionsvermögen sehr schwach und allmählich zu, bis etwa durch das Schmelzen des Oxyds eine Unstetigkeit in der Kurve herbeigeführt wird. Irgendwo unterhalb 600° C muß die Kurve abermals ihre Neigung verändern, wobei sie möglicherweise annähernd parallel zur Temperaturachse wird.

Die drei in Fig. 3 durch Kreise bezeichneten Punkte sind den Angaben von Randolph und Overholser entnommen. Es ist möglich, unsere Kurve so zu erweitern, daß sie mit den seitens dieser Forscher bestimmten Punkten für 400° und für 200° zusammenfällt. Die Unstimmigkeit zwischen den beiden Kurven bei 600° deutet indessen auf eine systematische Verschiedenheit zwischen den beiden Reihen von Daten hin.

Die nachstehende Tabelle gibt die wahren Temperaturen an, die den Temperaturen entsprechen, wie sie (1) mittels eines optischen Pyrometers unter Verwendung roten Lichtes ($\lambda = 0{,}65\ \mu$) und (2) mittels eines Gesamtstrahlungspyrometers mit Einstellung auf das Nickeloxyd ermittelt worden sind.

Beobachtete Temperatur	Wahre Temperatur	
	Optisches Pyrometer	Strahlungspyrometer
°C	°C	°C
600	—	710
700	701	800
800	802	805
900	904	985
1000	1007	1075
1100	1110	1165
1200	1215	1255
1300	1320	1350

Washington, D. C., 18. Juni 1914.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Ikle.)

(Eingegangen 30. Juni 1914.)

Über die Abhängigkeit der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen von der Dichte. (Over de wijze waarop de susceptibiliteit van paramagnetische stoffen van de dichtheid afhangt.)

Von W. H. Keesom.

§ 1. Einleitung.

In einer früheren Veröffentlichung[1]) habe ich einen Ausdruck für die molekulare Rotationsenergie in einem System frei rotierender Moleküle als Funktion der Temperatur entwickelt. Diesen Ausdruck habe ich in die Theorien von Langevin und Weiss eingeführt, in der Voraussetzung, daß im Falle einer Abweichung von den Äquipartitionsgesetzen die Statistik der Orientierungen der Moleküle unter dem Einflusse eines äußeren richtenden Feldes — im vorliegenden Falle eines Magnetfeldes — durch den Wert u_r der Rotationsenergie in derselben Weise bestimmt wird, wie im Falle der Äquipartition durch kT. Es ergab sich dabei, daß sich verschiedene Versuchsergebnisse auf diese Weise sehr befriedigend darstellen lassen[1]).

1) Leiden Comm., Suppl. 32a, 1913; diese Zeitschr. 15, 8, 1914.

1) Die in der oben genannten Arbeit entwickelten Ausdrücke scheinen auch geeignet zu sein (soweit Beobachtungsmaterial vorliegt), eine quantitative Darstellung zu geben von der Herabsetzung der Temperatur des Curiepunktes durch den Zusatz eines diamagnetischen Metalles zu einem ferromagnetischen, mit dem es Mischkristalle bildet, unter der Voraussetzung, daß das diamagnetische Metall keinen anderen Einfluß ausübt, als daß die gegenseitige Wirkung der ferromagnetischen Moleküle infolge der Zunahme ihres Abstandes verringert wird, zumal was das Molekularfeld betrifft, entsprechend der weiterhin in dieser Anmerkung erwähnten Voraussetzung. In Fig. 1 stellen

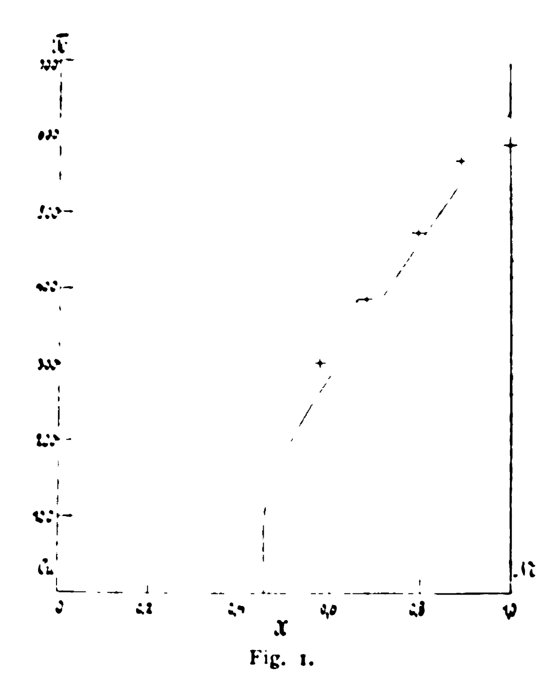


Fig. 1.

die mit +++ bezeichneten Punkte die Temperatur T_C des Curiepunktes von Nickel-Kupferlegierungen als Funktion der Massenzusammensetzung x des Nickels nach W. Guertler und G. Tammann (Zeitschr. f. anorg. Chem. 52, 25, 1907) dar. [Die hier eingeführte Größe x ist nicht mit jener in Gleichung (4) zu verwechseln.] Die Kurve stellt die Rechnungsergebnisse dar. Bei der Berechnung bin ich ausgegangen von der auf die Nickelmoleküle angewandten Gleichung (16) meiner Arbeit (Leiden Comm., Suppl. 32a; diese Zeitschr. 15, 8, 1914):

$$u_{rC} = \frac{N_m n \sigma \mu^2}{3}. \qquad (a)$$

Die Dichte der verschiedenen Nickel-Kupferlegierungen habe ich als gleich angenommen, so daß die Dichte des

In der oben genannten Mitteilung ist durchweg[1]) vorausgesetzt worden, daß das Molekülsystem in demselben Volumen enthalten sei, und bei der Vergleichung mit den Versuchsergebnissen ist der Einfluß unberücksichtigt geblieben, den die verhältnismäßig kleinen Änderungen der Dichte mit der Temperatur auf den Parameter Θ_0 ausüben, der in den Formeln der genannten Mitteilung auftritt, und den ich „*die charakteristische Nullpunktstemperatur*" nennen will.

Seither haben die Messungen von Perrier und Kamerlingh Onnes über die Suszeptibilität flüssiger Sauerstoff-Stickstoffgemische[2]) sehr wichtige Daten geliefert. Wenn man diese unter dem Gesichtspunkt betrachtet, den ich in der genannten Arbeit eingenommen habe, so gestatten sie einen Schluß auf die Art der Abhängigkeit der charakteristischen Nullpunktstemperatur Θ_0 von der Zusammensetzung dieser Gemische. Nimmt man weiter mit Perrier und Kamerlingh Onnes an, daß in erster Annäherung die Gegenwart der Stickstoffmoleküle in diesen Gemischen keinen direkten Einfluß auf die statistische Verteilung der Orientierungen oder auf das magnetische Moment der Sauerstoffmoleküle ausübt, so daß die Änderungen der Suszeptibilität einzig und allein durch die Änderungen in der Dichte des Sauerstoffes bestimmt werden, so liefern diese Messungen gleichzeitig Daten für eine Diskussion der Frage nach der Abhängigkeit der Größe Θ_0 von der Dichte.

Wir wollen zunächst die Frage behandeln, ob die Ergebnisse der vorgenannten Messungen von Perrier und Kamerlingh Onnes sich mit Hilfe der von mir angegebenen Beziehungen[1]) darstellen lassen[2]). Im § 2 werde ich zeigen, daß die Antwort „Ja" lautet; im § 3 ergibt sich dasselbe für die Messungen über die Suszeptibilität des flüssigen Sauerstoffs innerhalb weiterer Temperaturgrenzen; § 4 enthält den aus den §§ 2 und 3 folgenden Schluß. In den weiteren Paragraphen werden schließlich die aus diesen Messungen sich ergebenden Folgerungen betreffs der Abhängigkeit von Θ_0 von der Dichte behandelt[3]).

§ 2. Die Suszeptibilität flüssiger Sauerstoff-Stickstoffgemische und die Anwendung der Quantentheorie auf den Paramagnetismus.

Behufs Beantwortung der Frage, ob sich die Messungsergebnisse von Perrier und Kamerlingh Onnes mit Hilfe der von mir angegebenen Beziehungen[1]) darstellen lassen, so weit diese auf paramagnetische Substanzen anwendbar sind, wurde die Suszeptibilität des Sauerstoffes in den Gemischen[4]) mit der spezifischen Suszeptibilität reinen Sauerstoffes im gasförmigen Zustande bei derselben Temperatur verglichen, wie sie sich aus den Messungen von Weiss und Piccard ergeben würde, falls das Curie- und Lange-

---

Nickels in der Legierung gleich $\rho = \rho_1 x$ gesetzt werden kann, wo der Index 1 anzeigt, daß die betreffende Größe dem Werte $x = 1$, d. i. in unserem Falle Nickel, entspricht. Ferner habe ich angenommen, daß der Koeffizient des Molekularfeldes, N_m, nicht von der Zusammensetzung abhängt. Diese Annahme involviert, daß, bei konstant gehaltener Magnetisierung der Masseneinheit, *das Molekularfeld proportional der ersten Potenz der Dichte der ferromagnetischen Komponente ist*; dieser Zusammenhang unterscheidet sich von dem Ergebnis, das Weiss (C. R. **157**, 1405, 1913) für Legierungen der beiden ferromagnetischen Metalle Nickel und Kobalt aus der Abhängigkeit der unter der Annahme der Äquipartition abgeleiteten Konstante des Molekularfeldes von der Zusammensetzung gewonnen hat.

Weiter habe ich (gemäß § 5 der vorliegenden Arbeit) Θ_0 proportional $x^{2/3}$ gesetzt:

$$\Theta_0 = \Theta_{0,1}\, x^{2/3} \qquad \text{(b)}$$

Die Gleichung, welche den einem gegebenen Werte von x entsprechenden Wert von T_C bestimmt, läßt sich dann in die Form:

$$\frac{u_{rc}}{u_{r0}} = \frac{u_{rc1}}{u_{r0,1}}\, x^{1/3} \qquad \text{(c)}$$

bringen.

Für Nickel ($T_{c1} = 633$, $\Theta_{0,1} = 2100$, vgl. § 4 von Leiden Comm., Suppl. 32a; diese Zeitschr. **15**, 8, 1914) ist $\frac{u_{rc1}}{u_{r0,1}} = 1{,}30$. Aus $\frac{u_{rc}}{u_{r0}}$ kann man den Wert von $\frac{T_c}{\Theta_0}$ ableiten und dann mit Hilfe von Θ_0 aus (b) den Wert von T_c finden, der x entspricht.

Eine Fortsetzung der Untersuchungen über die Magnetisierung von Legierungen, wie die oben erwähnten, insbesondere für solche Zusammensetzungen, bei denen der Curiepunkt unterhalb 0° C liegt, würde großes Interesse bieten; einerseits würde sie nämlich die Anwendung der Quantentheorie einer Prüfung unterwerfen (nach dieser Theorie ließen sich mit solchen Legierungen die verschiedenen in Fig. 3 von Leiden Comm., Suppl. 32b; diese Zeitschr. **15**, 86, 1914, angedeuteten Fälle verwirklichen); andererseits würden durch sie unsere Kenntnisse vom Molekularfelde vermehrt werden. (Zusatz bei der Korrektur der holländischen Ausgabe: Inzwischen habe ich eine Veröffentlichung des Herrn P. Weiss erhalten [Ann. de Physique (9) **1**, 134, Febr. 1914], in welcher erwähnt wird, daß zwecks Erforschung des Molekularfeldes bereits eine Reihe von Messungen über Legierungen von Nickel und Kupfer angestellt worden sind.)

1) Mit Ausnahme von Leiden Comm., Suppl. 32a, S. 6, Fußnote 2, bzw. diese Zeitschr. **15**, 9, Spalte 2 Fußnote.

2) Alb. Perrier u. H. Kamerlingh Onnes, Leiden Comm. 139d, Febr. 1914.

1) Leiden Comm., Suppl. 32a, 1913; diese Zeitschr. **15**, 8, 1914.

2) Wegen einer ausführlichen Erörterung jener Messungen auf Grund der Annahme eines negativen Molekularfeldes, sowie wegen einer Würdigung der übrigen Umstände, die etwa einen Einfluß ausüben können, sei auf die oben (loc. cit.) erwähnte Arbeit von Perrier und Kamerlingh Onnes verwiesen.

3) Die Hauptergebnisse dieser Arbeit sind bereits in die englische Ausgabe von Leiden Comm. 139d, S. 53, Fußnote 1, aufgenommen worden.

4) Leiden Comm. 139d, Tabelle I.

vinsche Gesetz bis zu jener Temperatur herab gültig bliebe[1]). Diesen Wert wollen wir den Äquipartitionswert $\chi_{äq}$ nennen.

Unter der Annahme, die ich bereits im § 1 erwähnt habe, daß nämlich die Gegenwart der Stickstoffmoleküle keine Änderung des magnetischen Moments der Sauerstoffmoleküle hervorruft, wird die (paramagnetische) spezifische Suszeptibilität des Sauerstoffs in dem Gemische bestimmt durch die Beziehung von Oosterhuis:

$$\chi_{O_2\text{ im Gemisch}} = \frac{n\mu^2}{3u_r}. \qquad (1)$$

In dieser Beziehung stellt n die Anzahl der Sauerstoffmoleküle in 1 Gramm Sauerstoff dar; μ ist das magnetische Moment eines Sauerstoffmoleküls, u_r die mittlere Rotationsenergie (um zwei zur magnetischen Achse senkrechte Achsen) eines Sauerstoffmoleküls in dem Gemisch bei der betrachteten Temperatur und Dichte. Nach Langevin ist

$$\chi_{äq} = \frac{n\mu^2}{3kT}. \qquad (2)$$

Durch Division ergibt sich:

$$\frac{\chi_{äq}}{\chi_{O_2\text{ im Gemisch}}} = \frac{u_r}{kT} \qquad (3)$$

Nehmen wir für u_r die Temperaturfunktion an, die ich[2]) entwickelt habe, und die bestimmt ist durch:

$$\left.\begin{aligned} \left(\frac{u_r}{u_{r0}}\right)^{\frac{1}{2}} &= 1 + \frac{8}{x^4}\int_0^x \frac{\xi^3 d\xi}{e^\xi - 1} \\ \frac{T}{\Theta_0} &= \frac{1}{x}\left(\frac{u_r}{u_{r0}}\right)^{\frac{1}{2}}, \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

wo

$$u_{r0} = \frac{3}{8}k\Theta_0, \qquad (5)$$

so kann man für jeden Wert von x die entsprechenden Werte von $\frac{u_r}{kT}$ und von $\frac{T}{\Theta_0}$ berechnen. Der Wert von $\frac{T}{\Theta_0}$, der dem durch die Gleichung (3) gegebenen Wert von $\frac{u_r}{kT}$ entspricht, läßt sich dann durch graphische Interpolation finden, und Θ_0 folgt dann unmittelbar daraus.

Aus den Daten der Tabelle I der Veröffentlichung von Perrier und Kamerlingh Onnes[1]) sind auf diese Weise die folgenden Werte gewonnen worden:

Tabelle I.
Werte von Θ_0.

Gemisch	ϱ	$t = -195,65$	$t = -202,23$	$t = -208,84$	Mittel	$\Delta\left(=\frac{2}{15}\Theta_0\right)$
I	0,7458	165	161	159	162	21,6
II	0,4010	97,5	99,5	97,1	98,0	13,1
III	0,2304	53,9	55,1	[61,0]	54,5	7,3
IV	0,1380	25,0	21,3	23,6	23,3	3,1
V	0,0801	7,5		10,6	9,1	1,2

Aus der Tatsache, daß die einzelnen Werte von Θ_0 unregelmäßig um die Mittelwerte schwanken, kann man den Schluß ziehen, daß sich die Beobachtungen mit hinreichender Genauigkeit durch die Gleichungen (1) und (4) darstellen lassen. Dies wird durch die Tabelle II bestätigt, welche die mittels der in Tabelle I angegebenen Werte von Θ_0 berechneten Werte von χ enthält. Die Tabelle II enthält ferner die Abweichungen $O-C$ der beobachteten von den berechneten Werten.

Tabelle II.
Berechnete spezifische Suszeptibilitäten des Sauerstoffs und Vergleichung mit den beobachteten Werten.

Gemisch	ϱ	$t = -195,65$	$O-C$	$t = -202,23$	$O-C$	$t = -208,84$	$O-C$
I	0,7458	206,2	−1,7	313,9	+0,6	334,5	+2,0
II	0,4010	330,2	−0,2	361,2	−1,6	390,1	+0,5
III	0,2304	303,6	+0,5	393,8	−0,8	429,2	[−5,7]
IV	0,1380	384,6	−1,0	418,8	+1,6	400,1	−0,3
V	0,0801	393,7	+1,3			473,2	−1,2

Tabelle II bestätigt den Schluß, daß sich die Beobachtungen über die spezifische Suszeptibilität des Sauerstoffs in den flüssigen Gemischen von Stickstoff und Sauerstoff innerhalb der Genauigkeitsgrenzen jener Beobachtungen dadurch darstellen lassen, daß man in der Theorie von Langevin den Ausdruck kT durch einen Ausdruck für die molekulare Rotationsenergie ersetzt, die man aus der Quantentheorie unter der Annahme einer Nullpunktsenergie ableitet[2]).

Diese Beobachtungen führen somit keine Entscheidung zwischen der eben erwähnten An-

1) Leiden Comm. 130d, Tabelle I.
2) Leiden Comm., Suppl. 32a; diese Zeitschr. 15, 8, 1914.

1) Leiden Comm. 130d.
2) Wie mir Herr Dr. Oosterhuis mitteilt, führen Rechnungen, die in der oben angedeuteten Weise ausgeführt worden sind, bei denen aber für u_r der von ihm in Leiden Comm., Suppl. 31, angenommene Wert benutzt worden ist, zu demselben Ergebnis; vgl. Leiden Comm. 139d, S. 53, Anm. 1.

nahme und jener herbei, nach welcher der Ausdruck kT in der Theorie von Langevin unverändert bleibt, aber die Annahme eines negativen Molekularfeldes hinzutritt, was, wie Perrier und Kamerlingh Onnes gefunden haben, mit den Beobachtungen hinreichend im Einklang ist[1]). Einstweilen ist zu erwähnen, daß nach der Annahme, die wir hier untersuchen, die Neigung der χ^{-1}, T-Linien sich für die Gemische mit geringer Dichte des Sauerstoffes dem Äquipartitionswerte für Sauerstoff nähert, der sich aus den Messungen von Weiss und Piccard ergibt. Auf Grund der Annahme eines negativen molekularen Feldes mit unveränderter molekularer Rotationsenergie hingegen kann man, wie Perrier und Kamerlingh Onnes gefunden haben, eine Übereinstimmung der Neigungen nur mit Hilfe einer neuen Hypothese erhalten (sofern man nicht den Unterschied in der Neigung einer systematischen Abweichung experimentellen Ursprungs zuschreibt).

§ 3. Die Suszeptibilität flüssigen Sauerstoffes und die Anwendung der Quantentheorie auf den Paramagnetismus.

Die Suszeptibilität des flüssigen Sauerstoffes ist innerhalb eines erheblich weiteren Temperaturbereiches gemessen worden[2]), als es für die im § 2 behandelten Gemische möglich gewesen ist. Es ist daher wichtig, zu untersuchen, ob die verfügbaren Daten für flüssigen Sauerstoff sich ebenfalls durch die Beziehungen (1) und (4) darstellen lassen. In der Tabelle III sind die diesbezüglichen Daten zusammengestellt worden.

Wie Perrier und Kamerlingh Onnes bemerken, muß man die Änderung der Dichte des flüssigen Sauerstoffes berücksichtigen. Bei der Reduktion von Θ_0 auf denselben Wert der Dichte

Tabelle IIIa.

Spezifische Suszeptibilität flüssigen Sauerstoffes.

(Nach Kamerlingh Onnes und Perrier.)

T	$\chi \cdot 10^6$	$\Theta_{0\varrho}$	ϱ	Θ_0 für $\varrho = 1{,}235$	$\chi_{ber.} \cdot 10^6$ für $\Theta_0 = 232 \cdot \left(\frac{\varrho}{1{,}235}\right)^{2/3}$	$O-C$
64,25	284,9	232,5	1,267	229	282,6	+2,3
70,86	271,4	232,7	1,235	233	271,7	—0,3
77,44	259,6	231,3	1,204	235	261,3	—1,7
90,1	241,1	220,2	1,143	232	240,9	+0,2
			Mittel	232		

1) Leiden Comm. 139d.

2) Von 65,25° K. bis 90,1° K. von Kamerlingh Onnes und Perrier, Leiden Comm. 116; von 70,2° K. bis 90,1° K. von Kamerlingh Onnes und Oosterhuis, Leiden Comm. 132e.

wurde das Ergebnis benutzt, welches weiter unten im § 5 aus den Beobachtungen über die oben erwähnten Gemische in Verbindung mit jenen für den Sauerstoff abgeleitet wird, daß nämlich bei diesen größeren Dichten Θ_0 proportional $\varrho^{2/3}$ ist.

Die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung ist als befriedigend anzusehen. Dieser Schluß findet eine Stütze in den Beobachtungen von Kamerlingh Onnes und Oosterhuis:

Tabelle IIIb.

Spezifische Suszeptibilität flüssigen Sauerstoffes.

(Nach Kamerlingh Onnes und Oosterhuis.)

T	$\chi \cdot 10^6$	$\Theta_{0\varrho} = 232 \cdot \left(\frac{\varrho}{1{,}235}\right)^{2/3}$	$\chi_{ber.} \cdot 10^6$	$O-C$
70,2	270,7	232,6₅	272,8	—2,1
79,1	258,1	227,4	258,8	—0,7
90,1	241,1	220,2	241,0	+0,1

§ 4. Schlußfolgerung.

Die in den §§ 2 und 3 behandelten Daten führen zu folgendem Schlusse:

Die Suszeptibilität des Sauerstoffes in flüssigen Sauerstoff-Stickstoffgemischen, sowie die des flüssigen Sauerstoffes, läßt sich innerhalb der Grenzen der Beobachtungsgenauigkeit mittels der Anwendung der Quantentheorie auf den Paramagnetismus darstellen, wie sie in den Gleichungen (1) und (4) ausgedrückt ist.

Die Übereinstimmung zwischen Beobachtung und Berechnung ist (zumal wenn man die Suszeptibilität des flüssigen Sauerstoffes ebenfalls im ganzen Temperaturbereich betrachtet) etwas besser bei Anwendung der Quantentheorie als bei alleiniger Einführung eines negativen Molekularfeldes. Perrier und Kamerlingh Onnes finden es bei den Gemischen aus Sauerstoff und Stickstoff tatsächlich notwendig, auch den Wert der Curieschen Konstante zu verändern. Für flüssigen Sauerstoff angestellte Rechnungen bestätigen diesen Schluß. Dabei wird es anheim gelassen, ob nicht, falls man auch beim flüssigen Sauerstoff eine veränderte Curiesche Konstante annimmt, durch Einführung eines negativen molekularen Feldes auch für diesen Stoff eine ebenso gute Übereinstimmung erhalten werden kann.

§ 5. Abhängigkeit der charakteristischen Nullpunktstemperatur von der Dichte.

Die Tabelle IV zeigt die Art der Abhängigkeit der Größe Θ_0 von der Dichte ϱ des Sauerstoffes.

Tabelle IV.

ρ	Θ_0	$\frac{\Delta \log \Theta_0}{\Delta \log \rho}$
0,0801	0,1	
		1,73
0,1381	25,3	
		1,06
0,2304	54,5	
		1,00
0,4010	98,0	
		0,82
0,7458	162	
		0,71
1,235	232	

Aus der letzten Spalte der Tabelle konnen wir den Schluß ziehen, daß sich bei den hoheren Dichten $\frac{\Delta \log \Theta_0}{\Delta \log \rho}$ dem Werte $^2/_3$ nahert. Fur diese Dichten können wir daher als Grenzgesetz schreiben:

$$\Theta_0 = a\rho^{2/3}, \qquad (6)$$

wo a (für eine bestimmte Substanz) eine Konstante ist. *Diese Abhangigkeit von Θ_0 von der Dichte stimmt durchaus mit jener überein, die ich* in meiner fruheren Veroffentlichung[1]) aus den dort zugrunde gelegten Hypothesen (s. Gleichung (18b) jener Arbeit) *fur die molekularen Translationsbewegungen abgeleitet habe.*

Dieses Ergebnis laßt sich als Zeichen dafür deuten, daß der Proportionalitatsfaktor in der Beziehung[2])

$$c \sim u_r^{1/2},$$

wo c die Geschwindigkeit der dort betrachteten „Rotationswellen" darstellt, nicht nur von der Temperatur, sondern auch von der Dichte unabhängig ist, wie dies nach Gleichung (7) derselben Arbeit für die entsprechenden „Translationalswellen" der Fall ist.

In Fig. 2 stellen die durch kleine Kreise gekennzeichneten Punkte die aus den Beobachtungen abgeleiteten Werte von Θ_0 als Funktion von ρ dar. Die gestrichelte Kurve gibt $a\rho^{2/3}$ wieder, wo a so gewählt worden ist, daß sich bei den höheren Werten von ρ Übereinstimmung ergibt. Die Übereinstimmung ist in der Tat für $\rho > 1$ sehr gut, wie daraus hervorgeht, daß sich die beiden Kurven hier nicht bei einem bestimmten Werte von ρ schneiden, sondern innerhalb eines gewissen Dichtebereichs zusammenfallen.

Für Werte von $\rho < 1$ beginnt eine Abweichung sichtbar zu werden; diese Abweichung nimmt beim Übergang zu niedrigeren Werten von ρ anfänglich regelmäßig zu.

Es liegt auf der Hand, diese Übereinstimmung bei höheren und diese Abweichung bei niedrigeren Dichten folgendem zuzuschreiben[1]): Bei größeren Dichten werden die Rotationen der Sauerstoffmoleküle fortwährend durch Zusammenstöße, oder zum mindesten durch Wechselwirkungen mit den übrigen Sauerstoffmolekülen, gestört, so daß die Umlaufsperioden der Sauerstoffmoleküle bei der Bestimmung der für die Energieverteilung maßgebenden Frequenzen in dem System keine Rolle spielen können.

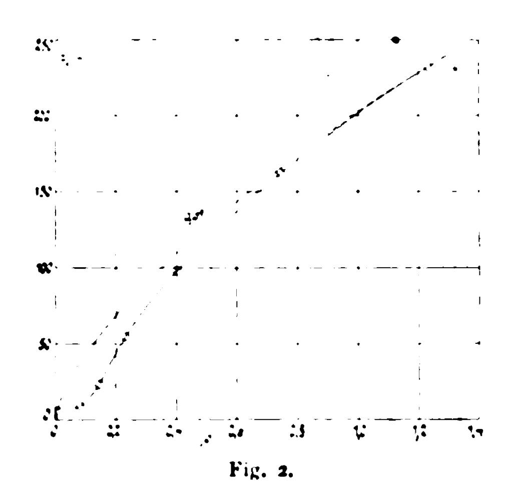


Fig. 2.

Bei diesen Dichten werden die Frequenzen nach Jeans durch die Analyse der molekularen Rotationsbewegungen in dem System in Eigenschwingungen bestimmt; dann gelten die im § 2 meiner angeführten Arbeit angegebenen Beziehungen näherungsweise.

Bei geringen Dichten hingegen, wo jedes Molekül durchschnittlich eine gewisse Zahl von Umläufen vollendet, ehe seine Drehung durch den Zusammenstoß (die Wechselwirkung) mit einem anderen Molekül gestört wird, ist es die Anzahl der Umläufe der einzelnen Moleküle in der Zeiteinheit, welche die Energieverteilung bestimmt. Diese Frequenzen sind dann im Grenzfalle durch die Einsteinsche Beziehung[2]):

$$u_{r\nu} = \frac{1}{2} I (2\pi\nu)^2$$

bestimmt und sind unabhängig von der Dichte.

Zwischen diesen beiden Grenzfällen liegt ein Übergangsgebiet.

Vergleicht man (für $T = 85$) die Anzahl der Zusammenstöße, die ein Sauerstoffmolekül in 1 Sek. bei $\rho = 1$ erfährt (den Moleküldurchmesser aus der inneren Reibung zu $\sigma = 3 \cdot 10^{-8}$ abgeleitet), mit der Anzahl der Umläufe in der Sekunde (wobei der Abstand der Sauerstoffatome $= 0{,}7 \cdot 10^{-8}$ angenommen ist, und zwar auf

1) Leiden Comm., Suppl. 30a; diese Zeitschr. **14**, 665, 1913.
2) Vgl. Leiden Comm., Suppl. 32a; diese Zeitschr. **15**, 8. § 2.

1) Vgl. die oben (S. 724, Sp. 1, Fußnote 1) genannte Anmerkung.
2) Rapports du Conseil Solvay, 1911, S. 433.

Grund des nach Holm[1]) aus $\Delta = 1$ berechneten Trägheitsmoments, ein Wert, der gemäß Fig. 2 für Sauerstoff im gasförmigen Zustande angenommen wurde), so findet man, daß das Sauerstoffmolekül im Durchschnitt zwischen zwei aufeinanderfolgenden Zusammenstößen 0,4 Umdrehungen macht. Man braucht indessen nicht notwendig anzunehmen, daß die Anzahl der Störungen, die die Drehbewegung in einer Sekunde erfährt, mit der Anzahl der Störungen der Translationsbewegungen in der Sekunde übereinstimmt. Es bleibt somit etwas Raum für eine von der vorerwähnten abweichende durchschnittliche Umlaufszahl zwischen zwei aufeinanderfolgenden Störungen der Drehbewegung. Wenn wir aber annehmen, daß die Größenordnung nicht wesentlich anders sein wird, so ist das oben genannte Rechnungsergebnis durchaus verträglich mit der oben entwickelten Theorie, daß bei $\varrho = 1$ ein Übergangsgebiet beginnt, in welchem die Frequenzen der einzelnen Moleküle anfangen, bei der Energieverteilung eine Rolle zu spielen.

Diese Theorie enthält die Behauptung, daß bei kleineren Dichten u_r nicht mehr durch die in meiner früheren Arbeit[2]) und den Gleichungen (4) und (5) der vorliegenden Arbeit ausgedrückten Beziehungen bestimmt wird. Nichtsdestoweniger kann man, weil nämlich u_r in verhältnismäßig gegen die besondere Annahme über die Verteilung der Frequenzen unempfindlicher Weise von T abhängt[3]), auf Grund dieser Beziehungen immer noch eine gute Übereinstimmung mit den in der vorliegenden Arbeit betrachteten Beobachtungen erhalten; die Werte von Θ_0, welche eine solche Übereinstimmung ergeben, haben dann aber nicht die in der mehrfach genannten Arbeit[2]) durch die Theorie festgelegte Bedeutung.

Einstweilen können wir dem Teile der Θ_0, ϱ-Kurve für kleinere Dichten ($\varrho < 0,15$) in Fig. 2 eine einfache Bedeutung beilegen, wenn wir nämlich annehmen, daß die Kurve in diesem Gebiet $\frac{15}{2}\Delta$ darstellt, wenn Δ dadurch bestimmt wird, daß sich die u_r, T-Kurve auf der Seite der hohen Temperaturen asymptotisch dem Werte

$$u_r = k(T + \Delta)$$

nähert.

Da auf Grund der in meinen früheren Arbeiten angegebenen Beziehungen[1]) $\Theta_0 = \frac{15}{2}\Delta$ ist, hat die Kurve auch für $\varrho > 1$ diese Bedeutung. Zum Zwecke einer eingehenderen Deutung der Kurve in dem Übergangsgebiet wird die Theorie noch weiter entwickelt werden müssen.

Auf der Seite der kleinen Dichten wurde die Kurve in Fig. 2 (wie durch Strichelung angedeutet) extrapoliert zu einem Teil, das parallel zur ϱ-Achse endet, im Einklang mit der obigen Theorie, daß bei geringen Dichten die Rotationsfrequenzen nicht mehr von der Dichte abhängig sind.

In diesem Dichtebereich wird die Drehungsenergie so bestimmt, wie in dem vereinfachten Schema von Einstein und Stern, und von Oosterhuis, in welchem allen Molekülen dieselbe Umlaufsgeschwindigkeit zugeschrieben wurde, oder besser, wie in der näher ausgearbeiteten Theorie von Holm[2]), in welcher die Verteilung der Umlaufsgeschwindigkeiten berücksichtigt wird.

Zusammenfassend können wir schließen, daß die Beobachtungen von Perrier und Kamerlingh Onnes über die Suszeptibilität flüssiger Gemische von Sauerstoff und Stickstoff zwar kein *experimentum crucis* zur Entscheidung zwischen der Theorie des negativen Molekularfeldes und der Anwendung der Quantentheorie auf den Paramagnetismus liefern, daß sie sich

1) E. Holm, Ann. d. Phys. (4) **42**, 1319, 1913. Die von Holm mit Θ bezeichnete Größe entspricht unserem Δ.

2) Leiden Comm., Suppl. 32a; diese Zeitschr. **15**, 8, 1914.

3) Vgl. Oosterhuis, Leiden Comm., Suppl. 31, § 7.

1) Leiden Comm., Suppl. 32a; diese Zeitschr. **15**, 8, 1914; vgl. Leiden Comm., Suppl. 32b; diese Zeitschr. **15**, 86, 1914; § 5.

2) E. Holm, Ann. d. Phys. (4) **42**, 1311, 1913. In dieser Theorie treten in dem System rotierender Moleküle alle Frequenzen auf, und hinsichtlich der Verteilung der Moleküle nach den Frequenzen ist — analog dem Verfahren, das Planck in seiner neuen Theorie für lineare Oszillatoren eingeschlagen hat — die Ebene, in welcher der Zustand eines um eine einzige Achse rotierenden Moleküls durch die Werte seines Azimuts und des Moments seiner Bewegungsgröße dargestellt wird, in Gebiete konstanter Wahrscheinlichkeit eingeteilt, die von Energiekurven $u = n\frac{h\nu}{2}$ begrenzt werden. Diese Theorie ist verträglich mit den Ergebnissen von Bjerrum und E. v. Bahr über den diskontinuierlichen Charakter des Absorptionsspektrums im Ultrarot bei Gasen mit nicht zu hoher Dichte, wenn man annimmt, daß die Absorption der von außen zugeführten Strahlungsenergie nur dann erfolgt, wenn der darstellende Punkt eine der oben erwähnten Begrenzungskurven erreicht hat (beispielsweise, weil sich die Wahrscheinlichkeit einer Emission bei Erreichung einer Begrenzungskurve durch das Vorhandensein der Strahlung von außen her ändert, vgl. Planck, Theorie der Wärmestrahlung, 2. Auflage, § 151). Die Beobachtungen von E. v. Bahr über die Chlorwasserstoffsäure (Verh. d. D. Phys. Ges. **15**, 1150, 1913) scheinen mehr zugunsten dieser Ansicht zu sprechen als zugunsten einer Verteilung, bei welcher in der oben genannten Ebene nur die Energiekurven $\left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{h\nu}{2}$ mit Punkten besetzt sind, eine Annahme, auf die in der oben (S. 724, Sp. 1, Fußnote 1) genannten Anmerkung Bezug genommen wurde.

aber trotzdem völlig ungezwungen[1]) in das Gesamtschema einfügen, das man auf Grund dieser Anwendung aufstellen kann.

§ 6.

Die Ergebnisse des vorigen Paragraphen über die Abhängigkeit von Θ_0 von der Dichte führen zu folgendem Schlusse hinsichtlich des Einflusses der molekularen Drehbewegung auf den äußeren Druck. Bei solchen Dichten, bei denen u_r durch die Gleichungen (4) und (5) bestimmt wird und bei denen $\Theta_0 \sim \varrho^{1/3}$ ist, werden die Energie u_r, sowie auch die Entropie s_r, für die Drehbewegung durch dieselben Funktionen (nur mit einem anderen Werte von Θ_0) dargestellt wie die entsprechenden Größen für die translatorische Bewegung in einem idealen Gase.

In diesem Falle liefert die Rotationsbewegung einen Beitrag zum äußeren Druck, ähnlich jenem der translatorischen Bewegung. Das Verhältnis zwischen diesem Beitrage — bei einem Freiheitsgrade — und jenem, der in einem idealen Gase von der translatorischen Bewegung herrührt, nähert sich mit steigender Temperatur dem Werte 1[2]).

Bei geringen Dichten indessen, nämlich in dem Gebiete, in welchem Θ_0 nicht von ϱ abhängt, liefert die Drehbewegung keinen Beitrag zum äußeren Druck. Das steht im Einklang mit den Folgerungen, die man immer für ein ideales Gas abgeleitet hat, beispielsweise aus dem Boltzmannschen Entropieprinzip[3]), oder aus dem Virialtheorem. Umgekehrt folgt hieraus, daß in Fig. 2 die Θ_0, ϱ-Kurve bei den kleinen Dichten ihre Richtung in eine zur ϱ-Achse parallele ändern muß, wie dies der Punkt $\varrho = 0{,}08$ schon deutlich zeigt.

Zum Schlusse wollen wir noch für einen Augenblick auf die in der vorliegenden Mitteilung streng festgehaltene Annahme zurückkommen, daß die Gegenwart der Stickstoffmoleküle keinerlei Einfluß auf die Verteilung der Rotationsenergie der Sauerstoffmoleküle ausübt. Mit dieser Annahme würde der folgende Mechanismus in Einklang stehen: Die Sauerstoffmoleküle verhalten sich bei einem Zusammenstoße (wenigstens bei einem solchen mit den Stickstoffmolekülen) wie starre glatte Kugeln; sie tragen ein (magnetisches) Duplett oder haben nach § 7 meiner früheren Arbeit[1]) in dem betrachteten Temperaturbereich ein konstantes magnetisches Moment infolge einer Drehung um eine Achse kleinen Trägheitsmoments mit Nullpunktsenergie; die Stickstoffmoleküle haben eine derartige Struktur, daß sie keine Richtkraft auf die Sauerstoffmoleküle ausüben. Dieser Hinweis bezweckt indessen nichts weiter, als zu zeigen, daß die oben erwähnte Annahme keine unmögliche ist.

1) Die in diesem Paragraphen vorgebrachten Anschauungen über das Hervortreten der Rotationsfrequenzen der einzelnen Moleküle bilden tatsächlich, wie wir im § 9 wieder sehen werden, eine für den Fall geringer Dichten notwendige Ergänzung zu der in Leiden Comm., Suppl. 32a; diese Zeitschr. 15, 8, 1914, entwickelten Theorie.

2) Ich finde, daß A. Wohl, Zeitschr. phys. Chem. 87, 0. 1914, von ganz anderen Betrachtungen ausgehend, zur Annahme geführt wurde, daß bei größeren Dichten die molekulare Rotationsbewegung einen Beitrag zum äußeren Druck geben könne. [Anmerkung bei der Korrektur.]

3) Vgl. Leiden Comm., Suppl. 24a, § 4.

1) Leiden Comm., Suppl. 32b; diese Zeitschr. 15, 86, 1914; § 7.

(Nach Korrekturbogen von Leiden Comm., Suppl. 36c, 1914, aus dem Englischen übersetzt von Max Ikle.)

Leiden, April 1914.

(Eingegangen 23. Juni 1914.)

Über das Zusammenwirken von elektrischen und magnetischen Feldern auf die rote Wasserstofflinie.

Von Antonio Garbasso.

Jede Wasserstofflinie aus der Balmerschen Serie zeigt, wie bekannt, einen normalen Zeemaneffekt, wird also zu einem Triplett aufgelöst[1]).

Im elektrischen Felde nimmt dagegen die Zahl der Komponenten mit der Ordnungszahl der betreffenden Linie zu[2]); dabei ist in jedem Falle das durch die äußere Wirkung entstandene Gebilde ein symmetrisches. Mit diesen Ergebnissen stimmte nun die ältere Voigtsche Theorie gar nicht[3]), während doch die neuere, die ein elektrisch äolotropes Atom postuliert, zwei symmetrisch gelegene Dubletts berechnet[4]). Nach der letztgenannten Auffassung nehmen die Bewegungsgleichungen die Form

$$\left|\begin{aligned} m\xi'' &= -\left(k \pm \frac{k_1 c E}{k}\right)\xi, \\ m\eta'' &= -\left(k \pm \frac{k_1 c E}{k}\right)\eta, \\ m\zeta'' &= -\left(k \pm 2\frac{k_2 c E}{k}\right)\zeta \end{aligned}\right.$$

an, und hierdurch werden die von Lo Surdo bei der Wasserstofflinie H_3 beobachteten Verhältnisse richtig dargestellt.

Wirkt mit dem elektrischen Felde noch ein magnetisches Feld nach der z-Achse zusammen, so treten auf der rechten Seite der ersten bzw. der zweiten Gleichung die Glieder

$$+hH\eta' \quad \text{und} \quad -hH\xi'$$

hinzu.

1) F. Croze, C. R. 154, 1410, 1912.

2) A. Lo Surdo, Rend. Linc. (1) 23, 143, 1914; J. Stark und H. Kirschbaum, Ann. d. Phys. 43, 1017, 1914.

3) W. Voigt, Ann. d. Phys. 4, 197, 1901.

4) W. Voigt, Gött. Nachr. 1, 1914.

Hieraus sind die sechs Frequenzen

$$\nu_s^* = \sqrt{\frac{k + \frac{k_1 e E}{k}}{m}} \left[1 \pm \frac{hH}{2\sqrt{m\left(k + \frac{k_1 e E}{k}\right)}} \right],$$

$$\nu_s^{**} = \sqrt{\frac{k - \frac{k_1 e E}{k}}{m}} \left[1 \pm \frac{hH}{2\sqrt{m\left(k - \frac{k_1 e E}{k}\right)}} \right],$$

$$\nu_p = \sqrt{\frac{k + 2\frac{k_2 e E}{k}}{m}}$$

zu erhalten.

„Die elektrische und die magnetische Wirkung lagern sich einfach übereinander“ [1]).

Ich habe vergebens versucht, dieses Resultat der Theorie durch den Versuch zu bestätigen; dazu ist nämlich die H_β-Linie in Lo Surdos Röhren eine zu schwache. Es ist mir dagegen gelungen, die entsprechende Erscheinung bei der H_α-Linie zu beobachten.

Eine Röhre von 1,5 mm Durchmesser, welche durch eine Hochspannungsbatterie (von 5000 Akkumulatoren) erregt war, wurde in die axiale Bohrung eines Weissschen Elektromagnets aufgestellt. Und die Beobachtung des von der ersten kathodischen Schicht ausgestrahlten Lichtes geschah durch ein kleines Michelsonsches Echelette-Gitter von 12 Stufen. Die Resultate sind durch folgende Figur dargestellt.

Transversale Beobachtung.

Ungestörte Linie . . .

Elektrische Wirkung . .

Magnetische Wirkung. .

Zusammenwirkende Felder

Es ist also unmöglich, die allereinfachsten Verhältnisse, die bei der H_α-Linie sich abspielen, nach der klassischen Theorie durch die Schwingungen eines einzigen Teilchens zu erklären.

1) Dieses Resultat wurde von mir der Italienischen Physikalischen Gesellschaft in Florenz am 14. April mitgeteilt.

Florenz, Physikalisches Institut der Kgl. Hochschule, 24. Juni 1914.

(Eingegangen 27. Juni 1914.)

Charakteristische Erscheinungen bei der Bestrahlung von Rändern mit Röntgenstrahlen. IV. [1])

Von J. Laub.

In den ersten drei in dieser Zeitschrift veröffentlichten Mitteilungen habe ich die Wirkungen beschrieben, die bei der Bestrahlung von *Zn*, *Cu*, *S* und Holzkohlenrändern mit Röntgenstrahlen entstehen und habe geschlossen, daß die Ränder der genannten Körper eine für das Röntgenlicht ausgezeichnete Mikrostruktur haben, so daß die Strahlen abgebeugt werden können. Um die Randeffekte zu erklären, wurden drei Möglichkeiten zugelassen, und ferner wurde angedeutet, daß es sehr wichtig wäre, zu entscheiden, ob in dem bestrahlten Körper bereits Mikrokristalle vorhanden sein müssen, damit das Röntgenlicht am Rand zerlegt werde.

Im folgenden möchte ich einige weitere Beobachtungen mitteilen, die, wie ich glaube, für die Optik des Röntgenlichts von Interesse sein werden. Der Zweck der Versuche war, eindeutig festzustellen, ob a) es möglich ist, durch die Abbeugung der Röntgenstrahlen die Ränder (Konturen) eines Körpers abzubilden [2]), b) ob auch an den Rändern eines ausgesprochen amorphen Körpers das Röntgenlicht abgebeugt wird.

Zu dem Ende habe ich zunächst die Ränder einer kreisförmigen Bleiblende von 3 cm Durchmesser mit einer mittelweichen Müllerröhre (Platinantikathode) 80 Minuten lang bestrahlt, wobei aber die Ränder mit Absicht etwas deformiert waren, wie man aus Fig. 1 sieht.

Auf der photographischen Platte waren dann Abbildungen vorhanden, wie sie in der Fig. 1

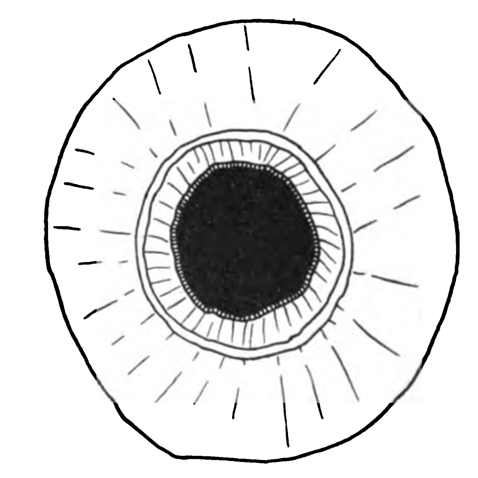


Fig. 1.

1) III: diese Zeitschr. **15**, 665, 1914.

2) Siehe meine zweite Mitteilung in dieser Zeitschr. (**15**, 622, 1914), aus der folgt, daß die Ränder eines *Zn*-Drahtes durch Abbeugung im vergrößerten Maße abgebildet sind.

schematisch angegeben sind (1/2 natürl. Größe). Der Durchstoßungskreis ist umgeben von einem tiefschwarzen Kreis (gestrichelt in der Figur), an den sich ein heller schließt; ferner sehen wir einen breiten, weniger geschwärzten Ring, durch den ein feiner schwärzerer Kreis geht. An den breiten Ring setzt sich fort, getrennt durch einen hellen Kreis, ein breiter, schwach geschwärzter, exakt begrenzter Ring. Die Konturen sämtlicher Kreise haben genau die Gestalt des etwas deformierten Bleirandes.

Wie ich mich mit Hilfe von Absorptionsmessungen in Glasplatten überzeugen konnte, gehören die Kreise verschieden harten Strahlen an. Die Strahlenhärte nimmt mit dem Abstand vom Durchstoßungskreis ab.

Als nun in den Gang der Primärstrahlen eine 5 mm starke Glasplatte gebracht wurde, fiel es mir auf, daß die Form der oben abgebildeten Kreise etwas verändert war, insbesondere war der äußerste Ring (langwellige Strahlen) vollständig auseinandergezogen. Auf diese Erscheinung gedenke ich noch später zurückzukommen.

Daraufhin bin ich zu meiner in den früheren Mitteilungen beschriebenen Versuchsanordnung zurückgekehrt. In die 1 cm starke Wand des Bleikastens wurde ein kreisförmiges Loch a von 1 cm Durchmesser gebohrt und gleich dahinter eine 2 mm dicke Bleiplatte so gestellt, daß sie etwa zwei Drittel des Loches zudeckte (siehe Fig. 2, Sicht von oben).

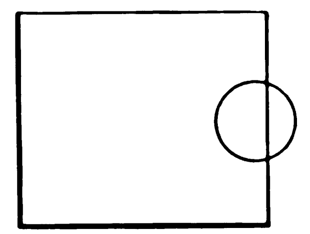


Fig. 2.

Aus dem Röntgenlicht wurde mit Hilfe einer Bleiblende von 3 cm Durchmesser ein Strahlenbündel ausgeschnitten, das dann nach dem Durchgang durch a auf den Rand fiel. In den zu bestrahlenden Rand wurde ein kleines Rechteck geschnitten. Die Röntgenstrahlen streiften also den freien Rand und die Ränder des kleinen Rechtecks. Hinter der Bleiplatte waren im Abstand von je 5 cm zwei Lumièreplatten aufgestellt, der Abstand Antikathode—Bleiplatte betrug 70 cm. Nach einer Bestrahlung von 3 Stunden erhielt ich ein Bild, dessen wesentliche Züge in Fig. 3 (natürl. Größe) wiedergegeben sind.

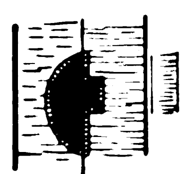


Fig. 3.

Wir sehen im Anschluß an den Rand eine lange Linie, die Konturen des direkten Bildes sind umgeben von einem tiefschwarzen „Mantel“ (gestrichelt in der Figur). Außerdem sehen wir zwei lange, parallel laufende Linien und zwei Banden (horizontal gestrichelt in der Figur). Getrennt durch ein schmales helles Gebiet schließt sich rechts das Rechteck an, das ein vergrößertes Abbild des primären ist. Alle freien Ränder sieht man auf der Platte mindestens zweimal exakt abgebildet.

Um nun zu sehen, wie sich die Ränder eines amorphen Körpers verhalten, habe ich auf Rat des Herrn Geh. Rat Nernst an die Stelle der Bleiplatte eine 4 mm dicke Glasplatte gestellt. Das Ergebnis ist aus Fig. 4 (natürl. Größe) zu sehen.

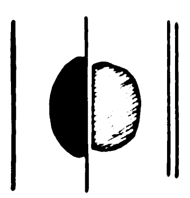


Fig. 4.

Zwischen den scharf ausgeprägten Linien breitet sich ein Band aus, das ich der Klarheit wegen mit Absicht weggelassen habe. Aus demselben Grunde sind auch die schwachen Abbildungen des Halbkreises (PB-Rand) weggelassen. Es seien besonders hervorgehoben das deutliche Minimum (helle Linie) und die feine schwarze Linie, die sich an den Rand des Glases schließen. Bei der Betrachtung der Originalplatte wundert man sich über die scharfe Abbildung (in vergrößertem Maße) der Konturen, bis in die kleinsten Details, durch die abgebeugten Strahlen. — Der Randeffekt ist auch bei einer 1 mm dicken Glasplatte zu sehen.

Die erhaltenen Resultate scheinen mir von großer Wichtigkeit zu sein für die Frage der Abbildung sehr kleiner Körper durch Röntgenstrahlen. Denn da die Röntgenstrahlen an den molekularen Gebilden der Ränder, und zwar auch an den Rändern amorpher Körper abgebeugt werden, so muß es ja

prinzipiell möglich sein, die Konturen durch Abbeugung abzubilden.

Fassen wir nun die bis jetzt erhaltenen Resultate zusammen, so können wir sagen, daß wir mit ihrer Hilfe wahrscheinlich a) die Zusammensetzung des Röntgenlichts (Spektroskopie der Röntgenstrahlen), b) die Mikrostruktur der Ränder und eventuell das Wesen der Kräfte, die an den Rändern wirken, studieren können. Ferner ist die Möglichkeit gegeben, Konturen durch Abbeugung abzubilden.

Eine ausführliche Bearbeitung der mitgeteilten Resultate wird an anderer Stelle erscheinen.

Buenos-Aires, Departamento de Fisica del Instituto Nacional del Profesorado Secundario, den 14. Mai 1914.

(Eingegangen 18. Juni 1914.)

Über die Zerlegung des Röntgenlichtes an einem Bleirand.

Von J. Laub.

In den in dieser Zeitschrift unter dem Titel „Charakteristische Erscheinungen bei der Bestrahlung von Rändern mit Röntgenstrahlen" kürzlich erschienenen Abhandlungen wurde bereits auf die Möglichkeit hingewiesen, den dort beschriebenen Randeffekt zur Spektroskopie der Röntgenstrahlen zu benutzen. Es war mir klar, daß die von mir früher benutzte Versuchsanordnung (weites kreisrundes Loch, Körperrand) zu dem Zweck ungünstig ist, denn die Wirkungen der beiden Ränder (gerader Rand der Platte, kreisförmiger Rand der Blende) überlagern sich zu sehr, ferner stört das direkte Strahlenbündel. Ich habe daher die Röntgenstrahlen durch einen sehr feinen, von zwei Bleirändern gebildeten, rechteckigen Schlitz gehen lassen. Das hatte den Vorteil, daß ich 1. eine sehr scharfe Linie bekommen konnte und 2., wenn eine Zerlegung des Lichtes an den Rändern wirklich statthaben sollte, so war es zu erwarten, in symmetrischer Lage zu beiden Seiten des Schlitzes dasselbe Bild zu erhalten. Meine Vermutung wurde durch den Versuch vollständig bestätigt, denn ich erhielt sehr schöne Spektrogramme, die an Schärfe nichts zu wünschen übrig lassen.

Es sind mit verschieden harten Müllerschen Röhren (*Pt*-Antikathode) zwölf Spektrogramme aufgenommen worden, im folgenden möchte ich nur zwei wiedergeben und die allgemeinen Resultate mitteilen. Eine ausführliche Beschreibung folgt demnächst.

Die Versuchsanordnung ist sehr einfach. Durch eine kreisförmige Bleiblende, verstellbar von 3 cm—1 cm, wurde ein Röntgenstrahlbündel ausgeschnitten, das dann den feinen, von zwei Bleirändern gebildeten Schlitz passieren konnte. Der Schlitz war, **0,3** mm breit und **8** mm lang, in einer **15** mm dicken Platte angebracht. Dicht an ihm stand die erste photographische Platte und in je einem Abstand von 5 cm zwei weitere Platten.

Der Abstand Antikathode—erste photographische Platte betrug 28 cm.

Antikathode—kreisförmige Blende 15 cm.

Belichtet wurde von 1—6 Stunden, schon nach 3 Stunden erhält man eine schöne, gut reproduzierbare Aufnahme.

Das von einer Müllerröhre gelieferte Röntgenstrahlspektrum hat im allgemeinen folgenden Charakter. Es finden sich zwei Banden, von denen das eine sehr intensiv ist und von den harten Strahlen herrührt. Je nach der Härte der Röhre findet man noch außerdem eine Reihe von Linien.

Das Spektrum ist wesentlich abhängig von der Härte der Röhre.

In der Fig. 1 ist das mit einer mittelweichen Röhre erhaltene Spektrum in etwa dreifacher Vergrößerung wiedergegeben. Wir sehen den direkten Schlitz, dann eine intensive Linie 1, eine feine Linie 2 und eine noch feinere Linie 3. Außerdem das Band 1 und Band 2.

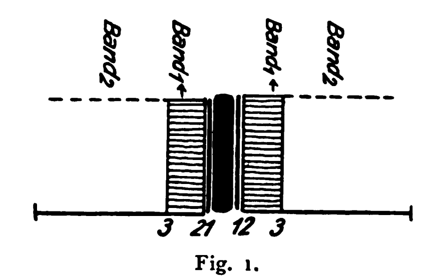


Fig. 1.

Das schwache Band 2 gehört den langwelligen Strahlen an, denn es verschwindet, wenn man vor die erste photographische Platte ein 1,5 mm dickes Glas bringt. Bei der Verwendung von sehr harten Röhren war es nicht zu sehen. Das Band ist nach oben und unten scharf begrenzt; es sei auch hingewiesen auf die symmetrische Verteilung zu beiden Seiten des Schlitzes, was ein Beweis dafür ist, daß die Zerlegung an jedem Rand einzeln statthat[1]).

1) Bei der Verwendung einer sehr weichen Röhre waren in einer Entfernung von ca. 4 cm vom Schlitz zu beiden Seiten noch zwei schwache Linien zu sehen.



Eine harte Röhre gab das Spektrum der Fig. 2.

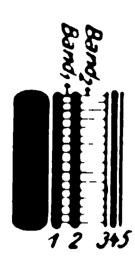


Fig. 2.

Neben der von den direkten Strahlen herrührenden Linie sehen wir eine sehr intensive zweite, der sich eine etwas schwächere, aber noch stark geschwärzte anschließt. Dann kommt eine feine, wenig intensive Linie 3, die das Band 2 begrenzt und ein schönes Dublet 4,5. Man sieht im ganzen außer dem Schlitz fünf Linien. Die ersten zwei möchte ich wegen ihrer Breite als Doppellinien betrachten, sie werden sich sehr wahrscheinlich im Magnetfeld zerlegen lassen.

Die Linien sind wahrscheinlich die charakteristische Strahlung des *Pt* der Antikathode. Meine früheren Messungen[1]) deuten schon darauf hin, daß *Pt* eine Reihe von Linien emittiert.

Diese neue Erkenntnis scheint mir ein wesentlicher Fortschritt in der Spektroskopie der Röntgenstrahlen zu sein. Bei der Verwendung einer Lindemannröhre, empfindlicherer Platten und von Rändern verschiedener Körper wird es sicher möglich sein, ein vollständigeres Spektrum zu erhalten. Eine genaue Ausmessung und Photometrierung der Platten kann uns Aufschluß über die Mikrostruktur auch bei amorphen Körpern geben.

Nach einem Vergleich der von mir erhaltenen Spektren mit den von Herrn Herweg angegebenen (Verh. d. D. Phys. Ges., Heft 1, 1914) wage ich es zu behaupten, daß in dem Herwegschen Spektrograph die Zerlegung des Röntgenlichts durch die Ränder des von ihm benutzten Bleidiaphragmas erfolgt. Die Rolle der Gipsplatte ist eine sekundäre.

1) Diese Zeitschr. 14, 902, 1209, 1913.

Buenos-Aires, Departamento de Fisica del Instituto Nacional del Profesorado Secundario, 21. Mai 1914.

(Eingegangen 18. Juni 1914.)

Über eine neue Methode zur Erzeugung schwach gedämpfter Schwingungen mittels Löschkondensator.

Von Helmut Kröncke, Gotthelf Leimbach und Erich Mayer.

Die Veranlassung zur Ausarbeitung des im folgenden näher beschriebenen Verfahrens gab die Entgegnung des einen von uns[1]) auf die Einwände des Herrn Gustav Mie[2]), die dieser gegen die Auffassung von der Wirkungsweise kurzer elektrischer Sender[3]) gemacht hatte. Gelegentlich dieser Entgegnung waren einige Versuche veröffentlicht, aus denen hervorging, daß unter Verwendung einer Löschfunkenstrecke auf einer Antenne in Marconischaltung schwach gedämpfte Wellen erregt werden können. Inzwischen war die Schaltung zu den verschiedensten Zwecken mit bestem Erfolge angewandt worden, ohne daß die Vorgänge bei derselben völlig geklärt waren. Die überaus verschiedenen Antennenkapazitäten, mit denen wir bei unseren Untersuchungen unter Tage zu rechnen gehabt haben und stets haben werden, veranlaßte uns, zu untersuchen, unter welchen Bedingungen die schwach gedämpfte Welle auftritt.

Wir erinnern zum besseren Verständnis an die von dem einen von uns vorgeschlagene Schaltung. In die symmetrische oder geerdete Antenne (Fig. 1) wird eine Löschfunkenstrecke eingeschaltet, der eine Kapazität parallel geschaltet wird.

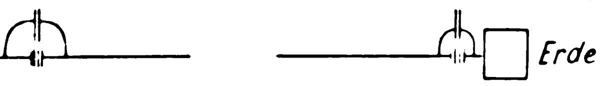


Fig. 1.

Um die bei Verwendung einer Antenne stets auftretenden Störungen sowie die teilweise hohe Strahlungsdämpfung zu vermeiden, verwandten wir zur Untersuchung der Vorgänge einen geschlossenen Schwingungskreis gleicher Anordnung (Fig. 2).

Die Antenne ist bei der Schaltung der Fig. 2

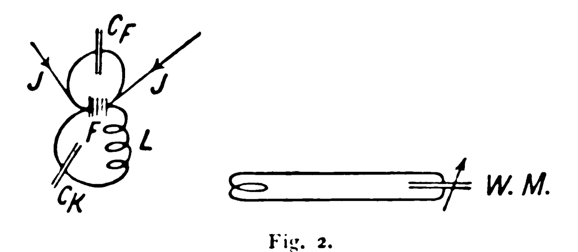


Fig. 2.

1) Diese Zeitschr. 14, 1226, 1913.
2) Diese Zeitschr. 14, 723, 1913.
3) Diese Zeitschr. 14, 473, 1913.

ersetzt durch die Selbstinduktion L und die Kapazität C_K, die mit der Löschfunkenstrecke F das schwingungsfähige System bilden. Parallel zur Funkenstrecke F ist eine zweite Kapazität C_F geschaltet, der wesentliche Faktor für die zu erzeugende schwach gedämpfte Welle. Mit I sind die Zuleitungen von der Stromquelle bezeichnet, mit WM der Resonanzkreis (Wellenmesser), der unter Verwendung eines höchst empfindlichen Thermoelementes und losester Kopplung zur Aufnahme der Resonanzkurven diente. Bei Erregung des Systems ergaben sich zumeist drei Wellen. Eine Resonanzkurve, die diese drei Wellen aufweist, ist in Fig. 3 abgebildet.

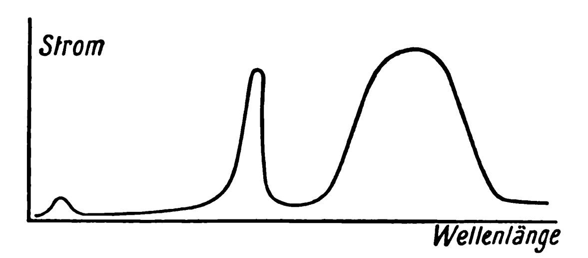


Fig. 3.

Auf den ersten Blick sieht man, daß die eine der drei Wellen eine sehr geringe Länge im Vergleich mit den beiden anderen besitzt. Variiert man in dem Schwingungskreise C_K, so verändert sich diese Welle nicht. Die hohe Frequenz und große Dämpfung ließ uns sofort vermuten, daß es sich um eine Welle handelt, die in dem System Kapazität C_F, den Zuleitungen zur Funkenstrecke und dieser bei Entladung von C_F auftritt. Es liegt also die Eigenschwingung des Kreises 1, schematisch in Fig. 4 dargestellt, vor.

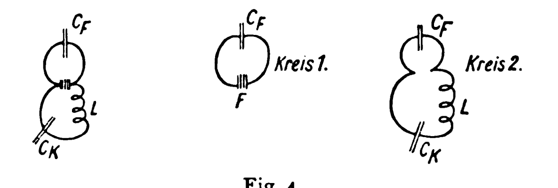


Fig. 4.

Dieser Kreis ist von den Herren Settnik und Mie als „Oszillator“ für den Hauptschwingungskreis (Kreis 2) bezeichnet, in der Annahme, daß die im Hauptkreise auftretende schwach gedämpfte Welle dem „Anstoß“ durch den Oszillator und der relativ festen magnetischen Kopplung, die durch die Zuleitungen von C_F zur Funkenstrecke, die beiden Kreisen gemeinsam sind, zuzuschreiben seien.

Dieser Auffassung trat der eine von uns bereits mit einer kurzen Mitteilung auf Grund einiger orientierender Versuche entgegen. Es zeigte sich, daß von einer Stoßerregung im Wienschen Sinne nicht die Rede sein kann, da sich die Kopplung der beiden Kreise extrem lose machen ließ. Die Versuche ließen vielmehr erkennen, daß es sich um eine neue Art von Löscherregung handelt, bei der eine wenig gedämpfte Welle im Hauptkreise dadurch erzeugt werden kann, daß die nach Ablöschen des Funkens auf C_K noch vorhandene Energie auf rein metallischer Leitungsbahn, d. h. über L und C_F ausschwingt. Die Richtigkeit dieser Vorstellung von dem Schwingungsvorgang ist nun durch ein reiches experimentelles Material außer Zweifel gestellt worden. Außerdem können verschiedene Erscheinungen, die in der erwähnten Mitteilung des einen von uns noch nicht einwandfrei gedeutet werden konnten, auf Grund des neuen Versuchsmaterials erklärt werden.

Der experimentelle Befund sei, soweit er wesentlich ist, hier mitgeteilt. Wir haben oben schon bemerkt, daß bei einer Schaltung nach Fig. 2 zumeist drei Wellen auftreten. Bei den Antennenversuchen war dem einen von uns eine dieser Wellen aus später zu erläuternden Gründen entgangen.

Orientierende Versuche zeigten zunächst, daß zwei dieser Wellen offenbar dem Hauptkreise angehören. Eine Veränderung von C_K führte zu einer Veränderung der beiden Hauptwellen; eine Veränderung von C_F zu der einer Hauptwelle und der Nebenwelle (Kreis 1). Wir untersuchten daraufhin zunächst die Hauptwellen bei konstantem C_F und variiertem C_K.

Die Konstanten der ganzen Anordnung sind:
$C_F =$ rd. 2000 cm, einschließlich der Kapazität der Funkenstrecke,
$L =$ rd. 67000 cm,
C_K variierte zwischen 750 und 7150 cm.

Die erhaltenen Resonanzkurven, bei denen der Einfachheit halber die von $C_F =$ konst. herrührende Welle 1 des Kreises fortgelassen wurde, sind in Fig. 5 dargestellt.

Sämtliche Kurven dieser ersten Reihe zeigen zwei Wellen, und zwar eine stark gedämpfte und eine schwächer gedämpfte. Die Wellenlängen sind der Abszisse zu entnehmen. Die Ordinate ist willkürlich so gewählt, daß zunächst die Maximalamplituden der gedämpften Wellen bei Resonanz gleich 1 gesetzt und die übrigen Amplituden auf diese bezogen wurden. Diese erste Kurve (bei 7150 cm C_K) zeigt, daß die stark gedämpfte Welle an Energieinhalt der schwach gedämpften sehr überlegen ist. Mit abnehmender Kapazität C_K des Hauptkreises gewinnt die schwach gedämpfte Welle an Energie

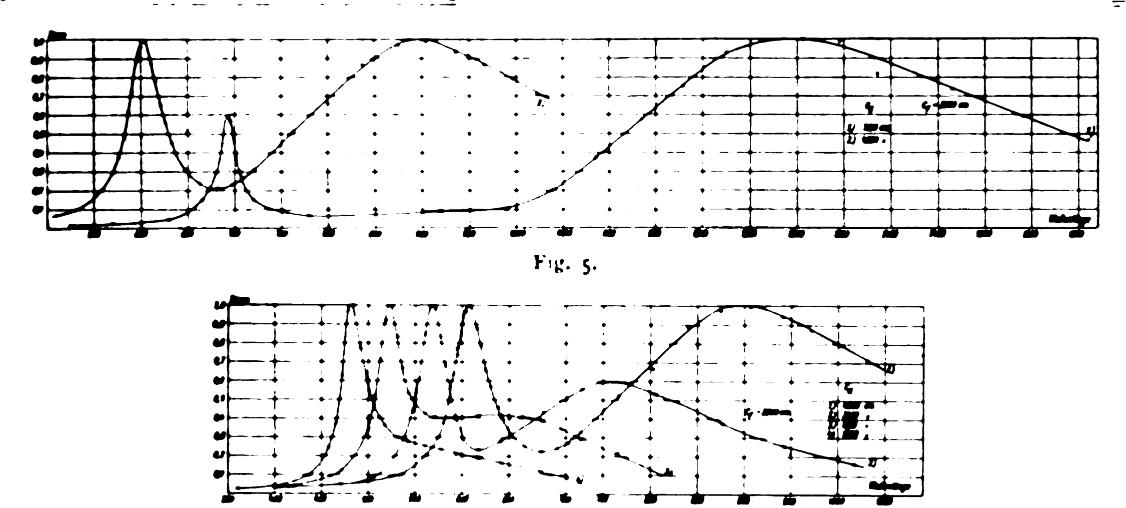


Fig. 5.

Fig. 6.

auf Kosten der stark gedämpften, bis sie — bezüglich ihrer Maximalamplitude — der stark gedämpften Welle gleichkommt. Gleichzeitig ändern sich selbstverständlich analog mit C_K auch die Wellenlängen, und beide Wellen rücken näher zusammen.

Verkleinert man C_K immer weiter, so gelangt man zu den in Fig. 6 dargestellten Verhältnissen. In Anbetracht der größeren Maximalamplitude der schwach gedämpften Welle ist jetzt als Ordinate diese als Maßstab gewählt und ebenfalls gleich 1 gesetzt. Wird C_K weiter verkleinert, so nimmt die stark gedämpfte Welle an Energie weiter ab. Bei der Kurve 4 ist ein ihr zugehöriges Maximum nicht mehr zu erkennen; die beiden Wellen sind anscheinend zu einer verschmolzen.

Bei den Kurven der dritten Serie (Fig. 7)

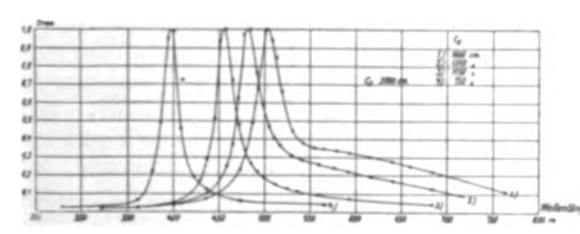


Fig. 7.

verliert der Einfluß der stark gedämpften Welle immer mehr an Bedeutung, bei verhältnismäßig kleinem C_K bleibt die schwach gedämpfte Welle allein übrig. Es zeigt sich im Verlauf der einzelnen Phasen, daß die schwach gedämpfte Welle der stark gedämpften immer mehr Energie entzieht und die letztere Welle damit schließlich zum Verschwinden kommt. **Durch Variation von C_K kann also bei vorgegebenem C_F ohne Mühe eine schwach gedämpfte Welle erzeugt werden.**

Nähere Untersuchungen zeigten, daß die stark gedämpfte Welle dem aus C_K und L und Funkenstrecke gebildeten Kreise angehört. Ihre Dämpfung ist in erster Linie durch die Funkenstrecke bestimmt und besitzt die bei Löschfunken stets beobachteten großen Werte. Die Wellenlängen der schwach gedämpften Welle entsprachen in allen Fällen den Verhältnissen der Fig. 4, Kreis 2; d. h. die wirksame Kapazität C bestand aus den in Serie geschalteten Kapazitäten C_K und C_F. C bestimmt sich nach der bekannten Beziehung

$$C = \frac{C_K \cdot C_F}{C_K + C_F}.$$

Die Selbstinduktion L bleibt, abgesehen von den Zuleitungen von der Funkenstrecke zu C_F, die gleiche wie in dem Kreise der stark gedämpften Welle. Die Dämpfung dieses geschlossenen Kreises mit rein metallischer Leitungsbahn ist bestimmt durch die Beziehung

$$\vartheta = \pi w \sqrt{\frac{C}{L}},$$

sie kann daher in bekannter Weise klein gehalten werden. Die aus den obigen Figuren sich ergebenden Dämpfungen sind noch relativ groß; teils bedingt durch hohe Werte von C und w, teils aber auch durch die relativ hohe Eigendämpfung des Resonanzkreises.

Es war nach diesen Resultaten zu erwarten, daß bei konstantem Werte von C_K unter Variation von C_F die Größe der letzteren zu ermitteln sein würde, die für die Erzeugung der schwach gedämpften, möglichst ungestörten Welle erforderlich ist. Eine derartige Versuchsserie ist in Fig. 8 dargestellt.

Als Abszissen sind wieder die Wellenlängen aufgetragen, als Ordinaten diesmal das Verhältnis der Amplitude der jeweiligen Wellen-

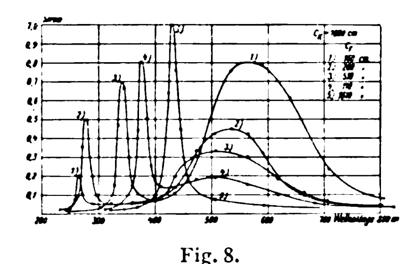


Fig. 8.

länge A zu der Summe der Resonanzamplitude $A_{st.}$ der stark gedämpften und $A_{schw.}$ der schwach gedämpften Welle, also

$$\frac{A}{A_{st.} + A_{schw.}}.$$

Die Kapazität des Kreises C_K betrug 1000 cm, die der Funkenstrecke parallele C_F wurde zu 160, 260, 510, 910, 1610 cm gewählt. Anfangs — bei $C_F = 160$ cm — besitzt die schwach gedämpfte Welle eine ganz minimale Energie im Vergleich zu der stark gedämpften Welle. Mit wachsendem Werte C_F wächst die Energie der schwach gedämpften Welle zuungunsten der stark gedämpften, bis bei $C_F = 1610$ cm praktisch die gesamte Energie sich in der schwach gedämpften Welle vorfindet.

Nach Mitteilung dieses experimentellen Befundes wenden wir uns nunmehr zu der Erklärung des ganzen Vorganges. Wird entsprechend der Fig. 2 an die Funkenstrecke eine Stromquelle hoher Spannung gelegt, so laden sich die Kapazitäten C_F und C_K zu der gleichen Spannung auf. Sobald deren Wert so steigt, daß die Durchbruchsspannung der Funkenstrecke erreicht wird, setzen dort zwei Entladungen ein. Es entlädt sich 1. C_F und 2. mit der durch die Selbstinduktion L bedingten Verzögerung auch C_K. Verwendet man eine gewöhnliche Funkenstrecke, so erhält man, wie der Versuch zeigt, zwei stark gedämpfte Schwingungen, denen die Kapazitäten C_F und C_K entsprechen. Die Dämpfung der Hauptwelle $C_K - L$ ist ohne C_F in erster Linie durch die Funkendämpfung bestimmt. Die parallel zur Funkenstrecke geschaltete Kapazität C_F setzt durch ihre gleichzeitige Entladung den Funkenwiderstand und damit auch die Dämpfung der Hauptwelle herab (Verfahren von Stone-Stone).

Unter Verwendung einer Löschfunkenstrecke verläuft der Schwingungsvorgang wesentlich anders. Sobald die an die Funkenstrecke gelegte Spannung genügend groß geworden ist, setzt zuerst die Schwingung des Kreises 1 (Fig. 4) bei Durchbruch des Funkens ein. Löscht dieser Funken sehr bald ab, so steht der auf C_K sitzenden Energie nicht mehr die Funkenstrecke als Ausgleichsweg zur Verfügung; während des Ablöschens tritt an die Stelle der Funkenstrecke automatisch die ihr parallele Kapazität C_F. Die auf C_K sitzende Energie verteilt sich nunmehr auf die Kapazität C des geschlossenen Kreises 2 (Fig. 4), die aus den in Serie liegenden Kapazitäten C_K und C_F besteht, und vermag auf rein metallischer Leitungsbahn auszuschwingen. Die Dämpfung dieser Schwingung wird durch die Funkendämpfung nicht beeinflußt, sie ist lediglich bestimmt durch die Konstanten des Schwingungskreises: w, C und L. Die Wellenlänge der schwach gedämpften Schwingung ist durch C und L bestimmt; sie ist im Vergleich mit der des Hauptkreises verkleinert, da $C < C_K$ ist.

Erfolgt die Löschung des Funkens noch vor Einsetzen der Hauptschwingung, so haben wir den Idealfall der neuen Löscherregung vor uns, bei dem die gesamte, auf C_K angesammelte Energie für die schwach gedämpfte Welle verwandt wird. Dieser Idealfall ist in der Kurve 4 der Fig. 7 und in der Kurve 5 der Fig. 8 verwirklicht. Erfolgt das Ablöschen des Funkens nicht nach ganz kurzer Zeit, so kann auch ein Teil der Energie von C_K durch den Funken zum Ausgleich kommen. Es tritt dann zu der Welle des Kreises 1 und der schwach gedämpften Welle noch die dritte, stark gedämpfte Welle des Hauptkreises, der aus C_K, L und der Funkenstrecke gebildet wird. Diese dritte Welle ist die in den Fig. 6 und 8 mehrfach veranschaulichte. Sie kann unter Umständen das Entstehen der schwach gedämpften Welle dann verhindern, wenn die Energie von C_K im Funken völlig verzehrt wird. Dies ist praktisch bei einem oszillatorischen Funken der Fall, wie Versuche mit einer gewöhnlichen Funkenstrecke gezeigt haben. Die Erhitzung der Funkenstrecke, ihre Ionisation u. a. Umstände erleichtern bei dieser die Rückzündung bei Umkehr der Schwingung. Wird die Funkenstrecke jedoch so gebaut, daß das Abreißen des Funkens begünstigt wird, so verbleibt auf C_K wesentlich mehr, bei großem L praktisch die volle Energie, die schwach gedämpft auf rein metallischer Leitungsbahn ausschwingen kann.

Der praktische Wert der neuen Löscherregung z. B. bei der Erregung von Antennen, steht und fällt mit dem Wirkungsgrad der ganzen Anordnung. Auf Grund des experimentellen Materials konnte geschlossen werden, daß es möglich war, die Energie von C_K für die schwach gedämpfte Welle praktisch ohne Ver-

lust zu verwenden. Die Energieausnutzung wird um so kleiner, je weniger die Wellenlänge des aus C_F und der Funkenstrecke gebildeten Kreises von der der Antennenschwingung sich unterscheidet. Um nun den Energieverbrauch in diesem Kreise 1 möglichst klein zu halten, verringerten wir die Selbstinduktion der Zuleitungen von C_F zur Funkenstrecke. Der Erfolg veranlaßte uns sodann, die Kapazität in die Funkenstrecke hineinzulegen, zumal da es sich gezeigt hatte, daß die einer relativ großplattigen Löschfunkenstrecke eigene Kapazität in Anbetracht des geringen Plattenabstandes recht große Werte annehmen kann. Es ließen sich mit solchen Funkenstrecken hoher Eigenkapazität verschiedener Ausführungsform gleich gut schwach gedämpfte Wellen erregen, wie mit parallelen Kapazitäten, jedoch mit dem Vorteil, daß in Anbetracht der minimalen Selbstinduktion derartiger Anordnungen die Verluste kaum meßbar klein werden. Wir möchten der Kürze halber für derartige Funkenstrecken hoher Eigenkapazität — bzw. solche mit paralleler Kapazität — die Bezeichnung „Löschkondensator" vorschlagen.

Versuche mit Antennen zeigten durchaus die gleichen Verhältnisse. Die stets vorhandene, bei großen Wellenlängen sogar sehr beträchtliche Selbstinduktion, die zwischen C_F und dem C der Antenne liegt, ist energetisch außerordentlich günstig, wie die ersten Messungen bereits gezeigt haben. Die Steigerung der auszustrahlenden Energie ist durch hohe Funkenzahlen oder aber auch durch Vergrößerung der Spannung zu erzielen. Letztere ist z. B. durch Serienschaltung von „Löschkondensatoren" mit Leichtigkeit zu erreichen.

Die praktische Bedeutung der neuen Löscherregung liegt in der überaus leichten Variabilität der Wellenlänge auf einer Antenne, da keinerlei Abstimmung mit all ihren Kopplungsschwierigkeiten erforderlich ist, solange es nicht auf allerbeste Energieausnutzung ankommt.

Laboratorium der Erforschung des Erdinnern G. m. b. H., Göttingen.

(Eingegangen 26. Juni 1914.)

Über eine neue Laufzeitkurve.

Vorläufige Mitteilung.

Von E. Rudolph und S. Szirtes.

In dieser vorläufigen Mitteilung beabsichtigen wir, in gedrängter Kürze die Hauptergebnisse einer Untersuchung wiederzugeben, welche zum Zweck hatte, eine neue Laufzeitkurve für die wichtigsten Erdbebenwellenarten aufzustellen und daraus Schlüsse auf den Zustand des Erdinnern zu ziehen. Veranlassung zu dieser Arbeit gab uns eine frühere Abhandlung über „Das kolumbianische Erdbeben am 31. Januar 1906"[1]), in welchem wir zum erstenmal den Versuch gemacht haben, eine Laufzeitkurve ganz allein aus den Aufzeichnungen eines einzigen Bebens zu konstruieren, welches allerdings mit zu den schwersten gehört und dessen mikroseismische Ausbreitung sich über die ganze Erde verfolgen ließ. Die Bearbeitung dieses Bebens führte uns zu dem Resultat, daß in einer Tiefe von etwa 3300 km ein Kern liegt, welcher von einer Übergangsschicht umgeben ist. Dieses Ergebnis fand in späterer Zeit von anderer Seite eine Bestätigung. Nur gegen das Vorhandensein einer Übergangsschicht ist der Einwand erhoben worden, daß man aus einer ausgeglichenen Laufzeitkurve nur folgern könne, daß sich die Geschwindigkeit der Erdbebenwellen in der Tiefe ganz allmählich ändere. Demgegenüber ist jedoch zu bemerken, daß bei allen früheren derartigen Untersuchungen aus den Laufzeitbeobachtungen Sprünge in der Geschwindigkeitsverteilung herausgefunden wurden, welche als Unstetigkeitsflächen gedeutet wurden. Außerdem ist in der allerneuesten Zeit die Behandlung unseres Problems auf Grund einer dynamischen Analyse der Seismogramme ebenfalls zur Annahme einer Unstetigkeitsschicht gekommen, deren Mächtigkeit auf etwa 50 km geschätzt wird und deren Tiefe etwas geringer als von uns in 2900 km angesetzt wird.

Wir waren uns bei der Bearbeitung des kolumbianischen Bebens der Bedenken wohl bewußt, welche sich gegen die Verwendung eines einzigen Bebens geltend machen ließen, und kannten ebensowohl die Mängel, welche den Seismogrammen der damaligen Zeit noch anhafteten. Gerade diese Umstände haben uns veranlaßt, die Untersuchungen auf Grund eines besseren und umfassenderen Beobachtungsmaterials wieder aufzunehmen, um dadurch den Einwänden von vornherein die Spitze abzubrechen, welche sich gegen unseren ersten Versuch mit mehr oder minder Berechtigung erheben lassen. Zur Konstruktion der Laufzeitkurve sind im ganzen die Beobachtungen von 74 Erdbeben aus den Jahren 1906—13 herangezogen und die Aufzeichnungen von 1570 Stationen verwertet worden. Im Gegensatz zu dem bei dem kolumbianischen Beben herangezogenen Material zeichnet sich dieses infolge der getroffenen Wahl

1) Gerlands Beiträge zur Geophysik. Herausgegeben von O. Hecker und E. Rudolph. Bd. XI, 2.—4. Heft, 1912.



der Stationen und der kritischen Sichtung der zeitlichen Analysen durch die Gleichwertigkeit der Daten und durch eine möglichst gleichmäßige Verteilung der Stationen auf die Kurve bis zu den größten in Betracht kommenden Entfernungen aus. Den wertvollsten Dienst hat uns für große Entfernungen die Station Pulkovo geleistet, die russische Zentralstation, welche mit den Horizontal- und Vertikalseismographen, System Fürst B. Galitzin, ausgestattet ist und deren Seismogramme infolge der sehr starken Vergrößerung und großen Empfindlichkeit es gestatten, die direkten Wellen bis zu 16600 km Epizentralentfernung zu verfolgen, d. i. die größte Entfernung, welche sich bei der bekannten geographischen Verteilung der Epizentren von Großbeben im Verhältnis zur Lage von Pulkovo überhaupt erreichen läßt. Unsere Bemühungen, die direkten Wellen auf noch größere Entfernungen zu verfolgen, waren bisher von keinem Erfolg, weil von den beiden allein hierfür in Betracht kommenden Stationen die eine, Uccle, nur mit dem aperiodischen Horizontalseismographen ausgestattet ist, und die andere, Eskdalemuir seit 1912 zwar auch einen aperiodischen Vertikalseismographen hat, deren zeitliche Analysen aber wahrscheinlich durch starke Bodenunruhe so sehr beeinträchtigt sind, daß ihre wissenschaftliche Verwertung vorläufig ausgeschlossen erscheint. Kommen wir nun zu der Hauptsache, so läßt die auf Grund des Beobachtungsmaterials entworfene Laufzeitkurve, die wir aus bestimmten Gründen als eine mittlere Kurve bezeichnen, folgende Tatsachen erkennen:

1. Die direkten longitudinalen P- und transversalen S-Wellen lassen zwischen $\triangle = 12000$ km und $\triangle = 15500$ km keine Unterbrechung erkennen, wie behauptet worden ist, sondern stellen eine ununterbrochene Kurve dar, welche sich aus den oben angegebenen Gründen vorläufig nur bis 16600 km verfolgen läßt. Wenn sich diese Tatsache bisher der Beobachtung entzogen hat, so liegt das daran, daß man in den früheren Jahren ganz allein auf die Aufzeichnungen von Horizontalpendeln angewiesen war, welche selbst bei starker Vergrößerung die direkten P-Wellen über eine bestimmte Epizentralentfernung hinaus nicht mehr wiedergaben, und selbst der sehr empfindliche und mit starker Vergrößerung versehene Vertikalseismograph, System Straubel, versagte in dieser Hinsicht bei Entfernungen über 14000 km. Die Laufzeit der P-Welle beträgt bei $\triangle = 16600$ km 965 Sekunden, und sie würde sich, wenn man für noch größere Entfernungen extrapolieren darf, auf etwa $16^1/_2$ Minuten steigern. Die Differenz gegen die früher allgemein angenommene Laufzeit beläuft sich also auf rund 4 Minuten. Diese Zeit würde also erforderlich sein, um die Erde auf dem Durchmesser zu durchlaufen. Hieraus ergeben sich die weiteren Tatsachen, daß a) sowohl die Oberflächengeschwindigkeit, als auch die wahre Geschwindigkeit in den größeren Tiefen der Erde eine weit größere ist, als man nach den früheren Beobachtungen annehmen durfte, und b) daß die Geschwindigkeitsänderung an dem in etwa 3300 km Tiefe liegenden Erdkern nicht so stark sein kann, wie man geglaubt hat annehmen zu müssen.

2. Von der ersten reflektierten P-Welle zweigt sich bei $\triangle = 12500$ km ein stark ausgeprägter und durch sehr viele Beobachtungen gestützter Wellenzug ab, welcher bis $\triangle = 20000$ km sichergestellt ist und dessen Laufzeit von 11 Minuten auf $12^1/_2$ Minuten steigt. Diese auf allen Seismogrammen scharf ausgeprägte Wellenart ist es, welche man früher als die wieder auftauchende direkte P-Welle angesehen hat, und die wir selber in unserer Bearbeitung des kolumbianischen Bebens auf Grund der Aufzeichnung von Manila und Batavia als solche aufgefaßt haben. Es ist nicht ausgeschlossen, daß diese Wellenart bei $\triangle = 15000$ km eine Unterbrechung erleidet, indessen ist es auch möglich, daß diese nur scheinbar ist und auf Beobachtungslücken zurückzuführen ist. Was den Charakter dieser Wellenart betrifft, so deutet der Wert $\triangle = 12500$ km darauf hin, daß es sich um eine Welle handelt, welche an dem Erdkern gebrochen, oder was vielleicht wahrscheinlicher ist, reflektiert ist.

3. Die Laufzeit der P-Welle bestätigt die von uns in der Bearbeitung des kolumbianischen Bebens aufgestellte Behauptung, daß in der oben angegebenen Tiefe sich ein Erdkern befindet und daß die in dieser Tiefe erfolgende Geschwindigkeitsänderung keinen so hohen Betrag erreicht, wie man auf Grund der irrtümlich aufgefaßten Wellenart errechnet hat; damit ist also die vermutete Vorbedingung für die Entstehung von Wechselwellen nicht vorhanden.

4. Alle diejenigen Erscheinungen, welche sich aus unserer Laufzeitkurve der P-Wellen ergeben haben, gelten in gleicher Weise für die S-Wellen.

5. In gleicher Weise wie von der ersten reflektierten P-Welle zweigt sich bei $\triangle = 10000$ km von der Kurve der direkten S-Welle ein nicht minder scharf ausgeprägter Wellenzug ab, der durch eine große Zahl von Beobachtungen belegt ist und sich bis $\triangle = 13000$ km nachweisen läßt. Seine Laufzeit steigt von 1420 Sekunden am Anfang auf 1540 Sekunden am Ende. Die Welle ist auf allen in Betracht kommenden Seismogrammen so scharf ausgeprägt, daß die eigentliche kurz dahinter fol-

gende S-Welle dagegen fast verschwindet, und hieraus ist es zu erklären, daß in allen seismischen Berichten die direkte S-Welle übersehen wird und der in Frage stehende scharfe Welleneinsatz als die Transversalwelle hingestellt wird. Die Deutung dieser Wellenart ist vor allem deswegen mit Schwierigkeiten verknüpft, weil sie nur auf die kurze Strecke von 3000 km nachweisbar ist und sich nicht wie alle anderen direkten und reflektierten Wellen bis zu 20000 km verfolgen läßt.

(Eingegangen 2. Juli 1914.)

Radiumähnliche X-Strahlung.

Vorläufige Mitteilung.

Von F. Dessauer.

Aus medizinischen Gründen ist es von hoher Bedeutung, Röntgenstrahlen zur Verfügung zu haben, welche die Durchdringungsfähigkeit der γ-Strahlen besitzen. In dieser Richtung sind seit etwa einem Jahre in meinem Laboratorium Untersuchungen angestellt worden, zuerst technische vorbereitende Versuche, welche ich gemeinschaftlich mit den Herren **Amrhein**, **Kreß** und **Wendt** angestellt habe, dann physikalische Versuche, die ich gemeinschaftlich mit den Herren **Ernst**, **Pfeiffer** und **Cermak** ausführte.

Die Verhältnisse liegen folgendermaßen: Die Bestimmung des absoluten Absorptionskoeffizienten $\frac{\mu}{\varrho}$ für die Gammastrahlung der Radium- und Mesothoriumpräparate gibt nach den verschiedenen Autoren verschiedene Werte, da es γ-Strahlen von verschiedenem Penetrationsgrad gibt. In der Regel liegen die Werte ungefähr um die Größe 0,1 herum. Nach einer der letzten Arbeiten von **Rutherford**[1]) gibt es γ-Strahlen mit den Absorptionskoeffizienten $\mu = 0{,}5$ bis $\mu = 0{,}115 \text{ cm}^{-1}$, wobei erstere der mittleren Absorption der γ-Strahlen von *Ra B* und letztere Zahl der mittleren Absorption der γ-Strahlen von Radium *C* entspricht.

Die Absorptionskoeffizienten für X-Strahlen liegen für die gewöhnliche X-Strahlung zwischen 8 und 4, für harte X-Strahlung zwischen 4 und 2. Im allgemeinen sind also die Absorptionskoeffizienten bei der X-Strahlung 10—80mal größer als bei der γ-Strahlung. Diese Ergebnisse haben sich auch in der Medizin als zutreffend bewiesen. So absorbiert nach verschiedenen Messungen 1 cm Körperfleisch 90 bis 30 Proz. der X-Strahlung, aber nur 8 bis 4 Proz. der γ-Strahlung. Zwischen diesen Werten schwanken die Angaben der einzelnen Autoren, was bei Röntgenstrahlen ohne weiteres begreiflich ist wegen der verschiedenen Strahlungsgemische, welche von den einzelnen Untersuchern benutzt wurden, während die Verschiedenheit der Ergebnisse bei der γ-Strahlung mehr von der Art des verwendeten Fleisches abzuhängen scheint.

Die Untersuchungen hatten nun das Ergebnis, daß sich Röntgenstrahlen herstellen lassen mit Absorptionskoeffizienten von unter 0,1, die im Fleisch auch nur zu etwa 5 bis 6 Proz. pro Zentimeter Dicke absorbiert werden. Die Grundgedanken dieser Untersuchungsreihen waren die folgenden:

Zunächst haben eine ganze Reihe von technischen Messungen, über die in dieser Zeitschrift mehrmals berichtet worden ist[1]), stattgefunden. Diese Arbeiten haben die Beobachtung zum Gegenstande, daß das Strahlungsgemisch einer Röntgenröhre abhängig ist von der Entladung, die durch die Röntgenröhre hindurchgeht. Insbesondere habe ich gefunden, daß sich mit abnehmender Frequenz der Anteil an härteren X-Strahlen steigert, daß er auch steigt bei wachsender Spannung, daß er in den Kurventeilen einer Entladung, die die höchste Spannung führen, größer ist als in den Kurventeilen, die eine geringere Spannung führen und daß er auch mit wachsender Stromdichte an der Kathode zuzunehmen scheint.

Auf Grund dieser Arbeiten wurden die Apparate allmählich vervollkommnet und es wurden Messungen über die Emission der Röntgenröhren unter verschiedenen Betriebsverhältnissen gemacht. Um ein Beispiel für die Arbeitsmethode zu geben, füge ich eine Tabelle und eine Kurve bei, welche aus einer Arbeit stammt, die von **Ernst** und mir in der Zeitschrift „Strahlentherapie" unter dem Titel: „Einige Probleme der Tiefenbestrahlung" veröffentlicht worden ist. Es wurde in einer Ionisierungskammer die Ionisierung der X-Strahlung gemessen, wenn die Strahlung steigend filtriert wurde. Die so gefundene Ionisierungsintensität wurde dann in Prozenten der ursprünglichen Ionisierungsintensität ausgedrückt und es zeigte sich, daß bei geeigneten Verhältnissen, worauf ich sofort zurückkommen werde, das Spektrum einer Röntgenröhre außerordentlich weit reicht, d. h. daß auch Strahlen vorhanden sind, die außerordentlich große Durchdringungsfähigkeit be-

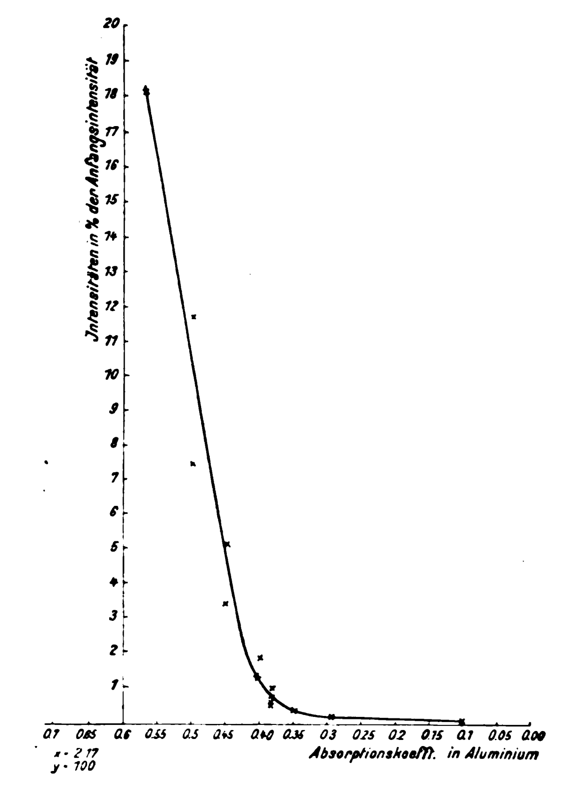
1) **Rutherford** u. **Richardson**, Phil. Mag. **25**, 721, 1913.

1) Arbeiten von **Dessauer** (siehe Literaturverzeichnis im Buche: Radium, Mesothorium und harte X-Strahlung, S. 152 u. ff., Verlag O. Nemnich, Leipzig); Arbeiten von **Deguisne**, diese Zeitschr. **15**, 630, 1914, und Fortschritte auf dem Gebiete der Röntgenstrahlen, Bd. XXI, 1914.

Die komplexe Natur der γ-Strahlung einer Röntgenröhre.

(Aufgenommen mit einer sehr harten, neuen Maximumröhre.)

Härte der Strahlung in Benoist-einheiten	Absorptions-koeffizient in Al $\frac{\mu}{\varrho}$	Filter cm Al	Intensität in Prozenten der Anfangs-intensität
9,5	2,17	0	100,0
10,6	0,557	0,3	17,2
11,5	0,473	0,6	11,1
11,8	0,468	0,9	7,46
12,0	0,511	1,2	5,10
12,3	0,538	1,5	3,38
12,45	0,285	1,8	2,18
12,55	0,499	2,1	1,46
12,65	0,373	2,4	0,98
12,8	0,239	2,7	0,74
12,9	0,38	3,0	0,59
12,9	0,38	3,3	0,44
13,0	0,31	3,6	0,32
13,0	0,34	3,9	0,25
13,0	0,28	4,2	0,19
		4,5	



sitzen. Die Kurve zeigt dies besonders deutlich. Hier ist die Intensität der Strahlung als Funktion des Absorptionskoeffizienten aufgetragen. Zunächst fällt die Kurve mit wachsender Penetration rapid ab und hat den Anschein, als ob sie sehr rasch Null erreichen würde. Sie knickt aber um, und es zeigt sich, daß bei gewissen Versuchsanordnungen regelmäßig ein Strahlenanteil in dem Strahlungsgemisch ist, dessen Penetration außerordentlich weit über den Mittelwert der gesamten Strahlung hinausragt. Über die Ursache der Bildung solcher ultrapenetrierender Strahlung sind wir zunächst auf Vermutungen angewiesen.

Wenn man voraussetzt, daß die Durchdringungsfähigkeit der X-Strahlung und der γ-Strahlung in irgendeiner Weise abhängig ist von der Geschwindigkeit der einfallenden Elektronen-Kathodenstrahlen in der Röhre, eine Abhängigkeit, die sicher besteht, wenn sie auch komplizierter Natur zu sein scheint, so geben folgende Zahlen etwa Mittelwerte für die in Frage kommende Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit der β-Strahlung geht bis zu $^9/_{10}$ der Lichtgeschwindigkeit, also kann man als Mittelwert für sie etwa 200000 km roh annehmen. Die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlung der Röntgenröhren liegt bei $^1/_{10}$ Lichtgeschwindigkeit, also bei etwa 30000 km. Es gibt auch schnellere Kathodenstrahlungen, doch ist immerhin noch ein erheblicher Unterschied zwischen dieser beobachteten Kathodenstrahlengeschwindigkeit und der Geschwindigkeit der β-Strahlung. Ist es nun möglich, davon scheint das Problem abzuhängen, Kathodenstrahlen zu bilden, deren Geschwindigkeit der Geschwindigkeit schneller β-Strahlen einigermaßen gleichkommt?

Die Geschwindigkeit der Kathodenstrahlung zu steigern, sind verschiedene technische Mittel vorhanden. Durch entsprechenden Bau von geeigneten Induktoren und Röntgenröhren, Verwendung von Antikathodenmaterial von hohem Atomgewicht und, nach neueren Beobachtungen von mir, der Erniedrigung der Temperatur der Antikathode läßt sich die Härte der X-Strahlung einigermaßen steigern. Doch führen diese Mittel zunächst nur um verhältnismäßig kleine Beträge weiter. Es besteht aber außerdem eine Möglichkeit, daß wesentlich höhere Spannungen im sekundären Kreise auftreten und infolgedessen wesentlich höhere Kathodenstrahlengeschwindigkeiten gebildet werden. Es ist bekannt, daß in Stromkreisen, in denen hohe Selbstinduktion und Kapazität vorhanden ist und in denen eine Funkenstrecke liegt, außer den normalen Spannungen Überspannungen auftreten können, deren Höhe von den Bestimmungsstücken abhängt und deren Beträge eventuell sehr weit über die Spannung der Grundschwingung hinausgehen können. Der Röntgenröhrenstromkreis ist ein derartiger Stromkreis. Er besitzt eine überaus hohe Selbstinduktion und eine nicht zu unterschätzende Kapazität. Die Kapazität ist gebildet einmal durch die Kapazität der Röntgenröhre, die bei harten Röntgen-



röhren einen nicht unbeträchtlichen Wert erreicht, und dann aber hauptsächlich durch die sehr viel größere Kapazität des in Sektoren gewickelten Transformators oder Funkeninduktors, bei welchem die einzelnen Sektoren wie metallische Belege wirken, die durch Dielektrika getrennt sind. Man kann natürlich diese Bestimmungsstücke variieren, was am besten empirisch geschieht. Jedenfalls ergibt eine derartige Betriebsweise unter Umständen Strahlenanteile, die obige Absorptionskoeffizienten besitzen.

Wir können jetzt mit voller Sicherheit X-Strahlen in relativ sehr großen Mengen in Röntgenröhren herstellen, deren Absorptionskoeffizient bei 0.1 und darunter liegt. Man kann annehmen, daß diese X-Strahlen identisch sind mit γ-Strahlen, da ja ihre Absorptionskoeffizienten 20- bis 80mal geringer sind, also mit denen der γ-Strahlen zusammenfallen. Aber es besteht in beiden Fällen ein erheblicher Unterschied, und zwar zugunsten der X-Strahlen darin, daß quantitativ die Strahlung ungleich ergiebiger ist wie die eines noch so starken Radiumpräparats. Die Messung ergab etwa ein Intensitätsverhältnis von der Größenordnung 1:500 bis 1:1000. Diese Vergleiche wurden auf verschiedene Weise gemacht. Zum Beispiel in der Weise, daß in dem einen Falle die Strahlung einer Röntgenröhre aus einem sehr viel größeren Abstande nach Durchdringung gewisser Filterzonen erst eine Ionisierungskammer traf und daß dann diese Röntgenröhre unter erheblicher Reduzierung des Abstandes durch ein Präparat von 100 mg Mesothorium ersetzt wurde. Die Umrechnung auf gleiche Entfernung ergibt dann ein derartiges Intensitätsverhältnis.

In den Ausführungen dieser Arbeit erwähnte ich vorhin, daß die Strahlungshärte eines Röntgenrohres abhängig ist von der Temperatur der Antikathode. Diese Beobachtung wurde zunächst nur technisch gemacht und gemessen, scheint aber nicht unwichtig zu sein. Wir haben aus unseren Beobachtungen den Schluß gezogen, daß unter sonst gleichen Verhältnissen die Härte der X-Strahlung im Gemische steigt, wenn die Temperatur der Kathode in gewissen Grenzen wächst und die der Antikathode sinkt. Genaue Untersuchungen über diese Beobachtung werden zurzeit im Physikalischen Institut der Universität Gießen ausgeführt. Die vorläufigen Resultate bestätigen das Gesagte.

Die Bedeutung der Arbeit ist, abgesehen davon, daß man die γ-Strahlung nun künstlich unter gewissen Bedingungen experimentell und in großen Quantitäten herstellen kann, durch folgende medizinische Sachlage gegeben.

Die vorzüglichen Wirkungen, die die γ-Strahlen auf Krebszellen und andere Krankheitszellen ausüben, sind begrenzt durch geringe Mengen dieser Stoffe und es sind schon bereits Millionen für die Beschaffung von Radium ausgegeben worden, ohne daß es gelänge, hinreichende Mengen zu beschaffen, um tiefgehende Wirkungen bei den Krankheitsfällen herbeizuführen. Es ist wahrscheinlich, daß gerade die Krebsheilung durch die Zurverfügungstellung großer Mengen sehr penetrierender Strahlungen einen Schritt weiter geführt wird.

Frankfurt a. M.

(Eingegangen 25. Juni 1914.)

Nochmals zur Thermodynamik der Interferenzerscheinungen.

Erwiderung an Herrn P. S. Epstein.

Von M. v. Laue.

In § 4 einer vor kurzem erschienenen Arbeit in dieser Zeitschrift wendet sich Herr Epstein[1]) gegen meine Ansicht[2]), daß die eigentliche, auf der Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art beruhende Thermodynamik nicht entscheiden kann, ob für kohärente Strahlenbündel der Satz von der Zunahme der Entropie oder das Additionstheorem der Entropie ungültig ist. Er will vielmehr zeigen, daß auch die reine Thermodynamik dazu zwingt, den ersteren Satz beizubehalten, den letzteren aufzugeben.

Wir wollen einmal seine Voraussetzungen durchsehen. Einmal wird vorausgesetzt, daß es für das einzelne Strahlenbündel eine Entropie und eine spezifische Entropiestrahlung L gibt, welche allein von der Schwingungszahl ν und der spezifischen Energiestrahlung K abhängt, daß ferner

$$\frac{\partial L}{\partial K} > 0 \qquad \frac{\partial^2 L}{\partial K^2} = -\frac{1}{T^2}\frac{\partial T}{\partial K} < 0 \qquad (1)$$

ist. Dazu aber tritt noch eine unausgesprochene Voraussetzung, nämlich: Bei der Spiegelung und Brechung bleibt die Gesamtentropie des Systems (welches vorher aus einem, hinterher aus zwei Strahlenbündeln besteht) ungeändert. Diese Voraussetzung von der Umkehrbarkeit der Spiegelung und Brechung im thermodynamischen Sinne liegt in dem Satz: „Wollen wir nun annehmen, daß sich die Entropien (daher auch L) additiv verhalten ($dL = dL_R + dL_K$)...“. Denn wenn die Spiegelung und Drehung die Entropie vergrößerte, so wäre bei Additivität der Entropien

1) P. S. Epstein, diese Zeitschr. 15, 673, 1914.
2) M. Laue, Ann. d. Phys. 20, 365, 1906.

$dL_B + dL_R > dL$, woraus statt der letzten Gleichung von Herrn Epstein

$$dL_B(T - T_B) + dL_R(T - T_R) > 0$$

folgte, was mit $dL_B > 0$ und $dL_R > 0$ wohl verträglich wäre. Herr Epstein zeigt also, daß aus den Annahmen (1) und aus der thermodynamischen Umkehrbarkeit der Spiegelung und Brechung die Ungültigkeit des Additionstheorems folgt.

Dies stimmt aber mit meinen Ausführungen genau überein. Die beiden Gleichungen (1) sind nämlich dort durch die Betrachtungen in § 1 ersetzt[1]), sodann wird in § 2 die Möglichkeit erwiesen, den Vorgang der Spiegelung und Brechung durch Interferenzerscheinungen vollständig rückgängig zu machen. Und es wird die Frage gestellt, ob aus dieser optischen Umkehrbarkeit der Spiegelung und Brechung[2]) auf die thermodynamische Umkehrbarkeit, d. h. Konstanz der Entropie zu schließen ist. Bejaht man dies, so bleibt der Entropiesatz gewahrt, aber nicht das Additionstheorem; verneint man es, so kann man umgekehrt das Additionstheorem aufrecht erhalten, muß aber die Möglichkeit zugeben, die Entropie bei der Wiedervereinigung des gespiegelten und des gebrochenen Strahls ohne jede Kompensation zu verringern. Der Unterschied zwischen Herrn Epsteins und meiner Betrachtung beginnt somit erst bei § 3 meiner Arbeit, in welchem gezeigt wird, daß der Grundsatz der reinen Thermodynamik, die Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art, jenen Schluß nicht erzwingen kann; auch wenn man annimmt, daß die Spiegelung und Brechung die Entropie vermehrt, ihre Umkehrung diese also vermindert, so kann man doch damit kein solches Perpetuum mobile konstruieren. Dieser Punkt wäre zu widerlegen, wenn man zeigen will, daß die reine Thermodynamik im Fall der kohärenten Strahlenbündel zur Aufgabe des Additionstheorems zwingt. Die bisherige Betrachtung von Herrn Epstein begnügt sich statt dessen damit, auf die Frage nach der Änderung der Entropie bei der Spiegelung und Brechung stillschweigend die Antwort zu erteilen, welche die Ungültigkeit des Additionstheorems zur Folge hat.

Daneben möchte ich noch ein anderes Bedenken äußern, welches freilich mit der in Rede stehenden Streitfrage nicht unmittelbar zu tun hat. Herr Epstein überträgt im ersten Satz von § 4 die Überlegungen seines § 3 und damit auch die Gleichung $dS = dQ/T$ auf Strahlenbündel. Diese Gleichung gilt zunächst für alle umkehrbaren Veränderungen an einem Körper und ist leicht rechnerisch zu bestätigen, sobald S als Funktion der Zustandsvariablen bekannt ist. Beim Strahlenbündel kennt man nun auch die Entropie als Funktion aller seiner Bestimmungsstücke, der spezifischen Energiestrahlung, der Schwingungszahl, der Brennfläche, des Öffnungswinkels, der Neigung gegen die Brennfläche, der Länge und der spektralen Breite. Es schiene mir interessant, wie Herr Epstein aus dieser Abhängigkeit heraus die Gleichung $dS = dQ/T$ ableiten will.

1) Vergleiche hierzu M. Laue, Verh. d. D. phys. Ges. 9, 606, 1907. Anhang.

2) Es fehlt a. a. O. noch der Ausdruck: „Umkehrbarkeit"; doch wird dies in der anschließenden Arbeit Ann. d. Phys. 23, 1, 1907 in den §§ 1—3 nachgeholt.

(Eingegangen 4. Juli 1914.)

Bemerkung zu der Arbeit der Herren R. W. Wood und G. A. Hemsalech: Die durch Ultra-Schumannwellen erregte Fluoreszenz von Gasen.

Von W. Steubing.

Die unter obigem Titel veröffentlichte Arbeit[1]) stellt eine Fortsetzung von Versuchen vor, die R. W. Wood seinerzeit unter dem Titel: „Eine neue strahlende Emission seitens des Funkens"[2]) veröffentlichte. Bei Wiederholung dieser Woodschen Versuche konnte ich später zeigen[3]), daß die Annahme einer solchen Emission nicht notwendig sei, vielmehr Woods Resultate sich zwanglos erklären ließen durch Zerstreuung des benutzten Funkenlichtes mittels Metalldampf und Verunreinigung des Gases. Ich zeigte 1. daß in der Woodschen Anordnung stets zerstreutes Licht auftreten muß, wie auch aus seinen eigenen Angaben und Photogrammen erhellte; 2. daß das Licht seiner „Emission" praktisch identisch ist mit dem, das der Funken direkt als Spektrum liefert (bei geeigneten Bedingungen).

Wenn Herr Wood jetzt in obiger Arbeit einleitend behauptet, ich hätte meine Versuche anscheinend in eiliger Weise mangelhaft ausgeführt, so sehe ich mich zur Feststellung folgender Tatsachen veranlaßt.

Herr Wood erklärt jetzt seine damalige „Emission" als „Fluoreszenz durch Ultra-Schumannwellen". Um dies zu rechtfertigen, hätte er folgende drei Punkte sicherstellen müssen:

A. Sein angebliches Fluoreszenzspektrum müßte verschieden sein von dem des erregenden Funkens. Eine Sicherheit in dieser Richtung vermißt man, denn wenn Hr. Wood auf die Unterschiede zwischen den früheren „Emissions-" jetzigen Fluoreszenzspektren gegenüber dem mitphotographierten unteren

1) Diese Zeitschr. 15, 572, 1914.

2) Diese Zeitschr. 11, 823, 1910.

3) Diese Zeitschr. 12, 626, 1911.



Streifen Wert legt, der durch Reflexion am Metall entsteht, so muß ich aufs neue aufmerksam machen, daß dieser in der Hauptsache Licht des **Kernfunkens** (Metalldampf) zurückwirft, während das angebliche Fluoreszenzspektrum die in der Aureole auftretenden durch die Öffnung gepreßten Bandenspektren der betreffenden Gase enthält. — Auch die jetzt veröffentlichten Photogramme lassen in der Hauptsache nur die von mir im direkten nicht abgeblendeten Funken nachgewiesenen *N*- und eine *O*-Bande (angeblich Wasserdampfbande) erkennen. — Daß ihre Intensitätsverteilung, ob die ersteren oder die letzteren stärker erscheinen bzw. fast verschwinden, eine Frage des Funkens, vielleicht auch der Mischungsverhältnisse bzw. Reinheit der Luft ist, habe ich auch damals gezeigt; damit werden seine merkwürdigen Beobachtungen in dieser Richtung hinfällig. — Was die merkwürdigen Verschiebungserscheinungen bei drüberhingeblasenem Gasstrom anlangt, so würde sich vielleicht auch dafür eine einfachere Erklärung finden lassen.

B. **Die Versuchsanordnung mußte jede Zerstreuung des Funkenlichts ausschliessen**, das tut sie in keiner Weise. Daß die „Strahlkammer" von Rauch frei war, wollen wir annehmen, obgleich nirgends gesagt ist, daß die in die Kammer geleiteten Gase auch nur oberflächlich filtriert und gereinigt worden waren. Daß grobe Partikel hauptsächlich sichtbares Funkenlicht zerstreuen, ist klar, es bedarf aber gar keiner **sichtbaren** Wolke, um das Licht zu zerstreuen. Wie konnten die Autoren den Metalldampf des Funkens von der Strahlkammer fernhalten, zumal wenn die Funkenkammer, wie gesagt wird, unter Überdruck des Gases gestanden hat und zwischen beiden kein Verschluß lag? Daß von einer Füllung der Strahlkammer mit einem anderen Gase (CO_2, H_2, O_2 u. a.) keine Rede sein kann, wenn beständig Luft aus der Funkenkammer hineingedrückt wird, ist auch selbstverständlich. Daß beim Arbeiten mit ultraviolettem Licht auf absolute Reinheit der betreffenden Gase die **peinlichste** Sorgfalt zu legen ist, geht unter anderen aus **Lenards** Arbeiten hervor; Wood selbst sagt, daß sich in Sauerstoff fast sofort eine Wolke kleinster Teilchen gebildet hatte. Von einem seiner Photogramme des „Fluoreszenspektrums" (Fig. 19) sagt er wörtlich: „Es erscheint eine schwache kontinuierliche Bande über den **starken** Kupferlinien (!) (diese erscheinen wahrscheinlich (!) infolge der Bildung einer geringen Spur eines Nebels oder einer Wolke, wie sie zuweilen (?) auftritt, wenn man einen sehr langsamen Gasstrom verwendet!)". Demgegenüber erscheinen seine anfänglich gemachten Ausführungen, daß er kein zerstreutes Licht gehabt habe, woran man letzteres erkennen könne, und ähnliches, nicht sonderlich überzeugend. Bei den Versuchen, die „Ultra-Schumannwellen" durch Platten in die Strahlkammer fallen zu lassen, hat er wenig Erfolg, nur „bei ständigem Hin- und Herbewegen" oder „beim Reinigen alle 10 bis 15 Sekunden". Das läßt gar keine andere Erklärung zu, als daß seine Platten sich mit Niederschlägen bedeckten, die das Funkenlicht abschnitten, womit natürlich alles verschwindet. Dies scheint auch die Ansicht des Autors selbst zu sein und damit liefert er selbst einen neuen Beweis, welche Unmengen lichtzerstreuenden Dampfes er im Funken gehabt hat. —

Endlich: Sieht man von allem ab, will man annehmen, es sei den Herren **Wood** und **Hemsalech** gelungen oder würde ihnen gelingen, einen Funken zu erzeugen, der keine Verunreinigung in die „Strahlkammer" brächte, oder letztere gasdicht abzuschließen, ferner die Gase rein in die Strahlkammer zu bringen, dann müßten die Autoren erst den Nachweis führen, daß nicht Zerstreuung des ultravioletten Lichts an den Gasmolekülen, den Kondensations- und Nebelkernen stattfindet, ehe sie eine unbekannte Strahlenart zur Erklärung heranziehen.

Bekanntlich erklärt sich nach **Rayleigh**[1]) die blaue Farbe des Himmelslichts größtenteils durch Zerstreuung an den Gasmolekülen selbst und diese Streuung geht mit der 4. Potenz der Wellenlänge umgekehrt proportional.

C. **Für die Existenz solcher Ultra-Schumannwellen muß ein anderer Beweis geliefert werden**, als durch diese „Pseudofluoreszenz". Weder ist ihr Spektrum photographisch oder sonstwie fixiert, noch sind Versuche gemacht, irgendwie die Art und Eigenschaften dieser Strahlen zu erklären. Was aus den Versuchen der Verfasser folgt, macht die Existenz **solcher** Ultra-Schumannwellen geradezu unwahrscheinlich. Danach müssen die Strahlen durch alle Gase von Atmosphärendruck mehrere Millimeter hindurchgehen, während bekanntlich alles Ultraviolett nach dem Schumanngebiet hin durch alle Gase mehr oder weniger stark absorbiert wird (in nur millimeterdicken Schichten); sogar durch eine Glasplatte von 1 mm Dicke so gut wie eine Flußspatplatte von 1 mm Dicke sollen diese Strahlen hindurchgehen, während sie durch Metall auch in dünnster Schicht (Belag durch Metalldampf auf den Platten) nicht gehen können. Also Analogie mit dem Röntgenstrahlengebiet zeigen sie auch nicht. Andererseits endet ihre Wirkung nach Durchlaufen einer mehrere Millimeter dicken Gasschicht völlig, oder warum enden

1) **Rayleigh**, Phil. Mag. **47**, 375, 1899.

die Lichtbüschel auf den Spektrogrammen in so kurzer Entfernung von der Funkenöffnung plötzlich? Mit den von Lenard untersuchten Strahlen, die in Luft wenig absorbierbar auf Luft durch Bildung großer Elektrizitätsträger sehr wirksam erscheinen, können diese angeblichen Ultra-Schumannstrahlen nichts gemein haben, dem widerspricht alles obige. (Vgl. P. Lenard und C. Ramsauer, Über die Wirkungen sehr kurzwelligen ultravioletten Lichtes auf Gase und über eine sehr reiche Quelle dieses Lichtes [Sitzber. d. Heidelb. Akad. d. W.].)

Höchst merkwürdig klingt es ferner, daß diese „Ultra-Schumannwellen" alle die untersuchten, noch dazu stark verunreinigten Gase zur Fluoreszenz erregen sollten, d. h. Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff, Kohlensäure, Luft. Dann müßte das Spektralgebiet dieser Strahlen ein sehr ausgedehntes sein und das Anregungsgebiet aller dieser Gase umfassen. Noch merkwürdiger aber ist es, daß alle diese Gase in demselben ultravioletten Spektralbezirk fluoreszieren sollen, nämlich zwischen λ 2800 und 3800 ca., soweit erkennbar; dabei liegt doch sonst bei allen fluoreszierenden Elementen sowohl Anregungs- wie Fluoreszenzgebiet spektral gänzlich verschieden, teils im ultravioletten, teils im sichtbaren Spektrum.

Auf Einzelheiten weiter einzugehen, dürfte sich erübrigen. Jedenfalls haben die Verfasser nicht in einem Punkte den Nachweis einer Fluoreszenz der Ultra-Schumannwellen erbracht und die eingangs erwähnten Bemerkungen Hrn. Woods über meine Versuche muß ich als unbegründet zurückweisen.

Aachen, Physik. Inst. d. Techn. Hochschule, den 6. Juni 1914.

(Eingegangen 7. Juni 1914.)

Entgegnung auf die Arbeit: „Thermionenströme im hohen Vakuum" von Irving Langmuir[1]).

Von J. E. Lilienfeld.

I.

Zweck dieser Entgegnung ist, darauf hinzuweisen:

a) daß ganz allgemein die Rolle, welche die durch die Elektronendichte im hohen Vakuum erzeugte Raumladung, sowie ein gelegentliches Verschwinden dieser Raumladung spielt, von mir bereits vor längerer Zeit erkannt wurde.

b) daß das von Herrn Langmuir als neu hingestellte Gesetz $i =$ konst. $V^{3/2}$ von mir im Jahre 1910 als experimentell mit großer Genauigkeit geltend angegeben wurde.

Ich konnte es nicht vermeiden, auch einige die physikalische Seite der Sache betreffenden Bemerkungen mit einzuflechten, deren eingehendere Darlegung jedoch einer späteren Publikation vorbehalten bleibt.

II.

Herr Langmuir hat die Darstellung seiner ursprünglichen englischen Publikation[1]), auf die eine Entgegnung von meiner Seite bereits erschienen ist[2]), in dreierlei Hinsicht abgeändert. Ich erlaube mir im folgenden an den Vergleich der englischen und deutschen Fassung der Arbeit des Herrn Langmuir die Begründung meiner unter I. aufgestellten Behauptungen anzuschließen.

III.

Die erste der drei Abänderungen, welche die deutsche Fassung der Arbeit des Herrn Langmuir gegenüber der englischen aufweist, betrifft die einleitende historische Darstellung der Sachlage **vor** Erscheinen der Langmuirschen Arbeit.

In der älteren englischen Fassung greift Herr Langmuir auf eine Publikation von Fred. Soddy[3]) zurück, in welcher die Abnahme der Entladungsstromstärke von einer Glühkathode aus mit abnehmender Gasdichte im Raume auf das Versagen dieser Kathode im hohen Vakuum zurückgeführt wird. In der etwas gekürzten deutschen Publikation ist zwar an Stelle der Besprechung der Soddyschen Arbeit eine andere Vorstellung getreten. Ich möchte diese Arbeit aber doch auch hier erwähnt haben, da ich in meiner Entgegnung auf die englische Publikation des Herrn Langmuir darauf hingewiesen hatte, daß ich nach dem Erscheinen der Soddyschen Arbeit erwidert habe[4]), ich hätte bereits vor längerer Zeit festgestellt, daß in einem genügend hohen Vakuum die im Raume auftretende Elektronendichte einen Widerstand der Entladung bietet. Und daß dieser Widerstand in keiner Weise auf ein Versagen der Glühelektrode, deren bei einigermaßen sauberem Arbeiten streng der Richardsonschen Theorie angepaßtes Verhalten ich stets als selbstverständlich vorausgesetzt hatte, zurückzuführen ist.

Bewiesen war diese Sachlage auf Grund von Sondenmessungen, die an der Glühkathode einen

1) Diese Zeitschr. 15, 348—353, 516—526, 1914.

1) I. Langmuir, Physical Review, Dezember 1913.
2) J. E. Lilienfeld, Physical Review, Mai 1914.
3) Fred. Soddy, Nature 77, 54, 1907; auch diese Zeitschr. 9, 8, 1908.
4) J. E. Lilienfeld, diese Zeitschr. 9, 193, 1908; auch Ann. d. Phys. 32, 674, 1910.



geringen, im Raume hingegen einen bedeutenden Spannungsabfall ergaben.

Sondenmessungen[1]) wurden von mir auch benutzt, um die Gesetze kennen zu lernen, welche mit der durch die Elektronendichte hervorgerufenen Widerstandszunahme des Entladungsrohres zusammenhangen. Denn auf diesem Wege werden nicht nur Zufalligkeiten der Elektrodenbeschaffenheit ausgeschaltet; man vermeidet auch unter Benutzung dieser Methode die Gefahr, die reinen im Raume auftretenden Verhaltnisse dadurch scheinbar getrubt wiedergegeben zu sehen, daß etwaige Anomalien in der Potentialverteilung an den Elektroden, falls die Sonden in genugender Entfernung von den Elektroden liegen, uber den Messungsbereich ubergreifen und so die Beobachtung falschen. Und es besteht nicht nur die abstrakte Moglichkeit fur das Vorkommen solcher Anomalien: denn es bildet sich unter bestimmten Bedingungen sicher ein Potentialsprung an der Anode aus; auch die Verhaltnisse an der Gluhkathode[2]) scheinen in dieser Hinsicht Beachtung zu verdienen.

Ist demnach die Sondenmessung in einer Strombahn konstanten Querschnitts der Messung der gesamten Elektrodenspannung unter physikalisch und mathematisch schwerer zu uberblickenden geometrischen Verhaltnissen, wie sie von **Soddy** und **Langmuir** ausgefuhrt wurde, entschieden uberlegen, wenn nach den Einflussen der Raumladung gefragt wird, so ist andererseits die Messung der gesamten Elektrodenspannung — Kenntnis der Resultate der Sondenmessung vorausgesetzt — geeignet, uber die oben erwahnten Anomalien der Spannungsverteilung an den Elektroden Aufschluß zu geben. In der Tat ist eine diesbezugliche Untersuchung vor reichlich anderthalb Jahren am Leipziger Physikalischen Institut mit der Absicht in Angriff genommen worden, das Thema fur eine Dissertation zu verwerten.

Sicher decken aber die von mir bereits veröffentlichten Untersuchungen, sofern das Studium der Raumladungseinflusse in Frage kommt, einen großeren Gultigkeitsbereich als diejenigen des Herrn **Langmuir**, auch deshalb, weil mir im Leipziger Institut Mittel zur Verfügung standen, die Studien über einen weiteren Bereich von Spannungen auszudehnen, und auch das Vakuum weitgehend zu variieren. —

Ich habe auf diesem Wege nicht nur die strenge Gultigkeit des Gesetzes $i = \text{konst.}\, V^{3/2}$ erwiesen[1]); sondern auch gefunden, daß von einer bestimmten Elektronendichte im Raume[2]) aufwärts ein unstetiger Ubergang dieses Gesetzes in $i = \text{konst.}\, V^2$ stattfindet unter gleichzeitigem Auftreten positiver Ladungen[3]), und folglich Vernichtung[4]) der negativen Raumladung. Bezüglich anderer Resultate der Untersuchung mag auf meine erwahnten Arbeiten hingewiesen werden.

IV.

Die zweite der drei unter II. erwähnten Verschiedenheiten zwischen der englischen und der deutschen Publikation des Herrn **Langmuir** ist die, daß Herr **Langmuir** seine ursprünglichen experimentellen Angaben in der deutschen Publikation unerwahnt laßt.

In der englischen Publikation war der in Wirklichkeit gefundene Exponent der Gleichung $i = \text{konst.}\, V^{3/2}$ nicht $= 3/2$, sondern $= 1{,}71$. So ist das Gesetz $i = \text{konst.}\, V^{3/2}$ von Herrn **Langmuir** zunachst nur errechnet worden, wahrend ich es im Jahre 1910 als mit großer Genauigkeit tatsachlich bestehend angegeben habe.

Wie ich in meiner englischen Entgegnung an Herrn **Langmuir** bereits bemerkte, beweist diese Abweichung des **Langmuir**schen Exponenten, daß er sich auf ein bedeutend schlechteres Vakuum, als dasjenige, in welchem ich arbeitete, bezieht.

V.

Diese Tatsache, daß Herr **Langmuir** in einem schlechteren Vakuum arbeitete, ist insofern von Interesse, als Herr **Langmuir** in seiner englischen Publikation — und das ist die **dritte** der unter II. erwähnten Verschiedenheiten — meine Arbeiten einer Besprechung unterzieht, freilich ohne es zu erwahnen, daß ich das Gesetz $i = \text{konst.}\, V^{3/2}$ veröffentlicht, und an sein Bestehen sowie seinen diskontinuierlichen Ubergang in $i = \text{konst.}\, V^2$ Uberlegungen angeknüpft habe, die auf der Basis der von Herrn **Langmuir** ebenfalls zugrunde gelegten Betrachtung der

1) Eine zusammenfassende Darstellung und Erwahnung meiner samtlichen, zum Teil bis auf das Jahr 1906 zuruckgehenden Publikationen findet man Ann. d. Phys. **32**, 673—738, 1910; **43**, 24—40, 1914.

2) W. **Schottky**, diese Zeitschr. **15**, 526, 1914.

1) J. E. **Lilienfeld**, Ann. d. Phys. **32**, 717—719, 1910.

2) Es ist eine scheinbar überflüssige Bemerkung, — und doch möchte ich der Pragnanz wegen darauf hinweisen — daß Stromdichte und raumliche Elektronendichte verschiedene Dinge sind. Ein **schneller** Kathodenstrahl transportiert eine **große** Stromdichte bei **geringer** Elektronendichte. Zur Erzeugung großer Elektronendichten ist also genügende Langsamkeit der Elektronen erforderlich. Ungeordnet bewegte Elektronen erzeugen Elektronendichte **ohne** Stromdichte.

3) Ann. d. Phys. **32**, 731—737, 1910, auch Leipz. Ber. **60**, 210—220, 1909.

4) J. E. **Lilienfeld**, Leipz. Ber. **63**, 337—339, 1911; auch Ann. d. Phys. **43**, 40—44, 1914.

Raumladung beruhen. Und das Resultat dieser Besprechung ist das Urteil, ich hätte in einem unzulänglichen Vakuum gearbeitet — ein Urteil, welches demnach als nachgewiesenermaßen unrichtig bezeichnet werden kann.

Des näheren auf diese Langmuirsche Besprechung meiner Arbeit hier einzugehen, erübrigt sich, da er das diesbezügliche Kapitel in dieser Zeitschrift nicht wiedergegeben hat. Deshalb verweise ich auf meine englische Entgegnung.

Die Tatsache eines weniger vollkommenen Vakuums in der englischen Publikation des Herrn Langmuir ist noch deshalb auch für den deutschen Leserkreis von Interesse, weil meine um über $2^1/_2$ Jahre zurückliegenden Arbeiten über die Erzeugung von Röntgenstrahlen seitens des Laboratoriums der General Electric Company, und zwar von Herrn Coolidge[1]) auch in Deutschland unter Bezugnahme auf die Langmuirsche Arbeit insofern angegriffen wurden, als behauptet wird, ich hätte in einem ungenügenden Vakuum gearbeitet.

VI.

Es ist nach dem Vorausgeschickten selbstverständlich, daß, falls man — wie Herr Langmuir es ohne weiteres tut — von einer sehr wohl vorkommen könnenden Anomalie der Potentialverteilung an den Elektroden absieht, die für genügend hohes Vakuum durch Messung des Spannungsunterschiedes an den Elektroden gewonnenen Kurven der Fig. 3 der Langmuirschen Publikation auf Grund der experimentellen Daten meiner Arbeit gezeichnet werden können. Ähnliches gilt auch von dem Zerfall der Kurven der Fig. 1 in die beiden Teile A und B, da doch offenbar ein größerer Strom, als der durch die Größe der zur Verfügung gestellten Spannung der geltenden Entladungscharakteristik zufolge gegebene nicht fließen kann, wohl aber ein kleinerer, wenn durch zu dunkle Glut der Kathode die Anzahl der frei werdenden Elektronen im Teile A beschränkt ist. Allerdings vermißt man in einer gewissen Hinsicht die Erklärung der physikalischen Sachlage bei diesen Vorgängen. Die Entladungscharakteristik soll $i = V^{3/2}$ sein. Diagramm 1 gibt für ein konstantes V hingegen einen ganzen Bereich von Stromstärken. Man muß unbedingt zur Aufklärung dieses Widerspruches irgendwo einen Potentialsprung annehmen. Und es ist für das Wesen des Vorganges und die zu ziehenden Schlüsse von Wichtigkeit, die geometrische Lage dieses Sprunges zu kennen. Nach meinen Untersuchungen scheint der Sprung in der Nähe der Anode zu liegen. Doch soll Abschließendes hierüber demnächst veröffentlicht werden.

1) Coolidge, Phys. Rev., Dezember 1913, S. 409; auch Fortschr. a. d. Gebiete der Röntgenstrahlen **22**, 18—29, 1914.

Daß das Potentialgefälle im Raume mit steigender Gasdichte im Gebiete der hohen Vakua abnimmt, ist von mir stets mit viel Nachdruck hervorgehoben worden [vgl. z. B. die Einleitung zu der Arbeit Ann. d. Phys. **32**, 673ff., 1910]. Das ist gleichbedeutend damit, daß die Stromstärke bei konstantem Potential mit zunehmender Gasdichte wächst — also mit einem der als Hauptergebnis angeführten Resultate der Langmuirschen Arbeit.

Ich könnte noch weitere Einzelheiten anführen, glaube jedoch von ihrer Diskussion absehen zu können, da aus dem oben Gesagten das meiste in zwangloser Weise sich ergibt.

Leipzig, Physikal. Institut der Universität, Juni 1914.

(Eingegangen 29. Juni 1914.)

Programm der radiotelegraphischen Ausbreitungsversuche bei Gelegenheit der Sonnenfinsternis am 21. August 1914.

Mitgeteilt von M. Wien-Jena.

Der große Unterschied in den Reichweiten der drahtlosen Telegraphie bei Tag und Nacht beweist, daß die Sonnenstrahlung einen sehr starken Einfluß auf die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen längs der Erdoberfläche besitzt. Es ist wahrscheinlich, daß dieser Einfluß bei einer Sonnenfinsternis ebenfalls hervortreten muß, auch sind während der Finsternis 1912 mehrfach Unterschiede in der Empfangsintensität beobachtet worden, jedoch waren die Ergebnisse damals noch nicht sicher genug, um die Größe und Art dieses Einflusses quantitativ festzustellen.

Da die Unterbrechung der Sonnenstrahlung durch den Mondschatten in zeitlich und räumlich eigenartiger, von der Nachtverdunkelung durchaus verschiedener Art erfolgt, so ist es sehr wohl möglich, daß ausgedehnte quantitative Beobachtungen während der Sonnenfinsternis zur Aufklärung des Einflusses der Strahlung auf die Atmosphäre ganz besonders beitragen können. Jedenfalls haben wir die Pflicht, die seltene Gelegenheit einer totalen Sonnenfinsternis zu Beobachtungen auszunützen, soweit unser Wissen und unsere Mittel irgend reichen.

Bei der Sonnenfinsternis am 21. August 1914 sind folgende internationale Versuche unter Benutzung der drahtlosen Telegraphie geplant:

A. Von der „British Association" (Lodge, Eccles) ist in Aussicht genommen, daß während der Verfinsterung die Zahl und Art der atmosphärischen Störungen und — schätzungsweise — die Änderung in der Intensität der Zeichenübertragung von einer möglichst großen Anzahl von Stationen beobachtet werden soll, wobei als Beobachtungsinstrument das Telephon dient.

B. Unter Leitung eines Ausschusses der T. S. F. S.[1]) (Benndorf-Graz, Eccles-London, Ferrié-Paris, Wien-Jena) soll der Einfluß der Sonnenfinsternis auf die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen

1) Commission internationale de télégraphie sans fil scientifique.

studiert werden, und zwar soll dies durch eine verhältnismäßig geringe Zahl gut eingerichteter Empfangsstationen durch quantitative Messungen mit dem Galvanometer geschehen.

Grundgedanke der Ausbreitungsversuche.

Von besonderem Interesse würden folgende Beobachtungen sein (vgl. die schematische Darstellung in Fig. 1):

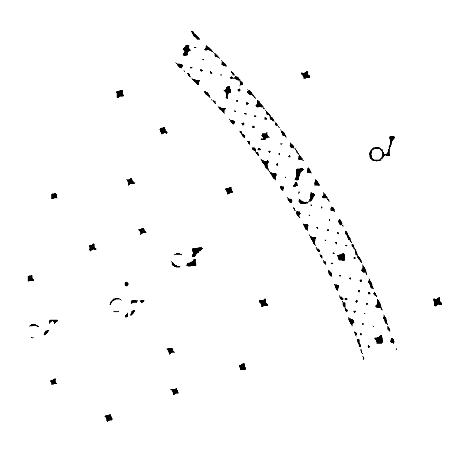


Fig. 1.

1. Die Sendestation (σI) liegt auf der einen Seite der Totalität, eine Reihe über ein großes Gebiet verteilter Empfangsstationen (σ) auf der anderen Seite der Totalität.
2. Die Sendestation liegt im Kernschatten (σII), die Empfangsstationen liegen teils a) in Richtung des Kernschattenweges, teils b) neben dem Kernschattenweg im Halbschatten.

Falls 1. und 2. nicht ausführbar oder unsicher, käme noch in Betracht:

3. Die Sendestationen liegen seitlich des Kernschattenweges (σIII, IV, V), die Empfangsstationen sowohl im Kernschatten, als auch diesseits und jenseits desselben.

Die Versuche sind über große Entfernungen auszudehnen, da nach Tag-Nachtversuchen die Wirkung der Bestrahlung mit der Entfernung stark zunimmt. Schließlich ist auch zu untersuchen, ob die Erscheinung von der Wellenlänge und der Art des Gebens, der Dämpfung usw. abhängig ist.

Die Sendestationen.

Der Kernschatten bewegt sich in einer Breite von 160 km mit einer Geschwindigkeit von ca. 1,2 km von der Mitte Skandinaviens durch Westrußland nach der Krim. Die allermeisten Sende- und Empfangsstationen liegen südwestlich dieses Streifens. Die größte Sendestation nordöstlich der Totalität ist in Petersburg, die größte in der Totalität in Bobruisk. Diese beiden Stationen bilden naturgemäß die Sendestationen σI und σII unseres Schemas. Sie sind in freundlichster Weise von der russischen Militärverwaltung für die internationalen Versuche zur Verfügung gestellt worden. Petersburg bildet gleichzeitig die Sendestation für die Versuche der British Association (A) und wird deshalb in den Stunden um die Totalität herum eine fortlaufende Reihe von Zeichen geben. Die Wellenlängen der anderen Sendestationen sind sehr verschieden von derjenigen Petersburgs gewählt, so daß keine erheblichen Störungen durch das gleichzeitige Senden der Stationen II bis V zu befürchten sind. Bei der Bedeutung der Versuche A. müssen solche Störungen unter allen Umständen vermieden werden.

Als Halbschattenstationen (III, IV, V) werden einige der besten und stärksten Stationen Deutschlands und Frankreichs an den Versuchen teilnehmen: Nauen, Norddeich, Paris, die ebenfalls in liebenswürdigster Weise von den Besitzern für die Versuche freigegeben wurden.

Name, Wellenlänge und Sendeart der Stationen sind mithin folgende:

I. Petersburg	λ = 5000 m	Tiefer Ton
II. Bobruisk	λ = 2500 m	Mittlerer Ton
III. Nauen	λ = 9400 m [1]	Hochfrequenzmaschine
IV. Norddeich	λ = 1650 m	Tönende Funken 1000
V. Paris	λ = 2200 m	Mittlerer Ton.

Die Stationen sollen abwechselnd je 2 Minuten geben, und zwar erst einen Buchstaben, dann je 4 Striche von 10 Sekunden Dauer mit 10 Sekunden Pause. Wenn die 5 Stationen hintereinander geben, dauert eine „Serie" also 10 Minuten, z. B.:

Beispiel einer Serie.

Bobruisk	$10^h\,0^m$	bis	$10^h\,2^m$
Paris	10 2	„	10 4
Norddeich	10 4	„	10 6
Petersburg	10 6	„	10 8
Nauen	10 8	„	10 10

In der Zeit von $11^h\,30^m$ bis $13^h\,30^m$ (Greenwich) werden diese Serien ununterbrochen hintereinander gegeben, so daß jede Station alle 10 Minuten 2 Minuten gibt; von $10^h\,0^m$ bis $11^h\,30^m$ und von $13^h\,30^m$ bis $15^h\,30^m$ werden zwischen je 2 Serien Pausen von 10 Minuten gemacht, so daß jede Station nur alle 20 Minuten je 2 Minuten gibt. Petersburg gibt außerdem, wie gesagt, für die Versuche der British Association eine fortlaufende Reihe von Buchstaben von $11^h\,40^m$ bis $13^h\,20^m$, die nur durch kürzere Pausen und die Striche für unsere Versuche B. unterbrochen wird.

Am Tage vor der Sonnenfinsternis, also am 20. August, wird das gleiche Programm gegeben und von den Empfangsstationen beobachtet werden.

Die Konstanz der Intensität und der Wellenlänge der Sendestationen wird durch Hitzdrahtamperemeter und Wellenmesser auf den Stationen selbst kontrolliert, außerdem die Stärke der Emission, wenn möglich, durch eine nahe gelegene Empfangsstation.

Außer diesen internationalen Versuchen mit langen Wellenlängen und auf große Entfernung sind Versuche mit kürzeren Wellen und auf geringere Entfernung in Schweden und in Südrußland geplant.

Die Empfangsstationen.

Empfangsstationen gibt es in nur geringer Anzahl nordöstlich der Totalität, da die Petersburger Empfangsstationen, weil die Militärstation dauernd die Zeichen für Versuche A. gibt, nicht empfangen können. Innerhalb des Weges des Kernschattens ist in Schweden, Norwegen und Rußland eine genügende, im Halbschatten südwestlich der Totalität, also in Deutschland, Frankreich usw., eine reiche Anzahl von Empfangsstationen vorhanden. Die Organisation der Empfangsstationen ist naturgemäß den einzelnen Ländern überlassen.

Die deutschen Empfangsstationen, welche sich erboten haben, an den Versuchen teilzunehmen, erhalten 1—2 obligatorische Sendestationen, die sie gut empfangen können, zuerteilt. Diese haben sie in erster Linie zu beobachten und zu registrieren. Sollte eine Station so gut funktionieren, daß sie außerdem noch andere der Sendestationen beobachten kann, desto besser. Nebenbei sollen auch, wenn möglich, im Sinne der Versuche der British Association die atmosphärischen Störungen registriert werden. Jedoch darf unter dem Empfang der anderen Stationen und der atmosphärischen Störungen unter keinen

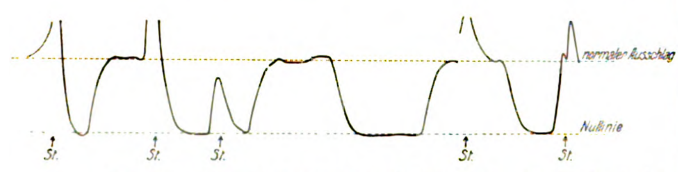
[1] Die Wellenlänge ist so hoch gewählt worden, um Störungen mit der Dauersendung von Petersburg zu vermeiden, und um den Bereich der Wellenlängen zu vergrößern.



Umständen die Beobachtung der obligatorischen Stationen leiden.

Die Vorversuche haben ergeben, daß Nauen und Norddeich überall in Deutschland mit sehr großer, Paris mit genügender Intensität empfangen wird. Die russischen Stationen meistens leider recht schwach. Naturgemäß werden daher die weit entfernten russischen Stationen den größeren deutschen Empfangsstationen, Nauen, Norddeich, und Paris den kleineren Stationen zuerteilt werden.

Die Beobachtung soll, wenn irgend möglich, mit Spiegelgalvanometern erfolgen, die nicht zu lange Schwingungsdauer haben dürfen, damit während des 10-Sekundenstrichs das Maximum des Ausschlags erreicht und eine Zeitlang beibehalten wird. Je kürzer die Schwingungsdauer des Galvanometers ist, um so größer ist die Wahrscheinlichkeit, daß trotz atmosphärischer Störungen noch brauchbare Werte für diesen oder jenen Strich erhalten werden (vgl. Fig. 2). In zweiter Linie käme das Fadengalvanometer in Betracht, das bezüglich der atmosphärischen Störungen im Vorteil ist; dafür ist bei



Empfang Brüssel 5./V. 1914. $1^h 30^m$. *St* = atmosphärische Störung.

Fig. 2. $^1/_3$ natürl. Größe.

loser Fadenspannung der Ausschlag bekanntlich inkonstant und nicht proportional der Stromstärke, so daß es eigentlich dauernd geeicht werden müßte, was bei den beabsichtigten Versuchen kaum möglich wäre. Wenn die atmosphärischen Störungen allzu schlimm sind oder sonst die Beobachtung mit dem Galvanometer unmöglich ist, so muß auf die Parallelohm-Methode zurückgegriffen werden. Jedoch soll diese Methode wegen ihrer großen Unsicherheit nur im äußersten Notfall angewandt werden.

Die Ergebnisse der Beobachtungen werden in den einzelnen Ländern — in Deutschland in Jena — gesammelt und dann von der internationalen Kommission zusammen bearbeitet.

(Eingegangen 18. Juli 1914.)

AEF.
Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen.

Der Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen hat seinen schon früher veröffentlichten Satz IV, Einheit der Leistung (ETZ. 1912, S. 963), geändert und nach satzungsgemäßer Beratung des Entwurfs VII, Einheitsbezeichnungen[1]), eine Anzahl Zeichen für Maßeinheiten festgestellt.

Berlin, April 1914. Strecker.

Satz IV. Die Einheit der Leistung.

Die technische Einheit der Leistung heißt Kilowatt. Sie ist praktisch gleich 102 Kilogrammeter in der Sekunde und entspricht der absoluten Leistung 10^{10} Erg in der Sekunde. Einheitsbezeichnung kW.

Endgültig festgesetzte Zeichen des AEF für Maßeinheiten.

Meter	m	Liter	l	Tonne	t
Kilometer	km	Hektoliter	hl	Gramm	g
Dezimeter	dm	Deziliter	dl	Kilogramm	kg
Zentimeter	cm	Zentiliter	cl	Dezigramm	dg
Millimeter	mm	Milliliter	ml	Zentigramm	cg
Mikron	μ	Kubikmeter	m^3	Milligramm	mg
		Kubikdezimeter	dm^3		
Ar	a	Kubikzentimeter	cm^3	Stunde	h
Hektar	ha	Kubikmillimeter	mm^3	Minute	m
Quadratmeter	m^2			Minute alleinstehend	min
Quadratkilometer	km^2	Celsiusgrad	°	Sekunde	s
Quadratdezimeter	dm^2	Kalorie	cal	Uhrzeit: Zeichen erhöht.	
Quadratzentimeter	cm^2	Kilokalorie	kcal		
Quadratmillimeter	mm^2				
Ampere	A	Siemens	S	Watt	W
Volt	V	Coulomb	C	Farad	F
Ohm	Ω	Joule	J	Henry	H

Amperestunde	Ah	Mikrofarad	μF
Milliampere	mA	Megohm	$M\Omega$
Kilowatt	kW	Kilovoltampere	kVA
Megawatt	*M*W	Kilowattstunde	kWh

Formelzeichen des AEF. 2. Liste. (Endgültig angenommen.)

Größe	Zeichen	Größe	Zeichen
Fläche	F	Spezifische Dehnung	ε
Kraft	P	Schubspannung	τ
Moment einer Kraft	M	Schiebung (Gleitung)	γ
Arbeit	A	Schubmodul	G
Leistung	N	Spezifische Querzusammenziehung $\nu = 1/m$	
Normalspannung	σ	(m Poissonsche Zahl)	ν

1) Ein ausführlicher Bericht über die Äußerungen zum Entwurf VII, Einheitsbezeichnungen findet sich Elektrot. Zeitschr. **35**, 687, 1914, auch Verh. d. D. Physik. Ges. **16**, 497, 1914. Daselbst auch ein Bericht über die Äußerungen zur Liste B der Formelzeichen (vgl. diese Zeitschr. **14**, 169, 1913; **15**, 113, 1914).

Größe	Zeichen
Trägheitsmoment	*J*
Zentrifugalmoment	*C*
Reibungszahl	*μ*
Widerstandszahl für Flüssigkeitsströmung	*ζ*
Schwingungszahl in der Zeiteinheit	*n*
Mechanisches Wärmeäquivalent	*J*
Entropie	*S*
Verdampfungswärme	*r*
Heizwert	*H*
Brechungsquotient	*n*
Hauptbrennweite	*f*
Lichtstärke	*J*
Widerstand, elektrischer	*R*
Stromstärke, elektrische	*I*

AEF.

Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen.

Der Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen stellt die nachfolgenden Entwürfe XVII. Normaltemperatur. — XVIII. Feld und Fluß. — gemäß § 4, Abs. 3 seiner Satzung zur Beratung und lädt die beteiligten Vereine ein, ihm das Ergebnis ihrer Beratungen bis Mitte Mai 1915 mitzuteilen. Zur gleichen Frist kann auch jedes Mitglied der beteiligten Vereine sich zu den Entwürfen äußern. Es wird gebeten, von Äußerungen in Zeitschriften dem AEF stets wenigstens einen Abdruck zu senden.

Berlin, April 1914. Strecker.

Entwurf XVII: Normaltemperatur.

Die Eigenschaften von Stoffen, Systemen, Geräten und Maschinen sind tunlichst bei einer bestimmten einheitlichen Temperatur zu messen oder für eine solche zu berechnen und anzugeben. Sofern nicht besondere Gründe für die Wahl einer anderen Bezugstemperatur vorliegen, ist als Normaltemperatur + 20° C zu wählen.

Die Bezugstemperatur 0° C ist beizubehalten
in der Festlegung der Maßeinheiten „Meter" und „Ohm"; in der Festlegung der Druckeinheit „Atmosphäre" und bei Barometerangaben.

Die Bezugstemperatur + 4° C ist beizubehalten in der Festlegung der Maßeinheit „Liter" und für Wasser als Vergleichskörper bei Dichtebestimmungen.

Begründung[1]).

Von Fr. Auerbach, G. Dettmar, Eugen Meyer und K. Scheel.

Es besteht zweifellos das Bedürfnis, eine im Gebiete der „Zimmertemperatur" gelegene Normaltemperatur zu vereinbaren, die tunlichst auf allen physikalischen, chemischen und technischen Gebieten gelten soll, soweit nicht besondere Gründe dagegen sprechen. Bei der Wahl einer solchen Temperatur konnte man für die Gebiete der reinen Physik und Chemie zwischen den bisher am meisten angewandten Temperaturen 18° und 20° schwanken. Für 18° liegt ein ungeheures Zahlenmaterial an physikochemischen Messungen der verschiedensten Stoffe vor. Indessen spricht gegen 18° der Umstand, daß diese Temperatur in Deutschland im Sommer meist nicht ohne künstliche Kühlung aufrecht zu erhalten ist; noch mehr gilt dies für die südlicher gelegenen Arbeitsstätten, die sich in immer steigender Zahl an genauen Messungen beteiligen. Da zudem seitens der Elektrotechniker eine internationale Vereinbarung auf der Grundlage von 20° abgeschlossen ist, so empfiehlt es sich, dieser Wahl zu folgen.

Es versteht sich von selbst, daß der Physiker und Chemiker auch weiterhin bei wissenschaftlichen Forschungsarbeiten sich in den seltensten Fällen mit Messungen bei einer einzigen Temperatur begnügen wird, da er auch den Temperaturverlauf der betreffenden Werte zu ermitteln streben wird. Doch erscheint es entbehrlich, hierfür bestimmte Vorschläge zu machen. Es genügt, wenn die Messungen dieser Art jedenfalls unter anderm auch bei 20° vorgenommen werden, und wenn diese letztere Temperatur bei praktischen Messungen, z. B. bei technischen Prüfungen, bei Analysen usw. allgemein angewandt wird.

Es versteht sich weiter von selbst, daß Fälle denkbar sind, in denen besondere Gründe für die Wahl anderer Temperaturen sprechen. Solche Fälle, in denen man sogar notwendigerweise die Bezugstemperaturen 0° und 4° beibehalten muß, sind oben angeführt.

Auch für die Begriffsbestimmung des Normalzustandes von Gasen für physikalische und chemische Zwecke wird man aus praktischen Gründen bei der Bezugstemperatur 0° bleiben, da vielbenutzte Formeln, Zahlenwerte und Tabellen sich auf die Bedingungen 0° und 760 mm Druck beziehen. Ein innerer Grund für die Bevorzugung der Temperatur 0° bei Gasen liegt aber nicht vor, und daher erscheint es erforderlich, in allen Fällen, wo praktische Anwendungen der Gase in Frage kommen, besonders also für technische Zwecke, die Eigenschaften der Gase, wie Dichte, spezifische Wärme, Heizwert, für die der Anwendungstemperatur naheliegende Normaltemperatur 20° anzugeben; die einfache Benutzung der auf 0° bezogenen Werte für die gewöhnliche Arbeitstemperatur ohne Umrechnung würde zu mehr oder minder großen Ungenauigkeiten führen.

Entwurf XVIII: Feld und Fluß.

1. Den Raum, in welchem sich elektrische und magnetische Erscheinungen abspielen, bezeichnet man allgemein als elektromagnetisches Feld. Beschränkt sich die Betrachtung im besonderen auf die elektrischen oder auf die magnetischen Erscheinungen, so spricht man von einem elektrischen oder magnetischen Felde.

2. Das Integral der Normalkomponente eines Feldvektors über eine Fläche bezeichnet man als Fluß des Vektors durch die Fläche.

Im besonderen bezeichnet man das Integral der Normalkomponente der magnetischen Induktion über eine Fläche als Induktionsfluß und das Integral der Normalkomponente der dielektrischen Verschiebung über eine Fläche als Verschiebungsfluß.

3. Den Induktionsfluß durch eine von allen Windungen einer Spule umrandete Fläche bezeichnet man als Spulenfluß. Der Fluß durch die Fläche einer einzelnen Windung heißt Windungsfluß.

Erläuterungen

siehe Elektrotechn. Zeitschr. **35**, 661, 1914, oder Verh. d. D. Physik. Ges. **16**, 509, 1914.

(Eingegangen 24. Mai 1914.)

[1]) Im Auszuge. Ausführliche Darstellung siehe Elektrotechn. Zeitschr. **35**, 661, 1914, oder Verh. d. D. Physik. Ges. **16**, 500, 1914.

BESPRECHUNGEN.

Clemens Schaefer, Einführung in die theoretische Physik. In zwei Bänden. Erster Band: Mechanik materieller Punkte, Mechanik starrer Körper und Mechanik der Continua (Elastizität und Hydrodynamik). gr. 8. XII u. 925 S. mit 249 Figuren im Text. Leipzig, Veit & Co. 1914. Preis geheftet M. 18.—, gebund. in Leinen M. 20.—, in Halbfranz M. 21.—

Wer vor einem nicht nur aus zukünftigen Helmholtzen bestehenden Auditorium Kolleg über theoretische Physik lesen soll, wird mit uns den Mangel eines modernen Lehrbuches der theoretischen Physik, das hohes Niveau mit verständlicher Darstellung vereinigt, schmerzlich empfunden haben. Zwar läßt sich klar Gedachtes immer klar und einfach ausdrücken, und vernünftige Gedankenreihen bedürfen nicht eines durch mystische Sprache erzeugten künstlichen Halbdunkels, um dem Autor Anerkennung zu sichern. Trotzdem wird in der deutschen Fachliteratur dieser goldenen Regel nicht immer gehuldigt, und wenige Autoren entsprechen der Schopenhauerschen Ansicht, daß „ein schöner und gedankenreicher Geist sich immer auf die natürlichste, unumwundenste, einfachste Weise ausdrücke". Um so größer ist das Vergnügen, wenn man auf Bücher wie das Schaefersche hinweisen darf. Wir wünschen ihm weiteste Verbreitung, nicht nur wegen seines Inhalts, sondern auch wegen seiner vorbildlichen und hoffentlich erziehlich wirkenden Darstellungsweise.

Der erste Band enthält die Mechanik materieller Punkte, Mechanik starrer Körper, und Mechanik der Continua; der zweite, hoffentlich bald zu erwartende soll die Wärmelehre, Elektrizität und Optik bringen.

Hervorzuheben ist die zweckmäßige Gliederung des Stoffes. In jeder Abteilung zuerst die Kinematik, dann die allgemeine Dynamik, zum Schluß die spezielle Dynamik. Der Nachteil dieser Anordnung, daß nämlich der Anfänger erst nach Bewältigung der allgemeinen Erörterungen zu den Beispielen kommt, wird bei der Benutzung des Buches neben der Vorlesung nicht ins Gewicht fallen. Von pädagogischer Bedeutung ist die konsequente Verwendung des d'Alembertschen Prinzips bei der Aufstellung jeder Bewegungsgleichung. Der physikalische Sinn der einzelnen Sätze wird vielfach in sehr glücklicher Weise, nach dem klassischen Vorbild der Helmholtzschen Vorlesungen erläutert und plastisch hingestellt. Der rechnerische Teil ist ausführlich und ohne die leider oft übliche Rücksicht auf den Raum behandelt, so daß man auch die schwierigeren Probleme ohne Stocken lesen und erfassen kann. An passenden Stellen entwickelt der Verfasser die Begriffe und Formeln der Vektoranalysis, und benutzt sie neben der Koordinatendarstellung, wenn ihre Verwendung besondere Vorteile bietet. Wichtige Gleichungen, wie z. B. die der Elastizität und Hydrodynamik, lernt der Anfänger so in beiderlei Gestalt kennen. Im ersten Buche, der Mechanik materieller Punkte, ist neben der schon erwähnten frühzeitigen Einführung und konsequenten Anwendung des d'Alembertschen Prinzips die ausführliche Darstellung des klassischen Relativitätsprinzips zu begrüßen, die in vortrefflicher Weise auf das im 2. Band zu erwartende moderne Relativitätsprinzip vorbereitet. Die im Zusammenhang damit stehenden Probleme, der Foucaultsche Pendelversuch, die Erdrotation, der Begriff des Fundamentalsystems, können kaum besser und klarer in dieser ihrer Bedeutung behandelt werden. Dasselbe gilt von der scharfen Begriffsbestimmung der Zentrifugalkraft und der Coriolisschen Kraft mit den entsprechenden Beschleunigungen. Die Verdeutlichung des d'Alembertschen Prinzips mittels der Atwoodschen Fallmaschine sei als Beispiel für die lichtvolle Darstellung erwähnt.

Im zweiten Buch, der Mechanik starrer Körper, ist besonders dankenswert die ausführliche Darstellung der Kreiseltheorie unter Benutzung der bekannten Klein-Sommerfeldschen Arbeit, und die Einführung des Tensorenbegriffs.

Das dritte Buch, die Mechanik der Continua, gibt nach der analytischen Darstellung des strain und stress und nach Ableitung der allgemeinen Gleichungen der Elastizität mit Hilfe des elastischen Potentials eine sehr eingehende mathematische Behandlung der Wellengleichung, wobei auch das retardierte Potential und das Vektorpotential Anwendung finden. Die Schwingungen der Saiten und Membranen werden mit Hilfe der Rayleighschen Methode, die ein Continuum durch ein System diskreter Massenpunkte approximiert, die Schwingungen der Stäbe und Platten mittels des Hamiltonschen Prinzips behandelt. Der Lernende wird für diese den speziellen Interessen des Verfassers entspringenden Einführungen in ein sehr interessantes Gebiet um so dankbarer sein, als sich dabei Gelegenheit bietet, die Benutzung der Integralgleichungen kennen zu lernen. Endlich sei auf die ausführliche Behandlung der unstetigen Potentialbewegung nach Helmholtz hingewiesen, die zum Problem des hydrodynamischen Widerstandes unter Berücksichtigung der neuesten Arbeiten von Kármán und Prandtl führt.

Wir sind überzeugt, daß der Leser das Buch mit denselben Gefühlen der Befriedigung aus der Hand legen wird, mit dem wir es sowohl den Fachgenossen als auch den Studierenden aufs angelegentlichste empfehlen. Es wird nach unserer Überzeugung für lange Zeit das Standardwerk für den Universitätsunterricht werden.

A. Pflüger.

A. L. Hughes, Photo-Electricity. gr. 8. 140 S. mit 40 Textfiguren. Cambridge, University Press. 1914. 6 s. net.

Das Buch gibt auf 140 Seiten eine gute und fast durchweg kritische Übersicht über die lichtelektrischen Erscheinungen im engeren Sinne, d. h. die Abspaltung von Elektronen bei der Absorption des Lichtes. An den Anfang werden die Gase gestellt, bei denen man die einfachsten Verhältnisse zu erwarten hat, weil alle abgespaltenen Elektronen ohne Absorptionsverluste der Beobachtung zugänglich werden, die Nahewirkung dichtgelagerter Moleküle fortfällt usf. Um so mehr ist zu bedauern, daß auch Hughes zugeben muß, daß man bisher nicht mehr als den Nachweis des Phänomens der Ionisation überhaupt erreicht hat, und daß alle weiteren Versuche über den Nutzeffekt, über die Abhängigkeit der Ausbeute von der Wellenlänge (insbesondere mit Hinsicht auf die Dispersionselektronen) über die Geschwindigkeit der Elektronen usw. bis heute an experimentellen Schwierigkeiten gescheitert sind. Für die Gase beschränkt sich die Elektronenemission auf das schwer zugängliche Spektralgebiet unter 200 $\mu\mu$. und die Dämpfe, wie die der Alkalimetalle, erfordern Temperaturen, bei denen die Isolation nicht durchzuführen ist. An zweiter Stelle kommt die hochinteressante

Frage nach der von Lenard entdeckten Eigengeschwindigkeit der Elektronen und ihre Abhängigkeit von der Wellenlänge, die man ja neuerdings als eine der besten Stützen der Quantentheorie ansprechen darf. Bei der Auswahl des Zahlenmaterials wäre hier vielleicht eine Berücksichtigung der von Fehlern des Kontaktpotentials freien Messungen angebracht gewesen. Das vierte Kapitel behandelt die Elektronenemission von Metallen in einer Kombination mit den Erscheinungen der Ionenleitung der Gase, insbesondere der Stoßionisation, sowie den ungeklärten Einfluß oberflächlicher Gasbeladungen der Metalle auf die Emission, die sogenannten Ermüdungserscheinungen u. a. Ein Kapitel über den verschiedenartigen Einfluß der Lichtfrequenz auf die Ausbeute an Elektronen im normalen und selektiven Photoeffekt beschließt die Ausführungen über die Metalle, nachdem einige Messungen an dünnen Metallschichten noch kurz erwähnt sind. Zum Schluß folgen dann die lichtelektrischen Erscheinungen an nicht metallisch leitenden Materialien, bei denen oft zu den schon an metallischen Oberflächen vorhandenen experimentellen Schwierigkeiten noch die eines sehr geringen Leitvermögens hinzu kommen. Ihre Untersuchung befindet sich erst im Anfangsstadium, obwohl die Beziehungen zur Phosphoreszenz (Lenard) und Fluoreszenz (Stark) hier interessante Aufschlüsse versprechen.

Die Darstellung ist knapp, fließend und frei von Einseitigkeiten. Nur sei kurz auf einen in der Literatur auch sonst verbreiteten Irrtum hingewiesen. Lenard und J. J. Thomson haben die Elektronenemission bei den lichtelektrischen Erscheinungen gleichzeitig entdeckt. Lenards Arbeit ist ebenso wie die Thomsons bereits 1899, und zwar in den Berichten der Wiener Akademie erschienen, die Arbeit Ann. d. Phys. **2**, 359, 1900 ist ein späterer Abdruck. R. Pohl.

James Walker, Einführung in die physikalische Chemie. Zweite vermehrte Auflage, nach der 7. Auflage des Originals übersetzt und herausgegeben von H. v. Steinwehr. 8. X u. 503 S. mit 62 Abbildungen. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn. 1914. Geheftet M. 9.—, gebunden M. 10.—

Die vorliegende Einführung in die physikalische Chemie, deren erste Auflage 1904 erschien, wendet sich in erster Linie an die Studierenden der Chemie, in zweiter Linie aber auch an alle diejenigen, die aus anderen naturwissenschaftlichen Fächern der physikalischen Chemie Interesse entgegenbringen. Durch die ausgezeichnet klare und anregende Darstellungsweise sowie durch das geringe Ausmaß an Mathematik ist das Buch in vorzüglicher Weise zur Vermittlung der Grundlehren der physikalischen Chemie geeignet. Es dürfte sich in der physikalisch-chemischen Literatur kaum noch ein Werk finden, das in so angenehmer Weise zu den größeren Lehrbüchern der physikalischen Chemie hinüberführt. Die zweite Auflage weist gegenüber der ersten die folgenden neuen Kapitel auf:

Legierungen und Hydrate, Neutralität und Salzhydrolyse, Elektromotorische Kräfte, Polarisation und Elektrolyse, Radioaktive Umwandlungen, Kolloidale Lösungen und Dimensionen der Atome und Moleküle.

Es ist nicht zu bezweifeln, daß auch diese neue, gut übersetzte Auflage des bereits sehr beliebten Buches zur Verbreitung und nützlichen Anwendung physikalisch-chemischer Kenntnisse in weiten Kreisen wesentlich beitragen wird. Karl Jellinek.

A. Werner, Über die Konstitution und Konfiguration von Verbindungen höherer Ordnung. Vortrag, gehalten in Stockholm am 11. Dezember 1913, im Anschluß an die Entgegennahme des Nobelpreises. gr. 8. 21 S. mit 6 Figuren. Berlin, Julius Springer. 1914. M. 1.20.

Es ist sehr genußreich, das Hauptwerk dieses Forschers in seiner eignen schlichten Darstellung mit ihrer zwingenden Logik an sich vorüberziehen zu sehen. W. Biltz.

E. Kotte, Lehrbuch der Chemie und Mineralogie mit Einschluß der Elemente der Gesteinskunde und der Geologie. 2. Aufl., 1. Teil. Dresden, Bleyl & Kaemmerer. 1913. — (Nachtrag.)

In dieser Zeitschrift **14**, 1071, 1913 habe ich obiges Buch besprochen und als nützlich bezeichnet. Inzwischen hat sich aber herausgestellt, daß es mit zu weitgehender Benutzung der Lehrbücher von Ohmann und von Ruska verfaßt worden ist. Infolge einer bei der Staatsanwaltschaft in Dresden eingereichten Strafanzeige mußte sich E. Kotte zur Makulierung seines Buches verpflichten. Johnsen.

F. Weisbach, Bauakustik, Schutz gegen Schall und Erschütterungen. 8. VI u. 95 S. mit 31 Textfiguren. Berlin, Julius Springer. 1913. M. 3.60.

Verf. hat als Ausschußmitglied der wissenschaftlichen Abteilung der Internationalen Baufachausstellung, Leipzig 1913, das zur Klärung der Schallschutzfrage dienende Material bearbeitet. Die Resultate dieser Arbeit sind in dem vorliegenden Buche niedergelegt. Der Untertitel weist schon darauf hin, daß in erster Linie nicht die sogenannte Raumakustik behandelt werden soll; es sollen vielmehr die Schutzmöglichkeiten gegen Schall und Erschütterungen angegeben werden, und dazu ist zunächst notwendig, alles das, worauf die Störungen durch Schall und Erschütterungen beruhen, systematisch zu ordnen. Gelegentlich werden auch Fragen aus dem Gebiete der Raumakustik gestreift; ausführliche Berücksichtigung soll dieselbe aber erst in einem zweiten Bande finden.

Nach einigen mehr einleitenden Paragraphen über elastische Schwingungen, Schallmessung usw. wendet sich Verf. seiner eigentlichen Aufgabe zu. Hierbei werden natürlich in erster Linie Schalleitung, Schalldurchgang durch verschiedenes Material, Durchlässigkeit, Absorption und Reflexion, Nachhall usw. besprochen. Besonders wichtig sind die vergleichenden Betrachtungen über Luftschall und Bodenschall.

Zahlreiche Tabellen und Kurven erleichtern die Übersicht. Ein ausführliches Verzeichnis der bisherigen Literatur ist beigefügt. Das Büchlein kann nicht nur dem Bauakustiker zur schnellen und gründlichen Orientierung bestens empfohlen werden, sondern auch dem Physiker, der sich für diese Fragen interessiert.

Breslau. E. Waetzmann.

C. Christiansen u. I. C. Müller, Elemente der theoretischen Physik. Dritte verbesserte Auflage. gr. 8. X u. 690 S. mit 164 Figuren. Leipzig, J. A. Barth. 1910. M. 13.50, gebunden M. 15.—



Daß von dem bekannten Werke von Christiansen-Müller schon die dritte Auflage vorliegt, beweist besser als alles andere, daß das Werk einem Bedürfnisse entgegenkommt. In der neuen Auflage ist besonders die Elektrizitätslehre und die Optik einer gründlichen Umarbeitung unterzogen worden — mit dem besten Gelingen. Es ist wirklich erstaunlich, wieviel Stoff hier auf verhältnismäßig engem Raume verarbeitet ist. Allerdings ist dies nur möglich durch eine etwas knappe Ausdrucksweise, die mir an einigen Stellen zu knapp erscheint, so sehr Kürze sonst ein Vorzug sein mag. Besonders empfunden habe ich diese allzu große Kürze in der Mechanik und Elastizitätslehre, welche mir überhaupt die am wenigsten gelungenen Abschnitte des Buches zu sein scheinen. Ich vermisse besonders in der Mechanik eine straffe Disposition des Stoffes, so daß die Auswahl und Anordnung leicht auf den Lernenden den Eindruck des Zufälligen machen könnte. Auch Fehler haben sich dort eingeschlichen, z. B. gleich auf den ersten Seiten ein besonders bedenklicher, indem behauptet wird, die Beschleunigung sei der zweite Differentialquotient des Weges nach der Zeit, während das nur für die Bahnbeschleunigung gilt. Da in dem Buche zahlreiche vektoranalytische Betrachtungen gegeben sind, ist diese Ignorierung des Vektorcharakters der Geschwindigkeit eigentlich verwunderlich.

Nach dem Auseinandergesetzten sehe ich den wertvollsten Teil des Buches in der Elektrizitätslehre und der Optik, die ich uneingeschränkt empfehlen kann.

C. Schaefer.

Tagesereignisse.

Der III. Internationale Kongreß für Radioaktivität und Elektronik wird in der Zeit vom **27. Juni—2. Juli 1915 in Wien** stattfinden. Zum Präsidenten wurde Professor Sir Ernest Rutherford-Manchester, zum Generalsekretär Professor Stefan Meyer-Wien gewählt. Die Agenden der I. Abteilung wird neben dem Generalsekretär Dozent Dr. V. Hess-Wien besorgen. Zum Sekretär der II. Abteilung wurde Dozent Dr. E. v. Knaffl-Lenz-Wien ernannt.

Als Grundzüge des Programmes wurden aufgestellt:

I. Physikalisch-chemische Abteilung:
1. Radioaktive Substanzen und ihre Strahlungen.
2. Verwandte Strahlen: Röntgen-, Kathoden- und positive Strahlen.
3. Atomstruktur und Konstitution der Materie.
4. Allgemeine Elektronentheorie, soweit sie in unmittelbarer Beziehung zur Radioaktivität steht.

II. Biologisch-medizinische Abteilung:
1. Allgemeine biologische Wirkungen der Radium- und Röntgenstrahlen auf tierische und pflanzliche Zellen und auf den Menschen.
2. Praktische Anwendungen derselben in der Medizin.

In einer gemeinsamen Sitzung beider Abteilungen sollen unter anderen die Fragen der Sekundärstrahlen, der Filtration, der Radio- und Röntgensensibilisation und der Schädigungen besprochen werden.

Es ist beabsichtigt, eine Reihe von Referaten über die genannten Gebiete zu bringen und auch in Originalmitteilungen über neue Ergebnisse der Forschung zu berichten.

Die Vorträge, Diskussionen und die Publikationen in den Kongreßberichten können in deutscher, englischer und französischer Sprache erfolgen.

Im Anschluß an die Tagung ist auch eine Exkursion nach St. Joachimsthal in Böhmen geplant.

Anmeldungen und Anfragen, welche die erste Abteilung betreffen, sind zu richten an das Generalsekretariat des III. Internationalen Kongresses für Radioaktivität und Elektronik, Wien, IX. Boltzmanngasse 3 (Institut für Radiumforschung), diejenigen für die zweite Abteilung an den Sekretär Dr. E. v. Knaffl-Lenz, Wien, VIII. Pfeilgasse 21.

Ein ausführliches Programm wird später bekanntgegeben werden.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Danzig Dr. Karl Försterling für theoretische Physik, an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Richard Schachenmeier für Physik.

Ernannt: Der Privatdozent für Physik an der Universität Neapel Dr. Paoli Rossi zum ord. Professor der Experimentalphysik an der Universität Santiago de Chile, Dr. T. Thorvaldson (bisher Fellow for Research in Chemistry an der Harvard University in Cambridge) zum Assistant Professor für physikalische Chemie an der Universität Saskalchewan (Kanada), der Professor der Chemie an der Johns Hopkins University in Baltimore Dr. Salomon F. Acree zum Chef der chemischen Abteilung des Laboratoriums für Forsterzeugnisse in Madison, Dr. Niels Bjerrum von der Universität Kopenhagen zum Professor der Chemie an der Landwirtschaftlichen Hochschule daselbst, Fräulein Dr. Jessie Y. Caun zum Instructor for Chemistry an der Staatsuniversität von Illinois in Champaign, Professor Herbert Jackson vom Kings College zum Leiter der chemischen Abteilung dieses College mit dem Titel eines Daniell Professor of Chemistry an der Universität von London, der Professor der Chemie und Physik an der School of Pharmacy der Pharmaceutical Society of Great Britain Dr. Arthur W. Crossley zum Professor für anorganische Chemie an der Faculty of Science (Medical) des Kings College.

Verliehen: Dem Direktor der Badischen Anilin- und Sodafabrik in Ludwigshafen Professor Dr. August Bernthsen in Heidelberg der Titel Geh. Hofrat, dem ord. Professor der Astronomie und Geophysik an der Universität Heidelberg Dr. Max Wolf der Titel Geheimer Rat.

Gestorben: Dr. Thomas Newbigging, der Verfasser des Handbook for Gas Engineers and Managers, in Woodgarth (Knutsford).

Angebote.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 16. | 15. August 1914. | 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 17 am 22. August 1914.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über den Zusammenhang zwischen Absorption und Wellenlänge bei Röntgenstrahlen.

Von Manne Siegbahn.

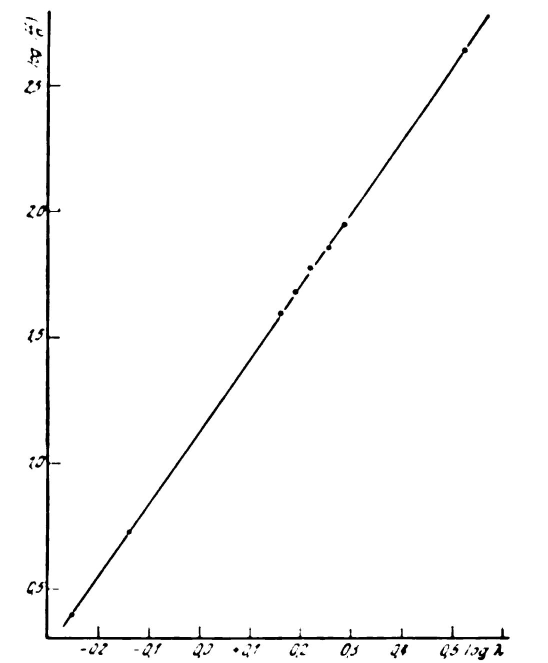
Zur Charakterisierung von Röntgenstrahlen hat schon lange ihre Absorption, z. B. in Aluminium, gedient. Da wir aber jetzt imstande sind, die Wellenlängen zu bestimmen, erhebt sich die Frage, wie das ältere Maß, die Absorption in *Al*, mit dem neuen, der Wellenlänge, verknüpft ist. Man findet leicht, daß eine sehr einfache Beziehung zwischen diesen Größen gilt, wenigstens innerhalb der Genauigkeitsgrenzen, die bei den Absorptionsmessungen erreichbar waren.

Nach den Messungen von Moseley und Darwin[1]) und von Moseley[2]) ist eine große Reihe von Wellenlängen der charakteristischen Strahlung verschiedener Elemente bekannt. Die Absorption $\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)$ der betreffenden homogenen Strahlung ist ebenfalls in einer Anzahl von Fällen bestimmt. Eine Zusammenstellung dieser Zahlen findet sich in Tabelle I. Zeichnet man (Fig. 1) die Logarithmen der Absorptionswerte als Funktion der zugehörigen Wellenlänge in ein Koordinatensystem ein, so ergibt sich, daß die Punkte auf einer Geraden liegen. Der Wellenlängenbereich ist hierbei $3{,}368 \cdot 10^{-8}$ bis $0{,}560 \cdot 10^{-8}$, also mehr als zwei Oktaven, während die Absorption von 435 bis 2,5 variiert.

Es ist aber zu bemerken, daß diese charakteristische *K*-Strahlung nicht einfach monochromatisch, sondern aus zwei etwas verschie-

Tabelle I.

	$\lambda \cdot 10^8$	$\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)_{Al}$
Ca	3,368	435
Fe	1,946	88,5
Co	1,798	71,0
Ni	1,662	59,1
Cu	1,549	47,7
Zn	1,445	39,4
Mo	0,721	4,7
Ag	0,560	2,5



Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Absorption in Aluminium.

Fig. 1.

1) Moseley and Darwin, Phil. Mag. 1913.
2) Moseley, Phil. Mag. 1914.

denen Wellenlängen zusammengesetzt ist. Eigentlich würde man daher mit einem Mittelwert rechnen, welcher der stärkeren Komponente (jener der größeren Wellenlänge) näher liegt. Die nachfolgenden Rechnungen sind aber einfach mit der größeren Wellenlänge ausgeführt worden, da eine Schätzung der relativen Intensitäten schwierig ist.

Die Beziehung zwischen Absorption und Wellenlänge wird daher:

$$\log\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)_{Al} = B + x \log \lambda, \qquad (1)$$

wo B und x Konstanten sind. Diese Gleichung gilt selbstverständlich nur außerhalb des selektiven Absorptionsgebiets. Die Gleichung (1) wollen wir so schreiben

$$\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)_{Al} = A \cdot \lambda^x, \qquad (2)$$

wo $B = \log A$. Die Berechnung von x gibt einen Wert, der sehr nahe an 3 liegt. Bei Annahme der größeren Wellenlängen, wie in Tabelle I, erhält man

$$x = 2{,}87.$$

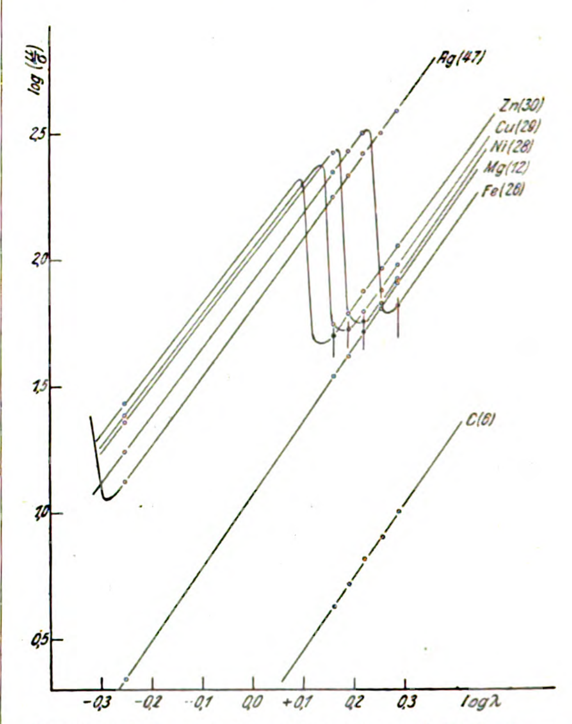
(Die kürzeren Wellenlängen geben $x = 2{,}78$; der richtige Wert würde zwischen diesen Grenzen liegen, und zwar näher an 2,87.)

Die entsprechenden Werte von A sind 13 und 19.

Eine analoge Untersuchung der Absorption in verschiedenen anderen Metallen zeigt (siehe Fig. 2), daß die Beziehung (2) mit großer Genauigkeit auch bei Wellenlängen gilt, die länger als jene der homogenen Strahlung sind. Die Absorptionswerte sind, nach Barkla (Phil. Mag. 1909) in Tabelle II zusammengestellt. Die Logarithmen sind in Fig. 2 eingetragen. Man sieht, daß der Logarithmus der Absorption geradlinig verläuft. Beim Durchgang durch das selektive Absorptionsgebiet erleidet die Kurve eine Parallelverschiebung. Die numerischen Werte der Konstanten A und x in Formel (2) sind:

	A	x		A	x
C (6)	1,5	2,91	Cu (29)	17	2,55
Mg (12)	12	2,82	Zn (30)	19	2,71
Al (13)	13	2,87	Ag (47)	64	2,71
Fe (26)	81	2,67	Sn (50)	81	2,71

Die Werte der ersten Reihe, von C bis Fe, gelten für Wellenlängen, die kürzer sind als jene des selektiven Gebiets; die der anderen Reihe, von Cu bis Sn, für größere Wellenlängen. Die x-Werte scheinen innerhalb der Versuchs-



Zusammenhang zwischen Absorption und Wellenlänge.

Fig. 2.

fehler denselben Wert zu haben; die A-Werte nehmen mit zunehmendem Atomgewicht zu. Zur näheren Beurteilung dieser Fragen sind aber neue Messungen mit wirklich monochromatischen Strahlungen nötig; eine derartige Untersuchung habe ich schon begonnen.

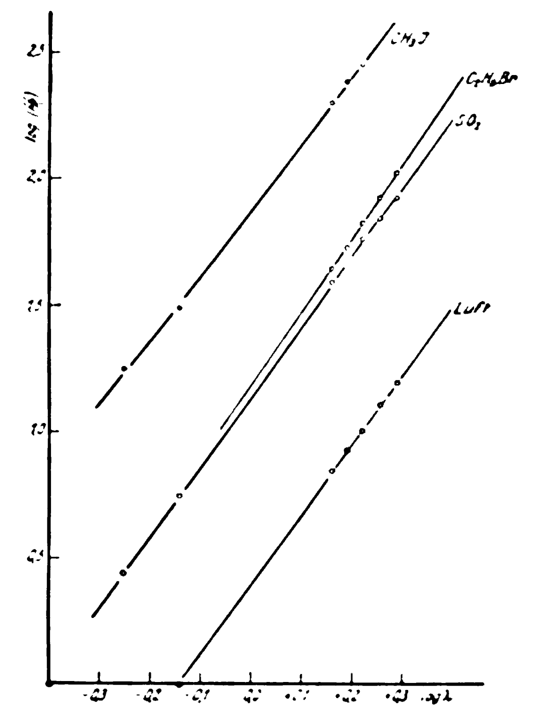
Ganz dieselben Gesetzmäßigkeiten wie bei Metallen findet man auch bei Gasen. Die Werte der betreffenden Absorptionskoeffizienten sind nach Owen (Proc. Roy. Soc. 1912) in Tabelle III

Tabelle II.

	$\log \lambda$	$\log\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) : C$	Mg	Fe	Ni	Ca	Zn	Ag	Sn
Fe	0,289	1,004	1,903	[1,820]	1,923	1,978	2,051	2,581	2,674
Co	0,256	0,901	1,803	[1,827]	1,827	1,877	1,961	2,497	2,593
Ni	0,221	0,818	1,714	2,497	1,751	1,791	1,872	2,418	2,516
Cu	0,190	0,718	1,617	2,428	1,797	1,724	1,785	2,330	2,435
Zn	0,160	0,629	1,540	2,344	2,423	[1,744]	1,700	2,243	2,352
Ag	—0,252	—	0,342	1,241	1,356	[1,386]	[1,433]	1,124	1,218

Tabelle III.

	$\log \lambda$	$\log \frac{\mu}{\sigma}$: Luft	SO_2	C_2H_5Br	CH_3J
Fe	0,289	1,103	1,921	2,021	—
Co	0,250	1,104	1,841	1,920	—
Ni	0,221	1,021	1,760	1,822	2,4502
Cu	0,100	0,920	1,605	1,725	2,382
Zn	0,100	0,843	1,500	1,643	2,207
Mo	—0,142	—0,000	0,745	—	1,490
Ag	—0,252	[—0,220]	0,435	—	—



Zusammenhang zwischen Absorption und Wellenlänge bei Gasen.

Fig. 3.

zusammengestellt und in Fig. 3 logarithmisch aufgetragen. Die Werte von A und x sind:

Luft	2,5	$\lambda^{2,80}$
SO_2	14	$\lambda^{2,76}$
C_2H_5Br . . .	15	$\lambda^{2,91}$
CH_3J	74	$\lambda^{2,98}$

Der Exponent scheint für Gase derselbe zu sein wie für Metalle; für Luft mit einer Dichte von 0,00129 derselbe wie für Silber mit einer solchen von 10,5.

Beziehung zu bekannten Gesetzmäßigkeiten.

Barkla und Sadler haben gezeigt, daß das Verhältnis der Absorptionskoeffizienten für eine gewisse homogene Strahlung in zwei verschiedenen Elementen eine Konstante, d. h. unabhängig von der Wellenlänge, ist. Nach obigem gilt

$$\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)_1 = A_1 \lambda^x$$

und für ein anderes Element

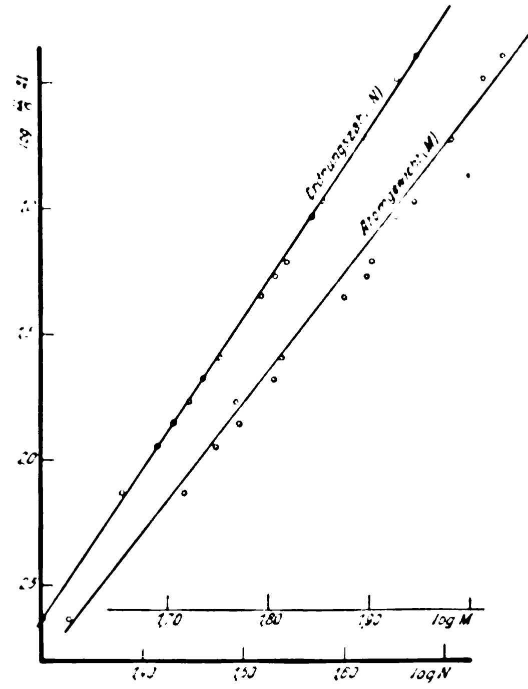
$$\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)_2 = A_2 \lambda^x.$$

Unabhängig von der Wellenlänge wird daher stets

$$\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)_1 \Big/ \left(\frac{\mu}{\sigma}\right)_2 = \frac{A_1}{A_2} = \text{const.}$$

Die Voraussetzung ist nur, daß der Exponent von dem absorbierenden Element unabhängig sein soll.

Ein anderes Gesetz ist von Owen aufgestellt worden und besagt, daß die Absorbierbarkeit der charakteristischen Strahlungen in einem Gase umgekehrt proportional der fünften Potenz des Atomgewichts des strahlenden Elements ist. Kauffmann (diese Zeitschr. **14**, 386, 1913) hat bemerkt, daß dieses Gesetz auch für Metalle (Al) als absorbierende Substanz gilt. Dieser Satz muß aber ein wenig modifiziert werden. Durch Moseley und Darwin (Phil. Mag. 1912) wissen wir, daß die Ordnungszahl des Elementes[1]), und



Die Absorbierkeit der charakteristischen Strahlungen als Funktion von Ordnungszahl und Atomgewicht.

Fig. 4.

1) Die Elemente sind dabei wie im Mendelejeffschen Systeme geordnet. Siehe J. R. Rydberg, Zeitschr. f. anorg. Chem. 1897 und Lunds Univers. Årdskrift N. F. Afd. 2, Bd. 9, Nr. 18, 1913.

nicht ihr Atomgewicht, für die charakteristische Strahlung von Bedeutung ist. Eine Vergleichung der zwei Kurven (Fig. 4) mit Ordnungszahl und Atomgewicht zeigt uns sofort, daß die Relation nur für die Absorption als Funktion der Ordnungszahl besteht. Eine Folge dieser Vertauschung der Variabeln ist, daß die fünfte Potenz etwa gegen die sechste vertauscht werden muß.

Wir wollen zeigen, daß dieser Satz auch eine Folge unserer Gesetzmäßigkeit ist. Nach Moseley (Phil. Mag. 1913, 1914) gilt für entsprechende Hochfrequenzlinien (der *K*-Serie) in verschiedenen Elementen mit großer Genauigkeit

$$\lambda = \text{const.} \frac{1}{(N-1)^2}.$$

Setzen wir diesen Wert für λ in Gl. (2) ein, so ergibt sich

$$\frac{\mu}{\sigma} = \text{const} \cdot \frac{1}{(N-1)^{2x}}.$$

Bei Vernachlässigung von 1 gegen N erhalten wir die modifizierte Owensche Formel; $2x$ ist nach dem früheren für alle Elemente sehr nahe gleich 6.

Zusammenfassung.

1. Es wurde eine einfache Beziehung zwischen Absorption in *Al* und Wellenlänge für Röntgenstrahlen angegeben, nämlich:

$$\frac{\mu}{\sigma} = A\lambda^x,$$

wo A und x Konstanten sind.

2. Dieselbe Formel scheint auch für andere Metalle und Gase außerhalb des Gebietes der selektiven Absorption zu gelten, und zwar mit demselben Wert von x (nahezu 3).

3. Aus der obigen Formel lassen sich die früher bekannten Relationen von Barkla und Sadler und von Owen herleiten.

Lund (Schweden), Physikalisches Institut, 10. Juli 1914.

(Eingegangen 11. Juli 1911.)

Zur Prestonschen Regel. Die *D*-Linien im magnetischen Felde[1]).

Von Sergius Popow.

Das von Th. Preston[2]) aufgestellte Gesetz über die magnetischen Aufspaltungen homologer (Serien-)Gebilde der Linienspektra wird bei genügend engen Gruppen scheinbar nicht erfüllt, da dem durch Zeeman entdeckten Phänomen sich ein anderes überlagert, das als eine im wachsenden Felde stabile und allmähliche Umwandlung des ganzen Gebildes in eine einzige Linie beschrieben sein könnte. Das Kennzeichen dieser Umwandlung ist das von Paschen und Back hervorgehobene[3]) magnetische Triplett von Lorentz.

In bezug auf den Endeffekt ist das Phänomen universell; die Art der allmählichen Verzerrung der ursprünglichen magnetischen Typen hängt dagegen von ihnen und also vom Liniengebilde ab. Dementsprechend läßt sich vermuten[4]), daß die Umwandlungsarten dieselbe Allgemeinheit besitzen, wie das System ursprünglicher magnetischer Typen, also für sie die Prestonsche Zusammenfassung gilt. Wenigstens für einfache Dubletts und Tripletts (bei entsprechenden zusammengesetzten Gebilden könnte es manchmal anders vorkommen; hier wird es nur ausdrücklich betont und für ein Beispiel auf eine nächstens in den Ann. d. Phys. erscheinende serientheoretische Arbeit des Verfassers verwiesen) ist ein solcher Schluß ziemlich nahegelegt; nichtsdestoweniger bedarf er einer experimentellen Nachprüfung.

Wendet man sich den Hauptserien zu, will aber dabei möglichst von Hypothesen über die Art des Zusammenhangs der Erscheinung mit den Größen des Magnetfeldes und der Schwingungsdifferenzen der Gebilde absehen, so bleibt nur übrig, Hauptseriengebilde von verschiedener Numerierung bei verschiedenen Atomgewichten der strahlenden Elemente zu vergleichen.

Für einfache Dubletts und schwache (nach Voigt) Felder bietet sich als Vergleichsobjekt das ultraviolette Dublett des Natrium bei 3303 Å.-E. (Paschens Symbole $1,5s-3p^0$; $1,5s-3p^1$; Wellenlängen für die Luft nach Kaysers Tabellen 3302,49; 3303,10; Schwingungszahlen für das Vakuum 30270,66 und 30266,07 mit der Differenz 4,59), das eingehend von Herrn

1) Unmittelbar vor der Absendung dieser Arbeit wurde mir von Herrn Professor F. Paschen die soeben von ihm zugegangene, bei Zeeman in Amsterdam gemachte Dissertation des Herrn H. R. Woltjer (vom 8. Juli 1914 datiert) gegeben. Darin ist derjenige Teil dieser Arbeit behandelt, wo ich meine Beobachtungen über die *D*-Linien diskutiere. Da aber einerseits die zur Erzeugung der Linien angewendeten Methoden bei Herrn Woltjer und mir verschiedene sind, andererseits von Herrn Woltjer nicht das gesamte, sondern nur das senkrecht schwingende Licht ausgemessen wurde, so lasse ich auch den die *D*-Linien betreffenden Teil ungeändert erscheinen, dessen wesentliche Punkte, wie es auch aus einer Bemerkung des Herrn W. Voigt hervorgeht (Ann. d. Phys. (4) **43**, Heft 8, 1914, Resultate), schon vor langer Zeit vorlagen.

5. Juli 1914.

2) Z. B. Phil. Mag. (5) **47**, 1899 oder Royal Inst. of Gr. Britain, May **12**, 1899; vgl. auch Kayser, Handb. d. Spektrosk., Bd. II, § 489, S. 619.

3) F. Paschen und E. Back, Ann. d. Phys. (4) **39**, 1912; **40**, 1913.

4) W. Voigt, Ann. d. Phys. (4) **40**, 380, 1913.

E. Back studiert wurde[1]). Seine Resultate sind von W. Voigt im Heft I des 42. Bandes der Ann. d. Phys.[2]) verwertet.

Sucht man entsprechend dem Gesagten nach einem starken, im Felde zu erhaltenden Dublett mit nahezu gleichem Abstand, so ist man auf die Grunddubletts der ersten Reihe des periodischen Systems beschrankt, also auf die Elemente Bor und Beryllium[3]).

Das Grunddublett von Bor eignet sich mehr zu einem Vergleich mit den D-Linien; dagegen konnte das Grunddublett des Berylliums bei 3131 Å.-E. als Analogon zu dem Natriumpaar 3303 gelten.

Dieses Dublett wurde im Magnetfelde studiert. Doch da J. R. Rydberg in Beryllium Tripletts vermutete (so z. B. deutete er infolge serientheoretischer Schlusse 3131 als Grundtriplett der zweiten N.-S.: Recherches sur la const. des spectres d'emiss. des élém. chim., S. 101), wurde es wie die anderen Spektralgebilde des Berylliums auch feldlosen Aufnahmen im Vakuum unterzogen, um die Struktur und die vorkommenden Abstande zu gewinnen, was aus den bisher gemachten Messungen unmoglich war[4]).

Ihnen entsprechend ist der Abstand $\Delta\nu$ 6,57 der Komponenten des Dubletts ca. 1 1/2 mal großer als die angegebene Breite des zweiten H.-S.-Paares von Natrium.

1) Vgl. dazu auch R. Fortrat, Phénomène de Zeeman dans les champs très intenses (Archives des sciences Phys. et Nat. (4) 35, 1913).

2) W. Voigt, Die anormalen Zeemaneffekte der Spektrallinien vom D-Typus, S. 212—213.

3) Fur die Serieneinreihung ihrer Linien sei auf die Verhandl. der Schweiz. Naturforsch. Ges., 26. Jahresversammlung in Frauenfeld, Sept. 1913, hingewiesen, wo eine dies besprechende Mitteilung des Verfassers publiziert ist; auf ihre franzosische Übersetzung durch die Archives des sciences Phys. et Nat. kann nicht verwiesen werden wegen irrtumlicher Wiedergabe des Originaltextes des Verfassers.

4) Da die vorliegenden Messungen des Spektrums dieses Elementes fur die Bestimmung der notigen Schwingungsdifferenzen im allgemeinen keine genugende Genauigkeit besitzen, so habe ich auch die absoluten Wellenlangen des hier besprochenen Dubletts im Rowlandschen System neu berechnet.

Dazu wurden die Wellenlängen seiner Komponenten aus funfter Ordnung der Vakuumbogenaufnahmen unter Benutzung der Eisennormalen 3886,434, 3805,803, 3020,410, 3023,054, 3028,075 (Rowland, Table of Solar Spectrum Wave-Lengths) bestimmt. Die Wellenlangen der Normalen wurden, wo vorhanden, mit ihren Werten im Bogen (Rowland und besonders Kayser) ausgeglichen, so daß die Bruchteile der Å.-E. bei ihnen entsprechend die Werte erhielten 0,427, 0,802, 0,852, 0,407 (0,054), 0,06). Mit diesen Werten der Normalen ergab sich fur die Komponente D_1 des Dublets die Wellenlange 3131,105, fur D_2 entsprechend 3130,550, also in Schwingungszahlen 31034,29 und 31027,72, was, wie auch fruher hervorgehoben war (zitiertes Referat des Verfassers), Rowland und Tatnalls Angaben der Bruchteile der Å.-E. 0,104, 0,548 fur dieses Paar bestatigt.

Bei der Ausmessung der Storung war eine Aufnahme verwertet. Als Feldnormalen wurde das Linienpaar H und K des Kalziums gewahlt und in zweiter, dritter und vierter Ordnung ausgemessen; seine Aufspaltungen wiesen auf eine Feldstarke von 38,88 ± 0,5 Proz. Kgs.

Beim Messen des gestorten Gebildes wurden die zweite, dritte, vierte, funfte Ordnung berucksichtigt und jedesmal aus samtlichen Ordnungen ein entsprechender Mittelwert gebildet.

Die Ausmessung der Komponenten des Paares wurde zuerst relativ durchgefuhrt, wobei vom Schwerpunkte (im geometrischen Sinne) der senkrechten Komponenten von D_1, dem willkurlich die feldlose Wellenlange zugeschrieben war, gemessen wurde.

Die Angaben der gemachten sechs Bestimmungen waren in zwei Gruppen geteilt; die entsprechenden Durchschnittszahlen fur jede Gruppe sowie das endgultige Resultat der relativen Ausmessung sind, falls man die magnetischen Komponenten des Dubletts von rot an mit den Buchstaben *a, b, c, ..., j* bezeichnet und die Wellenlangen dem gewahlten willkürlichen Bezugspunkt unterordnet, folgende

	Erster Durchschnittswert	Zweiter Durchschnittswert	Endgültige Wellenlangen
a	3131,439	3131,437	3131,438
b	3131,304	3131,306	3131,305
c	3131,085	3131,084	$3131,084_5$
d	3130,951	3130,953	3130,952
e	3130,828	3130,830	3130,829
f	3130,720	3130,722	3130,721
g	3130,500	3130,503	$3130,501_5$
h	3130,405	3130,409	3130,407
i	3140,351	3130,355	3130,353
j	3130,222	3130,227	$3130,224_5$

Zur Bestimmung der absoluten Verschiebungen (die infolge der gegenseitigen Abstoßung der Konstituenten des Dubletts eintreten) wurde der Abstand der Schwerpunkte sämtlicher Paare von Komponenten des Gebildes außer des schwächeren, senkrecht schwingenden der D_2 von K des Kalziums bestimmt und auf den Schwerpunkt des senkrechten Lichtes von $Be\,D_1$ umgerechnet. So erhielt man:

direkt		30,777 mm
umgerechnet aus	$(b+c)/2$	30,770 „
„ „	$(g+h)/2$	30,773 „
„ „	$(i+j)/2$	30,771 „
	im Mittel	30,773 mm.

Der feldlose Abstand wurde durch drei Reihen von Bestimmungen ermittelt[1]). Sie gaben in

1) Aus Funken- und Bogenaufnahmen (betreffs der benutzten Bogenlampe siehe die Tubinger Dissertation von Lorenser, 1913); fur die letzten wurde die Messung auf

Erklärung der Bezeichnungen in den Fig. 1—3.

s = senkrecht schwingendes Licht; p = paralleles Licht; f = feldlose Lage der Linie; π = Schwerpunkt des parallel schwingenden Lichtes; σ = Schwerpunkt des senkrecht schwingendes Lichtes (σ_i der inneren Komponenten, σ_a der äußeren Komponenten).

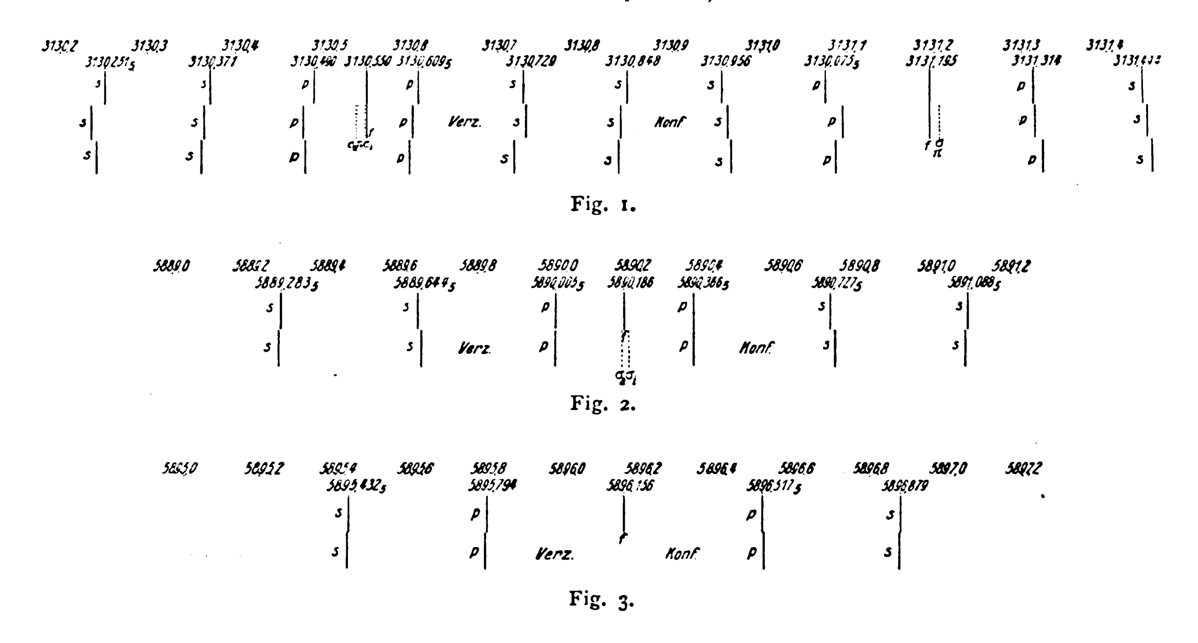


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Millimetern

30,793
30,794
30,795

also durchschnittsweise

30,794 mm,

so daß auf der Platte eine Verschiebung des senkrechten Lichtes von D_1 um 0,021 mm erhalten wurde. Das entspricht bei einer Dispersion 0,51508 Å.-E. pro Millimeter einer Verschiebung nach Rot um 0,011 Å.-E.

Somit ist die absolute Lagerung des ganzen Gebildes durch die Wellenlängen

a	3131,449
b	3131,316
c	3131,095$_5$
d	3130,963
e	3130,840
f	3130,732
g	3130,602$_5$
h	3030,478
i	3130,364
j	3130,235$_5$

bestimmt.

Das Bild der verzerrten Konfiguration der Komponenten ist in der Mitte der Fig. 1 wiedergegeben. Außerdem ist die Lagerung entsprechend der Prestonschen Regel hingezeichnet: oben in der richtigen Lage, unten auf die Schwerpunkte der parallelen Komponenten bezogen. Daraus ist zu schließen, daß das Gesamtbild der Verschiebung im schwachen Felde aus folgenden Einzelheiten besteht:

1. Die (geometrischen) Schwerpunkte des senkrechten und parallelen Lichtes von D_1 verschieben sich als ein gemeinschaftliches Ganzes, während bei D_2 der Schwerpunkt der inneren senkrechten Komponenten ungefähr die feldlose Lage besitzt.

2. Die Schwerpunkte des parallelen Lichtes von D_1 und D_2 stoßen sich ungefähr gleich stark ab.

3. Der Schwerpunkt der äußeren senkrechten Komponenten von D_2 wird ungefähr (etwas größer) als das entsprechende parallele Licht abgestoßen.

Da die Angaben α), β), γ) der zitierten Veröffentlichung von W. Voigt in 1.—3. einbegriffen sind und auch die Angabe δ) über die Intensitätsänderungen, wie weiter besprochen, sich erfüllt, so erscheint das Analogon zur Prestonschen Regel für schwache Felder bestätigt.

---

den Schwerpunkt der Geister der Linie K bezogen; anders zu messen war es unmöglich, weil Ca K zu stark erschien: im Vakuumbogen brannte hauptsächlich entwässertes Kalziumnitrat, dem eine kleine Menge Berylliumnitrat beigemischt war; die Linien des Berylliums erschienen dabei scharf, und auch die Banden, die sie sonst in einigen Ordnungen deckten, wurden beinahe vollständig beseitigt, so daß die Struktureigenschaften der Gebilde von Be auf den Platten meist ganz klar zu sehen waren. Überhaupt hat sich für die Untersuchung im Vakuum die Anwendung des Kalziumlichtbogens gut bewährt.

Es ist interessant, festzustellen, daß das Grundglied der Dubletts im Natrium, die berühmten eigentlichen D-Linien, die gesamten Eigenschaften einer „Störung im schwachen Felde“ besitzen. Seitdem man gefunden hat, daß 3303 des Natriums in der Lagerung verzerrt ist[1]), war es zu erwarten, daß bei dem Grundglied dieselben Eigenschaften nicht nur da sind, sondern daß ihre Größen eine Nachprüfung gestatten, denn das, was in den absoluten Verschiebungen durch den weiteren Abstand der Linien herabgesetzt ist, ist durch den Maßstab der Aufspaltung beinahe auf dasselbe gebracht[2]).

Einer Beobachtung dieses Effekts widersetzen sich die Unschärfe und die leichte Umkehrbarkeit des D-Paares bei gewöhnlichen Natriumaufnahmen; somit war dafür zu sorgen, die Komponenten der aufgespaltenen Linien möglichst scharf und schmal zu bekommen. Der folgende Weg war dazu eingeschlagen. Das D-Paar war als Restlinie aufgenommen, hauptsächlich als Verunreinigung der Siemens-A-Kohlen, mit denen im Funken gearbeitet wurde, möglichst aber auch der verwendeten Nitrate anderer Elemente, deren Spektra photographiert wurden. Natürlich war dabei die Intensität der Linien stark herabgesetzt und eine lange Exposition (bis $4^1/_2$ Stunden, die Pausen zur Einstellung der Elektroden nicht mitgezählt) nötig geworden; doch das letzte machte keine Schwierigkeiten, da das Dublett immer nebenbei photographiert wurde, hauptsächlich während der Ca-Aufnahmen. Die erzielte Schärfe war eine vollständig genügende, doch mußte man sich nur auf die erste Ordnung beschränken (die zweite Ordnung des hiesigen großen Konkavgitters ist lichtschwach, eine dritte für Aufnahmen von Restlinien im Gelb natürlich nicht benutzbar). Die Ausmessung wurde wie folgt durchgeführt.

Für die feldlosen Wellenlängen wurden **Rowlands** Werte (5896,156 und 5890,186 A.-E.) genommen. Für die Bestimmung des Abstandes der Komponenten auf der Platte wurden drei Reihen von Messungen unternommen; sie gaben

2,462 mm
2,461 „
2,462 „

2,462 mm

im Durchschnitt, so daß daraus die Dispersion für die angegebene Gegend sich als 2,425 A.-E. pro Millimeter berechnete; sie stimmte mit der aus der Dispersionskurve des Gitters erhaltenen 2,422 gut überein.

Wegen der gegenseitigen, verhältnismäßig großen Entfernung der D-Linien (die Anordnung des großen Konkavgitters für den Zeemaneffekt ist in Tübingen nach **Runge** und **Paschen** durchgeführt, was eine große, aber rasch wechselnde Dispersion herbeiführt) wurde die Lagerung der Komponenten separat für jede der Linien bestimmt, indem man willkürlich die Schwerpunkte der Paare paralleler Komponenten jeder der Linien mit der feldlosen Lage identifizierte. Es wurden fünf Gruppen von Messungen vorgenommen, die unter der gemachten Annahme folgende Wellenlängen sämtlicher magnetischer Komponenten (a, b, ..., j) zeigten:

	Mittelwerte aus der ersten Gruppe	zweiten Gruppe	dritten Gruppe	vierten Gruppe	fünften Gruppe	Durchschnittswerte
			Komponente D_1			
a	5896,877	5896,880	5896,878	5896,877	5896,879	5896,878
b	5896,521	5896,522	5896,522	5896,522	5896,520	5896,521
c	5895,701	5895,700	5895,700	5895,700	5895,702	5895,701
d	5895,430	5895,433	5895,433	5895,429	5895,431	5895,431
			Komponente D_2			
e	5891,081	5891,080	5891,085	5891,081	5891,078	5891,081
f	5890,737	5890,738	5890,738	5890,740	5890,736	5890,738
g	5890,309	5890,308	5890,305	5890,307	5890,306	5890,307
h	5890,000	5890,004	5890,007	5890,005	5890,006	5890,005
i	5889,652	5889,650	5889,648	5889,656	5889,655	5889,652
j	5889,274	5889,277	5889,280	5889,278	5889,283	5889,278

Bei der Ausrechnung der Lage der Komponenten wurde für die Dispersion 2,423 A.-E. pro Millimeter genommen.

Diese Messungen wurden auch zur Ermittlung des Abstandes des parallelen Lichtes von D_2 vom gesamten Licht der D_1 verwendet; sie wurden in drei Gruppen geteilt, denen verschiedene Gewichte beigelegt waren; so ergaben sich $2,471_5$ mm als Abstand. Ihm entspricht eine gegenseitige Verschiebung im Felde von

1) E. Back, Ende 1912.

2) In der Tat habe ich mich bei visuellen Beobachtungen der D-Linien in Fällen, wenn sie scharf erschienen, vorerst davon überzeugt, daß sie nicht nur in der Intensität, sondern auch in der Lagerung verzerrt sind.

$0{,}009_5$ mm oder 0,023 Å.-E. nach der angewendeten Dispersion.

Die Gruppierung der Komponenten ist auf den Fig. 2 und 3 wiedergegeben, wobei oben die Lagerung entsprechend der Prestonschen Regel angegeben ist. Sie ist auf ein Feld 33,22 Kgs. ± 0,2 Proz. bezogen, das mit Hilfe der Linien:

Sr 4607,52 (zweite und dritte Ordnung),
Ca *H* und *K* (vierte Ordnung),
Sr 4077,90 (vierte Ordnung),
Ba 4554,22 (zweite und dritte Ordnung),
Cu 3274,08 (fünfte Ordnung),
Ca 6122,45 6102,95 (erste Ordnung),
Ca 4318,80 4302,69 4299,14 4283,16 (zweite Ordnung)

ermittelt ist, die entsprechend den Grundgebilden der einfachen Linien, Dubletts und Tripletts, und der ersten $3a/2$-Gruppe angehören.

Somit ist das Bild der Verzerrung des *Be*-Paares im großen und ganzen wiedergegeben. Ein Vergleich zwischen den beiden Grundpaaren zeigt folgendes:

A. Die Angaben 1.—3. sind bei Natrium exakt erfüllt; doch konnte man vielleicht aus der Lagerung der Komponenten schließen, daß die Ausmessung die Lage einiger senkrechten Komponenten von BeD_2 etwas verzeichnet hat.

B. Wie bekannt [Ann. d. Phys. (4) **40**, 478, 1913] hat A. Sommerfeld das für den Endeffekt nötige Feld proportional der Schwingungsdifferenz gesetzt. Im allgemeinen kann man in derselben Weise annehmen, daß ein gewisser Zustand der Störung (Intensitätsänderung oder Verschiebung) durch ein Feld hervorgerufen wird, das in der von ihm angegebenen Weise vom ursprünglichen Abstand bedingt ist. Da einerseits für verschiedene Gebilde einer Art die Störung bei gleichem Felde umgekehrt proportional dem Abstand zu setzen ist, andererseits der Verlauf der Störung für dasselbe Gebilde in einem nicht zu großen Bereich in erster Annäherung proportional dem Felde[1]) angenommen sein könnte, so gestattet dies, auf indirektem Wege den Abstand des parallelen Lichtes von BeD_2 von dem gesamten Licht der D_1 zu ermitteln. Man hat

$$(\delta\lambda)_{Be} = \frac{\left(\frac{\lambda^2}{v}\right)_{Be}}{\left(\frac{\lambda^2}{\delta\lambda\cdot v}\right)_{Na}} \cdot \frac{H'}{H}.$$

Berechnet man den ersten Bruch mit Hilfe der Daten:

Wellenlängen $\begin{cases} \lambda_{Be} = 3130{,}9, \\ \lambda_{Na} = 5893{,}2, \end{cases}$

Schwingungsdifferenzen $\begin{cases} v_{Be} = 6{,}57, \\ v_{Na} = 17{,}21, \end{cases}$

Abstand des parallelen Lichtes

$$(\delta\lambda)_{Na} = 0{,}023 \text{ Å.-E.},$$

so bekommt man

$$(\delta\lambda)_{Be} = 0{,}017 \text{ Å.-E.},$$

was in genügender Übereinstimmung mit dem aus den angegebenen Messungen erhaltenen Werte $(\delta\lambda)_{Be} = 0{,}021$ Å.-E. steht (würde man noch auf das verwertete Feld interpolieren, so kommt nach der Multiplikation durch $\frac{H'}{H} = 1{,}17$ für $(\delta\lambda)_{Be}$ der Wert 0,020 Å.-E. heraus, was mit der beobachteten Größe vollständig übereinstimmt; der Unterschied liegt aber ohnehin in den Grenzen der vorkommenden Fehler).

C. Einen reellen Unterschied könnte die Aufspaltung des parallelen Lichtes von D_1 bei *Na* und *Be* geben; während bei *Be* diese Aufspaltung geringer ist, als es dem Prestonschen Werte entsprechen würde, ist sie bei den *D*-Linien immer etwas größer (um 0,007 Å.-E.) als normal gefunden, was kaum Messungsfehler zugrunde hat. Die Erklärung davon würde sich ohne weiteres aus dem in B. Gesagten ergeben.

Schwieriger als die relativ zueinander gemessenen Verschiebungen der Komponenten ist bei den *D*-Linien ihre absolute Verschiebung zu verfolgen. Dies war geschehen, indem man für D_1 die Abstände der feldlosen Linie und des Schwerpunktes des gesamten Lichtes von den zweiten Ordnungen der Linien *Sr* 2932 und *Fe* 2967,02 bestimmte. Für das parallele Licht von D_2 wurden dazu noch die Linien *Ba* 5826,51 und 5853,92 herangezogen. Der letzten Verschiebung entsprechen 4 Reihen von Bestimmungen

gemessen nach	*Sr*	2932	0,003 mm
„ „	*Fe*	2967,02	0,009 „
„ „	„	2967,02	0,009 „
„ „	*Ba*	5826,51 5853,92	0,007 „
durchschnittlich (in Å.-E. 0,017).			0,007 mm

Der Verschiebung des gesamten Lichtes von D_1 entsprachen drei Gruppen von Messungen, welche im Mittel 0,004 mm gaben (also in Å.-E. 0,010).

Die Angabe 0,017 Å.-E. für die Verschiebung von $D_2 \parallel$ ist sicher zu groß; wollen wir der Forderung genügen, daß die inneren senkrechten Komponenten von D_2 sich nicht verschieben, so kommen wir auf die Größe 0,009 Å.-E. An-

1) Nach P. Gmelin (diese Zeitschr. **9**, 212, 1908; vgl. aber auch **11**, 1193, 1910) und P. Erochin (Ann. d. Phys. (4) **42**, 1054, 1913) ist die Verschiebung proportional H^2.

genommen ist das Mittel 0,013 Å.-E. der beiden Werte, das sich auch direkt aus dem Abstand im Felde und der Verschiebung von D_1 ergibt. Somit ist die Lagerung der Komponenten fur das besprochene Feld eine folgende:

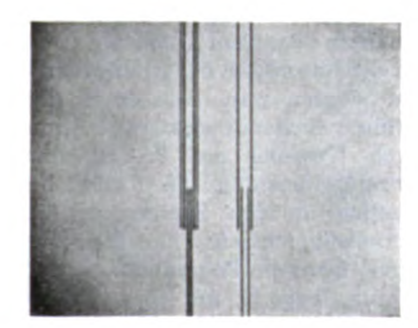
a	5896,888
b	5896,531
c	5896,801
d	5896,441
e	5891,068
f	5890,725
g	5890,354
h	5889,092
i	5889,639
j	5889,265

Schlußbemerkungen. In seiner letzten Arbeit in dem 8. Hefte des 43. Bandes der Ann. d. Phys. sind von Prof. W. Voigt die Ergebnisse dieser Untersuchung der Aufspaltung der D-Linien gestreift worden. Die Andeutungen, die in der erwähnten Arbeit gemeint sind, sind in der Reproduktion Fig. 4 am besten zu sehen. Fig. 5 reproduziert die Abstoßung des parallelen Lichtes bei den Linien in der Weise, daß die Lagerung des ‖ Lichtes von D_1 merklich dissymmetrisch zu dem ⊥ Lichte ist (‖ ist zu ⊥ wegen der Verschiedenheit der Aufnahmen verschoben). Fig. 6 reproduziert die Störungen von Intensitäten[1]), die die Bestätigung des Analogons zur Prestonschen Regel ergänzen (die soeben zitierte Arbeit von W. Voigt aus den Ann. d. Phys., Angabe δ).



Senkrecht schwingendes Licht; Vergrößerung 6,06 fach; Maßstab 1 mm = 0,4 Å.-E.

Fig. 4.



Auf der oberen Hälfte senkrecht schwingendes Licht, auf der unteren paralleles; Vergrößerung 3,03 fach; Maßstab 1 mm = 0,8 Å.-E.

Fig. 5.



Gesamtes Licht (parallel schwingen die inneren Paare der Komponenten); Vergrößerung 4,04 fach; Maßstab 1 mm = 0,6 Å.-E.

Fig. 6.

Dem Gesagten möchte ich nur noch eins hinzufügen. Die Berylliumaufnahmen enthalten auch das Grunddublett des Bors, das bis zur vierten Ordnung ausexponiert war. Die Schwingungsdifferenz dieses Dubletts beträgt 15,3, ist also von der Größe der für die D-Linien. Unter Vergrößerung machen sich auch für das letzte Dublett alle Bestandteile der Störung der D-Linien merkbar, sowohl in Verschiebungen als auch in Intensitätsänderungen, was als eine weitere Stütze für die Universalität der Verwandlungsart einfacher Dubletts (und Tripletts) angesehen werden könnte. Einer Ausmessung wurde das Gebilde nicht unterzogen.

Diese Arbeit ist im Physikalischen Institut der Tubinger Universität durchgeführt, und der Verfasser ist für das gütige Interesse, das dem Fortschritt des experimentellen Teiles seitens des Vorstandes, Herrn Prof. F. Paschen, stets entgegengebracht wurde, ihm zum besten Dank verpflichtet.

1) Erhalten mit Hilfe von Aufnahmen mit Schwellenwertbelichtung der Platten.

Tübingen, den 4. Juli 1914.

(Eingegangen 7. Juli 1914.)

Bemerkung über die Konstante der Gesamtstrahlung eines schwarzen Körpers. (Note on the Constant of Total Radiation of a Black Body.)

Von W. W. Coblentz.

In einer früheren Mitteilung[1]) habe ich die neuerdings veröffentlichten Daten über die Strahlungskonstanten einer gleichmäßig erwärmten Hülle, eines sogenannten schwarzen Körpers, zusammengestellt. Ich habe in jener Arbeit darauf hingewiesen, daß die beiden zur Bestimmung der Konstanten der spektralen Strahlung angenommenen Verfahren Werte liefern (Warburg: $C_2 = 14376$, Coblentz: $C_2 = 14456$), die bis auf etwa 0,5 v. H. übereinstimmen. Das ist für zwei weit voneinander abweichende Verfahren eine bemerkenswert enge Übereinstimmung. Indessen ist schwer zu sagen, welcher Wert der richtige sein mag. Jene Forscher, die eine Übereinstimmung vom theoretischen Standpunkt aus anstreben, geben dem niedrigeren Werte den Vorzug; jene dagegen, die sich damit beschäftigen, die Temperaturskala über den Schmelzpunkt des Palladiums hinaus auszudehnen, halten es für wünschenswert, einen hohen Wert, $C_2 = 14500$, zu benutzen[2]).

Zur Bestimmung des Koeffizienten der Gesamtstrahlung (der häufig als Stefansche Konstante bezeichnet wird) stehen uns zahlreiche Verfahren zu Gebote. In der oben genannten Zusammenstellung habe ich darauf aufmerksam gemacht, daß sich die nach diesen verschiedenen Verfahren ermittelten Zahlenwerte leicht in zwei Gruppen teilen lassen, nämlich in niedrige und in hohe Werte. Der Mittelwert der Gruppe niedriger Werte ist von der Größenordnung

$$\sigma = 5,6 \cdot 10^{-12}\ \text{Watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Grad}^{-4}.$$

Die hohen Werte bewegen sich zwischen

$$\sigma = 5,9 \cdot 10^{-12}\ \text{Watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Grad}^{-4}$$

und

$$\sigma = 6,3 \cdot 10^{-12}\ \text{Watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Grad}^{-4}.$$

Der Zweck meiner gegenwärtigen Mitteilung ist, über eine Reihe vorläufiger Messungen von σ zu berichten; das dabei verwandte Instrument ähnelt einigermaßen jenem, das Gerlach[3]) benutzt, und mit dem er einen hohen Wert erhalten hatte.

Angesichts des Umstandes, daß das Instrument in einer demnächst erscheinenden Arbeit über Radiometer beschrieben werden wird, mag die Angabe genügen, daß die Vorrichtung aus einem dünnen Metallstreifen besteht, der sowohl als Erhitzer wie als Empfänger dient. In geringer Entfernung hinter dem Erhitzer-Empfänger ist eine lineare Thermosäule[1]) aus Wismut und Silber angeordnet, die eine kontinuierliche Aufnahmefläche aus Zinn besitzt. Vor dem Empfänger sind Spaltbacken so angeordnet, daß sie ganz und gar entfernt werden können, und daß dann der Empfänger in seiner ganzen Breite der Strahlung ausgesetzt ist. Diese Spalte bestimmen die der Strahlung ausgesetzte Breite des Empfängers (2,5 bis 5,5 mm). Die Gesamtlänge des Empfängers beträgt etwa 30 mm zwischen den Stellen, wo er an die kräftigen Kupferklemmen befestigt ist. Spannungszuführungen aus 0,005 mm (auch solche aus 0,025 mm) dickem Platindraht sind in etwa 3 mm Abstand von den Enden des Empfängers befestigt. Gerlach brachte seine Spannungszuführungen auf den starken Elektroden an den Enden des Empfängers an. Die der Strahlung ausgesetzte Länge des Empfängers wird durch die Entfernung (23 bis 24 mm) zwischen den Spannungszuführungen bestimmt oder durch Spalte vor den Enden des Empfängers, deren Kanten unmittelbar über diesen Spannungszuführungen liegen. Es ließ sich (bis auf 1 : 600) kein Unterschied zwischen den mit und ohne diese Spalte vor den Enden des Empfängers erhaltenen Galvanometerausschlägen nachweisen. Deshalb wurden die meisten Messungen ohne die Spalte an den Enden angestellt. Es wurden mit verschieden starker Überdeckung der Spalte längs der Seiten des Empfängers Messungen vorgenommen.

Das Beobachtungsverfahren besteht darin, daß der Empfänger der Strahlung ausgesetzt und der Galvanometerausschlag verzeichnet wird. Die Empfindlichkeit des Radiometers war derartig, daß eine Temperaturänderung des schwarzen Körpers um 0,1° eine Änderung des Ausschlages um 1 mm hervorbrachte. Der Empfänger wird dann dadurch erhitzt, daß man einen Strom durch ihn hindurchschickt, der genügt, um sehr nahezu denselben Ausschlag zu erzeugen, der durch die Absorption der strahlenden Energie verursacht worden war. Die durch den Empfänger-Erhitzer fließende elektrische Strommenge wird durch Messung des Potentialabfalles in einem Normalwiderstand von 1 Ohm bestimmt. Die Spannung an den Spannungszuführungen wird ebenfalls gemessen. Zur Messung dieser Spannungen dient ein Pontentiometer von Leeds and Northrup, Type K, mit einem Nebenschluß von 0,1. Aus diesen beiden Messungen ist die Energiezufuhr leicht zu bestimmen.

Es wurden zweierlei Empfänger benutzt. Die

1) Jahrb. d. Rad. **10**, 340, 1913.
2) Mendenhall und Forsythe, Phys. Rev. (2) **3**, 492, 1914.
3) Gerlach, Ann. d. Phys. (4) **38**, 1, 1912.

1) Bull. Bur. Stand. **9**, 31, 1911.



von „Therlo“ (Nr. 1 und 3 der Tabelle) waren 0,007 bis 0,008 mm dick. Sie wurden mit einem Gemisch aus Lampenruß und Platinschwarz bestrichen und dann berußt, wie ich dies in einer früheren Mitteilung[1]) beschrieben habe. Das Reflexionsvermögen von Lampenruß wurde zu 1,3 v. H. angenommen; diesen Wert benutzten wir, um die hier mitzuteilenden Daten zu erhalten. Die Platinempfänger (Nr. 2 und 4 der Tabelle) wurden aus dem dünnsten für Bolometer verwendeten Material hergestellt. Ihre Dicke betrug wahrscheinlich weniger als 0,1 der „Therlo“-Empfänger. Sie wurden auf elektrolytischem Wege mit Platinschwarz überzogen, dessen Reflexionsvermögen (1,4 bis 1,8 v. H.) wir durch Vergleichung mit den Proben schätzten, deren Reflexionsvermögen früher bestimmt worden war.

Der Strahler war ein elektrisch erhitztes Porzellanrohr nach Lummer und Kurlbaum, das mit einem Gemisch aus Kobaltoxyd und Chromoxyd in der an anderer Stelle[2]) beschriebenen Weise geschwärzt worden war. Der Schirm und die Blenden bestanden aus drei Teilen, die sämtlich mit Wasserkühlung versehen waren. Die dem Empfänger zugekehrte Blende mit Wasserkühlung hatte einen Durchmesser von 20 cm bei einer Dicke von 3 cm und einer Öffnung von 4,5 mm Durchmesser. Der Raum zwischen dieser Blende und dem Empfänger enthielt Phosphorpentoxyd und wurde dadurch trocken gehalten. Eine größere Blende mit Wasserkühlung von 25 cm Durchmesser und 1,5 cm Dicke mit einer Öffnung von 2 cm Durchmesser war dicht am Strahler angeordnet. Zwischen dieser Blende und der dem Empfänger zugekehrten befand sich ein beweglicher 1 cm dicker Schirm mit Wasserkühlung, der auf konstanter Temperatur gehalten werden konnte. Dieser Schirm und die Öffnung in der dem Empfänger zugekehrten Blende mit Wasserkühlung waren so eingerichtet, daß sie zusammen einen kleinen schwarzen Körper bildeten, dessen Temperatur bis auf 0,1° konstant gehalten werden konnte.

Die große Verschiedenheit in der Dicke der

Versuchsreihe	Empfänger		Entfernung in mm	Temperatur in ° C	Korrektion für die Reflexion in Proz.	σ		Bemerkungen
	Länge in mm	Breite in mm				a)	b)	
	Nr. 2							
VIII . . .	24.356	3.102	356.1	922.3	1,4	5.73	5.72	Spalt auf der Seite
IX	24.354	3.192	356.1	922.3		5.72		Endspaltbacken entfernt.
	Nr. 1							
XI	23.092	2,150	463.3	806.5	1.3	5.71		Spalt auf der Seite.
XII . . .			316.0	804.3		5.60	5.60	Spalt.
XIII . . .			330.0	804.4		5.73	5.71	„
XIV . . .			300.3	880,1		5.70	5.70	„
XV . . .	23.092	2.545	310,1	870.5		5.80	5.80	Kein Spalt.
	Nr. 3							
XVI . . .	24,910	4.000	314.0	944.5	1,3	5.56	5.52	Spalt.
XVII . .			326.8	943.8		5.51	5.52	„
XVIII . .			268.3	943.2		5.56	5.49	„
XX . . .	24.910	5,051	276,6	867.9		5.61	5.59	Kein Spalt.
XXI . . .			306.8	866,8		5.63	5.64	„ „
XXII . .			255.3	867.0		5.57		„ „
XXIII . .			255.3	867,0		5.57		„ „
XXIV . .	24.910	4.092	283.3	881,4		5.52	5.52	Spalt.
XXV . .			307.4	881,5		5.58	5.60	„
XXVI . .	24,910	4.435	307,4	901,4		5.73	5.73	Spalt enger.
XXVIIa.			324,0	901,5		5.73		„ „
XXVIIb			281,4	900,6		5,63	5,62	„ „
	Nr. 4							
XXVIII .	26.565	5.508	292,5	938,0	1,8	5.51	5,53	Spalt.
XXIX . .			320.5	938,0		5.49	5.52	„ . Batterie ändert sich.
XXX . .			268,1	937.8		5.53	5.54	„
XXXI . .			323.2	937.4		5.53	5.56	„
XXXII .	26,565	5.536	324.5	938.8		5.61	5,62	Kein Spalt.
XXXIII .			324.5	920.9	1.3	5.62	5,63	„ „ . Berußt.
XXXIV .			280.3	920.5		5.63	5,64	„ „ . „
XXXV .	26.565	5.490	288.5	930.4		5.57	5.55	Spalt. Berußt.
XXXVI .			320,3	93[illegible],0		5.57	5.57	„ . „

Mittelwert: $\sigma = 5.61 \cdot 10^{-12}$ Watt · cm^{-2} · Grad^{-4}

1) Bull. Bur. Stand. **9**, 283, 1913.

2) Bull. Bur. Stand. **10**, 2, 1913.

benutzten Empfänger lieferte Angaben, welche die Frage nach dem Einfluß der Dicke des Empfängers beantworten.

Wie bereits erwähnt wurde, befanden sich die Spannungszuführungen 3 mm von den starken Elektroden entfernt. Dadurch, daß der ganze Empfänger der Strahlung ausgesetzt wurde, wurde die Frage nach der Leitung von den Enden aus ausgeschaltet. Der Betrag der Abkühlung durch Leitung längs der Spannungszuführungen ist unbedeutend und war durch Verwendung 0,005 und 0,025 mm starken Platindrahtes nicht nachzuweisen.

Wie die Tabelle zeigt, ist der Einfluß, den die Beseitigung des Spaltes und die dadurch bewirkte Aussetzung des ganzen Empfängers gegen die Strahlung hat, nicht konstant genug, um als real gedeutet werden zu können. Wenn die Spalte sich erheblich überdecken (Versuchsreihen XXVI und XXVII), scheint eine Tendenz zu hohen Werten zu bestehen. Der Empfänger Nr. 4 aus elektrolytisch geschwärztem Platin lieferte ein wenig niedrigere Werte als spätere Messungen (Versuchsreihen XXVIII usf.) mit dem Empfänger, nachdem dieser einen weiteren Rußüberzug von einer Walratkerze erhalten hatte. Dies beruht möglicherweise darauf, daß ein kleiner Raum auf diesem Empfänger nicht sehr gleichmäßig (elektrolytisch) geschwärzt worden war, und daß die Korrektion für die Reflexion vielleicht einen höheren Wert als 1,8 v. H. hatte.

Die ersten erhaltenen Werte waren von der Größenordnung

$$\sigma = 6,0 \cdot 10^{-12} \text{ Watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Grad}^{-4}$$

bis

$$\sigma = 6,3 \cdot 10^{-12} \text{ Watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Grad}^{-4}.$$

Das Gesetz der umgekehrten Quadrate galt nicht. Nach Beseitigung der zerstreuten Strahlung stimmten die Messungen mit dem Gesetz der umgekehrten Quadrate streng überein. Der Mittelwert aus diesen vorläufigen Messungen ist

$$\sigma = 5,6 \cdot 10^{-12} \text{ Watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Grad}^{-4}.$$

Dieser Wert ist unter der Annahme berechnet, daß sämtliche Daten in der Tabelle dasselbe Gewicht haben. Dies kann kaum der Fall sein, und ich persönlich bin geneigt, den mit den Empfängern Nr. 3 (Therlo) und Nr. 4 (Platin) erhaltenen Messungen das größte Gewicht beizulegen. Die Werte der Versuchsreihe XV, bei denen die Spalte fortgenommen waren, sollten bei der Mittelberechnung nicht mit einbezogen werden, weil möglicherweise zerstreute Strahlung von den Rändern her auf den Thermosäulen-Empfänger fiel.

Die einzelnen Messungen liefern ziemlich weit auseinandergehende Werte. Es handelt sich jedoch einfach um einen vorläufigen Versuch unter Verwendung verschiedener Anordnungen der Spalte usw. Wie bereits erwähnt, sind die Daten angesichts der Tatsache interessant, daß ein ganz ähnliches Instrument in den Händen eines anderen Experimentators einen sehr abweichenden Wert ergeben hat.

Das Verfahren ist sehr vielversprechend. In Verbindung mit der Wismut-Silber-Thermosäule ist das Instrument sehr empfindlich, so daß ein d'Arsonval-Galvanometer benutzt werden konnte. Seinem Verhalten nach darf man hoffen, es als Pyrometer für die Gesamtstrahlung verwenden zu können. Das Galvanometer ist dann einfach ein Zeigerinstrument. Das Instrument kann im Vakuum benutzt werden, und nach der Natur seines Baues und seiner Handhabung scheint es, als würde es keine Schwierigkeiten in betreff der Änderung der Strahlungsempfindlichkeit mit der Änderung des Gasdruckes bieten, solange während der Ausführung der Messungen der Druck konstant bleibt.

Washington, 2. Juli 1914.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 20. Juli 1914.)

Über ein Seitenstück zum Wienschen Verschiebungsgesetz.

Von J. Salpeter.

Bekanntlich lautet das Wiensche Verschiebungsgesetz:

$$\lambda_m T = \text{konst.}, \tag{1}$$

wo λ_m die Wellenlänge bedeutet, auf die bei der Temperatur T das Maximum der Intensität im Spektrum des schwarzen Körpers fällt. Man gewinnt die Gleichung (1) aus dem Planckschen Strahlungsgesetze:

$$E_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}, \tag{2}$$

indem man

$$\frac{\partial E_\lambda}{\partial \lambda} = 0 \tag{3}$$

setzt. Für die Konstante der Gleichung (1) ergibt sich der Wert

$$\frac{c_2}{\alpha} = 0,289 \text{ cm} \cdot \text{grad},$$

wo α die Wurzel der transzendenten Gleichung:

$$e^{-\alpha} + \frac{\alpha}{5} - 1 = 0$$

ist.

Gleichung (1) kann man auch so ausdrücken: bei konstant gehaltenem T existiert ein gewisser ausgezeichneter Wert der Wellen-



lange λ. Es ist nun sehr naheliegend zu fragen, ob es auch bei konstant gehaltenem λ einen ausgezeichneten Wert von T gibt. Würde man ähnlich verfahren wie bei Herleitung der Gleichung (1), so würde man nicht zum Ziele gelangen, weil $\frac{\partial E_\lambda}{\partial T}$ wesentlich positiv ist und keine Nullstellen besitzt. Anders verhält sich die Sache, wenn man der Betrachtung nicht die Funktion E_λ, sondern das Verhältnis

$$\eta(\lambda, T) = \frac{E_\lambda}{\int_0^\infty E_\lambda \, d\lambda}$$

zugrunde legt. Die Funktion $\eta(\lambda, T)$ hat eine physikalisch anschauliche Bedeutung. Denken wir uns nämlich eine Glühlampe, deren Glühfaden die Strahlungseigenschaften des schwarzen Körpers besitzt, denken wir uns ferner, daß wir vom Licht dieser Lampe nur das Licht im Gebiete der Wellenlänge λ herausblenden, so stellt $\eta(\lambda, T)$ den Wirkungsgrad dieser monochromatischen Lichtquelle dar. — Die Funktion $\eta(\lambda, T)$ hat nun die Eigenschaft, daß sowohl die Gleichung:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \lambda} = 0 \tag{4}$$

wie auch die Gleichung:

$$\frac{\partial \eta}{\partial T} = 0 \tag{5}$$

eine Wurzel besitzt. Aus Gleichung (4) ergibt sich dieselbe Gleichung (1) wie aus Gleichung (3), während Gleichung (5) ähnlich ergibt:

$$\lambda T_m = \text{konst.}, \tag{6}$$

aber mit einem anderen Wert der Konstante. Die Gleichung (6) bildet ein Seitenstück zu Gleichung (1): es bedeutet in ihr T_m diejenige Temperatur, auf die bei konstant gehaltenem λ das Maximum des Verhältnisses $\frac{E_\lambda}{\int_0^\infty E_\lambda \, d\lambda}$, also der maximale Wirkungsgrad fällt. Der numerische Wert der Konstante ist gleich $\frac{c_2}{\beta}$, wo β die Wurzel der transzendenten Gleichung:

$$e^{-\beta} + \frac{\beta}{4} - 1 = 0$$

ist, also rund

$$\beta = 3{,}92 \quad \text{und} \quad \frac{c_2}{\beta} = 0{,}37 \text{ cm} \cdot \text{grad}.$$

Aus der Verschiedenheit der Konstanten der Gleichungen (1) und (6) folgt, daß bei konstant gehaltenem λ das Maximum des Wirkungsgrades η auf eine Temperatur T_m fällt, bei der das Maximum der Intensität **nicht** auf die festgehaltene Wellenlänge λ fällt. Dies ist aber auch nicht zu verwundern, weil der Wert der Konstante der Gleichung (1) wesentlich auch dadurch mit bedingt ist, daß wir die Energieverteilung im Spektrum auf Wellenlängen beziehen, und nicht etwa auf Schwingungszahlen[1]). Würde man die Energieverteilung auf Schwingungszahlen beziehen, so würde zwar ebenfalls eine Gleichung

$$\lambda_m T = \text{konst.} \tag{7}$$

resultieren, aber mit einem anderen Werte der Konstante, d. h. also mit einer anderen Lage des Intensitätsmaximums im Spektrum; die Konstante der Gleichung (7) ist gleich $\frac{c_2}{\gamma}$, wo γ Wurzel der transzendenten Gleichung:

$$e^{-\gamma} + \frac{\gamma}{3} - 1 = 0$$

ist, also rund

$$\gamma = 2{,}82 \quad \text{und} \quad \frac{c_2}{\gamma} = 0{,}51 \text{ cm} \cdot \text{grad}.$$

Der Wert der Konstante der Gleichung (6) liegt zwischen denen der Gleichung (1) und (7).

Zu beachten ist, daß sich — bei festgehaltenem λ — der Wert von T_m nicht ändern würde, wenn wir anstatt der absoluten Temperaturskala eine beliebige andere zugrunde legen würden. Mit anderen Worten, würden wir die Substitution $\vartheta = f(T)$ einführen, wo $f(T)$ eine differenzierbare, eindeutige und eindeutig umkehrbare, aber sonst willkürliche Funktion ist, so würde bei festgehaltenem λ das Maximum von η auf die Temperatur $\vartheta_m = f(T_m)$ fallen, während — bei festgehaltenem T — der Wert von λ_m bei einer ähnlichen Substitution sich ändern würde. Der innere Grund dieses verschiedenen Verhaltens der Funktion $\eta(\lambda, T)$ den Variablen λ und T gegenüber liegt darin, daß es ein streng monochromatisches Licht in der Natur nicht gibt, während die Temperatur eines Körperelementes schon dem Temperaturbegriffe nach nur einen einzigen Wert haben kann. Wir müssen nämlich immer definieren: $E_\lambda d\lambda$ ist die auf das Gebiet $(\lambda, \lambda + d\lambda)$ fallende Strahlungsenergie bei der Temperatur T. E_λ ist somit als eine durch Differentiation nach λ entstandene Größe zu denken und daher in dieser Beziehung als eine mehr mathematisch-formelle denn als physikalische Größe aufzufassen. Die Bedeutung der Gleichung (6) bleibt hingegen von dieser Auffassung unberührt.

1) Vgl. **Planck**, Theorie der Wärmestrahlung, 1913, S. 18.

Ujpest bei Budapest, Juli 1914.

(Eingegangen 17. Juli 1914.)

Über eine Eigenschaft der ungeordneten Bewegung.

Von Karl Przibram.

Angeregt durch M. v. Smoluchowskis[1]) im April 1913 in Göttingen gehaltenen Vortrag habe ich eine Anzahl von Beobachtungen der Brownschen Bewegung auf folgende Weise behandelt: Die in gleichen Zeiten beobachteten Absolutwerte der Verschiebungen wurden in Paare zusammengefaßt und von je zwei Verschiebungen immer die größere ausgewählt. Das arithmetische Mittel aus diesen Zahlen bedeutet dann die mittlere maximale Verschiebung unter zwei Beobachtungen. Durch Wiederholung dieses Vorganges, indem die durch diese Auslese gewonnenen Zahlen wieder in Paare gefaßt und immer die größeren von je zwei Zahlen ausgewählt werden, erhält man die mittlere maximale Verschiebung ${}_n\lambda_{\max}$ unter 4, 8, 16, . . . n Beobachtungen. Um ein vergleichbares Material zu gewinnen, wurden die erhaltenen Mittelwerte durch die Quadratwurzel aus dem mittleren Verschiebungsquadrat dividiert.

In der folgenden Tabelle habe ich zunächst die Resultate aus meinen eigenen Beobachtungen[2]) an der Brownschen Bewegung von abgetöteten Bakterienketten angegeben. (An diesem Material konnte ich zeigen, daß, wie die Theorie fordert, die mittlere Verschiebung dieser stäbchenförmigen Teilchen in der Längsrichtung größer ist als in der Querrichtung, und daß die in diesem Falle besonders leicht zu beobachtenden Brownschen Drehungen mit guter Annäherung der Theorie entsprechen.) Es wurden vorläufig sechs Serien verwendet, die insgesamt für Längs- und Querverschiebungen und Drehungen je 334 Einzelbeobachtungen umfassen. Wie man sieht, ist der Anstieg der $\lambda_{\max.}$ mit n für die drei verschiedenen Größen ein ziemlich analoger.

Dasselbe Verhalten findet sich bei den Beobachtungen anderer Autoren wieder. Ich habe zunächst zwei Stichproben aus den Beobachtungen von R. v. Ettenreich[1]) über die Brownsche Bewegung von Quecksilberkügelchen in Wasser genommen (Nr. 21 und 22 seiner Tabellen), und zwar für Vertikal- und Horizontalverschiebungen, und im Mittel die in der Tabelle angegebenen Zahlen erhalten. Dasselbe ergeben die von J. Nordlund[2]) mitgeteilte Serie, ebenfalls für Quecksilbertröpfchen in Wasser, und drei Stichproben aus den Beobachtungen von F. Ehrenhaft[3]) an Quecksilbertröpfchen in Gasen.

Die Gesamtmittel liegen annähernd auf einer durch den Ursprung gehenden Geraden, wenn man als Abszissen $\sqrt{{}_{10}\log n}$ aufträgt, wie die Figur zeigt, so daß annähernd die Beziehung gilt:

$$\bar{\lambda}_{\max} = 1{,}91\sqrt{{}_{10}\log n}\,. \qquad (1)$$

Genauer genommen liegen die Punkte auf einer gegen die Abszissenachse schwach konvexen

Beobachter	Art der Beobachtung	Zahl der Einzelbeobachtungen	Mittlere maximale Verschiebung (bzw. Drehung) bezogen auf $\lambda^2 = 1$ für n = 1	2	4	8	16	32
K. Przibram . .	Brownsche Bewegung: Drehung	334	0,819	1,11	1,46	1,74	1,89	2,09
	Längsverschiebung	334	0,807	1,11	1,42	1,70	1,97	2,34
	Querverschiebung	334	0,772	1,09	1,46	1,79	2,19	2,66
R. v. Ettenreich .	Quecksilber in Wasser	224	0,776	1,11	1,46	1,81	2,13	2,44
J. Nordlund . .	Quecksilber in Wasser	53	0,795	1,18	1,53	1,72	2,10	2,42
F. Ehrenhaft . .	Quecksilber in Gasen	113	0,823	1,07	1,39	1,74	2,19	—
	Mittel	1392	0,798	1,10	1,45	1,75	2,05	2,38
	Nach Gleichung (5) berechnet		0,798	1,13	1,45	1,76	2,23	2,51
K. Przibram . .	Ungeordnete Bewegung lebender Infusorien	153	0,771	1,02	1,37	1,62	1,83	—

Kurve, die die Ordinatenachse in der Höhe

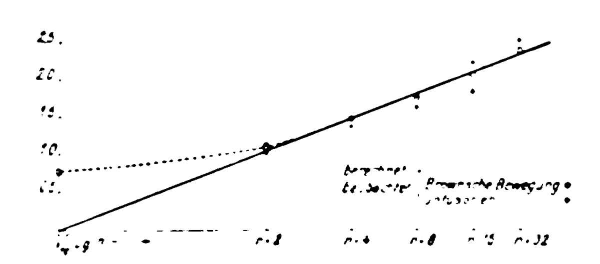
1) „Vorträge über die kinetische Theorie der Materie und der Elektrizität" (Leipzig, B. G. Teubner, 1914). Zur Einführung in die Theorie der ungeordneten Bewegung vgl. „Die Brownsche Bewegung und einige verwandte Erscheinungen", von G. L. de Haas-Lorentz (Braunschweig, Vieweg & Sohn, 1913).

2) Wiener Ber. **121**, 2393—2350, 1912; **122**, 1895 bis 1912, 1913; Wiener Anz. vom 12. Juni 1914.

1) Wiener Ber. **121**, 1163—1187, 1912. Für λ^2 wurden die sich direkt aus den Beobachtungen ergebenden, nicht die korrigierten gewählt.

2) Zeitschr. f. phys. Chem. **87**, 40—62, 1913.

3) Wiener Ber. **123**, 53—155, 1914 (Nr. I*, III* und VII*).



0,798 schneidet, entsprechend der mittleren Verschiebung λ fur $n = 1$.

Die Beobachtungen stehen mit den Forderungen der Theorie der ungeordneten Bewegung in guter Übereinstimmung. Herrn F. Hasenöhrl verdanke ich die folgende Ableitung:

Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Verschiebung zwischen x und $x + dx$ beträgt, ist

$$dW = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \frac{dx}{\sqrt{2}}.$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß unter n Beobachtungen $n - 1$ kleiner als x_1 sind und eine beliebige zwischen x_1 und $x_1 + dx_1$ liegt, ist:

$$n\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{x_1} e^{-\frac{x^2}{2}}\frac{dx}{\sqrt{2}}\right)^{n-1} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x_1^2}{2}} \frac{dx_1}{\sqrt{2}} = \Omega(x_1)\, dx_1. \quad (2)$$

Die wahrscheinlichste maximale Abweichung folgt aus der Bedingung, daß dieser Ausdruck ein Maximum wird:

$$\frac{d\Omega}{dx_1} = 0 = (n-1)\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x_1^2}{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} - \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{x_1} e^{-\frac{x^2}{2}}\frac{dx}{\sqrt{2}}\right) \cdot x_1,$$

und hieraus:

$$\log(n-1) + \log\sqrt{\frac{2}{\pi}} - \frac{x_1^2}{2} = \log x_1 + \log\left(\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{x_1} e^{-\frac{x^2}{2}}\frac{dx}{\sqrt{2}}\right). \quad (3)$$

Für große n geht dieser Ausdruck über in:

$$x_1 = \sqrt{2\log n} = 2{\cdot}15\sqrt{{}_{10}\log n}. \quad (4)$$

Für große n zeigt also nach der Theorie die wahrscheinlichste maximale Verschiebung einen ganz ähnlichen Verlauf, wie die beobachtete mittlere maximale Verschiebung (vgl. Formel 1).

Für kleine n wurde x_1 aus Gleichung (3) durch Probieren ermittelt. Es wurden folgende angenäherte Werte erhalten:

n =	2,	4,	8,	16,	32,
x_1 =	0,88,	1,29,	1,59,	1,91,	2,20.

Für $n = 16$ und 32 weichen diese wahrscheinlichsten Verschiebungen von den beobachteten mittleren nur um etwa 8 Proz. ab; für kleinere n sinken sie aber stark unter diese herab.

Die mittlere maximale Verschiebung ist gegeben durch den Ausdruck

$${}_n\lambda_{max} = \int_0^{\infty} y\,\Omega(y)\,dy = n \cdot 2^{\frac{n}{2}}\pi^{-\frac{n}{2}}\int_0^{\infty} y e^{-\frac{y^2}{2}} dy \left(\int_0^{y} e^{-\frac{x^2}{2}} dx\right)^{n-1}. \quad (5)$$

Eine allgemeine Lösung konnte hierfür noch nicht gefunden werden; nur für $n = 2$ führt eine partielle Integration sofort zum Ziele und liefert den Wert 1,13 (beob. 1,10).

Für $n = 4$, 8, 16 und 32 habe ich λ_{max} durch mechanische Quadratur aus Gleichung (5) ermittelt und die angenäherten Werte 1,45, 1,76, 2,23 und 2,51 erhalten, in befriedigender Übereinstimmung mit den Beobachtungen. Daß die Übereinstimmung für die größeren n eine schlechtere ist, ist nichts Auffallendes, da hier naturgemäß nur mehr wenige Einzelbeobachtungen zur Verfügung stehen.

Wird $n = 1$ gesetzt, so erhält man einfach das arithmetische Mittel aus den Absolutwerten der Verschiebungen; dieses λ steht zur Quadratwurzel aus dem mittleren Verschiebungsquadrat im Verhältnis $\sqrt{\frac{2}{\pi}} = 0{,}798$. Auch diese Beziehung ist, wie die Tabelle zeigt, gut erfüllt.

Die Ableitung von (4) und (5) enthält nun nichts für die Brownsche Bewegung Charakteristisches; sie ist von den molekular-kinetischen Vorstellungen, welche sich in der Einsteinschen Formel im Faktor $\frac{2RT}{N}$ ausdrücken, ganz frei und gilt, wie die Beziehung λ^2 prop. t, für jede ungeordnete Bewegung.

Eine solche ungeordnete Bewegung anderer Art habe ich in der Wimmelbewegung lebender Infusorien in einem Wassertropfen nachgewiesen, für die ich die Beziehung λ^2 prop. t gut bestätigen konnte[1]). Insgesamt 822 Einzelbeobachtungen an 46 Tierchen der Gattung Paramaecium, Colpidium und Trachelomonas ergaben für das Verhältnis der λ^2 bei Verdoppelung des Beobachtungsintervalles t von 4 auf 8 Sek. den Wert

1) Archiv für die ges. Physiologie 153, 401—405, 1913.

2,11. Ich habe nun auch die hier mitgeteilte Beziehung an vier der längsten Beobachtungsreihen an solchen Tierchen geprüft und wie die Tabelle und die Figur zeigen, mit einer gewissen, den geringeren Beobachtungszahlen entsprechenden Annäherung bestätigt gefunden.

Wien, 8. Juli 1914.

(Eingegangen 10. Juli 1914.)

Zur Kenntnis des Überganges von der geordneten zur Turbulenzströmung in Kapillarröhren. I.

Von Walther Sorkau.

Bei den bisher von mir untersuchten Flüssigkeiten (diese Zeitschr. **12**, 582, 1911; **13**, 805, 1912; **14**, 147 und 759, 1913) war es mir nicht möglich gewesen, mit Hilfe des benutzten Viskosimeters, das zur Erzeugung von Turbulenzreibung sehr geeignet war, in die geordnete Poiseuillesche Reibung hinab zu gelangen. Aus den drei untersten Punkten einer Beobachtungsreihe für Wasser bei 4^0 hatte ich für dieses den Wert $k_{4^0} = 49{,}4$ abgeleitet und versucht, den Beginn der Turbulenz aus der graphischen Darstellung zu schätzen; dies hatte mich auf den Wert von ca. 450 für die Reynoldssche Zahl K geführt. Unter der Annahme, daß die Turbulenzkurve, die sich in der graphischen Darstellung mit $\dfrac{\log p}{\log \frac{1}{t}}$ - Koordinaten ergibt, in dem Augenblick, wo ihre Tangente die Abszissenachse unter dem Winkel von 45^0 schneidet, $\operatorname{tg} \alpha$ also gleich 1 ist, zur Poiseuilleschen Geraden wird, hatte ich dann die Wasserkurven durch die quadratische Gleichung

$$\log t = m - n \cdot \log p + \frac{n^2}{4m} \log^2 p$$

oder

$$p^{n - \frac{n^2}{4m} \log p} \cdot t = 10^m$$

ausgeglichen, woraus sich sofort ergab:

$$\operatorname{tg} \alpha = 1 = +n - \frac{n^2}{2m} \log p_{\text{krit.}}$$

und

$$\log p_{\text{krit.}} = \frac{(n-1)\, 2m}{n^2},$$

$$\log t_{\text{krit.}} = \frac{m}{n^2}.$$

Die so gefundenen Werte für 4^0:

$$p_{\text{krit.}} = 0{,}0315 \text{ kg pro cm}^2,$$
$$t_{\text{krit.}} = 1343 \text{ Sekunden}$$

wichen aber von den aus der graphischen Darstellung direkt interpolierten Werten

$$p_{\text{krit.}} = 0{,}132 \text{ kg pro cm}^2,$$
$$t_{\text{krit.}} = 371{,}4 \text{ Sekunden}$$

derartig ab, daß ihre Genauigkeit anzuzweifeln war.

Inzwischen habe ich meine Messungen auf die Alkohole ausgedehnt und in dem sehr zähen Benzylalkohol eine Substanz gefunden, die durch die Kapillare meines Turbulenzviskosimeters zweifellos mit Poiseuillescher Reibung fließt; die nachfolgende Tabelle von Beobachtungen bei 15^0 beweist dies:

p	t	pt	p	t	pt
1,946	118,6	230,8	1,321	173,9	229,7
1,896	121,4	230,2	1,283	179,0	229,7
1,839	125,1	230,1	1,248	183,8	229,4
1,794	128,7	230,9	1,215	188,3	228,8
1,747	132,0	230,6	1,141	200,4	228,7
1,695	136,3	231,0	1,081	212,4	229,6
1,644	140,5	231,0	0,976	234,3	228,7
1,600	144,3	230,9	0,701	327,0	229,2
1,557	147,9	230,3	0,647	353,2	228,5
1,515	151,7	229,8	0,598	382,5	228,7
1,475	155,7	229,7	0,554	414,0	229,4
1,435	160,7	230,6	0,493	464,4	229,0
1,399	164,5	230,1	0,445	514,8	229,1
1,358	169,2	229,8			

Das Mittel aller pt-Werte liegt etwa bei 230; das Druckintervall erstreckt sich auf über 1,5 Atmosphären. War der Triebdruck gering, so blieben bisweilen kleine Tröpfchen des Benzylalkohols an der Wandung der Schenkelröhre haften; da sich das zu messende Volumen dadurch verringerte, so wurden die Durchflußzeiten und damit die Werte von pt etwas zu klein. Immerhin sieht man deutlich, daß Poiseuillesche Reibung vorliegt. —

Tabelle 1.

Substanz: Benzylalkohol. Temperatur: 25^0 C.

p	t	p	t	p	t
2,462	70,4	1,631	103,0	1,002	164,4
2,413	72,0	1,592	105,7	0,9812	164,4
2,367	73,2	1,554	107,9	0,9588	173,0
2,312	74,8	1,519	110,5	0,9336	176,7
2,263	76,2	1,481	113,3	0,9092	180,9
2,219	77,7	1,442	116,4	0,8887	185,5
2,167	79,3	1,405	119,2	0,8568	192,6
2,125	80,7	1,369	122,2	0,8195	200,8
2,083	82,4	1,331	125,4	0,7828	209,7
2,043	83,8	1,299	128,1	0,7481	219,0
2,004	85,0	1,265	131,4	0,7121	230,5
1,964	87,0	1,233	135,1	0,6822	241,4
1,924	88,5	1,210	137,8	0,6439	255,4
1,873	90,8	1,176	141,3	0,6052	271,6
1,832	92,5	1,153	143,9	0,5674	289,1
1,788	94,8	1,123	147,6	0,5253	311,0
1,747	96,8	1,098	151,1	0,4852	336,6
1,712	98,7	1,068	155,4	0,4464	367,1
1,674	101,0	1,038	159,5	0,4057	403,7



Um den Übergang von der geordneten zur turbulenten Strömung in den Apparat zu bekommen, habe ich nun die Temperatur der Flüssigkeit allmählich erhöht. Das Beobachtungsmaterial für 25°, 30°, 35° 40°, 45° und 50° C enthalten die Tabellen 1—6:

Tabelle 2.

Substanz: Benzylalkohol. Temperatur: 30° C

p	t	p	t	p	t
2,266	66,1	1,617	91,2	0,8800	161,4
2,261	67,3	1,557	94,8	0,8229	172,2
2,225	68,0	1,524	96,4	0,7753	183,1
2,193	68,9	1,494	98,1	0,7332	193,2
2,157	70,1	1,464	99,8	0,6631	204,8
2,119	71,2	1,434	101,6	0,6537	215,9
2,084	72,5	1,405	103,4	0,6183	228,7
2,043	73,5	1,376	105,9	0,5868	239,6
2,000	74,6	1,347	107,7	0,5565	253,8
1,966	76,0	1,321	109,9	0,5287	267,0
1,932	77,3	1,289	112,8	0,5028	279,8
1,899	78,5	1,265	114,8	0,4665	299,6
1,865	79,7	1,231	117,9	0,4394	320,4
1,831	81,2	1,194	120,9	0,4138	340,2
1,796	82,7	1,130	127,7	0,3914	358,0
1,761	84,4	1,100	130,8	0,3642	384,9
1,728	85,9	1,048	137,0	0,3400	413,7
1,687	87,3	0,9934	144,2	0,3087	453,9
1,655	89,4	0,9391	152,0	0,2772	507,4

Tabelle 3.

Substanz: Benzylalkohol. Temperatur: 35° C.

p	t	p	t	p	t
2,579	53,3	1,720	75,8	1,008	124,1
2,541	54,2	1,690	77,1	0,9869	126,9
2,503	55,0	1,657	78,5	0,9615	129,3
2,462	55,7	1,627	80,2	0,9307	132,2
2,413	56,4	1,595	81,3	0,9049	135,4
2,378	57,3	1,563	82,8	0,8589	145,1
2,337	58,1	1,533	84,7	0,8215	150,7
2,299	59,0	1,502	85,8	0,7903	156,9
2,263	59,8	1,472	87,5	0,7408	165,6
2,228	60,7	1,444	89,2	0,7135	172,8
2,193	61,5	1,417	90,6	0,6795	180,7
2,159	62,3	1,390	92,3	0,6476	189,4
2,108	63,1	1,360	93,8	0,6109	199,8
2,088	64,1	1,331	95,7	0,5789	211,3
2,033	65,6	1,298	98,2	0,5477	223,8
1,997	66,4	1,271	99,8	0,5130	237,8
1,948	68,1	1,244	101,6	0,4824	250,9
1,923	68,9	1,214	103,8	0,4532	267,6
1,915	68,9	1,180	106,3	0,4207	284,9
1,892	69,8	1,161	108,4	0,3968	306,1
1,877	70,6	1,135	110,9	0,3531	344,3
1,859	70,8	1,108	113,4	0,3194	379,3
1,821	72,1	1,084	116,1	0,2851	424,2
1,785	73,4	1,061	118,5	0,2532	479,3
1,753	74,8	1,032	121,4	0,2249	539,0

Tabelle 4.

Substanz: Benzylalkohol. Temperatur: 40° C.

p	t	p	t	p	t
2,648	47,4	1,882	63,7	1,065	105,7
2,611	48,1	1,850	64,4	1,010	110,2
2,577	48,8	1,820	65,3	0,9683	115,3
2,547	49,3	1,790	66,4	0,9221	120,6
2,509	49,8	1,759	67,4	0,8773	126,3
2,481	50,4	1,731	68,3	0,8283	133,4
2,453	50,9	1,703	69,4	0,7821	140,8
2,416	51,2	1,676	70,4	0,7332	149,6
2,380	52,0	1,645	71,6	0,6795	160,5
2,353	52,6	1,612	72,8	0,6387	170,4
2,320	53,2	1,587	74,1	0,5980	181,6
2,288	53,8	1,554	75,4	0,5644	191,5
2,253	54,6	1,530	76,3	0,5300	203,1
2,220	55,3	1,496	77,8	0,5019	215,0
2,187	56,0	1,466	79,4	0,4743	226,2
2,152	56,5	1,428	81,1	0,4464	240,5
2,113	57,6	1,390	83,1	0,4125	259,6
2,079	58,5	1,349	85,1	0,3703	287,4
2,043	59,5	1,307	87,4	0,3384	315,1
2,011	60,3	1,266	90,2	0,3003	353,8
1,978	61,0	1,212	93,9	0,2732	390,2
1,945	61,9	1,161	97,4	0,2501	424,4
1,916	62,6	1,114	101,6		

Tabelle 5.

Substanz: Benzylalkohol. Temperatur: 45° C.

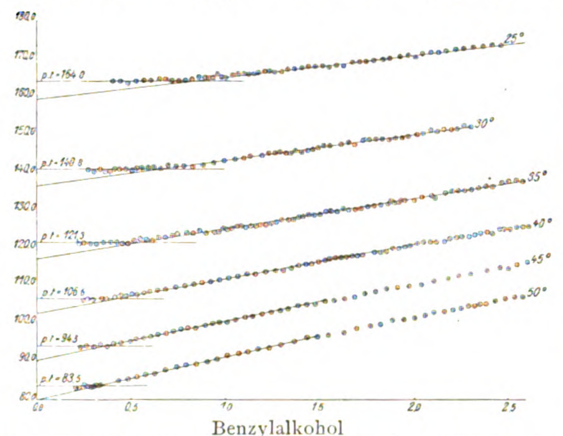
p	t	p	t	p	t
2,669	43,7	1,632	65,4	0,8392	117,8
2,598	44,6	1,581	67,2	0,7984	123,7
2,547	45,3	1,532	69,1	0,7597	129,9
2,498	45,8	1,480	71,0	0,7106	136,2
2,450	46,7	1,431	73,4	0,6809	143,0
2,387	47,7	1,383	75,8	0,6387	152,2
2,295	49,3	1,335	78,0	0,6006	160,9
2,232	50,4	1,288	80,4	0,5647	170,3
2,175	51,4	1,243	82,9	0,5259	182,3
2,101	53,0	1,197	85,7	0,4906	194,2
2,034	54,2	1,146	88,9	0,4451	213,2
1,972	55,7	1,105	92,1	0,4084	232,0
1,907	57,4	1,053	95,9	0,3744	251,4
1,850	59,0	1,009	99,5	0,3411	276,4
1,793	60,4	0,9696	103,6	0,3031	309,5
1,738	62,0	0,9282	107,9	0,2650	355,4
1,687	63,4	0,8854	112,6	0,2337	401,0

Tabelle 6.

Substanz: Benzylalkohol. Temperatur: 50° C.

p	t	p	t	p	t
2,728	39,8	1,882	53,6	0,7365	126,0
2,691	40,4	1,820	54,8	0,6795	120,0
2,655	40,7	1,770	56,2	0,6258	138,6
2,619	41,2	1,699	58,2	0,5783	149,8
2,581	41,5	1,629	59,9	0,5304	161,9
2,537	42,1	1,550	62,6	0,4856	175,4
2,486	42,8	1,487	64,9	0,4383	193,8
2,431	43,6	1,433	67,2	0,3402	245,9
2,383	44,1	1,368	69,7	0,3289	254,4
2,352	44,6	1,296	72,9	0,3177	264,2
2,320	45,1	1,235	75,9	0,3044	274,2
2,284	45,8	1,176	79,4	0,2942	283,5
2,251	46,2	1,120	82,7	0,2745	303,5
2,208	46,9	1,074	85,8	0,2745	304,2
2,159	47,7	1,015	90,1	0,2562	327,1
2,107	48,8	0,9581	94,6	0,2263	367,0
2,055	49,8	0,9024	99,4	0,2158	384,1
2,002	50,7	0,8473	105,4		
1,945	51,9	0,7916	112,5		

Bei der Berechnung der pt-Werte zeigte sich, daß bei allen Temperaturen bei kleinen Drucken noch Poiseuillesche Reibung vorhanden war; die graphische Darstellung der Beobachtungen in p/pt-Koordinaten (Figur) läßt



Benzylalkohol

Abszissenachse: Werte von p. Ordinatenachse: Werte von pt.

dies sehr deutlich hervortreten. Die Ausgleichsrechnung führte zu den folgenden Reibungskonstanten k:

Temperatur	k_P	Relativer Wert
25°	164,0	1,352
30	140,8	1,160
35	121,3	1,000
40	106,6	0,879
45	94,3	0,777
50	83,5	0,688

Um die Richtigkeit dieser Werte zu prüfen, bestimmte ich die Viskosität des Benzylalkohols in einem Ostwaldschen Reibungsröhrchen und erhielt:

Temperatur	k	Relativer Wert
25°	560,4	1,352
30	480,8	1,160
35	414,5	1,000
40	364,8	0,880

also eine Übereinstimmung bis zur dritten Stelle hinter dem Komma, entsprechend einem Fehler von weniger als 0,1 Sekunde für mein Viskosimeter.

Von einem bestimmten Punkte an, dessen Abszisse mit steigender Temperatur (Fig. 1) kleiner wird, beginnt dann das Wachsen der pt-Werte. Es hat zunächst den Anschein, als wenn eine neue Gerade die Turbulenzreibung darstellen könnte, und in der Tat kann, wie nachher gezeigt werden wird, bis zu 40° eine gerade Linie durch sämtliche Beobachtungen gelegt werden; man sieht aber doch dann bei 50° deutlich, und die Nachrechnung bestätigt dies, daß das neue Gebiet durch eine Kurve darzustellen und nur in seinem unteren Teile durch eine lineare Gleichung auszudrücken ist. Die Konstanten dieser Gleichung von der Form:

$$pt = k_{\text{Turb.}} + a \cdot p,$$

wo a die Intensität der Durchwirblung ausdrücken würde, oder in anderer Form geschrieben:

$$p(t - a) = k_T$$

wurden nach der Gaußschen Methode der kleinsten Quadrate berechnet; ich erhielt so:

Temperatur	k_T	a
25°	159,3	5,8
30	136,4	6,8
35	117,1	7,95
40	102,7	9,1
45	90,2	10,5
50	79,8	11,4

Die Werte von a wachsen mit steigender Temperatur nahezu linear; nimmt man an ihnen eine ganz kleine Änderung vor, so werden die Abstände ganz gleich, und man hat dann:

$$a_{25^0} = 5{,}7;\ a_{30^0} = 6{,}85;\ a_{35^0} = 8{,}0;\ a_{40^0} = 9{,}15;$$
$$a_{45^0} = 10{,}3;\ a_{50^0} = 11{,}45,$$

und gelangt mit Hilfe der Formel

$$K_T = \frac{\Sigma(pt) - a \cdot \Sigma p}{n},$$

wo n die Anzahl der Beobachtungen ausdrückt, zu den folgenden k_T-Werten:

Temperatur	k_T	Relativer Wert
25°	159,45	1,361
30	136,3	1,164
35	117,1	1,000
40	102,65	0,877
45	90,4	0,772
50	79,8	0,681

Wie der Vergleich der relativen Werte von k_P und k_T miteinander zeigt, bleibt das Verhältnis der Reibungskonstanten unter sich für jede Strömungsart fast unverändert.

Die Zulässigkeit der durch die kleine Änderung erhaltenen Gleichungen wurde am Beobachtungsmaterial geprüft.

Temperatur: 50°. Gleichung: $t = \frac{79{,}8}{p} + 11{,}45$.

Druckintervall: 1,487 — 0,438 kg.

t beob.	t ber.	Differenz in Sek.	t beob.	t ber.	Differenz in Sek.
64,9	65,1	—0,2	99,4	99,9	—0,5
67,2	67,1	+0,1	105,4	105,6	—0,2
69,7	69,8	—0,1	112,5	112,4	+0,1
72,9	73,0	—0,1	120,0	119,8	+0,2
75,9	76,1	—0,2	129,0	128,9	+0,1
79,4	79,3	+0,1	138,6	139,0	—0,4
82,7	82,7	0,0	149,8	149,5	+0,3
85,8	85,8	0,0	161,9	161,9	0,0
90,1	90,1	0,0	175,4	175,8	—0,4
94,6	94,7	—0,1	193,8	193,5	+0,3

Temperatur: 45°. Gleichung: $t = \frac{90,4}{p} + 10,3.$

Druckintervall: 1,480 — 0,408 kg pro cm².

t beob.	t ber.	Differenz in Sek.	t beob.	t ber.	Differenz in Sek.
71.0	71.4	—0.4	112.6	112.4	+0.2
73.4	73.5	—0.1	117.8	118.0	—0.2
75.8	75.7	+0.1	123.7	123.5	+0.2
78.0	78.0	0.0	129.9	129.3	+0.6
80.4	80.5	—0.1	136.2	135.9	+0.3
82.9	83.0	—0.1	143.0	143.1	—0.1
85.7	85.8	—0.1	152.2	151.8	+0.4
88.9	89.2	—0.3	160.9	160.8	+0.1
92.1	92.1	0.0	170.3	170.4	—0.1
95.9	96.1	—0.2	182.3	182.2	+0.1
99.5	99.9	—0.4	194.2	194.6	—0.4
103.6	103.5	+0.1	213.2	213.4	—0.2
107.9	107.7	+0.2	232.0	231.7	+0.3

Temperatur: 40°. Gleichung: $t = \frac{102,65}{p} + 9,15.$

Druckintervall: 2,253 — 0,680 kg pro cm².

t beob.	t ber.	Differenz in Sek.	t beob.	t ber.	Differenz in Sek.
54.6	54.7	—0.1	75.4	75.2	+0.2
55.3	55.4	—0.1	76.3	76.2	+0.1
56.0	56.1	—0.1	77.8	77.8	0.0
56.5	56.8	—0.3	79.4	79.5	—0.1
57.6	57.7	—0.1	81.1	81.0	+0.1
58.5	58.5	0.0	83.1	83.0	+0.1
59.5	59.4	+0.1	85.1	85.2	—0.1
60.3	60.2	+0.1	87.4	87.7	—0.3
61.0	61.0	0.0	90.2	90.2	0.0
61.9	61.9	0.0	93.9	93.9	0.0
62.6	62.7	—0.1	97.4	97.6	—0.2
63.7	63.7	0.0	101.6	101.3	+0.3
64.4	64.6	—0.2	105.7	105.6	+0.1
65.3	65.5	—0.2	110.2	110.2	0.0
66.4	66.5	—0.1	115.3	115.2	+0.1
67.4	67.5	—0.1	120.6	120.5	+0.1
68.3	68.5	—0.2	126.3	126.2	+0.1
69.4	69.4	0.0	133.4	133.1	+0.3
70.4	70.4	0.0	140.8	140.4	+0.4
71.6	71.6	0.0	149.6	149.2	+0.4
72.8	72.8	0.0	160.5	160.2	+0.3

Temperatur: 35°. Gleichung: $t = \frac{117,1}{p} + 8,0.$

Druckintervall: 2,58—0,61 kg pro cm².

t beob.	t ber.	Differenz in Sek.	t beob.	t ber.	Differenz in Sek.
53.3	53.4	—0.1	74.8	74.8	0.0
54.2	54.1	+0.1	75.8	76.1	—0.3
55.0	54.8	+0.2	77.1	77.3	—0.2
56.4	56.5	—0.1	78.5	78.7	—0.2
57.3	57.2	+0.1	80.2	80.0	+0.2
58.1	58.1	0.0	81.3	81.5	—0.2
59.0	58.9	+0.1	82.8	82.9	—0.1
59.8	59.7	+0.1	84.7	84.4	+0.3
60.7	60.6	+0.1	85.8	86.0	—0.2
61.5	61.4	+0.1	87.5	87.5	0.0
62.3	62.2	+0.1	89.2	89.1	+0.1
63.1	63.6	—0.5	90.6	90.6	0.0
64.1	64.1	0.0	92.3	92.2	+0.1
65.6	65.6	0.0	93.8	94.1	—0.3
66.4	66.6	—0.2	95.7	96.0	—0.3
68.1	68.1	0.0	98.2	98.2	0.0
68.9	68.9	0.0	99.8	100.1	—0.3
69.8	69.9	—0.1	101.6	102.1	—0.5
70.6	70.4	+0.2	103.8	104.4	—0.6
70.8	71.0	—0.2	106.3	106.7	—0.4
72.1	72.3	—0.2	108.4	108.8	—0.4
73.4	73.6	—0.2	110.9	111.2	—0.3

Temperatur: 35°. Gleichung: $t = \frac{117,1}{p} + 8,0.$

Druckintervall: 2,58—0,61 kg pro cm².

t beob.	t ber.	Differenz in Sek.	t beob.	t ber.	Differenz in Sek.
113.4	113.7	—0.3	150.7	150.5	+0.2
116.1	116.0	+0.1	156.9	156.2	+0.7
118.5	118.4	+0.1	165.6	164.8	+0.8
121.5	121.6	—0.1	172.8	172.1	+0.7
126.9	126.8	+0.1	180.7	180.3	+0.4
129.3	129.8	—0.5	189.4	188.8	+0.6
132.2	132.6	—0.4	199.4	199.7	—0.3
138.4	138.8	—0.4	211.3	210.3	+1.0
145.1	144.3	+0.8			

Temperatur: 30°. Gleichung: $t = \frac{136,3}{p} + 6,85.$

Druckintervall: 2,296—0,823 kg pro cm².

t beob.	t ber.	Differenz in Sek.	t beob.	t ber.	Differenz in Sek.
66.1	66.2	—0.1	94.8	94.4	+0.4
67.3	67.1	+0.2	96.4	96.3	+0.1
68.0	68.1	—0.1	98.1	98.1	0.0
68.9	69.0	0.1	99.8	100.0	—0.2
70.1	70.0	+0.1	101.6	101.9	—0.3
71.2	71.2	0.0	103.4	103.9	—0.5
72.5	72.3	+0.2	105.9	105.9	0.0
73.5	73.6	—0.1	107.7	108.0	—0.3
74.6	74.7	—0.1	109.9	110.0	—0.1
76.0	76.2	—0.2	112.8	112.6	+0.2
77.3	77.4	—0.1	114.8	114.6	+0.2
78.5	78.6	—0.1	117.9	117.6	+0.3
79.7	79.9	—0.2	120.9	121.0	—0.1
81.2	81.3	—0.1	127.7	127.5	+0.2
82.7	82.7	0.0	130.8	130.8	0.0
84.4	84.2	+0.2	137.0	136.9	+0.1
85.9	85.7	+0.2	144.2	144.1	+0.1
87.3	87.6	—0.3	152.0	152.0	0.0
89.4	89.2	+0.2	161.4	161.7	—0.3
91.2	91.1	+0.1	172.2	172.5	—0.5

Temperatur: 25°. Gleichung: $t = \frac{159,45}{p} + 5,7.$

Druckintervall: 2,462—0,889 kg pro cm².

t beob.	t ber.	Differenz in Sek.	t beob.	t ber.	Differenz in Sek.
70.4	70.5	—0.1	110.5	110.7	—0.2
72.0	71.8	+0.2	113.3	113.3	0.0
73.2	73.1	+0.1	116.4	116.3	+0.1
74.8	74.7	+0.1	119.2	119.2	0.0
76.2	76.2	0.0	122.2	122.2	0.0
77.7	77.6	+0.1	125.4	125.5	—0.1
79.3	79.3	0.0	128.1	128.4	—0.3
80.7	80.7	0.0	131.4	131.7	—0.3
82.4	82.3	+0.1	135.0	135.1	+0.1
83.8	83.7	+0.1	137.8	137.5	+0.3
85.0	85.3	—0.3	141.3	141.3	0.0
87.0	86.9	+0.1	143.9	144.0	—0.1
88.5	88.6	—0.1	147.6	147.7	—0.1
90.8	90.8	0.0	151.1	150.9	+0.2
92.5	92.7	—0.2	155.4	155.0	+0.4
94.8	94.9	—0.1	159.5	159.3	+0.2
96.8	97.0	—0.2	164.4	164.8	—0.4
98.7	98.8	—0.1	168.3	168.2	+0.1
101.0	100.9	+0.1	173.0	172.0	+1.0!
103.0	103.5	—0.5	176.7	176.5	+0.2
105.7	105.9	—0.2	180.9	181.1	—0.2
107.9	108.3	—0.4	185.5	185.1	+0.4

Die Abweichungen zwischen Beobachtung und Berechnung bleiben innerhalb der erlaubten

Ablesefehler, und der Vorzeichenwechsel ist befriedigend;. die Gleichungen sind also zulässig. Durch Kombination dieser Gleichungen mit denen für die Poiseuillesche Strömung[1]) erhält man:

25°

$$pt = 164{,}0 \quad p_{\text{krit.}} = 0{,}798 \text{ kg pro cm}^2,$$
$$p(t-5{,}7) = 159{,}45 \quad t_{\text{krit.}} = 205{,}5 \text{ Sekunden};$$

30°

$$pt = 140{,}75 \quad p_{\text{krit.}} = 0{,}650 \text{ kg pro cm}^2,$$
$$p(t-6{,}85) = 136{,}3 \quad t_{\text{krit.}} = 216{,}5 \text{ Sekunden};$$

35°

$$pt = 121{,}3 \quad p_{\text{krit.}} = 0{,}525 \text{ kg pro cm}^2,$$
$$p(t-8{,}0) = 117{,}1 \quad t_{\text{krit.}} = 231{,}0 \text{ Sekunden};$$

40°

$$pt = 106{,}7 \quad p_{\text{krit.}} = 0{,}443 \text{ kg pro cm}^2,$$
$$p(t-9{,}15) = 102{,}65 \quad t_{\text{krit.}} = 240{,}9 \text{ Sekunden};$$

45°

$$pt = 94{,}3 \quad p_{\text{krit.}} = 0{,}379 \text{ kg pro cm}^2,$$
$$p(t-10{,}3) = 90{,}4 \quad t_{\text{krit.}} = 248{,}8 \text{ Sekunden};$$

50°

$$pt = 83{,}5 \quad p_{\text{krit.}} = 0{,}322 \text{ kg pro cm}^2,$$
$$p(t-11{,}45) = 79{,}8 \quad t_{\text{krit.}} = 259{,}3 \text{ Sekunden}.$$

Die Geschwindigkeiten $U_{\text{relativ}} = \frac{1}{t_{\text{krit.}}}$, die wir in den Kapillarröhren erzeugen müssen, um den Übergang von der Poiseuilleschen zur turbulenten Strömungsart zu erzielen, nehmen also mit zunehmender Temperatur ab.

Die absoluten kritischen Geschwindigkeiten sind durch die Formel

$$U_{\text{krit.}} = \frac{V}{t \cdot q}$$

gegeben, in welcher V das Volumen der durchgepreßten Flüssigkeit und q den Querschnitt der Kapillare vorstellt. Da V in unserem Falle gleich 47,2 ccm und q gleich 0,001412 qcm ist, so erhalten wir:

Temperatur	$U_{\text{krit.}}$
25°	162,66
30	154,4
35	144,7
40	138,8
45	134,35
50	128,9

Da in der Formel für die Reynoldssche Konstante K für den Übergang die absoluten Werte η der Viskosität des Benzylalkohols (in geordneter) Strömung enthalten sind, so mußten diese ermittelt werden. Das für Benzylalkohol benutzte Ostwaldsche Reibungsröhrchen lieferte für Wasser:

Temperatur	k	Relative Werte gefunden	Relative Werte berechnet nach Landolt-Börnstein
15°	126,3	1,278	1,279
25	98,8	1,000	1,000
30	88,7	0,898	0,895

Die Übereinstimmung genügt. Die Viskositäten von Benzylalkohol und Wasser bei 25° verhalten sich also wie 560,4 : 98,8, und eine einfache Rechnung liefert dann sowohl die k_p-Werte des Wassers für meinen Turbulenzreibungsapparat

$$k_{4^\circ} = 50{,}43\,^{1)} \quad k_{25^\circ} = 28{,}91 \quad k_{40^\circ} = 21{,}22$$
$$k_{15^\circ} = 36{,}96 \quad k_{30^\circ} = 25{,}96 \quad k_{45^\circ} = 19{,}37$$
$$k_{20^\circ} = 32{,}51 \quad k_{35^\circ} = 23{,}36 \quad k_{50^\circ} = 17{,}78$$

als auch die absoluten Reibungskoeffizienten η für Benzylalkohol:

Temperatur	η
25°	0,05054
30	0,04326
35	0,03739
40	0,03288
45	0,02906
50	0,02574

Die Dichte D des Benzylalkohols war schon bei Beginn der Untersuchung mit einem Pyknometer bei vier Temperaturen bestimmt worden; die Werte für die einzelnen Temperaturen wurden auf graphischem Wege ermittelt. Der Radius der Kapillare ist 0,0423 cm. Man erhält dann für das Osborne-Reynoldssche Kriterium

$$K = \frac{r \cdot D \cdot U_{\text{krit.}}}{\eta}$$

die folgenden Werte:

Temperatur	K_{Reynolds}
25°	136,68
30	150,97
35	163,05
40	177,14
45	193,21
50	208,44

Das Kriterium ist also nicht konstant, sondern wächst im gleichen Sinne wie die Temperatur.

1) Es wurden die genaueren K_p-Werte des Ostwaldschen Reibungsröhrchens benutzt.

1) Aus der graphischen Darstellung hatte ich seinerzeit den Wert $K_{4^\circ} = 49{,}4$ abgeleitet.

Buenos-Aires, Chemische Abteilung am Instituto Nacional del Profesorado Secundario, den 15. Juni 1914.

(Eingegangen 9. Juli 1914.)

Abgeschnittene Funken.
(Scintille troncate.)

(Mitteilungen aus dem physikalischen Institut der Universität Pisa (Direktor A. Battelli.) Nr. 44[1].)

Von A. Occhialini.

Wenn es gelingt, zwischen Elektroden, die man auf verschiedenem Potential hält, einen Strom herzustellen, der einen gewissen Grenzwert überschreitet — sei es unter Benutzung der natürlichen Leitfähigkeit der Gase oder unter Benutzung der durch äußere Agentien hervorgerufenen Leitfähigkeit —, so zeigt sich bekanntlich ein spontanes Anwachsen der Stromstärke; diese ist von einer beständigen Veränderung des Gases und der Elektroden begleitet und dauert an, bis die für die Existenz einer der Formen der Leitung in Gasen erforderlichen Bedingungen erreicht sind, nämlich jener Formen, wie sie durch den Glimmstrom oder durch den Voltaschen Lichtbogen dargestellt werden.

Diese letzte Form des Gleichgewichts wird tatsächlich erreicht und bleibt erhalten, wenn der Stromkreis und der Elektromotor stark genug sind, um sie aufrecht zu erhalten. Im Funken, der zum Einsetzen große Spannungen verlangt, wie sie mit Generatoren von kleiner Leistung bequem erreichbar sind, erreicht man diese Form mittels der Entladung der in den Kondensatoren angehäuften Elektrizität; sie wird aber unterbrochen, sobald der Elektrizitätsvorrat erschöpft ist.

Von diesem Gesichtspunkte aus betrachtet dürfte also die Anfangsphase des gewöhnlichen Funkens von allen übrigen vorübergehenden Formen der Leitung in Gasen, durch die man der Bogenform zustrebt, nicht verschieden sein. Ich glaube denn auch, nachgewiesen zu haben, daß man alle charakteristischen Merkmale des gewöhnlichen Funkens in diesen Übergangsformen zum Voltaschen Lichtbogen wiederfinden kann, die ich auch mit ziemlich niedrigen Spannungen habe verwirklichen können[2]).

Ebenso müßte die Endphase des oszillatorischen Funkens ein ganz richtiger Lichtbogen sein.

In der vorliegenden Mitteilung beabsichtige ich nun, über einen Versuch zu berichten, der direkt zeigt, wie die Schwingungen einer Entladung zwischen Metallelektroden von einem gewissen Augenblick an durch Lichtbogen hindurch vor sich gehen.

Um dies ableiten zu können, muß man notwendig beweisen, daß die letzte Phase des Funkens zu ihrer Existenz eben die Bedingungen des Lichtbogens oder der glühenden Kathode verlangt. Wenn wir nun die Möglichkeit des Glühens an einer der Elektroden ausschließen, so muß der Teil der Entladung, der gegebenen Falles durch den Lichtbogen hindurch erfolgt, verschwinden, und es muß nur der Vorgang übrig bleiben, der ohne die Notwendigkeit einer Erhitzung der Elektroden verläuft.

Um diese Schlußfolgerung zu bestätigen, habe ich den Entladungsfunken eines Kondensators zwischen einer Metallelektrode und der Oberfläche einer elektrolytischen Lösung überspringen lassen.

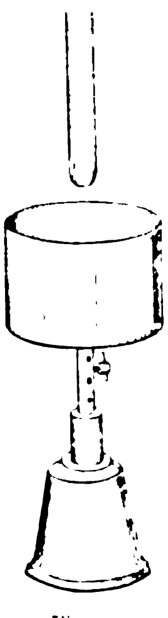


Fig. 1.

Ein zylindrisches Messinggefäß (Fig. 1), über dem sich eine Metallelektrode befand, konnte entweder mit einer Kupferplatte bedeckt werden, deren obere Fläche mit der Ebene des Gefäßrandes zusammenfiel, oder auch mit einer Kupfersulfatlösung genau bis zum Rande gefüllt werden. Auf diese Weise erhielt ich ein Spinterometer, das in den Entladungskreis eines Glasplattenkondensators eingeschaltet wurde.

Der Funke sprang zwischen der Elektrode P und der Metallplatte oder zwischen der Elektrode und der Flüssigkeitsoberfläche bei derselben Durchbruchsentfernung und derselben Verteilung des elektrischen Feldes über.

Bei oberflächlicher Untersuchung erscheinen die beiden so erhaltenen Funken merklich verschieden. Die zum Elektrolyten übergehenden Funken sind viel heftiger und lauter, aber viel weniger hell als die anderen. In Fig. 2 sind die photographischen Aufnahmen der beiden

1) Nr. 43: diese Zeitschr. 13, 705, 1912.

2) A. Occhialini, Scintille a basso potenziale. Nuovo Cimento (2) 1911; diese Zeitschr. 13, 205, 1912.

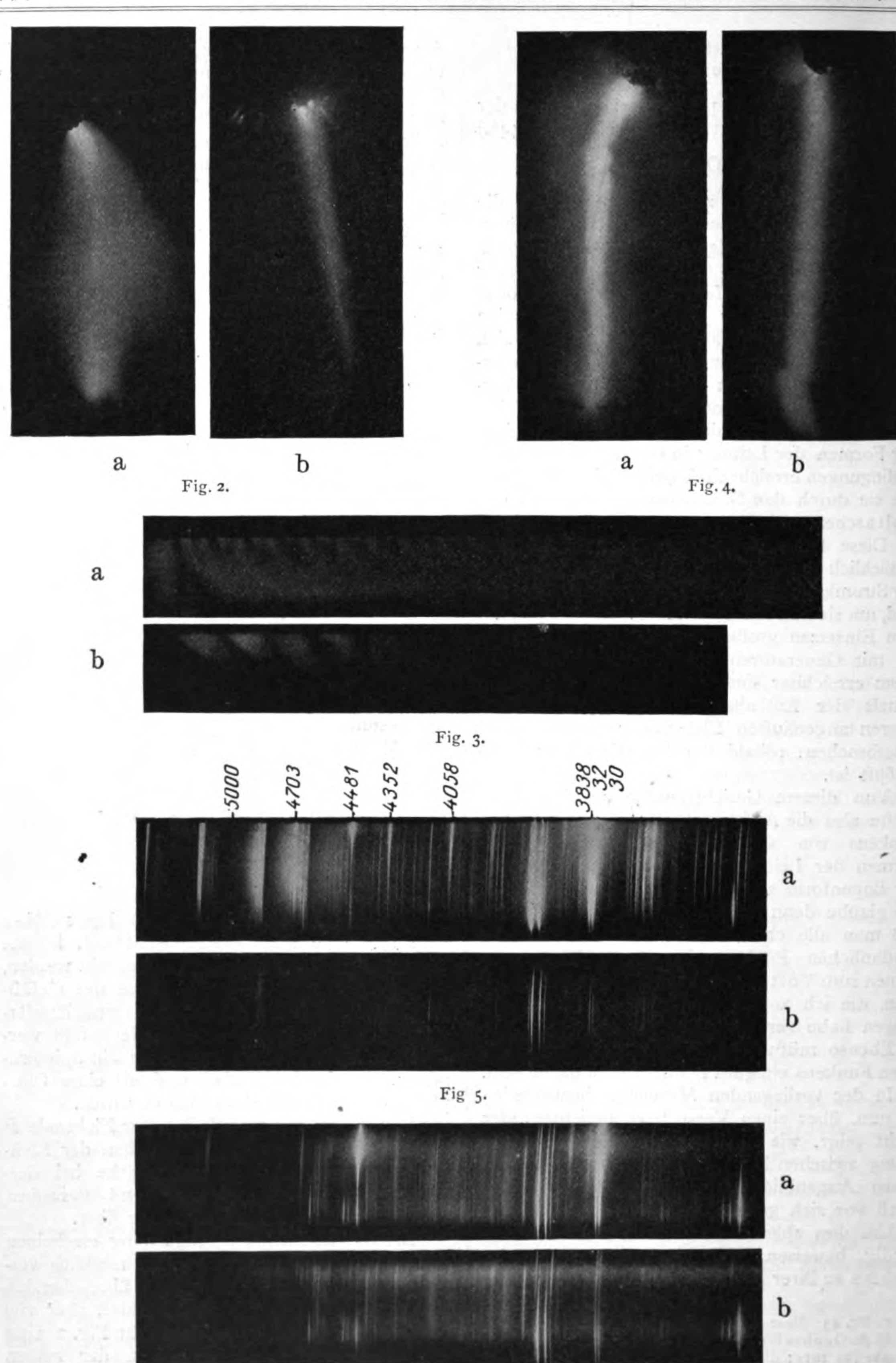


Fig. 2.

Fig. 4.

Fig. 3.

Fig 5.

Fig. 6.

Funken bei identischen Verhältnissen im Stromkreise und bei starker Selbstinduktion wiedergegeben. Man sieht ohne weiteres, daß der Funke bei flüssiger Elektrode dieselbe (bahnbrechende) Anfangsentladung besitzt, daß aber die reiche Aureole fehlt, welche den Funken zwischen Metallelektroden umhüllt.

Die Untersuchung der beiden Funken im rotierenden Spiegel lieferte die beiden in Fig. 3 wiedergegebenen Photogramme. Der Funke zwischen Metallelektroden liefert bei den benutzten Verhältnissen im Entladungskreise etwa vierzig halbe Schwingungen; der mit flüssiger Elektrode erhaltene Funke weist fünf bis sechs Halbschwingungen auf.

Der verschiedene Abstand, den man in den beiden Photogrammen zwischen den einzelnen aufeinanderfolgenden Halbschwingungen beobachtet, beruht nicht auf verschiedener Dauer der Periode der beiden Entladungen. Die Notwendigkeit, sämtliche Schwingungen auf einer Platte von 12 cm zusammenzufassen, erforderte, den Spiegel ziemlich langsam zu drehen, als es sich darum handelte, das Photogramm (a) aufzunehmen. Da diese Notwendigkeit nicht mehr besteht, wenn eine der Elektroden flüssig ist, oder wenn die Entladungen weniger zahlreich sind, wurde das Photogramm (b) mit einer viel größeren Spiegelgeschwindigkeit aufgenommen als das Photogramm (a). Ich habe mich jedoch vergewissert, daß die Periode der beiden Entladungen identisch ist.

Wir können also den Schluß ziehen, daß die Endphase einer oszillatorischen Entladung nur bei glühfähigen Elektroden besteht und fehlt, wenn eine der Elektroden von einer elektrolytischen Lösung gebildet wird. Sie ist also ein Bogen.

Ich will diese Entladungen, denen ich durch den Kunstgriff mit der flüssigen Elektrode die Möglichkeit genommen habe, sich frei bis zur Dämpfung zu entwickeln, „abgeschnittene Funken" nennen.

Einfluß der Selbstinduktion.

Es wurde beobachtet, daß die Verkürzung eines Funkens nur nach den ersten Schwingungen erfolgt. Vielleicht bleiben die ersten Schwingungen auch bei flüssiger Elektrode erhalten, weil sich in ihnen der Vorgang der (bahnbrechenden) Anfangsentladung wiederholt, oder weil die Spannung höher als 300 Volt bleibt und deshalb ein Glimmstrom eintreten kann; alsdann sinkt die Spannung unter diesen Wert, und die Leitung hört auf, wenn es nicht möglich ist, einen Lichtbogen zu unterhalten.

Infolgedessen wird ein gewöhnlicher Funke sich von dem mit flüssiger Elektrode erhaltenen um so mehr unterscheiden, je höher die Zahl der Schwingungen ist, die letzterer besitzt. Sie werden dann identisch sein, wenn auch bei glühfähigen Elektroden die Schwingungen wenig zahlreich sind.

Mit anderen Worten: Der Unterschied zwischen den beiden Funken wird groß sein, wenn der überwiegende Teil der Entladung unter normalen Verhältnissen vom Bogen gebildet wird; er wird hingegen gar nicht vorhanden sein, wenn die Entladung großtenteils durch die (bahnbrechende) Anfangsentladung erfolgt.

Die in Fig. 4 wiedergegebenen Photogramme zeigen den Funken zwischen Metallelektroden (a) und den mit einer Salzlösung erhaltenen (b), wenn die Selbstinduktion auf die unvermeidlichen Verbindungen beschränkt ist, und die Entladung aus einer intensiven (bahnbrechenden) Anfangsentladung und sehr wenigen Schwingungen besteht. Die Photogramme weisen keine merklichen Verschiedenheiten auf.

Spektroskopische Untersuchung.

Die spektroskopische Analyse dieser Funken liefert die in Fig. 5 dargestellten Ergebnisse. Als Elektroden wurden für den normalen Funken Magnesium und für den abgeschnittenen Funken eine Magnesiumsulfatlösung verwendet. Wenn die Selbstinduktion stark ist, liefert der abgeschnittene Funke ein sehr linienarmes Spektrum, das aus wenigen sehr feinen Flammenlinien besteht.

Die in Fig. 6 zusammengestellten Spektren gehören den beiden Funken mit geringster Selbstinduktion an. Die Unterschiede, die diese aufweisen, sind unmerklich geworden, während gleichzeitig das Spektrum vollständig zu einem Linienspektrum geworden ist.

(Nach dem Manuskript aus dem Italienischen übersetzt von Max Ikle.)

(Eingegangen 23. Juli 1914.)

Nachtrag.

Von J. R. Partington.

In der neulich veröffentlichten Arbeit vom Verfasser (diese Zeitschr. **15**, 601, 1914) soll die Gleichung (4), anstatt

$$q = 1 + (z' - 1)\frac{27}{32}\pi r^3$$

richtig:



$$\varphi = 1 - \frac{9}{64}\pi\tau(1 - 6\tau^2)\ ^{1)}$$

heißen, woraus sich ergibt

$$\varphi = 1{,}027.$$

1) Vgl. Nernst, „Theoretische Chemie", 7. Aufl. S. 276.

Daher findet man aus dem $\varkappa'$ Wert des Verfassers:

$$\varkappa = \varkappa'\varphi = 1{,}317 \times 1{,}027 = 1{,}353 \pm 0{,}001,$$
$$C_v = 2{,}103/0{,}353 = 5{,}96 \text{ cal},$$
$$C_p = 5{,}96 + 2{,}10 = 8{,}06 \text{ cal}.$$

(Eingegangen 20. Juli 1914.)

BESPRECHUNGEN.

Max Planck, Neue Bahnen der physikalischen Erkenntnis. Rektoratsrede. gr. 8. 28 S. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1914. M. 1.—

Die Leser dieser Zeitschrift wissen, welch hoher Genuß es ist, Worte von Planck zu hören und zu lesen. Das glückliche akademische Jahr 1913/14, das den Meister der theoretischen Physik an der Spitze der ersten deutschen Universität stehen sieht, hat besonders oft Veranlassung gegeben zu kleineren und größeren Reden Plancks, die freilich nicht immer, wie die vorliegende, sein eigenstes Forschungsgebiet betrafen, vielmehr zum größeren Teil sich fern von Spezialwissenschaft hielten. Aus allen Reden spricht in erhebender Weise die edle sittliche Weltanschauung und das Bestreben, ihr die notwendige Geltung und Wertschätzung zu verschaffen. — Hier liegt uns eine jener formvollendeten, fesselnden Reden vor, durch welche Planck einem großen Kreis der verschiedensten wissenschaftlichen Fachrichtungen einen Einblick in die Probleme der modernen theoretischen Physik tun ließ (Atomtheorie, Relativität, Quantenhypothese).

Besonders auch den Zaghaften unter den Naturforschern, die keine Hypothesen vertragen können und denen die Phantasie nur verdammenswert erscheint, sei die Rede empfohlen. Mögen sie die Worte beherzigen: „Wer den Glauben an die Realität der Atome und der Elektronen, oder an die elektromagnetische Natur der Lichtwellen, oder an die Identität von Körperwärme und Bewegung verwirft, der wird deswegen ganz gewiß niemals eines logischen oder empirischen Widerspruchs überführt werden können. Aber er mag zusehen, wie er es von seinem Standpunkt aus fertig bringt, die physikalische Erkenntnis zu fördern".

S. Valentiner.

H. Weber u. I. Wellstein, Enzyklopädie der Elementarmathematik. III. Band. Zweite Auflage. 8. 1. Teil. XII u. 536 S. mit 254 Figuren. 2. Teil. XV u. 671 S. mit 271 Figuren. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1911 u. 1912. Preis gebunden M. 12.— u. M. 14.—

Die erste Auflage dieses trefflichen Buches ist von mir in dieser Zeitschrift (**11**, 550, 1910) angezeigt worden. Ich kann mich daher hier darauf beschränken, anzugeben, welche wesentlichen Änderungen die zweite Auflage von der ersten unterscheiden. Die Vektoranalysis ist umgearbeitet und ein Abschnitt über Tensoren hinzugefügt worden, und zwar ist der Tensorbegriff hier etwas allgemeiner gefaßt, als im allgemeinen in der Physik üblich ist. Was man sonst im allgemeinen als Tensor bezeichnet, nennt Weber „orthogonalen" Tensor; die hier vorgenommene Erweiterung des Tensorbegriffes läßt sich aber ebenso leicht verstehen, wie bei Beschränkung auf orthogonale Tensoren. Ferner ist ein Abschnitt über Optik hinzugekommen. In der Abteilung für Elektrizität ist die Dielektrizitätskonstante, abweichend von der ersten Auflage, wie üblich definiert, indem sie für das Vakuum gleich 1, und nicht gleich $\frac{1}{4\pi}$ gesetzt ist. Dadurch hofft der Verfasser den in der Tat leicht möglichen Verwechslungen vorzubeugen.

Auch in der neuen Auflage besitzt die Darstellung die hohen Vorzüge der alten, so daß eine besondere Empfehlung sich wohl erübrigt.

C. Schaefer.

Berichtigung

zur Mitteilung von R. Ladenburg, Die Methode von Mandelstam-Ubisch usw., diese Zeitschr. S. 690 ff.

In den Gleichungen (5) und (6) S. 693 muß es $\bar{q}^2$ (und nicht q^2) heißen; infolgedessen sind die Zahlen der 3. Kolonne der kleinen Tabelle (unter $\bar{q}\cdot 10^{-5}$) um etwa 8 Proz. zu erhöhen. Die Konsequenzen werden dadurch nicht geändert.

R. Ladenburg.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Zürich Dr. G. Pólya für Mathematik, an der Universität Zürich Dr. J. Lifschitz und Dr. J. Dubsky für Chemie, an der Universität Göttingen Dr. Heinrich Wienhaus für Chemie, an der Technischen Hochschule Berlin Dr. W. D. Treadwell für chemisch-technische Prüfungsmethoden.

Ernannt: Der Maschineningenieur Dr. Ing. Max Jacob zum Kaiserlichen Professor und Mitglied der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin, der Assistant Professor an der Universität Chicago William D. Harkins zum Associate Professor an derselben Hochschule, der Privatdozent für Chemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Wilhelm Steinkopf zum a. o. Professor ebendaselbst, der Demonstrator für angewandte Chemie an der Universität von Manchester Frank Brinsley zum Lektor für Physikalische Chemie am Victoria College in Stellenbosch bei Kapstadt.

Verliehen: Dem ord. Professor der Chemie und Technologie an der Universität Freiburg i. B. Dr. Ludwig Gattermann der Titel Geh. Hofrat.

Gestorben: Der emer. ord. Professor der chemischen Technologie an der Universität Budapest Dr. Vinzenz Wartha, der ord. Professor an der Technischen Hochschule Berlin und Direktor des Materialprüfungsamtes daselbst Geh. Oberregierungsrat Dr. Ing. Adolf Martens, Fräulein Ida Freund in Cambridge (England), Lector für Chemie am Newnham College.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 17/18. 15. September 1914. 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 19 am 26. September 1914

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Theorie der positiven Säule.

Von R. Seeliger.

1. Durch die grundlegenden Arbeiten von J. J. Thomson und J. Stark sind wir zu einem in sich geschlossenen physikalischen Bild der Glimmentladung gelangt, das auf Grund allgemeiner ionentheoretischer Überlegungen in der Tat in großen Zügen Rechenschaft gibt von den wichtigsten Eigenschaften der selbständigen Strömung. Wo dieses Bild bisher versagte oder sich im einzelnen nicht weiter ausführen ließ, schob man dies lediglich auf die Kompliziertheit der in Frage kommenden Prozesse und hat sich mit diesem Bescheid wohl auch beruhigt: die Theorie der Glimmentladung schien im wesentlichen klargestellt zu sein und hatte damit zunächst an allgemeinem Interesse verloren.

Sobald man aber versucht, auf Grund der genannten theoretischen Anschauung eine nunmehr weiter ins Einzelne gehende Deutung der zahlreichen, inzwischen an der Glimmentladung gewonnenen experimentellen Einsichten zu geben, stößt man nicht nur in quantitativer, sondern auch in qualitativer Hinsicht auf die größten Schwierigkeiten, und es drängt sich die Vermutung auf, daß diese Schwierigkeiten nicht nur in der, eine Berücksichtigung aller in Betracht kommenden Faktoren sehr erschwerenden Kompliziertheit des zu beschreibenden Vorgangs, sondern in prinzipiellen Mängeln der theoretischen Grundlagen ihre Ursache haben. Da andererseits die Glimmentladung bei eingehender Erkenntnis ihres Mechanismus ein fruchtbares Mittel zum Studium der elementaren ionenphysikalischen Prozesse abgeben könnte, scheint eine genauere Untersuchung, insbesondere eine Revision der jener Thomson-Starkschen Theorie zugrunde liegenden Anschauungen, von weitergehendem Interesse zu sein.

Es sind bereits eine Reihe Tatsachen bekannt, für die bei näherem Zusehen eine Deutung lediglich auf Grund der oben genannten „klassischen" Theorie, d. h. ohne Zusatzannahmen, nicht gegeben werden kann, wie z. B. die scharfe Begrenzung des Kathodendunkelraumes, die Variation seiner Länge mit Stromstärke und Druck, das Goldsteinsche Gesetz der Schichtlängen[1]) usw. In einer interessanten Arbeit hat ferner vor kurzem Holm[2]) darauf hingewiesen, daß auch bei der Erklärung des scheinbar so einfachen Gebildes der positiven ungeschichteten Säule sich große Schwierigkeiten ergeben und hat versucht, die Thomson-Starksche Theorie durch eine Zusatzhypothese dahin zu vervollständigen, daß sie diese Schwierigkeiten überwinden kann. Da mir nun gerade dieser Teil der Glimmentladung als Ausgangspunkt weiterer Untersuchungen besonders geeignet erscheint, möchte ich im folgenden einige Überlegungen mitteilen, die auf die Theorie der ungeschichteten positiven Säule Bezug haben; ich werde mich dabei, wie ausdrücklich bemerkt sei, mehrfach auf die genannten Überlegungen von Herrn Holm stützen.

2. Die ungeschichtete Säule dokumentiert

1) Vgl. z. B. R. Seeliger, Ann. d. Phys. **38**, 764, 1912.

2) R. Holm, diese Zeitschr. **15**, 241, 289, 1914.

sich bekanntlich insofern als besonders einfaches Gebilde, als sich in ihr der Potentialgradient und die Leitfähigkeit, allgemein alle Parameter (Halleffekt, Leuchtintensität usw.) als räumlich konstant in Richtung der Entladung ergeben haben. Wir sehen die Säule in Übereinstimmung mit der Theorie von Thomson-Stark an als ein Gebilde, in dem nach Maßgabe der Entladungsbedingungen (Druck p, Strom I, Gradient G) ein räumlich konstantes Dissoziationsgleichgewicht besteht zwischen den neutralen Gasmolekülen und den geladenen Trägern des Glimmstroms; als solche wollen wir annehmen Elektronen, positive und negative Ionen. Schwere Ionen (clusters) dürften bei den in Betracht kommenden tiefen Drucken kaum vorhanden sein; ihre Existenz würde übrigens, wie man sofort sieht, an den folgenden Überlegungen prinzipiell nichts ändern. Hinsichtlich des Mechanismus dieses Gleichgewichtszustandes wollen wir nun annehmen, daß Elektronen durch Ionenstoß primär neue Elektronen und positive Ionen erzeugen, und daß diese wieder verschwinden durch Rekombination und durch Anlagerung an neutrale Moleküle, wobei wir der Allgemeinheit halber alle derartigen Eventualitäten ins Auge fassen wollen.

Bezeichnen wir mit j den Strom, mit n die Konzentration, mit G den Gradienten und endlich mit N^K allgemein denjenigen Bruchteil einer bestimmten Art von Zusammenstößen, welcher zu dem durch den oberen Index K gekennzeichneten Endresultat führt[1]), kennzeichnen ferner durch untere Indizes, auf welche Art von Teilchen sich die genannten Größen beziehen (m = Molekül, o = Elektron, $+$ = positives Ion, $-$ = negatives Ion), so können wir zunächst gewisse Gleichungen aufstellen, welche die zeitliche Konstanz des Dissoziationsgleichgewichtes zum Ausdruck bringen. Da die Säule in Richtung des Stromes als räumlich homogen, die einzelnen Querschnitte also als gleichwertig zu betrachten sind, ergibt sich, daß für jedes Volumelement die Anzahl der einströmenden Träger jeder Art für sich gleich ist der Anzahl der ausströmenden, daß also die Gleichgewichtsbedingungen nach dem Schema anzusetzen sein werden:

Anzahl der entstehenden Träger = Anzahl der verschwindenden Träger.

Sie werden also, um ein konkretes Beispiel zu geben, der bekannten Gleichung $q = \alpha n_1 n_2$ für dichte Gase entsprechen, und nicht der Gleichung

$$\frac{d}{dx}(n \cdot v \cdot G) = q - \alpha n_1 n_2.$$

Da ferner der Gradient in der Richtung des Stromes konstant ist und also das Ohmsche Gesetz gilt, können wir die Konzentrationen n ausdrücken durch die Partialströme j und den Gradienten G und werden so für jede Trägerart eine Gleichgewichtsgleichung (im ganzen also drei Gleichungen) erhalten von der Form

$$\left.\begin{aligned} F_1(j_o, j_+, j_-, N^K_{\lambda\mu}, \ G) &= 0, \\ F_2(j_o, j_+, j_-, N^K_{\lambda\mu}, \ G) &= 0, \\ F_3(j_o, j_+, j_-, N^K_{\lambda\mu}, \ G) &= 0, \end{aligned}\right\} \quad \text{(I)}$$

worin die Größen $N^K_{\lambda\mu}$ Funktionen von G sind.

Dazu kommt nun noch eine weitere Gleichung, welche die räumliche Ladung des Volumelementes ergibt. Da wir setzen können

$$j = n \cdot u = \mu \cdot f(G)\ ^{1}),$$

so wird sie allgemein die Form haben

$$\Psi(j_o j_+ j_- G) = \frac{j_o}{f_o(G)} + \frac{j_-}{f_-(G)} - \frac{j_+}{f_+(G)} = \frac{\varrho}{e}\mu. \quad \text{(II)}$$

Aus den Gleichungen (I) und (II) erkennt man nun bereits, daß die Grundlagen der Thomson-Starkschen Theorie in Verbindung mit der mehrfach vertretenen Annahme $\varrho = 0$ zu dem mit der Erfahrung durchaus nicht übereinstimmenden Resultat führen: Die positive Säule als stationäres Gebilde ohne Raumladung kann nur für einen (vom Druck allein abhängenden) bestimmten Wert des Gradienten und des Stromes sowie der Mischungsverhältnisse der Partialströme bestehen.

Nimmt man $\varrho \neq 0$ an, so verschwindet diese Schwierigkeit; man kann also lediglich durch die obigen allgemeinen Überlegungen die Existenz einer Raumladung folgern, die Holm (loc. cit.) in anderer Weise wahrscheinlich gemacht hat. Es gibt allerdings einen Ausweg, auch für $\varrho = 0$ weiterzukommen, wenn man nämlich die Gleichungen (I) als homogen von gleichem Grad in den j annimmt; es würde das physikalisch bedeuten, daß für die Gleichgewichtsgleichungen nur Zusammenstöße zwischen Trägern und neutralen Gasmolekülen, nicht aber solche zwischen den Trägern unter sich in Be-

1) Es bedeutet also z. B. n_m die Anzahl der Moleküle, n_+ die Anzahl der positiven Ionen in ccm, j_o den Elektronenstrom; N_{om} würde sich auf Zusammenstöße zwischen Elektronen und Molekülen, N_{+-} auf Zusammenstöße zwischen positiven und negativen Ionen beziehen; als oberer Index K kommt in Betracht e und a (e = Ionisation, a = Absorption), also N^e_{om} = relative Anzahl der Zusammenstöße Elektron—Molekül, die mit Ionisation verbunden sind, N^a_{+-} relative Anzahl der Zusammenstöße zwischen Ionen, die mit Rekombination enden usw.

1) Es bedeutet u die mittlere tatsächliche Wanderungsgeschwindigkeit des Trägers. Die Einführung eines der Trägerbeweglichkeit in dichten Gasen entsprechenden Faktors v ($u = v \cdot G$) ist auch hier erlaubt, da das Ohmsche Gesetz gilt.

tracht kommen. Eine weitere Diskussion dieser speziellen Fälle erübrigt sich, da inzwischen Hr. Salinger[1]) durch direkte Sondenmessungen die Existenz einer (positiven) Raumladung nachweisen konnte.

3. Wir wollen uns im folgenden mit den Gleichungen (I) etwas genauer beschäftigen und können uns nun auf die erste dieser Gleichungen beschränken, welche das Gleichgewicht der Elektronen bestimmt. Der Gradient auf der Säule wird sich, ebenso wie die Partialströme j, so einstellen, daß der Vorgang zeitlich stationär ist; die schwierige Frage, in welcher Weise diese Einstellung erfolgt, also die Berücksichtigung der Diff.-Quotienten nach der Zeit, läßt sich ohne genauere Kenntnis der Größen $N^e_{\cdot}$, nicht lösen, so daß wir uns auf das statische Problem beschränken wollen, bei dessen Diskussion die detaillierte Kenntnis der N weitgehend ausgeschaltet werden kann.

Wir nehmen an, daß die Elektronen durch Stoß neutrale Gasmoleküle ionisieren und so neue Elektronen erzeugen; verschwinden werden die Elektronen, indem sie sich an neutrale Moleküle anlagern und negative Ionen bilden und indem sie sich mit positiven Ionen neutralisieren. Die Gleichung $F_1 = 0$ nimmt dann die spezielle Form an:

$$j_e \cdot n_m \cdot N^e_{em} = j_e n_m \cdot N^a_{em} + j_e n_+ \cdot N^a_{e+}, \quad \text{(III)}$$

oder wenn wir

$$n_+ = \frac{j_+}{v_+}$$

setzen (v_+ = mittlere relative Geschwindigkeit der Elektronen zu den positiven Ionen):

$$n_m \cdot N^e_{em} = n_m \cdot N^a_{em} + j_+ \cdot \frac{1}{v_+} \cdot N^a_{e+}, \quad \text{(IIIa)}$$

die wir künftig in der abgekürzten Form $E = A$ benutzen werden.

Bei Vernachlässigung des zweiten Gliedes rechts ist diese Gleichung identisch mit der von Holm angegebenen Gleichung (l. c., S. 244)[2]); da wir über die bei der Rekombination eine Rolle spielenden Wirkungssphären sowie die Verteilung der Geschwindigkeiten nichts wissen, scheint mir die Hinzunahme der genannten Glieder im Interesse der Allgemeinheit jedoch wünschenswert. Zur Diskussion von Gleichung (IIIa) ist es nun praktisch, sich einer graphischen Darstellung zu bedienen, die im folgenden von großem Nutzen ist. Wir tragen als Abszissen G und den Gesamtstrom $I = j_e + j_- + j_+$, als Ordinaten die beiden Seiten der Gleichung (IIIa) auf, konstruieren also die den beiden Seiten der Gleichung entsprechenden Flächen E und A über der (IG)-Ebene (Fig. 1). Die Projektion der Schnittkurve der beiden Flächen E und A auf die (IG)-Ebene stellt dann direkt die gesuchte Abhängigkeit des Gradienten vom Strom dar. Für den von Holm diskutierten Fall ergibt sich, wie bemerkt, G unabhängig von I. Die allgemeine

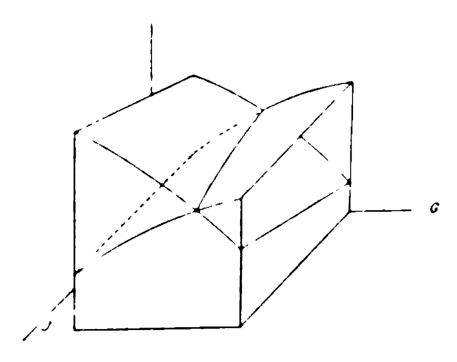


Fig. 1.

Gleichung (III) ergibt nun folgendes: Für I = konst. nimmt ebenso wie für den von Holm betrachteten Fall die linke Seite der Gleichung zu mit wachsendem G; die rechte Seite nimmt ebenso wie dort ab mit wachsendem G. Für das erste Glied ist dies bereits von Holm gezeigt. Im zweiten Glied nimmt N^a_{e+} ab, v_+ zu, während j_+ nur konstant bleiben oder abnehmen kann, da mit wachsendem Gradienten das Konzentrationsverhältnis der Partialströme sich nur nach der Seite des Elektronenstromes verschieben kann. Dagegen nimmt nunmehr für G = konst. mit wachsendem I die rechte Seite zu, da das zweite Glied proportional j_+ wächst, das erste unabhängig von I ist[1]). Wir erhalten also durch die allgemeine Gleichung (III) nun nicht mehr einen vom Strom unabhängigen Gradienten, sondern ein Steigen des Gradienten mit wachsendem Strom, also gerade das umgekehrte Verhalten, wie sich experimentell ergeben hat.

1) In der demnächst erscheinenden Berliner Dissertation; nach freundlicher mündlicher Mitteilung.

2) Aus der sich ergibt, daß der Gradient unabhängig vom Strom und — wie dies Holm unter Berücksichtigung der speziellen Form von N^e_{em} und N^a_{em} zeigte — umgekehrt proportional dem Druck ist.

1) Dazu ist jedoch folgendes zu bemerken. Wir hatten oben erwähnt, daß die Säule eine positive Raumladung enthält, die aus Symmetriegründen in einem zylindrischen Entladungsrohr jedenfalls axial-symmetrisch angeordnet ist. Diese Raumladung kann, wie mir Herr Salinger mitteilte, recht beträchtliche Werte erreichen, so daß der Quergradient durchaus vergleichbar werden kann mit dem Längsgradienten G, den wir bisher allein betrachtet haben. Man wird deshalb in Gleichung (III) diesen Quergradienten nicht vernachlässigen können, d. h. in Gleichung (III) als Variable den Gesamtgradienten $\mathfrak{G}$ an Stelle des Längsgradienten G einführen müssen. Abgesehen davon, daß für die Volumelemente in der Nähe der Rohrachse die beiden Gleichungen ineinander übergehen, erkennt man unschwer, daß sich alle Schlüsse qualitativ unverändert auf die allgemeine Gleichung übertragen lassen.

4. Mag man sich nun für die einfachere (Holmsche) oder die allgemeinere Form der Gleichung (III) entscheiden, jedenfalls scheint mir aus der vorhergehenden Diskussion eindeutig hervorzugehen, daß man auf Grund einer lediglich die Entstehung und das Verschwinden von Trägern durch Ionenstoß, Absorption und Rekombination berücksichtigenden Theorie die Ergebnisse des Experiments nicht deuten kann. Man ist also gezwungen, geeignete Zusatzhypothesen zu machen, und es fragt sich, welcher Art diese Zusatzhypothesen sein müssen. Wir können nun in sehr bequemer Weise rein formal und ganz allgemein sagen, wie diese Zusatzannahmen beschaffen sein müssen, wenn wir unsere graphische Darstellung benutzen. Betrachten wir der Einfachheit halber einen Schnitt $I =$ konst. durch das Flächenmodell der Fig. 1, so sehen wir, daß alle in Betracht kommenden Zusatzannahmen darauf hinauskommen müssen, daß E mit wachsendem Strom größer, oder daß A kleiner wird (Fig. 2),

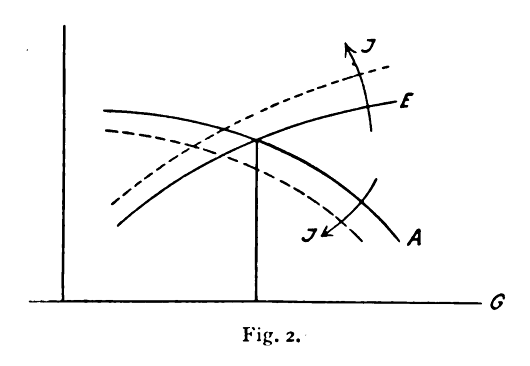


Fig. 2.

und wir haben nun also zu diskutieren, wie die Zusatzhypothesen beschaffen sein müssen, um diese formal abgeleitete Wirkung zur Folge zu haben.

Es sind nun offenbar zweierlei Möglichkeiten gegeben: Entweder wir sehen die Wirkung der fraglichen Zusatzhypothesen darin, daß eine direkte Modifikation der Größen A und E in dem gewünschten Sinne eintritt, oder darin, daß wir gewisse Zusatzglieder Z erhalten, die Gleichung (III) also die Form annimmt

$$j_0 E + Z_1 = j_0 A + Z_2.$$

Eine Möglichkeit, solche Zusatzglieder zu erhalten, sehe ich nun in der Berücksichtigung der bisher vernachlässigten Diffusion der Ladungsträger an die Wand des Entladungsrohres[1]). Rechnet man in der gewöhnlichen Weise mit den Partialdrucken der Ionen, so ist eine merkbare Wirkung der Diffusion ausgeschlossen; man erhält, wie man ohne weiteres einsieht, infolge der schnelleren Diffusion der Elektronen eine Potentialdifferenz zwischen Rohrachse und Rohrwand, die 10^{-2} Volt nicht überschreiten kann (entsprechend der bei Gleichverteilung der Energie sich ergebenden Energie der Ladungsträger), während andererseits diese — der Diffusion entgegenwirkende — Potentialdifferenz von Herrn Salinger zu mehreren Volt festgestellt ist. Ein Ausweg und damit zugleich eine Erklärung der positiven Raumladung ergibt sich jedoch sofort auf Grund der Einsicht, daß natürlich von einer Gleichverteilung der Energie keine Rede sein kann[1]). Da nach den Versuchen von Franck und Hertz die Elektronen mehr oder minder elastisch von den Gasmolekülen reflektiert werden, besitzen sie eine — nach Maßgabe des Längsgradienten — bedeutend größere Energie als im feldfreien Raum. Man kann nun unter Zugrundelegung der üblichen Diffusionsgleichungen von Planck unter der Annahme eines derartig erhöhten Partialdruckes in der Tat die positive Raumladung in der von Herrn Salinger beobachteten Größe erhalten.

Weit schwieriger ist nun die Frage zu beantworten, wie die Diffusionsströme — deren Existenz eben erklärt wurde — in ihrer Wirkung in die Gleichung (IIIa) eingehen. Ich vermag darüber zunächst nur folgendes zu sagen: Die rechte Seite der Gleichung (III) nimmt jedenfalls allgemein die Form an ($\varphi =$ Potential, $\Theta =$ „Temperatur" der Elektronen):

$$j_0 A + u \cdot \left\{ R \cdot \Theta \cdot \Delta n + e \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(n \frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(n \frac{\partial \varphi}{\partial y}\right)\right)\right\}, \qquad \text{(IV)}$$

es tritt also ein Diffusionsglied hinzu, und wir können nun nur aussagen, daß dieses Glied, wenn es die beabsichtigte Wirkung haben soll, nicht proportional der Konzentration sein darf. Damit dies der Fall ist, müssen wir — dies ergibt sich übrigens unmittelbar aus dem Superpositionsprinzip von Nernst für Elektrolyte[2]) — Grenzbedingungen an der Wand des Rohres annehmen, die jedenfalls recht komplizierte sind; es darf also z. B. die Konzentration der Ionen an der Wand nicht proportional dem Strom sein.

Wenn so also jedenfalls auch die Möglichkeit offen gelassen werden muß, durch Berück-

1) Man vergleiche die nachstehend abgedruckte Note von Holm. Diese Zeitschr. 15, 782, 1914.

1) Vgl. auch Townsend und Tizard, Proc. Roy. Soc. 88, 336, 1913; Pidduck, ebenda, 88, 296, 1913, wo das Auftreten anormal hoher Energien als etwas Auffallendes hingestellt ist.

2) Z. B. Planck, Wied. Ann. 39, 161, 1890.

sichtigung der Diffusion die diskutierten Diskrepanzen zwischen Theorie und Experiment zu beseitigen, scheint mir eine Besprechung der übrigen Möglichkeiten zur Konstruktion geeigneter Zusatzhypothesen nicht unnötig zu sein. Die Möglichkeit, andere Zusatzglieder Z zu finden, ist, soweit ich sehe, mit der Diffusion erschöpft, wenigstens was die rechte Seite der Gleichung (III) bzw. (IIIa) anbetrifft. Auf der linken Seite ist zwar mit Sicherheit ein Glied Z anzunehmen, herrührend von der Ionisation durch die ultraviolette Strahlung der Säule selbst oder vielleicht von den bereits von Thomson postulierten Entladungsstrahlen[1]; da das hinzukommende Glied jedoch — will man nicht weitere Annahmen machen — jedenfalls proportional j_e zu setzen ist, kann es nicht, wie dies z. B. Thomson angibt, die beabsichtigte Wirkung haben. Die Wirkung dieses Gliedes wird zwar, um auf die Fig. 2 zurückzukommen, die Kurve E herabdrücken, also den Gradienten kleiner erscheinen lassen, als er sich allein aus der Stoßionisation und aus den unergänzten Gleichgewichtsgleichungen ergibt, sie wird jedoch nicht die Abhängigkeit des Gradienten vom Strom erklären können.

Wir kommen damit auf diejenigen Zusatzhypothesen zu sprechen, welche direkt eine Modifikation des Gliedes E bewirken, und ich möchte hier eine Hypothese („Lockerungshypothese[2]") in Vorschlag bringen, die alles Verlangte qualitativ leistet und physikalisch recht plausibel ist. Wir müssen verlangen, daß E $n_m \cdot N'_m$ mit wachsendem Strom zunimmt, d. h. daß die Wahrscheinlichkeit dafür zunimmt, daß ein Zusammenstoß Elektron—Molekül zur Ionisation führt. Wie eine derartige Zunahme zu verstehen ist, habe ich bereits früher[3]) gezeigt und ausführlicher begründet, und will hier nur noch darauf hinweisen, daß eine derartige Hypothese nicht nur den Abfall des Gradienten mit zunehmendem Strom zu deuten erlaubt, sondern ebenso die Abhängigkeit der Schichtlänge und des Kathodendunkelraumes von Druck und Strom[4]) sowie die in einigen Fällen festgestellte Tatsache, daß die von der Säule cet. par. emittierte Lichtmenge schneller ansteigen muß als einer Proportionalität mit dem Strom entspricht. Ich möchte auf diese Verhältnisse bei anderer Gelegenheit ausführlicher eingehen und mich deshalb hier auf diesen kurzen Hinweis beschränken.

Zum Schluß sei mir im Zusammenhang mit dem vorhergehenden noch eine Bemerkung erlaubt betreff der Abhängigkeit des Gradienten von der Rohrweite. Es ist ein Einfluß der Rohrweite bei der Berücksichtigung der Diffusion zu erwarten, wogegen die oben genannte „Lockerungshypothese" einen derartigen Einfluß nicht ergibt. Meines Erachtens hat nun das Ansteigen des Gradienten mit abnehmender Rohrweite ihren Grund in denselben Tatsachen, die beim Durchströmen eines neutralen Gases durch eine Röhre wirksam sind; die Unterlagen für die weiteren Überlegungen lassen sich unschwer auf Grund der bekannten Arbeiten des Herrn Knudsen über die Molekularströmung und die innere Reibungsströmung der Gase ausbauen.

Nachtrag bei der Korrektur. Während des Druckes der vorliegenden Notiz habe ich Kenntnis von einer Arbeit von Child erhalten (Phil. Mag. **27**, 217, 1914), in welcher dieselben Fragen wie hier behandelt sind. Um die Abnahme der Gradienten in der ungeschichteten Säule mit steigendem Strom zu erklären, sieht sich Child ebenfalls zu einer Zusatzhypothese gezwungen und formuliert diese in der Form, „daß die Ionisierungsspannung der Elektronen abnimmt mit wachsendem Strom"; er wendet die Hypothese dann auch an auf die geschichtete Säule, und zwar zur Erklärung der Abnahme des Schichtpotentials mit steigendem Strom. Diese Hypothese von Child hat nun zwar große Ähnlichkeit mit der hier von mir vorgeschlagenen „Lockerungshypothese", prinzipiell jedoch sind beide wesentlich voneinander verschieden. Damit Stoßionisation eintritt, müssen zwei Bedingungen erfüllt sein, eine notwendige Bedingung, welche die Ionisierungsspannung festlegt und eine hinreichende, welche die Häufigkeit der „ionisierenden Zusammenstöße bestimmt. Während Child nun eine Modifikation der ersteren annimmt und damit der Ionisierungsspannung ihre Bedeutung als charakteristische Konstante des Atoms nimmt, habe ich eine Modifikation der zweiten Bedingung angenommen. Die Anwendung, welche Child von seiner Hypothese auf das Schichtpotential gibt, scheint mir unzutreffend zu sein. Das Schichtpotential nimmt zwar ab mit wachsendem Strom, tendiert dabei jedoch gerade zu demjenigen Endwert, welcher der Ionisierungsspannung des betreffenden Gases entspricht, wie sie Franck und Hertz (sozusagen für sehr kleinen Strom) gefunden haben; als

1) Literatur bei Thomson, Electr. through Gases. II. Ed., S. 602.

2) Es deckt sich diese Hypothese formal mit der von Holm zu einer Erklärung konstruierten „Hypothese E".

3) Seeliger, l. c.

4) Wie ich hier bemerken möchte, scheint mir die von Neubert gegebene Erklärung des Goldsteinschen Gesetzes (Ann. d. Phys. **42**, 1454, 1913) zu versagen bei der Ableitung der Abhängigkeit der Schichtlänge vom Strom. Soweit ich sehe, müßte man mit zunehmendem Strom nach Neubert eine Zunahme der Schichtlänge erwarten, da der Gradient abnimmt mit zunehmendem Strom.

das primär Variable wird man wohl die Schichtlänge anzusehen haben und kommt dann unter der Annahme einer Bremsung der Elektronen im Gas (Wehner, Ann. d. Phys. **32**, 76, 1910; Seeliger, Verh. d. D. Phys. Ges. **13**, 1094, 1911; München. Ber., S. 375, 1912) ungezwungen zu einer Abnahme des Schichtpotentials (zum richtigen Wert!) mit wachsendem Strom, d. h. mit abnehmender Schichtlänge; die Abnahme dieser ergibt sich sofort aus meiner Hypothese, wie ich früher (Ann. d. Phys. **38**, 764, 1912) gezeigt habe.

Charlottenburg, 28. Juli 1914.

(Eingegangen 30. Juli 1914.)

Zur Theorie des Glimmstroms. III.[1])

Von Ragnar Holm.

§ 6. Aus äußeren Gründen sind einige experimentelle Untersuchungen, welche für die geplante dritte Veröffentlichung über das obige Thema von großer Bedeutung sind, sehr verzögert worden. Es dürfte aber zweckmäßig sein, schon jetzt einige Bemerkungen, die sich auf die beiden ersten Veröffentlichungen beziehen, zu publizieren.

Im § 2 handelte es sich besonders um eine Erklärung der eigentümlichen abfallenden Charakteristik der positiven Glimmlichtsäule. Eine steigende wäre offenbar leichter zu erklären. Ich zeigte nun zuerst, wie man — unter der sicher richtigen Voraussetzung, daß die Elektrizitätsleitung durch die positive Säule hindurch hauptsächlich von den leicht beweglichen Elektronen besorgt wird, und ausgehend von den Franck-Hertzschen Vorstellungen über die Reflexion und das Klebenbleiben[2]) der Elektronen — das Zustandekommen eines konstanten Potentialgefälles pro freie Weglänge der Elektronen herleiten könnte. Um mit der Theorie weiter zu der tatsächlichen Abnahme des genannten Potentialgefälles mit wachsendem Strom zu gelangen und um die Abhängigkeit des Potentialgefälles von der Rohrweite zu erklären, sind neue Annahmen nötig. Die Hypothese E des § 2 stellt eine recht leistungsfähige derartige Annahme dar. Sie versagt indessen für den neulich von G. Claude[3]) untersuchten Fall eines Glimmstromes durch Neon. In einem Edelgas wie Neon kleben die Elektronen nicht. Meine Hypothese A im § 2[4]) würde für solche Gase annäherungsweise $H_1 = H_2 = 0$ und $\mathfrak{E} = 0$ verlangen. Ein gewisser schwacher Gradient würde demnach in Edelgasen nur etwa zur Überwindung einer gaskinetischen Reibung der Elektronen nötig sein. Claudes Experimente machen es nun tatsächlich wahrscheinlich, daß der Gradient in einem unendlich weiten Rohr (im Nordlicht) fast $= 0$ sein kann. In engen Röhren ist er dem Rohrdurchmesser annäherungsweise umgekehrt proportional. In einem engen Rohr sind also H_1 und H_2 endlich. Dies ist nur dann begreiflich, wenn die Wände oder die Randgebiete der Strombahn dem Strom Elektronen rauben. Den Elektronenverlust an den Wänden muß man sich nun wohl so vorstellen, daß Elektronen dorthin diffundieren, an der Wand haften und dort von positiven Ionen neutralisiert werden. Man hat mit einer kräftigen Elektronendiffusion nach den Wänden, welche auch gegen recht beträchtliche Felder stattfinden kann[1]), zu rechnen, denn dank der elastischen Reflexion der Elektronen an Molekülen können die Elektronen recht große Bewegungsenergien, die sie sich in der Strombahn geholt haben, für die Diffusion ausnützen. Der Elektronenverlust der positiven Säule nach den Wänden wächst natürlich gleichzeitig mit dem Quotienten: Freie Weglänge dividiert durch den Rohrdurchmesser. Er muß in Edelgasen, die gleichzeitig große Ionisierungsspannung und sehr elastische Elektronenstöße aufweisen, besonders groß sein. In Edelgasen dürfte er, wie gesagt, der einzig bedeutende Elektronenverlust des Stromes in der positiven Säule darstellen. Wahrscheinlich beruht auf die erwähnte Elektronendiffusion die in allen Gasen auftretende Zunahme des Gradienten mit abnehmendem Rohrdurchmesser.

Eine Folge des kleinen Gradienten in weiten mit Edelgasen gefüllten Entladungsröhren muß eine verhältnismäßig kleine Ionisation sein. Es ist natürlich auch zu erwarten, daß das Leuchten in weiten Röhren relativ schwächer als in engen Röhren ist. Beobachtungen von Claude[2]) bestätigen dies. Claude selbst findet allerdings die gefundene Tatsache überraschend.

1) I, diese Zeitschr. **15**, 241, 1914; II, diese Zeitschr. **15**, 289, 1914.

2) Eine von J. Franck stammende veranschaulichende Bezeichnung.

3) G. Claude, C. R. **158**, 479, 1914.

4) Diese Zeitschr. **15**, 245, 1914.

1) Wie mir Herr Cand. phil. H. Salinger freundlichst mitgeteilt hat, ergaben Beobachtungen, die er bald in seiner Dissertation (Berlin) publizieren wird, daß an den die positive Säule begrenzenden Wänden recht beträchtliche nach außen gerichtete Felder bestehen (vgl. unten!). — Von Herrn R. Seeliger habe ich die Mitteilung bekommen, daß er auch in einem für diese Zeitschrift geschriebenen Aufsatz auf die hier beschriebene Elektronendiffusion und auf die Bedeutung der großen Geschwindigkeiten der Elektronen für die Diffusion aufmerksam macht. S. voranstehenden Artikel.

2) G. Claude, C. R. **158**, 692, 1914.

Auf die Bedeutung der Elektronendiffusion nach den Wänden habe ich in § 2 kurz hingewiesen[1]). Ich habe da als eine zu prüfende Annahme — sie möge als Hypothese k' bezeichnet werden — die Hypothese aufgestellt, daß vielleicht auch die Abhängigkeit des Gradienten von der Stromstärke mit der Elektronendiffusion nach den Wänden zusammenhängt, indem die Ladungen in der Säule sich so gestalten, daß die der Elektronendiffusion nach den Wänden entgegenwirkenden Felder bei wachsender Stromstärke kräftiger werden.

Um die Vorstellungen über die genannten Ladungen etwas zu klären, seien einige Überschlagsberechnungen angeführt. Betrachten wir folgendes Problem: R sei ein Rohr mit dem Radius a und der Achse x. A sei eine den

Fig. 1.

Rohrquerschnitt ausfüllende Anode, die eine mit der Dichte σ gleichmäßig verteilte positive Ladung auf der rechten Oberfläche besitzt. Welche innerhalb jedes einzelnen Querschnitts des Rohres gleichmäßig verteilte Raumladungen ϱ sind zwischen $x = 0$ und $x = 12a$ nötig, damit der Potentialgradient längs der Rohrachse von $x = 0$ bis $x = 12a$ konstant wird?[2])

Nach bekannten Formeln ergibt sich die von der zwischen den Flächen $x = x_1$ und $x = x_1 + dx_1$ gelegenen Ladung herrührende, im Achsenpunkte $x = x_0$ wirkende Feldkraft zu:

$$2\pi\varrho_1\left(1 - \frac{x_0 - x_1}{\sqrt{(x_0 - x_1)^2 + a^2}}\right)dx_1.$$

Die ganze in dem betreffenden Punkt wirkende Feldkraft ist also:

$$2\pi\sigma\left(1 - \frac{x_0}{\sqrt{x_0^2 + a^2}}\right) + 2\pi\int_{x_1=0}^{x_1=x_0}\varrho_1\left(1 - \frac{x_0 - x_1}{\sqrt{(x_0 - x_1)^2 + a^2}}\right)dx_1 -$$

$$\int_{x_1=x_0}^{x_1=12a}\varrho_1\left(1 - \frac{x_1 - x_0}{\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + a^2}}\right)dx_1.$$

Wird dieser Ausdruck gleich F, dem konstanten Potentialgradienten, gesetzt, so entsteht eine Integralgleichung zur Bestimmung von σ und von ϱ als Funktion von x. Ich habe diese Integralgleichung annäherungsweise gelöst, indem ich mir das Rohr der Länge nach in Elemente aufgeteilt dachte und innerhalb jedes Elements eine lineare Abhängigkeit des ϱ von x annahm $\{\varrho = \varrho_n(1 - k(x - x_n))\}$. Die obigen Integrale konnte ich dann durch Integrale folgender Form ersetzen

$$2\pi\varrho_n\int_{x=x_n-1}^{x=x_n+1}(1 - k(x - x_n))\left[1 - \frac{x - x_0}{\sqrt{(x - x_0)^2 + a^2}}\right]dx,$$

welche sich integrieren lassen zu:

$$2\pi\varrho_n \cdot \Bigg|_{x=x_n-1}^{x=x_n+1} x - \sqrt{(x - x_0)^2 + a^2} - \frac{ka^2}{2}\log\left(x - x_0 + \sqrt{(x - x_0)^2 + a^2}\right) - \frac{k}{2}\left[(x - x_n)^2 - (x - x_0)\sqrt{(x - x_0)^2 + a^2} + 2(x_n - x_0)\sqrt{(x - x_0)^2 + a^2}\right].$$

Ich bekam also ein System algebraischer Gleichungen zur Bestimmung der Größen σ, ϱ und k. Diese Gleichungen löste ich durch Probieren und erhielt ein Resultat, das in der Fig. 2 veranschaulicht wird.

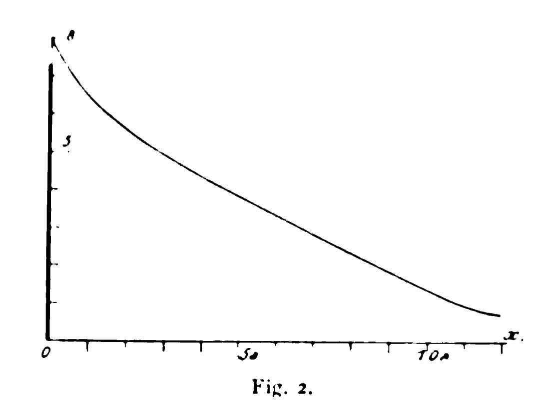


Fig. 2.

Die Abszissen geben die mit Fig. 1 übereinstimmenden x-Werte. Die Ordinaten geben die zugehörigen Werte von

$$\frac{\varrho \cdot 2\pi a}{F}$$

auf etwa 2 Proz. genau an. Die dick ausgezogene Ordinate bei $x = 0$ gibt

$$\frac{\sigma \cdot 2\pi}{F}.$$

1) Es kommt dort ein störender Druckfehler vor, indem S. 240, 2. Spalte, 8. Zeile von oben, getrennt statt gebremst gedruckt wurde. — Ich benutze die Gelegenheit zu der Bemerkung, daß Überlegungen über den Einfluß einer Elektronendiffusion nach den Wänden schon lange in der Literatur vorkommen. Ich habe solche in Thomson-Marx: Elektrizitätsleitung durch Gase, § 270 und in einer Göttinger Dissertation aus dem Jahre 1903 von H. Schwienhorst gefunden.

2) Die kräftigen Ladungen auf und vor der Kathode heben ihre Wirkungen nach der Anodenseite fast vollständig auf, so daß ihr im Gebiet der positiven Säule resultierendes Feld vernachlässigt werden kann.

Nach der Fig. 2 würde die Raumladungsdichte in einer positiven Säule von 2 cm Durchmesser und etwa 12 cm Länge bei einem Potentialgradient von 30 Volt/cm von 0,1 stat. Einheiten dicht vor der Anode bis 0,02 stat. Einheiten am anderen Ende der Säule variieren, während die ganze Anodenladung 0,2 bis 0,3 stat. Einheiten betragen würde.

Die Äquipotentialflächen dürften, wie leicht begreiflich, etwa die von Fig. 3 angegebene

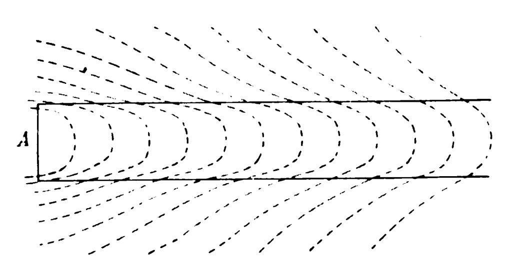


Fig. 3.

Form besitzen, d. h. sie sind gegen die Anode konkav. In Wirklichkeit dürfte die Raumladung nicht, so wie es bei der Berechnung der Fig. 2 angenommen wurde, in den einzelnen Rohrquerschnitten gleichmäßig verteilt sein, sondern es ist anzunehmen, daß die positiven Raumladungen von ihrem eigenen Feld mehr oder weniger nach den Wänden getrieben werden. Dadurch wird die Konkavität der Äquipotentialflächen verringert, ohne aber zu verschwinden[1]).

Die in Fig. 4 angegebene Form der Äquipotentialflächen wäre offenbar die für den

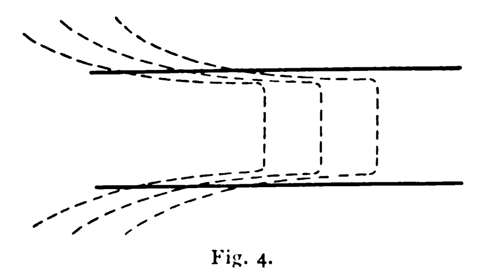


Fig. 4.

Stromdurchgang günstigste. Sie gibt eine breite, fast den ganzen Rohrquerschnitt ausfüllende Strombahn und an den Wänden ein die ungünstige Elektronendiffusion herabsetzendes Feld. Es dürfte angenommen werden können, daß der Stromvorgang die Erhaltung dieser günstigsten Strombedingung anstrebt. Um sie zu verwirklichen, müssen große Elektrizitätsdichten an den Wänden aufrecht gehalten werden. Nun ist offenbar die Möglichkeit große Elektrizitätsdichten zu erhalten größer, je größer die Stromstärke ist. Wir gelangen somit zur Hypothese E', indem eine Verbesserung der Strombedingung bei größeren Stromstärken durch eine Verminderung des schädlichen Einflusses der Wände erklärt wird. Beobachtungen zur Stütze der Hypothese E' vermißt man vorläufig.

Eine nach meinen beiden ersten Mitteilungen erschienene Abhandlung von P. Neubert[1]) enthält ein sehr interessantes Beobachtungsmaterial über die positive Glimmsäule. Das Ergebnis, daß kleine Zusätze von den negativen, für Elektronen klebrigen Gasen Sauerstoff und Joddampf Schichten in Stickstoff und „enge" Schichten in Wasserstoff hervorrufen, ebenso das Ergebnis, daß Verunreinigung durch den wenig klebrigen Wasserstoff nur bei größeren Mengen H_2 Schichtung in N_2 hervorruft, stimmt vollkommen mit der von mir aufgestellten Theorie der Schichtung. Daß die Schichtung in reinem Stickstoff nur bei kleinen Stromstärken erscheint, könnte als ein Beleg für meine Hypothese E[2]) dienen. Diese Hypothese besagt nämlich, daß das Gas durch große Stromstärken gewissermaßen veredelt wird. Schwieriger zu erklären sind gewisse mit Sauerstoff gemachte Beobachtungen. Ich möchte später darauf zurückkommen.

Mit Bezug auf meine Fig. 5 § 5[3]) möchte ich mitteilen, daß die dort sichtbare obere scharfe Begrenzung der leuchtenden Säule in reinem Helium nicht auftritt, offenbar weil die in § 5 erwähnte negative Ionenwolke oberhalb der Säule sich in dem nicht „klebrigen" He nicht bildet.

Einige Forscher haben behauptet, daß die Längen der positiven Schichten nicht größer als der Rohrdurchmesser werden können[4]). Das ist nicht richtig. Wenn man bei einem kleinen Druck, bei dem die eventuellen Schichten Längen von mehreren Rohrdurchmessern haben müßten, für die zur Ausbildung der Raumladungen nötige Stromstärke (z. B. durch Gebrauch einer Wehneltkathode) sorgt, so erhält man auch lange Schichten. Ich habe in H_2 Schichtlängen von reichlich dem vierfachen Rohrdurchmesser bekommen.

Zuletzt möchte ich betonen, daß in meinen

1) Nach mir freundlichst mitgeteilten Beobachtungen des Herrn H. Salinger (vgl. oben) behalten die Äquipotentialflächen eine etwas kleinere Krümmung als die der leuchtenden positiven Schichten.

1) P. Neubert, Diese Zeitschr. 15, 430, 1914.
2) Diese Zeitschr. 15, 245, 1914.
3) Ich möchte bemerken, daß die in § 5 erwähnte Reinigung der Platinnetze durch Kathodenzerstäubung nach dem Rezept von Gehrcke und Seeliger (diese Zeitschr. 14, 1237, 1913) geschah.
4) Vgl. R. Holm, Göttinger Abhandl., neue Folge, Bd. 6, Nr. 2, 1908, S. 32.

Aufsätzen „Zur Theorie des Glimmstroms" I, II und III die Bedeutung der vom Stromvorgang aufrecht erhaltenen elektrischen Ladungen besonders hervorgehoben worden ist.

(Wird fortgesetzt.)

(Eingegangen 10. Mai 1914.)

Über den Zusammenhang zwischen dem wahrscheinlichsten und dem mittleren Zustand in der statistischen Mechanik.

Von Karl F. Herzfeld.

In einer früheren Arbeit[1]) wurde folgendes Problem aufgeworfen: Im Boltzmannschen Prinzip

$$S = k \lg W$$

ist für W allgemein die Zahl der gleich wahrscheinlichen Komplexionen, die dem wahrscheinlichsten Zustand der Maxwell-Boltzmannschen Verteilung) entsprechen, einzusetzen. Wir wollen diese Zahl G_0 nennen. Nun läßt sich im Fall eines Gases (Äquipartition) sowie im Fall der Planckschen Quanten ($E_n = nh\nu$) direkt durch Ausrechnung zeigen, daß der Wert von S ungeändert bleibt, wenn man G_0 durch M, die Zahl aller bei der gegebenen Energie möglichen Komplexionen, ersetzt. Es war nun die Frage, ob dies ganz allgemein für beliebige „Gewichte" und beliebige Quantengesetze gilt[2]). Was würde dies nun bedeuten? Dazu mußte offenbar

$$\lg M - \lg G_0 << \lg M$$

sein. Das ist aber eine notwendige Bedingung für

$$M - G_0 << M.$$

Die Bedeutung dieser letzten Gleichung ist aber sehr einfach. $M - G$ ist die Zahl der Komplexionen der nicht Maxwellschen Zustandsverteilungen, also der thermodynamischen Nichtgleichgewichtszustände zusammengenommen. Diese soll also gegenüber der Zahl der Komplexionen, die zum Gleichgewichtszustand gehören, klein sein. Es soll also der Gleichgewichtszustand überwiegend wahrscheinlich sein. Das ist aber wieder nötig, damit das System dem zweiten Hauptsatz gehorcht, denn sonst würden eben merkbar oft Abnahmen der Entropie von selbst eintreten.

Zur Beantwortung der Frage wurde folgendermaßen vorgegangen. Wir interessieren uns für

1) K. F. Herzfeld, Bemerkungen zum Boltzmannschen Prinzip, Wien. Ber. 122, 1553, 1913.

2) Eine Bemerkung Plancks schien dafür zu sprechen. Vorlesungen über Wärmestrahlung, 2. Aufl., Leipzig 1913, S. 143.

die Verteilung der Energie über die Resonatoren[1]). Wir teilen die „Energielinie" in gleich wahrscheinliche Gebiete, die wir numerieren[2]). Dann haben also bei einer bestimmten Zustandsverteilung x_1 Resonatoren die Energie E_1, x_2 die Energie E_2, x_n die Energie E_n. Nun führen wir einen n dimensionalen Raum ein, dessen Koordinaten gerade die x sind[3]). Jedem Punkt, dessen Koordinaten ganzzahlig sind, entspricht also eine Zustandsverteilung und umgekehrt. Jeder Zustand hat nun die Komplexionszahl

$$G = \frac{(x_1 + x_2 + \ldots x_n)!}{x_1!\, x_2!\, x_3! \ldots x_n!}.$$

Um die Gesamtzahl der zu einer bestimmten Resonatorenzahl und Energie gehörigen Komplexionen zu bilden, haben wir dies über das $n-2$-dimensionale Schnittgebilde der beiden $n-1$-dimensionalen Ebenen

$$\Sigma x_k = N, \quad \Sigma E_k x_k = E$$

zu integrieren, wobei außerdem $x_k > 0$ sein muß.

Doch ist es leichter, über das n-dimensionale Gebilde zu integrieren, das aus den obigen beiden Ebenen und den ihnen parallelen

$$\Sigma x_k = N + a, \quad \Sigma E_k x_k = E + b$$

gebildet wird, wobei dann $\lim a = 0$, $\lim b = 0$.

Nun hat der Integrand G auf dem Schnittgebilde an der Stelle $x_k = x_k^0$, die der Maxwell-Boltzmannschen Verteilung entspricht, ein Maximum G_0.

Einem freundlichen Ratschlage von Herrn Professor Debye[4]) folgend, kann man nun $\lg G$ (das natürlich ebenfalls dort Maximum ist) um das Maximum entwickeln. Setzen wir

$$x_n - x_n^0 = \varepsilon_n$$

und behalten nur quadratische Glieder bei, so wird mit Hilfe der Stirlingschen Formel

$$\lg G = \lg G_0 - \sum \frac{\varepsilon_k^2}{2 x_k^0}$$

$$G = G_0 e^{-\sum \frac{\varepsilon_k^2}{2 x_k^0}}.$$

Diese Formel gilt eigentlich nur für kleine ε_k, doch wenn x_k^0 nur genügend groß ist, so werden diejenigen G, wo sie nicht mehr gilt, so klein, daß man ihren Beitrag zum Integral und daher erst recht den gemachten Fehler vernachlässigen kann. Aus demselben Grunde brauchen wir die Bedingung $x_k > 0$ nicht weiter zu beachten. Nun wird das Integral (wir wollen es I nennen)

1) Es handelt sich also um Gebilde, die durch ihre Energie allein bestimmt sind. Andere Fälle entzogen sich bisher der Behandlung.

2) Vgl. z. B. Wien. Ber. 121, 1454, 1912.

3) Ähnlich Jeans, Dynamical theory of gases, Cambridge 1904, S. 40.

4) In einem Brief vom März 1914.

$$I = G_0 \int\int_n d\varepsilon_1 \ldots d\varepsilon_n e^{-\sum \frac{\varepsilon_h^0}{2x_h^0}}$$

über das von den vier Ebenen

$\Sigma\varepsilon_h = 0$, $\Sigma\varepsilon_h = a$, $\Sigma E_h \varepsilon_h = 0$, $\Sigma E_h \varepsilon_h = b$

begrenzte Gebilde.

Wir setzen nun ferner[1])

$$\frac{\varepsilon_h}{\sqrt{2x_h^0}} = y_h,$$

$$I = G_0 \Pi(\sqrt{2x_h^0}) \int\int_n dy_1 \ldots dy_n e^{-\Sigma y_h^2}.$$

Die Ebenen werden

$$\Sigma y_h \sqrt{2x_h^0} = 0, \quad \Sigma y_h \sqrt{2x_h^0} = a,$$
$$\Sigma y_h E_h \sqrt{2x_h^0} = 0, \quad \Sigma y_h E_h \sqrt{2x_h^0} = b.$$

Betrachten wir nun das Schnittgebilde der beiden Ebenen

$$\Sigma y_h \sqrt{2x_h^0} = 0, \quad \Sigma E_h y_h \sqrt{2x_h^0} = 0.$$

Es ist eben und $n-2$ dimensional.

Nun können wir unser Koordinatensystem so drehen, daß $n-2$ Koordinatenachsen in dieses ebene Gebilde fallen, während zwei darauf senkrecht stehen.

Zur Veranschaulichung benützten wir ein dreidimensionales Beispiel. Dann schneiden sich die beiden Ebenen in einer Geraden, in die wir etwa die x-Achse legen können. Das Integrationsgebiet ist dann ein langer dünner Kanal mit parallelepipedischem Querschnitt, dessen „Höhe“ die x-Achse bildet. Dann ist offenbar nach x von $-\infty$ bis $+\infty$, nach y und z nur über den Querschnitt zu integrieren.

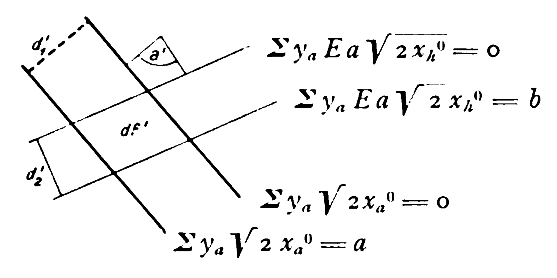
Ganz genau so haben wir vorzugehen, nur daß die „Höhe“ des Kanals kein eindimensionales ebenes Gebilde (eine Gerade) ist, sondern $n-2$ dimensional. Nennen wir die neuen Koordinaten z_h und sei etwa z_1, z_2 senkrecht auf der Höhe, so wird das Integral

$$I = G_0 \Pi(\sqrt{2x_x^0}) \int\int df' e^{-z_1^2 - z_2^2} \int\int_{-\infty}^{\infty} dz_3 \ldots dz_n e^{-z_3^2 - z_4^2 \ldots - z_n^2}$$
$$= G_0 \Pi(\sqrt{2x_x^0}) \int\int df' e^{-z_1^2 - z_2^2} \sqrt{\pi}^{n-2} = \frac{G_0}{\pi} \pi \sqrt{2\pi x_x^0} \int\int df' e^{-z_1^2 - z_2^2}.$$

Nun können wir wegen der Kleinheit von d_1', d_2' $e^{-z_1^2 - z_2^2}$ durch 1 ersetzen und erhalten so

$$I = \frac{G_0}{\pi} \Pi(\sqrt{2\pi x_h^0}) \cdot df'.$$

Nun ist $df' = \frac{d_1' d_2'}{\sin\alpha'}$, wo d_1', d_2' (vgl. Zeichnung) der Abstand der Parallelebenen nach der Transformation, α' der Winkel zwischen den Normalen der beiden sich schneidenden Ebenen ist.



Nun sieht man leicht

$$d_1' = \frac{a}{\Sigma(\sqrt{2x_h^0})^2} = \frac{a}{\sqrt{2N}},$$

$$d_2' = \frac{b}{\sqrt{\Sigma(\sqrt{2x_h^0}E_h)^2}} = \frac{b}{\sqrt{2A}}$$

mit der Abkürzung $A = \Sigma E_h^2 x_h^0$;

$$\cos\alpha' = \frac{\Sigma\sqrt{2x_h^0} \cdot E_h \sqrt{2x_h^0}}{\sqrt{\Sigma(\sqrt{2x_h^0})^2}\sqrt{\Sigma(E_h\sqrt{2x_h^0})^2}} = \frac{2E}{\sqrt{2N}\sqrt{2A}} = \frac{E}{\sqrt{AN}},$$

$$\sin\alpha' = \frac{\sqrt{AN - E^2}}{\sqrt{AN}}, \quad df' = \frac{ab}{\sqrt{2N}\sqrt{2A}} \cdot \frac{\sqrt{AN}}{\sqrt{AN - E_h^2}} = \frac{ab}{2\sqrt{AN - E^2}}.$$

Damit haben wir die Zahl der Komplexionen gefunden, deren Zustandspunkte im früher erwähnten Kanal liegen. Um nun die Zahl auf dem ebenen Schnittgebilde zu finden, haben wir noch durch den Querschnitt, gemessen im System der x_x, zu dividieren[1]). Das sieht man am leichtesten so: Es handelt sich um das „Gewicht“ des mit der „Massendichte“ G belegten Gebildes. Wäre $G = 1$, so würde es sich um den Inhalt der „Kanalhöhe“ handeln, die man erhält, indem man das Volum des Kanals durch seinen Querschnitt dividiert.

Nun ist $df = \frac{d_1 d_2}{\sin\alpha}$ (jetzt alles im System x_h)[1])

$$d_1 = \frac{a}{\sqrt{\Sigma 1^2}} = \frac{a}{\sqrt{n}}, \quad d_2 = \frac{b}{\sqrt{\Sigma E_h^2}} = \frac{b}{B},$$
$$B = \Sigma E_h^2,$$

1) Nach einer Anregung von Herrn Prof. Hasenöhrl und Herrn Dr. Schrödinger.

1) An dieser Stelle ist (l. c., S. 8) ein Fehler, indem dort nach N und E differenziert ist, was einer Division durch ab entspricht.

$$\cos\alpha = \frac{\Sigma 1 \cdot E_k}{\sqrt{\Sigma 1^2}\sqrt{E_k^2}} = \frac{C}{\sqrt{n}\sqrt{B}},$$

$$C = \Sigma E_k,$$

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{nB - C^2}}{\sqrt{nB}}, \qquad dl = \frac{ab}{\sqrt{nB - C^2}}.$$

So wird zum Schluß

$$I = \frac{1}{2\pi}\frac{\sqrt{nB - C^2}}{\sqrt{AN - E^2}} \cdot G_0 \Pi\left(\sqrt{2\pi x_k^0}\right).$$

Nun kann man sich noch leicht überzeugen, daß

$$A = \frac{E^2}{N} + kT^2\frac{dE}{dT},$$

also

$$AN - E^2 = RT^2\frac{dE}{dT}.$$

Die Bedeutung von B, C und n konnte ich mir aber nicht recht klar machen, doch ist jedenfalls n eine große Zahl.

Was folgt nun aus diesem Rechnungsresultat für unsere ursprüngliche Fragestellung? Man sieht erstens, daß man ganz allgemein, ohne Beschränkung auf besondere Systeme, $\lg G_0$ durch $\lg M$ ersetzen kann. Zweitens aber ist ebenso allgemein M viel größer als G_0, so daß der so wie früher definierte Maxwell-Boltzmannsche Zustand durchaus nicht überwiegend wahrscheinlich, sondern sogar recht unwahrscheinlich ist. Er hat nur dieselbe Größenordnung der Wahrscheinlichkeit (die allein für den Logarithmus in Betracht kommt), wobei also von derselben Größenordnung $N^a e^{-bN}$ und e^{-bN}, als von verschiedener e^{-bN} und $e^{(a-b)N}$ gelten, wenn $\lim_{N=0} a, b$ endlich ist ($\neq 0$).

Will man also den Maxwell-Boltzmannschen Zustand mit dem thermodynamischen Gleichgewicht identifizieren, so darf man ihn nicht in so enge Grenzen einschließen (muß also noch Komplexionen dazu nehmen). Nun kann man die Grenzen auf zweierlei Weise erweitern. Man kann erstens die Elementargebiete der Energie vergrößern (d. h. n verkleinern), indem man etwa je zwei zusammen nimmt, so daß in der Neueinteilung

$$x' = \frac{n}{2}, \quad x_0' = x_0 + x_1, \quad x_1' = x_2 + x_3,$$
$$x_\kappa' = x_{2\kappa} + x_{2\kappa+1}.$$

Das macht zwar für den Absolutwert von I, M sehr viel aus, man sieht aber sehr leicht, daß man damit unmöglich so weit kommt, daß $\frac{G}{M} \sim 1$. Zweitens kann man die Zustandsdefinition etwas erweitern, indem man den x_k einen gewissen Spielraum läßt und alle Zustände noch zum wahrscheinlichsten rechnet, für die

$$x_k^0 - \delta_k < x_k < x_k^0 + \delta_k.$$

Die Breite des Spielraums $2\delta_k$, die gewährt werden muß, damit $\frac{M-G}{M}$ unter einer gegebenen Größe bleibt, läßt sich nun ermitteln.

Zu diesem Zweck schlagen wir um den Nullpunkt unseres Systems der x_κ (und y_κ) eine n-dimensionale Kugel mit dem Radius R. Diese schneidet unser $n-2$-dimensionales ebenes Gebilde in einer $n-2$-dimensionalen Kugel, und über deren Inneres ist zu integrieren (dreidimensionales Beispiel x von $-R$ bis $+R$).

Bezeichnen wir den Wert des Integrals mit K_R, so wird

$$\frac{G}{M} = \frac{K_R}{K_\infty} = \frac{\int_0^R dR\, e^{-R^2} R^{n-3}}{\int_0^\infty dR\, e^{-R^2} R^{n-3}} = 1 - \frac{\int_R^\infty dR\, e^{-R^2} R^{n-3}}{\int_0^\infty dR\, e^{-R^2} R^{n-3}}.$$

Nun wird (für gerade n; bei ungeraden verläuft die Rechnung ganz ähnlich)

$$\frac{K_R}{K_\infty} = 1 - e^{-R^2}\sum_0^{\frac{n-2}{2}} \frac{R^{2h}}{(2h!)}.$$

Wir wollen nun die Summe abschätzen. Es ist

$$\frac{R^{2h}}{(2h)!} < \frac{R^{2h}}{h!\,2^h} = \frac{1}{h!}\left(\frac{R^2}{2}\right)^h,$$
$$\sum_0 < \sum_0^\infty,$$

also

$$\sum_0 \frac{R^{2h}}{(2h)!} < \sum_0^\infty \left(\frac{R^2}{2}\right)^h \frac{1}{h!} = e^{+\frac{R^2}{2}}.$$

Also

$$\frac{K_\infty - K_R}{K_\infty} = \frac{M-G}{M} < e^{-R^2} e^{\frac{R^2}{2}} = e^{-\frac{R^2}{2}}.$$

Das bedeutet also

$$\Sigma y_\kappa^2 = \Sigma z_\kappa^2 < R^2,$$
$$\Sigma\left(\sqrt{2}\, x_\kappa^0\right)^2 < R^2.$$

Setzen wir

$$\varepsilon_\kappa = \varrho\sqrt{2}\, x_\kappa^0,$$

so wird

$$\Sigma\varrho^2 = n\varrho^2 < R^2.$$

1) Für Plancksche Quanten und hohe Temperatur ist $\sqrt{nB - C^2}$ von der Größenordnung $\frac{E^2}{k\nu}$.

Das bedeutet also: Es reicht, den x_h einen relativen Spielraum

$$\frac{\delta_h}{x_h^0} = \frac{\varrho_{max}\sqrt{2}}{\sqrt{x_h^2 n}} = \frac{R\sqrt{2}}{\sqrt{x_h^0 n}}$$

zu erteilen, damit die nicht in diesen Spielraum einbegriffenen Zustände nur den Bruchteil $e^{-\frac{R^2}{2}}$ ausmachen.

Setzen wir etwa $R = 10$, so wird

$$\frac{\delta_h}{x_h^0} = \frac{14}{\sqrt{x_h^0 n}},$$

also noch recht eng, das reicht aber, um $e^{-\frac{R^2}{2}}$ auf den niedrigen Wert $2 \cdot 10^{-22}$ herabzudrücken.

Zusammenfassung: Es wird gezeigt, daß man allgemein im Boltzmannschen Prinzip $S = k \lg W$ für W an Stelle der Komplexionszahl des wahrscheinlichsten Zustands die Komplexionszahl aller Zustände schreiben kann, die mit der gegebenen Teilchenzahl und Energie verträglich sind. Damit aber der wahrscheinlichste Zustand gleichzeitig überwiegend wahrscheinlich werde, muß man der Zustandsverteilung einen gewissen, allerdings recht engen Spielraum lassen, der berechnet wird.

(Eingegangen 26. Juli 1914.)

Messung der Elastizitätskonstanten aus den Tonhöhen einfacher und zusammengesetzter Stäbe.

Von Oswald Grögor.

Wiederholt wurden der Elastizitätsmodul, der Torsionsmodul und die Elastizitätszahl (Poissonsche Zahl) aus der Beobachtung der Schwingungszahlen des Longitudinal- und des Torsionstones elastischer Stäbe bestimmt. Auf zusammengesetzte Stäbe wurde diese Methode bisher noch nicht angewandt. Da ich in der Lage war auf eine genaue Weise Tonhöhenbestimmungen vorzunehmen, so versuchte ich die akustische Bestimmungsmethode einiger Elastizitätskonstanten.

Wird ein in seiner Mitte fest eingeklemmter, an beiden Enden freier Stab von der Länge l in Longitudinal- und hierauf in Torsionsschwingungen versetzt, so bestehen die Beziehungen:

$$n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{E}{\varrho}} \qquad n' = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{K}{\varrho}},$$

wenn n und n' die bezüglichen Schwingungszahlen seiner Grundtöne und ϱ seine Dichte bedeuten. Bei Berücksichtigung der Gleichung:

$$K = \frac{E}{2(1+\mu)},$$

durch welche der Torsionsmodul K mit dem Elastizitätsmodul E und der Elastizitätszahl μ in Beziehung gebracht wird, ergibt sich[1]):

$$\mu = \frac{\left(\frac{n}{n'}\right)^2 - 2}{2}.$$

Werden n und n' bestimmt, so kann man mit Hilfe der angeführten Ausdrücke die Elastizitätskonstanten E, K, μ berechnen.

Chladni[2]) Savart[3]) und Wertheim[4]) führten nach dieser Methode Messungen aus, und bestimmten die Schwingungszahlen n und n' aus der Länge schwingender abgestimmter Saiten (Sonometer). Später wiederholte H. Schneebeli[5]) Bestimmungen in der gleichen Art und erhielt die Schwingungszahlen mit Hilfe der Kundtschen Staubfiguren. Grüneisen[6]) regte gleichfalls Stäbe zu longitudinalen und drehenden Schwingungen an und ermittelte deren Tonhöhen ebenfalls nach der Kundtschen Staubfigurenmethode. Erwähnt sei noch, daß Schulze[7]) sich einer verwandten Methode zur Bestimmung von μ bediente. Er bestimmte die Schwingungszahlen der Transversal- und Torsionstöne von Stäben, jedoch mit rechteckigem Querschnitt nach der von Melde zur Messung hoher Schwingungszahlen ausgearbeiteten Resonanzmethode, d. h. aus dem Verschwinden der Schwebungen mit ein und derselben Stimmgabel von bekannter Schwingungszahl, oder aus dem Auftreten der maximalen Resonanz der Stimmgabel. Später[8]) benutzte er auch Longitudinalschwingungen von Drähten zur Berechnung von E. Die Schwingungszahl des Longitudinaltones wurde dadurch bestimmt, daß die Höhe des ersten Differenztones ermittelt wurde, den er mit einer Stimmgabel von R. Koenig von bekannter Schwingungszahl gab. Die Höhe des Differenztones selbst wurde durch Schätzung seines Tonintervalles gegen eine andere Stimmgabel von bekannter Schwingungszahl bestimmt. — Die letzte Formel zeigt, daß bei dieser akustischen Bestimmungsmethode der Größe μ eine genaue Messung der Höhe des Longitudinal- und Torsionstones notwendig ist; dazu ist aber erforderlich, daß beide Töne lange Zeit hindurch gehört werden können.

1) Siehe Handbuch der Physik v. Dr. A. Winkelmann, 2. Aufl. I. Bd. 1. Hälfte, S. 744.
2) Chladni, Die Akustik, Leipzig 1830.
3) Savart, Mémoires de l'Acad. de France, Tom. VIII, S. 456.
4) G. Wertheim, Annales de chimie et de physique, 3. Série, Tome 50, 1857, S. 262.
5) H. Schneebeli, Pogg. Ann., **140**, 598, 1870.
6) E. Grüneisen, Ann. d. Physik, **25**, 825, 1908.
7) F. A. Schulze, Ann. d. Physik, **13**, 583, 1904; Sitzungsber. d. Gesellsch. zur Beförderung der gesamten Naturwissensch. zu Marburg, 80, 1903.
8) F. A. Schulze, Ann. d. Physik, **31**, 1, 1910.

Bei den hier vorliegenden Messungen wurden die Schwingungszahlen n und n' mit einer Cagniard la Tourschen Sirene bestimmt, welche auf die Höhe des zu untersuchenden Tones gebracht wurde. Der Tourenzähler, mit welchem die Sirene versehen war, wurde entfernt. Ist der Ton auf der gewünschten Höhe, so soll die Tourenzahl der Sirene genau bestimmt werden können. Dies war mir in einer bisher noch nicht erreichten Weise möglich durch eine von Tuma[1]) veröffentlichte Methode zur Messung des Momentanwertes einer Rotationsgeschwindigkeit.

Zu den älteren Apparaten, welche früher zur Bestimmung der Dauer einer Erscheinung verwendet wurden, gehört das Hippsche Chronoskop. Tuma hat diesen Apparat abgeändert und verwendete nur mehr das Uhrwerk desselben. Ich will ganz kurz die Beschreibung des veränderten Chronoskopes anführen und angeben, wie die Messung der Schwingungszahl des Tones der Sirene erfolgte.

Messung der absoluten Schwingungszahl eines Tones.

Fig. 1 zeigt das Chronoskop, bei welchem über dem oberen Zifferblatte seines Uhrwerkes eine photographische Kamera (a) errichtet wurde. Statt des ehemaligen Zeigers wurde auf die mittels eines Mitnehmers verlängerte Zeigerachse ein kreisförmiges dünnes Scheibchen b befestigt, das eine dreieckige Öffnung hat. Innerhalb der Kamera durchbricht die verlängerte Achse eine unter 45^0 gegen das Zifferblatt geneigte und innen mit einem Glasspiegel versehene Wand, so daß in der Kamera die Scheibe b vor dem Glasspiegel rotiert. Vor b ist die Kamera durch eine Glasplatte verschlossen, die eine gelbgefärbte in 100 Teile geteilte eingeätzte Kreisteilung c besitzt. Eine daselbst an der Kamera angebrachte Führung gestattet eine kleine photographische Kassette d vor die Teilung zu schieben. Licht, das durch die seitliche zylindrische Öffnung e in die Kamera eintritt, wird an dem Glasspiegel reflektiert, gelangt durch das dreieckige Fenster des Scheibchens b und erzeugt bei ruhendem Scheibchen eine in Fig. 2 sichtbare zackige leuchtende Stelle innerhalb der gleichfalls jedoch minder hellen Kreisteilung c. Gelangt jedoch intermittierendes Licht bei e in die Kamera und rotiert b dadurch, daß das Uhrwerk in Gang gesetzt wurde, so erzeugt das reflektierte Licht auf der stark lichtempfindlichen Schichte einer in der eingeschobenen Kassette befindlichen photographischen Platte ein Schattenbild der Teilung und Schattenbilder des Scheibchens b entsprechend den jeweiligen Lagen

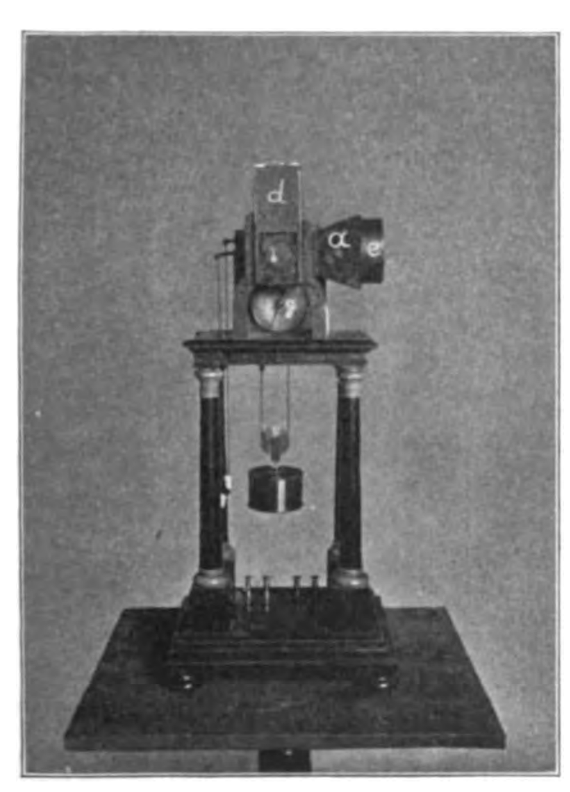
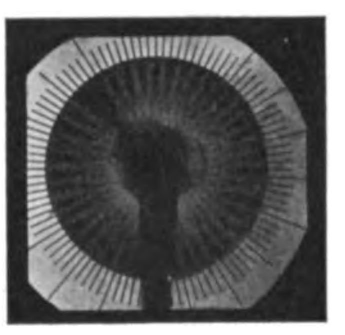
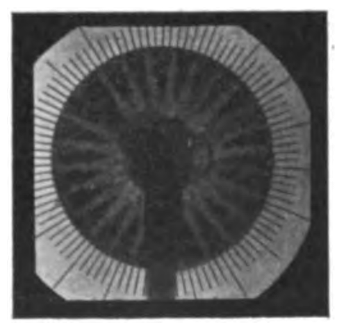


Fig. 1.


Fig. 2.


Fig. 3.

1) J. Tuma, diese Zeitschr., 9, 565, 1908.

desselben in den Momenten, während welchen immer Licht eintritt. Nach der Entwicklung der Platte sieht man sternförmig innerhalb einer Kreisteilung angeordnete Zacken. Fig. 2 und Fig 3.

Das durch die Sirene erzeugte intermittierende Licht gelangte durch Reflexion in die Kamera. Fig. 4 zeigt die für eine solche Messung ausgerüstete Sirene. Die Achse der Sirene trägt eine dünne Blechscheibe a mit 10 Löchern. Die Sirenenscheibe b hat 25 Löcher. Oberhalb und unterhalb der Scheibe a sind in Gehäusen c und d lichtdicht eingeschlossen je ein unter 45^0 gegen den Lichtstrahl geneigter Spiegel S_1 und S_2. Das Licht f einer Bogenlampe wird von S_1 durch eines der im Kreise angeordneten Löcher in der Scheibe a auf S_2 und von da in

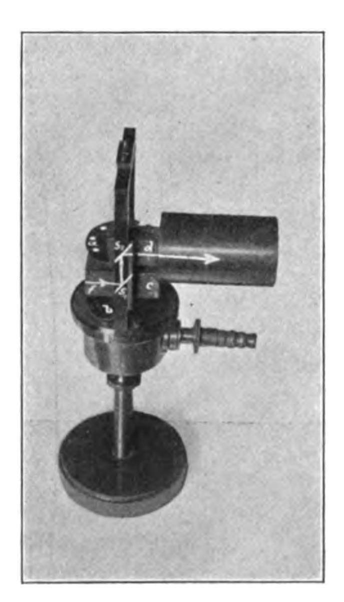


Fig. 4.

die Kamera des Chronoskopes reflektiert. Fig. 1 zeigt, daß das Chronoskop unterhalb der Kamera noch ein zweites in 100 Teile geteiltes Zifferblatt g besitzt. Während einer ganzen Umdrehung der Zacke im Scheibchen b, rückt der Zeiger über g bloß um einen Teilstrich der Teilung weiter. Die Zeit zu einer Anzahl ganzer Umdrehungen des Zeigers wurde aus sehr vielen Messungen mit einer Stoppuhr bestimmt. Es ergab sich für die Drehung der Zacke um einen Teilstrich der Teilung c ein Mittelwert von 0,001020 sec. Hat man bei einer Aufnahme (Fig. 2 und 3) die Anzahl der fast auf den ganzen Umfang der Teilung entfallenden Zacken abgezählt, so braucht nur noch nachgesehen zu werden, wie viele Teilstriche dieselben insgesamt umfassen; es läßt sich dann die Zeit für eine Umdrehung der Sirene und somit die Schwingungszahl ihres Tones berechnen. Das intermittierende Licht darf bei einer Messung nur so lange in die Kamera gelangen, als eine Umdrehung des Scheibchens b dauert. Um dies zu erreichen, wurde zwischen die Sirene und die Lichtquelle ein in Fig. 5 ersichtlicher Fallverschluß eingeschaltet. Ein vertikal feststehendes Brett m trägt seitwärts eine Führung, um eine aus starkem Blech hergestellte Fallplatte r durch Herausziehen eines Stiftes frei herabfallen zu lassen. Die Fallplatte hatte einen vertikalen Ausschnitt, welcher es zuließ, daß das Licht einer Bogenlampe F mit Hilfe einer Sammellinse l durch eine Öffnung im Brette m in die Sirene hineinkonzentriert werden konnte. Dadurch, daß der Ausschnitt seiner vertikalen Ausdehnung nach verstellbar war, exponierte wunschgemäß die Fallplatte während ihres freien Falles.

Messungen.

Fig. 5 zeigt die Versuchsanordnung. Zu den Messungen wurden gezogene Stäbe mit kreisförmigem Querschnitt aus Messing, Eisen, englischem Stahl und Glas verwendet, die in ihrer Mitte durch eine scharfkantige kreisförmige Schneide fest eingeklemmt waren. Das eine freie Ende wurde in der Längsrichtung gerieben. Es zeigte sich beim Reiben als zweckmäßig ein Stück Filz zu verwenden, der zuvor mit pulverisiertem Kolophonium bestreut worden war; man erhielt einen intensiven Longitudinalton. Behufs Messung seiner Tonhöhe mußte der Sirenenton mit ihm zur Übereinstimmung gebracht werden. Es war jedoch nicht möglich, auf so einfache Weise die Stäbe zu kräftigen und länger anhaltenden Torsionsschwingungen anzuregen. Gerade diese Bedingung ist maßgebend für die ganz genaue Bestimmung jenes Augenblickes, wo die Tonhöhe des geriebenen Stabes mit jener der Sirene übereinstimmt. Ich erreichte dies,

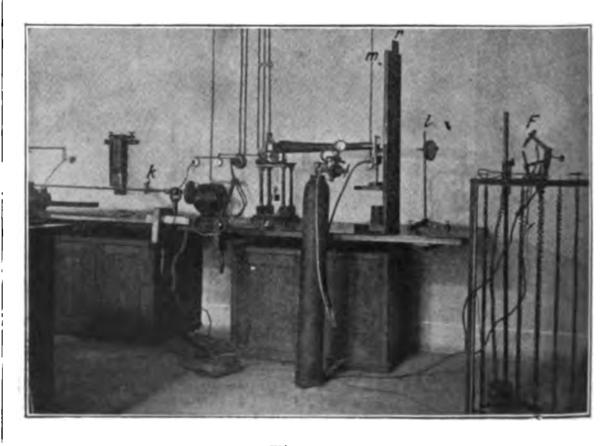


Fig. 5.

indem ein Zylinder *k* (Fig. 5) aus hartem Holz fest an eine horizontale Achse angeschraubt und mit einem Gleichstrommotor in Rotation versetzt wurde. Das Holz wurde nun genau zu einem Hohlzylinder ausgedreht, in der Mitte ein Stück längs der Achse und dann senkrecht dazu bis zur Mitte eingesägt, so daß eine Hälfte des Hohlzylinders abgenommen und für eine Messung wieder angeschraubt werden konnte. Dieser, sowie der übriggebliebene noch fest an der Achse sitzende halbe Hohlzylinder, wurden innen mit Filz ausgekleidet und gut mit Kolophonium bestreut. Behufs Erzeugung des Torsionstones führte man das eine freie Ende des fest eingeklemmten Stabes ca. 1 cm weit in den Hohlzylinder ein und setzte den Motor in Betrieb. Durch mäßiges Anpressen des Hohlzylinders an den Umfang des Stabendes vernahm man einen überaus intensiven beliebig lang andauernden Torsionston. Dabei mußte die Drehachse des Hohlzylinders genau in die Verlängerung des Stabes gestellt werden; zu diesem Zwecke war auch die Klemmvorrichtung des Stabes der Höhe nach verstellbar eingerichtet.

Die Sirene mußte wegen der zu erreichenden hohen Tourenzahl (wie z. B. beim Reiben des Stahlstabes) unter großem Druck rotieren; sie wurde deshalb durch Einleiten von Kohlensäuregas angetrieben. Fig. 5 zeigt die Stahlflasche, welche die Kohlensäure auf einen hohen Druck komprimiert enthält. An die Kohlensäurebombe war ein Druckreduzierventil angeschraubt, welches vermittels eines Gummischlauches das Gas unter jedem beliebigen Druck der Sirene zuzuführen gestattete. Bei einer kleinen Tourenzahl wurde zum Antreiben der Sirene eine rotierende Kapselluftpumpe als Kompressor verwendet, welche nahezu bis 2 Atmosphären Überdruck gab. Die Identität der Töne von Sirene und schwingendem Stab wurde mittels der gehörten Schwebungen bestimmt. Durch die Regulierung des Gasdruckes vermöge des Druckreduzierventils, und durch teilweises Eindrücken des zur Sirene führenden Gummischlauches, war es möglich, so langsame Schwebungen zu entwickeln, daß auf das genaueste der Moment der Gleichheit beider Töne, d. h. das Verschwinden der Schwebungen gefunden wurde. Durch Herausziehen eines Stiftes exponierte dann durch ca. 0,1 sec der Fallverschluß, und die Messung der Schwingungszahl war erfolgt. Ich glaube eine der genauesten Methoden der Tonhöhenbestimmung bei meinen Messungen angewandt zu haben. Bei einiger Übung gelang es z. B. für den Torsionston einer Messingstange nacheinander die folgenden Werte für die Schwingungszahlen zu erhalten:

647,720, 647,728, 647,836, 647,868,
647,902, 647,836, 647,808, 647,864,
647,778, 647,836, 647,896, 647,963.

Der Mittelwert ist 647,836; somit beträgt die größte Abweichung 0,127, das sind 0,019% des Mittelwertes.

Fig. 2 und 3 zeigen zwei Aufnahmen für den Longitudinal- und Torsionston eines Stabes. Die Schwingungszahl ergibt sich beispielsweise aus der Aufnahme Fig. 3 folgendermaßen:

Es entfallen 91,5 Teile auf 24 Zacken oder Belichtungen; daher erfolgen 2,4 Touren der Sirene oder

$2,4 \times 25 = 60$ Luftstöße in
$91,5 \times 0,001020 = 0,09333$ sec. Somit ist 642,880 die gesuchte Schwingungszahl.

Bei jeder Tonhöhenbestimmung wurde aus 20 Messungen, welche beinahe übereinstimmende Schwingungszahlen ergaben, das Mittel genommen. Die Resultate der Beobachtungen seien in der folgenden Tabelle angeführt. Die beiden verwendeten Messingstäbe mit verschiedenem Querschnitte waren aus derselben Legierung hergestellt. Die Länge der Stäbe wurde mittels des Kathetometers, die Dichten mittels des Pyknometers gemessen.

Material	Dimension des Stabes: Länge cm	Dimension des Stabes: Durchmesser cm	Dichte ϱ	Schwingungszahlen: Longitudinalton n	Schwingungszahlen: Torsionston n'	Elastizitätsmodul E kg-Gew./mm²	Torsionsmodul K kg-Gew./mm²	Elastizitätszahl μ
Messing	161,79	1,4	8,42	1067,008	647,836	10249	3772	0,359
Messing	151,75	1,2	8,42	950,538	576,701	10247	3772	0,358
Eisen	150,84	1,3	7,724	1558,5	970,04	10544	7585	0,288
Englischer Stahl	161,1	1,4	7,86	1614,8	990,5	21689	8160	0,329
Böhmisches Glas	150,45	1,34	2,085	1724,57	1100,44	7370	3001	0,228

Da durch die Verwendung eines Motors es möglich war, auf maschinellem Wege einen Torsionston langandauernd und sehr intensiv zu erzeugen, so versuchte ich noch die Bestimmung der Elastizitätsmoduln in der Weise, daß der Torsionston eines 152,48 cm langen Glas-

stabes besonders genau ermittelt wurde. Es ergab sich die Schwingungszahl 1701,72. Die Längen der in der vorhergehenden Tabelle angeführten Stäbe wurden so lange verkleinert, bis ihre Longitudinaltöne gleich dem bestimmten Torsionston waren. Die folgende Tabelle zeigt die für die einzelnen Stäbe ermittelte Länge und die dann berechneten Elastizitätsmoduln.

Material	Schwingungszahlen		Länge des Stabes in cm	E
	$n_{long.}$	$n'_{tors.}$		
Glas	—	1701,72	152,48	—
Engl. Stahl .	1701,72	—	152,88	21691
Eisen . . .	1701,72	—	146,40	19547
Messing . .	1701,72	—	101,54	10251

Man erkennt, daß mittels eines entsprechend hohen auf diese Art erzeugten lang anhaltenden Torsionstones, dessen Höhe nur einmal in der früheren Weise genau bestimmt werden muß, durch Längenänderungen der Stäbe die Elastizitätskonstanten ihres Stoffes mit hinreichender Genauigkeit sich bestimmen lassen.

Häufig ist es nicht möglich, sich aus dem zu untersuchenden Material so lange Stäbe herzustellen, um sie zu Schwingungen anregen zu können, oder solche Stäbe überhaupt in Schwingungen zu versetzen. In solchen Fällen kann man nach Stefan[1]) kurze Stäbchen aus dem zu untersuchenden Material an einen der früher verwendeten längeren und leicht zum Tönen zu bringenden Stäbe ansetzen. Regt man den so erhaltenen zusammengesetzten Stab wieder zu Longitudinal- und Torsionsschwingungen an und bestimmt man in der früheren Weise die Tonhöhen, so lassen sich, wie im weiteren nun gezeigt werden soll, die Elastizitätskonstanten des Stoffes, aus dem das kurze angesetzte Stäbchen besteht, bestimmen.

Bestimmung der Elastizitätskonstanten mit Hilfe der Longitudinal- und Torsionsschwingungen von zusammengesetzten Stäben.

Sind n und n' die Schwingungszahlen des Longitudinal- und Torsionsgrundtones eines bereits bei den früheren Messungen verwendeten Stabes und bedeuten n_0 und n_0' die entsprechenden Tonhöhen des nunmehr zusammengesetzten Stabes, so fand Stefan für die Longitudinalschwingungen eines aus zwei heterogenen Stücken zusammengesetzten an beiden Enden freien Stabes die Gleichung:

1) J. Stefan, Sitzb. d. Akad. d. Wissenschaften, **55**, II. Abt., 597, 1867; **57**, II. Abt., 697, 1868.

$$\frac{\operatorname{tang} A}{A} + \frac{p \cdot n}{p' \cdot n_0 \cdot \pi} \operatorname{tang}\left(\frac{n_0 \cdot \pi}{n}\right) = 0.$$

Darin bedeuten p und p' das Gewicht des langen Stabes, beziehungsweise des angefügten kurzen Stäbchens. Bestimmt man die Schwingungszahlen n und n_0 der Grundtöne, welche der längere Teil für sich und der zusammengesetzte Stab hervorrufen, wenn beide in ihrer Mitte eingeklemmt longitudinal schwingen, so kann man aus der obigen Gleichung A berechnen. Es gilt dann:

$$A = 2\pi n_0 l' \sqrt{\frac{\varrho'}{E'}},$$

aus welcher Gleichung der Elastizitätsmodul E' für das Material des kurzen Stäbchens sich berechnen läßt, wenn die Dichte ϱ' und die Länge l' des letzteren bekannt sind.

Ganz analoge Gleichungen, wie Stefan nur für longitudinale Schwingungen zur Berechnung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in den angefügten Stäbchen entwickelt hat, lassen sich auch für die Torsionsschwingungen eines aus zwei Stücken zusammengesetzten Stabes ableiten.

Sind die Querschnitte der aneinandergesetzten Stäbe gleich, so lauten die Gleichungen:

$$\frac{\operatorname{tang} B}{B} + \frac{\varrho \cdot l}{\varrho' l'} \frac{n'}{n_0' \cdot \pi} \operatorname{tang}\left(\frac{n_0' \pi}{n'}\right) = 0.$$

$$B = 2\pi \cdot n_0' l' \sqrt{\frac{\varrho'}{K'}}.$$

Sind die Dichten ϱ, ϱ' und die Längen l, l' des Stabes beziehungsweise des angefügten Stäbchens bekannt, und bestimmt man die Schwingungszahlen n_0' und n' der Grundtöne, welche der zusammengesetzte Stab und der längere Teil desselben für sich hervorrufen, wenn beide in der Mitte eingeklemmt zu Torsionsschwingungen angeregt werden, so ergibt sich wieder aus der ersten Gleichung B, daher aus der zweiten der Torsionsmodul K' jenes Materials, aus dem das kurze angesetzte Stäbchen hergestellt ist.

Die Gleichungen zeigen, daß zur Berechnung der Größen E' und K' eine genaue Tonhöhenbestimmung notwendig ist. Bei den folgenden Messungen erwies sich die früher angeführte Tonhöhenbestimmung als recht brauchbar.

Die verschiedenen zu untersuchenden kurzen Stäbchen wurden, je nachdem ihr Durchmesser 1,4 cm oder 1,2 cm betrug, an die eine oder andere schon bei den früheren Messungen verwendete Messingstange von gleichem Querschnitte angesetzt. Daher sind die Werte für n und n' aus der früheren Tabelle zu entnehmen. Metallstäbchen wurden an die Messing-

stangen weich angelötet. Als Kohlenstäbchen wurde eine negative Kohle einer Bogenlampe verwendet; die eine Stirnfläche des Stäbchens wurde galvanisch verkupfert und dann an die Messingstange angelötet. Um eine feste Vereinigung der beiden zu verbindenden Stabteile zu erzielen, wurden stets die zwei Stirnflächen, welche vereinigt werden sollten, zuvor aufgerillt. Während der Messung der Schwingungszahlen n, und n_0' des zusammengesetzten Stabes wurde mittels angelegter Pendelchen beobachtet, daß das angesetzte Stäbchen als elastischer Körper mitschwingt.

Bei den Messungen zeigte sich, daß der zusammengesetzte Stab kaum zum Tönen zu bringen war, wenn der Knoten in der Nähe der Vereinigungsstelle der beiden Stäbe lag. Töne, für welche der Schwingungsbauch fast in den, beiden Stäben gemeinsamen Querschnitt fiel, waren leicht zu erregen.

Die folgenden zwei Tabellen enthalten die Ergebnisse der Messungen. Die erste Tabelle zeigt die Bestimmungen der Elastizitätskonstanten, bei welchen die Stäbchen stets an die stärkere Messingstange angesetzt wurden. Die zweite Tabelle gibt die Resultate bei Benutzung der dünneren Messingstange.

Um zu erkennen, wie weit die angeführten Formeln mit dem Experiment übereinstimmen, wurde bei der ersten Messung an die Messingstange von 1,4 cm Durchmesser ein 41,35 cm langes Messingstäbchen desselben Materials angelötet. Ein Blick auf die Tabellen zeigt, daß die Genauigkeit, welche bei Messungen dieser Art verlangt werden kann, als vollkommen hinreichend bezeichnet werden muß.

Messingstab			Messingstäbchen			Messingstab		Zusammengesetzter Stab				
l	Durchmesser	Gewicht p	l'	Gewicht p'	Dichte ϱ'	Long. n	Tors. n'	Long. n_0	Tors. n_0'	E'	K'	μ
161,79 cm	1,4 cm	2007,1 g	41,35 cm	535,4 g	8,42	1067,908	647,836	850,065	515,038	10240	3764	0,361
			Kupferstäbchen									
161,79 cm	1,4 cm	2007,1 g	38,35 cm	527,0 g	8,037	1067,908	647,836	856,138	519,031	11211	3057	0,417
			Hartgummistäbchen									
161,79 cm	1,4 cm	2007,1 g	21,4 cm	40,85 g	1,24	1067,908	647,830	1046,829	635,024	2480	805	0,433

Messingstab			Bleistäbchen			Messingstab		Zusammengesetzter Stab				
l	Durchmesser	Gewicht p	l'	Gewicht p'	Dichte ϱ'	Long. n	Tors. n'	Long. n_0	Tors. n_0'	E'	K'	μ
151,75 cm	1,2 cm	1730,3 g	21,4 cm	275,2 g	11,37	950,538	576,701	704,005	481,101	1740	620	0,304
			Zinnstäbchen									
151,75 cm	1,2 cm	1730,3 g	25 cm	206,21 g	7,29	950,538	576,701	844,641	512,220	5010	1753	0,428
			Kohlenstäbchen									
151,75 cm	1,2 cm	1730,3 g	15,4 cm	23,7 g	1,86	950,538	576,701	937,290	565,805	1654	653	0,266
			Zinkstäbchen									
151,75 cm	1,2 cm	1730,3 g	25 cm	203,14 g	7,19	950,538	576,701	850,042	515,75	10040	3770	0,331

Diese Messungen wurden im physikalischen Institute der k. k. deutschen technischen Hochschule in Prag ausgeführt. Dem Vorstande dieses Institutes, Herrn Prof. Dr. Tuma, bin ich zu großem Danke verpflichtet, da ich ihm die Anregung zu der vorliegenden Arbeit verdanke und er mir in bereitwilligster Weise die Apparate des Institutes zur Verfügung stellte.

Prag, im Juli 1914.

(Eingegangen 3. August 1914.)

Quanteneffekt im Hochfrequenzspektrum.

Von A. Landé.

J. Franck und G. Hertz[1]) zeigten, daß Hg-Atome durch auftreffende Elektronen ionisiert werden und die ultraviolette Woodsche Resonanzlinie $\lambda = 253{,}6\,\mu\mu$ aussenden, wenn die kinetische Energie der Elektronen den kritischen Betrag $\varepsilon_c = h \cdot \frac{c}{\lambda} = h\nu$ erreicht. Es ist zu ver-

1) Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 16, 457 und 512, 1914.

muten, daß sich eine entsprechende Beziehung auch bei andern Elementen und für andere charakteristische Spektrallinien vorfindet. Nun hat Moseley[1]) die sekundären Röntgenspektra der meisten Elemente des periodischen Systems untersucht und mit großer Genauigkeit eine lineare Beziehung zwischen den Atomnummern N (Ntes Element im periodischen System) und den Quadratwurzeln aus den Hochfrequenzen ν des Barklaschen K- und L-Typus gefunden. Andrerseits hat Whiddington[2]) beobachtet, daß eine Reihe chemischer Elemente unter dem Einfluß primärer Röntgenstrahlung nur dann sekundäre Strahlen aussendet, wenn die primäre Strahlung durch Elektronenstöße hervorgerufen wird, deren Stoßenergie oberhalb einer kritischen Energie ε_c liegt; Whiddington fand die zugehörige kritische Elektronengeschwindigkeit v_c nahezu proportional dem Atomgewicht A des sekundären Strahlers ($v_c = A \cdot 10^8$). Ein Vergleich der kritischen Elektronenenergien von Whiddington mit den Moseleyschen Röntgenfrequenzen zeigt bei allen untersuchten Elementen eine nahe Übereinstimmung zwischen ε_c und der mit h multiplizierten langsamsten und stärksten Röntgenfrequenz K_α[3]), wie aus folgender Tabelle hervorgeht:

Element	Whiddington gemessen Volt	Whiddington berechnet $\varepsilon_c : e$	Moseley gemessen $\lambda \cdot 10^8$	Moseley berechnet $h \cdot \nu : e$	Quotient $\varepsilon_c : h\nu$
Al	2 200	7,3	8,346	5,0	1,4
Cr	7 320	24,4	2,301	18,1	1,3
Fe	9 600	32,0	1,946	21,6	1,4
Ni	10 750	35,8	1,662	25,2	1,4
Cu	11 080	36,9	1,549	27,0	1,3
Zn	11 280	37,6	1,442	29,0	1,3
Se	15 400	51,3		35,0*	1,4

*) Aus Moseleys Interpolationsformel abgeleitet.

Für das elektrische Elementarquantum ist $e = 4{,}7 \cdot 10^{-10}$ genommen, für h der Wert $6{,}55 \cdot 10^{-27}$. Es zeigt sich also, daß für alle untersuchten Elemente im Gebiet der Röntgenfrequenzen ein Quanteneffekt besteht, der dem von Franck und Hertz im Ultravioletten entdeckten analog ist.

Daß die Elektronenenergien ε_c etwas größer als die zugehörigen h_ν beobachtet wurden, stimmt mit der bei allen Resonanzvorgängen bei Röntgenstrahlen in Erscheinung tretenden Tatsache überein, daß das Resonanzgebiet um 12—20% nach Rot gegen das Erregungsgebiet verschoben ist[1]).

Nach J. Stark[2]) ist $\lambda = 253{,}6\ \mu\mu$ die langsamste Frequenz einer vom neutralen Hg-Atom ausgesandten Serie, welcher also die kleinste kritische Stoßenergie ε_c entspricht; analog ist zu vermuten, daß bei Elementen, welche L-Strahlung neben der härteren K-Strahlung aufweisen (Elemente mit höherem Atomgewicht als 90), ε_c sich $= h\nu_L$ (statt $= h\nu_K$) findet, wo ν_L eine der Moseleyschen L-Frequenzen ist.

1) Phil. Mag. **26**, 1024, 1913; **27**, 703, 1914.
2) Proc. Roy. Soc. London. **85**, 323, 1911.
3) Whiddingtons Beobachtungen beziehen sich nur auf Elemente mit niedrigem Atomgewicht, bei denen die weichere L-Strahlung nicht auftritt.

1) Vergl. Pohl, Die Physik der Röntgenstrahlen, Seite 77, 97, 121.
2) Ann. d. Phys. **42**, 241, 1913.

(Eingegangen 10. August 1914.)

Das Röntgenspektrum des Platins.

Von H. Seemann.

(Mit Tafel XII.)

Auf Tafel XII ist derjenige Teil des Röntgenspektrum des Platins und seiner Verunreinigungen wiedergegeben, der aus einer Müllerschen „Penetransröhre" durch ein Lithiumglasfenster austritt und den Hauptanteil an der Beeinflussung des Bromsilbers und der bisher bekannten Fluoreszenzsalze hat. Die Anordnung war in einfachster Weise so getroffen, daß unmittelbar vor dem Lithiumglasfenster der 0,1 bis 0,03 mm weite Spalt, 6 cm vor diesem auf einem Spektrometertisch ein Steinsalzkristall mit sehr schöner Spaltfläche in der Drehachse und 10 cm vom Kristall an einem mit dem Tisch fest verbundenen Arm die photographische Platte saß. Die Aufnahmeweise ist dadurch besonders gekennzeichnet, daß das Spektrum zusammengesetzt wurde aus Einzelaufnahmen auf einzelnen Platten, bei denen Kristall und Platte festgestanden hatten und jede Aufnahme unter einem anderen Einfallswinkel gemacht wurde. Da der Kathodenstrahlbrennfleck einige Millimeter breit ist, so fällt aus dem Spalt ein divergentes Bündel von etwa $1^1/_2{}^0$ aus, das einen ebensogroßen Bereich des Gitterspektrums entwirft. Das drehbare System wurde daher zu jeder Aufnahme um ungefähr $1^1/_2{}^0$ weitergedreht. Hierdurch überlagert sich zwar die unregelmäßige Helligkeit des (auch mit dem Vakuum etwas wandernden) Brennfleckes der Intensitätsverteilung des entworfenen Spektralgebietes, so daß nur rohe Helligkeitsvergleiche der einzelnen Linien möglich sind, bedingt aber andererseits die verhältnismäßig große Schärfe der Auf-

nahmen, die bei einer besonderen Aufnahme der hellsten Linie bei $13^{3}/_{4}{}^{0}$ durch Spaltverfeinerung auf ca. 0,03 mm und $2^{1}/_{2}$-fach größeren Abstand bis auf ca. 10 Bogensekunden gebracht werden konnte. Ferner decken sich auch die äußeren Linien jeder Aufnahme nicht genau mit denen der benachbarten, weil der Abstand Kristall—Spalt und Kristall—Platte nicht gleich war und die Schicht auch nicht zylindrisch um die Drehachse des Kristalls als Achse gekrümmt war (vgl. Bragg[1]).

Auf jeder Platte wurde die 0° Stellung des Kristalls durch Schattenrand in dieser Stellung markiert.

Der Grund für die Unschärfe der Drehaufnahmen, wie sie Herweg[2], de Broglie[3] und Moseley[4]) gemacht haben, liegt z. T. in der zu großen Spaltweite, z. T. aber wohl auch in den Unregelmäßigkeiten der Struktur, die auch der schönste Kristall noch aufweist. An einigen Stellen des Spektrums ist deutlich sichtbar, daß oben mehr Linien aufgelöst sind als weiter unten, die Gitterflächen unten also vielleicht krumm waren. Bei einer Drehaufnahme mit divergentem Strahlenbündel, dessen einzelne Strahlenrichtungen dabei nacheinander von der ganzen bestrahlten Fläche reflektiert werden, überlagern sich dann sämtliche Fehler. Es bliebe nichts anderes übrig als sehr dünne Bündel zu benutzen, die dann Belichtungszeiten von Tagen erforderten. Die Versuche, den Kristall selbst als eine der Spaltbacken zu benutzen, ergaben aus noch nicht aufgeklärten Gründen keine klaren Bilder.

Es wurden etwa 20 Kristalle mit erlesenen Spaltflächen, darunter Zinkblende, Hämatit, Eisenpyrit, Kalkspat, Flußspat, Schwefel, Glimmer und Gips mittels Leuchtschirms untersucht. Keiner ergab auch nur annähernd so scharfe und helle Linien wie eine Spaltfläche eines großen gut gewachsenen Steinsalzstückes, selbst wenn deren Oberfläche z. B. mit einer Feile bearbeitet war. Da sich das Steinsalz sehr leicht spalten läßt, und selbst sehr große Stücke recht billig sind[5]), so dürfte es zur Röntgenspektralanalyse besonders geeignet sein.

Wie wichtig es ist, sich mit dem Fluoreszenzschirm orientieren zu können, mag daraus erhellen, daß man in Bruchteilen einer Minute ein ganzes Spektrum überblicken kann, freilich ohne die feinen Linien aufzulösen, während man zur photographischen Festlegung bei gleicher Betriebsstromstärke (ca. 10 M.-A.) Stunden gebraucht. Obwohl im vorliegenden Falle von vornherein mit dem Leuchtschirm gearbeitet wurde, sind zur Erreichung des vorliegenden Resultates drei Spezialröntgenröhren mit je drei, zwei und einem Lithiumglasfenster und einer Trichterspaltblende auf der Antikathode verbraucht worden, ganz abgesehen von mehreren, bei der (sehr schwierigen) Fabrikation und auf dem Transport zersprungenen. Allerdings ist den Röhren immer das äußerste an Belastung zugemutet worden — bei der Röhre mit Spalttrichter bis zu 40 M.-A. — und die Bleiblenden sind näher an die Kathode herangebracht worden als es vorsichtig gewesen wäre.

Es ist mir ein lebhaftes Bedürfnis, den Firmen C. H. F. Müller in Hamburg und Reiniger, Gebbert & Schall in Erlangen meinen wärmsten Dank auszusprechen nicht nur für die sehr beträchtlichen materiellen Opfer, die sie dem rein wissenschaftlichen Zweck der Untersuchung gebracht haben, sondern auch für das Interesse, mit dem sie den Gang der Arbeit verfolgt und in entgegenkommendster Weise auf alle Wünsche eingegangen sind. Ohne das Apex-Instrumentarium der letztgenannten Firma, das den modernsten und für harte Röhren leistungsfähigsten Typ darstellt, wären die hohen Betriebsstromstärken auch bei großer Härte der Röhren gar nicht zu erreichen gewesen. Besonders der neue Quecksilberturbinenunterbrecher mit Leuchtgasfüllung (statt Alkohol) bewährte sich glänzend. Er hat trotz täglich oft stundenlangen Betriebes noch nicht gereinigt zu werden brauchen und soll dessen auch erst nach mehreren hundert Gebrauchsstunden bedürfen.

Beschreibung der Aufnahmen.

Das aus 7 Einzelaufnahmen auf einzelnen Platten nicht ganz lückenlos zusammengesetzte Spektrum reicht von etwa 5° bis 17° und entspricht der Härteskala, die aus einem Lithiumglasfenster bei einer Röhrenhärte von ca. 3—10 cm Parallelfunken und Stromstärken von 15—8 M.-A. des genannten Instrumentariums austritt, wie durch Absorptionsmessungen mittels Leuchtschirms roh festgestellt wurde. Über 17° hinaus nimmt die Helligkeit bis zu den letzten von mir noch photographisch beobachteten Linien bei ca. $22^{1}/_{2}{}^{0}$ und 23° allmählich ab. Die äußerste von de Broglie (l. c.) photographierte Linie liegt bei etwa $37^{1}/_{2}{}^{0}$, soweit man das aus seinem Photogramm entnehmen kann. Unter etwa 5° fällt die Helligkeit sehr schnell auf einen geringen Wert. In diesem kurzwelligen

1) Bragg, Proc. Roy. Soc. **88**, 433, 1913.
2) Herweg, Ber. d. D. Phys. Ges. **15**, 555, 1913 und **16**, 73, 1914.
3) De Broglie, Comptes rend. **156**, 177, 1914.
4) Moseley, Phil. Mag. **26**, 1024, 1913 und **27**, 703, 1914.
5) Sie wurden bezogen von der Firma Dr. F. Krantz in Bonn.

Gebiete wurde noch eine Aufnahme gemacht, die zu schwach zur Reproduktion war, aber deutlich noch Linienstruktur aufwies. Sie ist im Photogramm durch gestrichelte Linien gekennzeichnet. Auf dem Leuchtschirm ist der Raum unterhalb etwa $2^1/_2{}^0$ völlig dunkel, wofern man nur dafür sorgt, daß kein falsches Licht direkt von der Antikathode oder diffuse Sekundärstrahlen der Plattenumgebung und von den Blendenkanten auf die Platte gelangen und wenn man den Kristall in der 0^0-Stellung nur solange stehen läßt, als es eben nötig ist, um diese Stellung auf der Platte zu fixieren.

Es ist zu beachten, daß von der Antikathode außerhalb des Brennfleckes noch eine beträchtliche Menge weicher Strahlen ausgeht, die offenbar von Kathodenstrahlen herrühren, die aus dem Gase in der Nähe der Kathode stammen und daher langsamer sind. Man kann mittels dieser Strahlen die Antikathode hell und scharf durch ein Lithiumglasfenster mittels Lochkamera abbilden, wie schon Uspenski[1]) sogar mittels einer Röhre aus gewöhnlichem Glase gezeigt hat. Dieses Nebenlicht ist so stark, daß es in der Loebeschen[2]) Röhre mit Graphitfenster sehr wohl die stärkere Schwärzung der Filmenden auf beiden Seiten wenigstens zum Teil hervorgerufen haben könnte[3]).

Macht man den Spalt über etwa 1 mm breit, so erhellt sich auch der genannte dunkle Raum gleichzeitig mit dem ganzen Hintergrunde des Linienspektrums strukturlos und das Spektrum bekommt ungefähr das Aussehen der Aufnahmen von de Broglie (l. c.) und Rohmann[4]). Die Helligkeit nimmt jedoch auch dann keineswegs nach kürzeren Wellen immer mehr zu, wie sie es nach dem de Broglieschen Photogramm Nr. 2 zu tun scheint. Dort reicht das direkt auf die Platte gelangende Strahlenbündel des Brennfleckes bereits bis $2^1/_2{}^0$. Im vorliegenden Falle gelangte nur ein schmaler Rand des Bündels noch streifend über den Kristall direkt auf die Platte, der sich in derselben Breite projizierte wie die hellen Linien (vgl. Tafel). Die Belichtungszeit für dieses direkte Licht betrug ca. 12 Sekunden, während die Linienaufnahmen je 20 Minuten erforderten.

Wie sehr nicht nur die Schärfe, sondern auch die Kontraste durch weitere Verfeinerung des Spaltes wachsen, ersieht man aus der Teilaufnahme der beiden bei $11^1/_2$ und $11^3/_4{}^0$ liegenden Linien, die mit etwa 0,05 mm weitem Spalt aufgenommen wurden und bei der Reproduktion des Originalpositivs auf die anderen aufgeklebt waren. Ihre Lage ist durch zwei gestrichelte Linien zu beiden Seiten gekennzeichnet. Ihr unterer Teil war durch ein Aluminiumblech von 0,3 mm abgedeckt. Da alle Linien hierdurch um annähernd denselben Betrag geschwächt sind, so dürften sie alle von derselben Ordnung sein. Daß auf dieser Aufnahme eine Linie mehr erscheint als auf der Gesamtaufnahme, liegt daran, daß das Strahlenbündel bei der Hauptaufnahme unter etwas kleineren Winkeln einfiel als bei der erstgenannten, die durch die Unregelmäßigkeiten des Brennfleckes gegebene Helligkeitsverteilung also verschoben ist. Auf der Originalplatte ist sie auch auf der Hauptaufnahme schwach sichtbar. Es kommt noch hinzu, daß die Belichtungs- und Entwicklungsverhältnisse, ferner auch die zeitliche Veränderung der Röhrenhärte andere waren. Immerhin zeigt die Aufnahme, daß die Zuordnung der Linien nicht einfach ist und daß das vorliegende Spektrum nur qualitativen Wert hat.

Zur Ausführung der Tafel XII ist folgendes zu bemerken: die Originalnegative wurden zunächst auf „Lenta-Kontrast“-Papier direkt 2,7-fach vergrößert, dann staffelförmig derart aufeinandergeklebt, daß die 0^0-Linien sich deckten, und dieses Papierbild in 1,5-facher Vergrößerung für den Druck reproduziert, so daß die Gesamtvergrößerung etwa vierfach ist. Beim Übereinanderkleben war es nicht zu vermeiden, daß das Papier etwas gedehnt wurde, so daß die Linien nicht überall geradlinig erscheinen. Ferner sind die Schnittkanten der Blätter als feine Linien mitreproduziert worden, besonders bei $3,3^0$, $6,9^0$, $12,3^0$, $14,2^0$. Auf dem vergrößerten Papierpositiv wurden die Platten und Papierfehler ausgefleckt sowie zwischen 5^0 und 9^0 oben die dunklen Zwischenräume zwischen den feinsten Linien etwas nachgezogen, da zu befürchten war, daß sie sonst verloren gingen. Auf der extra aufgeklebten Aufnahme bei 12^0 mit feinerem Spalt ist jedoch nicht das geringste ausgebessert worden.

Die Intensitätsverteilung des Platinspektrums einer Röhre aus gewöhnlichem Glase ist von Bragg[1]) und Moseley u. Darwin[2]) bereits mittels Ionisationskammer von geringer Auflösung gemessen worden. Die Kurve für Steinsalz auf Fig. 2 von Moseley u. Darwin und Fig. 3 von Bragg geben den ungefähren Verlauf der Helligkeit des feinen Linienhintergrundes richtig wieder. Da das *Na*-Glas ihrer Röhren jedoch

1) Uspenski, diese Ztschr. **15**, 717, 1914.
2) Loebe, Dissertation Greifswald 1914. Ann. d. Phys. 1914 Juli.
3) Die Nachprüfung ist im Gange.
4) Rohmann, diese Ztschr. **15**, 715, 1914.

1) Bragg, Proc. Roy. Soc. **88**, 428, 1913.
2) Moseley und Darwin, Phil. Mag. **26**, 210, 1913.

den langwelligen Teil weit mehr absorbierte als das Lithiumglas, so fällt besonders die Moseley-Darwinsche Kurve nach längeren Wellen zu beträchtlich steiler ab als im vorliegenden Falle. Die Atomgewichte der Komponenten des Lithiumglases (Lindemannglas) sind: Lithium = 7, Bor = 11, Beryllium = 9, die des gewöhnlichen Glases: Calcium = 40, Kalium = 39, Natrium = 23, Silicium = 28. Sauerstoff ist beiden gemeinsam.

Der Anstieg der Moseley-Darwinschen Kurve entspricht recht gut der scharfen Schwärzungsgrenze bei der vorliegenden Aufnahme.

Die Verschiebung des Intensitätsmaximums mit der Kathodenstrahlgeschwindigkeit, das bei der vorliegenden Aufnahme mit sehr gemischten Geschwindigkeiten zwischen etwa 9^0 und 10^0 liegt, soll untersucht werden, sobald die Verhältnisse es erlauben. Nach den vorläufigen Beobachtungen schien sich der scharfe Intensitätsanstieg mit zunehmender Härte der Röhre nach kürzeren Wellenlängen zu verschieben.

Die Linien, die sich auf dem de Broglieschen Photogramm hervorheben, sind auch hier die hellsten, wenn sie auch in mehrere von abgestufter Helligkeit aufgelöst worden sind. Die hellste und schärfste ist die bei $13^3/_4{}^0$. Sie konnte auch bei 25 cm Abstand der Platte vom Kristall und 0,03 mm Spaltbreite nicht mehr aufgelöst werden. Sie hatte auf der Platte eine Breite von 30 Sekunden (die der Nebenlinie 10 Sekunden). Ihre Helligkeit wurde ganz roh zu etwa $1^0/_0$ der Helligkeit der bei streifender Inzidenz direkt auf die Platte gelangenden Strahlung bestimmt aus dem Verhältnis der Belichtungszeiten, die bei beiden die gleiche Schwärzung hervorriefen. Da die beiden Liniengruppen bei $11^1/_2{}^0$ und $11^3/_4{}^0$ fast ebenso hell sind und auch die Summe der Helligkeiten sämtlicher anderen Linien ganz erheblich ist, so kann man die vom Steinsalz reflektierte Energie auf mehrere Prozente der einfallenden Strahlung schätzen.

Nachdem also nunmehr die von Bragg, Moseley und Darwin und de Broglie gefundenen scheinbaren Banden in eine große Zahl feiner Linien aufgelöst worden sind, die sich leicht noch weiter aufteilen lassen werden, erhebt sich die Frage nach dem Verbleib der inhomogenen Impulsstrahlung. Nach den vorliegenden Aufnahmen scheint es mir kaum möglich, diese Strahlung unter der Fülle von Linien photographisch nachzuweisen. Den besten Einblick dürfte die breite Lücke neben der scharfen Linie bei $10^1/_2{}^0$ gewähren, die nur um etwa $20^0/_0$ mehr geschwärzt ist als die weitere Umgebung der Platte außerhalb der Linien. Diese geringe homogen erscheinende Schwärzung kann aber ebensogut als diffuses Licht von Verunreinigungen der Kristalloberfläche oder sehr schwachen noch unaufgelösten Linien gedeutet werden, besonders da auch die Schwärzung der Umgebung jeder Einzelaufnahme nach außen hin allmählich abnimmt und die Helligkeit zwischen den Linien mit zunehmender Schärfe der Linien (engerem Spalt) noch beträchtlich abnimmt. Wenn man also auch annimmt, daß die Impulsstrahlung über das ganze uns bekannte Spektralgebiet verteilt ist, so muß sie bei Platin jedenfalls sehr schwach sein im Verhältnis zur Eigenstrahlung der Atome.

Zusammenfassung.

1. Die von verschiedenen Autoren gemessenen breiten kontinuierlichen Banden im Platinröntgenspektrum sind in eine große Anzahl Linien aufgelöst worden, desgleichen einige bisher einfach erscheinende Linien in mehrere.

Würzburg, Physikal. Institut der Universität. 7. August 1914.

(Eingegangen 10. August 1914.)

Zur Frage der isotopen Elemente.

Von Georg v. Hevesy und Fritz Paneth.

1. Der Begriff der Isotopie.

Bekanntlich haben die analytisch chemischen Trennungsmethoden im Fall einiger Radioelemente völlig versagt: es ist niemand gelungen, Radium *D* von Blei, Mesothorium von Radium, Ionium von Thorium zu trennen, ja es war in diesen, sowie noch zahlreichen anderen Fällen nicht einmal möglich, eine noch so geringe Anreicherung zu erzielen. Je mehr vergebliche Versuche bekannt wurden, desto mehr Anhänger gewann die Ansicht, daß es sich hier um eine prinzipielle Untrennbarkeit handle, von ganz anderer Art, als sie z. B. bei den schwer trennbaren seltenen Erden vorliegt. F. Soddy[1]) war der erste, der dieser Ansicht scharfen Ausdruck gab durch die Bezeichnung solcher Elemente als „chemisch und physikalisch praktisch identisch" und der auch systematisch nach neuen Fällen solcher Untrennbarkeit unter den Radioelementen suchen ließ[2]).

Besonders auffallend bei den untrennbaren Elementen war die Tatsache, daß sie öfters wesentlich verschiedene Atomgewichte haben, was, seitdem die Identität der α-Teilchen mit

1) J. Chem. Soc. **99**, 72, 1911.
2) A. Fleck, Chem. Soc. **103**, 381, 1913.

Heliumatomen bekannt war, sich in vielen Fällen mit Sicherheit berechnen ließ; z. B. muß das allgemein als Blei angesehene Endprodukt der Uranreihe, das „Radium *G*", ein anderes Atomgewicht haben als das gewöhnliche Blei[1]). Eine Bestätigung der Richtigkeit dieser Schlüsse haben die neuerdings ausgeführten Atomgewichtsbestimmungen erbracht[2]), die bewiesen, daß tatsächlich das Blei aus Pechblende ein merkbar tieferes Atomgewicht hat, als das gewöhnliche Blei und das Blei aus Thoriummineralien.

Der Frage der „Identität" verschiedener Elemente wurde eine erhöhte Aufmerksamkeit zugewendet, als es gelang, auf dieser Grundlage die Radioelemente in das periodische System einzuordnen[3]). K. Fajans[4]) hat im Zusammenhange damit darauf hingewiesen, daß diese Anschauung im ganzen periodischen System durchführbar ist und daß möglicherweise auch die gewöhnlichen Elemente Gemische sind. Eine solche Gruppe von Elementen, die denselben Platz im periodischen System einnehmen, hat Fajans mit dem Namen „Plejade" bezeichnet, die einzelnen Glieder wurden von Soddy „isotope" Elemente genannt. Das Fehlen eines Ioniumspektrums in Ionium-Thoriumpräparaten[5]) war kaum anders zu erklären, als durch die Annahme, daß isotope Elemente nicht nur in ihren chemischen Eigenschaften, sondern auch in ihrem Spektrum keine Verschiedenheiten zeigen.

Die Lehre von den isotopen Elementen fand bei Chemikern und Physikern nur schwer Eingang; bei den ersteren wohl hauptsächlich deswegen, weil sie seit Aufstellung des periodischen Systems gewohnt waren, das Atomgewicht als Fundamentaleigenschaft der Elemente anzusehen, bei den letzteren aus dem Grunde, weil kein Fall bekannt war, in dem zwei verschiedene Elemente dasselbe Spektrum zeigten und eine solche Annahme auch mit den herrschenden Vorstellungen von der Entstehung der Spektrallinien schwer vereinbar schien[6]). Diese Bedenken wurden beseitigt und gleichzeitig unsere ganze Vorstellung vom Wesen isotoper Elemente wesentlich vertieft durch die von E. Rutherford[1]) und N. Bohr[2]) entwickelten Anschauungen über die Konstitution der Atome und durch die Versuche von H. Moseley[3]) über die Röntgenspektra der Elemente. Nach dem Rutherfordschen Atommodell ist die Masse des Atoms auf einem verschwindend kleinen Raum im Mittelpunkt des letzteren vereinigt, positiv geladen, und die Anzahl dieser positiven Ladungen und nicht das Atomgewicht ist in erster Linie für die Eigenschaften des betreffenden Elements bestimmend. Denn mit der Größe der Ladung des positiven Kerns ist auch die Anzahl der Elektronen gegeben, die den Raum zwischen Kern und Oberfläche des Atoms einnehmen und von ihrer Zahl und Anordnung hängen alle chemischen und physikalischen Eigenschaften des Elements ab; ausgenommen sind nur Gravitation und Radioaktivität. Es sind verschiedene Anhaltspunkte dafür vorhanden, daß der Kern aus Wasserstoff- und Heliumatomen besteht, doch sind unsere Kenntnisse über seinen Aufbau und seine Stabilitätsbedingungen noch sehr mangelhaft. Eine Instabilität des Kerns hat die radioaktiven Erscheinungen zur Folge und es ist mit der Rutherford-Bohrschen Theorie sehr gut vereinbar, daß die Kerne zweier Atome gleiche Ladungszahl und gleiche physikalische und chemische Eigenschaften, aber verschiedene Masse und Stabilität haben (z. B. Radium *D* und Blei).

Eine Ermittlung der Ladungszahl der Kerne wird angenähert ermöglicht durch die Versuche über Streuung der α-Teilchen von H. Geiger und E. Marsden[4]) und genauer durch die vor kurzem ausgeführte Untersuchung von H. Moseley über Röntgenstrahlenspektren. Die Kenntnis der Wellenlängen der charakteristischen Röntgenstrahlung eines Elementes erlaubt unter gewissen Voraussetzungen die Berechnung der Kernladung und dabei ergab sich, daß diese Ladung stets um 1 steigt, wenn man von einem Platz des periodischen Systems zum nächsthöheren übergeht[5]). Im allgemeinen bedeutet dies einen Aufstieg zum Element mit dem nächsthöheren Atomgewicht, aber auch bei den wenigen Ausnahmen, wo die chemischen Eigenschaften der Elemente dazu zwangen, das Element mit dem niedrigeren Atomgewicht später einzuordnen (z. B. Kobalt und Nickel), erleidet die erwähnte Regel keine Ausnahme und beweist somit, daß es nicht das Atomgewicht, sondern die Ladungszahl ist, welche

1) Siehe z. B. G. v. Hevesy, diese Zeitschr. **14**, 61, 1913; F. Soddy, J. Chem. Soc. **105**, 1402, 1914.
2) M. Lembert, siehe K. Fajans, Z. f. Elektrochem. 1. Juni 1914, auf dessen Veranlassung diese Untersuchung ausgeführt wurde; O. Hönigschmid, ebenda; M. Curie, C. R. Juni 1914.
3) A. S. Russell, Chem. News **107**, 49, 1913; K. Fajans, diese Zeitschr. **14**, 136, 1913; F. Soddy, Chem. News **107**, 97, 1913.
4) Chem. Ber. **46**, 422, 1913.
5) F. Exner u. E. Haschek, Sitzber. kais. Akad. Wiss. Wien **121**, 175, 1912; A. S. Russell und R. Rossi, Proc. Roy. Soc. **87**, 478, 1912.
6) A. Schuster, Nature **91**, 30, 1913.

1) Phil. Mag. **21**, 669, 1911.
2) Ebenda **26**, 1, 1913.
3) Phil. Mag. **26**, 1024, 1913.
4) Wien. Ber. **121**, 2362, 1912.
5) Phil. Mag. **26**, 1024, 1913 und **27**, 705, 1914. Vgl. auch A. van den Broek, diese Zeitschr. **14**, 32, 1913.

den Platz eines Elements im periodischen System bestimmt. Dementsprechend lassen sich die einzelnen Plätze durch Angabe der Kernladung numerieren; Aluminium z. B. erhält so die „Atomnummer" 13, Gold die Atomnummer 79 usw., dazwischen sind alle verfügbaren Nummern bereits durch bekannte Elemente vertreten bis auf drei.

Daß es Elemente mit verschiedenem Atomgewicht und gleicher Kernladung gibt, haben E. Rutherford und C. Andrade[1]) direkt durch Bestimmung des Röntgenspektrums von Radium B bewiesen, welches sich als gleich ergab mit dem bei Blei zu erwartenden.

Isotope Elemente unterscheiden sich nach dieser Anschauung nur durch Struktur und Masse des Kerns. Die Struktur geht in die übliche Physik und Chemie nicht ein, sie ist nur für die Radioaktivität von Bedeutung; die radioaktiven Eigenschaften aber waren es, die überhaupt die Unterscheidung isotoper Elemente ermöglichten, und mit wenigen Ausnahmen (Metaneon, die verschiedenen Bleiarten) sind wir ja auch heute nur in jenen Fällen vom Vorhandensein solcher isotoper Elemente unterrichtet, in denen wenigstens eines radioaktiv ist. Eine Trennung unter Benutzung der radioaktiven Unterschiede scheint nicht denkbar; anders verhält es sich mit der zweiten Fundamentaleigenschaft des Kerns, der Gravitation, welche, wenigstens theoretisch, sowohl Unterscheidung wie Trennung ermöglicht.

Es ist für diese Überlegungen praktisch, zwischen Gravitationseigenschaften und Elektroneneigenschaften zu unterscheiden; bei allen Anwendungen der Wage (in erster Linie Atomgewichtsbestimmungen, ferner Löslichkeitsbestimmungen[2]) usw.) kommen Verschiedenheiten des Gewichts der Atome unmittelbar zur Geltung und auch die Diffusion im Dampfzustand hängt merklich von der Masse ab und erlaubt sogar eine Trennung; so ist es Ashton[3]) gelungen, Metaneon und Neon zu fraktionieren. Auch das Zentrifugieren ist ein Vorgang, bei dem die Masse zur Geltung kommt und wird in manchen Fällen zur Trennung dienen können. Dagegen betrachtet die erwähnte Theorie die chemischen Eigenschaften als weitgehend von der Masse unabhängig und ebenso auch das Spektrum und den Radius des Atoms.

Die Unterscheidung zwischen Gravitations- und Elektroneneigenschaften ist natürlich nur in Grenzfällen scharf durchführbar; so ist die Geschwindigkeit der Diffusion in Flüssigkeiten, die

1) Phil. Mag., Mai 1914.
2) Fajans, Die Naturwissenschaften 2, 544, 1914.
3) British Ass. Rep. Birmingham 1913.

in erster Linie vom Radius bedingt ist, von der Masse nicht ganz unabhängig[1]) und nach Bohr soll dasselbe auch von der Rydbergschen Konstante der Spektralserien gelten[2]); ein Atomgewichtsunterschied von 1 Proz. beeinflußt die letzterwähnte Größe um etwa $^1/_{5000}$ Proz. Auch die Eigenschwingungen der Moleküle im Raumgitter und sonach die spezifischen Wärmen sind möglicherweise bei Isotopen schon merklich verschieden[3]).

2. Können isotope Elemente einander chemisch vertreten?

Aus dem Gesagten geht hervor, daß isotope Elemente gewiß nicht wirklich identisch sind; es fragt sich nun, ob man sie dennoch als chemisch identisch bezeichnen kann, d. h. ob sie einander in ihrer chemischen Massenwirkung völlig vertreten können. Bekanntlich kommt es bei allen chemischen Reaktionen auf die Konzentration der beteiligten Stoffe an (Massenwirkungsgesetz von Guldberg und Waage); wenn Isotope chemisch identisch sind, muß als Konzentration die Summe der vorhandenen isotopen Elemente eingesetzt werden. Z. B. wäre das Löslichkeitsprodukt des bariumfreien Radium-Mesothoriumchlorids in der Form zu schreiben

$$[Ra^{**} + \text{Mesothor}^{**}][Cl']^2 = K.$$

Die Tatsache der chemischen Untrennbarkeit isotoper Elemente spricht für diese Anschauung, ist aber nicht beweisend. Die Radioelemente lassen sich bekanntlich[4]) unter Umständen trotz außerordentlich großer Verdünnung mit Niederschlägen ausfallen, wenn das Löslichkeitsprodukt des betreffenden Radioelementes von der Erreichung noch sehr weit entfernt ist; dies wurde darauf zurückgeführt, daß die Adsorbierung einer Verbindung mit ihrer Schwerlöslichkeit parallel läuft[5]), daß also z. B. Radium D (isotop mit Blei) vom Bariumsulfat deshalb adsorbiert werden muß, weil das Sulfat des Bleies wie das des Bariums schwer löslich ist; es wäre eine denkbare Annahme, daß die Ausfällung des Radium D mit den verschiedenen Bleiverbindungen gleichfalls eine Adsorption vorstellt auf Grund eines vollkommenen Parallelismus in der Löslichkeit aller Salze. Auch ein vollkommener Isomorphismus aller Verbindungen und Entstehung fester Lösungen könnte zur Erklärung herangezogen werden[6]). Bei beiden Erklärungsmöglichkeiten wä-

1) Hevesy, diese Zeitschr. 14, 1209, 1913.
2) Phil. Mag. 27, 512, 1914.
3) Fajans, Die Naturwiss., l. c.
4) K. Fajans u. P. Beer, Ber. d. D. Chem. Ges. 46, 3486, 1913.
5) K. Horovitz u. F. Paneth, Mitt. a. d. Institut f. Radiumforschung LXIII.
6) Vgl. Fajans u. Beer, l. c.

ren Radium D und Blei chemisch außerordentlich ähnlich, die Frage aber, ob sie im obigen Sinn vertretbar sind, bliebe noch offen.

Nun gibt es einen besonders anschaulichen Weg, die völlige Vertretbarkeit zu prüfen[1]). Bei elektrochemischen Vorgängen ist ein Potentialsprung definiert durch die Ionenkonzentration des betreffenden Metalles; wenn nun zwei Elemente (A und B) vertretbar sind, so muß der Zusatz der Ionen des Elementes B zu denen von A dieselbe Wirkung auf den Potentialsprung ausüben, als ob das Element A auf die Ionenkonzentration $A+B$ erhöht worden wäre. Z. B. muß der Potentialsprung $Ra\,D$-Metall | $Ra\,D$-Nitratlösung durch Bleinitratzusatz im Sinn der Nernstschen Theorie der galvanischen Stromerzeugung ebenso geändert werden, wie wenn wir die $Ra\,D$-Ionenkonzentration gesteigert hätten und vice versa.

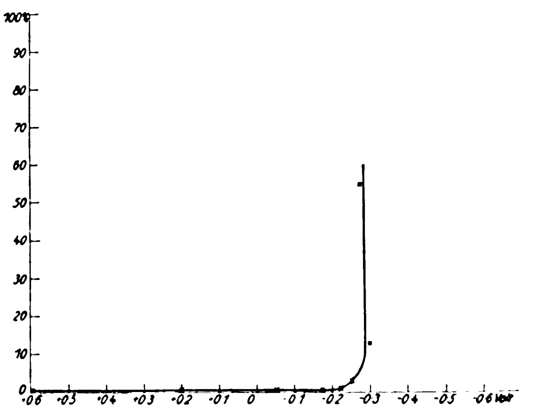
Statt des Elektrodenpotentials eines Metalles läßt sich die nach Le Blanc gleich große Spannung betrachten, bei welcher sich das betreffende Element elektrolytisch abscheiden läßt, die sogenannte Zersetzungsspannung. Es war dies der erste Weg, den wir zur Lösung obiger Frage einschlugen, nämlich die Feststellung, ob die Zersetzungsspannung eines Elements sich bei Zusatz des isotopen Elements verschiebt. Die Empfindlichkeit radioaktiver Methoden gestattet, auch die unwägbaren Mengen, die sich stets unterhalb der Zersetzungsspannung abscheiden, quantitativ zu bestimmen, und dies bot uns eine zweite Methode, die Frage zu prüfen; wir untersuchten die Änderung dieser Mengen bei Zusatz isotoper Elemente. Die dritte Methode beruhte direkt auf der Messung des Potentialsprungs, den eine $Ra\,D$-Superoxydelektrode zeigte. Über die Methode der Abscheidung des $Ra\,D$-Superoxyds, dessen Darstellung aus Emanation uns in sichtbaren Mengen gelungen ist, wird weiter unten Näheres angegeben.

1) Adsorptionsversuche, zum mindesten solche an Kohle, eignen sich zur Entscheidung dieser Frage nicht, denn wie H. Freundlich, W. Neumann und H. Kämpfer (diese Zeitschr. 15, 537, 1914) vor kurzem gezeigt haben, üben die verschiedenartigsten Stoffe auf diese Adsorption einen sehr ähnlichen Einfluß aus. Doch lassen sich den erwähnten Versuchen auch keine Argumente gegen die Vertretbarkeit entnehmen, da es doch sehr gut möglich ist, daß in manchen Fällen der Isotopismus zweier Elemente die Adsorption des einen verhindert, auch wenn in anderen Fällen ein völlig verschiedener Grund dieselbe Wirkung hat; auch die beobachtete Verdrängung des UX durch Thorium ist vom Standpunkte der kinetischen Theorie vollkommen verständlich, einen Gegenbeweis würde sie nur dann bilden, wenn gezeigt werden könnte, daß das Konzentrationsverhältnis UX zu Th nachher in der Lösung größer ist als an der Kohlenoberfläche.

3. Untersuchungen über die Vertretbarkeit der Isotopen.

a) Die Zersetzungsspannung von Radioelementen. Bei der Bestimmung der Kurve der Zersetzungsspannung ermittelt man in der Regel die Stromstärke, die die Zelle passiert, als Funktion des Elektrodenpotentials; bei der Aufnahme dieser Kurven wird stets vorausgesetzt, daß im wesentlichen der Strom durch das Ion geleitet wird, dessen Zersetzungsspannung man bestimmen will, und daß nur dann dauernd Strom hindurchgehen kann, wenn der erreichte Potentialsprung an der Kathode ebenso groß ist wie der, den das betreffende Metall beim Eintauchen in die Lösung zeigen würde. Diese Methode, Zersetzungsspannungen zu bestimmen, ist in der Radioelektrochemie nicht anwendbar, da die Konzentration der Radioionen nicht groß genug ist, daß der Strom ausschließlich durch sie geleitet werden könnte. Wir untersuchten daher stets die unter genau gleich gehaltenen Bedingungen während 24 Stunden abgeschiedenen Mengen der Radioelemente als Funktionen des Kathodenpotentials; beim Wert der Zersetzungsspannung tritt bei der ersten Methode ein plötzliches Steigen der Stromstärke, bei der zweiten ein plötzliches Steigen der ausgeschiedenen Mengen auf; ein weiterer Unterschied zwischen den zwei Arten von Zersetzungsspannungskurven besteht darin, daß man bei denen zweiter Art die Abscheidung auch bei höheren Potentialen als der Zersetzungsspannung untersuchen kann, während bei denen erster Art das Kathodenpotential auch bei Verstärkung des Stromes nicht weiter steigt.

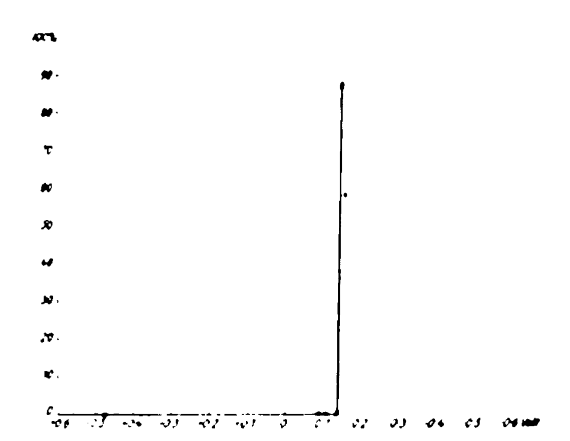
Wir haben in Fig. 1 eine Zersetzungsspannungskurve zweiter Art für Radium E aufgenommen; die Lösung war an $Ra\,E$ (isotop mit Wismut) ungefähr 10^{-9} normal.



Kathodische Abscheidung von Radium E. Konzentration der Lösung an $Ra\,E$ 10^{-9} normal.

Fig. 1.

Man sieht aus der Kurve, daß sich bei jedem Potential etwas *Ra E* abscheidet, das dank der Empfindlichkeit der Meßmethode quantitativ bestimmbar ist, daß aber bei —0,24 Volt (gegen die Quecksilber-Kalomelelektrode gemessen) eine sprunghafte Zunahme der abgeschiedenen Menge eintritt. Setzen wir nun zur Lösung Wismutnitrat bis zur Erreichung der Normalität ($Bi + Ra\,E$) 10^{-4}

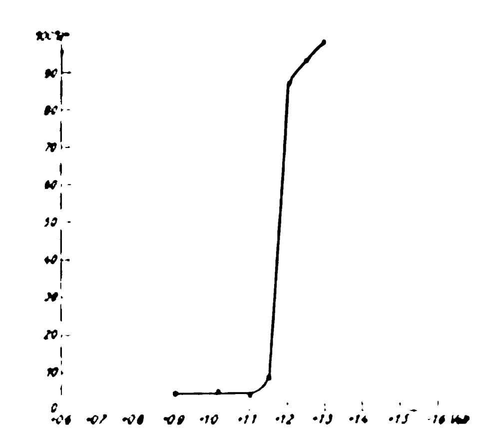


Kathodische Abscheidung von Radium *E*. Konzentration der Lösung an Wismut-Isotopen ($Bi + Ra\,E$) 10^{-4} normal.

Fig. 2.

zu, so liegt der charakteristische Sprung bei —0,14, also um 100 Millivolt tiefer (s. Fig. 2). Nach der Nernstschen Theorie ist zu erwarten, daß beim dreiwertigen *Bi* eine Änderung der Konzentration um eine Zehnerpotenz ein Sinken des Zersetzungspotentials um 18 Millivolt zur Folge habe; in unserem Fall sind daher 90 Millivolt zu erwarten. Der Knick in der Kurve des reinen *Ra E* ist zwar deutlich, aber immerhin nicht so scharf wie bei $Ra\,E + Bi$, eine Erscheinung, die jedenfalls damit zusammenhängt, daß im ersteren Fall, auch wenn die ganze vorhandene Menge *Ra E* abgeschieden wurde, die Elektrode noch nicht mit einer Schicht von *Ra E* überzogen sein konnte.

Die Unschärfe wird bei noch verdünnteren Lösungen, z. B. im Fall unserer *Th B*-Versuche, noch größer. Die Lösung war an *Th B* rund 10^{-12} n. Der Sprung für die Superoxydabscheidung, die sich leichter verfolgen läßt als die des metallischen *Th B* liegt bei +1,13 Volt (siehe Fig. 3). Da die Zersetzungsspannung in $^1/_{100}$ n. Bleinitratlösung, die mit PbO_2 gesättigt ist, bei 0,87 liegt, so beträgt die Verschiebung 0,26 Volt. Nach dem Unterschied der Konzentration von neun Zehnerpotenzen wäre theoretisch eine Differenz von $9 \times 28 = 252$ Millivolt zu erwarten, also ein sehr gut übereinstimmender



Anodische Abscheidung von Thorium *B*-Superoxyd. Konzentration der Lösung an *Th B* 10^{-12} normal.

Fig. 3.

Wert[1]). Auf einzelne Schwierigkeiten, die sich bei diesen Bestimmungen ergeben haben, wird bei der Besprechung der experimentellen Details eingegangen werden.

b) Die Abscheidung unterhalb der Zersetzungsspannung. Wie vor längerer Zeit[2]) gezeigt wurde, scheidet sich auch unterhalb der Zersetzungsspannung eine geringe Menge jedes Elementes aus, die mit Hilfe der empfindlichen Methoden, die uns hier zur Verfügung stehen, gemessen werden kann. So z. B. scheiden sich von *Ra E* bei ungefähr —0,17 Volt in 24 Stunden an einer quadratzentimetergroßen Elektrode bei guter Rührung 4 pro Mille aus; diese Abscheidung wird nicht beeinflußt durch das Vorhandensein fremder Ionen in der Lösung, ausgenommen die des *Bi*. Machen wir die Lösung $^1/_{100}$ n. an *Bi*-Ionen, so verschwindet die Abscheidung des *Ra E*. Bei höherer Konzentration muß naturgemäß die prozentische Abscheidung viel geringer sein; 4 pro Mille einer $^1/_{100}$ n. *Bi*-Nitratlösung würden ja schon einige Milligramm betragen, also eine sichtbare Deckschicht bilden, die unter der Zersetzungsspannung nicht entstehen kann. Dieser spezifische Einfluß der *Bi*-Ionen auf die *Ra E*-Ionen läßt sich nicht anders, als durch eine Vertretbarkeit dieser Isotopen deuten.

Analoges fanden wir beim *Th B*, unabhängig davon, ob wir es als Metall oder als Superoxyd

1) Nimmt man als Verschiebung pro Zehnerpotenz den von Cumming und Abegg (Zeitschr. f. Elektrochem. 13, 19, 1907) experimentell bestimmten Mittelwert von 20 Millivolt an, so ist die Übereinstimmung weniger gut, doch mit Rücksicht auf die großen Fehlerquellen dieser Versuche noch immer leidlich; ein ähnlicher Mittelwert ergibt sich auch aus unseren weiter unten angegebenen Messungen.

2) Hevesy, Phil. Mag. 23, 628, 1912.

abschieden[1]). So schlugen sich z. B. bei 1 Volt, also unterhalb des Abscheidungspotentials, bereits 5 Proz. nieder, welche Abscheidung durch die Anwesenheit von Thallium oder anderer dem Blei nahestehender Ionen in keiner Weise beeinflußt wurde. In $^1/_{100000}$ n. Bleinitratlösung ging sie schon auf $^1/_2$ pro Mille herunter und in $^1/_{1000}$ n. auf einen nicht mehr nachweisbaren Bruchteil. Natürlich findet auch hier eine durch die hohe Konzentration dem absoluten Wert nach gesteigerte Abscheidung statt, aber die Stelle der meisten *Th B*-Atome wird, dem Konzentrationsverhältnis beider entsprechend, durch Bleiatome eingenommen.

c) Direkte Messung einer *Ra D*-Superoxydkette. Bei der Frage nach der Isotopie der Elemente ist man meist auf indirekte Methoden wie die oben beschriebenen angewiesen, da kein einziger Fall bekannt ist, wo von zwei Isotopen beide rein in sichtbarer Menge vorliegen. Sichtbare Mengen können nur von relativ langlebigen Elementen zur Verfügung stehen, bei der Gewinnung aus Mineralien werden sie aber stets mit den Isotopen verunreinigt, wie Uran II mit Uran I, Ionium mit Thorium, Mesothorium mit Radium usw. Das *Ra D*, das eine Mittelstellung zwischen langlebigen und kurzlebigen einnimmt, ist bei der Gewinnung aus Pechblende stets mit etwa der zehnmillionenfachen Menge Blei vermischt; die uns zur Verfügung stehende beträchtliche Quantität Radiumemanation gab uns aber die Möglichkeit, direkt sichtbare Mengen von *Ra D* zu gewinnen, das vermöge seiner Entstehung aus Emanation, die in Quarzgefäßen zerfallen gelassen wurde, sicher völlig bleifrei war.

Nach Verlauf einiger Wochen wurden die zugeschmolzenen, inzwischen tief braunviolett gefärbten Kolben geöffnet, mit Salpetersäure, die eigens durch einen Quarzkühler destilliert worden war, ausgespült und die Lösung eingedampft. Dabei wurde dafür Sorge getragen, daß sie bis zur Beendigung der Elektrolyse nur mit Quarz- und nicht mit Glasgefäßen in Berührung kam. Je nach den Bedingungen der Elektrolyse wurde metallisches *Ra D* oder *Ra D*-Superoxyd auf kleinen Platindrähtchen als sichtbarer Beschlag erhalten; Vorversuche ließen uns dieses Resultat erwarten, denn wir überzeugten uns, daß geringere Mengen als $^1/_{1000}$ mg Blei als Superoxyd noch deutlich sichtbar und elektromotorisch wirksam sind, d. h. zum Aufbau einer Kette verwendet werden können[1]). Wir haben mit verschiedenen Emanationsmengen gearbeitet, im Durchschnitt $^1/_2$ Curie, doch genügen zur Ausführung der Versuche bereits 100 bis 200 Millicurie.

Die Aktivität der Drähte war, wie wir uns durch Messung der α- und β-Strahlung überzeugten, von der für reines, bleifreies *Ra D* zu erwartenden Größenordnung; übrigens waren unsere Einrichtungen so sehr bleifrei, daß wir eine künstliche Verunreinigung von 10^{-9} g *Pb* noch nachweisen konnten.

Wir maßen folgende Kette:

$$Pt,\ RaDO_2 \left|\ \underset{10^{-5}\text{ n.}}{RaD(NO_3)_2},\ \underset{10^{-3}\text{ n.}}{HNO_3},\ \underset{\text{ges.}}{RaDO_2}\ \right| \underset{1\text{ n.}}{KNO_3} \left|\ \underset{1\text{ n.}}{KCl},\ \underset{\text{ges.}}{Hg_2Cl_2},\ Hg\right.$$

Wir fanden den Wert — 0,884 Volt. Ein unter denselben Bedingungen gemessenes PbO_2-Potential in derselben *Ra D*-Lösung ergab als Mittel 0,888[2]).

Bei einer anderen Versuchsreihe setzten wir allmählich Bleinitrat zu und fanden die folgenden elektromotorischen Kräfte (bei 20°):

Gesamt-normalität der Bleiisotopen	PbO_2 ε_{Hg} Volt	PbO_2 Änderung der Potential-differenz	$RaDO_2$ ε_{Hg} Volt	$RaDO_2$ Änderung der Potential-differenz
$^1/_{100000}$	0,906		0,906	
$^1/_{1000}$	0,874	0,032	0,868	0,038
$^1/_{10}$	0,837	0,037	0,839	0,030
	Gesamt-änderung	0,069	Gesamt-änderung	0,068

Man sieht, daß die Ketten innerhalb der Fehlergrenzen identisch sind. Wir wollen darauf weniger Gewicht legen, als auf die Tatsache, daß der Zusatz von *Pb*-Ionen zur *Ra D*-Nitratlösung auf den Potentialsprung des *Ra D*-Superoxyds vollkommen dieselbe

1) Die anodische Abscheidung von *Th B* bei stark positiven Potentialen wurde durch die Bildung von $ThBO_2$ erklärt (Paneth u. Hevesy, Sitzber. Akad. Wiss. Wien **122**, 1037, 1913).

2) Die $RaD(NO_3)_2$-Konzentration konnte nur auf etwa eine Zehnerpotenz genau ermittelt werden, so daß nur auf die Übereinstimmung der beiden Potentiale, nicht auf ihre absolute Größe Gewicht gelegt werden soll; die Darstellung der $RaD(NO_3)_2$-Lösung geschah durch kathodische Polarisation und dadurch bewirkte Auflösung des elektrolytisch dargestellten *Ra D*-Superoxyds in einem bekannten Flüssigkeitsvolumen.

1) Vgl. J. Koenigsberger u. W. J. Müller, diese Zeitschr. **6**, 849, 1905; **12**, 606, 1911.

Wirkung ausübt, die nach der Nernstschen Theorie die *RaD*-Ionen (und nur diese) haben sollten. Dies beweist eindeutig, daß in der Nernstschen Formel $\varepsilon = \frac{RT}{nF} \ln \frac{c}{C}$ unter c, der Ionenkonzentration, die Summe der vorhandenen isotopen Ionen zu verstehen ist.

Eine besondere Eigenart dieser *RaD*-Superoxydelektroden verdient noch Erwähnung. Läßt man sie einige Zeit an der Luft stehen, so zeigen sie unmittelbar nach dem Eintauchen ein Potential, das um 1 bis 2 Zehntelvolt höher sein kann, als das sich nach einiger Zeit einstellende konstante Elektrodenpotential. Es hängt dies wahrscheinlich mit der starken Ionisation in der Umgebung des Drahtes zusammen.

d) Experimentelle Einzelheiten. Die Aufnahme der oben geschilderten Kurven der Zersetzungsspannung von *RaE* geschah folgendermaßen; in 25 cm³ einer $^1/_{10}$ n. Lösung von Salpetersäure tauchten wir zwei Quadratzentimeter große Goldelektroden und polarisierten sie längere Zeit hindurch, bis sich das gewünschte Elektrodenpotential konstant eingestellt hatte. Durch Hindurchleiten eines Stickstoffstromes besorgten wir eine gleichmäßige Bewegung der Flüssigkeit. Nachdem Konstanz des Potentials erreicht war, setzten wir wenige Zehntel Kubikzentimeter einer Radium *E* bzw. *RaE* und *Bi* enthaltenden Lösung gleichkonzentrierter Salpetersäure zu[1]) und ließen den Versuch 24 Stunden im Gang. Nach dieser Zeit wurden die Elektroden ohne Stromunterbrechung herausgenommen, in stets gleicher Weise mit destilliertem Wasser abgespült und in einem Elektroskop gemessen; 5 cm³ der Lösung wurden auf einem Uhrglas eingedampft und gleichfalls gemessen, woraus sich die prozentische Abscheidung von *RaE* berechnen ließ. Ähnlich wurden auch die *ThB*-Versuche ausgeführt; hier wurde die aktive Lösung zu 100 cm³ $^1/_{1000}$ n. Salpetersäure zugesetzt und die Abscheidung auf entsprechend vorbehandelten Platinelektroden von 4×2 cm² Fläche vorgenommen. Die Potentialdifferenz wurde mittels eines Siemensschen Kompensationsapparates gemessen.

Die *RaE*-Lösung war direkt aus Emanation gewonnen, das *ThB* durch Exponieren eines Platinblechs gegen Radiothor. Besondere Sorgfalt wurde in letzterem Falle darauf verwendet Blei vollständig auszuschließen; einen Teil der Versuche führten wir in Quarzgefäßen und mit speziell für diesen Zweck gereinigtem Wasser[1]) aus, und untersuchten systematisch die Einwirkung, die Zusatz sehr geringer Bleimengen auf die Abscheidung von *ThB* unterhalb der Zersetzungsspannung hat.

Folgende Tabelle zeigt deutlich die Abnahme der prozentischen *ThB*-Abscheidung aus einer $^1/_{1000}$ n. salpetersauren Lösung an Platinelektroden (+ 0.4 Volt ε_H) bei zunehmender Bleikonzentration; bei jedem Versuche wurden vier Elektrodenflächen gemessen und daraus das Mittel genommen.

Gesamtkonzentration der *Pb*-Isotopen	Abgeschiedene Menge *ThB* in Proz. der ursprünglich vorhandenen
$5 \cdot 10^{-12}$ n.	0,98 Proz.
10^{-9}	0,75
10^{-7}	0,86
10^{-5}	0,105
10^{-3}	nicht mehr nachweisbar

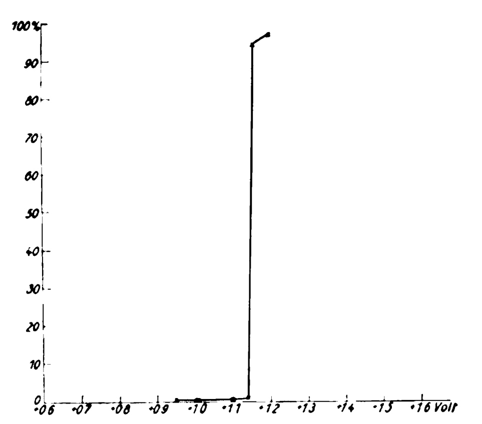
Man sieht, daß bis zu einer Konzentration der Lösung von 10^{-7} n. die Abscheidung nur sehr wenig beeinflußt wird, bei 10^{-5} Normalität ist bereits ein starkes Sinken zu bemerken, und bei 10^{-3} ist die Abscheidung überhaupt nicht mehr meßbar. Diese Methode — die sich durch Wahl kleinerer Elektroden jedenfalls noch verfeinern läßt — gestattet es, sehr geringe Mengen inaktiven Bleies noch nachzuweisen, denn Zusatz eines anderen Elementes, z. B. des dem Blei nahestehenden Thalliums hat auch in einer Konzentration von 10^{-3} n. keinen merkbaren Einfluß auf die Abscheidung des *ThB*.

Die Bestimmung der Zersetzungsspannung nach der oben erwähnten Methode hat zur Voraussetzung, daß die Stromstärke groß genug ist, um die Abscheidung der gesamten Menge des Radioelementes innerhalb der Versuchsdauer bewirken zu können. Letztere Bedingung ist, wie leicht ersichtlich, z. B. bei der Elektrolyse einer $^1/_{1000}$ n. Bleinitratlösung bei weitem nicht mehr erfüllt, denn das Elektrodenpotential ist bei unserer Anordnung erreicht bei einer Stromstärke von etwa $3 \cdot 10^{-6}$ Amp., welche im Verlauf von 24 Stunden nur einen ganz verschwindenden Bruchteil der vorhandenen Bleiionen zur Ausfällung bringen kann. Dies sei besonders betont, denn beachtet man diesen Punkt nicht, so findet man bei der Ermittlung der Zersetzungsspannung nach der erwähnten Methode (sprungweise Zunahme der ausgeschiedenen Mengen) einen zu hohen Wert. Fig. 4 zeigt z. B. die scheinbare Zersetzungsspannung von *ThB* aus $^1/_{100000}$ n. Lösung; sie liegt wesentlich höher als

1) Der Zusatz so geringer *Bi*-Mengen, die die Lösung etwa 10^{-7} n. machten, bewirkte oft eine anfängliche Änderung des Kathodenpotentials um mehrere Millivolt.

1) Die Reinigung des Wassers war die für Atomgewichtsbestimmungen übliche (vgl. O. Hönigschmid, Mitteil. a. d. Inst. f. Radiumforschung 8, 8).





Anodische Abscheidung von Thorium B-Superoxyd. Konzentration der Lösung an Blei-Isotopen $\{Pb + ThB\}$ 10^{-5} normal.

Fig. 4.

berechnet, was wahrscheinlich in dem oben erwähnten Grund seine Erklärung findet.

Wir hoffen auf manche der hier besprochenen Punkte, besonders auf die Abscheidung unterhalb der Zersetzungsspannung, noch zurückkommen zu können.

4. Diskussion der Versuchsresultate.

Die Verschiedenheit der Atomgewichte einzelner isotoper Elemente steht, wie bereits oben erwähnt, außer Zweifel. Daraus folgt, daß sie, soweit Gravitationseigenschaften in Frage kommen, nicht identisch sind, und daß z. B. beim Zentrifugieren Mesothorium leichter von Barium zu trennen sein muß als sein Isotop das Radium, daß also von diesem Standpunkte aus betrachtet Radium dem Barium näher steht als Mesothorium. Die Frage, ob die chemischen Eigenschaften isotoper Elemente einen ähnlichen Unterschied erkennen lassen, müssen wir auf Grund unserer Versuche dagegen verneinen; wir haben eine völlige Vertretbarkeit im elektrochemischen Verhalten gefunden. Man muß daraus schließen, daß das Elektrodenpotential in der Form zu schreiben ist:

$$\varepsilon = \frac{RT}{nF} \ln \frac{\Sigma c}{C},$$

wo Σc die Gesamtkonzentration aller vorhandenen isotopen Elemente bedeutet, und entsprechend das Massenwirkungsgesetz etwa in der Form:

$$\frac{[\Sigma \text{Isotope } A]^{n_1} [\Sigma \text{Isotope } B]^{n_2} \ldots}{[\Sigma \text{Isotope } A']^{n_1'} [\Sigma \text{Isotope } B']^{n_2'} \ldots} = K.$$

Die Behauptung, daß zwei Atome von verschiedenem Gewicht einander in ihrer Massenwirkung vertreten können, scheint auf den ersten Blick zu einem Widerspruch mit dem zweiten Hauptsatz der Thermodynamik zu führen[1]). Der Widerspruch verschwindet jedoch, wenn man den Begriff der chemischen Individualität, an welche die gegenseitige Vertretbarkeit gebunden ist, näher betrachtet und entsprechend definiert.

Wir schreiben allgemein jedem Element eine besondere chemische Persönlichkeit zu, die sich von einem Element zum anderen unstetig ändert. In ihrer Massenwirkung können Silberatome nur Ag-Atome vertreten, keine Blei-, Thallium- oder anderen Atome. In der Nernstschen Formel

$$\varepsilon = \frac{RT}{nF} \ln \frac{c}{C}$$

kann c entsprechend nur durch den Zusatz von Silberionen geändert werden, nicht durch den von anderen.

Wenn wir jetzt finden, daß Atome, die ein verschiedenes Gewicht haben, einander trotzdem chemisch vertreten, daß unter c die Gesamtkonzentration der Isotopen zu verstehen ist, so scheint es erforderlich, den Begriff der chemischen Individualität so zu definieren, daß diese nicht an die völlige Gleichheit der betreffenden Atome gebunden ist, sondern daß zwei Atome einander chemisch vertreten können, ohne **alle** Eigenschaften gemeinsam zu haben. Das Korrelat der Vertretbarkeit scheint die Gleichheit ihrer Kernladungszahl zu sein, deren fundamentale Bedeutung immer mehr in den Vordergrund tritt.

Zusammenfassung.

Es wurden Versuche angestellt, um zu entscheiden, ob isotope Elemente einander chemisch völlig vertreten können; zu diesem Zwecke wurden die folgenden elektrochemischen Methoden angewendet.

1. Es wurde die elektrolytische Abscheidung von Radium E mit und ohne Zusatz von Wismut untersucht und festgestellt, daß die Zersetzungsspannung durch Zusatz von Wismut in dem Sinne und um den Betrag verschoben wird, der

1) So bei der Betrachtung des sogenannten Gibbsschen Paradoxon: Wenn man zwei Gefäße mit zwei verschiedenen Gasen hat und diese ohne Arbeitsleistung diffundieren läßt, so findet eine Entropiezunahme statt. Hat man statt zweier verschiedener Gase in beiden Gefäßen dasselbe Gas und öffnet jetzt die Zwischenwand, so ändert sich die Entropie nicht. Die Größe der Verschiedenheit der beiden Gase ist für die Entropieänderung gleichgültig und man kann die beiden Gase immer ähnlicher und ähnlicher wählen, ohne daß dies auf die Größe der Entropiezunahme einen Einfluß ausübt. Im Augenblick jedoch, wo die Gase identisch werden, bleibt die Entropie ungeändert. Wenn wir den zweiten Hauptsatz als Wahrscheinlichkeitssatz fassen, ist das selbstverständlich, da zwei Dinge entweder unterscheidbar oder nicht unterscheidbar sind und es hier keine graduellen Unterschiede gibt. — Es ist klar, daß, von diesem allgemeinsten Standpunkte aus betrachtet, isotope Elemente nicht identisch sind.

nach der Nernstschen Theorie bei Zusatz des gleichen (RaE) Ions zu erwarten wäre; dasselbe Ergebnis lieferte eine Untersuchung der Abscheidung von Thorium B mit und ohne Bleizusatz.

2. Es wurde gezeigt, daß die Abscheidung der minimalen Mengen von Radioelementen, die sich unterhalb der Zersetzungsspannung niederschlagen, durch die Anwesenheit der Isotopen (und nur dieser) verhindert wird, was sich gleichfalls nur durch Vertretbarkeit erklären läßt.

3. Es wurde Radiumemanation in Quarz zerfallen gelassen und das entstandene Radium D elektrolytisch als Superoxyd auf Platindrähten niedergeschlagen; es gelang, sichtbare und elektromotorisch bereits wirksame Mengen (einige tausendstel Milligramm) darzustellen. Die Kette $RaDO_2 \mid RaD(NO_3)_2 \mid KNO_3 \mid KCl, Hg_2Cl_2 Hg$ zeigte dieselbe elektromotorische Kraft wie eine entsprechende, aus Bleisuperoxyd aufgebaute Kette und der Zusatz von Bleiionen zur RaD-Lösung veränderte sie ganz in der gleichen Weise, wie sie nach der Nernstschen Theorie ein entsprechender RaD-Ionenzusatz ändern würde; daraus wird geschlossen, daß in der Nernstschen Formel

$$\varepsilon = \frac{RT}{nF} \ln \frac{c}{C}$$

unter der Ionenkonzentration c die Summe der isotopen Ionen zu verstehen ist.

Aus unserer Untersuchung ist demnach der Schluß zu ziehen, daß isotope Elemente einander in ihrer chemischen Massenwirkung tatsächlich völlig vertreten können.

Die Arbeit wurde im Institut für Radiumforschung der kaiserl. Akademie der Wissenschaften in Wien ausgeführt[1]).

1) Vgl. Mitteilungen aus dem Institut für Radiumforschung LXVI.

(Eingegangen 20. Juli 1914.)

Zu Herrn W. Ackermanns Messungen der Temperaturabhängigkeit der pyroelektrischen Erregung.

Von S. Boguslawski.

Um zu einer klareren Vorstellung von dem Aufbau fester Körper zu gelangen, erwies es sich als notwendig, die Abhängigkeit ihrer Eigenschaften von der Temperatur in recht großen Temperaturintervallen zu studieren. Als besonders wichtig stellte sich die Kenntnis des Verhaltens der Körper bei ganz tiefen Temperaturen heraus. Die Untersuchungen über spezifische Wärmen, thermischen Ausdehnungskoeffizient und elektrische Leitfähigkeit führten alle zu dem Ergebnis, daß zur Beschreibung des Verhaltens der festen Körper die Kenntnis einer charakteristischen Schwingungszahl erforderlich ist. Theoretisch läßt sich diese Schwingungszahl auf verschiedene Weisen definieren, und auch zur experimentellen Bestimmung derselben liegen verschiedene Wege vor. Besonders große Erfolge wurden bekanntlich in der Theorie der einatomigen festen Körper erzielt, aber auch auf Körper von komplizierterem molekularem Bau ließen sich die Betrachtungen übertragen[1]). Es entstand hieraus für die Experimentalphysiker die wichtige Aufgabe, die charakteristischen Schwingungszahlen der einzelnen Körper der Reihe nach zu bestimmen.

Nun scheint für eine Klasse von Körpern ein neuer Weg zur Bestimmung dieser Schwingungszahlen sich zu eröffnen. Die Messungen der pyroelektrischen Erregung, welche von Herrn Ackermann[2]), einem Schüler von Professor W. Voigt, im Göttinger Institut durchgeführt wurden, zeigen deutlich, daß für das Zustandekommen des pyroelektrischen Effekts ebenfalls eine charakteristische Frequenz maßgebend ist. Sie läßt sich aus diesen Messungen recht scharf festlegen und fällt durchaus in denselben Spektralbereich, wo die an anderen Kristallen und nach anderen Methoden ermittelten Frequenzen liegen. Es liegt die Vermutung nahe, daß der Verlauf der spezifischen Wärmen von der nämlichen Frequenz abhängt, und damit wäre eine Brücke zwischen zwei scheinbar so verschiedenen Erscheinungsgebieten geschlagen. Indessen fehlen noch Angaben über spezifische Wärmen der pyroelektrisch untersuchten Kristalle, welche erlauben würden, diese Vermutung zu prüfen.

Sollte sich aber diese Vermutung als unrichtig erweisen, so geben die pyroelektrischen Untersuchungen auch an und für sich ein wichtiges Mittel zur Ergründung des Baues der Materie.

Im Innern eines dielektrischen Kristalls sind elektrische Ladungen eingebettet, welche an bestimmte Ruhelagen gebunden sind. Von diesen Ladungen interessieren uns diejenigen, die an der Wärmebewegung teilnehmen können, d. h., um gleich die Vorstellung zu präzisieren, wir betrachten die geladenen Atome von elektropositiven und elektronegativen Elementen, welche ja vermutlich auch in einem festen Körper ihre Ladungen beibehalten. Wir denken uns die

1) Vgl. dazu den Vortrag von W. Nernst in den „Vorträgen über die kinetische Theorie der Materie und der Elektrizität" von M. Planck, P. Debye, W. Nernst, M. v. Smoluchowski, A. Sommerfeld, H. A. Lorentz u. a. (Leipzig 1914), wo auch das wesentlichste von der umfangreichen vorhandenen Literatur erwähnt wird.

2) W. Ackermann, Göttinger Dissertation 1914.

Ladungen mit diesen Atomen starr verbunden. Dagegen sehen wir ab von Elektronen, die in großer Anzahl im Innern der Atome selbst vorhanden sein können, da sie ja bekanntlich an der thermischen Bewegung keinen Anteil haben.

Es läßt sich zeigen, daß die Ausschläge der geladenen Atome aus ihrer Ruhelage infolge der Wärmebewegung verhältnismäßig recht groß sind, so daß auch a priori nicht wahrscheinlich ist, daß man den Erscheinungen durch Annahme rein quasielastischer Bindungen gut Rechnung tragen könnte. In der Tat erweist es sich zum Verständnis des Verhaltens der Dielektrika zweckmäßig, im Ausdrucke für die bindende Kraft auch höhere Potenzen als die erste zu berücksichtigen[1]). Von diesem Standpunkte aus gelangt man sofort zu einer Vorstellung von dem Mechanismus des pyroelektrischen Effekts, falls man annimmt, daß entweder alle, oder wenigstens ein Teil der Ladungen dissymmetrisch gelagert ist. In der Tat sieht man ohne Rechnung, daß, falls die Reaktionskraft beim Ausschlag der Ladung in einer Richtung schneller wächst, als beim Ausschlag in der entgegengesetzten Richtung, dadurch im Zeitmittel eine Verschiebung aus der ursprünglichen Ruhelage und damit ein elektrisches Moment sich ergibt, welches Funktion der Temperatur ist.

Setzt man für die Arbeit, welche einer Verschiebung der Ladung aus ihrer Ruhelage um eine Strecke x entspricht,

$$A = ax^2 + bx^3, \qquad (1)$$

so läßt sich zeigen, daß die Ladung im Zeitmittel einen Ausschlag

$$\bar{x} = -\frac{3}{4}\frac{Eb}{a^2} \qquad (2)$$

besitzen wird, falls sie mit der Energie E an der Wärmebewegung beteiligt ist. Dieser Ausdruck läßt sich entweder so gewinnen, daß man die freie Schwingung des Teilchens durch Integration der Bewegungsgleichung ausrechnet und dann das Zeitmittel von x bildet. So verfährt Debye[2]), der einen ähnlichen Mechanismus betrachtet hat. Glaubt man dagegen dem Charakter der Bewegung als thermischer Agitation dadurch besser Rechnung tragen zu können, daß man, statt die freie Bewegung zu betrachten, nach einer statistischen Methode rechnet, so gelangt man nach einer etwas umständlichen Rechnung zu dem nämlichen Resultat. Diesen letzteren Weg habe ich in der zweiten der zitierten Arbeiten eingeschlagen. Die Quantentheorie führte mich dann zu folgender Formel für das pyroelektrische Moment:

$$P = -\frac{3beN}{4a^2} \cdot \frac{h\nu_0}{e^{\frac{h\nu_0}{kT}} - 1}, \qquad (3)$$

wo e die Ladung, N die Anzahl Ladungen pro Volumeinheit und ν_0 die Schwingungszahl für unendlich kleine Amplituden bedeutet, d. h.

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2a}{m}}, \qquad (4)$$

unter m die Masse des schwingenden Teilchens verstanden. Es ist die Änderung des Moments P mit der Temperatur, welche unter dem Namen der pyroelektrischen Erregung zur Messung gelangt, also die Größe:

$$\gamma = -\frac{dP}{dT} = \gamma_\infty \frac{\xi^2 e^\xi}{(e^\xi - 1)^2}, \qquad (5)$$

falls zur Abkürzung

$$\xi = \frac{h\nu_0}{kT}; \quad \gamma_\infty = \frac{3ebNk}{4a^2}$$

gesetzt wird. Es ist dabei γ_∞ der Grenzwert, dem γ mit steigender Temperatur zustrebt. An einer aus Herrn Ackermanns Messungen herausgegriffenen Zahlenreihe konnte ich zeigen, daß die theoretisch abgeleitete Formel die Erfahrungen gut wiederzugeben vermag. Im folgenden will ich sämtliches von Herrn Ackermann gewonnenes Zahlenmaterial mit unserer Formel vergleichen. Es zeigt sich, daß die Temperaturabhängigkeit des pyroelektrischen Effekts bei allen untersuchten Kristallen die gleiche ist, so daß man daraus auf ein ganz allgemeines Gesetz schließen kann. Weiter zeigt es sich, daß die Formel (5) sich recht gut bewährt, allerdings mit Ausnahme der ganz tiefen Temperaturen, wie aus den folgenden Tabellen zu ersehen ist.

Die Tabellen I bis III zeigen, daß die Formel (5) innerhalb eines sehr großen Temperaturintervalls die Beobachtungen gut darzustellen vermag. Man kann also glauben, daß die Vorstellung von dissymmetrisch gelagerten Ladungen der Wirklichkeit im wesentlichen entspricht. Andererseits zeigen aber die Tabellen auch die Grenzen, außerhalb welcher unsere Formel versagt. Sie stimmt nämlich gar nicht mehr bei sehr tiefen Temperaturen. Hier versagt sie in gleichem Maße bei allen Kristallen. Nach unserer Theorie würde ein meßbarer pyroelektrischer Effekt bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs nicht zu erwarten sein. Der Versuch zeigt dagegen, daß bei dieser Temperatur noch ein Effekt von der Größenordnung von $^1/_{20}$ desjenigen bei Zimmertemperatur beobachtet wird. Bei der Temperatur der flüssigen Luft ist eben-

1) Vgl. dazu S. Boguslawski, diese Zeitschr. **15**, 283, 569, 1914.
2) Vortrag in der oben zitierten Sammlung.

Tabelle I.

Absolute Temperatur	Strontium-Ditartrat $\nu_0 = 14,26 \cdot 10^{12}$ $\gamma_\infty = 1,138$ γ exp.	ber.	Lithiumnatriumsulfat $\nu_0 = 20,14 \cdot 10^{12}$ $\gamma_\infty = 5,012$ γ exp.	ber.	Rechts-weinsaures Ammonium $\nu_0 = 10,59 \cdot 10^{12}$ $\gamma_\infty = 6,238$ γ exp.	ber.	Kalium-Lithium-Sulfat $\nu_0 = 16,00 \cdot 10^{12}$ $\gamma_\infty = 8,260$ γ exp.	ber.
23	0,04	0,000	0,12	0,000	0,15	0,000	—	0,000
88	0,12	0,027	0,29	0,009	0,31	0,020	0,69	0,094
108	0,45	0,449	0,88	0,892	1,18	1,204	2,50	2,500
253	0,64	0,631	1,63	1,640	2,41	2,153	4,09	3,974
274	0,69	0,688	2,03	1,908	2,58	2,402	4,51	4,357
293	0,728	0,731	2,20	2,141	2,84	2,772	4,85	4,747
352	0,825	0,833	2,74	2,738	3,42	3,515	5,35	5,518

Tabelle II.

Absolute Temperatur	Lithiumnatriumselenat $\nu_0 = 16,00 \cdot 10^{12}$ $\gamma_\infty = 9,528$ γ exp.	ber.	Neutralweinsaures Kalium $\nu_0 = 15,28 \cdot 10^{12}$ $\gamma_\infty = 9,840$ γ exp.	ber.	Lithiumselenat $\nu_0 = 15,28 \cdot 10^{12}$ $\gamma_\infty = 28,25$ γ exp.	ber.	Lithiumsulfatmonohydrat $\nu_0 = 16,95 \cdot 10^{12}$ $\gamma_\infty = 41,69$ γ exp.	ber.
23	0,35	0,009	0,39	0,000	0,02	0,000	1,21	0,000
88	0,93	0,104	1,00	0,152	2,30	0,437	3,81	0,316
108	2,94	2,891	3,32	3,426	9,87	9,836	12,24	11,70
253	4,58	4,554	5,10	5,030	14,54	14,44	18,42	18,45
274	5,07	5,079	5,60	5,536	16,00	15,89	20,45	20,65
293	5,38	5,475	5,96	5,931	17,17	17,03	23,27	22,50
352	6,37	6,365	6,89	6,887	19,35	19,78	26,90	26,96

Tabelle III.

Absolute Temperatur	Blaugrüner Turmalin $\nu_0 = 12,42 \cdot 10^{12}$ $\gamma_\infty = 1,462$ γ exp.	ber.	Gelbgrüner Turmalin $\nu_0 = 9,21 \cdot 10^{12}$ $\gamma_\infty = 1,521$ γ exp.	ber.	Rosaroter Turmalin $\nu_0 = 10,57 \cdot 10^{12}$ $\gamma_\infty = 1,660$ γ exp.	ber.
23	0,04	0,000	0,08	0,000	0,08	0,000
88	0,142	0,071	0,289	0,247	0,300	0,166
108	0,652	0,712	0,974	1,012	0,982	0,977
253	0,935	0,930	1,205	1,180	1,210	1,160
274	1,005	0,995	1,243	1,224	1,270	1,251
293	1,060	1,040	1,281	1,257	1,313	1,288
352	1,170	1,152	1,337	1,332	1,404	1,393
372	1,187	1,181	1,350	1,350	1,426	1,424
408	1,217	1,223	1,381	1,378	1,460	1,457
488	1,268	1,260	1,400	1,418	1,544	1,513
578	1,381	1,336	1,669	1,440	1,723	1,556
648	1,525	1,361	1,865	1,462	1,943	1,597

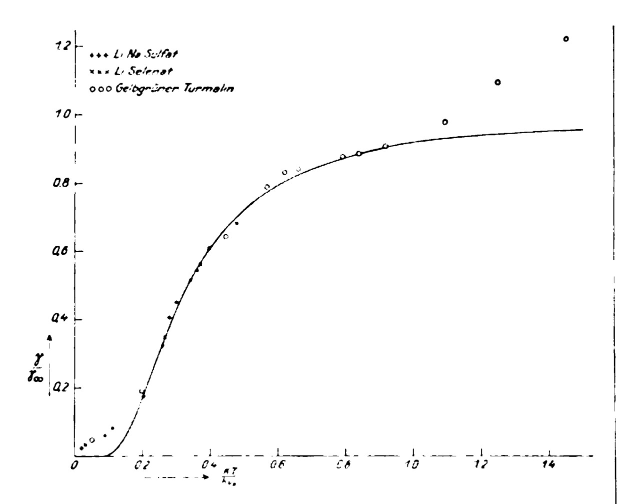
falls noch keine Übereinstimmung vorhanden. Die Diskrepanz ist desto größer, je größer die zur Darstellung der Beobachtungen gewählte Schwingungszahl ν_0 ist. Die kleinste Frequenz besitzt der gelbgrüne Turmalin und dementsprechend ist hier der Fehler bei 88° abs. am kleinsten; Lithiumnatriumsulfat besitzt die höchste Frequenz und es ist auch der Fehler bei dieser Temperatur am größten. Zusammenfassend kann man sagen, daß die Formel (5) bei Temperaturen versagt, welche klein gegen die charakteristischen Temperaturen

$$\Theta = \frac{h\nu_0}{k}$$

sind.

Die Tabelle III lehrt ferner, daß auch nach oben hin der Gültigkeitsbereich der einfachen Formel (5), welche der Annahme einer einzigen Art Ladungen entspricht, kein unbeschränkter ist. Hätte Herr **Ackermann** seine Messungen auch bei den übrigen Stoffen bis zu ebenso hohen Temperaturen fortsetzen können, wie er es bei Turmalinen getan hat, so hätte sich vielleicht auch dort dieselbe Erscheinung feststellen lassen. Es sind nämlich von etwa 500° abs. an die gemessenen Werte höher, als die nach (5) berechneten, was darauf hinzuweisen scheint, daß hier noch weitere Freiheitsgrade von viel höherer Schwingungszahl anfangen eine Rolle zu spielen.

Der Grad der durch die einfache Formel (5) erreichten Übereinstimmung ist am besten aus der Figur ersichtlich. Hier ist als Abszisse die Größe $1/\xi = T/\Theta$, d. h. die Temperatur gemessen in Bruchteilen der charakteristischen aufgetragen.



Die ausgezogene Kurve ist die „Einsteinsche" Funktion, die nach unserer Vorstellung die pyroelektrische Erregung in Bruchteilen von γ_∞ darstellen soll. Daneben sind die gemessenen Werte von $\frac{\gamma}{\gamma_\infty}$ für drei verschiedene Kristalle eingetragen, und zwar entsprechen die stehenden Kreuze dem Lithiumnatriumsulfat, die liegenden Kreuze dem Lithiumselenat, die Kreise dem gelbgrünen Turmalin. Der erste dieser Kristalle hat die höchste, der letzte die tiefste Schwingungszahl.

Nimmt man bei Turmalinen die Existenz einer zweiten Art Ladungen an, so wird die Diskrepanz zwischen den theoretischen und gemessenen Werten beseitigt. Dann hat man für γ die vierkonstantige Formel:

$$\gamma = \gamma_\infty \frac{\left(\frac{h\nu_0}{kT}\right)^2 e^{\frac{h\nu_0}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu_0}{kT}}-1\right)^2} + \gamma_\infty' \frac{\left(\frac{h\nu_0'}{kT}\right)^2 e^{\frac{h\nu_0'}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu_0'}{kT}}-1\right)^2}. \quad (6)$$

Man hat ν_0' etwa zehnmal größer als ν_0 zu wählen. Dann spielt diese neue Frequenz bei tieferen Temperaturen keine Rolle, dagegen bei hohen Temperaturen wird jetzt ein vollkommener Anschluß an die gemessenen Werte erzielt, wie die folgende Tabelle zeigen soll:

Tabelle IV.
Gelbgrüner Turmalin.

$\nu_0 = 9{,}21 \cdot 10^{12}$, $\nu_0' = 87{,}5 \cdot 10^{12}$,
$\gamma_\infty = 1{,}521$, $\gamma_\infty' = 7{,}16$.

Absolute Temperatur	γ beobachtet	γ berechnet nach (6)
352	1,337	1,336
372	1,350	1,350
408	1,381	1,397
488	1,490	1,512
578	1,669	1,666
648	1,865	1,859

Es seien noch für die elf pyroelektrischen Kristalle die gefundenen Schwingungszahlen und die entsprechenden Wellenlängen λ und charakteristischen Temperaturen Θ, sowie die Werte des Koeffizienten γ_∞ in einer Tabelle zusammengestellt.

Tabelle V.

Substanz	ν_0	λ	Θ	γ_∞
Strontium-Ditartrat	$14{,}26 \cdot 10^{12}$	21 μ	692	1,138
Lithiumnatriumsulfat	20,14	14	978	5,012
Rechts-weinsaures Ammonium	19,59	15	913	5,754
Kaliumlithiumsulfat	16,00	19	777	8,260
Lithiumnatriumselenat	16,00	19	777	9,528
Neutralweinsaures Kalium	15,28	20	742	9,840
Lithiumselenat	15,28	20	742	28,25
Lithiumsulfat-Monohydrat	16,95	18	822	41,69
Blaugrüner Turmalin	12,42	24	603	1,462
	121,3	2,5	5890	17,46
Gelbgrüner Turmalin	9,21	32,5	447	1,521
	87,5	3,4	4345	7,16
Rosaroter Turmalin	10,57	28	513	1,660
	103,3	2,9	5020	13,20

Es hat F. A. Lindemann[1]) eine empirische Formel angegeben, welche gestattet, aus der Schmelztemperatur T_s, dem Atomgewicht m und dem Atomvolumen V die für den Verlauf der spezifischen Wärmen maßgebende Schwingungszahl zu berechnen. Diese Formel lautet:

$$\nu = 2{,}06 \cdot 10^{12} \sqrt{\frac{T_s}{m V^{2/3}}}.$$

Von unseren Kristallen lassen wohl nur die Turmaline eine qualitative Prüfung dieser Formel zu. Die übrigen werden sich wohl zersetzen, bevor der Schmelzpunkt erreicht ist. Ich konnte jedenfalls in der Literatur keine Angaben über deren Schmelzpunkte finden.

Ich finde im „Landolt-Börnstein", daß die Schmelzpunkte der Turmaline zwischen 1012 und 1102° schwanken und die spezifischen Gewichte zwischen 2,94 und 3,24. Die chemische Zusammensetzung der Turmaline ist ebenfalls sehr variabel. Je nach der angenommenen chemischen Formel finde ich „durchschnittliche Atomgewichte", die zwischen 17,2 und 18,4 schwanken. Setzt man nun für einen mittleren Turmalin $T_s = 1316$ abs., $m = 18$, $V = 5{,}8$, so findet man

$$\nu = 9{,}80 \cdot 10^{12}.$$

Aus dem Verlauf des pyroelektrischen Effekts schloß ich auf die Existenz von Schwingungszahlen, die zwischen 9,2 und $12{,}4 \cdot 10^{12}$ liegen. Diese Werte kommen dem aus der Lindemannschen Formel berechneten sehr nahe. Wie bedenklich auch die Anwendung dieser Formel auf einen so kompliziert gebauten Körper, wie

1) Diese Zeitschr. 11, 609, 1910.

der Turmalin sein mag, so scheint doch die durchgeführte Überschlagrechnung dafür zu sprechen, daß die langsamere der zur Erklärung des pyroelektrischen Effekts eingeführten Schwingungen identisch ist mit derjenigen, die in der Theorie der spezifischen Wärmen auftritt. Dadurch wird die schon anfangs ausgesprochene Anschauung bestätigt, wonach die Träger der Pyroelektrizität, wenigstens bei tieferen Temperaturen, die geladenen Atome sind, die durch ihre Schwingungen auch an der Wärmebewegung teilnehmen.

Danach liegt es nahe, das Versagen unserer Formel bei ganz tiefen Temperaturen in voller Analogie mit der Theorie der spezifischen Wärmen zu deuten. Dort versagte die einfache Einsteinsche Formel, weil den Atomen des Kristalls, streng genommen, nicht eine einzige Schwingungszahl, sondern ein ganzes Spektrum zukommt. Dieses Spektrum auszurechnen lehrten die Arbeiten von Born und v. Kármán und von Debye. Auch zur strengeren Berechnung des pyroelektrischen Effekts wird es nötig sein, die Schwingungen des ganzen Raumgitters zu betrachten. Nun lassen sich die Betrachtungen, die zu einer Berechnung der spezifischen Wärmen führen, auf unseren Fall nicht ohne weiteres übertragen. Auf Grund der Messungen kann man sagen, daß die pyroelektrische Erregung bei Annäherung an den absoluten Null zwar wohl verschwindet, aber doch langsamer, als die spezifischen Wärmen. Letztere werden nämlich durch die Debyesche Formel

$$\frac{c}{c_\infty} = -3\xi^2 \frac{d}{d\xi}\left[\frac{1}{\xi^3}\int_0^\xi \frac{x^3\,dx}{e^x - 1}\right] \qquad (7)$$

ausgezeichnet dargestellt. Versucht man rein empirisch auch die pyroelektrische Erregung durch diese Formel darzustellen, so kommt man zu keinem befriedigenden Resultat, wie am Beispiel von Lithiumselenat gezeigt werden soll.

Tabelle VI.

Lithiumselenat.

$\nu_D = 21{,}58 \cdot 10^{12}$, $\gamma_\infty = 30{,}73$.

Absolute Temperatur	γ beobachtet	γ berechnet nach Debye
23	0.92	0.00
88	2.30	1.38
108	9.87	10.70
253	14.54	14.54
274	16.00	15.70
293	17.17	16.68
352	19.35	19.48

Man sieht, daß auch hier bei ganz tiefen Temperaturen keine Übereinstimmung besteht. Bei der Temperatur der flüssigen Luft ist sie etwas weniger schlecht als nach Formel (5), aber dafür ist sie bei höheren Temperaturen etwas weniger gut: es ist nämlich die Debyesche Kurve etwas weniger gekrümmt als die Einsteinsche und die beobachteten Werte schließen sich an die letztere besser an.

Um den bestmöglichen Anschluß an die Erfahrung zu gewinnen, mußten für beide Formeln verschiedene charakteristische Frequenzen gewählt werden. Und zwar mußte die Debyesche Grenzfrequenz 1,41 mal größer als die Einsteinsche Atomfrequenz der Formel (5) genommen werden. Dies stimmt ausgezeichnet mit dem von M. Born[1]) am Beispiel des Diamantgitters theoretisch erschlossenen Verhältnis dieser beiden Größen überein, wofür er den Wert 1,38 gefunden hat. Es steckt zwar in der Bornschen Rechnung die Annahme des speziellen Diamantgitters, aber es scheint das Resultat von der speziellen Art des Gitters nur wenig abhängig zu sein.

Ein genaues Gesetz für tiefe Temperaturen läßt sich aus Ackermanns Messungen nicht erschließen: dazu sind zu wenig Temperaturpunkte untersucht worden. Es läßt sich aber mit einiger Wahrscheinlichkeit behaupten, daß in diesem Bereich γ proportional der ersten Potenz der absoluten Temperatur ist. Es müßte in diesem Fall das Verhältnis von $\gamma\gamma_\infty$ zu $T\Theta$ gleich einer universellen Konstante sein, und dies scheint sich zu bestätigen, wie aus der folgenden Tabelle ersichtlich ist.

Tabelle VII.

Messungen bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs.

	$T\Theta$	$\gamma\gamma_\infty$	$\gamma\gamma_\infty : T\Theta$
Strontium-Ditartrat	0,0330	0,0350	1,06
Lithium-Natriumsulfat . . .	0,0230	0,0230	1,01
Rechts-weinsaur. Ammonium	0,0251	0,0240	0,95
Lithium-Natriumselenat . . .	0,0266	0,0305	1,23
Neutralweinsaures Kalium .	0,0310	0,0306	1,28
Lithiumselenat	0,0310	0,0325	1,05
Lithiumsulfat-Monohydrat .	0,0280	0,0290	1,04
Blaugrüner Turmalin	0,0381	0,0273	0,72
Gelbgrüner Turmalin	0,0515	0,0525	1,02
Rosaroter Turmalin	0,0448	0,0482	1,08
		Mittel	1,04

Will man nach der Methode des elastischen Spektrums rechnen, so wird man gemäß Formel (2) annehmen müssen, daß der Beitrag einer Eigenschwingung zum elektrischen Moment proportional der Energie dieser Eigenschwingung sein muß, wobei der Proportionalitätsfaktor noch

1) M. Born, Ann. d. Phys. **44**, 641, 1914.



eine Funktion der Frequenz sein kann. Man wird also setzen:

$$P_\nu = \varphi(\nu) \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \cdot \qquad (8)$$

Postuliert man eine lineare Abhängigkeit von der Temperatur für kleine T, so hat man

$$\varphi(\nu) = \frac{f}{\nu^2} \qquad (9)$$

zu setzen, wo f eine Konstante ist.

Beachtet man, daß für unser Problem nur Schwingungen in der x-Richtung in Betracht kommen, so hat man in der Volumeinheit für die Anzahl Schwingungen, die zwischen ν und $\nu + d\nu$ liegen, den Ausdruck

$$\frac{3N}{\nu^3_{max}} \nu^2 d\nu,$$

wo N die Anzahl Moleküle in der Volumeinheit bedeutet. Für das gesamte elektrische Moment hat man dann

$$P = \frac{3Nf}{\nu^3_{max}} \int_0^{\nu_{max}} \frac{h\nu\, d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \cdot$$

Die Entwicklung dieser Formel für hohe Temperaturen lautet:

$$P = \frac{3Nfk^2T^2}{h\nu^3_{max}} \left[\frac{h\nu_{max}}{kT} - \frac{1}{4}\left(\frac{h\nu_{max}}{kT}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{B_1}{3!}\left(\frac{h\nu_{max}}{kT}\right)^3 - \cdots\right].$$

Und die pyroelektrische Erregung ist:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{3Nfk}{\nu^2_{max}} \left[1 - \frac{B_1}{3!}\left(\frac{h\nu_{max}}{kT}\right)^2 + \cdots\right] \cdot \qquad (10)$$

Entwickeln wir aber für hohe Temperaturen unsere frühere Formel (5), so haben wir:

$$\frac{dP}{dT} = \gamma_\infty \left[1 - \frac{B_1}{2!}\left(\frac{h\nu_0}{kT}\right)^2 + \cdots\right] \cdot \qquad (11)$$

Sollen beide Ausdrücke für hohe Temperaturen übereinstimmende Resultate liefern, so hat man

$$\nu_{max} = \sqrt{3} \cdot \nu_0 \qquad (12)$$

zu wählen.

Für ganz tiefe Temperaturen folgt dann:

$$P = \frac{3Nfk^2T^2}{h\nu^3_{max}} \int_0^\infty \frac{\xi\, d\xi}{e^\xi - 1} = \frac{3Nfk^2T^2}{h\nu^3_{max}} \cdot 1{,}615.$$

$$\gamma = \frac{dP}{dT} = \frac{6Nfk^2T}{h\nu^3_{max}} \cdot 1{,}615.$$

Für den Quotienten γ/γ_∞ erhält man

$$\gamma/\gamma_\infty = 3{,}33 \frac{kT}{h\nu_{max}},$$

oder nach dem gefundenen Zusammenhang (12) von ν_{max} mit dem früher benutzten ν_0:

$$\gamma/\gamma_\infty = \frac{3{,}33}{\sqrt{3}} \frac{kT}{h\nu_0} = 1{,}9 \cdot \frac{T}{\Theta}.$$

Für das Verhältnis $\gamma/\gamma_\infty : T/\Theta$, dessen Werte wir in der letzten Kolonne der letzten Tabelle zusammengestellt haben, finden wir also theoretisch den Wert 1,9, während experimentell sich im Mittel 1,04 herausgestellt hat. Eine quantitative Übereinstimmung ist somit nicht vorhanden, aber immerhin ist es beachtenswert, daß wenigstens die Größenordnung dieser Konstanten richtig herauskommt.

Noordwijk aan Zee, Juni 1914.

(Eingegangen 29. Juli 1914.)

ZUSAMMENFASSENDER BERICHT.

Bericht über die Hauptversammlung des Vereins Deutscher Chemiker vom 3.—6. Juni 1914 in Bonn.

Von B. Borchardt.

Der Verein Deutscher Chemiker hielt seine diesjährige Hauptversammlung vom 3. bis 6. Juni in Bonn ab. Von den Vorträgen war ohne Zweifel der bedeutsamste, der auch die Leser unserer Zeitschrift am meisten interessieren wird, der von Professor Haber „Über die synthetische Gewinnung des Ammoniaks". Als Haber vor zehn Jahren seine Versuche aufnahm, galt die Bildung des Ammoniaks — so führte er aus — aus den Elementen Stickstoff und Wasserstoff für eine Reaktion, die durch besondere Hilfsmittel in kleinem Umfange erzwungen, zu freiwilligem Ablauf aber nicht gebracht werden konnte. Die Aufgabe stellte sich so dar, daß zunächst der qualitative Nachweis der möglichen Synthese, dann die Bestimmung der Gleichgewichtslage und schließlich die Auffindung von Katalysatoren versucht werden mußte. Haber versuchte es mit einer Mischung von drei Raumteilen Wasserstoff und einem Raumteil Stickstoff bei der Temperatur von 1000 Grad und Atmosphärendruck. Er nahm eine Flocke feinen Asbestes, tränkte sie mit so viel Eisenoxyduloxalat, daß sie nach der Reduktion 1 mg Metall auf sich trug, und leitete einige hundert Liter der Mischung darüber. Der Erfolg war überraschend günstig, das abziehende Gas enthielt 0,004 Volumprozent Ammoniak. Der Versuch ergab mit einer nur $^1/_{10000}$ Proz. betragenden Unsicherheit den richtigen Wert für den Gleichgewichtsgehalt an Ammoniak bei der Versuchstemperatur. Freilich wurde diesem Resultat in quantitativer Beziehung

damals nicht ganz getraut, bis neue Versuche es bestätigten. Die Gleichgewichtsbestimmungen, die sich über das Temperaturgebiet von 1100° bis 450° erstreckten, zeigen die Schwierigkeit, die sich der Lösung der synthetischen Aufgabe vor zehn Jahren entgegenstellte. Arbeitete man bei gewöhnlichem Druck, so mußte man einen Katalysator haben, der bereits in der Nähe von 300° eine flotte Vereinigung des Stickstoffs mit dem Wasserstoff herbeiführte. Die Chancen für die Entdeckung eines solchen mußten aber sehr gering eingeschätzt werden. Je höher man den Druck wählte, um so günstiger war die Lage des Gleichgewichts. Aber nur, wenn man zu sehr bedeutenden Drucken heraufging, ließ sich ein wesentliches Resultat erwarten. Dem Gedanken an eine praktische Ausführung eines technischen Prozesses mit strömenden Gasen unter dem Druck von 100 und mehr Atmosphären aber standen jene inneren Widerstände im Wege, die uns eine wesentliche Neuerung schwierig, ja unsinnig erscheinen lassen, solange wir die Summe der Vorurteile, mit denen wir ein neues Arbeitsfeld unbewußt betreten, nicht durch eingehende und erfolgreiche Beschäftigung überwunden haben. So begnügte Haber sich damals, eine Art Spielzeug zu bauen, das das Schema einer Ammoniakfabrikation aus den Elementen versinnlichte. Er nahm eine Glühlampe, die Eisenspiralen statt Kohlefaden enthielt, schickte einen Strom aus drei Teilen Wasserstoff und einem Teil Stickstoff hindurch, absorbierte das entstehende Ammoniak und führte das Restgas durch eine Umlaufpumpe der Lampe mit den glühenden Eisenspiralen wieder zu. Die kleine Vorrichtung arbeitete bei gewöhnlichem Drucke, indem sie ständig $^1/_{200}$ Proz. Ammoniak in der Gasmischung erzeugte. Die Vertausendfachung dieses Betrages mußte gelingen, wenn aus der gefundenen Bildungsweise ein der industriellen Ausgestaltung fähiges Verfahren werden sollte. Es hat einer Reihe von anderen Versuchen und Erfahrungen über die Arbeiten bei hohem Druck bedurft, ehe Haber sich entschloß, in Gemeinschaft mit Herrn Le Rossignol die Lösung dieser Aufgabe durch Versuche unter hohem Druck anzustreben. Die Versuchseinrichtung bestand aus einer Stahlflasche, die ein Gemisch aus drei Teilen Wasserstoff und einem Teile Stickstoff enthielt. Das Druckgas geht durch einen geheizten Zylinder mit Palladiumasbest, um verunreinigenden Sauerstoff in Wasser zu verwandeln, wird in einem Stahlrohr mit Chlorkalzium getrocknet und tritt dann in den Kontaktofen, der im wesentlichen aus einem elektrisch geheizten Rohre besteht, in welchem ein kleiner Pfropfen von katalysierendem Material und, in unmittelbarer Nachbarschaft desselben, die Lötstelle eines Thermoelementes angebracht ist. Das Gas, das beim Durchgang durch den Kontaktofen sich teilweise in Ammoniak umsetzt, wird beim Austritt aus dem Ofen durch Absorptionsmittel oder durch Abkühlung vom Ammoniak befreit und durch eine Zirkulationspumpe wieder zum Eintritt in den Apparat zurückgeführt. In kleinem Maße kann man nach diesem Schema die Ammoniakbildung unter Drucken von 150 bis 200 Atmosphären gut verfolgen. Für die Bewältigung größerer Gasmassen im Kontaktofen wurde ein Wärmeregenerator an den Kontaktraum angeschlossen und die Gase so geführt, daß die Wärme vom abziehenden Gas immer auf das Frischgas übertragen wurde. Die Gas-Ein- und -Austrittsstelle des Apparates blieb dank der Wirksamkeit des Regenerators auf der für die Druckfestigkeit unentbehrlichen tiefen Temperatur.

Die Ermittlung der Gleichgewichtslage und die Ausbildung einer passenden Versuchseinrichtung für Druckversuche waren Vorarbeit. Über den systematischen Erfolg entschied die Reaktionsgeschwindigkeit, deren Vermehrung durch hohen Druck vermutet werden konnte.

Die Stoffausbeute, das Verhältnis des wirklichen Umsatzes beim einmaligen Durchgange der Gase durch den Kontaktraum zu dem stöchiometrisch möglichen Umsatz konnte bei der Ammoniaksynthese zufolge der Lage des thermodynamischen Gleichgewichts nur bescheiden sein, und die Anordnung eines Umlaufsystems, das die vom Ammoniak befreiten Gase ohne Entspannung dem Kontaktraum wieder zuführt, erlaubt, mit einer bescheidenen Stoffausbeute zufrieden zu sein. Wichtig ist aber die Masse des Ammoniaks, die pro Stunde und pro Liter Kontaktraum hervorgebracht wird. Haber nennt sie die Raumzeitausbeute. Diese muß beträchlich sein, wenn ein praktisch brauchbarer Erfolg erreicht werden soll. Nach dem Massenwirkungsgesetz sollte in genügendem Abstand vom Gleichgewicht die Raumzeitausbeute unabhängig von der Strömungsgeschwindigkeit sein. Das Gas, welches doppelt so schnell strömt und daher nur die halbe Zeit in Berührung mit dem Katalysator bleibt, sollte nur die Hälfte des Ammoniakgehaltes aufweisen, der bei der einfachen Geschwindigkeit erscheint. Es zeigt sich jedoch, daß in genügendem Abstand vom Gleichgewicht die Ammoniakkonzentration erheblich langsamer fällt als die Strömungsgeschwindigkeit zunimmt, die Raumzeitausbeuten nehmen also stark zu. Für das praktische Bestreben ist diese Erscheinung ein Vorteil, für das theoretische Verständnis der reaktionskinetischen Verhältnisse bedeutet sie eine er-

hebliche Schwierigkeit, wenigstens in quantitativer Hinsicht.

Den wesentlichsten Einfluß auf die Geschwindigkeit übt die Wahl des Kontaktstoffes. Es konnten unschwer Katalysatoren hergestellt werden, die bei großer Oberflächenentwicklung von 700⁰ aufwärts unter hohem Druck flott den Umsatz der Stickstoff-Wasserstoffmischung bis in die Nähe des Gleichgewichts hervorbrachten. Aber nach Katalysatoren, die unter 600⁰ gut wirksam waren, wurde zunächst vergebens gesucht, bis die Gruppenverwandten des Chroms, Eisens und Mangans, deren katalytisches Verhalten bei hoher Temperatur aufgefallen war, genauer vorgenommen wurden. Dabei zeigte sich, daß das Osmium und das Uran in dem gewünschten Temperaturgebiet eine genügende Stärke entfalten. Ihre Auffindung fiel zeitlich mit der Gebrauchsfertigkeit des großen Versuchsapparates für die Ammoniakherstellung nach dem Verfahren der Gaszirkulation unter dauerndem Hochdruck zusammen. Die Vorführung der Versuchseinrichtung im Betriebe reichte aus, um die Badische Anilin- und Sodafabrik zur Übernahme des Verfahrens zu bestimmen. In ihrem Laboratorium wurde das Studium der Kontaktstoffe von den Herren Dr. Bosch und Mittasch mit großem Erfolge weiter geführt. Durch ihre Arbeiten ist die Synthese dann aus dem kleinen ins große übersetzt worden und wird heute bereits bei Ludwigshafen fabrikmäßig betrieben.

Von besonderem Interesse war auch der letzte Vortrag der Tagung „Mikroskopische Stahluntersuchungen" von Professor Strauß-Essen. An der Hand von Lichtbildern erläuterte der Vortragende die wesentlichen Gefügearten der Kohlenstoffstahle im geglühten und von hoher Temperatur abgelöschten Zustande. Das reine Eisen, metallographisch Ferrit genannt, bildet in allen geglühten Stahlen die weiche und duktile Grundmasse, in der das harte Karbid je nach Zusammensetzung und Wärmebehandlung in verschiedener Form eingebettet erscheint. In den Stahlen, die bis 0,9 Proz. Kohlenstoff enthalten, tritt das Karbid in Mischung mit dem Ferrit als Eutektikum auf; wegen seines perlmutterartigen Glanzes wird es Perlit genannt. Bei mehr als 0,9 Proz. Kohlenstoff tritt daneben noch freies Karbid auf, als Gefüge Zementit genannt. Treten noch andere Elemente hinzu, so ergeben sich in ausgeglühtem Zustande schon Legierungen mit dem Gefüge und den Eigenschaften der von hohen Temperaturen abgelöschten Kohlenstoffstahle, weil durch das Vorhandensein mancher Elemente, z. B. des Nickels, bewirkt wird, daß der Kohlenstoff in Lösung bleibt. Nach den Gefügearten hat man eine systematische Gruppierung der Stahle vornehmen können, so daß dem Metallographen mit dem Gefügebild stets auch die physikalischen Eigenschaften der Stahle vor Augen stehen.

In Schweißnähten elektrisch geschweißter Eisenbleche wurde ein noch nicht bekanntes Gefüge beobachtet, was zu einer eingehenden Untersuchung über Stickstoff im Stahl führte. In solchen Schweißnähten wurde bis zu 0,12 Proz. Stickstoff, in autogen mit Azetylen geschweißten Blechen bis zu 0,20 Proz. Stickstoff gefunden. Durch Nitrierung von Eisenproben im Ammoniakstrom erhält man Schichten mit verschiedenem Stickstoffgehalt und verschiedenem Gefüge. Beim Nitrieren von Kohlenstoffstahlen oder bei gleichzeitigem Zementieren und Nitrieren beobachtet man einen weiteren Gefügebestandteil, der in den geätzten Schliffen als hellbraun gefärbter Fleck zu erkennen ist. Beim Glühen tritt leicht Zerfall des Eisennitrids ein. Sind im Eisen noch andere Elemente, z. B. Silizium oder Chrom gelöst, so bilden sich beim Nitrieren bei höheren Temperaturen die Nitride dieser Elemente selbst, die im Gegensatz zum Eisennitrid sehr beständig sind. Es bestehen zahlreiche Analogien in dem Verhalten des Stickstoffs und Kohlenstoffs zum Eisen, die sich besonders in den Gefügen verfolgen lassen. Man hat also durch die mikroskopischen Untersuchungen einen Einblick in den Gefügebau der Stahle gewonnen und kann vielfach den Zusammenhang zwischen den physikalischen Eigenschaften und ihrer chemischen Zusammensetzung erklären.

(Eingegangen 28. Juli 1914.)

BESPRECHUNGEN.

A. Potier, Mémoires sur l'Électricité et l'Optique. Publiés et annotés par A. Blondel. Avec une préface de Henri Poincaré. 8. XV u. 330 S. mit 74 Figuren und einem Bildnis von A. Potier. Paris, Gauthier-Villars., 1912. 13 fr.

Die vorliegende Sammlung von Abhandlungen Potiers zerfällt in drei Teile, von denen der erste diejenigen über theoretische Elektrizität, der zweite die elektrotechnischen, der dritte endlich die optischen Untersuchungen enthält. Aus dem ersten Teile sei hervorgehoben eine sehr schöne Darstellung der elektromagnetischen Lichttheorie, aus dem dritten namentlich einige Mitteilungen über die Theorie der Aberration des Lichtes, des Fresnelschen Mitführungskoeffizienten,



die Theorie der Doppelbrechung, über die elliptische Polarisation des an durchsichtigen Körpern reflektierten Lichtes.

Eine von warmer Freundschaft für den Dahingeschiedenen zeugende Biographie von der Hand Poincarés eröffnet den Band, den auch ein Bild Potiers schmückt. C. Schaefer.

H. Ebert, Lehrbuch der Experimentalphysik. I. Band: Mechanik, Wärmelehre. IX u. 661 S. mit 168 Abbildungen im Text. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1912[1]). Gebunden M. 14.—

Das vorliegende Buch steht von vornherein auf einem anderen Standpunkte, als die übrigen Lehrbücher der Experimentalphysik, indem es speziell für den Unterricht an den technischen Hochschulen geschrieben ist. Die Argumentation des Verfassers ist etwa die folgende: „An den Universitäten wird die Experimentalvorlesung gelesen vor einem Auditorium, das an Buntscheckigkeit seinesgleichen sucht: Mature und Immature, Naturwissenschaftler, Mathematiker, Biologen, Pharmazeuten, Mediziner, und endlich ein kleines Häufchen Physiker. Dagegen hat der Dozent an der technischen Hochschule ein verhältnismäßig homogenes Auditorium vor sich, namentlich auch was die mathematische Vorbildung angeht. Aus diesem Grunde ist es möglich, die Experimentalvorlesung einerseits durch Benutzung der Elemente der Infinitesimalrechnung von vornherein auf ein anderes Niveau zu heben, und andererseits ihren Inhalt dem Bedürfnis der Techniker anzupassen." Das ist demgemäß das Ziel, das sich das vorliegende Buch steckt. Man wird diesem allgemeinen Ziele zustimmen können, ohne jede Einzelheit und selbst die ganze Anlage des vorliegenden Versuches, die eben skizzierte Absicht zu verwirklichen, billigen zu müssen. Ein endgültiges Urteil kann über die Zweckmäßigkeit überhaupt nur der fällen, der selbst an einer technischen Hochschule zu unterrichten hat. Ich werde mich deshalb mit einer kurzen Inhaltsangabe begnügen, da ich aus den oben angeführten Gründen ein endgültiges Urteil nicht fällen möchte, ob wirklich die vorliegende Stoffanordnung für technische Hochschulen so viel zweckmäßiger ist.

Der fundamentale Begriff, um den sich alles gruppiert, ist der der Energie. Und zwar wird dieser Begriff eingeführt, ehe der Lernende etwas über Kraft gehört hat. Das ist für den Physiker im ersten Augenblicke befremdlich, und es will mir auch an einigen Stellen scheinen, als ob auch der Verfasser nicht ganz aus seiner physikalischen Haut heraus gekonnt hätte. Wenigstens erscheinen an einigen Stellen die Begriffe „Kraft" und „Druck" ohne vorherige Definition, so daß auf ein früheres Wissen des Lernenden zurückgegriffen werden muß. Die Anlage des Buches wird am deutlichsten werden, wenn ich die Reihenfolge der Kapitel aufzähle: I. Der Arbeitsbegriff und seine Faktoren; II. Arbeitsumformer. III. Arbeiten der Oberflächenspannung; IV. Volumänderungsarbeiten; V. Formänderungsarbeiten; VI. Die kinetische Energie; VII. Die mechanischen Ausgleichserscheinungen. Der ganze zweite Abschnitt ist der Wärmeenergie gewidmet und ähnlich disponiert.

Es läßt sich nicht verkennen, daß auf die geschilderte Weise die Experimentalphysik ein ganz anderes Gesicht bekommt. Dinge, die man gewohnt ist, zusammen zu behandeln, werden hier weit getrennt, dafür andere, die bei der üblichen Darstellung ziemlich zusammenhanglos erscheinen, unter einen einheitlichen Gesichtspunkt gebracht. Auf jeden Fall kann das vorliegende Buch das Verdienst für sich beanspruchen, einmal ernst mit einer wissenschaftlich einwandfreien, energetischen Darstellung gemacht zu haben. Und jedenfalls wird niemand, der das Buch in die Hand nimmt, dasselbe ohne reichste Belehrung aus der Hand legen. Das ist wirklich staunenswert, wieviel lebendiges Wissen in dem Werke steckt und wie alles dem beabsichtigten Zwecke dienstbar gemacht wird. Leider ist es dem Verfasser nicht vergönnt gewesen, den zweiten Band zu vollenden, und somit weiter Propaganda für seine Absichten zu machen; uns bleibt nur die Hoffnung, daß sich ein Eberts würdiger Vollender finden möge. C. Schaefer.

1) Diese Rezension ist durch ein Versehen des Referenten verspätet worden; ich habe im Jahre 1912 bereits eine Rezension geschrieben, dieselbe aber irrtümlich an die Redaktion der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure gesendet, wo sie auch 1912 bereits erschienen ist.

Handbuch der Elektrizität und des Magnetismus. In 5 Bänden. Herausgegeben von Leo Graetz. Lex. 8. Mit Abbildungen. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1912—1914.

1. Band. 1. Lieferung. IV u. 420 S. M. 16. -
2. Band. 1. Lieferung. X u. 472 S. M. 18.40

Von dem umfangreich angelegten Handbuch liegt mir die 1. Lieferung des 1. Bandes und die 1. des 2. Bandes vor. (Es sind inzwischen weitere erschienen.) Es ist zweifellos das Bedürfnis nach einem derartigen Nachschlagewerk der Elektrizität und des Magnetismus, wie das Handbuch von Graetz es zu werden verspricht, vorhanden. Es soll möglichst vollständig über die bisherigen Erfahrungen, sofern sie sicher bestätigt sind und über die modernen Meßapparate und Meßmethoden Auskunft geben können. Die Herausgabe ist daher sehr zu begrüßen und es ist nur zu wünschen, daß die fünf geplanten Bände von je ca. 50 Bogen wirklich innerhalb von zwei Jahren vollständig fertiggestellt werden können, wie es die Absicht von Herausgeber und Verleger war; dadurch würde vermieden, daß der eine Teil merklich veraltet ist (was bei der starken Produktivität auf diesen Gebieten immerhin zu befürchten ist), wenn der Schluß erscheint.

In der Lieferung I, 1 ist enthalten: L. Graetz, Reibungselektrizität (20 S. Bei der Besprechung der Darstellung elektrischer Kraftfelder ist die sehr hübsche und gut gehende Methode von Mie [mit Rutilpulver, vgl. dessen Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus — wohl aus Versehen — unerwähnt geblieben), H. W. Schmidt, Elektrisiermaschinen und Apparate (73 S. Reibungselektrisiermaschinen, Influenzmaschinen, Leistungsfähigkeit, Kondensatoren), P. Cermak, Meßapparate und Messung elektrostatischer Größen (65 S. Spannungsmessung, Messung von Elektrizitätsmengen, Kapazitätsbestimmungen). Die Artikel sind sehr inhaltsreich und berücksichtigen die Literatur bis Ende 1911. Die Anordnung ist sehr übersichtlich.

Die Lieferung II, 1 enthält: F. Auerbach, Stationäre Ströme (122 S. Allgemeines, lineare, verzweigte, Flächen-, körperliche Ströme), W. Jaeger, Meßapparate und Meßmethoden für stationäre Ströme (155 S. Übersicht, Meßapparate, Hilfsapparate, Meßmethoden), W. Jaeger, Absolute Maße und Einheiten (57 S. Absolute elektrische Maße, elektrische Einheiten [Geschichtliches], elektrische Normale, absolute Messungen).

Wenn man beachtet, daß es sich in den beiden

letzten Abschnitten so gut wie einzig und allein um die Messung des elektrischen Stromes und des elektrischen Widerstandes handelt, wird man schon aus der Seitenzahl einen Schluß auf die Ausführlichkeit der Darstellung ziehen können. In Anbetracht der Wichtigkeit dieses Spezialgebietes für die Elektrizitätslehre überhaupt wird man die eingehende Besprechung durch einen Forscher, der gerade auf diesem Gebiete sich stark betätigt hat, sehr gern aufnehmen. In diesen Abschnitten konnte die Literatur bis Mitte 1912 berücksichtigt werden. Von Einzelheiten sei besonders auf die inhaltsreiche Zusammenfassung der Theorie der Dämpfung und der Empfindlichkeitsbestimmungen bei verschiedenen Methoden hingewiesen. Eine große Anzahl von Bildern erleichtert das Verständnis.

Es ist selbstverständlich, daß in allen Abschnitten eine gewisse Kenntnis der anderen vorausgesetzt ist; es soll in erster Linie ein Nachschlagewerk sein.

S. Valentiner.

L. Schrutka Edler von Rechtenstamm, Elemente der höheren Mathematik. XXIV u. 569 S., 136 Figuren. Leipzig und Wien, Franz Deuticke. 1912. M. 10.—

Das vorliegende Werk ist eine sympathische Neuerscheinung unter der schon ziemlich großen Zahl von Lehrbüchern für Anfänger in der Mathematik und solche, die sie nur als Hilfswissenschaft betreiben, also nach Klein Anfänger in der Mathematik bleiben wollen. Das Buch ist in erster Linie für Ingenieure und dann für Studierende der Naturwissenschaften bestimmt. Das Buch verfolgt nicht den Zweck, den die bekannte „Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften" von Nernst und Schönflies erfüllt; es ist in erster Linie ein Lehrbuch der höheren Mathematik, welches namentlich im ersten Teil eine große Zahl von Aufgaben und Übungsbeispielen enthält, die dem Anfänger verständlich machen, was er mit der höheren Mathematik anfangen kann.

Es wird sofort auf die Grundlagen der Anwendung der Mathematik auf andere Wissensgebiete eingegangen, die Zweckmäßigkeit der graphischen Darstellung einfacher Vorgänge gezeigt, daran anschließend die Elemente der analytischen Geometrie, der Funktionsbegriff und die Grundlagen der Differentialrechnung entwickelt. Die Darstellung ist verständlich, ohne in übermäßige Breite zu verfallen. Die Beispiele und Aufgaben sind zum größten Teil den Anwendungen der Mathematik auf Physik, insbesondere Mechanik, Chemie und Geodäsie entnommen.

In den späteren Kapiteln werden Potenzreihen und trigonometrische Reihen, ebene Kurven, komplexe Zahlen, analytische Geometrie des Raumes und Funktionen mehrerer Variabler, mehrfache Integrale und Auflösung von Gleichungen behandelt; hier treten die Anwendungen naturgemäß nicht mehr so in den Vordergrund.

Die übersichtliche Anordnung des Stoffes, eine ausführliche Formelsammlung und ein ausführliches Register machen das Buch als Nachschlagewerk besonders geeignet.

G. Rümelin.

A. Gockel, Die Radioaktivität von Boden und Quellen. IV u. 108 S., 10 Textfiguren. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn. 1914. Geh. M. 3.—

Vorliegende Schrift wird besonders die Geologen interessieren; sie bietet eine übersichtliche Zusammenstellung der Resultate der radioaktiven Arbeiten, welche sich auf die Aktivität der Mineralien, der Bodenluft, des Quell-, Fluß- und Meerwassers beziehen. Man wird dem Verfasser für seine Arbeit dankbar sein, da das behandelte Gebiet erst in der ersten Entwicklung begriffen und die einschlägige Literatur teilweise schwer zugänglich ist.

Vielleicht wäre es vorteilhaft gewesen, wenn die Grundlagen der physikalischen Meßmethoden, die für die Untersuchungen in Betracht kamen, noch etwas ausführlicher, als es geschehen ist, erörtert worden wären, namentlich in bezug auf die experimentellen Einzelheiten, die zu beachten sind. G. Rümelin.

Cecil H. Desch, Metallographie, übersetzt von F. Caspari. VIII u. 266 S., 115 Textfiguren und 5 Tafeln. Leipzig, J. A. Barth. 1914. Geh. M. 14.—, geb. M. 15.—

Die vorliegende, in sich abgeschlossene Monographie ist als 12. Band des von Bredig herausgegebenen Handbuchs der angewandten physikalischen Chemie erschienen.

In den ersten Kapiteln (I—V) werden die Zustandsdiagramme der binären und ternären Systeme entwickelt, wobei die theoretischen Typen gleich durch praktische Beispiele erläutert werden. Die Ableitungen sind elementar gehalten, ohne Verwendung des thermodynamischen Potentials. Bei den ternären Systemen erleichtern gute, anschauliche, perspektivisch gezeichnete Figuren der Erstarrungsflächen das Verständnis. Kapitel VI und VII sind der praktischen Metallographie gewidmet, der Beschreibung von Apparaten zur Erzeugung und Messung hoher Temperaturen, der speziell metallographischen Technik des Schleifens, Ätzens und Polierens, sowie der verschiedenen metallographischen Mikroskope.

Im Anschluß hieran werden die Erscheinungen der Kristallisation aus metallischen Schmelzen näher besprochen, wobei auf den Einfluß, den die Art der Kristallisation auf die mechanischen Eigenschaften eines Gußstückes haben kann, hingewiesen wird. (IX.) Die Verhältnisse, die in unterkühlten Systemen vorliegen, werden durch Beispiele an Mischungen organischer Verbindungen erläutert, da die Vorgänge bei metallischen Systemen bis jetzt noch nicht so weitgehend untersucht werden konnten. (X.) Das nächste Kapitel (XI) behandelt die Prozesse, die sich beim Ausglühen abspielen; hierauf folgt eine in allgemeinen Umrissen sich bewegende Darstellung der physikalischen, chemischen und elektrochemischen Eigenschaften der Legierungen in ihrer Abhängigkeit von der Zusammensetzung. (XII, XIII.)

In der Fortsetzung der Darstellung wird gezeigt, wie auf Grund der thermischen und mikroskopischen Untersuchung, eventuell unter Zuhilfenahme der Beobachtung der diskontinuierlichen Änderung einzelner physikalischer Eigenschaften das Zustandsdiagramm konstruiert werden kann. (XIV.) Betrachtungen über den Molekularzustand der Metalle in festen Lösungen und intermetallischen Verbindungen bilden den Schluß des allgemeinen Teils. (XV, XVI).

In dem verhältnismäßig sehr kurzen speziellen Teil wird die Metallographie der Eisen-Kohlenstofflegierungen und einiger anderer technisch besonders wichtiger Legierungen behandelt. (XVII, XVIII.) In einem Anhange sind die bisher untersuchten binären, ternären und quaternären Systeme tabellarisch zu-



sammengestellt mit Angabe der Hauptmerkmale der betr. Diagramme sowie der einschlägigen Literatur.

Die Übersetzung zeigt geringfügige Mängel, indem manchmal unpräzise und ungebräuchliche Ausdrücke gebraucht werden, wie flüssige Entmischungskurven, Basalebene u. a. Eine von Guertler herrührende, in dem vorliegenden Buche zitierte Bezeichnung der Umkristallisation fester Phasen als „Lauformen" erscheint wenig glücklich gewählt.

Das Buch wird als Nachschlagewerk über das Gebiet der allgemeinen Metallographie gute Dienste leisten; Anerkennung verdient die Reichhaltigkeit des in ein enges Volumen komprimierten Stoffes, sowie die Art und Weise, wie der Leser bei zurzeit noch strittigen Fragen in die Literatur eingeführt wird.

G. Rümelin.

A. Vaucher, Théorie mathématique de l'échelle musicale. V u. 67 S. Paris, Gauthier-Villars. 1913. Geh. 2 fr. 25 c.

Verfasser bezeichnet im Gegensatz zu der physikalischen, durch einfache rationale Verhältnisse der Schwingungszahlen charakterisierten Tonleiter als mathematische eine solche, bei der Fortschreiten nach ganzen und halben Tönen eine konstante relative Änderung der Frequenz um x resp. y bedeutet. Der Oktave, die aus fünf ganzen und zwei halben Tönen besteht, entspricht dann das Intervall $x^5 y^2 = 2$. Ein ganzer Ton zerfällt in die Intervalle y und x/y, welche im allgemeinen nicht einander gleich sind. Das Frequenzverhältnis x/y^2, Komma genannt, entspricht dem Unterschied der Tonhöhe z. B. von Fis und Ges. Werden die Frequenzen der mathematischen Tonleiter durch Multiplikation mit ganzen Potenzen von y, x oder (x/y) geändert, so entstehen die den anderen Tonarten entsprechenden Tonleitern, deren Töne, wie bekannt, im allgemeinen nicht mit den Tönen der C-Dur-Skala übereinstimmen. In der „mathematischen" Tonleiter haben die gleichen Intervalle alle das gleiche Frequenzverhältnis; ihre Größe hängt jedoch von dem Wert ab, den man x und y erteilt. Es zeigt sich, daß die konsonierenden Intervalle sich wenig, die dissonierenden Intervalle stärker ändern, wenn man y zwischen den extremen Werten 1 und x variiert.

Verfasser gibt nun die Ausdrücke für die Berechnung der Tonhöhen und ihre numerischen Resultate an für die verschiedenen Arten der Stimmung; es wird verlangt, daß außer der Oktave noch ein anderes Intervall, etwa die Quinte, einen bestimmten, z. B. den genauen physikalischen Wert hat. Dies entspricht dem Verfahren des Stimmens der Musikinstrumente nach den entsprechenden Intervallen. In einer Tabelle sind die Resultate für die verschiedenen Stimmungen übersichtlich zusammengestellt. Die einfachste, die gleichmäßig temperierte Stimmung erscheint als Spezialfall $x = y^2$; die Anzahl der Töne in einer Oktave reduziert sich hier auf 12.

Verfasser sagt zum Schlusse, daß die gleichförmig temperierte Stimmung die am meisten der Logik, der Mathematik und dem musikalischen Gefühl entsprechende Stimmung sei; hierzu sei jedoch bemerkt, daß der Musiker weder die vollkommen reine, noch die vollkommen gleichmäßig temperierte Stimmung gebrauchen kann, da bei beiden der verschiedene Klangcharakter der Tonarten wegfällt.

Das Buch wird jedem Mathematiker, der sich für Musik interessiert, und jedem Musiker, der mathematische Neigungen hat, willkommen sein; die Klarheit der Darstellung läßt mitunter zu wünschen übrig, da einfache Dinge manchmal etwas verklausuliert ausgedruckt werden.

G. Rümelin.

J. C. Pole, Die Quarzlampe, ihre Entwicklung und ihr heutiger Stand. VIII u. 84 S., 47 Figuren. Berlin, J. Springer. 1914. M. 4.—

Der Verfasser, vormals Chefingenieur der Cooper-Hewitt Electric Co., hat in der vorliegenden kleinen Monographie eine flott und anregend geschriebene Zusammenstellung der Haupteigenschaften und eine übersichtliche Beschreibung der konstruktiven Einzelheiten der Typen von Quarzlampen gegeben, welche als erprobt gelten können. Das Buch kann jedem Interessenten warm empfohlen werden. Die technischen Fragen, welche für die Weiterentwicklung vorhandener Typen und für die Konstruktion neuer von aktuellem Interesse sind, wie z. B. das direkte Einschmelzen von metallischen Zuleitungen in den Quarzbrenner, die Schaffung einer brauchbaren Wechselstromquarzlampe werden nur sehr kurz berührt; Verfasser deutet an, daß ihm manches bekannt ist, was er nicht verraten darf. Im ersten Drittel der Darstellung werden theoretische und technische Grundlagen erörtert: Charakteristiken der Spannung, der Lichtemission, des Druckes und der Temperatur in der Abhängigkeit von der Stromstärke, Auftreten eines kontinuierlichen Spektrums neben dem Linienspektrum, Einfluß der Kühlung, Vorgänge bei plötzlicher Spannungsänderung u. a. Hierauf folgt die Beschreibung einer Anzahl ausgeführter und zum Teil bewährter Konstruktionen von Gleichstromlampen. Das folgende Kapitel zeigt, daß die nach dem System der Gleichrichterschaltung von Cooper Hewitt gebauten Wechselstromlampen zu kompliziert und zu teuer sind, um Aussicht auf Verwendung zu haben. Verf. glaubt, daß ein Wechselstrombrenner, der mit nur zwei Elektroden, hoher Spannung und erleichterter Rückzündung arbeitet, mehr Aussicht hat.

Ein weiteres Kapitel enthält Angaben über die Abhängigkeit der Intensität des ultravioletten und des sichtbaren Lichtes von der Belastung bei verschiedenen Lampentypen, über bakterizide und sonstige physiologische und chemische Wirkungen des ultravioletten Lichtes. Zum Schluß werden einige für die Zwecke der Sterilisation praktisch brauchbare Lampen für Ultraviolett abgebildet und besprochen.

G. Rümelin.

O. Fischer, Medizinische Physik. gr. 8. XX u. 1120 S. mit 334 Abbildungen im Text. Leipzig, S. Hirzel. 1913. M. 36.—, gebunden M. 40.—

Unter „Medizinischer Physik" versteht der Autor hier nicht ein Lehrbuch, das dem Mediziner die für ihn zurzeit wesentlichsten Lehrsätze und Anschauungen der gesamten Physik vermittelt, sondern, da an solchen Lehrbüchern kein Mangel ist, bezweckt er mit seinem groß angelegten Werke nur Teilgebiete, und zwar lediglich Mechanik, Akustik und Optik zu behandeln, und hier dem Mediziner die über das gewöhnliche Maß hinausgehenden, physikalischen Grundlagen zu vermitteln, die das Verständnis mancher Anwendungen erst ermöglichen soll.

In der Mechanik wird zunächst die Kinematik in Anwendung auf die Verhältnisse am menschlichen Körper behandelt. Die Elemente der Differentialrechnung werden hier erst erläutert und dann angewandt. Man kann vielleicht zweifelhaft sein, ob der kurze Raum, der hierfür zur Verfügung steht, wirklich genügt, um demjenigen, der sonst nicht Differentialrechnung getrieben hat, das nötige Verständnis beizubringen.

Die Behandlung zielt hier auf ein kinematisches Verständnis der Bewegung der menschlichen Gelenke,

ein Gebiet, auf dem der Verfasser fundamentale Arbeiten geliefert hat, das aber schwierig zugänglich ist für den Mediziner, der selten Zeit und Neigung findet, sich in geometrische Probleme, wie die „Bestimmung instantaner Drehungsachsen, oder auch der Polkegel, für die Bewegung des Längspunktes auf einem größten Kreis der Exkursionskugelfläche“ zu vertiefen. Und doch ist die Behandlung solcher rein mathematischer Sätze der rauhe Weg, der den Mediziner zum Verständnis der Bewegungen der Gelenksysteme führen soll.

In der „Kinetik“ werden zunächst die Sätze über die Kraftmomente und die Schwerpunktssätze entwickelt. Dann werden die Drehungsmomente der Schwere und der Muskeln behandelt. Den Differentialgleichungen, die hier auftreten, wird wohl der Mediziner, dem in der Einleitung der Begriff des Differentialquotienten erst klar gemacht werden mußte, einigermaßen verlegen gegenüberstehen. So interessant dem mathematisch Gebildeten die Ableitung der Gleichungen auf relativ elementarem Wege ist, indem die Anwendung der allgemeinen Lagrangeschen Differentialgleichungen der Bewegung umgangen, und die mathematische Behandlung vereinfacht ist, indem nicht darauf Rücksicht zu nehmen war, daß die Winkelgeschwindigkeiten und Winkelbeschleunigungen eigentlich Differentialquotienten sind, so scheint mir doch nur dem Leser die Behandlung verständlich, für den die Anfangsunterweisung über den Begriff des Differentialquotienten hätte entbehrlich sein können.

Dem Mediziner viel zugänglicher und auch wohl allgemein mehr interessierend ist eine ganz treffliche Darstellung der Akustik. Hier wird der physiologische Apparat im Ohr, an der Hand sehr klar gezeichneter Skizzen erläutert, und die Helmholtzsche Resonanztheorie dem Leser klar gemacht. Sehr interessant sind hier die Ausführungen des Autors über einen Einwand, den Max Wien gegen die Helmholtzsche Resonanztheorie des Hörens geäußert hat, der sich dagegen richtet, daß Teile der Basilarmembran, die nicht mit einem Tone in Resonanz stehen, entweder nur schwach oder gar nicht mitschwingen sollen, wenn der betreffende Ton in das Ohr gelangt (Wüllner-Festschrift 1905). In dem Einwand Max Wiens liegt ein so starker Widerspruch, daß M. Wien betont, daß wenn es nicht gelänge ihn zu beseitigen, man die Resonanztheorie fallen lassen müsse. Fischer löst in sehr eleganter Weise den Widerspruch, und rettet so eines der schönsten physiologischen Erklärungssysteme.

Die Behandlung der Optik geschieht elementar mit geometrischer Methode und umfaßt 520 Seiten. Natürlich wird hier dem Mikroskop und Ultramikroskop besondere Beachtung gewidmet. Von den optischen Apparaten Gullstrands, die in der angewandten neueren Medizin eine große Bedeutung gewonnen haben sind einige beschrieben, andere z. B. das Ophtalmometer, sind nicht behandelt. Erich Marx.

Berichtigung.

Berichtigungen zu der Arbeit von W. H. Keesom: Über die Abhängigkeit der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen von der Dichte, diese Zeitschr. 15, 723, 1914.

Zufolge einer Verzögerung in der Rücksendung des letzten Revisionsbogens sind einige stilistische Verbesserungen unberücksichtigt geblieben. Außerdem ist folgendes zu berichtigen:

Seite 725, Spalte 2, Zeile 8 unterhalb Tabelle I: statt „Werte von Θ_0“ lese man „Mittelwerte von Θ_0“.

Seite 727, Spalte 1, Zeile 23 unterhalb Tabelle IV: statt Translationalswellen“ lese man „Translationswellen“.

Seite 728, Spalte 2, Zeile 8 v. o.: statt „das“ lese man „der“.

Tagesereignisse.

Die **diesjährige Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte** wird wegen des Krieges ausfallen, wie das in früheren Kriegs- und Epidemiejahren auch der Fall war. Eine diesbezügliche Bekanntmachung im Reichsanzeiger ist bereits erfolgt.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Wien Dr. Franz Faltis für anorganische und organische Chemie.

Ernannt: Der Privatdozent an der Technischen Hochschule Dresden Dr. Georg Grube zum a. o. Professor der Elektrochemie an der Technischen Hochschule Stuttgart, der Professor der Chemie am Medical Chirurgical College von Philadelphia Dr. Charles H. Kimberly zum Mitglied des Bureau of Chemistry Department of Agriculture in Washington, der a. o. Professor an der Universität Zürich Dr. Max v. Laue zum ord. Professor der Theoretischen Physik an der Universität Frankfurt a. M., der Associate Professor an der Mac Gill Universität in Montreal Dr. Douglas Mc Intosh zum Associate Professor für Chemie an der neuen Universität in Britisch Columbia, Professor Alan W. C. Menzies am Oberlin College zum Professor der Chemie an der Princeton Universität, Professor Dr. Frederick Soddy von der Universität Glasgow zum Professor für Chemie an der Universität Aberdeen, der ord. Professor für Elektrochemie und chemische Technologie an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Alexander Gutbier zum ord. Professor der anorganischen Chemie und anorganisch-chemischen Technologie ebenda, der a. o. Professor für Pharmazeutische Chemie an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. William Küster zum ord. Professor für organische Chemie an derselben Hochschule, der Privatdozent an der Technischen Hochschule Dresden Dr. Harry Dember zum etatsmäßigen a. o. Professor der Physik ebenda, der a. o. Professor an der Universität Budapest Dr. Gustav Buchböck zum ord. Professor für Chemie und Physik ebendaselbst, der Privatdozent an der Universität Jena Dr. Wilhelm Schneider zum a. o. Professor für Chemie daselbst.

Verliehen: Dem ord. Professor für Physik der Erde an der Universität Wien Dr. Wilhelm Trabert der Titel K. K. Hofrat, dem Privatdozenten der Chemie an der Universität Tübingen Dr. Alfred Kliegl der Titel Professor.

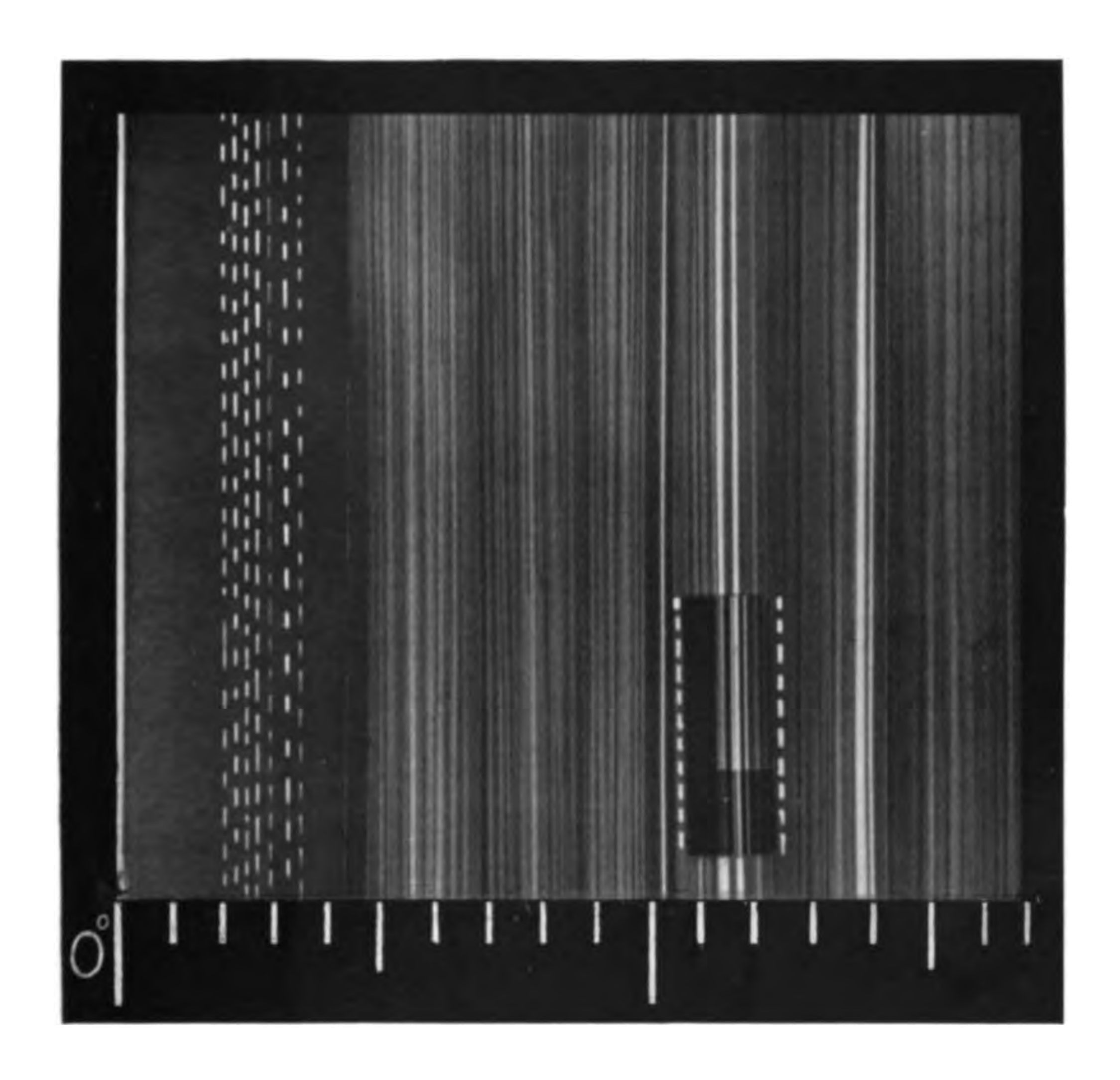
Rektorwahl: Zum ersten Rektor der neugegründeten Universität Frankfurt a. M. wurde der o. Professor für experimentelle Physik Dr. Richard Wachsmuth ernannt.

In den Ruhestand: Der Professor der Chemie an der Brown University in Providence John Howard Appleton (mit der Bezeichnung Professor emeritus).

Gestorben: Der a. o. Professor der Physik an der Universität Jena Dr. Karl Baedeker, der a. o. Professor der Physik an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Hermann Sieveking, der Chemiker Professor Dr. Alfred Bertheim, Mitglied des Georg-Speyer-Hauses in Frankfurt a. M. und Herausgeber eines Handbuches der organischen Arsenverbindungen, der Chemiker Professor Dr. Robert Leimbach in Heidelberg, der frühere ord. Professor der Physik an der Universität Bern Dr. Karl Brunner v. Wattenwil (zuletzt Telegraphendirektor und Ministerialrat in Wien).

Für die Redaktion verantwortlich i. V. Privatdozent Dr. Max Born in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.





H. Seemann, Das Röntgenspektrum des Platins.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 19. | 1. Oktober 1914. | 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 20 am 24. Oktober 1914.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über eine Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalentes.

Von Robert Freund.

Auf der 67. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte im Jahre 1895 berichtet Herr Leonh. Weber-Kiel über eine neue Methode zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents durch Erwärmung eines Metallzylinders in einem rotierenden magnetischen Felde und gibt eine Beschreibung der von ihm gewählten Versuchsanordnung. In neuerer Zeit[1]) hat Herr Lampa-Prag diese Messungen mit Benützung des von dem Stator eines Drehstrommotors gelieferten Drehfeldes wiederholt.

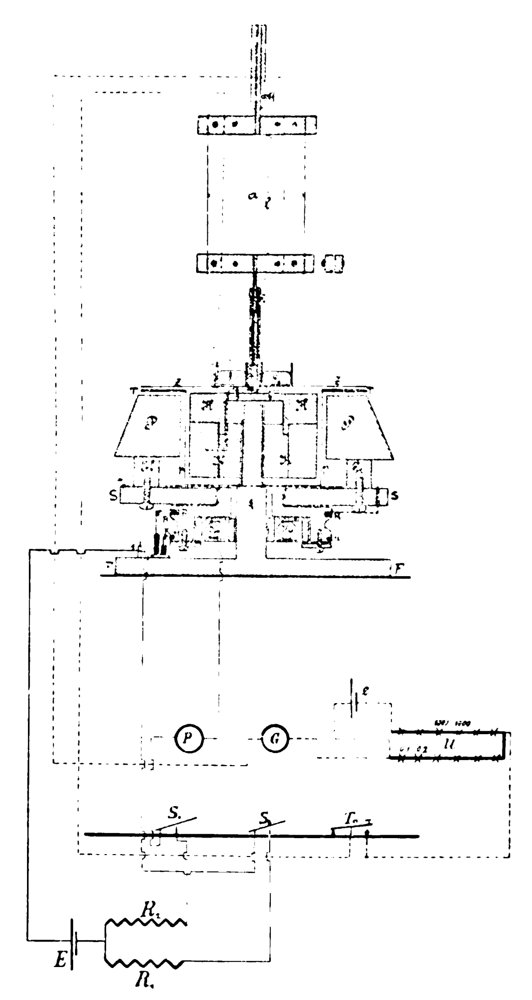
Gegen die Zulässigkeit der Anwendung eines Drehfeldes läßt sich einwenden, daß im Falle, als dieses nicht genau kreisförmig ist, d. h. wenn der magnetische Vektor während des Umlaufes auch seine Größe ändert, ein Teil des Wärme produzierenden Foucaultschen Stromes zur Erzeugung eines Drehmomentes nichts beiträgt. Darum hat Herr Tuma-Prag die im folgenden beschriebene Anordnung getroffen. Ich habe die Erprobung des Apparates übernommen und will hier die gewonnenen Messungsresultate mitteilen.

Zwei Elektromagnete El von Kreisringsektorenform haben aufgesetzte Polschuhe P, lassen zwischen sich eine zylindrische Hohlung frei und sind auf einer starken Eisenscheibe S durch Schrauben befestigt. In die Eisenscheibe verschraubt ist ein Stück Gußeisen, das zur Aufnahme eines Kugellagers Ku dient; dieses ist um das untere Ende einer vertikalen Achse A aufgezogen worden. An dem Gußeisen sind angebracht: ein durch Hartgummi isolierter Messingring R, darunter ein Schnurlauf zur Aufnahme eines Riemens behufs Antriebes durch einen Elektromotor und unterhalb dieses wiederum ein durch 12 isolierende Lamellen unterbrochener Messingring u, der als Unterbrecher dient. Eine schwere gußeiserne Bodenplatte F verleiht der schmiedeeisernen Achse A die nötige Stabilität. Der Apparat wurde auf einem Tische, der auf eisernen in die Mauer eingelassenen Trägern ruht und hierdurch vor Erschütterungen des Bodens gesichert ist, mittels Schrauben durch die Bodenplatte befestigt. Die zwei Riementeile zu beiden Seiten der Riemenscheibe führen über je eine Rolle nach abwärts zur Riemenscheibe des am Fußboden stehenden Elektromotors. Dadurch wurde erreicht, daß die Erschütterungen durch den Motor nicht auf den Apparat übertragen wurden.

In dem Raume zwischen den Polschuhen P wurde ein Kupferring K, der an einer hölzernen Scheibe H befestigt war, vermittels einer bifilaren Aufhängung schwebend erhalten. Diese Aufhängung wurde, um ebenfalls vor Stößen seitens des Motors bzw. des Apparates gesichert zu sein, andererseits von einem über dem Tische in der Wand des Zimmers befestigten Träger getragen. (Die Verlängerung der Achse A nach oben in den Zylinder hinein sollte dazu dienen, einen die Kraftlinien konzentrierenden unterteilten Eisenkern aufzunehmen; doch wurde davon abgesehen, da dann zu wenig Raum für den Zylinder erübrigte.)

Die Fäden der bifilaren Aufhängung wurden

1) „Über die Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents mittels des elektromagnetischen Drehfeldes" Bd. 64, Nr. 4, S. 95—97 der naturwissenschaftlichen Zeitschrift Lotos-Prag.



Z = Zeiger, H = Holzzylinder, K = Kupferzylinder, P = Polschuhe, El = Elektromagnete, Ku = Kugellager, P = phonisches Rad, G = Galvanometer, U = Universalwiderstandskasten.

Fig. 1.

oben und unten zwischen je zwei Hartgummiplättchen festgeklemmt. Die Plättchen wurden unten im Stiel des Zylinders, oben in einer vertikalen, über der Mitte der Achse zentrierten Eisenstange durch Stift und Schraube befestigt. Um einen störenden Einfluß der durch Rotation des Apparates verursachten Luftströmungen zu verhindern, wurde der Kupferzylinder in einen Hohlzylinder p aus Pappendeckel, der mit seiner inneren Fläche um die Achse festsaß, gesenkt. Längs des oberen äußeren Umfanges war ein Holzkreisring T mit Gradteilung angebracht. Über dieser Teilung spielten zwei diametral um das untere Ende des aufrechten Stieles angebrachte Zeiger Z zur Ablesung des Winkels, um den der Zylinder bei Erregung der Elektromagnete aus der Ruhelage gebracht wird.

Die während des Versuches erreichten Temperaturerhöhungen wurden mit Hilfe eines Eisen-Konstantan-Thermoelementes gemessen. Die eine Lötstelle des Elementes wurde in eine Bohrung in den Zylinder gelötet; die Drähte des Elementes wurden von innen durch die obere Fläche des Holzzylinders geführt und sorgfältig durch Guttaperchaumwicklung isoliert. Die zweite Lötstelle war unter Quecksilber vor Luftströmungen geschützt. Die Drahtenden wurden zwischen den unteren Hartgummiplättchen festgeklemmt, lose nach aufwärts geführt, so daß sie die Bewegung des Zylinders nicht beeinträchtigten, zwischen den oberen Plättchen hindurch und durch Zuleitungsdrähte mit Galvanometer G und Taster Ta der übrigen Versuchsanordnung verbunden.

Die eine Stromzuführung zu den Elektromagneten El geschah durch eine Schleifbürste B und den Ring R. An den letzteren war das eine Ende der Wickelung der Elektromagnete festgeklemmt, während das andere mit der Scheibe S und somit mit dem Körper des Apparates verbunden war. Eine am gußeisernen Fuße angebrachte Klemmschraube 1 gestattete den Anschluß an die Stromquelle. Ein regulierbarer Widerstand R_1 ließ eine verschieden starke Erregung der Feldmagnete herstellen.

Um die Umdrehungszahl n des Apparates zu ermitteln, wurde ein phonisches Rad verwendet, für welches durch den Unterbrecherring u, auf dem eine Schleifbürste B' auflag, der erforderlich unterbrochene Strom hergestellt wurde. Das phonische Rad hatte 50 Zähne, der Ring u des Apparates hatte 12 Lamellen; jede zweite aus Vulkanfiber bestehend, gab eine Unterbrechung (somit 6 Unterbrechungen bei einer Umdrehung). Bei jeder Unterbrechung rückt das phonische Rad um einen Zahn weiter. Der Apparat hat somit bei einer Umdrehung des phonischen Rades $^{50}/_{6}$ Umdrehungen ausgeführt. Es wurde zu Beginn einer jeden Versuchsreihe, ohne die Elektromagnete zu erregen, der Apparat in Rotation versetzt und wiederholt die Zeit gemessen, in der das phonische Rad 100 Umdrehungen machte; sie ergab sich durchschnittlich zu 56 Sekunden. Die Unterschiede rührten von Veränderungen in der Tourenzahl des Apparates wegen Riemengleitung. Die Umdrehungszahl n_1 des Apparates während einer Sekunde ist dann $n_1 = {}^{100}/_{56} \cdot {}^{50}/_{6}$. Während der Versuche wurden nicht die Umdrehungen des phonischen Rades gezählt, sondern immer die Dauer des Versuches mit Hilfe einer Stoppuhr bestimmt und aus der Zeit die gesamte Umdrehungszahl n des Apparates berechnet.

Ist P das Gewicht des Kupferzylinders samt Aufhängungsvorrichtung, a der Horizontalabstand der beiden Fäden der bifilaren Aufhängung, l die Fadenlänge, so ist die bifilare Direktions-

kraft der Schwere $K = P \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{1}{l}$. Wird der Apparat in Rotation versetzt und werden die Elektromagnete erregt, so wird je nach der Stärke der Erregung der Zylinder um einen gewissen Winkel α aus der Ruhelage gebracht und verbleibt in dieser Stellung. Das dem Ablenkungswinkel α entsprechende rücktreibende Drehmoment ist

$$D = K \cdot \sin \alpha = P \cdot \frac{a^2}{4} \cdot \frac{1}{l} \cdot \sin \alpha.$$

Die Größe der mechanischen Arbeit, die aufgewendet werden muß, um den Zylinder in dieser Lage zu erhalten, ist gegeben durch

$$A = D \cdot 2\pi n,$$

wenn n die Zahl der vom Apparate gemachten Umdrehungen bezeichnet. Zur Bestimmung des Drehmomentes konnen sämtliche Größen ohne weiteres gemessen werden, die Messung des Winkels α erfolgte mit Hilfe von Zeiger und Kreisteilung.

Um eventuelle Temperaturunterschiede im Kupferzylinder zu beobachten, wurden in drei verschiedene Bohrungen (oben, Mitte, unten) Thermoelemente gelotet. Der Temperaturanstieg erwies sich überall als der gleiche.

Die Eichung des Thermoelementes erfolgte außerhalb der Apparatur, indem die beiden Lotstellen auf bestimmte Temperaturen gebracht wurden und die, den bekannten Temperaturunterschieden entsprechenden elektromotorischen Kräfte mittels Kompensationsmethode ermittelt wurden. Es ergab sich in dem betrachteten Intervall für je 1° Temperaturunterschied die elektromotorische Kraft von 51 Mikrovolt. Die Messung der Temperaturerhöhung des Zylinders während einer Versuchsreihe erfolgte gleichfalls nach der Kompensationsmethode mit Hilfe eines Kompensations-Widerstandkastens (U). Als Kompensationselement diente ein Akkumulator, dessen elektromotorische Kraft e nach einer jeden Versuchsreihe durch Kompensation mit einem Normalelement bestimmt wurde.

Der Versuchsvorgang war folgender: der Apparat wurde in Rotation versetzt, der Schlüssel S_1 geschlossen (S_2 blieb offen), so daß die Elektromagnete des phonischen Rades, nicht aber jene des Apparates erregt wurden und es wurde durch längere Dauer die Zeit beobachtet, in welcher das phonische Rad 100 Umdrehungen vollführte. Wurde dann am Kompensations-Widerstandskasten das Verhältnis der Widerstände 0,1 : 4000,1 hergestellt und der Taster Ta gedrückt, so zeigte das Spiegelgalvanometer, dessen Nullage vorher bestimmt wurde (die Ablesung geschah durch Fernrohr und Skala), einen kleinen Ausschlag an. Nach Erregung der Elektromagnete des Apparates durch Schließung des Schlüssels S_2 wurde bei niedergehaltenem Taster Ta der Durchgang des Galvanometers durch die Nullage beobachtet. In diesem Moment wurde eine Stoppuhr gestoppt und die Zeit bestimmt, die vergeht, bis das Galvanometer beim Widerstandsverhältnis 0,2 : 4000,2 wieder durch die Nullage geht; hierauf wurde mit einer zweiten Stoppuhr die Zeit bis zur Kompensation beim Widerstandsverhältnis 0,3 : 4000,3 gemessen u. s. f. — Für den ersten Durchgang des Galvanometers durch die Nullage ergibt sich die elektromotorische Kraft x des Thermoelementes nach der Proportion

$$x : e = 0{,}1 : 4000{,}1,$$

wenn e die elektromotorische Kraft des kompensierenden Akkumulators bedeutet. Der dieser elektromotorischen Kraft entsprechende Temperaturunterschied t_1 der beiden Lötstellen ergibt sich als Quotient $\frac{x}{51}$ (x in Mikrovolt). Für den zweiten Durchgang des Galvanometers durch die Nullage sei der Temperaturunterschied t_2, im Augenblicke der dritten Kompensation t_3, u. s. f. Zur Temperaturerhöhung $t_{2,1} = t_2 - t_1$ des Kupferzylinders war die Zeit τ_1 nötig, zur Temperaturerhöhung $t_{3,2} = t_3 - t_2$ die Zeit τ_2 . . . Die diesen Temperaturerhöhungen $t_{2,1}$, $t_{3,2}$, $t_{4,3}$, . . . entsprechenden Wärmemengen sind

$$W_1' = Q \cdot c \cdot t_{2,1},$$
$$W_2' = Q \cdot c \cdot t_{3,2},$$
$$W_3' = Q \cdot c \cdot t_{4,3},$$
$$\ldots\ldots\ldots,$$

wenn Q das Gewicht des Kupferzylinders allein, c dessen spezifische Wärme ist.

Dazu kommen noch jene Wärmemengen, die während der Zeiten τ_1, τ_2, τ_3, . . . an die Umgebung verloren gingen. Um die Art der Bestimmung der an die Umgebung abgegebenen Wärmemengen zu erörtern, ist es notwendig, den Hergang einer Versuchsreihe nochmals zu skizzieren.

Nach Erregung der Feldmagnete wurde der Zylinder um einen Winkel α aus der Ruhelage gedreht. Zur Erwärmung um $t_{2,1}$ war die Zeit τ_1, um $t_{3,2}$ die Zeit τ_2, um $t_{4,3}$ die Zeit τ_3, . . . notwendig. Werden nun die Temperaturerhöhungen als Abszissen, die zugehörigen Zeiten als Ordinaten in einem rechtwinkligen Koordinatensystem aufgetragen, so erhalten wir eine Erwärmungskurve des Zylinders. Für jeden Winkel α eine andere, wenn sonst alle Größen, die bei der Bestimmung des Drehmomentes in Betracht kommen, die gleichen bleiben. Wird der Winkel α durch stärkere Erregung der Elektromagnete größer, so werden die einzelnen Zeiten τ_1, τ_2, τ_3, . . . kleiner.

t_n sei die größte Temperaturerhöhung, bis zu der während der einzelnen Versuchsreihen

vorgegangen wurde. — Von dieser Temperatur lassen wir den Zylinder auf die Temperatur der Umgebung abkühlen. Die Abkühlung muß unter gleichen Verhältnissen vor sich gehen wie die Erwärmung; der Apparat wird weiter in Rotation erhalten, bloß die Erregung der Elektromagnete hat aufgehört, indem der Schlüssel S_1 geöffnet wurde.

Zur Abkühlung des Zylinders auf die Temperatur t_{n-1} verstreiche die Zeit τ_n' (wiederum durch Kompensation der elektromotorischen Kraft des Thermoelementes und Stoppuhr gemessen), zur weiteren Abkühlung auf t_{n-2} die Zeit $\tau_n'_{-1}$, . . . Tragen wir abermals die Temperaturen t_1, t_2, . . t_{n-1}, t_n als Abszissen und die zur Abkühlung erforderlichen Zeiten τ_n', $\tau_n'_{-1}$, . . . als Ordinaten auf, so erhalten wir die Abkühlungskurve des Zylinders in dem betrachteten Temperaturintervall. Die Kurve beginnt im Punkte t_n der Abszissenachse und steigt immer mehr an, da die Abkühlung des

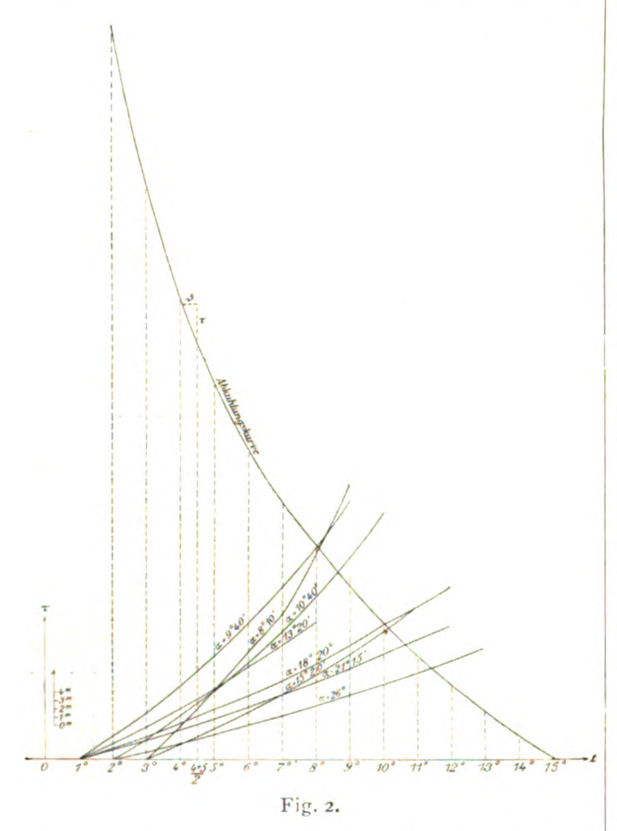


Fig. 2.

Zylinders um so langsamer vor sich geht, je geringer die Temperatur des Kupferzylinders über jener der Umgebung ist.

Zur Bestimmung der an die Umgebung abgegebenen Wärmemengen wurde die Annahme gemacht, daß während der aufeinander folgenden Zeiten τ_1, τ_2, τ_3, . . . die Erwärmung gleichmäßig vor sich ging; daß während der Zeit τ_1 die mittlere Temperatur $\frac{t_1 + t_2}{2}$, während der Zeit τ_2 die Temperatur $\frac{t_2 + t_3}{2}$, allgemein während der Zeit τ_k die Temperatur $\frac{t_k + t_{k+1}}{2}$ vorhanden war. Wird in dem Punkte der Abkühlungskurve, welcher der Temperatur $\frac{t_k + t_{k+1}}{2}$ entspricht, nach aufwärts die Zeit τ_k aufgetragen, die Parallele zur Abszissenachse bis zum Schnitte mit der Kurve gezogen, dann ergibt die Größe dieser Parallelen jenen Teil der Temperaturgrade, der dem Zylinder in der Zeit τ_k verloren gegangen ist. Bei genügend klein gewählten Zeitteilchen würde sich unter dieser Annahme ein günstiges Resultat ergeben. Doch würden andere, nicht zu vermeidende Fehler, vor allem solche bei der Zeitbestimmung, das Resultat beeinflussen. In einem kleinen Intervall, das vor dem Punkte liegt, in welchem die Wärmeaufnahme des Zylinders und dessen Wärmeabgabe den gleichen Wert erhalten, erweist sich die Annahme dieser Durchschnittstemperaturen, selbst für die bei den vorgenommenen Versuchen ziemlich großen Zeiten τ, als zutreffend. Von hier aus verlangsamt sich der Erwärmungsprozeß immer mehr, die Endtemperaturen erhalten gegenüber den anfänglichen ein größeres Gewicht; die Durchschnittstemperaturen wären nun mit $\frac{t_k + 2t_{k+1}}{3}$ oder $\frac{2t_k + 3t_{k+1}}{5}$, aber immer wechselnd anzusetzen. Andererseits gestaltet sich die Ablesung der an die Umgebung abgegebenen Temperaturgrade in der Nähe des Anfangspunktes des Koordinatensystems ungenau. Hier verläuft die Abkühlungskurve sehr steil, die Darstellung der Abhängigkeit zwischen Abkühlung und der hierzu erforderlichen Zeit wird eine ungenaue, dadurch auch die abgelesenen Temperaturen (ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3, . . .). Sie werden zunächst zu groß, dann annähernd richtig und gegen die höheren Temperaturen zu klein abgelesen. Zur Bestimmung eines mittleren durchschnittlichen Wertes der dem Zylinder verloren gegangenen Temperaturen wurde folgender Weg eingeschlagen. In der Zeit τ_1 erfährt der Zylinder die Temperaturerhöhung $t_{2,1}$; die Temperatur ϑ_1 geht an die Umgebung verloren. Die gesamte in der Zeit τ_1 erzeugte Wärmemenge ist somit

$$W_1 = Q \cdot c\,(t_{2,1} + \vartheta_1),$$

in der Zeit τ_2 ist sie

$$W_2 = Q \cdot c\,(t_{3,2} + \vartheta_2)$$

und in der Zeit τ_k

$$W_k = Q \cdot c\,(t_{k+1,k} + \vartheta_k).$$

Ablenkungswinkel α	Drehmoment D	Mech. Arbeit A kgm	t_k	$t_{k+1}-t_k$	$\frac{t_k+t_{k+1}}{2}$	τ_k	ϑ_k	$t_{k+1,k}+\vartheta_k$	η_k	η	W [kg Kal]	E
			3°									
Anfangs-				1°	3,5°	3m 53s	0,28°	1,28°	0,00546°			
lage 11° 50′			4°									
Endlage				1°	4,5°	4m 18s	0,40°	1,40°	0,00542°			
20° 00′			5°									
Mittel aus				1°	5,5°	4m 31s	0,53°	1,53°	0,00558°			
19° 55′ u.	0,00374188	0,349865	6°							0,00546°	0,000818181	427
20° 05′				1°	6,5°	5m 34s	0,78°	1,78°	0,00533°			
α = 8° 10′			7°									
				1°	7,5°	6m 12s	1,12°	2,12°	0,00560°			
			8°									
				1°	8,5°	8m 12s	1,60°	2,60°	0,00528°			
			9°									
			1°									
Anfangs-				1°	1,5°	2m 41s						
lage 12° 20′			2°									
Endlage				1°	2,5°	2m 50s	0,17°	1,17°	0,00655°			
22° 00′			3°									
Mittel aus				1°	3,5°	3m 10s	0,23°	1,23°	0,00647°			
21° 55′ u.			4°									
22° 05′				1°	4,5°	3m 34s	0,34°	1,34°	0,00626°			
α = 9° 40′	0,00442335	0,413582	5°							0,00643°	0,000963536	429
				1°	5,5°	3m 50s	0,45°	1,45°	0,00630°			
			6°									
				1°	6,5°	4m 20s	0,64°	1,64°	0,00630°			
			7°									
				1°	7,5°	4m 42s	0,87°	1,87°	0,00663°			
			8°									
				1°	8,5°	5m 42s	1,14°	2,14°	0,00618°			
			9°									
			2°									
Anfangs-				1°	2,5°	2m 24s	0,15°	1,15°	0,00708°			
lage 12° 20′			3°									
Endlage				1°	3,5°	2m 42s	0,10°	1,10°	0,00734°			
23° 05′			4°									
Mittel aus				1°	4,5°	3m 10s	0,30°	1,30°	0,00684°			
22° 55′ u.			5°									
23° 05′				1°	5,5°	3m 15s	0,38°	1,38°	0,00708°			
α = 10° 40′	0,00487564	0,455871	6°							0,00714°	0,00106993	426
				1°	6,5°	3m 45s	0,55°	1,55°	0,00689°			
			7°									
				1°	7,5°	3m 53s	0,75°	1,75°	0,00751°			
			8°									
				1°	8,5°	4m 46s	0,95°	1,95°	0,00681°			
			9°									
				1°	9,5°	5m 24s	1,17°	2,17°	0,00669°			
			10°									
			1°									
Anfangs-				1°	1,5°	1m 56s						
lage 12° 20′			2°									
Endlage				1°	2,5°	2m 1s	0,12°	1,12°	0,00925°			
25° 40′			3°									
Mittel aus				1°	3,5°	2m 10s	0,16°	1,16°	0,00892°			
25° 35′ u.			4°									
25° 45′				1°	4,5°	2m 21s	0,22°	1,22°	0,00847°			
α = 13° 20′	0,00607409	0,568010	5°							0,00893°	0,00133816	424
				1°	5,5°	2m 30s	0,30°	1,30°	0,00866°			
			6°									
				1°	6,5°	2m 34s	0,37°	1,37°	0,00896°			
			7°									
				1°	7,5°	2m 43s	0,52°	1,52°	0,00932°			
			8°									
			3°									
Anfangs-				1°	3,5°	1m 47s	0,14°	1,14°	0,0106°			
lage 12° 20′			4°									
Endlage				1°	4,5°	1m 54s	0,19°	1,19°	0,0104°			
27° 40′			5°									

Ablenkungswinkel α	Drehmoment D	Mech. Arbeit A [kgm]	t_k	$t_{k+1}-t_k$	$\frac{t_k+t_{k+1}}{2}$	τ_k	ϑ_k	$t_{k+1,k}+\vartheta_k$	q_k	q	W [kg Kal]	E
Mittel aus 27° 35′ u. 27° 45′			6°									
				1°	5,5°	1m 58s	0,24°	1,24°	0,0105°			
			7°									
				1°	6,5°	2m 05s	0,30°	1,30°	0,0104°			
α = 15° 20′	0.00696562	0,651283								0,0102°	0,00152847	426
			8°									
				1°	7,5°	2m 11s	0,40°	1,40°	0,0106°			
			9°									
				1°	8,5°	2m 33s	0,50°	1,50°	0,0098°			
			10°									
				1°	9,5°	2m 50s	0,64°	1,64°	0,0097°			
			11°									
				1°	10,5°	2m 55s	0,75°	1,75°	0,0100°			
Anfangslage: 12° 20′ Endlage: 30° 40′ Mittel aus 30° 35′ u. 30° 45′			1°									
				1°	1,5°	1m 21s						
			2°									
				1°	2,5°	1m 21s	0,075°	1,075°	0,0132°			
			3°									
				1°	3,5°	1m 31s	0,11°	1,11°	0,0122°			
			4°									
				1°	4,5°	1m 38s	0,156°	1,156°	0,0118°			
α = 18° 20′	0.00828561	0,774703	5°							0,0121°	0,00181385	427
				1°	5,5°	1m 40s	0,20°	1,20°	0,0120°			
			6°									
				1°	6,5°	1m 44s	0,27°	1,27°	0,0122°			
			7°									
				1°	7,5°	1m 46s	0,35°	1,35°	0,0127°			
			8°									
				1°	8,5°	1m 56s	0,40°	1,40°	0,0121°			
			9°									
				1°	9,5°	2m 06s	0,47°	1,47°	0,0117°			
			10°									
				1°	10,5°	2m 06s	0,52°	1,52°	0,0121°			
			11°									
				1°	11,5°	2m 20s	0,66°	1,66°	0,0118°			
			12°									
Anfangslage: 12° 20′ Endlage: 33° 35′ Mittel aus 33° 30′ u. 33° 40′			1°									
				1°	1,5°	1m 08s						
			2°									
				1°	2,5°	1m 10s	0,07°	1,07°	0 0153°			
			3°									
				1°	3,5°	1m 13s	0,09°	1,09°	0,0149°			
			4°									
				1°	4,5°	1m 23s	0,13°	1,13°	0,0136°			
α = 21° 15′	0,00954739	0,892679	5°							0,0140°	0,0020979	425
				1°	5,5°	1m 23s	0,15°	1,15°	0,0139°			
			6°									
				1°	6,5°	1m 23s	0,20°	1,20°	0,0145°			
			7°									
				1°	7,5°	1m 32s	0,29°	1,29°	0,0140°			
			8°									
				1°	8,5°	1m 38s	0,31°	1,31°	0,0133°			
			9°									
				1°	9,5°	1m 39s	0,38°	1,38°	0,0139°			
			10°									
				1°	10,5°	1m 43s	0,41°	1,41°	0,0137°			
			11°									
				1°	11,5°	1m 43s	0,41°	1,41°	0,0136°			
			12°									
Anfangslage: 12° 20′ Endlage: 38° 20′ Mittel aus 38° 15′ u. 38° 25′			2°									
				1°	2,5°	0m 56s	0,05°	1,05°	0,0187°			
			3°									
				1°	3,5°	1m 00s	0,08°	1,08°	0,0180°			
			4°									
				1°	4,5°	1m 04s	0,10°	1,10°	0,0171°			
			5°									
				1°	5,5°	1m 05s	0,12°	1,12°	0,0171°			
α = 26°	0.0115475	1,07969	6°							0,0169°	0,00253247	426
				1°	6,5°	1m 09s	0,17°	1,17°	0,0169°			

Ablenkungswinkel α	Drehmoment D	Mittl. Arbeit A kgm	t_k	$t_{k+1}-t_k$	$\frac{t_k+t_{k+1}}{2}$	τ_k	ϑ_k	$t_{k+1,k}+\vartheta$	q_k	q	W kg Kal	E
			7									
				1°	7,5°	$1^m 11^s$	0,22°	1,22°	0,0171°			
			8°									
				1	8,5°	$1^m 10^s$	0,25°	1,25°	0,0164°			
			9									
				1	9,5°	$1^m 21^s$	0,31°	1,31°	0,0161°			
			10									
				1	10,5°	$1^m 21^s$	0,34°	1,34°	0,0165°			
			11									
				1	11,5°	$1^m 28^s$	0,41°	1,41°	0,0160°			
			12°									
				1°	12,5	$1^m 29^s$	0,47°	1,47°	0,0165°			
			13									

Der Zylinder wird in der Zeiteinheit stets von der gleichen Anzahl Kraftlinien geschnitten. Daraus folgt, daß die in gleichen Zeiten erzeugten Wärmemengen einander gleich sein müssen. In der Zeiteinheit werden innerhalb einer Versuchsreihe die Wärmemengen

$$\frac{W_1}{\tau_1}, \frac{W_2}{\tau_2}, \ldots$$

erzeugt. Es sollte somit die Relation

$$\frac{W_1}{\tau_1} = \frac{W_2}{\tau_2} = \frac{W_3}{\tau_3} = \ldots$$

bestehen und weiterhin

$$\frac{\frac{t_{2,1}+\vartheta_1}{\tau_1}}{q_1} = \frac{\frac{t_{3,2}+\vartheta_2}{\tau_2}}{q_2} = \frac{\frac{t_{4,3}+\vartheta_3}{\tau_3}}{q_3} = \ldots$$

Im allgemeinen wird diese letzte Beziehung, infolge der Fehler, welche den Werten ϑ_k anhaften, nicht zutreffen. In welcher Weise die einzelnen Quotienten $q_1, q_2, q_3, \ldots$ voneinander abweichen, wird aus der tabellarischen Zusammenfassung S. 821 u. ff. über die einzelnen Versuchsreihen ersichtlich. Wird aber ein Mittelwert q aller dieser Werte q_k einer Versuchsreihe

$$q = \frac{q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_k}{k}$$

bei der Bestimmung des Äquivalentes in Rechnung gezogen, dann ergibt sich stets ein günstiges Resultat.

Die Messungen einer Versuchsreihe, welche die Werte $t_{k+1,k}$, ϑ_k, τ_k liefern, wurden deswegen in größerer Anzahl vorgenommen, um einen möglichst richtigen Mittelwert q zu erhalten.

Die Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalentes E erfolgt schließlich nach der Beziehung

$$D \cdot 2n_1\pi = E \cdot Q \cdot c \cdot q \text{ oder } A = E \cdot W;$$

hierbei gibt die linke Seite der Gleichung die während der Zeiteinheit verlorene Bewegungsenergie und die rechte Seite die in der Zeiteinheit erzeugte gesamte Wärmemenge an.

Die tabellarische Zusammenstellung gibt über die ermittelten Werte Aufschluß.

P = Gewicht des Kupferzylinders samt Aufhängevorrichtung; $P = 2{,}682$ kg (konnte durch Auflegen von Bleiringen variiert werden).

a = horizontaler Abstand der Aufhängefäden; $a = 0{,}081$ m.

l = Länge der Aufhängefäden; $l = 0{,}167$ m.

n_1 = Umdrehungszahl des Apparates in der Sekunde; $n_1 = {}^{61}/_{6} \cdot {}^{100}/_{56}$.

Q = Gewicht des Kupferzylinders allein; $Q = 1{,}665$ kg.

c = spezifische Wärme des Kupfers; $c = 0{,}09$.

Bei den für die Berechnung des Äquivalentes gewählten acht Versuchsreihen — es wurde noch eine Anzahl anderer ausgeführt —, ergaben sich die Werte 427, 429, 426, 424, 426, 427, 425 und 426. Als Mittelwert ergibt sich die Zahl

426,25.

Bei den anderen Versuchsreihen fehlte die Belastung des Zylinders durch die drei Bleiringe, die Länge der Aufhängefäden war eine größere, der Wert der Direktionskraft der Schwere ein viel kleinerer. Die Erwärmung des Zylinders von Grad zu Grad verlief sehr langsam, so daß die angewandten Durchschnittswerte hier nicht das richtige Resultat ergaben.

Daß bei den betrachteten Versuchsreihen die Größe des Winkels α innerhalb einer Grenze von 10 Minuten schwankt, hat in der Dicke des Zeigers den wesentlichen Grund.

Vorliegende Arbeit wurde auf Anregung von Herrn Professor Dr. J. Tuma im physikalischen Institute der deutschen technischen Hochschule in Prag ausgeführt.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Tuma, meinen besten Dank zu sagen für die Anregung zu dieser Arbeit, das stets rege Interesse an ihrem Fort-

gange und die Liebenswürdigkeit, mit der er mir ein Arbeiten im Institute ermöglichte.

Herrn Konstrukteur Dr. phil. J. Zecha bin ich für dessen freundliche Mithilfe gleichfalls zu Dank verpflichtet.

Wien, im Mai 1914.

(Eingegangen 3. August 1914.)

Über die Temperaturabhängigkeit einiger physikalischen Eigenschaften des Wassers in seinen verschiedenen Aggregatzuständen.

Von Ivar W. Cederberg.

In einer jüngst veröffentlichten Mitteilung[1]) habe ich gezeigt, daß sich die Größe a in der van der Waalsschen Dampfdruckformel:

$$\log \frac{\pi_0}{p} = a\left(\frac{\vartheta_0}{T} - 1\right) \tag{1}$$

(π_0, ϑ_0 kritischer Druck bzw. kritische Temperatur, p Dampfdruck, T absolute Temperatur[2]) als Funktion der Temperatur allgemein durch einen einfachen Exponentialausdruck vollkommen darstellen läßt. In der vorliegenden Arbeit möchte ich nun auf einige, wie es mir scheint, wichtige Anwendungen der früher entwickelten Beziehungen eingehen. Dabei beschränke ich mich auf eine kurze Besprechung einiger Resultate von besonderem Interesse, da die ausführlichere Behandlung des Gegenstandes im Anschluß an Gleichgewichtsberechnungen nach dem Nernstschen Wärmetheorem meiner demnächst erscheinenden Inaugural-Dissertation vorbehalten werden mag.

1. Allgemeines über die Ermittelung der chemischen Konstante eines Stoffes.

Wir schließen unsere Betrachtungen der bekannten Clausius-Clapeyronschen Gleichung an:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\lambda}{T(V-v)}, \tag{2}$$

wo λ die molekulare Verdampfungswärme, V, v das Molekularvolumen einer Substanz als gesättigten Dampf bzw. festes oder flüssiges Kondensat bezeichnen.

Die Integration dieser Gleichung ist bekanntlich nur unter der vereinfachenden Annahme möglich, daß das Molekularvolumen des Kondensats gegen das des Dampfes zu vernachlässigen ist und daß der gesättigte Dampf den einfachen Gasgesetzen gehorcht. Dies ist bei Flüssigkeiten in einem Temperaturgebiet weit unterhalb ihrer kritischen Temperatur allgemein der Fall und aus der obigen Gleichung geht somit durch Integration die bei tiefen Temperaturen gültige Dampfdruckformel hervor:

$$\log p = \frac{M}{R}\int \frac{\lambda}{T^2}dT + C, \tag{3}$$

(R die allgemeine Gaskonstante, M der Modulus der Briggschen Logarithmen), worin die Integrationskonstante C wegen ihrer fundamentalen Bedeutung für die Affinitätsberechnung bei Reaktionen in gasförmigen Systemen von Nernst als „chemische Konstante" bezeichnet wird.

Der Wert dieser Konstante C ist für jeden Körper eigentümlich, aber unabhängig vom Aggregatzustand, in dem sich der Stoff befindet, wie Nernst[1]) gezeigt hat; es ist also gleichgültig, ob Formel (3) den Dampfdruck über die feste oder über die flüssige Phase darstellt.

Die zahlenmäßige Bestimmung dieser wichtigen Größe wird davon abhängig sein, inwieweit wir den wahren Temperaturverlauf der molekularen Verdampfungswärme durch geeignete Funktionen ausdrücken können. Theoretisch läßt sich diese Aufgabe durch die bekannte thermodynamische Beziehung

$$\frac{d\lambda}{dT} = C_p - c \tag{4}$$

(C_p, c die Molekularwärme bei konstantem Druck von gesättigtem Dampf bzw. Kondensat) auf die der Ermittelung der Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärmen von Dampf und festem oder flüssigem Kondensat zurückführen.

Die chemische Konstante C eines Stoffes ist daher berechenbar, wenn der Temperaturverlauf der genannten Größen gegeben ist und ferner die molekulare Verdampfungswärme und der Dampfdruck in je einem Temperaturpunkt bekannt sind. Dies wird nun aber sehr selten der Fall sein, besonders weil unsere Vorstellungen über die spezifische Wärme mehratomiger Gase noch immer sehr unklar sind, so daß dieser Weg zur Berechnung von C nur in Ausnahmefällen gangbar ist.

Der von Nernst eingeschlagene Weg zur angenäherten Ermittelung der Integrationskonstante bestand bekanntlich darin, daß er eine lineare Temperaturabhängigkeit der Molekularwärmen von Dampf und Kondensat annahm und noch die provisorische Annäherung einführte, daß beim absoluten Nullpunkt die Molekularwärme eines Dampfes bei konstantem Druck allgemein um 3,5 Kal. größer ist als die seines Kondensationsproduktes. Auf diese Weise resultierte die bekannte Dampfdruckformel:

1) Diese Zeitschr. 15, 697, 1914.

2) Als Nullpunkt der absoluten Temperaturskala wird — 273.09 angenommen.

1) Nachr. d. K. Ges. d. Wiss. Göttingen 1906, Math.-physik. Klasse, Heft 1.



$$\log p = -\frac{M \cdot \lambda_0}{R\,T} + 1{,}75 \log T - \frac{M \cdot \varepsilon}{R}\,T + C \qquad (5)$$

(λ_0 molekulare Verdampfungswärme beim absoluten Nullpunkt, ε eine empirische Konstante).

Man kann nun C entweder dadurch bestimmen, daß man alle drei Konstanten λ_0, ε und C empirisch so wählt, daß Formel (5) die in einem größeren Temperaturgebiet vorhandenen Dampfdruckbeobachtungen gut wiedergibt, oder auch λ_0 und ε aus Messungen der Verdampfungswärme ableitet und nachher C aus einer Dampfdruckbeobachtung bestimmt.

Ob die so gefundenen C-Werte völlig genau sind, wird natürlich davon abhängen, in welchem Grade die gemachten Voraussetzungen über den Temperaturverlauf der Verdampfungswärme wirklich zutreffen. Dabei kommt auch das Gebiet der sehr tiefen Temperaturen in Frage, denn wie eine einfache Überlegung von Sackur[1] erweist, ist gerade der Verlauf der λ-Kurve bei Temperaturen in der Nähe des absoluten Nullpunktes von Bedeutung für die Größe der chemischen Konstante C. Es genügt also nicht, wenn die Annahme eines linearen Anstiegs der Molekularwärmen C_p und c nur innerhalb eines beschränkten Gebiets Gültigkeit hat.

Unter gewissen Umständen gelingt es nun aber aus der Dampfdruckkurve selbst einen Temperaturverlauf für die Verdampfungswärme bzw. ihren Temperaturkoeffizient abzuleiten, der aller Wahrscheinlichkeit nach bis zu den tiefsten Temperaturen der Wirklichkeit nahe kommt. Auf diesem im Prinzip umgekehrten Wege, deren Erörterung gleich unten erfolgt, wird auch die Bestimmung eines vermutlich völlig genauen Wertes der chemischen Konstante C ermöglicht, was noch dadurch ein besonderes Interesse gewinnt, daß der so abgeleitete Wert eine physikalische Bedeutung hat.

Wir knüpfen diese Betrachtungen der eingangs erwähnten van der Waalsschen Relation an, die wir in der Form schreiben:

$$\log p = -a \cdot \frac{\vartheta_0}{T} + a + \log \pi_0 . \qquad (6)$$

Wenn wir a als eine Konstante auffassen, wird diese Gleichung ungenau; die Größe a muß daher als Temperaturfunktion behandelt werden. Es ist nun wohl ohne weiteres der Satz klar, daß für jede Flüssigkeit eine eindeutige Funktion $a = F(T)$ vorhanden sein muß, die so beschaffen ist, daß die obige Gleichung mit völliger Exaktheit innerhalb des ganzen Temperaturgebietes zwischen dem absoluten Nullpunkte und der kritischen Temperatur gültig ist. Welcher Art diese Funktion ist, läßt sich allerdings nicht im voraus ableiten, auch läßt sich die Frage, ob für alle Flüssigkeiten dieselbe Funktionsform gültig ist, nicht ohne weiteres bejahend beantworten. Sehen wir von diesen Umständen vorläufig ab, ergeben sich aber jedenfalls folgende Schlußfolgerungen.

Vergleichen wir Gl. (6) mit Gl. (3), so müssen, sofern die beiden Hauptsätze der Thermodynamik richtig sind, beide Formeln bei tiefen Temperaturen, wo über die Richtigkeit der einfachen Gasgesetze keine Zweifel bestehen können, genau übereinstimmen. Die chemische Konstante C wird daher gleich dem Logarithmus des kritischen Druckes vermehrt oder vermindert um durch die Form der Funktion $a = F(T)$ bedingte Zusatzglieder. Differenzieren wir beide Formeln, so muß notwendig:

$$\frac{d \log p}{dT} = \frac{M \cdot \lambda}{R \cdot T^2} = a \cdot \frac{\vartheta_0}{T^2} - a'\left(\frac{\vartheta_0}{T} - 1\right) \qquad (7)$$

sein, wenn a' den ersten Differentialquotienten von a bezeichnet. Es wird daher bei tiefen Temperaturen:

$$\lambda = \frac{R}{M}\{a \cdot \vartheta_0 - a' \, T(\vartheta_0 - T)\}. \qquad (8)$$

Durch nochmalige Differentiation erhalten wir für die Differenz der Molekularwärmen bei konstantem Druck von gesättigtem Dampf und Kondensat, wenn a'' den zweiten Differentialquotienten der Funktion a bedeutet, die Formel:

$$\frac{d\lambda}{dT} = C_p - c = -\frac{R \cdot T}{M}\{2a' - a''(\vartheta_0 - T)\}. \qquad (9)$$

Was nun die Funktionen a, a' und a'' betrifft, mit deren Hilfe man also nach den obigen Überlegungen zu einem Einblick in den Temperaturverlauf der Größen λ und $C_p - c$ gelangt, sowie auch über die Größe der chemischen Konstante informiert wird, so überzeugt man sich zunächst durch direkte Ableitung der a-Werte aus den vorliegenden Beobachtungen über Dampfdrucke und kritische Daten leicht davon, daß der Temperaturverlauf der Größe a bei sämtlichen Flüssigkeiten durchaus ähnlich ist und ohne Schwierigkeit durch eine und dieselbe Funktionsform zahlenmäßig dargestellt werden kann. In einer ausführlichen Studie[1] über diesen Gegenstand habe ich gezeigt, daß sich die Temperaturabhängigkeit des a-Wertes ganz allgemein durch die Exponentialformel:

$$a = \alpha \cdot \beta^{\left(\frac{T}{\vartheta_0} - \gamma\right)^2} \qquad (10)$$

völlig beschreiben läßt. Allerdings ist dabei in einigen Fällen für den kritischen Druck ein un-

1) Sackur, Thermochemie und Thermodynamik. Berlin 1912, S. 317.

1) Arkiv f. matematik etc. utg. af Kungl. Svenska Vetenskapsakademien i Stockholm 10, 7, 1914; im Auszuge in dieser Zeitschr. 15, 697, 1914.

bedeutend von der beobachteten Größe abweichender Wert in Gl. (1) einzusetzen. Führen wir nunmehr die obige Funktion statt der Größe a in Gl. (6) ein, so erhalten wir auf der rechten Seite der Gleichung infolge der exponentiellen Form dieser Funktion keine anderen konstanten Glieder als $\log \pi_0$ und wir kommen mithin zu dem etwas überraschenden Ergebnis, daß die chemische Konstante einer Flüssigkeit einfach gleich dem Logarithmus ihres kritischen Druckes ist.

Um diesen Satz aussprechen zu können, muß allerdings der Nachweis geführt werden, daß die Verdampfungswärme, sowie ihr Temperaturkoeffizient durch Gl. (8) bzw. (9) tatsächlich bis zu beliebig tiefen Temperaturen dargestellt werden, wenn man in diese Gleichungen die folgenden Funktionen einführt:

$$\left.\begin{aligned} a &= \alpha \cdot \beta^{\left(\frac{T}{\vartheta_0} - \gamma\right)^2}, \\ a' &= \frac{2 \ln \beta}{\vartheta_0} \left(\frac{T}{\vartheta_0} - \gamma\right) \cdot a, \\ a'' &= \frac{2 \ln \beta}{\vartheta_0^2} \left[2 \ln \beta \left(\frac{T}{\vartheta_0} - \gamma\right)^2 + 1\right] \cdot a \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

Dieser Beweis läßt sich zwar nicht in exakter Weise erbringen, da uns vorläufig über den Temperaturverlauf der betreffenden Größen experimentell nichts bekannt ist, doch läßt sich auf indirektem Wege wahrscheinlich machen, daß der berechnete Verlauf jedenfalls dem wirklichen sehr nahe kommt. Dies mag die in der vorliegenden Arbeit ausgeführte Berechnung einiger wichtigen physikalischen Größen des Wassers in sowohl flüssigem wie in festem Aggregatzustande genügend dartun.

Wenn wir den Logarithmus des kritischen Druckes als wahrscheinlichen Wert der chemischen Konstante einer Flüssigkeit ansehen, kommen wir zu etwas anderen Zahlenwerten als die von Nernst in der vorher skizzierten Weise berechneten. Dies kann auch nicht verwundern, denn Nernst berücksichtigt bei dieser Ableitung nur die beiden ersten Glieder der zur Darstellung der Molekularwärmen benutzten Potenzreihen, und es läßt sich leicht nachweisen, daß die höheren Glieder, die bei einer genauen Wiedergabe des Temperaturverlaufs der spezifischen Wärmen ohne Zweifel berücksichtigt werden müssen, einen erheblichen Einfluß auf die Größe des C-Wertes ausüben können. Im großen und ganzen zeigen jedoch die von Nernst abgeleiteten C-Werte dieselbe Abhängigkeit von der Substanznatur wie der Logarithmus des kritischen Druckes, wie aus der nachfolgenden Tabelle hervorgeht:

Tabelle 1.
Chemische Konstanten.

Substanz	C_{Nernst}	$\log \pi_0$	Differenz
H_2O	3,6	2,3	+ 1,3
NH_3	3,3	2,1	+ 1,2
H_2S	3,0	2,0	+ 1,0
Cl_2	3,1	2,0	+ 1,1
HCl	3,0	1,9	+ 1,1
HBr	3,2	1,9	+ 1,3
SO_2	3,3	1,9	+ 1,4
N_2O	3,3	1,9	+ 1,4
CO_2	3,2	1,9	+ 1,3
CS_2	3,1	1,9	+ 1,2
C_2H_2	3,2	1,8	+ 1,4
C_6H_6	3,0	1,7	+ 1,3
CH_4	2,8	1,7	+ 1,1
C_2H_4	2,8	1,7	+ 1,1
CCl_4	3,1	1,7	+ 1,4
O_2	2,8	1,7	+ 1,1
N_2	2,6	1,5	+ 1,1
H_2	1,6	1,1	+ 0,5
He	0,6	0,4	+ 0,2

Die angeführten C-Werte sind unter der Voraussetzung berechnet, daß der Dampfdruck p in Atmosphären ausgedrückt wird. Wie man sieht, ist ein unzweideutiger Parallelismus vorhanden, zwischen den von Nernst abgeleiteten Werten von C und dem Logarithmus des kritischen Druckes, indem die angenäherte Beziehung besteht:

$$C_{Nernst} = \log \pi_0 + 1,2 . \qquad (12)$$

Nur Wasserstoff und Helium weisen kleinere Werte auf als dieser Gleichung entspricht. Die obige Beziehung scheint übrigens bisher nicht beachtet worden zu sein, denn Nernst setzt seine Werte nur in Verbindung mit der Größe a der van der Waalsschen Relation (1) und der Troutonschen Konstante[1]).

Da die chemische Konstante eines Stoffes unabhängig vom Aggregatzustande des Kondensats ist, muß auch für eine feste Substanz die Integrationskonstante der Gl. (3) gleich dem Logarithmus für den kritischen Druck ihres Schmelzproduktes sein. Dadurch erhalten wir einen interessanten Einblick in den Verlauf der Dampfdruckkurven fester Stoffe, der weiter unten bei der Berechnung des Dampfdruckes von Eis näher besprochen wird.

2. Dampfdruck des flüssigen Wassers.

In meiner früheren Veröffentlichung[2]) habe ich gezeigt, daß die durch Einführung der Funktion (10) in die van der Waalssche Formel gewonnene Dampfdruckgleichung:

$$\log \frac{\pi_0}{p} = \alpha \cdot \beta^{\left(\frac{T}{\vartheta_0} - \gamma\right)^2} \cdot \left(\frac{\vartheta_0}{T} - 1\right) \qquad (13)$$

1) l. c., S. 874, r. Sp. Anm. 1.
2) l. c., S. 874, l. Sp. Anm. 1.

die Dampfdrucke des Wassers im ganzen Existenzbereich der flüssigen Phase in ganz ausgezeichneter Übereinstimmung mit den neuesten experimentellen Befunden zu berechnen gestattet. Zur besseren Übersicht sei an dieser Stelle ein Auszug der dort gegebenen Tabelle mitgeteilt:

Tabelle 2.

Dampfdrucke des Wassers zwischen —15 und 350° C.

t° C.	$p_{beob.}$	Beobachter	$p_{ber.}$	Differenz
—15	1,429	Scheel und Heuse[1]	1,434	—0,005
0	4,579	Scheel und Heuse	4,579	± 0,000
50	92,54	Scheel und Heuse	92,49	+0,05
100	760,00	Holborn und Henning[2]	760,00	± 0,00
150	4033	Holborn und Henning	4036,4	— 3,4
200	11647	Holborn und Henning	11655	— 8
250	29771	Holborn und Baumann[3]	29770	+ 1
300	64260	Holborn und Baumann	64257	+ 3
350	123660	Holborn und Baumann	123690	— 30

Bei dieser Berechnung wurden die folgenden Konstanten benutzt:

$$\vartheta_0 = -647,00,$$
$$\pi_0 = 164400,$$
$$\alpha = 3,1244,$$
$$\beta = 1,7887,$$
$$\gamma = 0,75.$$

Auf Grund der sehr guten Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung in dem gesamten ausgedehnten Temperaturgebiet können wir mit ziemlicher Sicherheit Formel (13) weit extrapolieren. Eine Stütze für diese Auffassung finden wir bereits in dem Umstande, daß sich bei sehr tiefen Temperaturen noch Dampfdruckwerte berechnen, die mit früher von Nernst[4]) abgeleiteten, aus besonderen Gründen als sehr wahrscheinlich anzunehmenden Drucken gut übereinstimmen, wie der untenstehende Vergleich zeigt:

Tabelle 3.

T	$p_{ber.}$ (N.)	$p_{ber.}$ (C.)
100,00	$6,6 \times 10^{-16}$	$1,71 \times 10^{-16}$
200,00	$2,5 \times 10^{-8}$	$2,517 \times 10^{-8}$
253,09	0,940	0,941

1) Ann. d. Phys. (4) **31**, 715, 1910.
2) Ann. d. Phys. (4) **26**, 833, 1908.
3) Ann. d. Phys. (4) **31**, 945, 1910.
4) Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **11**, 313, 1909.

Es liegt daher kein Grund vor anzunehmen, daß Formel (13) auch nicht bis zum absoluten Nullpunkte herab wenigstens der Wirklichkeit einigermaßen entsprechende Druckwerte liefert.

3. Dampfdruck des Eises.

Über die Dampfdruckkurve des Eises oder allgemein die der festen Phase eines beliebigen Stoffes und ihre Beziehungen zu derjenigen der flüssigen Aggregatform machen wir uns zunächst folgende Vorstellungen, die ihre graphische Veranschaulichung im untenstehenden Diagramm finden.

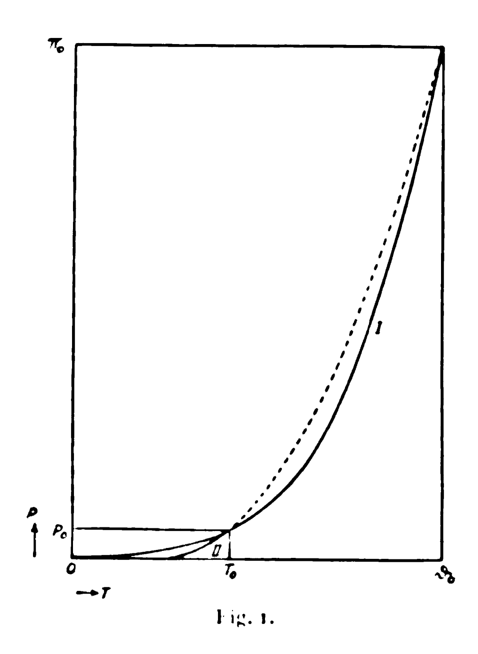


Fig. 1.

In Fig. 1 ist als Kurve I die Dampfdrucklinie der flüssigen Phase eines Stoffes eingezeichnet. Sie fängt im Koordinatenursprung an und endet im Punkte (ϑ_0, π_0); doch ist nur das Stück zwischen den zur kritischen Temperatur und einer nicht sehr weit unter dem Erstarrungspunkt belegenen Temperatur gehörigen Ordinaten experimentell realisierbar. Die Dampfdruckkurve der festen Phase, die in der Figur als Linie II dargestellt ist, beginnt ebenfalls nach der meist als richtig angesehenen Annahme im absoluten Nullpunkt und mündet im Schmelzpunkt mit den Koordinaten (p_0, T_0), woselbst sie die Kurve I schneidet. Über den Verlauf der Kurve II wissen wir im übrigen nur, daß sie erfahrungsgemäß wie theoretisch unterhalb der Dampfdruckkurve der unterkühlten flüssigen Substanz verläuft.

Wir machen nun die Annahme, daß die Dampfdruckkurve der festen Phase so verläuft, daß ihre Verlängerung über

den Schmelzpunkt hinaus diejenige der flüssigen Phase im kritischen Punkte schneidet.

Die nähere Begründung dieser Annahme liegt in dem Umstande, daß sich die Gültigkeit der Formel (13) natürlich auch auf den festen Zustand erstreckt, wenn die eingehenden Konstanten entsprechend geändert werden. Da nun aber das Glied $\log \pi_0$ keine Änderung erleidet, gilt höchstwahrscheinlich dasselbe auch von ϑ_0, d. h. die beiden Tensionskurven der festen und der flüssigen Phase schneiden sich im kritischen Punkte, wie dies in Fig. 1 zum Ausdruck kommt. Dabei ist zu bemerken, daß es natürlich vollkommen belanglos ist, daß sich die Verlängerung der Kurve II über den Schmelzpunkt hinaus auf einen Zustand bezieht, der nicht nur instabil, sondern überhaupt unrealisierbar ist; Hauptsache ist, daß wir durch die obige Annahme einen Einblick im Verlauf des realisierbaren Stückes der Dampfdruckkurve der festen Substanz erhalten können.

Wir können also nunmehr unter Beibehaltung der früheren Werte der kritischen Daten, die jedoch in diesem Falle nur die Bedeutung der bei einem hypothetischen Endpunkt der Eistensionskurve vorhandenen Drucktemperaturwerte haben, Formel (13) zur Berechnung der Dampfdrucke des Eises benutzen.

Wir bemerken aber in diesem Falle eine wesentlich andere Temperaturabhängigkeit der Größe a als früher beim Wasser. Während nämlich bei Flüssigkeiten die a-Kurve stets nach unten gekrümmt ist, findet man bei festen Körpern immer das entgegengesetzte Verhalten. In beiden Fällen wird aber der Temperaturverlauf des a-Wertes vollkommen durch Formel (10) wiedergegeben. Wenn es sich um einen festen Stoff handelt, hat hierin die Konstante α die Bedeutung des Maximal-, bei Flüssigkeiten dagegen die des Minimalwertes der Größe a.

Die Dampfdrucke des Eises sind von Scheel und Heuse[1]) untersucht worden; ihre Messungen erstrecken sich über das Intervall von 0 bis -65^0 C, welche untere Temperaturgrenze dadurch bedingt wurde, daß hier der Druck bereits auf wenige Tausendstel Millimeter Hg gesunken ist.

Berechnen wir nach Formel (13) die Dampfdruckkurve des Eises bis zu den tiefsten Temperaturen unter Anwendung der folgenden Konstantenwerte, so erhalten wir die in Tabelle 4 aufgeführten Resultate:

$$\vartheta_0 = 647{,}09,$$
$$\pi_0 = 164400,$$
$$\alpha = 3{,}8949,$$
$$\beta = 0{,}21819,$$
$$\gamma = 0{,}10.$$

1) Landolt-Börnstein, Physikal.-chem. Tabellen, 4. Aufl., S. 359, 1912.

Tabelle 4.
Dampfdrucke des Eises.

T	$p_{beob.}$	$p_{ber.}$	Differenz
20,00	$1{,}64 \times 10^{-118}$*	$9{,}49 \times 10^{-117}$	—
100,00	$7{,}474 \times 10^{-17}$*	$1{,}008 \times 10^{-16}$	—
160,00	$5{,}75 \times 10^{-7}$*	$5{,}54 \times 10^{-7}$	—
200,00	0,00121 *	0,00117	—
205,00	0,00255	0,00249	—
213,09	0,008	0,0078	+0,0002
223,09	0,029	0,0287	+0,0002
233,09	0,094	0,0945	—0,0005
243,09	0,280	0,282	—0,002
253,09	0,770	0,770	±0,000
263,09	1,947	1,945	+0,002
273,09	4,579	4,579	±0,000

* von Nernst[1]) berechnete Werte.

Wie ersichtlich, ist die Übereinstimmung der berechneten p-Werte mit den von Scheel und Heuse beobachteten sehr befriedigend. Nernst[1]) hat früher die Berechnung der Eisdampfdruckkurve nach Gl. (3), der wegen der Kleinheit der Drucke, sowie der völligen Vernachlässigbarkeit des Molekularvolumens des Eises gegenüber demjenigen des Dampfes in diesem Falle exakte Gültigkeit zukommt, in der Weise vollzogen, daß er die Molekularwärme des Eises durch die bekannte Nernst-Lindemannsche Formel ausdrückte und ferner die Molekularwärme des Dampfes bis zu den tiefsten Temperaturen als konstant ansah, woraus durch zweimalige Integration des erhaltenen Ausdruckes für die Differenz $C_p - c$ eine Dampfdruckformel hervorging, die ebenfalls die beobachteten Drucke genau wiedergibt. Bei sehr tiefen Temperaturen berechnen sich nach dieser Formel die in obiger Tabelle mit * versehenen p-Werte, die ungefähr von derselben Größenordnung sind wie die oben berechneten. Offenbar können jedoch beide Formeln nur eine ungefähre Vorstellung über den Verlauf der Dampfdruckkurve bei diesen Temperaturen geben, indem einerseits die von Nernst benutzte Annahme von der Konstanz der Molekularwärme des Wasserdampfes bei tiefen Temperaturen sicherlich nicht mehr zutrifft, da wahrscheinlich eine Abnahme dieser Größe mit sinkender Temperatur stattfindet, andererseits die Dampfdrucke bei höheren Temperaturen nicht mit derartiger Genauigkeit bekannt sind, daß eine Extrapolation der Formel (13) völlig sichergestellt ist.

Allerdings sind wir auch über den Verlauf der Eistensionskurve im wesentlichen orientiert.

1) Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **12**, 565, 1910.

4. Verdampfungswärme des flüssigen Wassers.

Da Formel 13 eine völlig genaue Darstellung der gesamten Dampfdruckkurve des Wassers gewährt, muß die Kombination dieser Formel mit der bei allen Temperaturen streng gültigen Clausius-Clapeyronschen Gleichung die Temperaturabhängigkeit der molekularen Verdampfungswärme λ des flüssigen Wassers im ganzen Temperaturgebiet zwischen dem absoluten Nullpunkt und der kritischen Temperatur ergeben. Diese Folgerung läßt sich nicht bei allen Temperaturen prüfen, da die Anwendung der Clausius-Clapeyronschen Gleichung in der exakten Form die Kenntnis der Differenz $(V - v)$ zur Voraussetzung hat und genaue Messungen dieser Größe nur im Intervalle 100 bis 180° C durch die Untersuchungen von Knoblauch, Linde und Klebe[1]) vorliegen. Bei diesen Temperaturen läßt sich aber λ in der beschriebenen Weise berechnen, und zwar in sehr guter Übereinstimmung mit den von Holborn und Henning[2]) ermittelten experimentellen Werten, wie ich in meiner früheren Arbeit[3]) gezeigt habe.

Beschränken wir uns aber auf Temperaturen unterhalb 0° C, so können wir die Gültigkeit der einfachen Gasgesetze für den Wasserdampf mit Sicherheit annehmen und das spezifische Volumen des flüssigen Wassers völlig vernachlässigen, wodurch wir λ einfach aus Gl. (8) berechnen können. Wenn wir hierin die Funktionen a und a' mit den für Wasser gültigen Werten der Konstanten α, β und γ einführen, so erhalten wir folgende Resultate:

Tabelle 5.

Verdampfungswärme des unterkühlten Wassers.

T	λ_{Kal}
0,00	12810
50,00	12093
100,00	12384
150,00	11991
200,00	11480
250,00	10980
273,09	10753

Da Formel (10) mit der größten Wahrscheinlichkeit den tatsächlichen Verlauf der a-Kurve bis zu den tiefsten Temperaturen richtig wiedergibt, dürften die in obiger Tabelle enthaltenen λ-Werte der Wirklichkeit sehr nahe kommen. Wegen der Unzugänglichkeit sehr stark unterkühlten Wassers entziehen sie sich allerdings einer direkten experimentellen Prüfung; zur Kontrolle sei aber die von Nernst[1]) mit sehr großer Genauigkeit berechnete Verdampfungswärme bei 0° C angeführt, nämlich $\lambda = 10756$ Kal., ein Wert also, der mit dem oben berechneten $\lambda = 10753$ Kal. praktisch identisch ist.

Der gefundene Verlauf der λ-Kurve des unterkühlten Wassers ist in Fig. 2 graphisch wiedergegeben. Weitere Einsicht in diesen Verlauf erhalten wir durch Berechnung der Größe $\frac{d\lambda}{dT}$ nach Gl. (9), doch sei hierauf erst eingegangen, nachdem wir die Sublimationswärme des Eises berechnet haben.

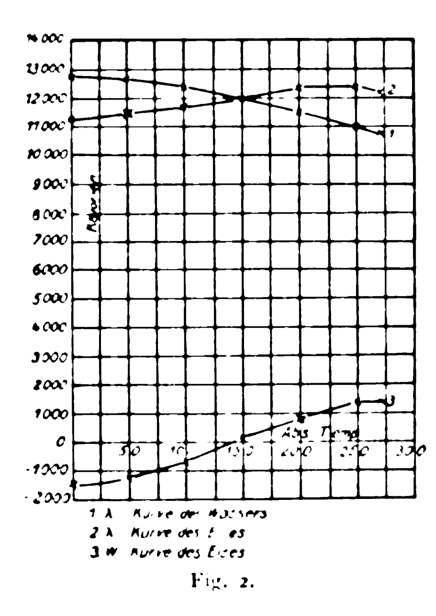


Fig. 2.

5. Sublimationswärme des Eises.

In genau entsprechender Weise wie oben bekommen wir nach Formel (8) die nachstehend aufgeführten Werte für die molekulare Sublimationswärme des Eises.

Tabelle 6.

Sublimationswärme des Eises.

T	$\lambda_{Kal.}$
0,00	11346
50,00	11454
100,00	11710
150,00	12021
200,00	12243
250,00	12270
273,09	12190

1) Mitteil. über Forschungsarb. d. Ver. D. Ingenieure, Heft 21, S. 57, 1905.

2) Ann. d. Phys. (4) 29, 441, 1909.

3) l. c. S. 824, l. Sp., Anm. 1.

1) Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. 12, 565, 1910. (Vgl. S. 506.)



Die berechneten λ-Werte sind ebenfalls in Fig. 2 eingetragen worden. Wie ersichtlich, hat die λ-Kurve in diesem Falle einen ganz anderen Verlauf als die des Wassers, indem der λ-Wert zuerst bei steigender Temperatur ansteigt, dann aber nach der Erreichung eines Maximums wieder fällt. Dieser Verlauf schließt sich auch zahlenmäßig einem von Nernst[1]) aus seinen Messungen der spezifischen Wärme des Eises unter Benutzung der bekannten Funktionen der Quantentheorie abgeleiteten sehr gut an.

Bei dem Schmelzpunkt 0^0 C muß die molekulare Sublimationswärme des Eises gleich der Verdampfungswärme des Wassers vermehrt um die Schmelzwärme eines Mols der festen Substanz bei der betreffenden Temperatur sein. Nehmen wir also für die Verdampfungswärme eines Mols Wasser bei 0^0 C den früher berechneten Wert $\lambda = 10753$ Kal. an, der, wie oben bemerkt wurde, mit dem von Nernst abgeleiteten völlig übereinstimmt, sowie für die molekulare Schmelzwärme des Eises den Wert $W = 79{,}7 \cdot 18{,}016 = 1436$ Kal., so erhalten wir für die Sublimationswärme bei 0^0 C den Wert $\lambda = 12189$ Kal., der mit dem oben berechneten $\lambda = 12190$ Kal. praktisch zusammenfällt.

Wir werden den Verlauf der λ-Kurve weiter unten im Anschluß an eine Berechnung der Größe $C_p - c$ diskutieren.

6. Schmelzwärme des Eises.

Da die Schmelzwärme eines festen Stoffes gleich der Differenz zwischen seiner Sublimationswärme und der Verdampfungswärme seines Schmelzproduktes ist, ergibt sich einfach:

$$W = \lambda_{\text{Eis}} - \lambda_{\text{Wasser}}, \qquad (14)$$

wenn W die Schmelzwärme eines Mols Eis bezeichnet. Der dieser Gleichung entsprechende Verlauf der W-Kurve des Eises ist in Fig. 2 graphisch dargestellt.

7. Differenz der Molekularwärmen bei konstantem Druck $C_p - c$ zwischen gesättigtem Dampf und Kondensat.

Wenn es sich jetzt um die Berechnung der Größe $C_p - c$ nach Gl. (9) handelt, muß gleich betont werden, daß die erhaltenen Resultate keine völlige Genauigkeit beanspruchen können. Dies erhellt daraus, daß die Zahlenwerte der Größen $C_p - c$ in nicht unbeträchtlichem Grade von den Werten der Konstanten α, β und γ abhängig sind, und daß eine selbst unbedeutende Änderung der letztgenannten, die für den Verlauf der berechneten Dampfdruckkurve völlig belanglos ist, einen merkbaren Einfluß auf die berechnete λ-Kurve ausübt, der sich natürlich in gesteigertem Maße bei der Ableitung der $C_p - c$-Werte geltend macht. Aus dem Verlauf der Dampfdruckkurve lassen sich die richtigen Werte der Konstanten α, β und γ nicht leicht ermitteln; nur wenn besonders genaue Dampfdruckmessungen vorliegen, ist dies möglich. Aus diesem Grunde dürften die vorher mitgeteilten Werte dieser Konstanten für Wasser als endgültige betrachtet werden, woraus dann folgt, daß die unten abgeleiteten Werte der Differenz $C_p - c_{\text{Wasser}}$ nur mit unbedeutenden Fehlern behaftet sein können. Dagegen lassen sich aus den Dampfdruckbeobachtungen beim Eis keine endgültigen Werte der Konstanten α, β und γ feststellen, was eine gewisse Unsicherheit der Werte von $C_p - c_{\text{Eis}}$ mit sich führt.

Mit dieser Bemerkung seien in der untenstehenden Tabelle die berechneten Werte der Differenz zwischen den Molekularwärmen von gesättigtem Dampf und flüssigem Wasser bzw. Eis aufgeführt, an denen sich die hieraus ergebenden Werte für die Differenz der Molekularwärmen von Wasser und Eis anschließen.

Tabelle 7.

T	$C_p - c_{\text{Wasser}}$	$C_p - c_{\text{Eis}}$	$c_{\text{Wasser}} - c_{\text{Eis}}$
0,00	0	0	0
50,00	−4,6	+4,0	+ 8,6
100,00	−7,5	+6,1	+13,6
150,00	−9,2	+5,7	+14,9
200,00	−9,9	+2,8	+12,7
250,00	−9,9	−2,1	+ 7,8
273,09	−9,8	−4,8	+ 5,0

Eine graphische Darstellung des berechneten Temperaturverlaufes der in dieser Tabelle enthaltenen Größen gibt Fig. 3. Wir finden zunächst, daß sämtliche dieser Größen beim absoluten Nullpunkt den Grenzwert Null annehmen, d. h. die Temperaturkurven der Verdampfungs- bzw. Sublimationswärme von Wasser und Eis, sowie die der Schmelzwärme des Eises nähern sich ihren Grenzwerten bei der Temperatur $T = 0$ asymptotisch, wie dies aus der Fig. 2 ersichtlich ist.

Was die letztgenannte Kurve betrifft, ist dieser Verlauf, der übrigens eine unmittelbare Folgerung des Nernstschen Wärmesatzes darstellt, schon längst bestätigt worden, indem die neueren Forschungen das Resultat erbracht haben, daß die spezifischen Wärmen fester wie auch unterkühlter flüssiger Stoffe gegen den Wert Null beim absoluten Nullpunkte konvergieren.

Dagegen scheint die Annahme allgemein zu

1) Vgl. hierzu die bereits zitierte Arbeit von Nernst, Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **12**, 565, 1910. (Vgl. S. 566.)

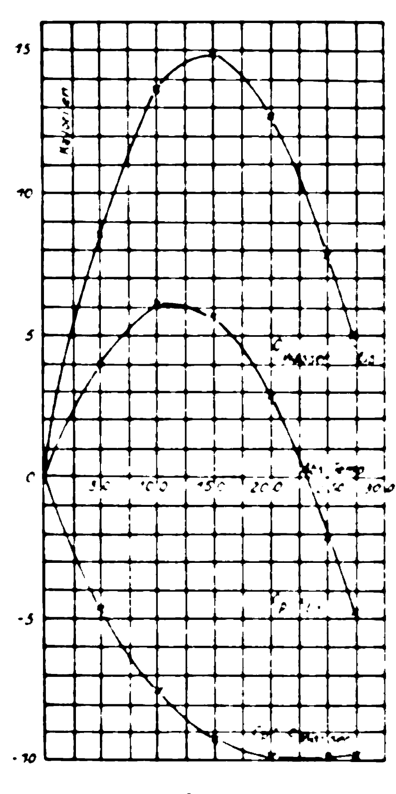


Fig. 3.

sein, daß die Differenz der Molekularwärmen von gesättigtem Dampf und Kondensat beim absoluten Nullpunkt einen positiven Grenzwert hat. Wie schon erwähnt, machte Nernst die provisorische Annahme, daß bei jener Temperatur der Wert von $C_p - c$ gleich $+3,5$ Kal. ist, d. h. die Molekularwärme C jedes gesättigten Dampfes würde hiernach gegen dieselbe Zahl konvergieren, da ja der Wert von c gleich Null wird. Wie die neuesten Forschungen wahrscheinlich gemacht haben, trifft dies aber wenigstens nicht zahlenmäßig zu, und es dürfte auch bei Gasen der Grenzwert Null für C_p nicht ausgeschlossen sein, was mit dem Ergebnis der oben ausgeführten Berechnung im Einklang stehen würde.

Aus Tabelle 7 geht weiter hervor, daß der Temperaturkoeffizient der Verdampfungswärme des unterkühlten Wassers von etwa 150° abs. an nahezu konstant ist, was mit einer linearen Temperaturabhängigkeit des λ-Wertes gleichbedeutend ist. Auch bei Temperaturen zwischen 0° und 50° C fand Nernst[1]) einen sehr geringen Einfluß der Temperatur auf die Größe $C_p - c$, was mit dem obigen Ergebnis in guter Übereinstimmung steht. Auch zahlenmäßig schließt sich die obige Berechnung derjenigen von Nernst sehr gut an, indem er findet:

$$C_p - c_{Wasser} = -9,806$$

im betreffenden Temperaturintervall, während oben bei 0° C der Wert $C_p - c_{Wasser} = -9,8$ gefunden wurde.

Nehmen wir für die Molekularwärme des flüssigen Wassers bei 0° C den Wert $c_{Wasser} = 18,0$ an, so ergibt sich:

$$C_p = 8,2$$

bei derselben Temperatur. Diese Zahl kommt der von der kinetischen Gastheorie geforderten, nämlich $4R = 7,94$ ziemlich nahe.

Die in Fig. 3 wiedergegebenen Kurven verlaufen auch nicht annähernd geradlinig, wie Nernst bei der Ableitung seiner Dampfdruckformel annimmt; daß trotzdem aus dieser Annahme eine brauchbare Formel resultiert, hängt mit der oben berührten Tatsache zusammen, daß die Dampfdrucke eines Stoffes äußerst genau bekannt sein müssen, um daraus sichere Schlüsse über die Temperaturabhängigkeit der Größe $C_p - c$ ziehen zu können. Umgekehrt muß nämlich auch eine rohe Orientierung über den Verlauf der spezifischen Wärmen eine verhältnismäßig genaue Festlegung der Dampfdruckkurve gestatten.

Schließlich ist noch zu bemerken, daß die obige Berechnung nur die Differenz der Molekularwärmen von gesättigtem Dampf und Kondensat liefert, dagegen keinen Aufschluß über die Temperaturvariation der einzelnen Molekularwärmen gibt.

Berlin, Kgl. Friedrich-Wilhelms-Universität, August 1914.

(Eingegangen 25. August 1914.)

1) l. c., S. 828, r. Sp., Anm. 1.

Zur Kenntnis des roten Argonspektrums.

Von Emil Paulson.

Die erste Entdeckung von Gesetzmäßigkeiten in diesem Spektrum rührt von Kayser[1]) her, der drei Tripletten mit gleichen Schwingungsdifferenzen gefunden hat. Dann hat Rydberg[2]) die von Kayser auf photographischem Wege sehr genau gemessenen Linien (von 4702 bis 3319) einer Untersuchung unterworfen und dabei gezeigt, daß fast alle diese Linien gesetzmäßig zusammenhängen. Sie lassen sich nämlich in 4 Gruppen ordnen, wobei die Schwingungsdifferenzen entsprechender Linien von Gruppe zu Gruppe konstant sind.

1) H. Kayser, Berl. Ber. (1896); Astrophys. J. **4** (1896).
2) J. R. Rydberg, Astrophys. J. **6** (1897).

Rydberg bezeichnet die Schwingungszahlen der Linien in der ersten Gruppe mit A und findet für die Schwingungszahlen der entsprechenden Linien in den drei anderen Gruppen die Ausdrücke:

$$B = A + 846{,}47$$
$$C = A + 1649{,}68$$
$$D = A + 2256{,}71.$$

Aus dem von **Rydberg** gegebenen Schema geht also hervor, daß sich die Linien in Quadrupletten unterbringen lassen, zwischen deren Komponenten die konstanten Schwingungsdifferenzen 846,47; 803,21 und 607,03 auftreten. **Rydberg** gibt 23 solche Quadrupletten an, von denen aber nur 7 vollständig sind. Den übrigen mangeln ein oder zwei Linien und diese sind also in Tripletten bzw. Paaren umgewandelt. Solche Lücken, die man sehr oft findet, wenn man ein linienreiches Spektrum auf Grundlage der konstanten Differenzen ordnen will, können nur in besonderen Fällen nicht wahrgenommenen Linien zugeschrieben werden. Es ist nicht ungewöhnlich — wie auch aus dem **Rydberg**schen Schema für Argon zu ersehen ist — daß Linien fehlen zwischen sehr starken Komponenten, was kaum durch unwahrgenommene Linien erklärt werden kann.

Vorliegende Untersuchung ist angestellt um festzustellen, ob das von **Rydberg** gefundene Quadruplett auch im langwelligsten Teil des Spektrums auftritt. Besonders von **Paschen** bezw. **Paschen** und **Runge** sind in letzter Zeit Messungen der Wellenlängen dieses Gebiets vorgenommen, deren Genauigkeit allerdings nicht die der Messungen von **Kayser** erreicht, die jedoch hinreichend genau zu sein scheinen, um die konstanten Differenzen zu ermitteln.

Einige Ergebnisse dieser Untersuchung, die alle gemessenen Linien bis $\lambda = 4702$ umfaßt hat, gebe ich in der folgenden Tabelle. Um Raum zu ersparen, führe ich nur die Intensitäten und die Schwingungszahlen an, nicht aber die Wellenlängen. In der Kolumne I sind die Intensitäten, und in den Kolumnen A, B, C und D die Schwingungszahlen verschiedener Linien des roten Argonspektrums eingetragen. Die Differenzen der Schwingungszahlen werden unter Δ_1, Δ_2, Δ_3 angeführt:

	I	A	Δ_1	I	B	Δ_2	I	C	Δ_3	I	D
1							7	10353,15	607,33	13	10960,48
2	5	10839,07				(1651,56)	1	12490,63	606,63	5	13097,26
3	5	11733,16	848,12	1	12581,28				(1410,02)	1	13991,30
4	—	11890,61				(1651,86)	5	13542,47	606,72	5	14149,19
5				6	11896,69				(1410,43)	4	13307,12
6	5	12098,95	847,45	2	12946,40	802,84	3	13749,24	606,59	6	14355,83
7	1	12477,02							(2258,12)	1	14735,14
8	8	13326,16							(2258,56)	8	15584,72
9	1	13668,38	847,88	1	14516,26				(1410,35)	2	15926,61
10	2	14223,66				(1651,85)	1	15875,51			
11	2	14413,39				(1651,25)	1	16064,64			
12	1	14972,28				(1651,72)	1	16624,00			
13							3	15012,94	606,67	1	15619,61
14				1	15078,25				(1409,99)	3	16488,24
15				2	15398,59				(1409,63)	3	16808,22
16							2	15429,31	606,64	1	16035,95
17	[8	16546,76	847,53]	4	15699,23	803,46	7	16502,69			
18	1	15787,21	847,32	1	16634,53						
19	5	15853,11	848,04	5	16701,15						
20				1	16029,28	802,68	3	16831,96			
21											
22				1	16130,49				(1409,70)	1	17540,19
23				1	16144,00	803,14	1	16947,14	[606,58	3	16340,56]
24				1	16164,18				(1409,92)	3	17574,10
25							3	16219,81	606,93	5	16826,74
26	1	16298,24	847,65	2	17145,89						
27	2	16334,72				(1651,11)	3	17985,83			
28				1	16431,42	802,68	2	17234,10			
29				1	16481,30				1409,71	1	17891,01
30				6	16520,85	802,61	3	17323,46	[607,26	2	16716,20]
31	1	16617,75				(1651,23)	3	18268,98			
32				6	16866,08	803,42	4	17669,50			
33				5	17863,87				(1409,67)	5	19273,54
34	4	18098,66				1651,70	2	19750,36			
35				2	18373,77				(1410,42)	2	19784,19
36				1	18474,73	802,49	5	19277,22			
Mittel:			847,71			802,91 1651,36			606,80 1409,93 2258,30[1]		

1) Bei Berechnung dieser Mittelwerte ist nicht der abweichende Wert 2256,88 bei (6) mitgenommen. Dieser stimmt aber mit dem **Rydberg**schen Mittel 2256,71 sehr gut überein.



Aus der Tabelle ist leicht zu ersehen, daß sich die dort eingetragenen Linien an der Rydbergschen Anordnung des Spektrums anschließen. Nur die Differenz 847,71 ist wesentlich höher, die Differenzen 802,01 und 606,80 im allgemeinen etwas niedriger als bei Rydberg. Das Schema enthält auch erheblich mehr Lücken. Ob die bei 17, 23 und 30 in Klammern angegebenen Differenzen als eine Art negativer Differenzen auch mitgerechnet werden sollen, lasse ich unerörtert. Das gleiche Verhalten[1]) habe ich auch bei anderen Spektren beobachtet.

Außer den in der Tabelle eingetragenen Linien wurden auch einige andere entdeckt, die eine gesetzmäßige Lagerung besitzen. Diese bilden meist Paare und stehen, wie es scheint, mit den anderen in keiner Beziehung und demzufolge sehe ich hier von einer Veröffentlichung ab.

1 E. Paulson, Beiträge zur Kenntnis der Linienspektren. Diss. Lund 1914.

Kågerod im Juli 1914.

(Eingegangen 30. August 1914.)

Über die Theorie der ionomagnetischen Drehungen. Sulla teoria delle rotazioni ionomagnetiche.)

Von Augusto Righi.

1. In verschiedenen Veröffentlichungen[1] habe ich die Drehungen solcher Körper untersucht und beschrieben und auch im allgemeinen erklärt, die in einem Magnetfelde angeordnet sind und sich um eine zum Felde parallele Achse drehen können; solche Drehungen treten auf, wenn das diese Körper umgebende Gas in geeigneter Weise ionisiert wird. Die Erklärung ist ziemlich einleuchtend.

Unter der Einwirkung des Feldes durchläuft jedes einzelne Gasion zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen nicht mehr eine geradlinige Strecke, sondern eine Kurve (und zwar eine Schraubenlinie, wenn das Feld gleichförmig ist); die Stöße, die der bewegliche Körper erfährt, werden dann rings um ihn in einem gewissen Sinne schräg gerichtet. Dadurch entsteht die beobachtete Drehung.

Die Ionen der beiden Vorzeichen bedingen natürlich entgegengesetzt gerichtete Drehungen. Was man beobachtet, ist daher ein Differentialeffekt. Bei den in den zuletzt erschienenen meiner vorerwähnten Veröffentlichungen beschriebenen Versuchen ist der Effekt eben deshalb deutlicher, weil die Ionen eines gegebenen Vorzeichens in weit größerer Anzahl an den beweglichen Körper anprallen als die Ionen des entgegengesetzten Vorzeichens.

Ich habe mit Hilfe geometrischer Betrachtungen den Mechanismus dieser Drehungen in einigen Sonderfällen einigermaßen ausführlich zu erklären versucht, beispielsweise für einen Zylinder oder für ein Mühlrädchen mit vertikalen Flügeln. Aber diese Erklärung kann, zumal im letztgenannten Falle, nicht als vollständig angesprochen werden. In der vorliegenden Mitteilung will ich die Theorie in ziemlich einfacher, aber umfassenderer Form darlegen.

2. Die Geschwindigkeit, mit welcher ein Ion auf ein gegebenes Oberflächenelement des beweglichen Körpers aufprallt, ist naturgemäß an Größe wie an Richtung sehr veränderlich, und zwar sowohl mit der Zeit als auch mit dem Ort. Wir sind daher genötigt, wie in allen analogen Fällen, uns mit Näherungsrechnungen zufrieden zu geben, und für die Größen, mit denen wir es hier zu tun haben, Mittelwerte anzunehmen.

Ich will also annehmen, daß der letzte Zusammenstoß, den ein Ion erfahren hat, ehe es zum Anprall auf ein Element $d\sigma$ der Oberfläche des beweglichen Körpers gelangte, in einer Entfernung r von diesem Elemente stattgefunden habe, und daß diese Entfernung r für alle Ionen, die aus irgendeiner Richtung auf dieses oder auf irgendein anderes Element auftreffen, dieselbe sei. Ebenso will ich annehmen, daß die Geschwindigkeit, welche diese Ionen besitzen, für alle einen und denselben Wert V habe. Schließlich will ich annehmen, daß die Gasmoleküle, gegen welche die Ionen zuletzt stoßen, ehe sie auf das Element $d\sigma$ treffen, gleichförmig auf einer Kugelfläche mit dem Halbmesser r und dem Mittelpunkt $d\sigma$ verteilt seien. Von jedem Element ds dieser Kugelfläche werden Ionen nach allen Richtungen ausgehen, aber von diesen Richtungen brauchen wir nur die Richtung in Betracht zu ziehen, welche es den Elektronen ermöglicht, das Element $d\sigma$ zu treffen. Die Anzahl der Ionen, die in jeder Sekunde von ds ausgehen und auf $d\sigma$ anlangen, werden wir durch $n \cdot ds \cdot d\sigma$ darstellen können.

Dies vorausgesetzt, wollen wir ein System von drei orthogonalen Achsen annehmen, von denen die z-Achse parallel zur Richtung des Magnetfeldes sein möge. Dieses Feld wollen wir als gleichförmig und die Feldstärke als H voraussetzen. Ferner wollen wir mit e die La-

1) C. R., 10. Febr. 1912; Mem. R. Acc. Bologna (6) 9; Cim., Juli 1912; Lincei Rend., 1. Dez. 1912; Mem. R. Acc. Bologna, 10. Febr. 1913; Cim., Juli 1913; diese Zeitschr. 13, 755, 873, 1912; 14, 688, 1913.

dung und mit m die Masse eines Ions (oder eines Elektrons) bezeichnen. Wenn wir der Einfachheit halber

$$k = H\frac{e}{m}$$

setzen, so sind die Bewegungsgleichungen:

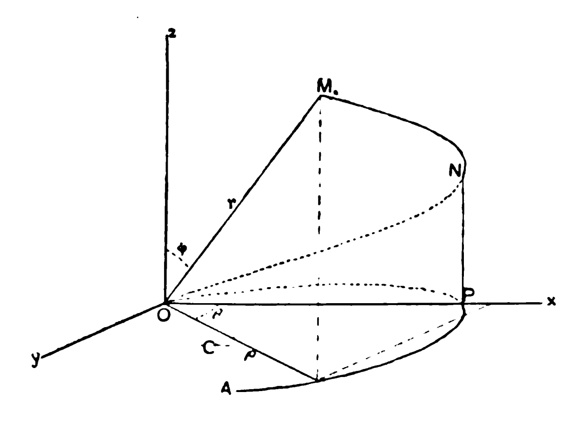
$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -k\frac{\partial y}{\partial t}; \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = k\frac{\partial x}{\partial t}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial t} = 0 \qquad (1)$$

Diese Gleichungen lassen sich leicht integrieren. Bezeichnen wir mit x_0, y_0, z_0 die Koordinaten des Punktes M_0, von dem das Ion im Augenblick $t = 0$ ausgeht, und mit u_0, v_0, w_0 die Komponenten seiner Geschwindigkeit in eben diesem Augenblick, so erhalten wir, wie sich sehr leicht nachweisen läßt:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} &= u_0 \cos(kt) - v_0 \sin(kt), \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= u_0 \sin(kt) + v_0 \cos(kt), \\ \frac{\partial z}{\partial t} &= w_0 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

$$\left.\begin{aligned} k(x - x_0) &= u_0 \sin(kt) - v_0[1 - \cos(kt)], \\ k(y - y_0) &= u_0[1 - \cos(kt)] + v_0 \sin(kt), \\ (z - z_0) &= w_0 t. \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Aus den Gleichungen (2) entnehmen wir, daß die Geschwindigkeit V des Ions ungeändert bleibt, und daß dasselbe für ihre zur Feldrichtung senkrechte Komponente gilt, weil auch $\frac{dz}{dt}$ unveränderlich ist.



3. Um unseren Zweck zu erreichen, müssen wir die Komponenten nach den Achsen für die Geschwindigkeit jener Ionen bestimmen, die in O anlangen. O ist nämlich der Koordinatenanfangspunkt, den wir im Element $d\sigma$ liegend annehmen wollen. Hierzu müssen wir vor allen Dingen die Bahngleichungen niederschreiben.

Wir setzen:

$$\alpha = \frac{kz}{2w_0}, \quad \alpha_0 = -\frac{kz_0}{2w_0}. \qquad (4)$$

Dadurch werden die Formeln, die wir jetzt niederschreiben wollen, etwas vereinfacht.

Aus den Gleichungen (4) leiten wir mit Hilfe der dritten Gleichung von (3) ab:

$$kt = 2(\alpha + \alpha_0).$$

Die beiden ersten Gleichungen von (3) werden somit zu den Bahngleichungen:

$$\left.\begin{aligned} k(x - x_0) &= 2\sin(\alpha + \alpha_0)[u_0 \cos(\alpha + \alpha_0) \\ &\quad - v_0 \sin(\alpha + \alpha_0)], \\ k(y - y_0) &= 2\sin(\alpha + \alpha_0)[u_0 \sin(\alpha + \alpha_0) \\ &\quad + v_0 \cos(\alpha + \alpha_0)] \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

Wie bekannt ist, und wie sich leicht bestätigen läßt, ist diese Bahn eine Schraubenlinie auf einem Kreiszylinder, dessen Achse parallel zu Oz ist.

Von den unendlich vielen durch die Gleichungen (5) dargestellten Bahnen, die sich voneinander durch die Richtung der Anfangsgeschwindigkeit V unterscheiden, geht eine durch O, und diese ist natürlich die einzige, die uns interessiert. Um sie zu bestimmen, brauchen wir nur die Werte von u_0 und v_0 zu finden, durch welche die Gleichungen (5) für $x = y = z = 0$, und mithin auch für $\alpha = 0$, befriedigt werden.

Auf diese Weise finden wir:

$$\left.\begin{aligned} u_0 &= -\tfrac{1}{2}k\varrho\frac{\cos(\alpha_0 - \Theta)}{\sin\alpha_0}, \\ v_0 &= \tfrac{1}{2}k\varrho\frac{\sin(\alpha_0 - \Theta)}{\sin\alpha_0} \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

wenn wir

$$x_0 = \varrho\cos\Theta, \quad y_0 = \varrho\sin\Theta$$

setzen.

Was den Wert von w_0 betrifft, so ergibt er sich aus der Beziehung $V^2 = u_0^2 + v_0^2 + w_0^2$, wo indessen sein Vorzeichen noch unbestimmt ist. Dieses wird aber immer durch die dritte Gleichung von (3) bestimmt, die, für $z = 0$, $z_0 + w_0 t = 0$ ergibt. Da nun für uns nur die Betrachtung späterer Zeiten Interesse bietet, so ersehen wir, daß das Vorzeichen von w_0 immer dem von z_0 entgegengesetzt sein muß. Mithin ist α_0 immer positiv.

Wenn wir in die Gleichungen (5) die Werte aus den Gleichungen (6) einsetzen, so erhalten wir die Gleichungen der Bahn, die von jenem unter den von dem Punkte (x_0, y_0, z_0) ausgehenden Ionen durchlaufen wird, das durch O hindurchgehen wird. Mit Hilfe leichter Umformungen finden wir:

$$\left.\begin{aligned} -x\sin\alpha_0 + \tfrac{1}{2}\varrho\sin(\alpha_0 + \Theta) \\ = \tfrac{1}{2}\varrho\sin(2\alpha + \alpha_0 + \Theta), \\ y\sin\alpha_0 + \tfrac{1}{2}\varrho\cos(\alpha_0 + \Theta) \\ = \tfrac{1}{2}\varrho\cos(2\alpha + \alpha_0 + \Theta). \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

Durch Elimination von α und mithin von z ermitteln wir hieraus:

$$x^2 + y^2 = \varrho x \frac{\sin(\varepsilon_0 + \Theta)}{\sin \varepsilon_0} - \varrho y \frac{\cos(\varepsilon_0 + \Theta)}{\sin \varepsilon_0},$$

die Gleichung für die geschlossene Kurve $APO\ldots$, in welcher sich die die Schraubenlinie M_0NO, die Bahn des Ions, auf die xy-Ebene projiziert. Der Halbmesser dieser Kurve ist $\varrho : 2 \sin \varepsilon_0$, und die Koordinaten ihres Mittelpunktes C sind:

$$\varrho \sin(\varepsilon_0 + \Theta) : 2 \sin \varepsilon_0, \quad -\varrho \cos(\varepsilon_0 + \Theta) : 2 \sin \varepsilon_0.$$

Setzen wir nun die Werte aus den Gleichungen (6) in die ersten Gleichungen von (2) ein, so finden wir:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} &= -\tfrac{1}{2} k \varrho \frac{\cos(2\varepsilon + \varepsilon_0 + \Theta)}{\sin \varepsilon_0}, \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= -\tfrac{1}{2} k \varrho \frac{\sin(2\varepsilon + \varepsilon_0 + \Theta)}{\sin \varepsilon_0}. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Schließlich erhalten wir die Komponenten u, v der Geschwindigkeit, welche das Ion bei der Ankunft in O besitzt, wenn wir in den Gleichungen (8) $z = 0$, und somit $\varepsilon = 0$, setzen. Wir finden dann:

$$\left.\begin{aligned} u &= -\tfrac{1}{2} k \varrho \frac{\cos(\varepsilon_0 + \Theta)}{\sin \varepsilon_0}, \\ v &= -\tfrac{1}{2} k \varrho \frac{\sin(\varepsilon_0 + \Theta)}{\sin \varepsilon_0}. \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

4. Um den Gesamteffekt zu berechnen, den alle in O anlangenden und von den verschiedenen Punkten der Kugelfläche $x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = r^2$ ausgehenden Ionen ausüben, müssen wir Integrationen zu Hilfe nehmen; aber schon ehe wir diese ausführen, können die Gleichungen (9) uns nützliche Hinweise geben.

Wir wollen in O ein senkrecht zur Feldrichtung Oz stehendes Oberflächenelement $d\sigma$ voraussetzen und wollen die Gesamtwirkung kennen lernen, welche die auf seine Oberseite auftreffenden Ionen hervorbringen. Zu diesem Zwecke müssen wir alle die u zusammensetzen, die den Punkten (x_0, y_0, z_0) der oberhalb der xy-Ebene liegenden Hälfte der Kugel mit dem Halbmesser r und dem Mittelpunkt O entsprechen; ebenso müssen wir dann mit den v verfahren. Es ist leicht zu ersehen, daß diese beiden Resultierenden null sind.

Wir beginnen nämlich damit, die Wirkung der vom Punkte (x_0, y_0, z_0) ausgehenden Ionen mit jener der von dem zu ihm in bezug auf die Achse Oz symmetrischen Punkte $(-x_0, -y_0, z_0)$ ausgehenden zusammenzusetzen.

Die Werte von u und v für diesen neuen Ausgangspunkt erhalten wir aus den Gleichungen (9), wenn wir Θ in $\Theta + \pi$ oder in $\Theta - \pi$ verwandeln. In jedem Falle ergeben sich Werte, die den dem Punkte (x_0, y_0, z_0) entsprechenden gleich sind, aber entgegengesetztes Vorzeichen haben. Die Wirkungen sämtlicher Ionen heben sich also paarweise auf. Das gilt für die Geschwindigkeitskomponenten quer zur Feldrichtung, aber nicht für w_0; diese Komponente brauchen wir aber nicht in Betracht zu ziehen, wenn $d\sigma$, wie vorausgesetzt, einem Körper angehört, der um eine zur Feldrichtung parallele Achse drehbar ist, da w_0 in bezug auf eine solche Achse das Moment Null hat.

Zweitens wollen wir voraussetzen, daß das im Anfangspunkte O angeordnete Element $d\sigma$ parallel zu Oz sei, daß es beispielsweise in der xz-Ebene liege. In diesem Falle sind die Geschwindigkeiten, die wir zusammensetzen müssen, die jener Ionen, die von den verschiedenen Elementen der auf einer Seite der xz-Ebene, beispielsweise auf der Seite der positiven Oy-Achse, stehenden Halbkugel mit dem Mittelpunkt O und dem Halbmesser r ausgehen.

In diesem Falle werden wir zusammen mit dem Punkte (x_0, y_0, z_0) den zu ihm in bezug auf die xy-Ebene symmetrischen Punkt, nämlich $(x_0, y_0, -z_0)$, betrachten. Die Werte von u und v für diesen letzteren Punkt erhalten wir aus den Gleichungen (9), indem wir das Vorzeichen von z_0 vertauschen. Da indessen diese Gleichungen z_0 nicht explicite enthalten, und da ε_0, das z_0 enthält, wie wir im vorigen Abschnitt gesehen haben, immer positiv ist, so bleiben die Werte von u und v unverändert. Somit ergibt sich die Folgerung, daß wir bei den Integrationen nur die eine Hälfte der oben erwähnten Halbkugel zu berücksichtigen brauchen, beispielsweise das zwischen der xy- und der xz-Ebene gelegene Viertel der Kugeloberfläche, naturgemäß unter Verdoppelung des Resultates.

Durch eine den vorstehenden analoge Überlegung können wir erkennen, daß, wenn das in O in der xz-Ebene liegende Element $d\sigma$ auf beiden Seiten von Ionen getroffen werden kann, die Gesamtwirkung null ist. Wir erhalten nämlich das Ergebnis null, wenn wir zu den u und v, die von den aus den vorgenannten Punkten (x_0, y_0, z_0) und $(x_0, y_0, -z_0)$ kommenden Ionen herrühren, jene hinzufügen, die von den Ionen herrühren, welche aus den in bezug auf die Oz-Achse hierzu symmetrischen Punkten kommen. Es folgt daraus, daß eine bewegliche Scheibe nicht das Bestreben hat, sich zu verschieben, wenn die Ionen frei an ihre beiden Flächen herantreten können.

5. Die Integration, die erforderlich ist, um die Wirkung der aus jener Halbkugel kommenden Ionen zu berechnen, in deren Mittelpunkt sich das in der xz-Ebene liegende Element $d\sigma$ befindet, ist für die zum Element $d\sigma$ parallelen Komponenten u sehr leicht, aber keineswegs

für die zu diesem Element senkrechten Komponenten v. Glücklicherweise brauchen wir, wie wir weiter unten sehen werden, diese nicht zu berücksichtigen.

Die Resultante der u für die Ausgangspunkte (x_0, y_0, z_0) und $(x_0, y_0, -z_0)$ ist, wie soeben dargetan, das Doppelte des Wertes von u aus (9), also

$$u = -k\varrho \cos(\alpha_0 + \Theta) : \sin \alpha_0.$$

Wir setzen die Wirkung dieser beiden Punkte mit jener der in bezug auf die yz-Ebene zu ihnen symmetrischen Punkte, also der Punkte $(-x_0, y_0, z_0)$ und $(-x_0, y_0, -z_0)$, zusammen. Die u für diese beiden Punkte zusammen erhalten wir aus der zuletzt geschriebenen Gleichung, wenn wir das Vorzeichen von x_0 vertauschen oder Θ in $\pi - \Theta$ verändern. Wir finden dann:

$$u = k\varrho \frac{\cos(\alpha_0 - \Theta)}{\sin \alpha_0}.$$

Addieren wir diesen Wert zu dem vorstehenden, so erhalten wir das u für das System der vier Punkte, nämlich:

$$u = \frac{k\varrho}{\sin \alpha_0}[\cos(\alpha_0 - \Theta) - \cos(\alpha_0 + \Theta)],$$

oder auch:

$$u = 2\,k\varrho \sin \Theta.$$

Mit dieser Formel werden wir offenbar die Integration nur über das zwischen den positiven Richtungen der drei Achsen belegene Achtel der Kugel zu erstrecken haben, und diese Integration ist sehr leicht.

Es sei ds das Element der Kugel mit dem Halbmesser r und dem Mittelpunkt O, das sich in (x_0, y_0, z_0) befindet. Nennen wir den Winkel zwischen Oz und der Geraden OM_0, die vom Anfangspunkte O zum Punkte (x_0, y_0, z_0) geht, φ, so wird:

$$\varrho = r \sin \varphi \quad \text{und} \quad ds = r^2 d\Theta \sin \varphi\, d\varphi.$$

Dies vorausgeschickt, ist die zu Ox parallele Bewegungsgröße dq, die dem Element $d\sigma$ in der Zeiteinheit seitens der oben betrachteten vier Punkte erteilt wird,

$$dq = n\, ds\, d\sigma \cdot u \cdot m,$$

wo der erste Faktor die Anzahl der Ionen darstellt, die in der Zeiteinheit von ds nach $d\sigma$ gehen. Setzen wir für u, ds und ϱ ihre Werte ein, so erhalten wir:

$$dq = n\, d\sigma \cdot r^2 d\Theta \sin \varphi\, d\varphi \cdot 2kr \sin \varphi \sin \Theta \cdot m$$

und somit:

$$q = 2kmnr^3 d\sigma \int_0^{\pi/2} \sin^2 \varphi\, d\varphi \int_0^{\pi/2} \sin \Theta\, d\Theta.$$

Wenn wir integrieren und

$$A = \pi kmnr^3 = \pi Henr^3$$

setzen, so erhalten wir schließlich für die auf die Zeiteinheit bezogene Bewegungsgröße, die von allen, auf die Fläche eines zur Feldrichtung parallelen Elementes $d\sigma$ auftreffenden Ionen herrührt,

$$q = {}^1/_2 A\, d\sigma. \qquad (10)$$

Ihre Richtung ist parallel zum Element und senkrecht zur Feldrichtung.

6. Es ist nunmehr leicht, die Wirkung zu berechnen, die, wie in den von mir beschriebenen Versuchen, auf den um eine vertikale Achse drehbaren Körper ausgeübt wird.

Als erstes Beispiel will ich ein rechtwinkeliges Parallelepiped untersuchen, das um die Verbindungslinie der Mittelpunkte seiner beiden Horizontalflächen drehbar ist. Die Richtung des Magnetfeldes nehmen wir immer als vertikal an.

Es seien a und b die horizontalen Kanten, c die vertikale. Die Wirkung der horizontalen Komponenten v auf ein gegebenes Oberflächenelement des Körpers wird durch jene auf ein entsprechendes gleich großes Element der gegenüberliegenden Fläche aufgehoben. Infolgedessen wird es genügen, wie übrigens bereits angegeben, die zu den Elementen parallelen horizontalen Komponenten u zu berücksichtigen. Nun ist ${}^1/_2 A\, d\sigma$ die Bewegungsgröße, die einem Element $d\sigma$ seitens der Ionen in der Zeiteinheit erteilt wird; für die ganze Fläche vom Inhalt ac wird sie mithin ${}^1/_2 A \cdot ac$ sein, und ihr Moment in bezug auf die Drehungsachse wird ${}^1/_2 A \cdot ac \cdot b/_2$ oder ${}^1/_4 Aabc$ sein. Für jede der Flächen vom Inhalt bc werden wir einen gleichen Wert erhalten. Mithin wird das Moment μ der Bewegungsgröße, die, wie wir voraussetzen, ganz und gar von den Ionen auf den beweglichen Körper übertragen wird, für die vier Seitenflächen:

$$\mu = Aabc = AU$$

sein, wenn wir mit U das Volumen des Parallelepipeds bezeichnen. Dies ist die Gesamtwirkung, denn die Stöße, die von den horizontalen Flächen aufgenommen werden, haben das Moment Null.

In analoger Weise ist der Fall eines um seine eigene Achse beweglichen vertikalen Zylinders zu behandeln.

R sei der Halbmesser des Zylinderquerschnitts und L seine Höhe. Da ${}^1/_2 A\, d\sigma \cdot R$ das Moment der Bewegungsgröße ist, die in der Zeiteinheit einem Element $d\sigma$ erteilt wird, so wird das Moment μ für die gesamte seitliche Oberfläche $2\pi RL$ des Zylinders

$$\mu = A\pi R^2 L = AU$$

sein, wenn wir auch hier wieder mit U das Volumen des aufgehängten Körpers bezeichnen.

Identische Ergebnisse erhalten wir für anders

gestaltete Körper, z. B. für Prismen, Kegel, Kugeln usw.

Aus der Formel

$$\mu = AU = \pi H e n r^3 U$$

leiten wir folgende Schlüsse ab:

Das Moment μ ist

1. proportional der Magnetfeldstärke;

2. unabhängig von der den Ionen erteilten Geschwindigkeit; das versteht sich von selbst, wenn wir bedenken, daß bei einer Vergrößerung von V jedes Ion weniger von der Bahn abgelenkt wird, die es verfolgen würde, wenn das Feld nicht vorhanden wäre, ein Fall, in dem natürlich keine Drehungen entstehen;

3. proportional dem Volumen des beweglichen Körpers;

4. proportional n und r^3; aber hieraus können wir keine sicheren Schlüsse über den Einfluß der Verdünnung des Gases ziehen; wahrscheinlich wächst nämlich r, wenn der Druck des Gases sich vermindert; gleichzeitig aber wird n kleiner, weil die Zahl der Moleküle, und damit auch jene der vorhandenen Ionen, kleiner wird.

Die vorstehende Formel läßt sich übrigens sehr verallgemeinern. Wir wollen uns auf den Fall eines um seine eigene vertikale Rotationsachse Oz drehbaren Rotationskörpers beschränken und uns in der xz-Ebene seine Meridiankurve gezeichnet denken, und es sei dl ein Element dieser Kurve mit den Koordinaten x und z. Bei der Drehung um die Oz-Achse, während welcher die genannte Kurve die dem Stoße der Ionen ausgesetzte Fläche erzeugt, beschreibt ein Linienelement dl eine Fläche $2\pi x \cdot dl$. Die Stöße der Ionen auf jedes Element $d\sigma$ dieser Fläche haben die Wirkung, ihm eine Bewegungsgröße $^1/_2 A \cos\beta \cdot d\sigma$ in der Richtung der horizontalen Tangente mitzuteilen, wenn β der Winkel zwischen Oz und dl ist.

Wir brauchen nämlich die zur Achse Oz parallelen oder die diese Achse treffenden Komponenten der Geschwindigkeit nicht zu berücksichtigen, denn sie haben das Moment Null, und in dem Ausdruck für die wirksame Komponente müssen wir H durch $H \cdot \cos\beta$ ersetzen, weil doch die Wirkung auf ein zur Feldrichtung senkrechtes Element null ist.

Das Moment dieser Bewegungsgröße in bezug auf die Drehungsachse ist $^1/_2 A \cos\beta \cdot d\sigma \cdot x$, und für die ganze durch die Umdrehung des Elements dl erzeugte Fläche ist es $^1/_2 A \cos\beta \cdot 2\pi x \cdot dl \cdot x$, oder auch $\pi A x^2 dz$, weil

$$dz = dl \cos\beta$$

ist.

Für die ganze Rotationsfläche wird demnach das Moment der vom Stoße der Ionen in der Zeiteinheit herrührenden Bewegungsgröße

$$\mu = -A \int \pi x^2 dz,$$

wo die Integration über die ganze Meridiankurve zu erstrecken ist. Offenbar ist $\int \pi x^2 dz$ dann nichts anderes als das Volumen U des beweglichen Körpers; folglich ist $\mu = -AU$.

Ebenso wie die Bewegungsgröße, welche die Moleküle eines Gases durch ihre Stöße in der Zeiteinheit den Wänden eines Gefäßes erteilen, einer kontinuierlichen Kraft, nämlich dem Gasdruck, äquivalent ist, so ist auch das Moment der Bewegungsgröße, welche die Ionen in der Zeiteinheit dem beweglichen Körper erteilen, einem kontinuierlich wirkenden Kräftepaar äquivalent. Wenn der Körper an einem Faden aufgehängt ist, so wird die Torsionselastizität dieses Fadens diesem Kräftepaar das Gleichgewicht halten können, und dann wird der dieser Elastizität proportionale Torsionswinkel ein relatives Maß für dieses Kräftepaar liefern. Hierauf beruht die Möglichkeit, die aus der Theorie gefolgerten Ergebnisse, die ich oben ausgesprochen habe, experimentell zu bestätigen.

Bei den Stößen der Gasmoleküle nimmt man an, daß die Moleküle von der getroffenen Wand zurückprallen; für den Fall der Ionen läßt sich einstweilen noch nichts Sicheres behaupten, und es ist möglich, daß sie auf dem kreisenden Körper haften bleiben.

7. Gegen die Berechtigung der am Ende des Abschnitts 5 ausgeführten Rechnung, durch die wir zu der Formel

$$q = {}^1/_2 A \cdot d\sigma$$

gelangt sind, läßt sich ein Einwand erheben.

Wir wollen immer voraussetzen, daß das Element $d\sigma$ in O in der xz-Ebene liege, und wollen es auch tatsächlich als eines der Elemente einer ebenen Fläche ansehen, die dem vom Stoße der Ionen getroffenen Körper angehört. Es kommt nun vor, daß bei gewissen Lagen, die wir dem Punkte (x_0, y_0, z_0) auf der Kugel mit dem Mittelpunkt O und dem Halbmesser r beilegen, die Bahn, welche die von diesem Punkte ausgehenden Ionen durchlaufen, ehe sie in O anlangen, die xz-Ebene anderswo (im Punkte N unserer Figur) trifft. Das Ergebnis unserer im Abschnitt 5 angestellten Rechnung scheint demnach fehlerhaft zu sein, weil wir nicht, wie wir es doch getan haben, die Stöße jener Ionen berücksichtigen durften, die das Element $d\sigma$ nicht erreichen.

Nun findet aber, wenn N derselben ebenen Fläche angehört, von welcher $d\sigma$ ein Element ist, ein Ausgleich dadurch statt, daß die durch den Stoß der Ionen in N hervorgebrachte Wirkung genau jener äquivalent ist, die diese Ionen

hervorgebracht haben würden, wenn sie bis nach O gelangt wären.

Der Punkt N ist nämlich dadurch charakterisiert, daß $y = 0$ und z (und somit auch α) von Null verschieden ist. Wenn wir nun in die zweite Gleichung von (5) zunächst für u_0 und v_0 ihre Werte aus den Gleichungen (6) einsetzen und dann $y = 0$ setzen, so finden wir nach einigen Umformungen:

$$\sin\alpha \cdot \sin(\alpha + \alpha_0 + \Theta) = 0$$

und, da α von Null verschieden ist:

$$\alpha = -\alpha_0 - \Theta.$$

Setzen wir diesen Wert für α in die erste der Gleichungen (8) ein, so finden wir für die Komponente in der x-Richtung der Geschwindigkeit, mit der das Ion auf die xz-Ebene trifft:

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -{}^1/_2\, k\varrho \frac{\cos(-\alpha_0 - \Theta)}{\sin\alpha_0}.$$

Dieser Wert ist identisch mit jenem von u in der ersten Gleichung von (9), und dieses u ist die x-Komponente der Geschwindigkeit, mit der das Ion diese Ebene treffen würde, wenn es bis nach O gelangen würde.

Dieser merkwürdige Ausgleich wird nur bei den Randelementen der ebenen Fläche versagen, wo das Element $d\sigma$ in O liegt. Aber der dann verbleibende Fehler wird zu vernachlässigen sein, sofern nur die Dimensionen dieser Fläche groß im Vergleich zu r sind. Für eine gekrümmte Fläche wird dasselbe gelten, sofern nur der Krümmungshalbmesser groß gegenüber r ist, und diese Bedingung kann man praktisch als fast immer verwirklicht ansehen.

8. Die hier dargelegte Theorie legt den Mechanismus und das eigentliche Wesen des Phänomens der ionomagnetischen Drehungen klar, und somit ist mit ihr das Ziel erreicht, das ich mir gesteckt hatte. Diese Theorie hat jedoch zur Voraussetzung gewisse Gleichförmigkeits- und Symmetrieverhältnisse, die sich nicht immer experimentell verwirklichen lassen.

Diese Verhältnisse sind beispielsweise dann nicht verwirklicht, wenn, wie bei meiner ersten Versuchsanordnung, die Ionisierung des Gases durch explosive Entladungen bewirkt wird. Dann werden rings um die Funken Ionen und Elektronen mit so beträchtlichen Geschwindigkeiten nach allen Richtungen hin ausgeschleudert, daß sie recht merkliche mechanische Wirkungen hervorbringen, und der kreisende Körper wird auf der den Funken zugekehrten Seite weit stärker von den Ionen umgeben als auf der entgegengesetzten Seite.

Abgesehen von dieser Dissymmetrie bewirkt bereits der Umstand, daß viele unter den Ionen sehr große Geschwindigkeiten besitzen, daß ihre freie Weglänge viel größere Werte annehmen kann, als wir oben für den mittleren Wert von r vorausgesetzt haben.

Diesen Umstand können wir zur Erklärung meines ersten Versuches über die ionomagnetische Drehung heranziehen, nämlich des Versuches über die Drehung einer Art von Mühlrädchen mit ebenen vertikalen Flügeln.

Zur Erklärung jener Erscheinung hatte ich eben angenommen, daß jeder Flügel einen seiner Nachbarn vor dem Bombardement der Ionen schütze, und damit ist die Annahme gemacht, daß, zum mindesten für einen Teil der Ionen, die freie Weglänge vor dem Anprall an den Körper nicht klein ist.

Um die im Abschnitt 6 ausgesprochenen theoretischen Ergebnisse einigermaßen experimentell zu bestätigen, müßte man daher das Gas nicht mittels der so wirksamen Methode des Funkens ionisieren, sondern auf irgendeine andere Weise; die zu beobachtenden Effekte würden dann jedoch sehr viel weniger ausgeprägt sein.

Bologna, im April 1914.

(Nach Lincei Rendiconti (5) **23**, (1), 897—906, 1914, aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé).

(Eingegangen 10. August 1914.)

Über ein Modell zur Erklärung der Lichtemission. IV.

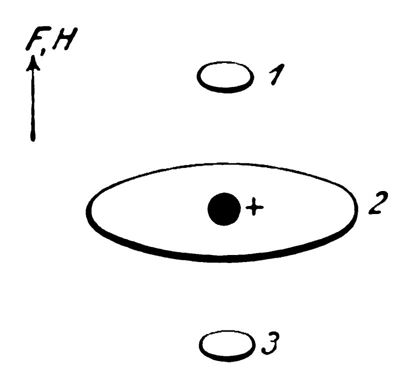
Von E. Gehrcke.

§. 12.[1]) Kürzlich hat Garbasso[2]) interessante Beobachtungen an der elektrisch und magnetisch aufgespaltenen Wasserstofflinie H_α mitgeteilt. Er kommt zu dem Schluß, daß es unmöglich sei, die allereinfachsten Vorgänge, die sich bei der H_α-Linie abspielen, nach der klassischen Theorie durch die Schwingungen eines einzigen Teilchens zu erklären. Ich gestatte mir darauf hinzuweisen, daß an Hand des von mir versuchten Modells sich die Erklärung für die Beobachtungen von Garbasso ohne Schwierigkeit und ohne neue Hypothesen geben läßt.

1, 2, 3 seien 3 Ringe einer Stufenfläche eines H-Atoms (vgl. § 11), und zwar solche, von denen ein Elektron abspringen kann, das die Linie H_α erzeugt. Das Elektron fällt dann bis zu einer (in der Figur nicht gezeichneten) Stufenfläche in großer Nähe des positiven Kernes, wo es homogene Schwingungen vollführt. Dieser Vorgang findet ohne Störung statt, wenn kein äußeres elektrisches Feld da

1) Vgl. E. Gehrcke, Diese Zeitschr. **15**, 123, 198, 344, 1914.

2) A. Garbasso, Diese Zeitschr. **15**, 729, 1914.



ist. Ein vorhandenes äußeres Feld F richtet[1]) das Ringsystem des Atoms (vgl. § 11), so daß die Ebenen der Ringe senkrecht zu F stehen, und man bekommt so statt einer Linie H_α das früher diskutierte[2]) elektrische Triplet von Stark, dessen Polarisationszustände und Abstandsgesetz ich in völliger Übereinstimmung mit der Erfahrung abgeleitet habe.

Nun wollen wir, gemäß der Versuchsanordnung von Garbasso, außer dem elektrischen Feld F ein Magnetfeld H von gleicher Richtung voraussetzen. Dieses bewirkt, daß die Schwingungen der Elektronen nicht mehr allein unter der Wirkung einer quasielastischen Kraft vor sich gehen, sondern eine Störung erleiden, wie uns dies Lorentz gelehrt hat. Im einzelnen ergibt sich für das Kombinationsfeld F, H folgendes:

Die von den polaren Ringen 1 oder 2 abspringenden Elektronen, welche nach dem Früheren die äußeren Komponenten des elektrischen Triplets erzeugen, schwingen parallel H, also wird ihre Frequenz durch die Anwesenheit des Magnetfeldes H nicht geändert. Wir müssen mithin im Kombinationsfelde F, H bei Beobachtung senkrecht zur Feldrichtung die beiden äußeren Komponenten des elektrischen Triplets ungeändert erhalten, wie dies tatsächlich in der von Garbasso angegebenen Figur (S. 730 unten) der Fall ist.

Ein von dem äquatorialen Ringe 2 abspringendes Elektron, welches die innere unverschobene Komponente des elektrischen Triplets erzeugt, schwingt senkrecht zu H, also wird seine Frequenz vom Magnetfeld geändert werden müssen. Da in den verschiedensten Atomen alle möglichen Fall- und Schwingungsrichtungen, aber beim Abspringen vom Ringe 2 nur solche in der Ringebene vorkommen, so wird folglich die mittlere Komponente des elektrischen Triplets den normalen Zeeman-Effekt zeigen können, also nach Lorentz bei Beobachtung senkrecht zu H zwei äußere Komponenten, die senkrecht zu H polarisiert sind, und eine innere, parallel H polarisierte Komponente. Die Intensität der letzteren muß aber verschwinden, weil ein vom Ringe 2 fallendes Elektron keine Bewegungskomponente und keine Schwingungskomponente parallel zu H hat. Tatsächlich werden also nur die beiden äußeren Komponenten des magnetischen Triplets, nicht die innere Komponente, entstehen. Dies ist genau das von Garbasso angegebene Verhalten von H_α (vgl. die Figur S. 730 unten bei Garbasso).

Diese Darlegungen betreffen das Verhalten von H_α bei nicht zu hoher Auflösungskraft des optischen Apparates. Es ist klar, daß analoge Betrachtungen auch auf H_β und die andern Serienlinien erstreckt werden können, doch liegen hierfür noch keine Beobachtungen vor.

§ 13. Für mein Modell der Lichtemission ist die Voraussetzung von Energiequanten zulässig, aber nicht notwendig. Wohl ist diesem Modell eigentümlich, daß zwischen lebendiger Kraft $\frac{m}{2}v^2$ eines Elektrons und Schwingungszahl ν der bei der Vernichtung dieser Energie entstehenden Schwingungen einfache Proportionalität besteht. Aber damit ist keineswegs gesagt, daß der Betrag $h\nu$ als Strahlungsenergie immer voll zur Ausstrahlung kommt, es können vielmehr beliebig kleine Bruchteile von $h\nu$ in elektromagnetische Strahlung und der Rest in anderweitige Energieformen verwandelt werden. Die Gleichung $\frac{m}{2}v^2 = h\nu$ erscheint lediglich als eine aus mehreren experimentellen Gründen wahrscheinliche Beziehung zwischen der Elektronen-Geschwindigkeit und -Frequenz, und z. B. als Folge des Anlaufens eines Elektrons gegen eine Grenzfläche (Äthervakuum). Dieser letzte Gedanke gibt viel Anlaß zu mathematischen Spekulationen; ich zweifle nicht, daß es möglich ist, sie so auszugestalten, daß die Beziehung $\frac{m}{2}v^2 = h\nu$ und gleichzeitig die bisher völlig rätselhafte quasielastische Kraft sich als Folge der Maxwellschen elektromagnetischen Gleichungen ergibt, ohne die Idee der atomistisch unterteilten Energie (Energiequanten) anzuwenden.

(Eingegangen 3. September 1914.)

1) Ein magnetisches Feld übt nach meinen Annahmen keine richtende Wirkung auf das Atom aus.

2) Vgl. E. Gehrcke, l. c. u. Verh. d. Dtsch. Phys. Ges. 16, 431, 1914.

Eine Abänderung der Braunschen Röhre zur direkten Darstellung von Wechselstromkurven.

Von F. C. Kock.

(Mit Tafel XIII und XIV.)

Die Braunsche Röhre gibt bei Kurvenaufnahmen auf dem Leuchtschirm, falls nicht besondere Kunstgriffe angewendet werden, nur die Ordinaten der aufgenommenen Kurven, während die der Zeit entsprechende Abszisse und damit die Kurve selbst, gewöhnlich durch Auflösung im rotierenden Spiegel, oder bei photographischen Aufnahmen durch die fallende Platte, oder auf einem umlaufenden Film erhalten wird. Von Zenneck[1]) sind zwei Verfahren angegeben, welche es gestatten, die Kurve auf dem Schirm direkt sichtbar zu machen. Das erste besteht in der Anwendung eines rotierenden Widerstandsbandes, von welchem ein der Zeit proportionaler Strom abgenommen wird, der in einem besonderem Spulenpaar, welches zu den vom zu untersuchenden Wechselstrom durchflossenen Spulen senkrecht steht, eine der Abszisse entsprechende Ablenkung des Lichtfleckes liefert.

Das zweite Verfahren benutzt zur Erzeugung des Hilfsstromes den in der Nähe der Abszissenachse fast geradlinig ansteigenden Teil einer sinusförmigen Wechselstromkurve, um den Lichtfleck mit praktisch konstanter Geschwindigkeit über den Leuchtschirm in Richtung der X-Achse zu verschieben. Der den Hilfswechselstrom liefernde Generator ist mit dem zu untersuchenden Generator starr gekoppelt.

Von Ryan[2]) ist weiter ein Verfahren angegeben, bei welchem zum Ausziehen der Kurve ein möglichst von höheren Harmonischen gereinigter sinusförmiger Wechselstrom benutzt wird. Es wird allerdings hierbei auf die gleichförmige Bewegung des Fleckes in der Richtung der X-Achse verzichtet, und ergeben sich die wirklichen Kurven erst durch graphische Konstruktion aus den aufgenommenen.

Methoden zum Ausziehen der X-Ordinate bei schwingenden Kondensatorentladungen mit aperiodischem Hilfskreis haben Simon[3]) und Mandelstam[4]) angegeben. Die letztere Methode ist von Roschansky[5]) zur Untersuchung von sehr schnellen Funkenentladungen benutzt worden.

Das Ausziehen mit einer Hilfsschwingung, wobei die aufgenommene Kurve als stehende Lissajousche Figur auf dem Leuchtschirm erscheint, eignet sich der grossen Helligkeit wegen besonders für hohe Perioden.

In der vorliegenden abgeänderten Konstruktion der Braunschen Röhre ist der Versuch gemacht, die zu untersuchenden Wechselstromkurven usw. ohne Verwendung von elektrischen Hilfsmitteln auf mechanischem Wege im Rohr selbst sichtbar zu machen.

Die Röhre ist so gebaut, daß sie die Kurven direkt gibt, und sich für den gleichen Bereich der Schwingungszahlen, wie der Oszillograph eignet (n = ca. 1000/sek.). Dieselbe ist als ein billiges Ersatzmittel des Oszillographen gedacht und soll sowohl zur objektiven Darstellung von Kurven für Demonstrationszwecke, als auch zur photographischen Aufnahme derselben bei ruhender Platte dienen. Fig. 1 zeigt die Anordnung des Rohres. Der untere zylindrische Teil des

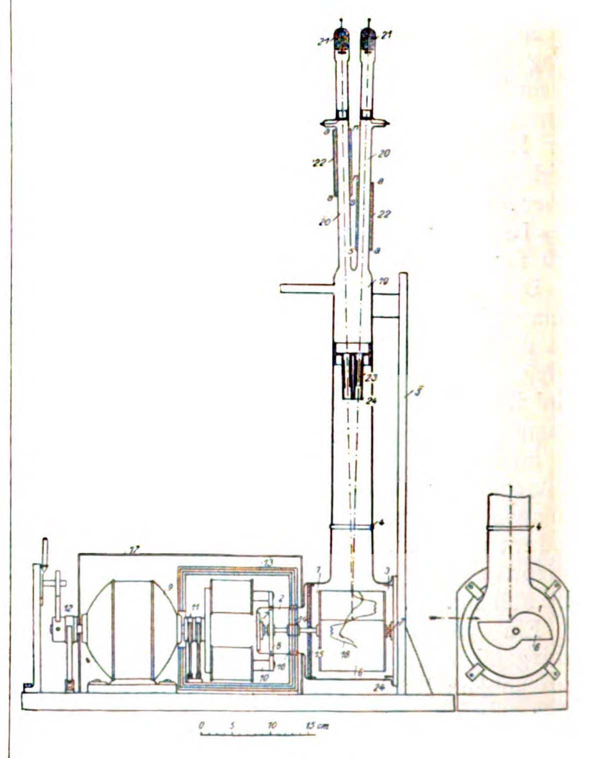


Fig. 1.

Rohres (1) hat auf der einen Seite den Ansatz (2) und ist auf der andern Seite auf eine Messingplatte (3) mit Dichtungsring aufgekittet. Auf der oberen Seite ist ein Tubus mit Schliff (4) seitlich von der vertikalen Mittellinie angeblasen.

Der Teil zur Erzeugung der Kathodenstrahlen ist durch diesen Schliff mit dem unteren Teil des Rohres verbunden. Die Befestigung

1) Zenneck, Wied. Ann. **69**, 838, 1899.
2) Ryan, The Electrician **41**, 791, 1903.
3) Simon, diese Zeitschr. **2**, 1901, 289.
4) Mandelstam, Jahrb. d. drahtl. Telegraphie **1**, 124, 1908.
5) Roschansky, Ann. d. Phys. **36**, 281, 1911.

der Teile aus Glas auf dem Holzstativ (5) ist aus der Zeichnung zu ersehen.

Im zylindrischen Teil rotiert eine Trommel (6) in Form einer doppelten Archimedischen Spirale, wie dieselbe in den Siemens-Oszillographen zur Sichtbarmachung der Kurven vor der eigentlichen Aufnahme benutzt wird.

Der Radiusvektor dieser Spirale wächst proportional dem Drehwinkel, so daß einem auf diese Trommel fallenden Lichtfleck eine Verschiebung proportional der Zeit in der Richtung der X-Achse erteilt wird, falls die Trommel rotiert.

Die entsprechend der Spirale gewölbten Flächen der Trommel sind mit einem Leuchtschirm aus Zinksulfid, welches auf dickes Zeichenpapier aufgetragen ist, bedeckt.

Die Achse der Trommel ist in zwei kleinen Kugellagern (7) gelagert und trägt einen Eisenanker (8), der von einem Elektromagneten mit entsprechend geformten Polschuhen mitgenommen wird.

Bei Drehung des auf der Achse des Elektromotors (9) sitzenden Elektromagneten (10), der durch Schleifringe (11) seinen Strom zugeführt erhält, gerät der leichte Leuchtschirm in sichere und gleichmäßige Rotation und folgt der Regulierung der Tourenzahl des Motors leicht und genau.

Beim vorliegenden Apparat ist ein Gleichstrommotor verwendet, doch ist es bei Aufnahme von Wechselstromkurven wohl zweckmäßig, außer dem Gleichstrommotor einen Synchronmotor anzubringen, so daß bei Erreichung des Synchronismus dieser an Stelle des Gleichstrommotors eingeschaltet werden kann, um völlig stillstehende Kurven zu haben, während für andere Zwecke der Gleichstrommotor oft vorteilhafter ist.

Die Achse des Motors trägt einen Kontaktapparat (12) mit verschiebbaren Bürsten zur Auslösung von Schaltvorgängen, langsamen Kondensatorschwingungen u. a. m.

Eine gleiche Drehung des Drehschirmes im Vakuum kann auch dadurch erreicht werden, daß im Glasgefäß auf der Achse ein leichter Rotor eines Drehstrommotors angeordnet wird, während der Stator sich eventuell außen auf der Glaswand befestigen läßt.

Um die Einwirkung des Streufeldes des Elektromagneten auf den Kathodenstrahl aufzuheben, ist die ganze Rotationsvorrichtung in einem aus mehreren Eisenschalen mit Luftzwischenraum bestehenden Gehäuse (13) untergebracht, von welchem der obere Teil abnehmbar ist.

Zwischen den Eisenschalen befindet sich eine Schale aus Kupfer, gleichfalls zur Vernichtung des umlaufenden Streufeldes dienend. Auf der Achse im Glasgefäß befinden sich die Fortsetzungen der Schalen (14) und im Glasgefäße ist weiter noch eine größere Platte aus Eisen (15) zur Überdeckung der durch die Glaswand herbeigeführten Fuge (16) festgekittet.

Motor und Kasten sind nochmals mit einem Eisenschutz (17) umgeben. Hierdurch ist es erreicht, daß der Lichtfleck, der ohne Schirmung nicht mehr auf dem Schirm bleibt, fast völlig dem Einfluß des rotierenden Elektromagneten entzogen wird, und die Kurve so gut wie still steht. Der obere Teil des Rohres dient zur Erzeugung des Kathodenstrahles und ist in der üblichen Weise mit einem Striktionsfeld versehen, um den Lichtfleck nach Belieben zusammenziehen zu können.

Der Strahl wird in der üblichen Weise elektromagnetisch oder elektrostatisch abgelenkt, so daß er in der Richtung der Achse, und zwar in der Zeichenebene selbst, pendelt.

Durch die Bewegung des Strahles und durch die Rotation der Trommel entsteht im oberen Teil von (1) die Kurve (18) und zwar so, daß die Abszissen horizontal, die Ordinaten vertikal erscheinen.

Im vorliegenden Rohr sind die Anordnungen so getroffen, daß gleichzeitig zwei Kathodenstrahlen erzeugt werden können und sich dadurch beispielsweise die Strom- und gleichzeitig die Spannungswelle eines Wechselstromkreises in einem Bilde zeigen lassen und damit die zwischen beiden vorhandene Phasenverschiebung.

Es ist zu diesem Zwecke das Rohr (19) oben geteilt und bildet zwei Ansätze (20), welche eine geringe Neigung zur Vertikalen haben. Beide Ansätze enthalten mit Stanniol hinterlegte Kathoden (21) nach Roschansky[1]). Dieselben geben einen besonders ruhigen Leuchtfleck, auch bei harter Röhre.

Beide Entladungsstrecken werden parallel an eine Influenzmaschine geschaltet und dient ein Jodkadmiumwiderstand in der besser leitenden Gasstrecke dazu, die Kathodenstrahlen auf gleiche Intensität und damit die Leuchtflecke auf gleiche Helligkeit einzuregulieren.

Beide Kathodenstrahlen sind von Striktionsspulen (22) umgeben. Das Feld der Spulen ist durch Anbringen eines schmalen Eisenstreifens (*aa*) an der äußeren Seite der Spule unsymmetrisch gemacht.

Durch Drehung der Spulen und durch Verschiebung derselben in der Richtung der Achse, durch geeignete Wahl der Polarität (s. Fig. 1) und durch passende Einregulierung der Stromstärke gelingt es trotz gegenseitiger Beeinflussung der Spulen zwei scharfe Lichtflecke zu erzielen, und diese eventuell unter Benutzung eines

1) s. Roschansky, l. c.

Hilfsmagneten in einen zusammenfallen zu lassen, so daß die durch beide Strahlen erzeugten Kurven in richtiger Phase zueinander liegen.

Die Ablenkung der Strahlen erfolgt im vorliegenden Rohr elektrostatisch durch zwei Ablenkungskondensatoren (23). Jeder derselben sitzt in einem viereckigen *Al*-Gehäuse (24), welches eventuell geerdet werden kann. Beide Kondensatoren sind dadurch gegeneinander genügend elektrostatisch geschützt, daß, wenn nur ein Kondensator an Spannung gelegt wird, der Lichtfleck des anderen dann die Nulllinie bei rotierendem Schirm zeichnet. Dadurch, daß die Strahlen nicht senkrecht zur Trommelachse stehen, ergibt sich ein Fehler in der Aufzeichnung, der aber bei dem Abstand von ca. 30 cm zwischen Trommeloberfläche und Ablenkungskondensator nicht beträchtlich ist. In gleicher Weise, wie sich zwei Kurven erzielen lassen, lassen sich im Bedarfsfalle durch weitere Unterteilung des Rohres wohl auch 3 Kurven erzielen dadurch, daß in einer Ebene gegeneinander geneigt zwei Röhren angebracht werden, und in einer dazu geneigten anderen Ebene ein drittes Rohr angeordnet ist. Es dürfte zweckmäßig sein den Röhren eine etwas größere Neigung gegeneinander zu geben, um eine geringere Beeinflussung der Striktionsfelder aufeinander zu erhalten.

Es wurden auch Versuche unternommen, die Striktionsspulen ganz zu vermeiden und eine Zusammenziehung der Lichtflecke auf elektrostatischem Wege durch geeignete Felder zu erhalten, um dieselben in ähnlicher Weise wie beim Oszillographen durch eine Zylinderlinse zusammenzuschnüren, und zwar in der Richtung der Ordinate, doch hatten diese Versuche keinen völligen Erfolg.

Die elektrostatische Ablenkung der Kathodenstrahlen eignet sich gut für Aufnahme von Spannungskurven, während bei Stromaufnahmen ein größerer induktionsfreier Widerstand, der zur Ablenkung erforderlichen Spannung wegen, nötig wird, wodurch wieder die Gesamtspannung im zu untersuchenden Stromkreis zu erhöhen ist. Es ließe sich aber wohl durch entsprechenden magnetischen Schutz im Innern des Rohres eine magnetische Abschirmung für einen Strahl erzielen, so daß nur der andere dem Strom entsprechende magnetisch abgelenkt wird. Man könnte also bei Aufnahmen von Strom und Spannungskurve eines Stromkreises die Spannungskurve durch elektrostatische, die Stromkurve durch elektromagnetische Ablenkung erzeugen. Im Bedarfsfalle würde auch eine zweimalige Anwendung der elektromagnetischen Ablenkung möglich sein.

Um einige Angaben über den Apparat zu geben, sei kurz erwähnt, daß zum Zusammenziehen der Flecke in den Striktionsspulen ca 1 Amp. erforderlich ist.

Die Trommel machte bei den Aufnahmen bis $n = 1600$/min Umdrehungen.

Die maximalen Ordinaten der Kurve ergeben sich der Größe der Trommel entsprechend zu 45 mm. Es ist zur Erzielung derselben eine Spannung von ca. 200 Volt am Ablenkungskondensator erforderlich.

Die kleinen Kugellager (7), in denen die Trommelachse läuft und die erst zu Bedenken Anlaß zu geben schienen, haben sich, bei ganz schwacher Ölung mit einem schwer verdampfbaren Öl oder auch ganz ohne Öl laufend, völlig bewährt, so daß dauernde Aufnahmen mit dem Apparat möglich sind.

Bei einer Neuanfertigung des Apparates wäre es wohl zweckmäßig, den ganzen unteren Teil des Apparates aus Metall zu machen und ein Fenster anzuordnen, um eine Verzerrung der aufgenommenen Kurven durch das runde Glasgefäß zu verhindern.

An der Kittstelle zwischen Glasgefäß (24) und Messingplatte ließe sich ferner leicht eine Quecksilberdichtung anbringen, falls bei Anfertigung des unteren Teiles aus Metall nicht eine Verlötung vorzuziehen wäre.

Die mit dem Apparat erzielten Kurven sind sehr hell und können im unverdunkelten Zimmer gut beobachtet und im verdunkelten Raume leicht einem größeren Auditorium demonstriert werden.

Es kam zu den Momentaufnahmen von ca. $^1/_{10}$ sek. Expositionszeit ein Projektionsobjektiv von Busch Ser. *W. f*: 2.1 zur Verwendung. Als besonders geeignet für die Aufnahmen erwiesen sich Lumière-Platten, violett Siegel, und Chromo-Platten der Anilin-Gesellschaft.

Auf beistehenden Tafeln sind einige Aufnahmen, die mit dem Apparat erzielt wurden, wiedergegeben, doch konnten wegen der militärischen Dienstpflicht des Verfassers die endgültigen Aufnahmen u. a. von gleichzeitig zwei Kurven, z. B. von Strom- u. Spannungskurven eines Wechselstromkreises unter verschiedenen Verhältnissen, welche erst ein Bild der Leistungsfähigkeit des Apparates ergeben würden, leider nicht mehr ausgeführt werden.

Es sollen daher die Aufnahmen, soweit sie vorhanden sind, die aber teilweise erst Versuchsaufnahmen darstellen, und bei stillstehender Platte als Momentaufnahmen ausgeführt wurden, in unretuschiertem Zustande wiedergegeben werden.

Fig. 1. (Tafel XIII) zeigt unter *a*, *b*, *c* eine Reihe von Einschalt- und Ausschaltkurven von mit Selbstinduktion verschiedener Größe behafteten Stromkreisen, wie sie mittels des Kontaktappa-

rates Fig. 1—12 bei verschiedener Einschaltdauer erzielt wurden.

Fig. 2 *a, b* (Tafel XIII) zeigt eine gedämpfte langsame Kondensatorschwingung in einem Schwingungskreis von 20 Mikrofarad Kapazität und Papierkondensatoren. Dieselbe wurde mittels eines von Zenneck und Bukop (diese Zeitschr. **14**, 226, 1913) angegebenen Kontaktapparates und elektromagnetischer Ablenkung des Kathodenstrahls erhalten.

Fig. 3 *a, b, c, d* Tafel XIV geben Aufnahmen einer technischen Wechselstromspannungskurve wieder, mit ausgeprägten Oberschwingungen.

Die Aufnahmen, als erste Versuchsaufnahmen anzusprechen, zeigen, da der photographische Apparat noch nicht richtig gegen die Trommel orientiert war, verschiedene Helligkeit der einzelnen Kurventeile, ein Fehler, der bei richtiger Orientierung fortfällt.

Es macht sich ferner die Verzerrung der Kurven durch die zylindrische Form des Glasgefäßes, besonders bei *c* in den Aufnahmen bemerkbar, während sie bei der Betrachtung der Kurve bei Demonstrationen nicht als störend auffällt.

Die Aufnahmen geben als Versuchsaufnahmen die später erzielte haarscharfe Zeichnung der Kurven auf dem rotierenden Leuchtschirm nicht entsprechend wieder.

Bei der Untersuchung eines Einankerumformers mit Feuer an den Bürsten und daher ganz unregelmäßiger Spannungskurve mit scharfen Zacken grosser Amplitude, welche die Form der Grundwelle völlig überdeckten, zeigte sich, soweit sich dies aus den Vorversuchen entscheiden ließ, der Apparat als masseloser Oszillograph in der Wiedergabe der Details dem technischen Oszillographen überlegen.

Charlottenburg, Phys. Institut der Technischen Hochschule, August 1914.

(Eingegangen 26. August 1914.)

Über die Beziehung zwischen dem Ausschlagswinkel und dem Potential beim Blattelektroskop.
(Sulla relazione tra l'angolo di deviazione e il potenziale nell'elettroscopio a foglia).

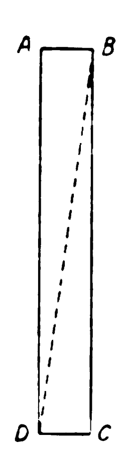
Von Giovanni Costanzo.

Die Gestalt, die man bisher dem Elektroskopblättchen gegeben hat, war als die naturgemäßte die eines rechteckigen Streifens. Für ein solches Blättchen läßt sich leicht die Beziehung

$$\frac{1}{2}(C_\varphi - C_0)V^2 = pL\sin^2\frac{\varphi}{2}$$

aufstellen, wo V das Potential, p das Gewicht, L die Länge und φ der Ablenkungswinkel des Blättchens ist, und C_φ und C_0 die den Winkeln φ und O entsprechenden Kapazitäten sind.

Denken wir uns von dem Blättchen $ABCD$



(s. die Figur) das Stück BCD fortgenommen, so wird die Formel:

$$\frac{1}{2}(C'_\varphi - C'_0)V^2 = \frac{2}{3}p'L\sin^2\frac{\varphi'}{2}, \qquad (1)$$

wo die gestrichelten Größen die neuen Werte bezeichnen, welche die Kapazität des Systems, das nunmehr auf die Hälfte erniedrigte Gewicht und der Ausschlagswinkel annehmen. Aus einer Vergleichung beider Formeln geht hervor, daß bei gleichen Werten von L und V, $\varphi' > \varphi$ ist. Ersetzen wir also in einem Elektroskop ein rechteckiges Blättchen durch ein dreieckiges von gleicher Grundlinie und gleicher Höhe wie das rechteckige, so wächst der Wert des Verhältnisses zwischen dem Ablenkungswinkel und dem Potential, mithin wird die **Potentialempfindlichkeit des Apparates größer**.

Wegen der Schwierigkeiten, welche die Konstruktion von Apparaten mit streng vergleichbaren Dimensionen bietet, war es mir nicht möglich, zu einer richtigen experimentellen Bestätigung im eigentlichen Sinne zu gelangen. Als ich indessen an einen und denselben Halter einerseits ein rechteckiges Blättchen anklebte und andererseits ein dreieckiges, beobachtete ich, trotzdem dieser Fall nicht streng genommen der in Frage kommende ist, beim dreieckigen Blättchen einen sichtlich größeren Ausschlag.

Quantitative Messungen stellte ich in der Weise an, daß ich in einem und demselben Apparate nacheinander verschiedene Blättchen verwandte, die ich mit Hilfe einer Trockenbatterie auf ein und dasselbe Potential brachte. Die Ergebnisse stimmten untereinander nicht ganz überein; das beruht wahrscheinlich auf den

genannten experimentellen Schwierigkeiten. Ich erhielt aber immer für das Verhältnis zwischen dem Ausschlag des dreieckigen Blättchens und jenem der rechteckigen Werte, die größer als eins waren und zwischen 5/4 und 6/4 lagen.

Lissabon, Physikalisches Laboratorium des „Instituto Superior Tecnico".

(Nach dem Manuskript aus dem Italienischen übersetzt von Max Ikle).

(Eingegangen 3. September 1914.)

Bemerkung zu meiner Abhandlung: „Über die Zerlegung des Röntgenlichtes an einem Bleirand". [1])

Von J. Laub.

Aus einem mir heute zugegangenen Briefe des Herrn H. Busch ersehe ich, daß der Schlußsatz der oben genannten Abhandlung (in seiner knappen Fassung) leicht mißverstanden werden kann. Ich wollte nur sagen, daß bei den Versuchen des Herrn Herweg ein großer Teil der Linien, wenigstens die Linien „erster Ordnung"[2]), sehr wahrscheinlich bereits an dem Bleirande der Blende entsteht. Die Gipsplatte spielt nur insofern eine sekundäre Rolle, daß an ihr die schon vorhandenen Röntgenlinien selektiv reflektiert werden, ferner, daß sie nur ein stärkeres Auflösungsvermögen besitzt. Das schloß ich und schließe ich aus einer großen Reihe von Versuchen.

Die Hauptsache war, darauf hinzuweisen, daß der Bleispalt nicht etwa nur ein Strahlenbündel ausblendet.

1) Diese Zeitschr. **15**, 732, 1914.
2) Verh. d. Deutsch. Phys. Ges. **16**, 76, 1914.

Buenos-Aires, Departamento de Fisica del Instituto Nacional del Profesorado Secundario 13. Juli 1914.

(Eingegangen 25. August 1914.)

Bemerkung zu der Abhandlung der Herren Helmut Kröncke, Gotthelf Leimbach und Erich Mayer: Über eine neue Methode zur Erzeugung schwach gedämpfter Schwingungen mittels Löschkondensator.

Von E. Take.

In Heft 15 dieser Zeitschrift vom 1. August dieses Jahres (S. 733—737) veröffentlichten die Herren H. Kröncke, G. Leimbach und E. Mayer ein neues, sehr interessantes und wertvolles Verfahren der Löscherregung zur Erzeugung schwach gedämpfter Wellen. Hierbei werden Löschfunkenstrecken mit parallel geschalteter Kapazität oder besser noch Löschfunkenstrecken hoher Eigenkapazität verwendet, für welche die Verfasser die Bezeichnung „Löschkondensator" vorschlagen.

Diese letztere Bezeichnung scheint mir indessen nicht sehr zweckmäßig zu sein, insofern ja bereits M. Vos[1]) eine von der obigen vollständig verschiedene Anordnung als „Löschkondensator" eingeführt hat. Vos schaltete in den Stoßkreis eine bis auf wenige Millimeter evakuierte Röhre ohne innere Elektroden, welche, mittels äußerer Belege angeschlossen, unter gewöhnlichen Umständen also eine gewisse Kapazität repräsentiert. Bei starkem Anwachsen der Spannung an den Außenbelegen wird jedoch der Gasinhalt ionisiert; dadurch steigt dann die Leitfähigkeit im Innern der Röhre so bedeutend, daß auch für sehr schnelle Schwingungen in der ionisierten Luft die Leitungsströme sehr viel stärker als die Verschiebungsströme sind. Sobald nun aber die Energie des Stoßkreises an den Sekundärkreis übergegangen ist, verschwindet mit dem Herabsinken der Spannung im primären Kreis auch die Ionisation in der luftverdünnten Röhre. Die Wirkungsweise ist also im Prinzip dieselbe wie bei der Wienschen Löschröhre, mit dem Unterschiede jedoch, daß die Vossche Vakuumröhre keine im Glase eingeschmolzenen Innenelektroden besitzt, und daß andererseits im Augenblick des Löschens infolge der bedeutenden Kapazitätsänderung noch eine Verstimmung zwischen Stoßkreis und Sekundärsystem eintritt, wodurch die Löschwirkung noch vervollkommnet wird.

Die Vossche Vakuumröhre zur Erzeugung elektrischer Stoßerregung stellt also direkt einen Kondensator dar, dessen Zwischenmedium durch Ionisierung bzw. Entionisierung und auch durch die damit verbundene Kapazitätsänderung die Löschwirkung im Stoßkreis hervorbringt. Ich glaube daher, daß es zweckmäßig sein dürfte, ausschließlich für die oben beschriebene Anordnung von Vos mit Recht die von ihm selbst vorgeschlagene Bezeichnung „Löschkondensator" beizubehalten.

1) Moritz Vos, Über eine neue Form der Stoßerregung elektrischer Schwingungen. Inaug.-Diss. Marburg 1913. Wieder abgedruckt im Jahrb. d. drahtl. Telegr. **7**, 307—350, 1913. Vgl. auch F. Richarz, Die Naturwissenschaften **1**, 627—628, 1913.

Physikalisches Institut d. Universität Marburg i. H., 14. Aug. 1914.

(Eingegangen 15. August 1914.)



BESPRECHUNGEN.

R. Pohl u. P. Pringsheim, Die lichtelektrischen Erscheinungen. 8. 114 S. mit 36 Figuren. (Sammlung Vieweg: Tagesfragen aus den Gebieten der Naturwissenschaften und der Technik. Heft 1.) Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1914. M. 3.—

Vorliegendes Heft, das diese neue Sammlung verheißungsvoll eröffnet, bietet in knapper Darstellung eine Zusammenfassung der lichtelektrischen Erscheinungen, wie sie sich jetzt uns darstellen. Bei der Fülle des Materials (es sind in dem reichhaltigen Literaturverzeichnis von 1[illegible]—1913 allein 105 Nummern angeführt) ist eine solche Zusammenfassung äußerst erwünscht und zu begrüßen. Die Verfasser, die ja selbst zahlreiche Arbeiten hinzugeliefert haben, haben mit großer Klarheit die heutig so komplizierten Erscheinungen behandelt. Nachdem zunächst die lichtelektrischen Grundversuche besprochen werden, folgt in den nächsten drei Kapiteln die Erscheinung an den Metallen, der selektive und normale Photoeffekt. Es werden dann einige weitere Fragen über die Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen, den Photoeffekt bei Nichtleitern und besonders ausführlich die Bedeutung der Oberflächenschichten behandelt. Diese spielen ja, wie immer mehr erkannt wird, eine wichtige Rolle beim lichtelektrischen Effekt. Im letzten Kapitel werden die theoretischen Ansätze besprochen, von denen eigentlich nur der zunächst rein formale der Quantentheorie befriedigt. Das Buch enthält noch nicht die Arbeiten von Küstner und Hallwachs über das Verschwinden des normalen Photoeffekts bei äußerster Reinheit der Oberfläche und bietet so einen gewissen Abschluß. Doch dürfte es sowohl jedem, der sich über die lichtelektrischen Erscheinungen informieren will, wie auch dem Forscher, der sich eingehender mit dieser Materie befaßt, wegen des guten Überblickes und des reichhaltigen Literaturverzeichnisses sehr zu empfehlen sein.

P. Neubert.

J. Plotnikow, Photochemische Versuchstechnik. XV u. 371 S. mit 189 Figuren, 3 Tafeln und 50 Tabellen. Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft m. b. H. 1912[1]. M. 11.—, gebunden M. 12.—

Der Verfasser hat seiner im Jahre 1910 erschienenen „Photochemie" (Halle, W. Knapp), die eine gute Übersicht über das vorhandene Tatsachenmaterial brachte, das vorliegende Werk folgen lassen, das sich der photochemischen Forschung nach verschiedenen Richtungen nützlich erweisen dürfte. Es beginnt mit einer ausführlichen Charakterisierung der für photochemische Zwecke in Betracht kommenden Lichtquellen und behandelt dann unter dem Titel „Lichtthermostaten" sehr ausführlich eine Reihe von Vorrichtungen, welche neben der Konstanz der Lichtintensität Konstanz der Temperatur inne zu halten erlauben. Der Verfasser beschreibt hier in der Hauptsache eigene Konstruktionen zum Teil mit etwas weitgehender Gründlichkeit in der Behandlung von Einzelheiten, was aber denjenigen, die diese Anordnungen benutzen wollen, als ein Vorzug erscheinen mag. Ein weiteres Kapitel ist den optischen Meßinstrumenten, der Photometrie und Absorptionsmessung gewidmet. Als besonders nützlich dürfte sich das dann folgende ausführliche Kapitel „Photochemische Vorlesungsversuche" erweisen. Es gibt eine gute Übersicht über die Vielseitigkeit der Reaktionen. Der Referent, der die Mehrzahl der Versuche und die Bedingungen zu ihrer Ausführung aus eigener Tätigkeit kennt, muß allerdings gestehen, daß er von Neid erfüllt wurde, wenn er sich vorstellte, über wieviel Hilfskräfte, Zeit und Apparaturen der Verfasser verfügen muß, wenn er diese Versuche wirklich in der Vorlesung vorgeführt hat. Eine sehr willkommene Beigabe bildet die am Schlusse gebrachte Zusammenstellung von photochemischen Tabellen.

A. Coehn.

[1] Die Verzögerung im Erscheinen der Besprechung ist nicht durch Schuld des jetzigen Referenten entstanden. D. Red.

Fortschritte der naturwissenschaftlichen Forschung. Herausgegeben von E. Abderhalden. Berlin—Wien, Urban & Schwarzenberg. Band III. 1911. 352 S. mit 153 Abbildungen. M. 16.— ; Band IV. 1912. 272 S. mit 110 Abbildungen. M. 15.—; Band VI. 1912. 292 S. mit 20 Abbildungen. M. 15.—; Band VII. 1913. 268 S. mit 106 Abbildungen. 15.— ; Band VIII. 1913. 308 S. mit 217 Abbildungen und einer Tafel. M. 15.

Im Gegensatze zu der nicht unerheblichen Zahl sonstiger naturwissenschaftlicher Organe, welche entweder über einzelne Arbeiten oder über die Fortschritte etwa eines Jahres referieren, werden in den Abderhaldenschen „Fortschritten" einzelne Sondergebiete von der Hand eines Spezialforschers dargestellt derart, daß der gegenwärtige Stand des Wissens auf diesem Gebiete möglichst sorgfältig zum Vorschein kommt.

Es kann hier nur über Arbeiten physikalischen oder meteorologischen Inhalts berichtet werden. So finden wir im III. Bande eine ausgezeichnete Zusammenstellung der neueren Forschungen auf dem Gebiete der atmosphärischen Physik von der Hand A. Wegners, der zunächst die einschlägigen Forschungsmethoden und Hilfsmittel bespricht und dann auf die wissenschaftlichen Ergebnisse, namentlich auf die Gesetze des Temperaturwechsels, auf Inversion und Lage der Grenzfläche derselben eingeht. Die Einteilung der Atmosphäre in Troposphäre und Stratosphäre wird durch interessante Registrierungen anschaulich gemacht, worauf der Referent Fortschritte in der Wolkenkunde (Kernbildungstheorie, Wolkenformen), insbesondere die modernen Anschauungen über die obere Atmosphäre, deren allmählich sich ändernde Zusammensetzung (Wasserstoff, Geocoronium) eingehend schildert, um schließlich die Birkelandsche Kathodenstrahlentheorie des Polarlichts, die Størmerschen Modelle u. dgl. ausgiebig zu erörtern.

Der III. Band enthält ferner einen schätzenswerten Aufsatz über drahtlose Telegraphie von G. Eichhorn. Einen historischen Überblick voranschickend behandelt derselbe zunächst die Fortschritte, die Braun durch seine gekoppelten Systeme erreichte, wobei eingehend des Einflusses gedacht wird, den lose und feste Kopplung auf Energie der Strahlung und Dämpfung ausüben. Die Methoden bezüglich der Abstimmung der elektrischen Wellen, die Errungenschaften Wiens und Brauns bezüglich der Dämpfung derselben,

Löschfunken, tönende Funken, Poulsons Generator, sowie die damit zusammenhängenden technischen Vervollkommnungen, alles dies schildert der Referent in möglichster Ausführlichkeit. Sehr angenehm ist ein Vergleich des energetischen Wirkungsgrades der hauptsächlichsten Systeme.

Derselbe Referent behandelt auch im VII. Bande die neueren Fortschritte der Radiotelegraphie, wobei er sich zunächst den Erdantennen in ihrer verschiedenen Ausgestaltung zuwendet und die für die Richtungswirkung derselben von Kiebitz, Braun u. a. gegebenen Erklärungen miteinander vergleicht. Ferner wird der Goldschmidt-Arcoschen Hochfrequenzmaschine nur kurz, eingehender des Telefunkenkompasses und der Methoden gedacht, durch welche eine Bestimmung der Lage eines beweglichen Senders bzw. Empfängers von festen Stationen aus möglich wird.

Ein besonders wertvolles Referat hat E. Zickendraht über experimentelle Aerodynamik im IV. Band geliefert. Dasselbe gedenkt kurz der Versuchsanstalten für aerodynamische Forschung, sowie der Arbeiten, welche die Erforschung des Vogelfluges anstreben. Dann geht es auf Form und Eigenschaften des wirbelfreien Stromlinienkörpers, sowie auf experimentelle Ermittlung der Druckkräfte auf der Oberfläche desselben ein, schildert die Lage der Umkehrzone zwischen Über- und Unterdruck in ihrer Abhängigkeit von der Windgeschwindigkeit und bespricht dann ausführlich, die Vorstellungen v. Lößls umwandelnd, die Druckkräfte bei einer ebenen, senkrecht zur Windrichtung gestellten Platte. Nachdem dann noch die ebene, schief gestellte und die gekrümmte Platte behandelt ist, werden die gewonnenen Erfahrungen für die Flugtechnik gangbar gemacht, wobei genauer auf die Wirkungsweise der Propeller und der Steuerung eingegangen wird.

Einen mehr chemischen Charakter hat im VI. Bande das Referat von O. Hahn und L. Meitner über Grundlagen und Ergebnisse der radioaktiven Forschung. Auf eine historische Übersicht folgt zunächst die Schilderung der drei bekannten Strahlenarten rücksichtlich ihrer Durchdringbarkeit, elektrischen Ladung und ihres Ionisationsvermögens. Dann wird die Lehre vom radioaktiven Zerfall ausgiebig besprochen und das Exponentialgesetz für die Abnahme der Aktivität erörtert, worauf die Umwandlungsreihen des Urans, Radiums, Thoriums usw. eine ausgiebige Besprechung erfahren. Nach Erörterung der chemischen und thermischen Wirkungen der Strahlenarten werden die auf radioaktiven Phänomenen beruhenden Altersschätzungen der Gesteine erwähnt.

Im VIII. Bande gibt Guertler endlich einen ausführlichen Bericht über Metallographie, in dem auf eine wenig belangreiche Einleitung zunächst der Begriff der Legierung, der festen Lösung gegeben und der innere Aufbau derselben anknüpfend an die Beschaffenheit der Meteoriten geschildert wird. Nachdem dann die Gibbssche Phasenregel besprochen und durch Beispiele erläutert worden und der Begriff homogener und heterogener Systeme festgelegt ist, wird eine Zahl typischer Zustandsdiagramme durchgesprochen. Recht interessant sind die Beziehungen des periodischen Systems zu dem Vorhandensein fester Lösungen und die Abhängigkeit der Stabilität der Systeme zur Korngröße. Schließlich folgt noch eine Angabe über Darstellungsmethoden von Legierungen und eine Besprechung der wichtigsten physikalischen und chemischen Eigenschaften derselben. Behrendsen.

E. Rothé, Cours de Physique, professé à la faculté des sciences de Nancy. Première Partie. gr. 8. VI u. 185 S. mit 78 Abbildungen. Paris, Gauthier-Villars & Cie. 1914. Fr. 6.50

Das Buch soll als Einführung in die Physik dienen, richtet sich aber an solche, die schon etwas physikalisch vorgebildet sind, und kann etwa den an deutschen Hochschulen häufig angezeigten Vorlesungen an die Seite gestellt werden, die eine Ergänzung zur Experimentalphysik und eine Einführung in das physikalische Praktikum geben wollen. Der vorliegende erste Band enthält im 1. Teil: Messung der Einheiten, Bedeutung der absoluten Einheiten und der Dimensionen, ein Kapitel über die physikalische Ähnlichkeit von Apparaten und Modellen, ferner eine Besprechung der Fehlerquellen bei Messungen von Einheiten und die gebräuchlichen Präzisionsapparate. In diesem Teil ist besonders das Kapitel über die Modellähnlichkeit interessant; in ihm sind die Bedingungen für die Ähnlichkeit der Modelle in physikalischer Beziehung übersichtlich zusammengestellt und ihre Bedeutung an praktischen Beispielen erörtert. (Die Konstruktion von Modellen spielt für den Bau von Schiffen aller Art ja eine bedeutende Rolle.) Im 2. Teil wird die Hydrostatik behandelt (dabei: Dichte und Volumenbestimmungen, Druckmessungen). Das Buch wird dem Ingenieur von Nutzen sein und wird auch dem jungen Physiker viel Interessantes bzw. Bekanntes in interessanter Beleuchtung bieten. (Unter den praktischen Beispielen sind solche aus der Flugapparatentechnik bevorzugt.) S. Valentiner.

C. Pulfrich, Stereoskopisches Sehen und Messen. gr. 8. 39 S. mit 17 Abbildungen. Jena, Gustav Fischer. 1911. M. 1.—

Der bekannte Mitarbeiter der Firma Zeiß bietet in der vorliegenden Broschüre (ursprünglich für die Encyclopaedia Britannica geschrieben) eine kurze und leicht faßliche Übersicht über die neueren Fortschritte der Stereoskopie, von der Theorie des einfachen Apparates angefangen bis zur Beschreibung der neuesten Stereokomparatoren für geodätische und astronomische Zwecke. Jedem, der sich kurz zu orientieren wünscht, kann die Pulfrichsche Abhandlung empfohlen werden. C. Schaefer.

Berichtigung.

In der Arbeit: v. Hevesy und Paneth, Zur Frage der isotopen Elemente, gehört auf Seite 798 das Zitat „F. Soddy, J. Chem. Soc. **105**, 1402, 1914" nicht zu Anmerkung 1, sondern zu Anmerkung 2.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Wien Dr. Johannes Raden für Mathematik und Dr. Ernst Zerner für anorganische und organische Chemie.

Ernannt: Professor Dr. Rudolf Rothe von der Technischen Hochschule Hannover zum ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Berlin, der ord. Professor für theoretische Physik an der Universität Utrecht Dr. Peter Debye in gleicher Eigenschaft an der Universität Göttingen, Dr. Arthur A. Swanson zum Professor für Chemie an der Universität zu Princeton.

Verliehen: Dem Privatdozenten an der Technischen Hochschule Wien Dr. Ludwig Moser der Titel Professor, dem Direktor des Aeronautischen Observatoriums in Berlin-Lindenberg Dr. Richard Aßmann der Titel Geh. Oberregierungsrat.

Gestorben: Der a.o. Professor der Physik an der Universität Freiburg i. B. Dr. Maximilian Reinganum, der Leiter der physikalischen Abteilung an der Versuchsanstalt für Luftfahrt Dr. Georg Fuhrmann in Berlin-Adlershof, der Privatdozent der reinen und angewandten Mathematik an der Technischen Hochschule München Dr. Wilhelm Deimler.

Vorlesungsverzeichnis für das Wintersemester 1914/15.[1]

Technische Hochschule Aachen.

Stark: Experimentalphysik I: Mechanik, Elektrodynamik, 4; Physikalisches Praktikum: a) Praktische Übungen aus allen Teilen der Physik für Anfänger, 4 oder 6, b) Anleitung zu selbständigen physikalischen Untersuchungen (Dissertationen), tägl.; Physikalisches Handfertigkeitspraktikum, 2. — **Seitz:** Mechanische Wärmetheorie, 2; Theoretische Physik: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 2; Experimentalphysik, enzyklopädischer Kursus: Mechanik, Elektrizität, Magnetismus, 2. — **Steubing:** Photographie I für Anfänger, II für Fortgeschrittene, 1, Übungen, 2; Elektromagnetische Schwingungen, drahtlose Telegraphie, mit Demonstrationen, 1. — **Hopf:** Relativitäts- und Gravitationstheorie: Das Relativitätsprinzip, Die vierdimensionale Welt, Die Gravitationstheorie nach verschiedenen Autoren, Folgerungen für die Mechanik, 1; Mechanik des Schiffes: Schiffswiderstand, Schiffsantrieb, Stabilität, 1. — **Schreber:** Technische Thermodynamik, 2. — **Polis:** Allgemeine Meteorologie, 2; Ausgewählte Kapitel der Meteorologie, 1; Meteorologische Technik, mit Übungen im Meteorologischen Observatorium, 1. — **Grotrian:** Physikalische Grundlage der Elektrotechnik, 5; Theoretische Elektrotechnik, 3; Elektrotechnisches Praktikum, 8. — **Rasch:** Elektrische Bahnen, 1; Einleitung in die Elektrotechnik (Übersichtsvorlesung über praktische Elektrotechnik), 2; Konstruktionslehre der Elektrotechnik, 3, Übungen, 2. — **Finzi:** Elektrische Zentralanlagen und Leitungen, 2. — **Hamacher:** Praktische Telegraphie und Telephonie, 2. —

Bredt: Organische Experimentalchemie II, 3; Organisches Praktikum (mit Lipp), — **Classen:** Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 4; Anorganisches Praktikum (mit Fischer, Scheen, Schierholz, Laas, Deneure, Kolling und Wolf); Elektroanalytisches und elektrochemisches Praktikum I: Elektroanalyse, II: Wechselstrom, III: Gleichstrom. — **Rau:** Chemische Technologie, mit Exkursionen I: Allgemeine Feuerungskunde, 2, III, 2; Entwerfen von chemischen Apparaten und Fabrikanlagen, Übungen, 4; Chemisch-technisches Praktikum (mit Lambris und Salmang). — **v. Kapff:** Chemische Technologie der Gespinstfasern: Färberei, Bleicherei usw., 2, Übungen, 4. — **Ruer:** Physikalische Chemie I, 3, Übungen für Hüttenleute, 3, für Chemiker, 1 Vormittag, für Fortgeschrittene: Ausführung selbständiger wissenschaftlicher Arbeiten; Allgemeines hüttenmännisches Praktikum, 3. — **Fischer:** Analytische Chemie, 2; Allgemeine Elektrochemie, 2. — **Schumacher:** Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2. — **Lambris:** Untersuchung von Brennstoffen, 2. — **Levy:** Alizyklische Verbindungen, 2. — **Lipp:** Chemie der Alkaloide, 2. — **Scheen:** Experimentalchemie, 2. —

Blumenthal: Höhere Mathematik I: Differential- und Integralrechnung mit Einschluß der mehrfachen Integrale, Anfangsgründe der analytischen Geometrie, 6 und 4, Übungen, 2. — **Hamel:** Höhere Mathematik II: Differentialgleichung, Trigonometrische Reihen, Kurven und Flächen, 3, Übungen, 1; Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Lineare Integralgleichungen, 2 *g.* — **v. Kármán:** Mechanik I: Grundbegriffe der Mechanik, Gleichgewicht der Kräfte, 5, Übungen, 1, II: Festigkeitslehre, 3, Übungen, 1; Flugtechnische Aerodynamik, 2 *g.* — **Kötter:** Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 4; Graphische Statik, 2, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel aus der graphischen Statik, 1. — **Haußmann:** Übungen im Markscheiden und Feldmessen (mit Wandhoff und Nystenu), 1 halber Tag; Abriß der Markscheide- und Feldmeßkunde, 2; Ausgleichungsrechnung, 2, Übungen, 1; Geophysik, 1; Trigonometrische Übungen, 1. — **Wandhoff:** Markscheiden und Feldmessen I, 4; Markscheiderische Zeichen- und Rechenübungen, 2. — **Gast:** Praktische Geometrie I, 3; Geodätisches Praktikum I, 2; Geodätische Ausarbeitungen, Übungen, 4; Eisenbahntrassieren, 2; Höhere Geodäsie, 2. —

Universität Basel.

Hagenbach: Experimentalphysik II: Optik, Wärme, Elektrizität, 6; Physikalisches Praktikum für Vorgerückte, tägl., für Anfänger (mit Veillon), 8; Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g.* — **Veillon:** Elektrische Messungen, mit Demonstrationen, 2. — **Matthies:** Mechanik, 4 *g.*, Übungen, 1 *g.*; Theorie der Gastonen und Elektronen, 2 *g.* — **Zickendraht:** Wechselströme, 2; Repetitorium der Physik, 1 *g.* —

Rupe: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisches Vollpraktikum für organische Chemie, tägl.; Chemisches Kolloquium (mit Fichter, Bernoulli und Obermiller), 1 *g.* — **Fichter:** Elektrochemie, 2; Maßanalyse und Gasanalyse, 1; Analytisches Halbpraktikum für Anfänger, 9; Chemisches Vollpraktikum (Anorganische und elektrochemische Übungen und Arbeiten), tägl. — **Kreis:** Chemie der Nahrungs- und Genußmittel II, 2; Übungen in der Untersuchung von Lebensmitteln, 4; Arbeiten im Laboratorium für angewandte Chemie, tägl. — **Bernoulli:** Allgemeine physikalische Chemie, 1; Neuere Entwicklung der Atomistik, 1; Physikalisch-chemisches Praktikum, für Anfänger, 4, Vollpraktikum, tägl. — **Obermiller:** Spinnfasern und Färberei, 2. —

Bieberbach: Differential- und Integralrechnung I, 4; Funktionentheorie, 4; Proseminar, Übungen für Anfänger, 1 *g.*; Seminar (mit Spieß), 1 *g.* — **Spieß:** Analytische Geometrie des Raumes, 3; Variationsrechnung, 2. — **Flatt:** Pädagogisches Seminar, mathematisch-naturwissenschaftliche Abteilung I, 3; Projektive Geometrie, 2. —

Universität Berlin.

Rubens: Experimentalphysik II: Elektrizität und Optik, 5, Mathematische Ergänzung, 1 *g.*; Physikalisches Kolloquium, 1½ *g.*; Arbeiten im physikalischen Laboratorium, für Geübtere (mit Wehnelt), tägl. — **Planck:** Theorie der Wärme, 4, Übungen, 1 *g.* — **Wehnelt:** Mathematische Ergänzungen zum physikalischen Praktikum II, 1 *g.*; Praktische Übungen für Anfänger I und II (mit Blasius), 7; Physikalisches Praktikum für Pharmazeuten, 3; Praktikum zur Erlangung von Handfertigkeit für das physikalische Arbeiten, 3. — **Hellmann:** Klimatologie und maritime Meteorologie, 2; Meteorologisches Kolloquium, 1 *g.*; Meteorologische Arbeiten Vorgeschrittener, tägl. *g.* — **Warburg:** Wechselströme und elektromagnetische Wellen, 2. — **Schmidt:** Erdmagnetismus, 2. — **Neesen:** Elektrische Schwingungen und drahtlose Telegraphie, 2. — **Blasius:** Praktischer Kursus für Mediziner, 3½; Übungen im Anschluß an das Praktikum, 1 *g.* — **E. Meyer:** Moderne Maschinentechnik, 2; Technische Exkursionen, 14tägig, 1 Nachmittag *g.* — **Weinstein:** Elektromagnetische Lichttheorie, 4; Naturphilosophie, 2. — **Krigar-Menzel:** Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 4. — **Less:** Praktische Witterungskunde, 2. — **Martens:** Anleitung zu physikalischen Untersuchungen, tägl. *g.* — **Gehrcke:** Ausgewählte Kapitel aus der physikalischen Optik, 1. — **Grüneisen:** Elektrische und magnetische Erscheinungen in Metallen, besonders über die Bedeutung der neuesten

[1] Infolge des Krieges werden an einigen Hochschulen Vorlesungen [illegible] Nachträge [illegible] Vorlesungsverzeichnissen von [illegible] Stuttgart und Wien [illegible]

Entdeckungen für die Elektronentheorie, 2. — **Byk**: Mathematische Behandlung der Naturwissenschaften, 2. — **Kiebitz**: Elektrische Schwingungen, 1. — **Hahn**: Radioelemente, 1. — **Henning**: Einführung in die Mechanik starrer Körper, 2. — **v. Baeyer**: Ausgewählte Kapitel aus der Experimentalphysik, für Zahnärzte und Pharmazeuten, 3. — **Reichenheim**: Korpuskulare Strahlung, 1 *g*. — **Pohl**: Die wichtigsten Resonanzerscheinungen in der Physik, mit Experimenten, 1; Optik des elektromagnetischen Spektrums, unter besonderer Berücksichtigung der Röntgenstrahlen, mit Demonstrationen, 1. — **Eucken**: Übungen im physikalisch-chemischen Rechnen, 1. — **Franck**: Die elektrischen Leitungsvorgänge in Gasen, mit Demonstrationen, 1. — **Westphal**: Fluoreszenz und Phosphoreszenz, 1. — **Reiche**: Neuere Probleme der theoretischen Physik, 2. — **Scheffer**: Angewandte wissenschaftliche Photographie mit praktischen Übungen, 1; Grundlagen der wissenschaftlichen Mikroskopie und Mikrophotographie, 1 *g*. —

E. Fischer: Anorganische Experimentalchemie, 5; Praktische Arbeiten im Chemischen Laboratorium (mit Gabriel, Traube, Diels, Leuchs und Stähler), tägl.; Kursus für Mediziner und Zahnärzte, 3. — **Nernst**: Physikalische Chemie, 4; Neuere Atomistik, 1 *g*; Physikochemisches Kolloquium (mit Eucken), 1 *g*; Praktische Übungen und Arbeiten im physikalisch-chemischen Laboratorium: a) anorganisch-chemisches Praktikum (mit Marckwald), tägl., b) physiko-chemische Übungen, 7, c) physikochemische Arbeiten (mit Eucken), tägl. — **Beckmann**: Besprechung neuer chemischer Untersuchungen, 1 *g*. — **Willstätter**: Kolloquium über organische Chemie, 1 *g*. — **Wichelhaus**: Technologie für Juristen und Nationalökonomen, 2, für Chemiker, 2 *g*; Übungen im Institut, tägl.; Anleitung im Institut, tägl. — **Thoms**: Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, mit Experimenten, 4; Toxikologische Chemie, mit Experimenten, $1^1/_2$; Sterilisation und biologische Prüfung der Arzneimittel, mit Experimenten, 1; Praktische Übungen in der chemischen Analyse, in der chemischen Prüfung und Wertbestimmung von Arzneimitteln, in der Nahrungsmittelchemie, tägl. — **Biedermann**: Technische Chemie II: Organische Stoffe, 4. — **Traube**: Qualitative chemische Analyse, $1^1/_2$. — **Pschorr**: Organische Chemie I, 4. — **Fock**: Einleitung in die Physik und Chemie, 1; Physikalische Kristallographie, 1. — **Marckwald**: Analytische Chemie, 2. — **Rosenheim**: Anorganisch chemisches Praktikum (mit R. J. Meyer), tägl.; Übungen in der Experimentalchemie, besonders für Lehrer und Lehrerinnen (mit R. J. Meyer), 8; Praktische Übungen in der Gas- und Maßanalyse, 4. — **v. Buchka**: Geschichte der Chemie, 2; Chemie der Nahrungsmittel, Genußmittel und Gebrauchsgegenstände, 4. — **Jacobson**: Heterozyklische Verbindungen, ausgewählte Kapitel, 1 *g*. — **Emmerling**: Chemie und Biologie des Wassers, 1. — **R. J. Meyer**: Beziehungen zwischen physikalischen Eigenschaften und chemischer Zusammensetzung, 1 *g*. — **Spiegel**: Organische Chemie, 3; Alkaloidchemie, 1. — **Neuberg**: Arbeiten auf dem Gebiete der Biochemie, tägl. *g*; Organisch-chemische Arbeiten, tägl. *g*. — **Sachs**: Chemie der Farbstoffe, 1. — **Koppel**: Anorganisch-chemische Gleichgewichte, 1 *g*. — **Diels**: Einführung in die organische Chemie, 1. — **Meisenheimer**: Anorganische Experimentalchemie, 4, Ergänzungen, 1; Anorganisch- und organisch-chemisches Praktikum, ganz- oder halbtägig, tägl. — **Großmann**: Deutschlands chemische Großindustrie und ihre wirtschaftliche Bedeutung, 1; Besprechung chemisch-technischer und wirtschaftlicher Tagesfragen, mit Exkursionen, $1^1/_2$. — **Löb**: Elektrochemie, 1; Biochemie, 1; Physiologisch-chemisches Laboratorium, tägl. — **Stähler**: Allgemeine und anorganische Chemie, 2. — **Houben**: Ätherische Öle, 1. — **Lockemann**: Chemie und Biologie, 1. — **Lenz**: Einführung in die chemische Untersuchung von Blut, Harn, Kot, Magensaft usw., 2. — **Leuchs**: Einführung in die organische Chemie II: Benzolderivate, 1. — **Pringsheim**: Einführung in die physiologische Chemie, $1^1/_2$. — **Anselmino**: Arzneibuch, 1. —

Schwarz: Differentialrechnung, 4, Übungen, 14tägig, 2 *g*; Elliptische Funktionen, 4; Über einige Aufgaben der konformen Abbildung, 2 *g*; Mathematische Kolloquien, 14tägig, 2 *g*; Mathematisches Seminar (mit Frobenius und Schottky), 2 *g*. — **Foerster**: Geschichte der Astronomie, 2 *g*; Grundlehren der Zeit- und Ortsbestimmung, 1 *g*; Die meteorischen und elektrischen Wirkungen vom Himmelsraum her auf die Erdzustände, 1 *g*. — **Helmert**: Schwerkraft und Erdgestalt, 1 *g*; Methode der kleinsten Quadrate, 1. — **Frobenius**: Algebra, 4. — **Schottky**: Allgemeine Funktionentheorie, 4; Potentialtheorie, 4. — **Struve**: Sphärische Astronomie, 3. — **Cohn**: Himmelsmechanik I, 4; Seminar für wissenschaftliches Rechnen, 2 *g*. — **Schwarzschild**: Kolloquium über kosmische Physik (mit Schmidt und Schweydar), $1^1/_2$ *g*. — **Knoblauch**: Mathematische Probleme, die im Anschluß an den Schulunterricht auftreten, 4; Theorie der Raumkurven und der krummen Flächen, 4; Ausgewählte Kapitel der Theorie der elliptischen Funktionen, 1 *g*. — **Marcuse**: Geographische Ortsbestimmung, mit Übungen, $1^1/_2$; Allgemeine Himmelskunde, mit Lichtbildern und gelegentlichen Fernrohr-Beobachtungen, $1^1/_2$; Luftschiffahrt, in allgemeiner Darstellung, mit Lichtbildern, 1. — **Witt**: Fernrohroptik, 2; Astronomische Übungen, 6 *g*. — **Knopp**: Integralrechnung, 4, Übungen, 14tägig, $1^1/_2$; Theorie der unendlichen Reihen II: Reihen mit veränderlichen Gliedern, insbesondere Potenzreihen, Fouriersche und Dirichletsche Reihen, 4. — **Schweydar**: Seismologie, 1. —

Technische Hochschule Berlin.

Kurlbaum: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Elektrizität, 4, für Architekten, 2; Physikalische Übungen, 4. — **Krigar-Menzel**: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 4; Theorie der Wärme: Thermodynamik, 2. — **Grunmach**: Magnetische und elektrische Maßeinheiten und Meßmethoden, 2; Physikalische Übungen: Physikalische Maßbestimmungen und Meßinstrumente, 4, für Chemiker, 2. — **Kalischer**: Die physikalischen Grundlagen der Elektrotechnik II, 2; Grundzüge der Potentialtheorie und ihre Anwendung in der Elektrizitätslehre, 2; Elektrische Schwingungen und Funkentelegraphie, 1. — **Korn**: Die Differentialgleichungen der Elastizitätstheorie, 2. — **Berndt**: Radioaktivität, 1. — **Felgentraeger**: Maß- und Gewichtswesen I, 2; Die Konstruktion der Spiegel- und Linseninstrumente, 2. — **Kaßner**: Wetterkunde mit Beispielen aus der Praxis, 1. — **Kock**: Hochspannungserscheinungen und Messungen, 2. — **Petzoldt**: Raum, Zeit, Bewegung, Äther, 1 *g*. — **v. Pirani**: Elemente der graphischen Darstellung und des graphischen Rechnens, mit besonderer Berücksichtigung physikalischer und technischer Anwendungen, 1; Ausführung kleinerer physikalischer Experimentaluntersuchungen, mit besonderer Berücksichtigung der Licht- und Temperaturmessungen, 2. — **Zehnder**: Physikalische Weltanschauungen, 2. — **Günther**: Anwendung der Photographie zum Messen in der Technik: Photogrammetrie, mit Lichtbildern und Demonstrationen, 2. — **Orlich**: Grundlagen der Elektrotechnik, 4, Übungen, 14tägig, 2; Übungen im Elektrotechnischen Laboratorium, 12; Elektrotechnische Meßkunde, 2, Übungen, 14tägig, 2. — **Wedding**: Grundlagen der Elektrotechnik, 4; Übungen im Elektrotechnischen Laboratorium, 4; Elektrotechnik für Chemiker, 1, Übungen, 2. — **Franke**: Elektrische Fernmeldetechnik einschließlich drahtlose Telegraphie, 4, Übungen, 6. — **Kloß**: Elektromaschinenbau, 4 und 2, Übungen, 8; Übungen im Elektrotechnischen Versuchsfelde, 4. — **v. Parseval**: Motorluftschiffe, 2; Flugzeuge, 2; Übungen im Bau von Luftfahrzeugen, 2. — **W. Reichel**: Elektrische Kraftanlagen und Bahnen, 2, Übungen, 4. — **Benischke**: Allgemeine Wechselstromtechnik, 4; Spezielle Wechselstromtechnik für Hochspannungsanlagen, 1. — **Breslauer**: Berechnung und Prüfung elektrischer Maschinen nach den in der Praxis herrschenden Gepflogenheiten, 2. — **Faßbender**: Elektrische Messungen und Meßmethoden in Hochfrequenzkreisen und ihre praktische Anwendung in der drahtlosen Telegraphie, 1; Berechnen einfacher Aufgaben aus den Grundlagen der Elektrotechnik und aus der elektrotechnischen Meßkunde, 2. — **Gerstmeyer**: Kommutator-Motoren für Wechselstrom und Drehstrom, 1.

— **Rüdenberg**: Drehstrom-Kollektormotoren, 1. — **Wagner**: Entstehung und Beseitigung von Überspannungen und Stromstößen in elektrischen Stromkreisen, 2. — **Zehme**: Elektrische Haupteisenbahnen und Zwischenstadtbahnen, 2. — **Krell**: Schiffselektrotechnik, 2. — **Dietzius**: Luftschiffbau und Luftschiffahrt, 1. —

Hofmann: Experimentalchemie, 4; Praktische Arbeiten im anorganischen Laboratorium, tägl.; Ausgewählte Kapitel aus der Chemie (mit Wirth), 2. — **Pschorr**: Organische Chemie I: Die offenen Kohlenstoff-Ketten, 4; Praktische Arbeiten im organischen Laboratorium, tägl. — **Dolezalek**: Physikalische Chemie einschließlich theoretische Elektrochemie, 4; Kleines physikalisch-chemisches und elektrochemisches Praktikum, 2 halbe Tage; Praktische Arbeiten im physikalisch-chemischen und elektrochemischen Institut, tägl. — **v. Buchka**: Chemie der Nahrungsmittel mit Berücksichtigung der Nahrungsmittel-Analyse und Bakteriologie, 4; Geschichte der Chemie, 2. — **Holde**: Untersuchung von Fetten, Ölen, Wachsen und Seifen, 2. — **Miethe**: Spektralanalyse mit Übungen, 2; Allgemeine Photographie (Vergrößerungskunde, Übersicht über die gebräuchlichen photographischen Prozesse), 2; Einführung in die photographische Optik, 1; Astronomische Photographie mit Übungen am photographischen Refraktor (300 mm), 1, Übungen, 3; Praktische Arbeiten im photochemischen Laboratorium, für Photochemiker, tägl.; Photographische Übungen in den gebräuchlichsten Prozessen, 10; Spektrographisches und spektralanalytisches Praktikum für Fortgeschrittenere, 1. — **Traube**: Einleitung in die physikalische Chemie, 2; Physikalisch-chemische Übungen, 3; Kolloquium über physikalisch-chemisch biologische Arbeiten nach Verabredung. — **Witt**: Chemische Technologie II, 4; Technologie der Textilrohstoffe und ihrer Verwendungen, Färberei, Zeugdruck, 4; Praktische Arbeiten im Technisch-chemischen Institut, tägl. — **Arndt**: Die elektrochemische Industrie, 2. — **Börnstein**: Die Brennmaterialien, ihre Bearbeitung und Verwendung, 2. — **Bucherer**: Einführung in die Praxis des Patentwesens, 1. — **Byk**: Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften, 2. — **v. Girsewald**: Über die Zusammensetzung und die Wertbestimmung der Brennstoffe, 1. — **Guertler**: Physikalische Chemie der Metallegierungen III, 2. — **Hauser**: Chemie der selteneren Elemente mit spezieller Rücksicht auf ihre technische Verwendung, 2; Einführung in die rechnerische Behandlung chemischer Probleme I, 1. — **Hinrichsen**: Theorie der Lösungen, 2. — **Lehmann**: Die Farbenphotographie, 1. — **Liebermann**: Theorien der organischen Chemie, 1. — **Loewenherz**: Erläuternde Vorträge zu den Führungen durch das Chemische Museum, Anorganischer Teil, 1 g; Die Produkte der chemischen Industrie, ausgewählte Kapitel, Anorganischer Teil, 1 g. — **Seegert**: Ausgewählte Kapitel aus der Spektralanalyse, 1. — **Simonis**: Repetitorium der organischen Chemie, 2; Organisch-chemische Arbeitsmethoden der Oxydation, Reduktion, Sulfurierung usw., 1. — **Stavenhagen**: Einführung in die Experimentalchemie, 2. — **Treadwell**: Ausgewählte Methoden zur Prüfung der Rohmaterialien, Zwischen- und Endprodukte der chemischen Industrie, 1. — **Ullmann**: Arbeitsmethoden der Farbenindustrie, 1. — **Voswinckel**: Einführung in die organische Chemie, 2. — **Wirth**: Analytische Chemie, 1. — **Wolffenstein**: Die Chemie der Alkaloide, 2. —

Scheffers: Darstellende Geometrie I, 5, Übungen, 5. — **Lampe**: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2; Bestimmte Integrale und Differentialgleichungen, 2. — **Jolles**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 4; Graphische Statik, 2, Übungen, 2. — **Dziobek**: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2. — **Haentzschel**: Elemente der Differential- und Integralrechnung und der analytischen Geometrie, 4, Übungen, 2 g. — **Rothe**: Höhere Mathematik: Differential- und Integralrechnung, Analytische Geometrie, 6, Übungen, 2. — **E. Meyer**: Mechanik I, 4, Übungen, 2, II, 4, Übungen und Festigkeits-Laboratorium, 2; Aeromechanik und Mechanik der Flugzeuge, 2. — **Reißner**: Mechanik und graphische Statik I, 4, Übungen, 2, II, 6, Übungen, 4. — **Werner**: Niedere Geodäsie, 4; Geodätisches Praktikum I, 2; Planzeichnen, zugleich Bearbeitung der Aufnahmen, 2; Höhere Geodäsie, 2. — **Hartmann**: Kinematische Geometrie und theoretische Kinematik, 2; Maschinengetriebe, Anwendungen der Kinematik, 2. — **Weber**: Mechanik I, 4, Seminar-Übungen, 1, II, 4, Seminar-Übungen, 1; Ausgewählte Kapitel der technischen Mechanik: Die neueren Anschauungen über die Elastizitäts- und Bruchgrenze technisch wichtiger Materialien, 1. — **Wallenberg**: Ausgewählte Kapitel der Elementarmathematik, 2; Funktionentheorie I, 2; Potentialtheorie, 2. — **Schuberg**: Elemente der darstellenden Geometrie, 1, Übungen, 3. — **Fuchs**: Partielle Differentialgleichungen nebst Anwendungen, 2. — **Jacobsthal**: Theorie der Funktionen einer reellen Variablen: Punktmengen, Integral von Lebesgue usw., 4. — **Lichtenstein**: Darstellende Geometrie II, 5, Übungen, 5. — **Salkowski**: Ausgewählte Kapitel der Differentialgeometrie für höhere Semester, 2. —

Universität Bern.

Forster: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität, Wärme, 6; Theoretische Optik, 1 g; Repetitorium der Physik, 2; Physikalisches Praktikum, 8. — **Gruner**: Elektromagnetische Lichttheorie, 3; Molekulare Wärmetheorie, 2; Einleitung in die theoretische Physik, 1; Seminar für theoretische Physik, nach Verabredung. — **Blattner**: Kraftwerke und elektrische Bahnen, 1. — **Luterbacher**: Grundzüge der Mechanik: Dynamik, für Anfänger, 1. —

Kohlschütter: Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 6; Anorganisch-chemisches Praktikum, tägl.; Chemisches Praktikum, 6, für Mediziner, 8. — **Ephraim**: Einführung in die Elektrochemie, 2; Elektrochemisches Praktikum, 4; Repetitorium der anorganischen Chemie, 2. — **Mai**: Repetitorium der anorganischen Chemie für Mediziner und Lehramtskandidaten, 1. — **Tambor**: Organische Chemie II, 5, Repetitorium, 1; Organisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Woker**: Arbeiten im Laboratorium für physikalisch-chemische Biologie, ganz- und halbtägig, tägl.; Kurs für die Untersuchung der Körperflüssigkeiten: Harn, Blut, Milch, Magensaft, 4; Theorie und Praxis der Fermentuntersuchung, 1, Praktische Übungen, 1; Physikalisch-chemische Biologie, 2; Theorie der Lebenserscheinungen, 1. — **Schaffer**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel I, 2; Chemische Technologie der Lebensmittelgewerbe, nach Verabredung. —

Graf: Kugelfunktionen, mit Repetitorium I, 3; Besselsche Funktionen, mit Repetitorium I, 3; Integralrechnung, mit Repetitorium, 3; Funktionentheorie I, 2; Differentialgleichungen I, 2; Renten- und Versicherungsrechnung, 2; Mathematisches Seminar (mit Huber), 1½. — **G. Huber**: Sphärische Astronomie I, 2; Theorie der höheren ebenen Kurven, 3; Theorie der elliptischen und Thetafunktionen, 2; Theorie und Anwendung der Determinanten, 1; Mathematisches Seminar: Geometrische Richtung (mit Graf), 1. — **Ott**: Algebraische Analysis II, 2; Sphärische Trigonometrie mit Anwendungen, 2; Integralrechnung, 2; Analytische Geometrie II, 2; Mathematische Übungen, 1; Mathematische Übungen und Repetitorium, 1. — **Mauderli**: Physik des Sonnensystems, 1; Astronomisch-geographische Ortsbestimmung, 2, Übungen, nach Verabredung. — **Berliner**: Analytische Zahlentheorie, 2. — **Benteli**: Darstellende Geometrie: Kurven, Strahlenflächen, reguläre Polyeder, Übungen und Repetitorium, 2; Praktische Geometrie I, 1; Rotationsflächen, 1. — **Crelier**: Geometrie der Bewegung, 2; Einführung in die *n*-dimensionale Geometrie, 2. — **Moser**: Ausgewählte Kapitel der Reservenrechnung, nach Verabredung; Technische Grundlagen der Krankenversicherung, 2; Mathematisch-versicherungswissenschaftliches Seminar, 1—2. — **Bohren**: Politische Arithmetik, 2; Mathematische Statistik, 2; Ausgleichungsrechnung, mit Übungen, 2. —

Universität Bonn.

Kayser: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität, Optik, 5; Laboratorium für Anfänger (mit Eversheim), 8, für Vorgeschrittene, tägl.; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Eversheim**: Grundzüge der Elektrotechnik, 1 *g*; Angewandte Elektrizitätslehre mit Übungen (mit Grebe), 2. — **Pflüger**: Theorie der Elektrizität, 5. — **Bucherer**: Neuere Elektrizitätslehre, 1. — **Grebe**: Einleitung in die theoretische Physik, 2. —

Anschütz: Experimentalchemie II: Organische Chemie, 6; Kolloquium über neuere Arbeiten auf dem Gebiete der Chemie, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene, sowie für Nahrungsmittelchemiker (mit Benrath, Frerichs und Kippenberger), tägl., für Mediziner (mit Benrath), tägl. außer Sonnabend. — **Rimbach**: Physikalische Chemie I: Atom- und Molekulartheorie, Eigenschaften der Stoffe, Verwandtschaftslehre, 3; Grundzüge der chemischen Thermodynamik, für Vorgeschrittene, 1 *g*; Chemisches Rechenseminar, a) Unterstufe: Stöchiometrische und chemisch-analytische Aufgaben (mit Wintgen), 14tägig, 2 *g*, b) Oberstufe: Physikalisch-chemische Aufgaben (mit Wintgen), 14tägig, 2 *g*; Übungen in den wichtigsten physikalisch-chemischen Meßmethoden, 3. — **Benrath**: Spezielle anorganische Chemie II: Seltenere Elemente der Gruppen 5—8, 1 *g*; Analytische Chemie I, 2; Übungen in der Gasanalyse, 3 *g*. — **Frerichs**: Pharmazeutische Chemie I (anorganisch), 3, III: Zyklische Verbindungen, 1 *g*; Arzneimittelprüfung, 1; Sterilisieren von Arzneimitteln, 1. — **Mannheim**: Methoden der Wasser- und Harnanalyse, 1. — **Kippenberger**: Chemische Technologie, anorganischer Teil, mit Exkursionen, 2; Einführung in die chemische Großtechnik I: Anorganisch-chemische Betriebe, mit Exkursionen, 1; Besprechung nahrungsmittelchemischer Gutachten, 1 *g*. — **Laar**: Grundlagen der Photographie und Reproduktionstechnik, mit Besichtigungen, 2; Übungen in ausgewählten photographischen Verfahren: Silberöldruck usw. — **Deschauer**: Einführung in die Arbeitsmethoden der organischen Chemie, 1. — **Meerwein**: Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 1. — **Gewecke**: Einführung in die Chemie, für Mediziner, 2; Repetitorium der anorganischen und analytischen Chemie, 2; Grundlagen und Hauptmethoden der Gewichtsanalyse, 1. — **Wintgen**: Optische Methoden in der Chemie, mit Übungen, 1; Kolloidchemisches Praktikum, 2 *g*. —

London: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 4, Übungen, 1 *g*; Darstellende Geometrie II, mit Zeichenübungen, 3. — **Schur**: Theorie der linearen Differentialgleichungen, 2; Algebra, 4; Über unendliche Reihen, Produkte und Kettenbrüche, 2; Mathematisches Seminar, Mittelstufe: Behandlung einfacher Aufgaben (mit Müller), 14tägig, 2 *g*. — **Study**: Analytische Mechanik, 4; Mathematisches Seminar, Oberstufe: Vortragsübungen, 14tägig, 2 *g*. — **Ruhm**: Einführung in die höhere Geodäsie, 2 *g*. — **Müller**: Differential- und Integralrechnung II, 4, Übungen, 1 *g*. — **Küstner**: Theorie der Bahnbestimmung der Planeten und Kometen, 3; Topographie des Sonnensystems, 1 *g*; Praktische Übungen im astronomischen Beobachten (mit Mönnichmeyer), nach Verabredung. — **Mönnichmeyer**: Methode der kleinsten Quadrate, 2; Gebrauch der astronomischen Jahrbücher, 1 *g*. —

Technische Hochschule Braunschweig.

Diesselhorst: Experimentalphysik: Elektrizität und Magnetismus, 4; Theorie des Elektromagnetismus, 3, Übungen, 1; Physikalisches Praktikum I und II; Physikalisches Kolloquium, 14tägig, 2 *g*. — **Weber**: Potentialtheorie mit Anwendungen auf die Elektrostatik, 2. — **Bergwitz**: Atmosphärische Elektrizität, 1; Radioaktivität, 1. — **Witte**: Analytische Mechanik: Mechanik eines materiellen Punktes, 2. — **Peukert**: Grundzüge der Elektrotechnik, 2; Allgemeine Elektrotechnik, 4; Elektrotechnische Übungen, 2; Elektrotechnisches Praktikum, 6; Arbeiten im elektrotechnischen Laboratorium, 9. — **Czeija**: Elektromaschinenbau, 4, Übungen, 6; Elektrische Kraftbetriebe, 2, Übungen, 2. — **Micheler**: Einführung in die Photographie, 1; Die Photographie in natürlichen Farben, 1; Spezielle Photographie, 2; Photographische Übungen, nach Verabredung. —

Meyer: Unorganische Experimentalchemie, 5; Chemie der organischen Farbstoffe, 3; Arbeiten im chemischen Laboratorium; Chemisches Kolloquium (mit Freundlich), nach Verabredung *g*. — **Biehringer**: Analytische Chemie, 2; Grundzüge der Chemie, 3. — **Freundlich**: Physikalische Chemie, 2; Metallurgie, 2; Chemie der Metalle, 1; Arbeiten im Laboratorium für physikalische Chemie und Elektrochemie. — **Reinke**: Chemische Technologie II 1, 6; Chemisch-technische Analyse I, 2; Arbeiten im Laboratorium für chemische Technologie II und landwirtschaftlich-chemische Gewerbe, tägl., Seminaristische Übungen, monatlich 2 *g*; Chemische Technologie in den deutschen Kolonien, 1. — **Beckurts**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2; Gerichtliche Chemie, 1; Grundzüge der Maßanalyse, 1; Pharmazeutische Chemie, 4; Arbeiten im Laboratorium für pharmazeutische Chemie und Nahrungsmittelchemie. — **Troeger**: Analytische Chemie, 2; Chemie der Benzolderivate, 2; Repetitorium der anorganischen und organischen Chemie, 2. — **Emde**: Organische Stoffe mit physiologischer Wirkung: Arzneimittelsynthese, 1. —

Dedekind: Elemente der Zahlentheorie, 2; Einleitung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung, 1. — **Fricke**: Analytische Geometrie und Algebra, 4; Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen, 2, II, 2. — **Timerding**: Darstellende Geometrie, 4, Übungen, 6; Algebraische Analysis, 2; Synthetische Geometrie, 2. — **Wernicke**: Statik starrer und elastisch-fester Körper, 4, Übungen, 2. — **Schlink**: Technische Mechanik II: Dynamik, 3, Übungen und Repetitionen, 2; Berechnung und Konstruktion von Flugzeugen, 1; Graphische Statik, 2, Übungen, 2; Eisenhochbauten, ihre Berechnung und Konstruktion, 2, Übungen, 4; Statik der Baukonstruktionen I, 3, Übungen, 4, II, Übungen, 4. — **Näbauer**: Grundzüge der Geodäsie, 2, Übungen, 2; Geodäsie II, 3, Übungen, 1; Höhere Geodäsie oder Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, 2; Planzeichnen, 4. —

Universität Breslau.

Lummer: Experimentalphysik II: Elektrizität, Magnetismus, Optik, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Schaefer und Waetzmann), 3, (mit Schaefer, Waetzmann und Ladenburg), 3, für Mediziner (mit Ladenburg), 3, für Pharmazeuten (mit Waetzmann), 3, für Geübtere (mit Pringsheim, Schaefer und Waetzmann), tägl.; Physikalisches Kolloquium (mit Pringsheim und Schaefer), 2 *g*. — **Pringsheim**: Allgemeine Mechanik, 4; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 14tägig, 2 *g*. — **Schaefer**: Theoretische Physik IV: Optik, 4. — **Waetzmann**: Einführung in die theoretische Physik: Mechanik, Akustik und Wärme, 2. — **Ladenburg**: Interferenz, Beugung und Polarisation von Licht- und Röntgenstrahlen, 1. — **von dem Borne**: Geophysikalische Übungen und Besprechungen, nach Verabredung, *g*; Luftelektrizität und Erdmagnetismus, 2. — **Riesenfeld**: Photographisches Praktikum, 2; Die Photographie und ihre Technik, 1 *g*. —

Biltz: Organische Experimentalchemie, 4; Chemische Referatenstunde, für Vorgeschrittene (mit v. Braun, Meyer, Koenigs und Arndt), 14tägig, 2 *g*; Chemisches Praktikum, unorganische Abteilung (mit v. Braun), tägl. außer Sonnabend, organische Abteilung, ganztägig, für Landwirte, 4, für Mediziner (mit Meyer), 4. — **v. Braun**: Analytische Chemie I, 2; Besprechung selbständiger wissenschaftlicher Arbeiten, 1 *g*. — **Meyer**: Einführung in die Chemie für Zahnärzte, 3; Chemie der Metalle, 2; Physikalisch-chemisches Kolloquium, 1 *g*. — **Herz**: Einführung in die physikalische Chemie, 2; Grundlagen der Maßanalyse, 1; Anwendungen der Maßanalyse, mit besonderer Berücksichtigung des Deutschen Arzneibuches, 1; Besprechungen zur qualitativen Analyse, 1 *g*. — **Fischer**:

Die radioaktiven Elemente, 1; Handfertigkeitspraktikum: Unterweisung in der für wissenschaftliche Zwecke erforderlichen Kenntnis der Bearbeitung von Glas, Holz und Metall, 3. — **Koenigs**: Organische Farbstoffe, 1; Heterozyklische Verbindungen, 1. — **Arndt**: Gasanalytisches Praktikum, 2. — **Schenck**: Physikalische Chemie I, 3; Ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie, 1 g; Übungen in physikalischer Chemie und Elektrochemie, 4; Großes Praktikum in physikalischer Chemie und Elektrochemie für Fortgeschrittene, tägl. — **Gadamer**: Organische Experimentalchemie mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie, 6; Prüfung der Arzneimittel, 1 g; Praktisch-chemische Übungen mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie, der forensischen Chemie und Nahrungsmittelchemie, tägl.; Kleines chemisches Praktikum, 6. — **Danckwortt**: Ausmittelung der Gifte: Chemische Toxikologie, 2; Untersuchung von Trinkwasser und Harn, 1. — **Ehrlich**: Landwirtschaftlich-chemische Technologie I: Zucker, Stärke usw. mit Exkursionen, 2; Chemische, biochemische und technische Arbeiten im landwirtschaftlich-technologischen Institut, für Anfänger und Fortgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Die chemischen Vorgänge in der Pflanze, 1 g; Gasanalytische und chemisch-technische Untersuchungen, 4; Einführung in die Chemie für Landwirte, anorganischer Teil, 3. —

Sturm: Analytische Geometrie der Ebene, 4; Differentialgeometrie, 2. — **Kneser**: Wahrscheinlichkeitsrechnung, 2, Funktionentheorie, 4, Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 2 g. — **Schmidt**: Algebra II, 3; Integralgleichungen, 3; Übungen des mathematisch-physikalischen Seminars, 2 g. — **Schnee**: Integralrechnung, 4, Übungen, 2. — **Steinitz**: Theorie und Anwendung der Determinanten, 3, Übungen, 1 g. —

Technische Hochschule Breslau.

Lummer: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrizität, Optik, 5; Physikalisches Praktikum, 3. — **von dem Borne**: Die wissenschaftlichen Grundlagen der Luftschiffahrt: Theorie der Luftschiffahrt, 2. — **Hilpert**: Elektrotechnik I, 4; Elektromaschinenbau I und II, 2; Übungen im Elektromaschinen- und Apparatebau, 4; Elektrotechnisches Laboratorium II, 4, III, 8; Kolloquium im Elektrotechnischen Institut, 14tägig, nach Verabredung g. — **Euler**: Elektrotechnische Meßkunde I und II, 2; Elektrische Kraftanlagen I, 2; Übungen im Bau elektrischer Kraftanlagen und Bahnen, 4. — **Grosse-Leege**: Fernsprechtechnik, 2. —

Stock: Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 5; Anorganisch-chemisches Praktikum, tägl.; Chemisches Kolloquium (mit Neumann, Schenck und Semmler), 14tägig, 2 g. — **Semmler**: Organische Technologie, 3; Organisch-chemisches Praktikum, tägl. — **Neumann**: Anorganisch-chemische Technologie, 4; Chemisch-technisches Praktikum, tägl. — **Ehrlich**: Die chemischen Vorgänge bei der Gärung, 1. — **Nauß**: Technische Gasanalyse, 1. —

Dehn: Höhere Mathematik I, 5, Übungen, 3. — **Hessenberg**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 4; Kinematik, nach Verabredung. — **Mann**: Mechanik: Graphische Statik I, 3, Übungen, 2, III, 3, Übungen, 2; Eisenhochbau, einschließlich Eisenbetonbau, 2, Übungen, 3; Statik der Baukonstruktionen I, 1; Ausgewählte Kapitel aus der Mechanik, 2. — **Steinitz**: Höhere Mathematik III, 2, Übungen, 2; Höhere Mathematik für Chemiker und Hüttenleute, 3, Übungen, 1; Potentialtheorie, 2. — **Schnee**: Ausgewählte Kapitel der Analysis, nach Verabredung. —

Universität Czernowitz.

v. Geitler: Experimentalphysik III, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger I: a) für Physiker und Mathematiker, 6, b) für Chemiker und Naturhistoriker, 3; Physikalische Übungen für Fortgeschrittene, 3; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. g; Besprechung physikalischer Fragen (mit Radakovic und Conrad), 14tägig, 2 g. — **Radakovic**: Optik, 5; Seminar für mathematische Physik, 2 g. — **Conrad**: Kosmische Physik: Luftdruck, Luftströmungen und Niederschläge, 4; Ausgewählte Kapitel aus der atmosphärischen Optik, 1; Naturbeobachtung auf Reisen (mit Netolitzky und Micoletzky), 1. —

Pomeranz: Allgemeine Chemie I, 5; Konstitution und physikalische Eigenschaften chemischer Verbindungen, 2; Praktische Übungen für Anfänger und Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. — **Lindner**: Chemische Verwandtschaftslehre, 1. —

Plemelj: Algebra, 3; Zahlentheorie, 3; Übungen im mathematischen Seminar, 2 g; Übungen im mathematischen Proseminar, 2 g. — **Hahn**: Differential- und Integralrechnung, 4, Übungen, 2 g; Theorie der reellen Zahlen, 2, Übungen, 2 g. — **Kruppa**: Projektive Geometrie, 3. —

Technische Hochschule Danzig.

Krüger: Experimentalphysik I: Mechanik, Wärme, Akustik, Optik, 5; Kleines physikalisches Praktikum, 8; Großes physikalisches Praktikum, tägl.; Ausgewählte Kapitel aus der technischen Physik, 1. — **Kalähne**: Einführung in das physikalische Praktikum: Optik, Magnetismus, Elektrizität, 1; Theoretische Ergänzungen zur Experimentalphysik, 2; Photographie und photographische Reproduktionsverfahren, 1, Übungen I für Anfänger, 3, II für Fortgeschrittene, 3; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten im photographischen Laboratorium des Physikalischen Instituts, tägl. — **Roessler**: Elektrotechnik II, 4; Elektrotechnisches Laboratorium II und III, 9; Projektierung elektrischer Anlagen, 2, Übungen, 4; Berechnung und Entwurf elektrischer Maschinen (mit Roth), 2, Übungen, 4. — **Grix**: Elektrische Hausinstallationen und Beleuchtungstechnik, 1; Elektrische Bahnen, 2, Übungen, 4; Schwachstromtechnik, einschließlich Hochfrequenztechnik, 2. — **Roth**: Elektromaschinenbau, 1, Übungen, 4; Elektrotechnische Meßkunde, 2; Apparate und Schalttafelbau, 2, Übungen, 4. — **Föttinger**: Einführung in die Physik der technischen Strömungserscheinungen, mit Demonstrationen, 2. — **N. N.**: Praktische Meteorologie und Luftfahrt, 2. —

Ruff: Anorganische Experimentalchemie, 4; Chemisches Kolloquium (mit v. Wartenberg und Wohl), 2, Übungen, für Fortgeschrittene, g; Praktikum im anorganisch-chemischen und elektro-chemischen Laboratorium, tägl. — **Wohl**: Organische Experimentalchemie I, 4; Praktikum im organisch-chemischen Laboratorium und Laboratorium für landwirtschaftliche Gewerbe, tägl. — **v. Wartenberg**: Physikalische Chemie I und II, 2; Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften, 3, Übungen, 1; Übungen zur Mathematik, 1; Kleines physikalisch-chemisches Praktikum I und II, 4; Großes physikalisch-chemisches Praktikum, 9. — **N. N.**: Quantitative chemische Analyse, 2. — **Claass**: Chemie und Technologie organischer Farbstoffe, 2. — **Glimm**: Chemie und Technologie der Nahrungs- und Genußmittel, 4; Praktikum für Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel und Gärungsphysiologisches Praktikum, tägl.; Kurse für Gärungsgewerbe, Übungen, mehrere Wochen. — **Jellinek**: Angewandte physikalische Chemie I und II, 2. —

v. Mangoldt: Höhere Mathematik I, 6. — **Lorenz**: Dynamik starrer Körper, 2, Übungen, 2; Festigkeitslehre und Hydraulik, 4, Übungen, 3. — **Schilling**: Darstellende Geometrie, 3, Übungen, 5; Ausgewählte Kapitel der höheren analytischen Geometrie, 1 g. — **Sommer**: Höhere Mathematik II, 4, Übungen, 1; Variationsrechnung, 2. — **v. Brunn**: Theorie der Bahnbestimmung der Planeten und Kometen, 2. — **N. N.**: Übungsergebnisse in der Mechanik, 2. — **Eggert**: Geodäsie I, 2, II, 2; Planzeichnen, 2; Geodätisches Praktikum I und II, 2. —

Technische Hochschule Darmstadt.

Schering: Experimentalphysik: Mechanik der festen, flüssigen und gasförmigen Körper, Wärme, Geometrische



Optik, Wellenlehre des Lichtes, Akustik, 5; Physikalisches Praktikum (mit Zeißig) I: Allgemeine Physik, II: Angewandte Physik, 4 Nachmittage; Selbständige Arbeiten aus dem Gebiete der Physik (mit Zeißig), nach Verabredung; Mechanische Wärmetheorie, 2; Physikalisches Kolloquium (mit Zeißig), für Vorgeschrittene, 1 *g*. — **Zeißig**: Experimentalphysik: Mechanik der festen, flüssigen und gasförmigen Körper, Wärme, Akustik, Optik, 4; Physikalische Meß- und Instrumentenkunde, 1 *g*; Seismometrie und ihre Anwendungen, 1 *g*; Ausgewählte Kapitel aus der allgemeinen Physik, 1. — **Meisel**: Theorie der optischen Instrumente I, 2. — **Limmer**: Photographische Übungen, für Anfänger und Fortgeschrittene, A, 3, B, 3; Ausgewählte Kapitel aus der Photographie, 2; Die Herstellung von Lichtbildern und Vergrößerungen, 2; Photographisches Kolloquium, 1; Grundlagen der Kinematographie, mit Übungen, 1. — **Kittler**: Allgemeine Elektrotechnik II (Wechselstromtechnik): Theoretischer Teil, 3, Fortsetzung, 2; Praktikum III: Selbständige Arbeiten für Vorgeschrittene (mit Petersen), nach Verabredung. — **Wirtz**: Allgemeine Elektrotechnik I: Elemente der Elektrotechnik, 3; Elektrotechnische Meßkunde II, 2; Übungen im elektrotechnischen Laboratorium (mit Sengel), 4 halbe Tage; Elektrische Wellen: Hochfrequenztechnik, 2; Radiotelegraphisches Praktikum, für Fortgeschrittene, nach Verabredung. — **Sengel**: Konstruktion elektrischer Maschinen und Apparate, 3, Übungen, 3; Elektrische Licht- und Kraftanlagen, 2, Übungen, 2; Elektrische Bahnen, 2. — **Petersen**: Allgemeine Elektrotechnik, Übungen, 2; Übungen im Hochspannungslaboratorium, 2; Grundzüge der Hochspannungstechnik, 1. — **Goldschmidt**: Elektrischer Antrieb von Werkzeug-, Bergwerks- und Hüttenmaschinen, 2. —

Wöhler: Anorganische Experimentalchemie, 4; Theoretische Chemie I, 2; Kolloquium über chemische Tagesfragen (mit D'Ans und Martin), 1; Chemisches Praktikum für anorganische und physikalische Chemie (mit Heyl, D'Ans, Martin und Schaeffer), tägl. außer Sonnabend. — **Finger**: Organische Experimentalchemie, 4; Ausgewählte Kapitel aus der Chemie der Alkaloide, 2; Praktikum im Laboratorium für organische Chemie (mit Friedlaender), tägl. außer Sonnabend. — **D'Ans**: Analytische Chemie II, 2; Einführung zu den Übungen zur theoretischen Chemie, 2; Heterogene Gleichgewichte vom Standpunkte der Phasenlehre, 2. — **Heuser**: Organische Experimentalchemie, einschließlich Zellulosechemie und Teerfarbenchemie, 4; Organisch-chemisches Praktikum, nach Verabredung; Papier-Färberei-Praktikum, 4; Ausgewählte Kapitel aus der Roh- und Halbstofflehre der Papierfabrikation, 1. — **Friedlaender**: Zwischenprodukte der Teerfarbenfabrikation, 1 *g*. — **Heyl**: Pharmazeutische Chemie, Organischer Teil, 2; Bakteriologie und Sterilisationstechnik (mit Schaeffer), Übungen, 2. — **Dieffenbach**: Elektrochemie, 2; Chemische Technologie, 4; Chemisches, chemisch-technisches und elektrochemisches Praktikum (mit Moldenhauer und Draisbach), tägl. außer Sonnabend. — **Moldenhauer**: Gasanalytische Methoden, Übungen, 2; Die Theorie der elektrolytischen Dissoziation, 2; Elektrochemische Übungen, 4; Brennstoffe, Verbrennungsvorgänge, Heiz- und Kraftgase, Feuerungskontrolle, 1, Übungen, 2. — **Vaubel**: Theoretische Chemie I: Stereochemie, 1, Übungen, 3; Die physikalischen und chemischen Methoden der quantitativen Bestimmung organischer Verbindungen, 2; Chemie der Fette und Öle und daran anschließend Firnisse und Lacke, 1. — **Martin**: Physikalisch-chemisches Seminar, 1 *g*. — **Sonne**: Chemisch-technische Untersuchung von Explosivstoffen, 1. — **Weller**: Untersuchen von Nahrungsmitteln, Genußmitteln und Gebrauchsgegenständen, 8, Übungen, 1. —

Graefe: Trigonometrie, 3, mit Übungen; Höhere Mathematik, 3, Übungen, 2; Geschichte der Mathematik, 1. — **Horn**: Höhere Mathematik I, einschließlich Elemente der höheren Algebra, 6, Übungen, 4, II, 2, Übungen, 1. — **Dingeldey**: Höhere Mathematik I, einschließlich Elemente der höheren Algebra, 6, Übungen, 3; Geometrie der Kegelschnitte (in analytischer Behandlung), 2. — **Schleiermacher**: Rechenapparate und wissenschaftliches Rechnen, 2 *g*; Elliptische Funktionen, 2 *g*; Aerodynamik in Beziehung zur Luftschiffahrt, 2 *g*. — **Wiener**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 6, II, 2; Arbeiten im mathematischen Institut (mit Sulzmann), 3. — **R. Müller**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 6; Ausgewählte Kapitel aus der Kinematik, 2; Geometrie der Lage, 2. — **Hohenner**: Geodäsie, 4; Höhere Geodäsie, 2; Geodätische Übungen I, 4; Geodätische Ausarbeitungen, 2; Wahrscheinlichkeits- und Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, 2; Praktische Geometrie, 2. — **Assistenten**: Planzeichnen, 4. — **Gasser**: Katastertechnische Berechnungen, 1 *g*. — **Henneberg**: Technische Mechanik, 3, Übungen (mit Graefe), 2; Mechanik II, 6; Übungen in Mechanik (mit Graefe), 2 und 3; Hydrodynamik, 1. — **Blaess**: Ausgewählte Abschnitte aus der technischen Mechanik, 2 *g*. — **Greim**: Meteorologie und Klimatologie, 2. — **Eberhardt**: Luftschiffahrt, 2; Flugtechnik, 2; Luftschrauben, 2, Übungen, 6. — **Linke**: Aeronautische Meteorologie, 2. —

Technische Hochschule Dresden.

Hallwachs: Experimentalphysik I, 5; Physikalisches Praktikum, 6 oder 3, II, einschließlich Laboratoriumstechnik, für Fortgeschrittene, 9; Praktikum für größere physikalische Arbeiten, 20; Physikalisches Kolloquium, Referate über neue Arbeiten (mit Helm, Toepler und Dember), 14tägig, 1 *g*. — **Toepler**: Theoretische Physik IV: Optik, 4; Dioptrik, 2. — **Dember**: Astrophysik, 1. — **Görges**: Allgemeine Elektrotechnik II, 2; Theorie des Wechselstromes II, 4; Elektrotechnische Übungen für Geübtere, 8; Elektrotechnisches Praktikum für Maschinen-, Elektro- und Betriebsingenieure, sowie für Chemiker, 4; Größere elektrotechnische Spezialarbeiten, Übungen, 20. — **Kübler**: Elektromaschinenbau II, 2, IV, 2; Elektrotechnische Konstruktionsübungen, 12 und 4; Heizer- und Maschinistenkursus, nach Verabredung. — **Barkhausen**: Telephonie und Telegraphie: Wissenschaftliche Grundlagen, 2; Theorie der Leitungen II, 1, Übungen, 1; Praktikum für Schwachstromtechnik, insbesondere drahtlose Telegraphie I und II, 14tägig, $1\frac{1}{2}$; Selbständige Arbeiten im Institut für Schwachstromtechnik, 10 oder 20. —

Foerster: Ausgewählte Kapitel aus der speziellen anorganischen Chemie, 1; Chemische Großindustrie, 2; Anorganisch-chemisches Praktikum: a) Qualitative Analyse, 12, b) Gewichts-, Maß- und Gasanalyse, Präparate, ganztägig, tägl. außer Sonnabend; Physikalisch-chemisches und anorganisch-chemisches Kolloquium (mit Erich Müller, Luther und Lottermoser), 1 *g*. — **v. Meyer**: Organische Chemie, 5; Organisch-chemisches Praktikum, halbtägig, Übungen, ganztägig, tägl. außer Sonnabend; Kolloquium, freie Vorträge über wichtige Probleme der Chemie (mit König und v. Walther), 1 *g*. — **Hempel**: Metallurgie, 2. — **Erich Müller**: Elektrochemie, ihre Theorie und technische Anwendung, 2; Physikalische (theoretische) Chemie II, 3; Praktikum für Elektrochemie, Übungen, 8; Praktikum für größere Arbeiten der Elektrochemie und physikalischen Chemie, ganztägig, tägl. außer Sonnabend. — **Ernst Müller**: Allgemeine mechanische Technologie II, 3; Spinnerei, 3; Technologisches Praktikum für die Faserstofftechnik, 12, für Fortgeschrittene, 20. — **Luther**: Photographie, 2; Photographisches Praktikum, für Anfänger und Vorgeschrittene, 4 und 8; Selbständige Arbeiten im wissenschaftlich-photographischen Institute, 2 und 4, ferner ganz- und halbtägig. — **König**: Chemie der Textilindustrie: Gewinnung der Spinnfasern und ihre Veredelung durch Bleicherei, Färberei, Zeugdruck und Appretur, 3; Chemie des Steinkohlenteers: Die Rohmaterialien und Zwischenprodukte für die Industrie der organischen Farbstoffe, 2; Praktikum für Farbenchemie, 8; Praktikum für Farbenchemie bezw. für Färbereitechnik, halbtägig, für größere Arbeiten, ganztägig, tägl. außer Sonnabend. — **Lottermoser**: Analytische Chemie auf Grundlage

der Ionentheorie und des Massenwirkungsgesetzes, 1; Ausgewählte Kapitel aus der technischen Elektrochemie, 1. — **v. Walther**: Chemie der heterozyklischen Verbindungen, 2. — **Renk**: Nahrungsmittelchemie, 2; Wohnungshygiene, 1; Übungen im Untersuchen von Nahrungs- und Genußmitteln, ganztägig, tägl. außer Sonnabend, Praktikum für Nahrungsmittelchemiker, halbtägig, tägl. außer Sonnabend. — **Dietz**: Chemische Technologie der Tonwaren, 1. — **Thiele**: Brennmaterialien, Theorie der Feuerungen, 1. —

Helm: Höhere Mathematik II, 4, Übungen, 2; Die Elektrodynamik nach ihrer geschichtlichen Entwickelung, 2; Übungen zur analytischen Mechanik, 1 g. — **Krause**: Höhere Mathematik IV, 3, Übungen (mit Naetsch), 1; Theorie der komplexen Funktionen, 4; Mathematisches Seminar, 1 g; Seminaristische Übungen für Physiker (mit Naetsch), 1 g. — **Ludwig**: Darstellende Geometrie II, 3, Übungen, 4; Perspektive, mit Übungen, 1; Theorie der geometrischen Verwandtschaften, 2. — **Pattenhausen**: Geodäsie I, 2, Übungen, 2, II, 3, Übungen, 2; Höhere Geodäsie II, 2, Übungen, 2; Einführung in die Kenntnis des Fixsternhimmels, mit Beobachtungen im Observatorium, 1; Geodätische Ausarbeitungen, 2; Graphische Ausarbeitungen, 2; Geodätische Rechenübungen, 2; Skizzieren geodätischer Instrumente, Übungen, 2; Katastervermessung, Übungen, 2; Planzeichnen I, Übungen, 2. — **Naetsch**: Analytische Geometrie der Flächen zweiten Grades, 3; Elementare Algebra und Analysis, 2; Einleitung in die Theorie der partiellen Differentialgleichungen, 2. — **Heger**: Ebene Kurven dritter Ordnung, 1. —

Universität Erlangen.

Wiedemann: Experimentalphysik, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger (Chemiker, Mediziner usw.), 2; Physikalisches Halb- und Vollpraktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Reiger**: Theoretische Physik I, 4, Übungen, 1 g; Physikalisches Kolloquium (mit Wurschmidt und Hauser), 1 g. — **Wurschmidt**: Vektorenrechnung und ihre Anwendungen, 2; Geschichte der Mathematik und Physik im Altertum und im Mittelalter, 2. — **Hauser**: Maschinenkunde für Chemiker und Physiker, 1. —

O. Fischer: Anorganische Experimentalchemie, 5; Praktische Übungen (mit Henrich) a) Analytisch-chemische Übungen, tägl. außer Sonnabend, b) Vollpraktikum, tägl. außer Sonnabend; Praktikum für Mediziner, 4. — **Busch**: Pharmazeutische Chemie (Organischer Teil), 3; Grundlagen der Nahrungsmittelchemie, für Chemiker und Pharmazeuten, 2; Chemisches Praktikum a) Vollpraktikum, tägl., b) Halbpraktikum, tägl. außer Sonnabend; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend; Nahrungsmittelchemisches Praktikum, Voll- und Halbpraktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Henrich**: Analytische Chemie der Metalle (Experimentalvorlesung zur Ergänzung des analytisch-chemischen Praktikums), mit besonderer Berücksichtigung der Gewichtsanalyse, 3; Chemie der Benzolderivate, 2. — **Jordis**: Spezielle anorganische Chemie, zugleich Chemie der Kolloide, 2; Physikalische Chemie I, 2; Chemisches Seminar, 2; Elektrochemisches Praktikum, a) für Anfänger (Analyse), b) für Fortgeschrittene, je 4. —

Noether: Analytische Geometrie, 4; Analytische Mechanik, 4; Vorträge und Übungen, nach Verabredung g. — **E. Fischer**: Algebra I, 4; Anleitung zum Studium der Differential- und Integralrechnung (mit Baldus), 2; Invariantentheorie, 2; Seminar (mit Baldus): Theorie der algebraischen Zahlkörper, 2 g. — **Baldus**: Synthetische Geometrie I, 3, Übungen, 1 g; Elliptische Funktionen, 2; Politische Arithmetik für Juristen, 1, Übungen, 1; Wahrscheinlichkeitsrechnung für Versicherungsmathematiker, 2, Übungen, 1. —

Universität Frankfurt a. M.

Wachsmuth: Experimentalphysik II: Elektrizität und Optik, 5; Physikalisches Kolloquium, 2; Physikalische Übungen für Anfänger, 6, für Mediziner, 4, für Fortgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Elektrizitätsleitung in Gasen, 1. — **v. Laue**: Mechanik des Massenpunktes und des starren Körpers, 4, Übungen, 1. — **Déguisne**: Grundlagen der Elektrotechnik: Gleichstrom, 2; Elektrische Meßkunde: Gleichstrom, 1; Einführung in die Röntgentechnik, 1; Kolloquium auf dem Gebiete der angewandten Physik, 2; Kleines elektrotechnisches Praktikum I, 3, II, 3; Großes elektrotechnisches Praktikum, halb- oder ganztägig; Wissenschaftliche Arbeiten, ganztägig; Gleichstrommaschinen, 1. — **Linke**: Allgemeine Meteorologie, 3; Meteorologisch-geophysikalische Übungen, 2; Mond und Wetter, 1. — **Seddig**: Wissenschaftliche Photographie, 14 tägig, 2; Photographisches Praktikum, 8; Übungen in der optischen Projektion und Anstellung physikalischer Demonstrationen, 14 tägig, nach Verabredung. —

Freund: Organische Experimentalchemie, mit einer Einleitung in die Grundlehren der anorganischen Chemie, 5; Einführung in das Praktikum der qualitativen Analyse (mit Speyer), 2; Kleines chemisches Praktikum für Anfänger: Darstellung chemischer Präparate, Einführung in die qualitative und quantitative Analyse, Nahrungsmittelanalyse, 2 halbe Tage; Großes chemisches Praktikum, halb- oder ganztägig; Wissenschaftliche Arbeiten für Fortgeschrittene, ganztägig; Kolloquium über neue chemische Literatur, 14 tägig, 2. — **Lorenz**: Physikalische Chemie: Übersicht über das Gesamtgebiet der physikalischen Chemie, 3; Kolloquium über neuere Arbeiten aus dem Gebiete der physikalischen Chemie, 2; Kleines Praktikum der physikalischen Chemie, tägl. außer Sonnabend; Übungen im physikalisch-chemischen Laboratorium, halb- oder ganztägig; Wissenschaftliche Arbeiten im physikalisch-chemischen Laboratorium, ganztägig; Chemische Thermodynamik mit besonderer Berücksichtigung des Nernstschen Wärmetheorems, 1. — **Fleischer**: Synthetische Methoden der organischen Chemie, 2; Chemie der neueren Arzneimittel, 1. — **Mayer**: Chemie der Benzolderivate: Zwischenprodukte der Teerfarbenfabrikation, 2; Einführung in die anorganische Chemie auf elementarer Grundlage, 1; Praktische Übungen in der Färberei der Textilfasern, 2. —

Schoenflies: Projektive Geometrie, 4; Mengenlehre, 2, Übungen, 1. — **Brendel**: Mechanik des Himmels, 3; Versicherungsmathematik, für Mathematiker, 2; Versicherungs-Seminar: Übungen für Mathematiker, Juristen und Nationalökonomen, 14 tägig, 2. — **Hellinger**: Differentialgleichungen, 4, Übungen, 1; Theorie der Integralgleichungen, 3. — **Brill**: Bahnbestimmung der Kometen und Planeten, 2, Übungen, 2. — **Szász**: Zahlentheorie, 3, Übungen, 1; Theorie der Kettenbrüche, 2. —

Universität Freiburg i. B.

Himstedt: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Übungen aus der theoretischen Physik, 1 g; Physikalisches Kolloquium, 2 g; Physikalisches Praktikum für Mediziner und Pharmazeuten, 3, für Naturwissenschaftler, 6; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Koenigsberger**: Mathematische Physik mit Übungen: Schwingung und Leitung, 3; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl.; Vorbereitung zu Übungen aus der theoretischen Physik, 1. — **N. N.**: Meteorologie und physikalische Grundlagen der Flugtechnik, 2; Elektromagnetik, 2; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Gaede**: Technisch-physikalisches Praktikum für Naturwissenschaftler: Übungen in der Selbstanfertigung physikalischer Apparate und Vorführung von Experimenten, 2, für Mediziner, mit besonderer Berücksichtigung der Röntgenstrahlentechnik und Mikroskopie, mit anschließendem Konversatorium der Physik, 2; Elektrotechnisches Praktikum, mit einführender Vorlesung über Gleichstrom- und Drehstrommaschinen, 2; Anleitung zu selbständigen Arbeiten im technisch-physikalischen Institut, tägl. — **Ferrars**: Allgemeine Theorie und Praxis der Photographie, wissenschaftlich und künstlerisch, 4. —

Gattermann: Anorganische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum (mit Riesenfeld, Fromm, Meigen, Skita, Hess und Schwarz): a) für Chemiker, tägl. außer Sonnabend, b) für Nichtchemiker, halbtägig; Übungen im Experimentieren und Vortragen für künftige Lehrer der Chemie II (organisch) (mit Riesenfeld, Hess und Schwarz), 2 *g*; Chemisches Kolloquium, 1 *g*. — **Meyer**: Elektrochemie mit Demonstrationen, 2; Photographie mit praktischen Übungen und Demonstrationen, 2; Mechanische Wärmetheorie, 2; Physikalisch-chemisches Übungspraktikum, 2; Selbständige physikalisch-chemische Arbeiten, nach Verabredung. — **Riesenfeld**: Anorganische Technologie: Metallurgie, mit Exkursionen, 2; Seltene Erden, 1; Ionenlehre, 1; Elektrochemisches Praktikum, 2. — **Fromm**: Organische Experimentalchemie, 5; Repetitorium der anorganischen Chemie für Mediziner, 2, Repetition, 1. — **Meigen**: Qualitative Analyse, 3; Übungen im Bestimmen von Mineralien auf chemischem Wege: Einführung in die Mikro- und Spektralanalyse, 2. — **Skita**: Spezielle Kapitel und Methoden der organischen Chemie, für Vorgeschrittenere, 2; Seminar der organischen Chemie, 1. — **Madelung**: Moderne Theorien der organischen Chemie, 1. — **Schwarz**: Theorie der quantitativen Analyse, 1; Seminar (Repetitorium) für anorganische Chemie, für Chemiker und Lehramtskandidaten, 1; Chemie der radioaktiven Elemente, für Chemiker und Mediziner, 1. — **Hess**: Ausgewählte Kapitel der Alkaloidchemie II, 1; Einführung in die Kolloidchemie, für Chemiker und Nichtchemiker, 1. —

Heffter: Analytische Geometrie des Raumes, 4, Übungen, 1 *g*; Analytische Mechanik, 4, Übungen, 1 *g*. — **Stickelberger**: Differentialgleichungen, 3, Übungen, 1; Theorie der elliptischen Funktionen, 4, Übungen, 1. — **Bolza**: Theorie der bestimmten Integrale, 3, Übungen, 1 *g*. — **Loewy**: Differential- und Integralrechnung I, 4, Übungen, 1 *g*; Theorie der algebraischen Gleichungen, 4. — **Ansel**: Populäre Astronomie, 2; Geodäsie, 2; Neuere Methoden in der Himmelsmechanik, 2. — **Seith**: Darstellende Geometrie I, 2, Übungen, 2 *g*. —

Universität Giessen.

König: Experimentalphysik II: Elektrizität und Optik, 5; Physikalisches Praktikum für Mathematiker und Naturwissenschaftler, 6, für Vorgeschrittene, nach Verabredung, für Chemiker, Mediziner, Pharmazeuten und Landwirte, 3; Leitung selbständiger physikalischer Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium (mit Fromme), 2; Die Grundlagen der Luftschiffahrt und der Flugtechnik (mit Cermak, Jentzsch, v. Liebig, Peppler, Sulze und Uller), 1. — **Fromme**: Elektromagnetische Theorie des Lichts, 2; Theoretisch-physikalische Übungen, 1; Meteorologie, 1. — **Uller**: Einführung in die Elektrotechnik, 1. — **Cermak**: Physikalisches Handfertigkeitspraktikum, 3, 6 oder 9; Mathematische Ergänzungen zur Experimentalphysik, 1; Einführung in die Theorie der Quanten, 1. — **Peppler**: Meteorologische Optik, 1. — **Jentzsch**: Interferenz und Beugung, 1. —

Elbs: Organische Experimentalchemie, 5—6; Chemisches Praktikum, tägl., für Landwirte, tägl. außer Sonnabend; Elektrochemisches Praktikum, tägl.; Chemische Übungen für Mediziner und Veterinärmediziner (mit Brand), 5; Übungen in Unterrichtsversuchen für Lehramtskandidaten (mit Brand), nach Verabredung *g*; Pharmazeutisch-chemische und Nahrungsmittelchemische Übungen (mit Feist), tägl. — **Schaum**: Physikalisch-chemisches Praktikum, tägl.; Physikalisch-chemische Übungen für Chemiker und Lehramtskandidaten, 3; Photographische Übungen, 3; Anorganische Experimentalchemie, 5—6; Physikalisch-chemisches Seminar, 2 *g*. — **Brand**: Chemische Technologie I: Technologie der anorganischen Stoffe, mit Exkursionen, 2. — **Feist**: Pharmazeutisch-chemische Präparate, organischer Teil, 3; Ausmittelung der Gifte: Chemische Toxikologie, 2. — **v. Liebig**: Grenzfragen der Chemie, 1 *g*. — **Thomae**: Kolloidchemie und Ultramikroskopie, 1; Pharmazeutische Geheimmittel und ihre Untersuchung, 1; Die Analyse von Erzen, Mineralien, Gesteinen und Wässern, 1; Kolloidchemisches und ultramikroskopisches Praktikum, tägl.; Kolloidchemische und ultramikroskopische Übungen, 2. —

Schlesinger: Über die Grundlagen der Elementarmathematik, 2; Analytische Geometrie des Raumes, 2, Übungen, 14tägig, $1^1/_2$; Einführung in die Funktionentheorie, 4; Mathematisches Seminar: Integralgleichungen, 14tägig, $1^1/_2$ *g*. — **Engel**: Differential- und Integralgleichung, 4, Übungen, 1; Zahlentheorie, 2; Differentialgeometrie (Fortsetzung), 2, Seminar, $1^1/_2$ *g*. — **Graßmann**: Gewöhnliche Differentialgleichungen, 4, Seminar, 14tägig, 1; Darstellende Geometrie I, 3, Übungen, 3. —

Universität Göttingen.

Riecke: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität, Wärme, 3; Praktische Übungen im physikalischen Institut (mit Simon, Neubert, Rausch v. Traubenberg) für Mathematiker, Physiker, Chemiker und Naturwissenschaftler, 4; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten Vorgeschrittener, tägl. außer Sonnabend. — **Wiechert**: Vermessungswesen, theoretischer Teil: Geodäsie, Markscheidekunst, Nautik, Aeronautik, Rechnungsmethoden, 4; Geophysikalisches Praktikum, nach Verabredung *g*; Mathematisch-physikalisches Seminar: Vorträge über geonomische Fragen: Vermessungswesen, Geophysik, 1 *g*; Optik, 4. — **Prandtl**: Statik der Bauwerke: Analytische und graphische Statik, 3, Übungen, 2 *g*; Mechanikpraktikum I, für Anfänger (mit Kumbruch und Pohlhausen), 3, II, für Fortgeschrittene, 3; Selbständige Arbeiten auf dem Gebiete der Mechanik, einschließlich Aerodynamik und Wärmelehre, tägl. außer Sonnabend; Mathematisch-physikalisches Seminar: Vorträge über ausgewählte Fragen der Aerodynamik (mit Runge), 2 *g*. — **Simon**: Einführung in die Elektrotechnik, mit Demonstrationen, 2; Der Energieverkehr mit elektrischen Hilfsmitteln in Theorie und Praxis, 4; Elektrotechnisches Praktikum I und II, 3; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen auf dem Gebiete der angewandten Elektrizität, tägl.; Mathematisch-physikalisches Seminar: Vorträge über ausgewählte Fragen der angewandten Elektrizität, 2 *g*. — **Born**: Mechanik, 4, Übungen, 2; Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften, mit Übungen, 3. — **Hertz**: Einführung in die Thermodynamik, 2. — **Reich**: Meßmethoden der drahtlosen Telegraphie, 1. — **Rausch v. Traubenberg**: Besprechung ausgewählter Kapitel der modernen Elektrizitätslehre als Einführung in das Elektronenpraktikum, 1; Zusammenhänge zwischen Elektrizität und Materie, 1. — **Debye**: Einführung in die Theorie des Planckschen Elementarquantums, 4. — **Winkler**: Übungen in physikalisch-technischer Handfertigkeit: Feilen, Metalldrehen, Gewindeschneiden, Löten, Holzbearbeitung, Glasblasen, Herstellung einfacher Apparate usw., 4. —

Wallach: Allgemeine Chemie I: Anorganische Experimentalchemie, 6; Chemische Übungen und wissenschaftliche Arbeiten (mit Mannich, Kötz, Borsche, Sielisch), Voll- und Halbpraktikum, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Kolloquium für Fortgeschrittene, 1 *g*. — **Tammann**: Physikalische Chemie II: Gleichgewichte in heterogenen Systemen, 2; Physikalisch-chemisches Praktikum für Anfänger, 4 Wochen; Physikalisch-chemische Arbeiten, ganz- und halbtägig; Kolloquium, 1 *g*. — **Zsigmondy**: Anorganische Kolloide, 1 *g*; Ausgewählte Kapitel aus der anorganischen Chemie, 1; Praktikum der anorganischen Chemie und Kolloidchemie, ganz- und halbtägig. — **Kötz**: Analyse und Darstellung anorganischer Stoffe, 2; Die wichtigsten Synthesen organischer Verbindungen, 1; Chemisches Konversatorium, 1; Vorträge der Mitglieder über Fragen der anorganischen Chemie im chemischen Kolloquium, 1 *g*; Studienreise zur Kenntnis der chemischen Großindustrie, *g*. — **Mannich**: Nahrungsmittelchemie, $1^1/_2$; Pharmazeutische Chemie, organischer Teil, mit Experimenten, 4; Praktische Übungen in pharmazeutischer, toxikologischer und Nahrungsmittelchemie, für Fortgeschrittene, tägl. außer Sonnabend; Kolloquium über pharmazeutische Chemie, 1 *g*. — **Coehn**: Anwendungen der

physikalischen Chemie auf technische Prozesse, 1; Photographisches Praktikum, für Anfänger und Fortgeschrittene, 3; Photochemische Arbeiten, ganz- und halbtägig. — **Borsche**: Chemie der Benzolderivate, 2; Chemische Technologie anorganischer Verbindungen I, 2. — **Bielisch**: Chemie der neueren Arzneimittel, 1; Chemische Besprechungen für Mediziner, im Anschluß an das chemische Praktikum 2. — **Vogel**: Chemie der hohen Temperaturen, 1. —

Hilbert: Probleme und Prinzipienfragen der Mathematik, 4; Mathematisch-physikalisches Seminar: Vorträge über die Struktur der Materie, 2 *g*. — **Runge**: Graphische Methoden, mit Übungen, 6. — **Landau**: Differential- und Integralrechnung II, 4, Übungen, 1; Mathematisch-physikalisches Seminar: Mathematische Übungen für höhere Semester, 1 *g*. — **Hartmann**: Photometrie der Gestirne, 1, Astronomisches Seminar, 2 *g*. — **Caratheodory**: Mechanik des Himmels, 4; Mathematisch-physikalisches Seminar: Seminar über ausgewählte Fragen der Himmelsmechanik, 2 *g*. — **Ambronn**: Theorie und Praxis der astronomischen Meßinstrumente mit besonderer Berücksichtigung der mikrometrischen Apparate, 2; Astronomische Übungen für Anfänger und Lehramtskandidaten, 2 Vormittage; Leitung selbständiger astronomischer Arbeiten, für Fortgeschrittene, tägl. — **Bernstein**: Mathematische Statistik und Biometrika, 2; Versicherungsrechnung mit schriftlichen Übungen, 2; Mathematik der privaten und sozialen Versicherung, 2; Seminar für Versicherungswissenschaft: Vorträge der Mitglieder über ausgewählte Fragen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und Mathematischen Statistik, 2 *g*. — **Hecke**: Kurven und Flächen, 4; Anwendungen der Funktionentheorie auf Algebra (Ikosaeder), 2. —

Universität Graz.

Benndorf: Experimentalphysik I, für Mediziner und Pharmazeuten, 4; Physik V: Schwingungsprobleme, für Vorgeschrittene, 2; Physikalische Übungen I für Chemiker und Naturhistoriker, 6 *g*, II, für Mathematiker und Physiker, 6 *g*; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend *g*; Physikalisches Konversatorium, 2 *g*. — **Wassmuth**: Thermodynamik und Wärmeleitung, 5; Übungen im Seminar für mathematische Physik, 3 *g*. — **Streintz**: Thermodynamische und osmotische Theorie des galvanischen Elementes, 2. — **Rosenberg**: Übungen in der Anstellung physikalischer Schulversuche, 3 *g*. — **v. Ficker**: Allgemeine Klimakunde, 2; Thermodynamik der Atmosphäre, 1; Luftelektrizität, 1; Wetterprognose, 1. —

Scholl: Allgemeine und anorganische Experimentalchemie, 5; Chemische Übungen für Anfänger (mit Skrabal), tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4, für Vorgeschrittene, tägl.; Stereochemie, 1 *g*. — **Kremann**: Physikalische Chemie V: Kolloidchemie, 2; Physikalisch-chemische Arbeits- und Meßmethoden, 3; Physikalisch-chemisches, Elektrochemisches und Metallographisches Praktikum für Vorgeschrittene, tägl. — **Skrabal**: Pharmazeutische Chemie, 4; Analytische Chemie, 1; Praktikum aus anorganischer und analytischer Chemie, für Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend. — **v. Hemmelmayr**: Chemische Fabrikindustrie organischer Stoffe mit Exkursionen, 2; Experimentierübungen (chemische Schulversuche), für Lehramtskandidaten, 2. — **Rich. Weitzenböck**: Chemie der Benzolderivate, 2. —

v. Dantscher: Differentialrechnung (Fortsetzung), Integralrechnung, 5; Mathematisches Seminar, 2. — **v. Daublebsky**: Algebra, 3; Zahlentheorie, 2; Mathematisches Seminar, 2 *g*. — **Streissler**: Darstellende Geometrie I: Orthogonale Projektion, 3. — **Roland Weitzenböck**: Mengenlehre, 2 *g*. — **Hillebrand**: Theoretische Astronomie, 3; Das Dreikörperproblem, 1; Theorie der astronomischen Instrumente, 1; Kalendariographie, 1 *g*. —

Technische Hochschule Graz.

v. Ettingshausen: Physik, 5; Elektrotechnik, 3½; Elektrotechnische Übungen: Praktische Messungen, 8; Enzyklopädie der Elektrotechnik, 2. — **Streintz**: Physik für Chemiker: Mechanik, Optik und Wärmelehre, 5, für Geodäten: Mechanik und geometrische Optik, 5. —

Emich: Anorganische Chemie, 7; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten im chemischen Laboratorium, für Vorgeschrittene; Anleitung zur mikrochemischen Analyse, nach Verabredung. — **Andreasch**: Laboratoriumsunterricht und Übungen in der qualitativen chemischen Analyse I, 14; Chemische Technologie der organischen Stoffe, 4; Laboratoriumsunterricht und Übungen in der Darstellung organisch-chemischer Präparate, 20; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Gebiete der organischen Chemie und der chemischen Technologie organischer Stoffe, für Vorgeschrittene. — **B. Reinitzer**: Quantitative chemische Analyse I, 1, Seminar, 2; Laboratoriumsunterricht und Übungen in der quantitativen chemischen Gewichtsanalyse, 20; Chemische Technologie der anorganischen Stoffe, 4, Laboratoriumsunterricht und Übungen, 20; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten aus dem Gebiete der anorganischen Chemie und der chemischen Technologie anorganischer Stoffe, für Vorgeschrittene, nach Verabredung. — **v. Cordier**: Ausgewählte Kapitel aus der Stereochemie, 1. — **Kremann**: Die Anwendung der physikalisch-chemischen Theorien in der analytischen Chemie, 2. — **v. Hemmelmayr**: Enzyklopädie der technischen Chemie, 2. —

Hocevar: Mathematik I A: Algebra und Analysis, I B: Analytische Geometrie 6, Übungen (mit Weitzenböck), 2. — **Weitzenböck**: Elemente der höheren Mathematik, 4; Einführung in die Wahrscheinlichkeits- und Ausgleichsrechnung, 1. — **v. Peithner**: Mathematik II, a) Geometrie, b) Integralrechnung, c) Differentialgleichungen, 4, Übungen (mit Weitzenböck), 2. — **Schüßler**: Darstellende Geometrie, 5, Repetitorium, 2, Übungen, 6, Seminarübungen, Unter- und Oberseminar, 2; Projektive Geometrie I, 3, Übungen, 3; Verwendung konjugiert imaginärer Elemente in der Geometrie, 2, Konstruktionsübungen, 2. — **Wittenbauer**: Allgemeine Mechanik I, 4, Übungen, 3 und 2; Die Mechanik auf Grund der Vektorenrechnung, 2; Technische Mechanik I, 4. — **Klingatsch**: Niedere Geodäsie, 4; Elemente der niederen Geodäsie, 4; Geodätische Zimmerübungen, 1½ und 2; Höhere Geodäsie, 4; Geodätisches Seminar, 6. —

Universität Greifswald.

Mie: Experimentalphysik II: Elektrizitätslehre, Optik, 5; Physikalische Übungen für Naturwissenschaftler, 6; Erläuterungen zum physikalischen Praktikum, 1 *g*; Leitung selbständiger physikalischer Untersuchungen, tägl.; Handfertigkeitsübungen (mit Herweg), 2; Besprechung neuerer physikalischer Arbeiten (mit Starke), 2 *g*. — **Starke**: Theorie der Wärme, 4, Übungen, 1 *g*; Physikalisches Praktikum für Mediziner und Pharmazeuten, 2. — **Herweg**: Spektroskopie: Herstellung leuchtender Gase und Dämpfe, Spektroskope, Interferenzmethoden, normaler Zeemaneffekt und Dopplereffekt, Natur der Spektra, 2. —

Dimroth: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum: a) Anorganische Abteilung, b) organische Abteilung (mit Posner), c) für Pharmazeuten und Nahrungsmittelchemiker (mit Scholtz), tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4, Erläuterungen, ½ *g*. — **Scholtz**: Pharmazeutische Chemie (anorganisch), 3; Ausmittelung der Gifte, 1; Pharmazeutisches Kolloquium, 1 *g*. — **Roth**: Physikalische Chemie II: Elektrochemie, 2; Qualitative Analyse, 2; Physikalisch-chemische Übungen, 3½ oder 7½; Besprechung ausgewählter physikalisch-chemischer Arbeiten, 1 *g*. — **Posner**: Synthetische Methoden der organischen Chemie, 2; Chemische Technologie II: Technologie der organischen Stoffe, 2; Exkursionen zur Besichtigung chemischer Fabriken, nach Verabredung *g*. —

Vahlen: Differential- und Integralrechnung I, 4; Kinematik und Mechanismen, 1; Mathematisches Seminar (mit Hausdorff und Thaer), 2 *g*. — **Hausdorff**: Ge-

wöhnliche Differentialgleichungen, 4, Übungen, 1 *g*; Anwendungen der elliptischen Funktionen, 2. — **Thaer**: Darstellende Geometrie, mit Übungen, 6; Grundlagen der Analysis, 2. —

Universität Halle.

Dorn: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 4; Theorie der Elastizität, 2 *g*; Physikalisches Laboratorium: a) Übungspraktikum, 6, b) Halbpraktikum, 3, c) Arbeiten von Geübten, tägl. — **Schmidt**: Theorie des Magnetismus und der Elektrizität, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, ganztägig; Physikalisches Kolloquium, 14 tägig, 2 *g*. — **Wigand**: Grundzüge der Elektronenlehre, 1; Physikalisches Handfertigkeitspraktikum, 3. — **Thiem**: Praktische Photographie, 2. —

Vorländer: Allgemeine Experimentalchemie I: Anorganische Chemie, 5; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit H. Schulze), 4; Übungen in der Ausführung chemischer Schulversuche, 4 *g*. — **Erdmann**: Chemische Technologie III: Chlornatrium, Kalisalze, Elektrolyse, Glas, Keramik, Explosivstoffe, Verarbeitung organischer Rohstoffe, 2; Praktische Übungen im Laboratorium für angewandte Chemie, tägl. außer Sonnabend; Praktischer Kursus in Gasanalyse, Heizwertbestimmung und technischer Analyse, 4. — **Schulze**: Darstellung und Prüfung der Arzneimittel II, 2; Die wichtigeren Alkaloide, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Pharmazeuten, tägl. außer Sonnabend. — **Baumert**: Gerichtliche Chemie, 2; Einführung in die gerichtlich-chemische Analyse, 1 *g*; Praktische Übungen im Laboratorium für Nahrungsmittelchemie, tägl. außer Sonnabend; Gerichtlich-chemisches Praktikum, 3. — **Tubandt**: Grundzüge der physikalischen Chemie, 3; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend, Kleines Praktikum, 6. — **Beschke**: Spezielle Kapitel der organischen Chemie, 1 *g*. —

Wangerin: Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Raumkurven und Flächen: Differentialgeometrie, 4; Sphärische Trigonometrie und Anwendungen derselben, 2; Übungen des Mathematischen Seminars, 14 tägig, 2 *g*. — **Gutzmer**: Analytische Geometrie des Raumes, 3; Theorie der analytischen Funktionen, 3; Übungen des Mathematischen Seminars, 14 tägig, 2 *g*. — **Eberhard**: Integralrechnung, 4, Übungen, 1 *g*. — **Buchholz**: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Theorie der Ausgleichung der Beobachtungsfehler: Methode der kleinsten Quadrate, 1; Theorie der speziellen Störungen, 2. — **Bernstein**: Die Dampfkraftmaschinen, mit Exkursionen, 1. — **Pfeiffer**: Darstellende Geometrie, 4, Übungen, 4. —

Technische Hochschule Hannover.

Precht: Experimentalphysik: Mechanik, Wärme, Schall, strahlende Energie, 4; Arbeiten im Laboratorium der Physik, für Elektroingenieure und Chemiker, 4; Grundzüge der Physik, 3; Praktische Physik, 2. — **Kohlrausch**: Grundzüge der Elektrotechnik, 3; Theoretische Elektrotechnik, 4; Elektrotechnisches Laboratorium (mit Beckmann, Ilmer und Hölter) I, 8, II, 16, III, für Maschineningenieure, 8; Elektrotechnisches Kolloquium, 14 tägig, 2 *g*. — **Heim**: Elektrische Anlagen I: Einzelanlagen (mit Schellbach), 3, Übungen, 2; Entwerfen von elektrischen Maschinen und Transformatoren (mit Schellbach), 2, Übungen, 2; Telegraphie und Telephonie, 2; Elektrische Bahnen, Elektrotechnischer Teil, 2; Elektrische Kraftübertragung, 2. — **Beckmann**: Praktische Elektrotechnik für Anfänger II, 1; Elektrotechnische Meßkunde I 2, 2; Elektrische Apparate, 1 *g*. — **Humann**: Elektrische Kabel und ihre Verlegung, 1 *g*. —

Seubert: Anorganische Chemie, 4; Arbeiten im Laboratorium der anorganischen Chemie (mit Eschweiler, Seybold und Sauermilch), tägl. außer Sonnabend. — **Eschweiler**: Analytische Chemie, 3. — **Behrend**: Organische Chemie, 3; Arbeiten im Laboratorium der organischen Chemie (mit Ingebrigtsen und Nottbohm), tägl. außer Sonnabend. — **Ost**: Grundzüge der chemischen Technologie, 2; Allgemeine chemische Technologie, 4, Übungen im Skizzieren, 2; Arbeiten im Laboratorium der technischen Chemie (mit Matthies), tägl. außer Sonnabend. — **Bodenstein**: Physikalische Chemie, 3; Elektrochemische Übungen (mit Braune), 4; Arbeiten im elektrochemischen Institut (mit Braune), tägl.; Übungen in der Elektroanalyse (mit Braune), 7. — **Jänecke**: Unsere Kalilager, 1; Die Physikalische Chemie der heterogenen Gleichgewichte: Phasenlehre, 1. —

Kiepert: Höhere Mathematik I (mit Prange), 6, Übungen, 2, Repetition, 1, III, 2; Ausgewählte Kapitel der Mathematik: Zahlentheorie, 3. — **Müller**: Höhere Mathematik II A (mit Prange), 6, Übungen, 2; Geschichte der technischen Mechanik seit Galilei, 1; Algebra: Theorie der algebraischen Gleichungen, 2; Mathematisches Seminar (mit Rodenberg), 2 *g*; Grundzüge der höheren Mathematik, 3, Übung, 1. — **Rodenberg**: Darstellende Geometrie (mit Richter, Morin und Ackerhans) II, 3, Übungen, 6. — **Petzold**: Algebraische Analysis und Trigonometrie, 3. — **Oertel**: Geodäsie I: Praktische Geometrie (mit Petzold), 4, Übungen, 2. — **Wilke**: Mechanik I: Grundzüge der Mechanik (mit Pfadt und Kammüller), 3, Übung, 1. — **Oesterlen**: Mechanik II: Dynamik und Hydrodynamik, 4, Übung, 1. —

Universität Heidelberg.

Lenard: Experimentalphysik: Mechanik, Akustik, Wärmelehre, 4; Physikalisches Praktikum (mit Becker und Baerwald), 6; Wissenschaftliche Arbeiten Fortgeschrittener im physikalischen und radiologischen Institut (mit Becker, Ramsauer und Baerwald), tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Seminar und Kolloquium, 1 *g*. — **Becker**: Theoretische Mechanik der starren und deformierbaren Körper, 4; Theoretisch-physikalische Übungen, 1 *g*. — **Ramsauer**: Radiologie, Theorie der Kathodenstrahlen, mit Demonstrationen, $1^1/_2$. — **Baerwald**: Ausgewählte Kapitel aus der neueren Atomistik, 1. — **Mertens**: Einführung in die Maschinen- und Elektrotechnik, mit Exkursionen, 2 *g*. — **Schmidt**: Photographisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene, mit Exkursionen, 2. —

Curtius: Experimentalchemie II: Organische Verbindungen, Metalle, 6; Chemisches Praktikum für Anfänger und für Geübtere in anorganischer, organischer, physikalischer, analytischer und pharmazeutischer Chemie (mit Jannasch, Knoevenagel, Trautz, Stollé, Ebler, Muckermann und Müller), tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, halbtägig. — **Jannasch**: Gewichtsanalyse, 2; Chemische Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel, 1; Gasanalytisches Praktikum (mit Ebler), 4; Analytisches Praktikum zur Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel (mit v. Mayer), 5. — **Knoevenagel**: Chemie der Benzolderivate, 3; Chemie und Technologie der Teerfarbstoffe, 2; Praktische Anwendung organischer Farbstoffe in der Färberei und Druckerei, 4—6 Wochen. — **Trautz**: Physikalische Chemie I: Elektrochemie, Thermochemie I, Konstitution der Materie, 3; Photochemie III: Theoretische Grundlagen aus der Molekular- und Dispersionstheorie, 2; Einführung in das physikalisch-chemische Praktikum, 1 *g*; Physikalisch-chemisches Kolloquium, 2 *g*; Anwendungen der physikalischen Chemie in anderen Naturwissenschaften: Petrographie, Geologie, Medizin, 1; Praktische Einführung in die physikalische und Elektrochemie, 4—6 Wochen. — **Krafft**: Anorganische Chemie, 4; Praktisch-chemische Übungen und Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Anfängerpraktikum, 5 oder 3 Halbtage; Chemisches Praktikum, 4 Wochen. — **Stollé**: Qualitative Analyse, 2; Pharmazeutische Chemie II: (organisch), 3. — **Mohr**: Stereochemie, 1. — **Ebler**: Radioaktivität und radioaktive Substanzen, 1; Kolloquium über anorganische und analytische Chemie, 1; Gasanalyse und Gasvolumetrie, 1, Übungen, 2. — **Muckermann**: Analytische Methoden offizineller Arzneimittel, 2; Wasser- und

Harnanalyse, 2. — **Müller**: Heterozyklische Verbindungen, 1; Die atmosphärische Luft und ihre Bestandteile, 1. —

Stäckel: Höhere Algebra II, 2; Analytische Geometrie des Raumes, 4, Übungen, 1; Mathematisches Oberseminar mit Perron, 2. — **Wolf**: Spektralanalyse 3 g. — **Perron**: Differentialrechnung, 4, Übungen, 1, Elliptische Funktionen, 3. — **Koenigsberger**: Über Irreduktibilität in der Algebra der Funktionenlehre und Theorie der Differentialgleichungen, 2 g. — **Koehler**: Zahlentheorie, 2. — **Vogt**: Synthetische Geometrie mit Übungen, 4; Variationsrechnung: Theorie der Maxima und Minima, 2. — **Kopff**: Theorie der Rotation der Erde, 1. — **Bopp**: Potentialtheorie, 2. —

Universität Innsbruck.

v. Schweidler: Experimentalphysik I, 5; Physikalisches Praktikum für Lehramtskandidaten, 6, für Mediziner, 2 g; Wissenschaftliche Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. g. — **v. Lerch**: Physik für Pharmazeuten, 5. — **Tumlirz**: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 5; Übungen im mathematisch-physikalischen Seminar, 2. — **Hammerl**: Elektrotechnik II: Über die Eigenschaften der Wechselströme, über Transformatoren und Wechselstrommaschinen, 2 g. — **Exner**: Meteorologie, 2; Atmosphärische Optik und Akustik, 2; Ergebnisse der modernen Aerologie (Konversatorium), 1. —

Brunner: Allgemeine Chemie I: Anorganische Chemie, 5; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend, für Lehramtskandidaten, halbtägig; Chemische Übungen für Mediziner, 6. — **Hopfgartner**: Kolloidchemie, 2; Über Katalyse, 1; Gasanalyse, 1. — **Zehenter**: Chemische Technologie der Metalle, 2 g. —

Gmeiner: Funktionentheorie, 3; Doppelintegrale, 2; Übungen im mathematischen Seminar, 2 g. — **Zindler**: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, mit Übungen, 6; Mathematisches Seminar für Anfänger: Einführung in die Differentialrechnung, 1 g. — **Menger**: Darstellende Geometrie II, 2 g; Zeichenübungen, 1 g. — **Prey**: Astromechanik, 3; Das Fixsternsystem, 2. —

Universität Jena.

Wien: Experimentalphysik II: Elektrizität und Magnetismus, Optik, 4; Physikalisches Praktikum für Mathematiker und Physiker, 6, für Chemiker, Pharmazeuten, Mediziner, 4; Physikalisches Kolloquium, 1 g; Leitung physikalischer Spezialuntersuchungen mit Straubel und Pauli, tägl. — **Auerbach**: Thermodynamik, 4; Schwingungen, Wellen und Strahlen in der modernen Physik, 2; Das Wesen der Materie, 1. — **Straubel**: Geometrische Optik, 1. — **Ambronn**: Einleitung in die Theorie des Mikroskops, 2; Übungen in der Handhabung des Mikroskops und seiner Nebenapparate, 2; Mikrophotographie und Projektion, 1; Kolloquium über wissenschaftliche Mikroskopie, g. — **N. N.**: Experimentalphysik für Fortgeschrittene IV: Elektrizität, Optik, 2; Praktikum für Fortgeschrittene, 4. — **Vollmer**: Einführung in die Gleich- und Wechselstromtechnik, mit Exkursionen, 2; Elektrotechnisches Praktikum, 2; Praktikum für Fortgeschrittene, tägl., Anwendung der Technik in der Landwirtschaft mit Exkursionen, 1. — **Pauli**: Über die Beziehungen zwischen Licht und Elektrizität, 1. —

Knorr: Allgemeine Experimentalchemie II: Organische Chemie, 5; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Wolff): a) Vollpraktikum, 30, b) Halbpraktikum, 15, c) Mediziner-Vollpraktikum, 6, d) Mediziner-Halbpraktikum, 3; Chemisches Praktikum im organischen Laboratorium und Anleitung zu chemischen Spezialuntersuchungen (mit Schlenk und Schneider), 40. — **Wolff**: Analytische Chemie, 3; Elektrolyse und elektrolytisches Praktikum, 2. — **Immendorff**: Agrikulturchemie I: Pflanzenernährungslehre, 3, II: Tierernährungslehre, 2; Grundzüge der organischen Chemie für Landwirte, 1; Großes und kleines chemisches Praktikum für Landwirte; Agrikulturchemisches Seminar, für Fortgeschrittene, 14tägig, 2 g. — **Vongerichten**: Chemische Technologie, organischer Teil: Farbstoffe und Brennstoffe, 2; Technisch-chemisches Praktikum; Chemischer Kursus für Nationalökonomen. — **Matthes**: Pharmazeutische Chemie I: Anorganische Chemie, 3; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum: Untersuchung und Darstellung chemisch-pharmazeutischer Präparate, Ausmittelung der Gifte; Praktische und theoretische Übungen aus dem Gebiete der Nahrungsmittelchemie. — **Marc**: Grundlagen der physikalischen Chemie I, 2; Kleines physikalisch-chemisches Praktikum, 3; Anleitung zum selbständigen Arbeiten auf physikalisch-chemischem Gebiete; Chemisches und physikalisch-chemisches Kolloquium (mit Schlenk und Schneider). — **Schlenk**: Chemie der Fettreihe, 2. — **Schneider**: Stereochemie, 1. —

Haußner: Differential- und Integralrechnung II, mit Übungen, 5; Analytische Geometrie des Raumes, 4, Proseminar, 2; Zahlentheorie, 5; Mathematisches Seminar, 1. — **Koebe**: Theorie der analytischen Funktionen, 5, Seminar, 14tägig, 2. — **Frege**: Analytische Mechanik, 4; Begriffsschrift, 1 g. — **Knopf**: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Methode der kleinsten Quadrate, 3; Störungstheorie, 2; Mathematische Geographie, 2. — **Winkelmann**: Darstellende Geometrie I, mit Übungen, 3; Graphische Statik, 3. —

Technische Hochschule Karlsruhe.

Lehmann: Physik, 4, Ergänzende Demonstrationen, 2; Physikalisches Laboratorium, 6; Seminar für Experimentalphysik, 2 g; Anleitung zu selbständigen Arbeiten im physikalischen Laboratorium, nach Verabredung. — **N. N.**: Einführung in die mathematische Physik, 3; Repetitorium der Physik, 2; Luftschiffahrt und Flugtechnik, 2. — **Schmidt**: Photographisches Praktikum, mit Vorträgen über die Theorie der photographischen Vorgänge, für Anfänger und Vorgeschrittene, 2. — **Schultheiß**: Meteorologie: Klimatologie, 1. — **Richter**: Elektromaschinenbau I: Grundlagen, Gleichstrommaschinen, Transformatoren, 5; Übungen im Konstruieren elektrischer Maschinen und Apparate, 4; Elektrotechnisches Laboratorium II, 6, für Vorgeschrittene, einschließlich Hochfrequenzmessungen und drahtlose Telegraphie (mit Schleiermacher, Schwaiger und Hausrath), 8; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen, nach Verabredung. — **Schleiermacher**: Grundlagen der Elektrotechnik und Meßkunde, 3; Theoretische Elektrizitätslehre, 3; Elektrotechnisches Laboratorium I, 6. — **Schwaiger**: Elektromotorische Betriebe, einschließlich Bahnen, 2; Elektrische Kraftwerke und Schaltanlagen, 2; Schalt- und Regulierapparate, 1; Nichtstationäre elektrische Vorgänge und Hochspannungserscheinungen, 1; Übungen zu den vier Vorlesungen, 2; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen. — **Teichmüller**: Allgemeine Elektrotechnik, 2; Elektrotechnisches Seminar, 2; Übertragung und Verteilung elektrischer Energie: Leitungen, 2, Übungen, 2; Energieversorgung des Landes, 1; Exkursionen zur Besichtigung elektrischer Anlagen. — **Thomälen**: Theorie der Wechselströme, 2, Übungen, 2. — **Hausrath**: Drahtlose Telegraphie, 2; Schwachstromtechnik, 2. — **Michelmann**: Automobil-, Luftschiff- und Flugzeugmotorenbau, 1. —

Engler: Anorganische Experimentalchemie, 4; Organisch-chemisches Kolloquium (mit Franzen), 1; Spezielle Kapitel der allgemeinen Chemie, 1; Chemisches Laboratorium, tägl. außer Sonnabend. — **Bredig**: Physikalische Chemie I, 2; Überblick über die theoretische und technische Elektrochemie, 3; Physikalisch-chemisches und elektro-chemisches Kolloquium für Vorgeschrittene, 2; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Physikalisch-chemischer und elektrochemischer Einführungskurs, mit einleitenden Vorträgen. — **Bunte**: Chemische Technologie I, 2, II, 2; Metallurgie, 1; Brennstoffe und industrielle Feuerungen, 1; Übungen in der technischen Analyse (mit Eitner), 4 und 3, für Vorgerücktere, tägl.; Gaschemische Übungen, 2; Arbeiten im chemisch-technischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Technologische Exkursionen. — **Franzen**: Orga-

nische Chemie II, 2; Besprechung neuerer Arbeiten auf dem Gebiete der organischen Chemie, 1. — **Askenasy**: Prozesse der elektrochemischen Großindustrie II und Bau und Betrieb der Akkumulatoren, 2. — **Dieckhoff**: Organisch-pharmazeutische Chemie, 2; Gerichtliche Chemie, 2. — **Eitner**: Methoden der technischen Analyse, 2, Übungen (mit Bunte), 4; Ausgewählte Kapitel der technischen Analyse, 1, Übungen (mit Bunte), 3; Spezielle Technologie der Gasbeleuchtung I, 1, Übungen, 4. — **Fajans**: Kolloidchemie, 2. — **Koenig**: Analytische Chemie II: Physikalisch-chemische Grundlagen der Analyse, 2. — **Reis**: Photochemie I: Strahlungslehre, 2. — **Rupp**: Chemische und mikroskopische Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln sowie Gebrauchsgegenständen, 2. — **N. N.**: Chemie der Faserstoffe und Farbstoffe I, 2, Übungen (mit Lindner), 2. — **Steinkopf**: Methoden der organischen Chemie, 1; Chemie der heterozyklischen Verbindungen I, 1. — **Terres**: Chemie der Gase, 2. — **Ubbelohde**: Industrie des Petroleums, der Fette und Harze, 2. —

Disteli: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 4; Graphische Statik, 2, Übungen, 2. — **Fueter**: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 2. — **Heun**: Mechanik I, 4, Übungen, 2; Mechanisches Seminar, 3 *g*. — **Krazer**: Höhere Mathematik II, 3; Elliptische Funktionen, 2. — **Haupt**: Übungen in den Grundlehren der höheren Mathematik, 2; Arithmetik und Algebra, 2, Übungen, 1; Ebene und sphärische Trigonometrie, 2, Übungen, 1. — **Noether**: Elemente der Mechanik, 3, Übungen, 1; Elastizitätstheorie, 2. — **N. N.**: Elementare und analytische Geometrie der Ebene und des Raumes I, 2, Übungen, 1. — **Haid**: Praktische Geometrie, 3; Höhere Geodäsie, 3; Geodätisches Praktikum I, 2, III, 3; Methode der kleinsten Quadrate, 2. — **Bürgin**: Katastervermessung II: Feldbereinigung, 2, Übungen, 4; Repetitorium der praktischen Geometrie, 2; Plan- und Terrainzeichnen, 2 und 4; Ausarbeitung der großen geodätischen Exkursion, 2. — **Stutz**: Organisation der Katastervermessung, 2, Übungen, 1. —

Universität Kiel.

Dieterici: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 5; Physikalisches Praktikum, a) für Mediziner und Pharmazeuten, 3, b) für Naturwissenschaftler und Mathematiker, 8, c) für Fortgeschrittene, tägl.; Seminarübungen in thermodynamischen Berechnungen, 1 *g*. — **Weber**: Einleitung in die theoretische Physik: Analytische Mechanik und Optik, 4; Theorie physikalischer Meßapparate, 1, Übungen, nach Verabredung; Photometrie, 1; Ausgewählte physikalische Messungen und Untersuchungen, tägl. außer Sonnabend. — **Zahn**: Kinetische Gastheorie, 1. — **Martienssen**: Physikalische Grundlagen der Flugtechnik, 1. — **Schmidt**: Praktische Übungen in der Ausführung von Demonstrationsversuchen im physikalischen Schulunterricht, 2. —

Harries: Organische Experimentalchemie, 4; Chemisches Praktikum I, anorganische Abteilung (mit Mumm), tägl. außer Sonnabend, II, organische Abteilung, tägl.; Chemische Gesellschaft: Vorträge über neue Arbeiten auf allen Gebieten der Chemie (mit Rügheimer, Feist, Mumm, Preuner, Stark, Horrmann und Freudenberg), 2 *g*. — **Rügheimer**: Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, 3; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend. — **Berend**: Kolloquium der organischen Chemie, 1 *g*; Repetitorium der organischen Chemie, 3/4. — **Feist**: Technologie der Kohlehydrate, Gärungsgewerbe, Sprengstoffe und Riechstoffe, 1; Chemische Großindustrie, 1. — **Stoehr**: Ausgewählte Kapitel der organischen Chemie, 1. — **Preuner**: Einführung in die physikalische Chemie, 2; Elektroanalytische Übungen, 2 Wochen. — **Mumm**: Chemie der Metalle, 3. —

Pochhammer: Analytische Geometrie des Raumes, 4; Funktionentheorie, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 1 *g*. — **Harzer**: Sphärische Astronomie, 3; Übungen im numerischen Rechnen, 1 *g*. — **Jung**: Differentialgleichungen der Physik, 8; Differentialgeometrie, 4; Übungen im mathematischen Seminar, 1 *g*. — **Kobold** Methode der kleinsten Quadrate, 2, Übungen, nach Verabredung *g*. — **Toeplitz**: Integralrechnung, 4, Übungen, 1 *g*; Mengenlehre und Reihenentwicklungen, 3. — **Wilkens**: Ausgewählte Kapitel der Stellarastronomie, 1. — **Neuendorff**: Synthetische Geometrie, 2; Darstellende Geometrie II, mit Zeichenübungen, 3; Übungen und Vorträge aus der angewandten Mathematik, 1 *g*. —

Bergakademie Klausthal.

Valentiner: Experimentalphysik I: Mechanische Grundbegriffe, Mechanik starrer, flüssiger, gasförmiger Körper, Wellenlehre, einschließlich Akustik, Elektrizität und Magnetismus, 5; Physikalisches Praktikum, 3. — **Wallot**: Physikalisches Repetitorium, 2. —

Biltz: Allgemeine Chemie I: Chemie der Nichtmetalle, Grundzüge der organischen Chemie, 3; Ausgewählte Kapitel aus der physikalischen Chemie: Molekulartheorie, Thermochemie, 2; Lötrohrprobieren mit Übungen I, 3; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium (mit Mecklenburg), tägl. — **Mecklenburg**: Einführung in die Elektrochemie und Elektroanalyse, mit Übungen, 3; Kolloquium über anorganische Chemie, 2. —

Mohrmann: Höhere Mathematik und analytische Mechanik I, mit Übungen, 6; Darstellende Geometrie I, mit Übungen, 4. — **Gehrke**: Markscheidekunde, mit Übungen I, 6; Abriß der Markscheidekunde, 2. — **Thomé**: Markscheiderisches Zeichnen I, 2; Ausgleichungsrechnung, 4. —

Universität Königsberg.

Kaufmann: Experimentalphysik II: Optik, Elektrizität, 5, Ergänzungen, 1 *g*; Physikalische Übungen für Physiker und Mathematiker, 6; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl.; Physikalisches Kolloquium, 2 *g*. — **Volkmann**: Theorie der Wärme, 4, Übungen und Ergänzungen, 1 *g*; Mathematisch-physikalisches Laboratorium: a) Physikalisch-praktische Übungen und Arbeiten für Anfänger und Vorgerückte, 6, b) Leitung großer spezieller Arbeiten, ganztägig. — **Hoffmann**: Einführung in die Experimentalphysik II: Elektrizität und Magnetismus, 2. —

Klinger: Anorganische und allgemeine Chemie, 4; Besprechung neuer Arbeiten (mit Blochmann, Eisenlohr und Sonn), 1 *g*; Chemisches Praktikum für Mediziner, 2 Nachmittage; Übungen im Laboratorium (mit Blochmann und Eisenlohr), tägl. außer Sonnabend. — **Stutzer**: Physiologie der Ernährung, 1 *g*; Technologie der Kohlehydrate: Fabrikation von Zucker, Alkohol, Stärke usw., 2; Fütterungslehre, 2; Praktische Übungen im chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Praktische Übungen für Nahrungsmittelchemiker (mit Goy), tägl. außer Sonnabend. — **Rupp**: Pharmazeutische Chemie: Aliphatische Reihe, 2; Methoden der Nahrungsmittelprüfung, 1; Chemische Übungen, tägl. außer Sonnabend; Pharmazeutisch-wissenschaftliches Kolloquium, 1 *g*. — **Blochmann**: Analytische Chemie I: Qualitative Analyse, 2; Technische Chemie der Metalle, 1 *g*. — **Eisenlohr**: Spektralanalyse, 1; Repetitorium der anorganischen und organischen Chemie, zugleich Einführung in die physikalische Chemie (mit Rießer), 3; Grundlagen der allgemeinen Chemie, 1 *g*. — **Sonn**: Chemie der hydroaromatischen und heterozyklischen Verbindungen, 2; Färbereipraktikum, 3. —

Meyer: Integralrechnung, mit Übungen, 4; Differentialgeometrie, 4, Übungen, 1 *g*; Mathematische Gesellschaft (mit Boehm), 1 *g*. — **Battermann**: Einleitung in die Mechanik des Himmels, 2; Interpolation und numerische Integration mit Anwendung auf die Berechnung spezieller Störungen, 1 *g*. — **Boehm**: Analytische Geometrie II, mit Übungen, 4; Variationsrechnung und ihre Anwendung auf geometrische und mechanische Probleme, mit Übungen, 3; Seminar, 1 *g*. — **Kaluza**: Angewandte Mathematik IV: Graphische Statik, mit Übungen, 3; Ausgewählte Kapitel der Elementargeometrie, 2. —

Universität Leipzig.

Wiener: Experimentalphysik II: Magnetismus, Elektrizität, Licht, 5, Mathematische Ergänzungen, 1; Selbständige physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene mit Scholl und Fuchtbauer, tägl.; Physikalisches Praktikum (mit Fuchtbauer), 3, 6 oder 9, für Mediziner und Pharmazeuten mit Scholl und Fuchtbauer, 3, Physikalisches Kolloquium mit Des Coudres, 2 g. — **Des Coudres**: Thermodynamik, 4; Selbständige physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene mit Fredenhagen, tägl. — **Bjerknes**: Dynamik elastisch-fester Körper und reibender Flüssigkeiten, mit Anwendungen auf die Bewegungen der Atmosphäre, des Meeres und der festen Erde, 2; Selbständige Arbeiten im Geophysikalischen Institut, für Vorgeschrittene mit Wenger, tägl.; Aerologisches Praktikum mit Wenger, 6; Praktische Einführung in graphisch-mathematische Methoden, mit Anwendungen mit Wenger, 6; Geophysikalisches Kolloquium mit Wenger, 2 g. — **v. Oettingen**: Das duale Harmoniesystem und die Theorie der reinen Stimmung, 2. — **Fischer**: Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften: Differential- und Integralrechnung, 3; Über die Wirkung der Muskeln, 1. — **Scholl**: Experimentalphysik für Zahnärzte, 3. — **Marx**: Entladung der Elektrizität in Gasen, 2. — **Fredenhagen**: Maxwellsche Theorie auf experimenteller Grundlage, 2. — **Haas**: Geschichte der Physik von ihren Anfängen bis zum Ende des 18. Jahrhunderts, 2 g; Selbständige geschichtlich-physikalische Arbeiten für Vorgeschrittene, nach Verabredung g. — **Jaffé**: Das Relativitäts-Prinzip, 1. — **Lilienfeld**: Röntgenstrahlen und ihre Erzeugung, sowie physikalische Grundlagen ihrer Anwendung in der Medizin, 1 g. — **Fuchtbauer**: Pädagogisch-physikalisches Praktikum, für Lehramtskandidaten, 3. — **Donner**: Handfertigkeitsunterricht in der Institutswerkstätte, 3. —

Hantzsch: Organische Experimentalchemie, 5; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Schaefer), tägl.; Anorganisch-chemisches Praktikum (mit Schaefer), 6 g; Pharmazeutisch-chemisch-toxikologisches Praktikum mit Sterilisier-Kurs (mit Schaefer), tägl.; Chemisches Praktikum für Mediziner und Zahnärzte (mit Schaefer), 6; Organisch-chemisches Vollpraktikum (mit Reddelien), tägl.; Chemisches Vollpraktikum für Fortgeschrittene (mit Stobbe, Rassow, Schaefer und Reddelien), tägl. — **Le Blanc**: Physikalische Chemie I, ausschließlich Elektrochemie, 4; Chemisches Praktikum, analytische und präparative anorganische und organische Arbeiten (mit Volmer), tägl.; Physikalisch-chemisches, elektrochemisches, photochemisch-photographisches (mit Weigert), kolloidchemisches (mit Ostwald) Praktikum, tägl.; Physikalisch-chemischer Einführungskurs, auf Wunsch Darstellung elektrochemischer Präparate (mit Schall), 4 oder 8; Photochemische Übungen (mit Weigert), 4; Kolloidchemische Übungen (mit Ostwald), 4 oder 8; Physikalisch-chemisches Kolloquium (mit Weigert, Schall, Böttger, Drucker und Volmer), 1½ g. — **Paal**: Anorganische Experimentalchemie, 5; Chemisches Praktikum, analytisch, anorganisch und organisch (mit Deußen, Scheiber, Sieverts und Waentig), tägl.; Arbeiten auf dem Gebiete der Nahrungsmittelchemie (mit Deußen und Waentig), tägl.; Pharmazeutisch-chemisch-toxikologisches Praktikum (mit Deußen und Scheiber), tägl.; Chemisches Praktikum für Mediziner und Zahnärzte (mit Waentig), 6, für Vorgerücktere (mit Heller, Deußen, Scheiber, Sieverts, Waentig), tägl.; Chemisch-technisches Praktikum (mit Heller), tägl. — **Stobbe**: Spezielle organische Chemie. a) Die heterozyklischen Verbindungen, mit besonderer Berücksichtigung der Farbstoffe, 1, b) Mehrkernige aromatische Verbindungen (Gruppe des Diphenyls, der Polyphenylmethane, des Naphthalins, Anthracens usw.), 1. — **Wagner**: Einführung in die Chemie auf physikalischer Grundlage, 1 g; Die Umwandlung der Stoffe, 1; Chemisches Praktikum für Lehrer: Schulversuche, Analyse und Präparate, tägl.; Didaktische Besprechungen, für Lehrer: Elektrochemie, 1 g. — **Rassow**: Chemische Technologie, organische Betriebe: Zucker, Stärke, Gärungsgewerbe, Fette und Öle, 2, Exkursionen, g; Chemisch-technologisches Praktikum, ganz- oder halbtägig; Die industrielle Verwertung der Tierstoffe: Fette, Milch, Leder, Knochen, 1½ g. — **Weigert**: Allgemeine Photochemie, 2. — **Schall**: Ausgewählte Kapitel der elektrochemischen Technik I, 1. — **Böttger**: Seminaristische Behandlung grundlegender Arbeiten aus dem Gebiete der physikalischen und anorganischen Chemie, g. — **Heller**: Allgemeine und technische Chemie, organischer Teil, 2. — **Drucker**: Chemisches Rechnen, mit Übungen, 1. — **Deußen**: Qualitative Analyse, 1; Übungen im Sterilisieren für Pharmazeuten, nach Vereinbarung. — **Scheiber**: Arzneimittelprüfung, 2; Chemisches Seminar mit Sieverts und Waentig, 2 g. — **Sieverts**: Ausgewählte Kapitel aus der anorganischen Chemie, mit besonderer Berücksichtigung neuer technischer Prozesse, 1. — **Ostwald**: Experimentelle Kolloidchemie, mit Berücksichtigung der Biologie, 2. — **Waentig**: Nahrungsmittelchemie, 2. — **Schaefer**: Spezielle anorganische Chemie unter Berücksichtigung neuerer Forschungen, mit Demonstrationen I, 2; Die Wandlung des Atombegriffs, 1 g. — **Reddelien**: Das Physikalisch-Chemische in der praktischen organischen Chemie, 1. — **Volmer**: Spektralanalyse, 1. —

Hölder: Elliptische Funktionen, 4; Einführung in die Theorie der algebraischen Gleichungen, 2; Übungen in Funktionentheorie, für Vorgeschrittene, 2 g. — **Bruns**: Instrumentenkunde, 4; Fehlertheorie und Ausgleichungsrechnung, 2; Praktische Analysis, 2; Praktische Arbeiten in der Sternwarte, g. — **Rohn**: Differentialgeometrie, 4, Übungen, 1 g; Darstellende Geometrie II, 2, Übungen, 2. — **Herglotz**: Differential- und Integralrechnung, 5, Übungen, 1 g; Analytische Geometrie des Raumes, 3. — **N. N.**: Mechanik, 4, Übungen, 14tägig 2 g; Partielle Differentialgleichungen, mit besonderer Berücksichtigung der Potentialtheorie, 2; Moderne Funktionentheorie: Konforme Abbildung und Uniformisierung, 2. —

Universität Marburg.

Richarz: Experimentalphysik: Wärme, Magnetismus und Elektrizität, 5; Physikalisches Kolloquium, 2 g; Physikalisches Praktikum (mit Feußner und Schulze), 6; Leitung eigener Untersuchungen, tägl. — **Feußner**: Theoretische Physik: Wärme, 4; Theoretisch-physikalisches Seminar, 2 g. — **Schulze**: Elastizitätstheorie, 2. — **Take**: Drahtlose Telegraphie und Telephonie mit Experimenten und Demonstrationen auf der radiotelegraphischen Station, 1; Repetitorium der Experimentalphysik mit elementar-mathematischen Übungen II, 1. —

v. Auwers: Organische Experimentalchemie, 5; Chemisches Seminar, 14tägig, 2 g; Chemisches Praktikum (mit Fries), tägl. außer Sonnabend, für Vorgerückte, tägl.; Chemische Übungen für Mediziner (mit Strecker), tägl. außer Sonnabend; Praktikum: Praktisch-chemischer Kursus für Mediziner (mit Strecker), 3½, theoretische Einführung mit Demonstrationen, ½. — **Schmidt**: Über die Ausmittlung von Giften, 1 g; Praktische Übungen in der analytischen und forensischen Chemie, sowie in der Untersuchung der Nahrungs- und Genußmittel und selbständige chemische Arbeiten (mit Keller). — **Thiel**: Physikalische Chemie II, 3; Theoretische Übungen über ausgewählte Kapitel der physikalischen Chemie, 1 g; Physikalisch-chemisches Praktikum, 6; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen, tägl.; Photochemisches und photographisches Praktikum, für Anfänger und Fortgeschrittene (mit Stuchtey), 2. — **Fries**: Ausgewählte Kapitel aus der anorganischen Chemie, 3; Chemisches Kolloquium, 2 g; Chemisches Repetitorium für Mediziner: Anorganische Chemie, 1. — **Reißert**: Chemie der organischen Farbstoffe, 1. — **Strecker**: Qualitative Analyse, 2; Konstitution anorganischer Verbindungen, 1; Repetitorium der anorganischen Chemie, 2. — **Keller**: Anorganische Chemie mit besonderer Berücksichtigung der Pharmazie und Medizin, 6; Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, spezieller Teil, 2; Prüfung von Arzneimitteln II:

Organische Präparate (Kolloquium mit Übungen), 1; Übungen im Sterilisieren, 2. — **Flade**: Chemische Technologie mit Demonstrationen und Exkursionen, 2; Kolloidchemie, 1; Gasanalytisches Praktikum, 3. —

Hensel: Elementare Zahlentheorie, 4; Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf die Geometrie, 2; Über die Transcecendenz von ε und π, 1; Mathematisches Seminar: Über Determinanten von unendlich hoher Ordnung und die linearen Integralgleichungen, 1 *g*. — **Neumann**: Höhere Funktionentheorie, 3; Einführung in die Theorie der partiellen Differentialgleichungen, 3; Mathematisches Seminar, 2 *g*. — **v. Dalwigk**: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes II, 2; Höhere Kapitel aus der darstellenden Geometrie, mit Übungen, 2; Aus der Theorie des numerischen Rechnens, 1 *g*; Repetitionen und Übungen zur Differential- und Integralrechnung, 2. — **Wegener**: Astronomische Orts- und Zeitbestimmung für Forschungsreisende, 1, Praktische Übungen, nach Verabredung. —

Universität München.

Röntgen: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Licht, 5; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl.; Praktische Übungen im Physikalischen Laboratorium (mit Koch und Wagner), 4. — **Sommerfeld**: Elektrodynamik: Maxwellsche und Elektronentheorie, 4; Übungen zur Maxwellschen Theorie, 2 *g*; Zeeman-Effekt und Spektrallinien, 1. — **Graetz**: Experimentalphysik I: Einleitung, Wärme, Elektrizität, 5; Physikalisches Praktikum: a) Übungen in physikalischen Messungen, 4, b) Übungen in physikalischen Demonstrationen, 4; Einleitung in die theoretische Physik I, 3; Anleitung zu selbständigen Arbeiten aus der Physik, nach Verabredung *g*. — **Koch**: Wirkungsweise und Gebrauch des Mikroskops mit besonderer Berücksichtigung der Mikrophotographie, 1. — **Donle**: Einführung in die elektromagnetische Theorie des Lichtes, 2. — **Schmauß**: Allgemeine Meteorologie und Klimatologie, 4. — **Wagner**: Über die verschiedenen Wege zur Bestimmung der Atomdimensionen mit Experimenten, 1. — **Lenz**: Einführung in die Potentialtheorie, 2; Wärmestrahlung, 2. —

v. Baeyer: Unorganische Experimentalchemie, 5; Praktische Arbeiten im Chemischen Laboratorium (mit Piloty, Vanino, Prandtl in der unorganischen, mit Piloty, Vanino, Wieland und Dieckmann in der organischen Abteilung), tägl.; Praktische Arbeiten im Chemischen Laboratorium für fortgeschrittenere Mediziner (mit Piloty), ganz- oder halbtägig; Chemisches Praktikum für Mediziner (mit Piloty und Vanino), 4. — **Paul**: Organische Chemie mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendung, 5; Nahrungsmittelchemie I, mit Exkursionen, $1^1/_2$; Pharmazeutisch-chemische Präparatenkunde: Anorganische Präparate, $2^1/_4$; Chemisches Praktikum: Praktische Übungen einschließlich physikalisch-chemischer, elektrochemischer und nahrungsmittelchemischer Arbeiten, mit serologisch-chemischen Übungen, tägl. außer Sonnabend; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum: Praktische Übungen einschließlich der Übungen in den für den Apotheker wichtigen Sterilisationsverfahren (die pharmazeutisch-chemischen Übungen mit Heiduschka), tägl. außer Sonnabend; Übungen für praktische Apotheker (mit Heiduschka), nach Verabredung. — **Piloty**: Analytische Chemie I, 3; Elektrolytisches Praktikum, ganztägig. — **Prandtl**: Spezielle unorganische Experimentalchemie II: 4. bis 8. Gruppe des periodischen Systems, 3; Praktikum für Gasanalyse, 4. — **Wieland**: Spezielle organische Chemie I: Chemie der Fettreihe, 3. — **Dieckmann**: Chemie der Alkaloide, 1. — **Heiduschka**: Harnanalyse, 1; Gerichtliche Chemie I: Ausmittelung von Giften, 2; Galenische Präparate, ihre Darstellung und Prüfung mit Berücksichtigung der modernen maschinellen Hilfsmittel, 1; Grundzüge der Chemie für Zahnärzte, 4. — **Pummerer**: Anorganisch-chemische Technologie, ohne Schwermetalle, mit Exkursionen, 2. — **Meyer**: Elektrochemie, 1; Physikalisch-chemisches Praktikum, 4. — **Kalb**: Kolloquium über organische Chemie, 1. — **Piccard**: Spektroskopische Chemie, 1. —

Lindemann: Theorie der Funktionen einer komplexen Variabeln, 4; Analytische Geometrie der Ebene, 4; Theorie der höheren algebraischen Kurven, 2; Mathematisches Seminar, $1^1/_2$ *g*. — **v. Seeliger**: Grundfragen der Astronomie, 4; Astronomisches Kolloquium, 1 Nachmittag *g*. — **Voss**: Differentialrechnung, 4, Übungen, $1^1/_2$ *g*; Analytische Mechanik, 4, Mathematisches Seminar und Übungen, $1^1/_2$ *g*. — **Pringsheim**: Algebra, 4; Zahlentheorie, 4. — **Brunn**: Elemente der höheren Mathematik, 3. — **Hartogs**: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 3; Determinantentheorie, 2. — **Großmann**: Präzession, Eigenbewegungen und Parallaxen der Fixsterne, 2. — **Bidlingmaier**: Einleitung in Erdmagnetismus, 2. — **Böhm**: Integralrechnung, 5, Übungen, 1; Mathematische Statistik: Anwendung der Mathematik auf statistische und versicherungswissenschaftliche Fragen, 4; Praktische Übungen und Besprechung von neuerer Literatur aus dem Gebiete der mathematischen Statistik, 2; Seminar für Statistik und Versicherungswissenschaft (mit v. Mayr und Zahn). — **Dingler**: Elementarmathematik: Planimetrie, Stereometrie, ebene und sphärische Trigonometrie mit geschichtlichen und pädagogischen Hinweisen, 4; Übungen zur Differentialgeometrie der ebenen Kurven, 2; Mathematisch-philosophisches Kolloquium: Neuere Literatur zu den Grundlagen der Arithmetik, 2; Einführung in die mathematische Behandlung von Beobachtungsdaten, 2. — **Rosenthal**: Theorie der Funktionen reeller Veränderlichen, mit besonderer Berücksichtigung neuerer Untersuchungen, 3; Seminar: Übungen aus der Algebra und praktischen Analysis, 2 *g*. —

Technische Hochschule München.

Zenneck: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, Optik, 6; Physikalisches Praktikum, 4 oder 8; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten auf dem Gebiete der Physik, 12—30. — **Fischer**: Grundzüge der Physik I: Mechanik, Akustik, Wärme, 3; Apparate und Methoden des physikalischen Unterrichts an Mittelschulen I: Mechanik, Elastizität, Wärme, 3; Praktisch-physikalische Übungen: Aufbau und Handhabung von Apparaten, 4; Elektrizität und Magnetismus: a) Die wichtigsten Gesetze der Elektrostatik, des Magnetismus und der Elektrodynamik und ihre Anwendung auf Messungen und Berechnungen, b) Kurzer Abriß der Theorien der Elektrizität und des Magnetismus, 4; Einführung in die wissenschaftlichen Arbeitsmethoden der Physik, 8—20. — **Knoblauch**: Anwendungen der Thermodynamik auf physikalisch-chemische Erscheinungen, 2; Technisch-physikalisches Praktikum, 4; Anleitung zur Ausführung wissenschaftlicher Arbeiten auf dem Gebiete der technischen Physik, nach Verabredung. — **Emden**: Kosmogonische Hypothesen, 2; Meteorologie und Klimatologie, 2. — **Dieckmann**: Luftelektrizität, 1; Ausgewählte Kapitel der Telegraphen- und Fernsprechtechnik, 2; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen aus dem Gebiete der angewandten Physik, nach Verabredung. — **von und zu Aufseß**: Populäre Astrophysik I, 2. — **Schröter**: Mechanische Wärmetheorie: Technische Thermodynamik, 2, Übungen, 1. — **Voit**: Angewandte Physik: Heizung, Lüftung, Akustik der Gebäude, Blitzableiter, 3; Schwachstromtechnik: Telegraphie, Telephonie und drahtlose Telegraphie, 2. — **Heinke**: Einführung in die Elektrotechnik, 4; Elektrische Meßtechnik II, 3; Elektrotechnisches Praktikum I: Meßtechnik und Photometrie, 8, für Vorgeschrittene, nach Verabredung. — **Ossanna**: Elektrotechnisches Praktikum II: Messungen an Maschinen, Umformern und Transformatoren, 8 und 2; Theorie und Konstruktion der elektrischen Maschinen I: Gleichstrommaschinen und Umformer, 3, II: Synchrongeneratoren und Synchronmotoren, 3; Wechselstrom-Kommutatormotoren, 2; Entwerfen von elektrischen Maschinen, 4. — **Kadrnozka**: Elektrische Anlagen I: Verwertung elektrischer Arbeit, a) Elektrische Kraftbetriebe, 2, b) Elektrische Bahnen, 3, II: Erzeugung

und Verteilung elektrischer Arbeit, 2, Übungen: Entwerfen elektrischer Anlagen, 4. — **Urban**: Unterrichtskurse in praktischer Photographie, 1, Übung, 3. —

Manchot: Unorganische Experimentalchemie einschließlich der Grundzüge der physikalischen Chemie, 6; Unorganisches und analytisch-chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgerückte, 10, 20 oder 30; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten im unorganischen Laboratorium, 30. — **Lipp**: Chemie der aromatischen Verbindungen, 2; Chemisches Praktikum im organischen Laboratorium, 20—30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der organischen Chemie, 30. — **Albert**: Die Herstellung pharmazeutischer Produkte und ihre Verwendung, 1. — **Rohde**: Heterozyklische Verbindungen II, 1. — **Hofer**: Analytische Chemie der Metalle und Metalloide nebst Gewichts- und Maßanalyse II, 2, Theoretische Elektrochemie, 2; Praktikum im elektrochemischen Laboratorium, 10, 20 oder 30. — **Schultz**: Chemische Technologie II: Brennmaterialienlehre und Feuerungskunde, 3; Praktikum im chemisch-technischen Laboratorium, 20—30; Spezielle Arbeiten auf dem Gebiete der technischen Chemie, nach Verabredung; Chemisch-technische Übungen: Chemisch-technische Analyse, Färberei (mit Jacob und Braß), 4. — **Jacob**: Chemisch-technische Prüfungsmethoden, 1. — **Braß**: Textilfaserstoffe und ihre Veredlung, 1. — **Lintner**: Landwirtschaftliche Technologie I: Wasser und Kohlehydrate, 3, Gärungschemisches Praktikum nebst Übungen in der Untersuchung von Nahrungs- und Genußmitteln, bis 30. —

v. Dyck: Höhere Mathematik I, 6, Übungen, 3; Funktionentheorie nach Cauchy und Riemann, 4, Übungen, 1; Mathematisches Seminar: Kolloquium (mit Finsterwalder, Burkhardt und Liebmann), 2. — **Burkhardt**: Höhere Mathematik III, 5, Übungen, 2; Näherungsweise Integration von Differentialgleichungen, 2, Übungen, 1. — **Doehlemann**: Grundzüge der höheren Mathematik I, 4, Übungen, 2; Darstellende Geometrie I, mit Schattenkonstruktionslehre, 5, Übungen, 6; Linien-Geometrie in synthetisch-analytischer Behandlung, 5. — **Liebmann**: Ebene und sphärische Trigonometrie, 3, Übungen, 1; Projektive Geometrie der Ebene, 4. — **Finsterwalder**: Vektoranalysis mit Anwendungen, 3; Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten in darstellender Geometrie, Übungen, 1. — **Lagally**: Analytische Mechanik, 4. — **N. N.**: Einführung in die Lehre von den Integralgleichungen, mit Anwendungen, 4. — **Burmester**: Täuschungsarten und Kinematographie mit Demonstrationen, 1. — **Schmidt**: Vermessungskunde I, 4, Praktikum, 2 und 4; Landesvermessung, 4; Katastertechnik I, 3, Praktikum III: Meßübungen, 4, Rechenübungen, 4; Kartierungsübungen, 4. — **Bischoff**: Graphisches und mechanisches Rechnen: Rechenschieber, Rechenmaschinen, Planimeter usw., 1; Rechnungsmethoden der Bayer. Katasterverwaltung, 1. — **Schlötzer**: Anleitung zur rechnerischen Ausarbeitung geodätischer Aufnahmen, Übungen, 2. — **Föppl**: Technische Mechanik II: Graphische Statik, 3, Übungen, 2, III: Festigkeitslehre, 4. — **Günther**: Astronomische Geographie in elementarer Darstellung, 2. —

Universität Münster.

Schmidt: Experimentalphysik: Elektrizität und Optik, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Szivessy), 3 oder 6, für Fortgeschrittene (mit Konen), tägl; Physikalisches Seminar (mit Konen und Szivessy), 14tägig, 2 *g*. — **Konen**: Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, 4, Übungen, 1 *g*; Ausgewählte Kapitel der neueren Physik, mit Experimenten, 1 *g*. — **Szivessy**: Vektor-Analysis mit Anwendungen auf physikalische Probleme, 2. —

Salkowski: Anorganische Chemie, 5; Organische Chemie II: Zyklische Verbindungen, 2; Chemisches Praktikum, für Anfänger (Chemische Analyse) und Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner (mit Kaßner und Ley), 6; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten (mit Ley), tägl. außer Sonnabend. — **Kaßner**: Organische Chemie, mit besonderer Berücksichtigung der Medizin und Pharmazie, 4; Maßanalyse, 1 *g*; Ausgewählte Kapitel der chemischen Technologie mit besonderer Berücksichtigung der Analyse technischer Gase, 1; Kolloquium über pharmazeutische Präparate und die Gegenstände des Deutschen Arzneibuches, 1; Pharmazeutisch-chemische, maßanalytische und toxikologische Übungen, Darstellung chemischer Präparate, Gasanalyse, Anleitung zur Bearbeitung selbständiger wissenschaftlicher oder technischer Aufgaben, tägl. außer Sonnabend. — **Tobler**: Sterilisationstechnik für Apotheker, nach Verabredung. — **Ley**: Einleitung in die physikalische Chemie, 2; Anwendung der Spektroskopie auf chemische Probleme, 1 *g*; Übungen in Demonstrationsversuchen (chemischer Teil), 3. — **Bömer**: Analytische Chemie: Organischer Teil, 1; Herstellung, Zusammensetzung und Verfälschung der Nahrungsmittel, verbunden mit Besichtigung einschlägiger Betriebe, 2 *g*. — **König**: Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten und Untersuchungen auf dem Gebiete der angewandten Chemie für Fortgeschrittene (mit Bömer), tägl. *g*. —

v. Lilienthal: Differential- und Integralrechnung II, 3, Übungen, 1 *g*; Krümmungstheorie der Kurven und Flächen, 4; Übungen des mathematischen Oberseminars, 2 *g*. — **Killing**: Analytische Geometrie II, 4, Übungen, 1 *g*; Determinanten und niedere Algebra, 2; Transformationsgruppen, 2; Übungen des mathematischen Unterseminars, 2 *g*. — **Timpe**: Graphische und numerische Methoden der Algebra und Analysis, 2; Graphische Statik, 2, Übungen, 2 *g*. — **Schewior**: Ausgleichung der Beobachtungsfehler, 2, Übungen (mit Timpe), 1 *g*. — **Plaßmann**: Die Fixsterne, 2 *g*; Zeitrechnung und Kalenderkunde, 2; Methodik des Unterrichts in der mathematischen Geographie und elementaren Astronomie, 1; Übungen im Beobachten und Rechnen, nach Verabredung *g*. —

Universität Prag.

Lampa: Experimentalphysik I: Allgemeiner Teil, 5; Physikalisches Praktikum I, 6 bzw. 3; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten für Vorgeschrittene, tägl. *g*. — **Frank**: Theoretische Mechanik, besonders Theorie der Relativbewegung, 3; Optische und Wärmeerscheinungen in rasch bewegten Körpern, 2; Gravitationstheorie und Relativitätstheorie, 2 *g*. — **Scheller**: Astrophotometrie, 2. — **Spitaler**: Meteorologie I: Allgemeine Eigenschaften der Atmosphäre und ihre Temperatur, 3; Physikalische Erdbebenforschung, 2. —

Meyer: Anorganische Chemie, 5; Chemische Übungen, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen, für Vorgeschrittene, tägl. *g*; Übungen in der Ausführung von Vorlesungsexperimenten, 2. — **Rothmund**: Physikalische Chemie I, 4; Thermochemie, 1; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. — **Wagner**: Einführung in die Kolloidchemie, 1. — **Kirpal**: Pharmazeutische Chemie, 4. — **Hönigschmid**: Analytische Chemie, 3. — **Morgenstern**: Alkaloide, 1. — **Herzog**: Ausgewählte Kapitel der Biochemie, nach Verabredung. — **Sigmund**: Biochemie des Bodens, 1. — **Fortner**: Chemie der Nahrungsmittel mit praktischen Übungen, 3. —

Pick: Infinitesimalgeometrie, 3; Nichteuklidische Geometrie, 2, Seminar, 1 *g*; Geometrie des Funktionenraumes (mit Kowalewski, Frank und Blaschke), 2 *g*. — **Kowalewski**: Theorie der Funktionen einer komplexen Variablen, 4; Über höhere komplexe Zahlen, 1; Lektüre und Besprechung ausgewählter Schriften von E. Study, 1. — **Blaschke**: Probleme der Variationsrechnung, 2; Elemente der darstellenden Geometrie, mit Übungen, 3. —

Technische Hochschule Prag.

Tuma: Experimentalphysik: Metrologie, Fundamentalsätze der Mechanik, Mechanik physikalischer Körper, Hydrostatik und Hydrodynamik, Aerostatik und Aerodynamik, Wellenlehre, Akustik, Optik, Wärmelehre, Mole-

kulartheorie, 5, für Kulturingenieure, 3; Physikalisches Praktikum, 6. — **Puluj**: Allgemeine Elektrotechnik, 3, Praktische Übungen, 4; Ausgewählte Kapitel der Wechselstrom-Elektrotechnik, 2. —

Hönigschmid: Anorganische Chemie, 4; Analytische Chemie (anorganisch, qualitativ), 2; Übungen im anorganisch-chemischen und analytischen Laboratorium I und II, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen für Geübtere, tägl. außer Sonnabend. — **N. N.**: Organische Chemie: Spezielle Chemie der aromatischen Verbindungen, 2; Analytische und synthetische Methoden der organischen Chemie, 1; Ausgewählte Kapitel aus der organischen Chemie, 2; Übungen im organisch-chemischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen für Vorgeschrittene, tägl. — **Storch**: Chemie der Metalle und technische Metallgewinnung: I.b und II. Gruppe des periodischen Systems, 2; Die wissenschaftlichen Grundlagen der Maßanalyse, 1; Physikalische Chemie I: Chemische Statik und Dynamik, 2, III: Photochemie, IV: Elektrochemie, 3; Kleines physikalisch-chemisches Praktikum, zugleich Physikalische Methoden der Untersuchung von Nahrungsmitteln, 1, Übungen, 3; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, 15. — **Ditz**: Chemische Technologie anorganischer Stoffe I: Chemische Großindustrie, 6; Übungen im anorganisch-technologischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend. — **v. Georgievics**: Chemische Technologie organischer Stoffe I, 5; Übungen im organisch-technologischen Laboratorium, tägl. außer Sonnabend. — **v. Gintl**: Enzyklopädie der technischen Chemie, 2; Chemie der Nahrungs- und Genußmittel und Untersuchung von Rohstoffen und Gebrauchsgegenständen, 3, Übungen, 8; Methoden der quantitativen Mineralanalyse, 2; Praktische Metallographie, 2, Übungen, 1 Nachmittag. — **Außerwinkler**: Photographie, 1, Photographisches Laboratorium, 4. — **Herzog**: Agrikulturchemie, 3; Technische Mykologie, 2; Anleitung zu wissenschaftlichen Untersuchungen für Vorgeschrittene, tägl. — **Siegmund**: Biochemie der Alkaloide, Glukoside und Gerbstoffe, 1; Ausgewählte Kapitel der Chemie für Kulturingenieure, 2. —

Carda: Mathematik I, 6, Übungen, 2; Elemente der höheren Mathematik, 6, Übungen, 1; Wahrscheinlichkeitsrechnung, 2; Ausgewählte Kapitel der Differential- und Integralrechnung, Vektoranalysis, 2. — **Blaschke**: Mathematik II, 6, Übungen, 2; Ausgewählte Kapitel der höheren Mathematik, Probleme der Variationsrechnung, 2. — **N. N.**: Mathematik für Lehramtskandidaten, 3. — **Rosmanith**: Versicherungsmathematik I, 4, IIa, 2, IIb, 2; Politische Arithmetik, 2. — **Janisch**: Darstellende Geometrie, 5, Konstruktive Übungen, 8 und 6, Übungen für Vorgeschrittene, 6; Geometrie der Lage, 3. — **Grünwald**: Ausgewählte Abschnitte aus der Bewegungslehre starrer Körper, 2. — **Pöschl**: Allgemeine Mechanik, 3, Repetitorium, 1, Graphische Übungen, 2; Besondere Probleme aus dem Gesamtgebiete der Mechanik, 2. — **Geßner**: Enzyklopädie der Mechanik, 3. — **Haerpfer**: Elemente der niederen Geodäsie, 3, Übungen, 2; Theorie der Kartenprojektionen, 1. — **Adamczik**: Niedere Geodäsie, $4^1/_2$; Höhere Geodäsie, 3, Übungen, 2; Geodätisches Rechnen I, 2, II, 2. —

Universität Rostock.

Heydweiller: Experimentalphysik: Magnetismus, Elektrizität, Optik, 5; Physikalische Übungen: a) für Mathematiker und Naturwissenschaftler, verbunden mit Handfertigkeitsunterricht (mit Weber), 8, b) für Mediziner und Pharmazeuten, 4; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl.; Physikalisches Seminar (mit Weber), 1. — **Weber**: Einführung in die theoretische Physik, 3, Übungen, 1; Elektrizität und Magnetismus, 2; Vektoranalysis, 1; Wissenschaftlich-physikalische Arbeiten, tägl. —

Michaelis: Organische Chemie, 5; Übungen im chemischen Laboratorium: a) Großes Praktikum, tägl. außer Sonnabend, b) Kleines Praktikum, 9, c) Übungen für Mediziner, 4, d) Übungen für Nahrungsmittelchemiker (mit Kunckell), 4; Pharmazeutische Präparatenkunde, 2 *g*. — **Stoermer**: Analytische Chemie, 4; Gerichtlich-toxikologische Chemie, 2; Chemie und Technologie der Farbstoffe mit farbchemischem Praktikum, 3. — **Kümmell**: Chemische Verwandtschaftslehre: Chemische Statik und Kinetik, Thermochemie, Photochemie, 3; Kleines physikochemisches Praktikum, 4; Physikochemisches Vollpraktikum: Leitung selbständiger Arbeiten, tägl. — **Kunckell**: Examinatorium für Chemie für Pharmazeuten, $4^1/_2$; Untersuchung der Arzneimittel, 1. —

Staude: Analytische Geometrie des Raumes, 4; Elliptische Funktionen, 4; Mathematisches Seminar, 2. —

Universität Straßburg.

Braun: Experimentalphysik II: Wärme, Akustik, Elektrizität, 5; Physikalische Übungen, 13; Übersichtskursus für Mediziner, 3; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Physikalisches Kolloquium (mit Cohn), 2 *g*. — **Cohn**: Die neuere Entwicklung der Elektrodynamik, 3; Wissenschaftliche physikalische Arbeiten. — **Mandelstam**: Elektromagnetische Schwingungen und drahtlose Telegraphie (experimentell), 2; Übungen aus der angewandten Elektrizitätslehre, 1. — **Papalexi**: Röntgenstrahlen (Eigenschaften und moderne Theorie) mit Demonstrationen, 1. — **Rohmann**: Wellenerscheinungen aus verschiedenen Gebieten der experimentellen Physik, 1. — **Hecker**: Ausgewählte Kapitel aus der Physik des Erdkörpers II, 1 *g*. —

Thiele: Allgemeine Experimentalchemie, anorganischer Teil, 5; Chemisches Praktikum für Anfänger und Vorgeschrittene (mit Wedekind und Straus), tägl. außer Sonnabend; Kolloquium über neuere chemische Literatur (mit Wedekind und Straus), auch für Anfänger, 14tägig, 1 Abend *g*. — **Rose**: Chemische Technologie der Metalloide, 3; Die Untersuchung und Reinigung des Wassers, 1 *g*. — **Wedekind**: Analytische Chemie I, $2^1/_4$; Einführung in die Elektrochemie und ihre Anwendungen, 1; Radioaktivität, 1; Physikochemisches und elektrochemisches Praktikum, 4. — **Straus**: Benzolderivate II, 2; Organische Reaktionen in ihrem Zusammenhang: Hydroxyl- und Amidogruppe, 2. — **Ruggli**: Physikalisch-chemische Gesetze in Anwendung auf technische Probleme, 1. — **Oesterle**: Pharmakognosie, 4; Pharmazeutische Chemie und chemische Toxikologie II, 4; Arbeiten im pharmazeutischen Institut, tägl. außer Sonnabend; Pharmakognostisch-mikroskopische Übungen, 3; Pharmakochemisches Kolloquium, nach Verabredung *g*. — **Kreuz**: Die Industrie des Zuckers und der alkoholischen Getränke, mit Exkursionen, 1. —

Schur: Projektive Geometrie, 4; Grundlagen der Geometrie, 2; Geometrische Übungen, $1^1/_2$. — **Faber**: Algebra, 4; Partielle Differentialgleichungen, 2, Übungen, 2 *g*. — **Simon**: Geschichte der Mathematik im Mittelalter, 2. — **Wellstein**: Differential- und Integralrechnung, 4, Übungen, 2 *g*. — **v. Mises**: Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 4; Mechanik starrer Körper, 2; Seminaristische Übungen in angewandter Mathematik: Anwendung der Integralgleichungen, $1^1/_2$ *g*. — **Epstein**: Die hypergeometrische Differentialgleichung, Kugelfunktionen, Besselsche Funktionen, 2. — **Speiser**: Analytische Funktionen und Riemannsche Flächen, 3. — **Bauschinger**: Figur und Rotation der Himmelskörper, 4; Übungen an den Instrumenten der Sternwarte, für Fortgeschrittene, nach Verabredung. — **Wirtz**: Kartenentwurfslehre, 2. —

Universität Tübingen.

Paschen: Experimentalphysik, 5; Physikalische Übungen für Anfänger, 4, für Fortgeschrittene, halbtägig; Selbständige wissenschaftliche Untersuchungen, ganztägig. — **Meyer**: Theoretische Physik I: Einleitung und Theorie der Wärme, 3, Übungen, 1; Neuere Ergebnisse der Atomistik, mit Experimenten, 1. —

Wislicenus: Anorganische Chemie, 5, Ergänzungen, 1; Praktische Übungen im Laboratorium für Anfänger und Fortgeschrittene (mit Bülow, Weinland, Kliegl, Magnus), tägl.; Abgekürztes chemisches Praktikum, 2 oder 3 Halbtage. — **Thierfelder**: Organische Chemie für Mediziner, 4; Praktisch-chemische Übungen für Anfänger I: Qualitative Analyse, 6. II: Quantitative Analyse und physiologisch-chemische Übungen, 6; Physiologisch-chemische Arbeiten für Geübtere, ganz- oder halbtägig. — **Bülow**: Analytische Chemie I, mit besonderer Berücksichtigung der praktischen Arbeiten im chemischen Laboratorium, 3; Die Rohmaterialien der Fabrikation künstlicher organischer Farbstoffe und ihre Wertbestimmung, 1; Analytisch-chemisches Praktikum (mit Wislicenus), ganz- oder halbtägig. — **Weinland**: Maßanalyse, 1; Chemie der Arzneistoffe I: Anorganischer Teil, 2; Chemie der Nahrungsmittel, 1; Vergleichung der Elemente an der Hand des periodischen Systems, 1; Pharmazeutisch-chemisches Praktikum (mit Wislicenus), ganz- und halbtägig. — **Kliegl**: Zyklische Verbindungen I: Einkernige Benzolderivate, 3; Kolloquium über anorganische Chemie, 1; Präparative Arbeiten (mit Wislicenus), ganztägig. — **Magnus**: Physikalische Arbeitsmethoden in der Chemie, 1, Physikalisch-chemische Übungen (mit Wislicenus). —

v. Brill: Einführung in die höhere Mathematik, 4; Über nichtstarre Systeme und die Mechanik von Hertz, 3; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **Maurer**: Niedere Algebra und Analysis, 4; Elliptische Funktionen, 3; Übungen im mathematischen Seminar, 2. — **König**: Projektive Geometrie II, mit Übungen, 2; Höhere Analysis II: Integralrechnung, 3; Seminar, 1. — **Happel**: Sphärische Trigonometrie mit Anwendungen, 2, Übungen, 1; Wahrscheinlichkeits- und Ausgleichungsrechnung, 2. — **Rosenberg**: Populäre Astronomie, mit Demonstrationen, 2, Photometrie der Gestirne, mit gelegentlichen Übungen, 1; Leitung selbständiger astronomischer und astrophysikalischer Arbeiten, für Fortgeschrittene, tägl. —

Universität Wien.

Lecher: Experimentalphysik für Lehramtskandidaten und Mediziner, 5; Demonstrationspraktikum, 1; Physikalische Demonstrationen für Mittelschulen, 6; Anleitung zu wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. — **Exner**: Allgemeine Physik als Grundlage der Naturwissenschaften: Materie und Äther, 3, Ergänzungen, für Pharmazeuten, 2; Physikalisches Praktikum für Lehramtskandidaten, sowie für Chemiker und Naturhistoriker, 6; Wissenschaftliche Arbeiten Vorgeschrittener, tägl. — **Hasenöhrl**: Theorie der Elektrizität, 5; Proseminar für theoretische Physik, 1 *g*; Seminar für theoretische Physik, 1 *g*; Besprechung neuer Arbeiten über theoretische Physik (mit Meyer, Ehrenhaft, Nabl und Schrödinger), 1. — **Meyer**: Radioaktivität, 3. — **Ehrenhaft**: Grundzüge der Mechanik unter besonderer Berücksichtigung der Vektorrechnung, Akustik, Thermodynamik, 5. — **Haschek**: Optik mit besonderer Berücksichtigung der Spektralerscheinungen, 3. — **Mache**: Ionentheorie, 1. — **Nabl**: Die neueren Atommodelle der theoretischen Physik, 2. — **Heß**: Die physikalischen Grundlagen der Ballonführung, 1. — **Kohlrausch**: Die lichtelektrischen Erscheinungen, 1. — **Schrödinger**: Ausgewählte Kapitel aus der statistischen Mechanik und Quantentheorie, 2. — **Sirk**: Moderne Atomistik, 1. — **Defant**: Kosmische Physik, 2; Sonnenstrahlung, 1. — **Hinterberger**: Photographisches Praktikum, 6 Wochen *g*; Praktischer Kurs über Mikrophotographie, 20 *g*. —

Wegscheider: Theoretische und physikalische Chemie I, 5; Chemische Übungen für Anfänger, tägl. außer Sonnabend; Arbeiten im I. chemischen Laboratorium für Vorgeschrittene (mit Wenzel und Pollak), tägl. — **Goldschmiedt**: Chemie I: Anorganische Chemie, 5; Chemische Übungen für Anfänger und Vorgeschrittene, tägl. außer Sonnabend, für Mediziner, 4; Anleitung zu wissenschaftlichen chemischen Untersuchungen, tägl. — **Herzig**: Über Alkaloide, 2; Übungen aus pharmazeutischer Chemie, tägl. außer Sonnabend. — **Pollak**: Chemische Technologie: Tierische und pflanzliche Rohstoffe, mit Exkursionen, 3; Färberei-chemische Übungen, 5. — **Wenzel**: Chemische Technologie, Anorganische Großindustrie, 3. — **Franke**: Anleitung zur Ausführung chemisch-wissenschaftlicher Arbeiten, tägl. außer Sonnabend; Analytische Chemie, im Anschluß an die chemischen Übungen für Mediziner, 1; Organische Chemie: Fettreihe, 3. — **Schacherl**: Ausgewählte Kapitel der Chemie und Technologie der Nahrungsmittel, 2. — **Vortmann**: Arbeiten für Vorgeschrittene. — **Billiter**: Theorien der Chemie, 1. — **M. Kohn**: Einführung in das Studium der heterozyklischen Verbindungen der organischen Chemie, 1. — **Abel**: Phasenlehre, 1; Physikalisch-chemisches Konversatorium, 1. — **Moßler**: Terpene und Kampfer, 1; Harnanalyse mit Mikroskopie des Sedimentes, 6 Wochen. — **Kailan**: Grundlinien der Thermodynamik, 1. — **Zellner**: Chemie der vegetabilischen Fette, mit Rücksicht auf die chemische Technologie derselben, 2. —

Escherich: Differential- und Integralrechnung, 5, Übungen, 1; Proseminar für Mathematik, 1 *g*; Seminar für Mathematik, 2 *g*. — **Wirtinger**: Funktionentheorie, 5; Übungen zur Elementarmathematik, 1 *g*; Mathematisches Seminar, 2 *g*; Mathematisches Proseminar: Übungen zur Elementarmathematik, 1 *g*. — **Mack**: Kurs über darstellende Geometrie, 3 *g*. — **Furtwängler**: Algebra, 5; Proseminar, 2 *g*; Seminar, 1 *g*; Elementarmathematik, 1 *g*. — **G. Kohn**: Einleitung in die synthetische Geometrie, 4, Übungen, 1 *g*; Differentialgeometrie II, 2. — **Tauber**: Versicherungsmathematik I, 4. — **Blaschke**: Einführung in die mathematische Statistik I, 3. — **Roth**: Algebraische Funktionen, 3. — **Groß**: Variationsrechnung, 3. — **v. Hepperger**: Sphärische Astronomie, 4. — **Oppenheim**: Mechanik des Himmels, 3, Übungen, 1 *g*; Astronomische Geographie, 2. — **Ebert**: Ausgewählte Kapitel aus der astronomischen Dynamik, 2. —

Universität Würzburg.

Wien: Experimentalphysik I: Mechanik, Akustik, Wärme, Magnetismus, 5; Praktische Übungen, 4 und 8, für Pharmazeuten und Mediziner, 4; Anleitung zu selbständigen Arbeiten, tägl. — **Cantor**: Theorie der Wärme, 4. — **Harms**: Über neuere Untersuchungen auf dem Gebiete der Radioaktivität, 1; Physikalische Übungen für Fortgeschrittene, 1 Nachmittag. — **Rau**: Neuere Ergebnisse der Spektroskopie, 1. —

Buchner: Experimentalchemie I: Unorganische Chemie, 5; Analytisch-chemisches Praktikum, tägl. außer Sonnabend; Chemisches Praktikum für Mediziner und Zahnärzte (mit Emmert), 6; Vollpraktikum für präparative Arbeiten, tägl.; Anleitung zu selbständigen Untersuchungen (mit Emmert und v. Halban), tägl.; Kolloquium (mit Emmert und v. Halban), 14tägig, $1^1/_2$ *g*. — **Medicus**: Chemische Technologie, 4; Pharmazeutische Chemie, organischer Teil, 5; Praktikum für Pharmazeuten, halb- und ganztägig; Praktikum der angewandten Chemie und Nahrungsmittelanalyse, ganz- oder halbtägig. — **N. N.**: Analytische Chemie (Experimentalvorlesung zur Ergänzung des analytisch-chemischen Praktikums), 3. — **Pauly**: Anleitung zu selbständigen Untersuchungen, tägl.; Moderne Gesichtspunkte der organisch-chemischen Praxis, 1 *g*. — **Emmert**: Benzolchemie mit Experimenten, 2. — **v. Halban**: Physikalisch-chemischer Einführungskurs, 2 Wochen; Theorie und Praxis der für den Chemiker wichtigsten physikalisch-chemischen Methoden, 2. —

Rost: Darstellende Geometrie I, 4, Übungen, 4 *g*; Sphärische und praktische Astronomie, mit Demonstrationen, 4; Politische Arithmetik, 4, Übungen, 2 *g*; Anleitung zu selbständigen wissenschaftlichen Arbeiten, tägl. *g*. — **v. Weber**: Analytische Mechanik I, 4, Übungen, 2 *g*; Geschichte der Mathematik, 3. — **Hilb**: Ausgewählte Kapitel aus der Elementarmathematik, 4; Differentialgleichungen, 4; Einführung in die höhere Mathematik, 1. — **Föppl**: Analytische Geometrie der Ebene, 4; Kombinatorik und Determinanten, 2 *g*. —

Universität Zürich.

Kleiner: Experimentalphysik, 5; Physikalisches Praktikum für Anfänger, 1/2 Tag, für Vorgerücktere, tägl. — **N. N.**: Elektrodynamik, 4, Übungen, 1 *g*; Potentialtheorie, 2. — **Greinacher**: Radioaktivität, mit Experimenten, 1; Radiologisches Praktikum, halbtägig. — **Ratnowsky**: Einführung in die theoretische Physik: Prinzipien der analytischen Mechanik, Allgemeine Thermodynamik, 3; Besprechungen aktueller Probleme der theoretischen Physik, 2. —

Werner: Anorganische Experimentalchemie, 6; Chemisch-analytisches Praktikum für Chemiker, tägl.; Chemisches Praktikum für Vorgerücktere: Präparative Arbeiten, Ausführung selbständiger Arbeiten, tägl.; Chemisches Halbpraktikum für Naturwissenschaftler, halbtägig. — **Abeljanz**: Qualitative chemische Analyse, 2; Anleitung zu chemischen Arbeiten für Mediziner, 1; Chemie der Nahrungsstoffe, 1; Chemisches Kolloquium, 1 *g*; Chemisches Praktikum für Mediziner und Veterinäre, sowie für Naturwissenschaftler, 3 Tage, für Lehramtskandidaten, 6; Übungen im Untersuchen von Lebensmitteln, 4 oder 8. — **Pfeiffer**: Aromatische Chemie I, 3; Stereochemie, 2; Theorie der Lösungen, 1. — **Jantsch**: Chemie der alizyklischen Verbindungen: Naphthene, Terpene und Kampfer, 2. — **Reichinstein**: Einführung in die Elektrochemie, 2. — **Baudisch**: Lichtchemie, Lichtbiologie und Lichtpathologie, 1. —

Zermelo: Differential- und Integralrechnung I, 4; Elemente der Determinanten, 2; Differentialgleichungen, 2; Mathematische Übungen für Vorgerücktere, 2. — **Weiler**: Darstellende Geometrie I, mit Übungen, 4; Analytische Geometrie I, mit Übungen, 4; Mathematische Geographie, 2. — **Gubler**: Algebraische Analysis, 2. — **Bernays**: Theorie der ganzen transzendenten Funktionen, 3; Mathematische Übungen für Anfänger, 2. — **Wolfer**: Einleitung in die Astronomie, 3, Übungen, 2; Theorie der Finsternisse, 2. —

Technische Hochschule Zürich.

Weiß: Physik, 4, Repetitorium, 1; Physikalisches Praktikum für Anfänger (mit Schweitzer), 4 und 8; Wissenschaftliche Arbeiten im physikalischen Institut, 8, 12 und 24. — **Schweitzer**: Physik I, 3, Repetitorium, 1; Optik, 2; Experimentalphysik II, 4, Repetitorium, 1, Theoretische Ergänzungen, 1. — **Cherbuliez**: Geschichte der Physik vom Ausgang des 16. Jahrhunderts bis zur Neuzeit I, 2; Geschichte der Untersuchungen über die Zusammendrückbarkeit der Körper, 1. — **de Quervain**: Referate über die neuere Literatur der Meteorologie und Geophysik, 1. — **Wolfke**: Elektromagnetische Lichttheorie, 1; Temperaturstrahlung fester Körper, 1. — **Barbieri**: Photographie I, 2; Photographisches Praktikum, 2; Militärphotographische Übungen, 14tägig, 3. — **Kuhlmann**: Theoretische Elektrotechnik II, 4, Repetitorium, 1, III, 4, Repetitorium, 1, IV, 1; Elektrische Beleuchtungstechnik, 1; Elektrotechnisches Laboratorium, 4, 8 und 11; Elektrotechnische Konstruktionsübungen: Wechselstrom, 6. — **Tobler**: Elektrische Signalapparate für Eisenbahnen, 2; Schwachstromtechnik I, 1. — **Wyßling**: Elektrische Anlagen I, 3, Übungen, 3. — **Farny**: Elektrische Maschinen I: Gleichstrom, 3, Repetitorium, 1; Spannungskontiguitäts-Maschinen mit selbstregulierender Kommutation, 1. —

Treadwell: Analytische Chemie I, 2, Repetitorium, 1; Gasanalyse, mit Übungen, 1; Chemie, 2, Repetitorium, 1; Chemisches Praktikum, 24; Analytisches Praktikum, 20, 16 und 10, für Vorgerücktere, tägl. — **Baur**: Physikalische Chemie II, 2, Repetitorium, 1; Allgemeine Elektrochemie, 2, Repetitorium, 1; Physikalisch-chemisches Praktikum, 8; Elektrochemisches Praktikum, 4, für Elektrochemiker, 8; Physikalisch-chemisches und elektrochemisches Laboratorium für Vorgerücktere, tägl. — **Boßhard**: Anorganisch-chemische Technologie I: Wasser, Salze, Säuren, 4, Repetitorium, 1; Chemische Technologie der Wärme und der Brennstoffe, 2, Repetitorium, 1; Metallurgie, 2, Repetitorium, 1; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24, für Vorgerücktere, tägl. — **Céresole**: Organische Technologie I: Bleicherei, Färberei, Farbstoffe, 4, Repetitorium, 1; Technisch-chemisches Praktikum, 16 und 24, für Vorgerücktere, tägl. — **Constam**: Untersuchung und Bewertung der Brennstoffe, 1. — **Emil Ott**: Die Leuchtgasindustrie, 1. — **Erwin Ott**: Chemie der heterozyklischen Verbindungen, 2. — **Staudinger**: Anorganische Chemie, 6, Repetitorium, 1; Organische Chemie II, 2, Repetitorium, 1; Chemisches Praktikum, 24, 10 und 16, für Vorgerücktere, tägl. — **Stern**: Molekulartheorie, 2. — **Wiegner**: Agrikulturchemie I: Bodenkunde und allgemeine Düngerlehre, 3; Landwirtschaftlich chemische Technologie: Zucker- und Spiritusfabrikation, 2; Chemie der Milch und Milchprodukte, 1; Anleitung zu den Übungen im agrikulturchemischen Laboratorium, 1; Agrikulturchemisches Praktikum, 8 und 16, für Vorgerücktere, tägl. — **Winterstein**: Anorganische Chemie, 4, Repetitorium, 1; Chemie der Alkaloide und ihre Wirkungen, 2; Agrikulturchemisches Praktikum, 3 und 16, für Vorgerücktere, tägl.; Anleitung zu den Übungen, 1; Physiologisch-chemisches Praktikum für Vorgerücktere, tägl. —

Hurwitz: Funktionentheorie, 4; Mathematisches Seminar (mit Weyl), 2. — **Amberg**: Mathematik der Lebensversicherung I, 2. — **Baeschlin**: Vermessungskunde II, 4, Repetitorium, 1; Ausgewählte Kapitel aus der Vermessungskunde, 3, Übungen, 2, Repetitorium, 1; Geodätisches Praktikum, 2; Höhere Geodäsie, 3, Repetitorium, 1. — **Beyel**: Rechenschieber mit Übungen, 1; Darstellende Geometrie, 2; Projektive Geometrie, 1; Flächen 2. Grades, 2. — **Brandenberger**: Einführung in den Mathematischen Unterricht I, 2. — **Burger**: Graphische Vervielfältigung, 2. — **Franel**: Höhere Mathematik I, 5, Repetitorium, 1, Übungen, 2, III, 3, Übungen, 1. — **Großmann**: Darstellende Geometrie, 4, Repetitorium, 1, Übungen, 4; Anwendungen der darstellenden Geometrie, 2, Übungen, 4; Projektive Geometrie, 4. — **Hirsch**: Höhere Mathematik I, 5, Repetitorium, 1, Übungen, 2, III, 3, Übungen, 1. — **Keller**: Mathematik, 4; Theorie der Zentralprojektion mit Anwendung auf Kollinkation und praktische Perspektive, 2. — **Kienast**: Lineare Differentialgleichungen, 2. — **Kollros**: Darstellende Geometrie, 4, Repetitorium, 1, Übungen, 4; Geometrie der Lage, 3; Mathematische Übungen, 2. — **Kraft**: Geometrische Analysis: Vektor- und Punktrechnung, 3; Vektoranalysis II, 3, III, 3, VII, 1. — **Meißner**: Mechanik II, 4, Repetitorium, 1, Übungen, 2; Elastizitätstheorie dünner Platten und Schalen, 2. — **Rudio**: Höhere Mathematik, 5, Übungen, 2. — **Weyl**: Analytische Geometrie, 3, Übungen, 2; Potentialtheorie und Differentialgleichungen der mathematischen Physik, 3. — **Wolfer**: Einleitung in die Astronomie, 3, Übungen, 2; Theorie der Finsternisse, 2. —

Für die Redaktion verantwortlich i. V. Privatdozent Dr. Max Born in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.



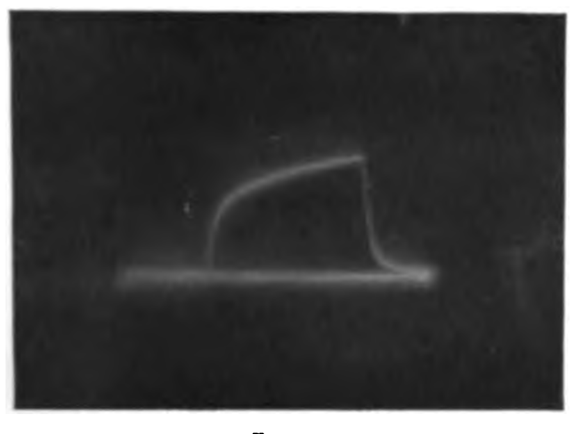


Fig. 1a.

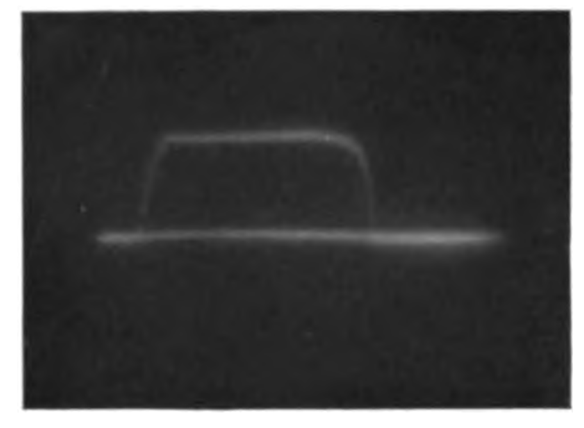


Fig. 1b.

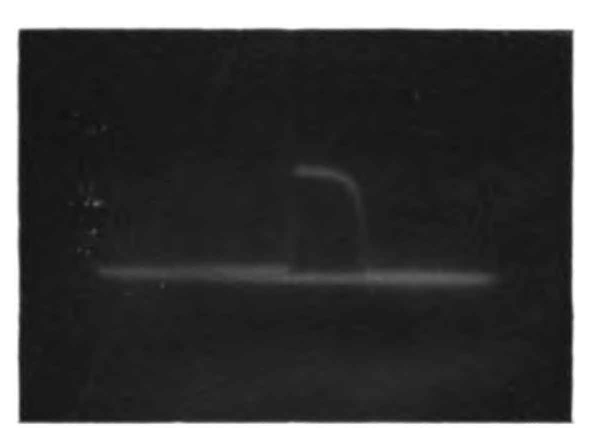


Fig. 1c.



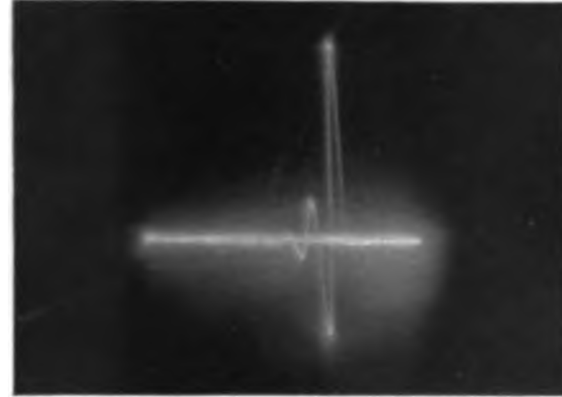


Fig. 2a.

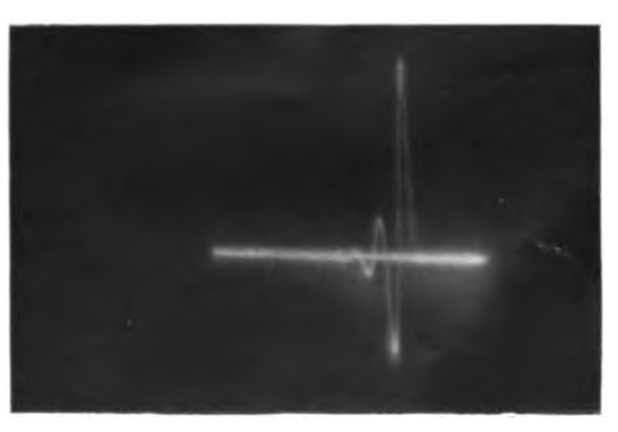


Fig. 2b.

F. C. Kock, Eine Abänderung der Braunschen Röhre zur direkten Darstellung von Wechselstromkurven.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.



Fig. 3a.

Fig. 3b.

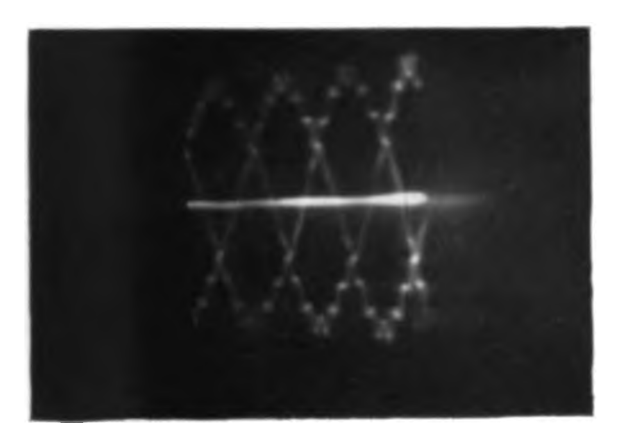


Fig. 3c.

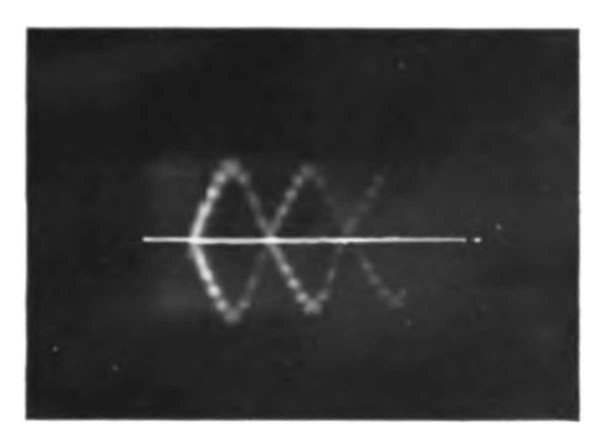


Fig. 3d.

F. C. Kock, Eine Abänderung der Braunschen Röhre zur direkten Darstellung von Wechselstromkurven.

Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 20/21. 1. November 1914. 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 22 am 14. November 1914.

INHALT:

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über einen von den Herren Zeeman und Winawer beschriebenen merkwürdigen magneto-optischen Absorptions-Effekt.

Von W. Voigt und P. Scherrer.

(Mitgeteilt von W. Voigt.)

1. Die Herren Zeeman und Winawer[1]) haben vor einiger Zeit eine sehr auffallende Erscheinung beschrieben, deren Beobachtung, wie es scheint, von anderer Seite nicht wiederholt worden ist, die aber wegen ihrer anscheinenden Unerklärbarkeit aus theoretischen Gesichtspunkten mannigfach Interesse erweckt hat[2]). Die genannten Forscher untersuchten an einer *Na*-Flamme den inversen Zeeman-Effekt der *D*-Linien in sehr wenig gegen die Kraftlinien geneigten Richtungen. Ließen sie in die *Na*-Flamme zirkular polarisiertes Licht einfallen oder beobachteten sie mit einer Vorrichtung, die nur solches passieren ließ, so nahmen sie im allgemeinen nur den der longitudinalen Fortpflanzung entsprechenden Absorptionsstreifen auf der einen Seite der feldlosen Linie wahr. Bei Verwendung sehr dichten Dampfes aber tauchte auf der anderen Seite ein weiterer feiner Absorptionsstreifen auf, der sich als merklich unpolarisiert erwies. Im Falle der D_1-Linie konnte durch Messung konstatiert werden, daß dieser Streifen den Ort der auf jener Seite gelegenen p-Komponente einnahm, bei der D_2-Linie war eine hinreichend genaue Messung nicht möglich. Ob auf der anderen Seite die entsprechende Linie entstände, ließ sich nicht nachweisen, da der betreffende Ort von dem verbreiterten zirkularen Streifen überschattet war. Schließlich gelang es den Beobachtern die neue Linie auch dann zu erhalten, wenn die Fortpflanzungsrichtung völlig mit der Achse des Feldes zusammenfiel.

Wegen der Schwierigkeit einer Deutung der bez. Erscheinung aus der Theorie sprach ich sofort nach der Kenntnisnahme brieflich die Vermutung aus, dieselbe könnte vielleicht sekundärer Herkunft sein, nämlich auf der Inhomogenität der benutzten Felder beruhen. Ich möchte diesen Gedanken hier näher auseinandersetzen und im Anschluß daran über einige Beobachtungen berichten, die ich zur Prüfung derselben veranlaßt habe.

Die Herren Zeeman und Winawer benutzten nach ihrer Publikation zunächst Polschuhe mit recht beträchtlichen kreisförmigen Bohrungen. Infolge hiervon mußten die Kraftlinien des Feldes einen Verlauf haben, der für

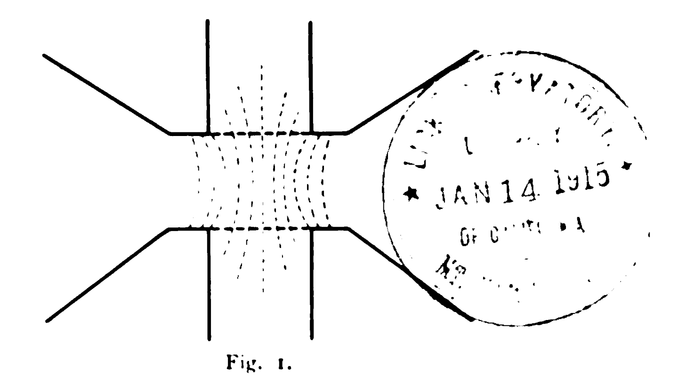


Fig. 1.

1) P. Zeeman und B. Winawer, Vhdl. Akad. Amst. 1910, S. 273; Amst. Proc. 1910, S. 162; Astrophys. Journ. 32, 320, 1910; diese Zeitschr. 11, 880, 1910. S. auch die Photographie der Erscheinung in P. Zeeman, Researches in Magnetooptics, London 1913, Tafel VIII, Fig. 67.

2) S. z. B. R. Wood, Physical Optics, New York, 1911, S. 510.

jede Meridianebene ungefähr dem in Fig. 1 dargestellten entsprochen haben wird. Licht, welches das Interferrikum parallel der Achse durchsetzt, pflanzte sich somit in gewissen Bereichen merklich geneigt gegen die Kraftlinien fort. Dann konnte wohl die für den transversalen Effekt charakteristische p-Komponente auftauchen und sie mußte wegen der rotatorischen Symmetrie der Feldverteilung bei astigmatischer Abbildung unpolarisiert erscheinen. Eine angenäherte Gleichwertigkeit aller Richtungen wird auch bei der Fortpflanzung in einer wenig gegen die Achse geneigten Richtung übrig bleiben. Daß die Erscheinung nur bei sehr dichtem Dampfe in der Flamme eintrat, und daß die neue Komponente doch fein war, dürfte sich dabei folgendermaßen erklären.

Die Kraftlinien weichen gemäß Fig. 1 von der axialen Richtung besonders in den Teilen des Feldes nahe an den Rändern der Bohrung ab. Hier wirken die Metallmassen der Pole stark abkühlend, und es wird bei allgemein geringer Dampfdichte dort überhaupt keine merkliche Dichte bestehen, bei allgemein großer, nur eine mäßige Dichte. Infolge hiervon werden auch bei starker allgemeiner Dampfdichte die neuen Linien fein bleiben.

Eine wesentliche Schwierigkeit bleibt allerdings noch zu beheben. Für die Erscheinung in transversaler Richtung sind neben den p- auch die s-Komponenten charakteristisch. Warum erscheint also nicht auch eine Andeutung der s-Komponente, welche der auftauchenden p-Komponente benachbart ist?

2. Auskunft über die hier vorliegenden Verhältnisse gibt die allgemeine Theorie des inversen Zeeman-Effektes in gegen das Feld geneigten Richtungen, wie sie von mir und von den Herren Lorentz und Försterling[1]) bearbeitet worden ist. Was uns aus derselben hier zunächst interessiert, ist der Ausdruck für das Verhältnis der komplexen Amplituden normal und parallel zur Meridianebene; die resp. mit $\mathfrak{N}$ und $\mathfrak{P}$ bezeichnet werden mögen. Der Quotient $\mathfrak{N}/\mathfrak{P}$ für eine Beobachtungsrichtung, welche den Winkel ϑ mit den Kraftlinien einschließt, drückt sich relativ einfach aus durch die komplexen Brechungsindizes $\mathfrak{n}$, welche der beobachteten Wellenlänge unter gewissen Normalverhältnissen entsprechen. Bezeichnen nämlich $\mathfrak{n}_+$ und $\mathfrak{n}_-$ die Brechungsindizes der $+$ und $-$ rotierenden zirkularen Wellen bei der longitudinalen Fortpflanzung, $\mathfrak{n}_p$ und $\mathfrak{n}_s$ die Brechungsindizes der p- und s-Schwingung bei transversaler Fortpflanzung, wobei in hinreichender Annäherung

$$\mathfrak{n}_s = \frac{1}{2}(\mathfrak{n}_+ + \mathfrak{n}_-), \tag{1}$$

so schreibt sich

$$\frac{\mathfrak{N}}{\mathfrak{P}} = i\left\{\frac{\mathfrak{n}_s - \mathfrak{n}_p}{\mathfrak{n}_- - \mathfrak{n}_+}\cdot\frac{\sin^2\vartheta}{\cos\vartheta} \mp \sqrt{1 + \left(\frac{\mathfrak{n}_s - \mathfrak{n}_p}{\mathfrak{n}_- - \mathfrak{n}_+}\cdot\frac{\sin^2\vartheta}{\cos\vartheta}\right)^2}\right\}. \tag{2}$$

Für kleine Winkel unterscheidet sich also, falls nicht

$$\frac{\mathfrak{n}_s - \mathfrak{n}_p}{\mathfrak{n}_- - \mathfrak{n}_+}$$

sehr groß ist, $\mathfrak{N}/\mathfrak{P}$ nur um eine Größe zweiter Ordnung von i, ist also die bezügliche Schwingung merklich zirkular polarisiert. Es ist leicht zu zeigen, daß letzteres im Bereich der s-, nicht aber im Bereich der p-Komponente stattfindet.

Um diesen Nachweis zu führen, erinnern wir daran, daß

$$\mathfrak{n} = n(1 - i\varkappa) = n - ik \tag{3}$$

ist, wobei n den reellen Brechungsindex bezeichnet und $\varkappa$ resp. k die Absorption mißt. Ferner stellen wir durch eine schematische Fig. 2 den

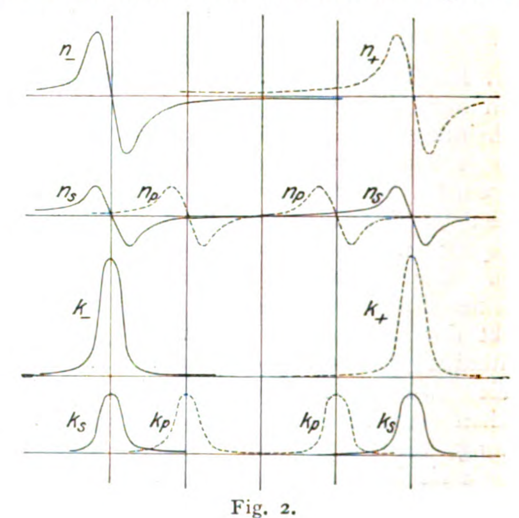


Fig. 2.

bekannten Verlauf von n und k für die $+$ und die $-$, die s- und die p-Welle, dar.

Nun betrachten wir

$$\frac{\mathfrak{n}_s - \mathfrak{n}_p}{\mathfrak{n}_- - \mathfrak{n}_+} = \frac{(n_s - n_p) - i(k_s - k_p)}{(n_- - n_+) - i(k_- - k_+)} \tag{4}$$

im Bereiche der p- und der s-Komponenten. Im ersteren Bereiche überwiegt k_p alle übrigen Glieder, ferner ist $n_- - n_+$ groß gegen $(k_- - k_+)$; im p-Bereiche ist also der Quotient groß mit überwiegendem imaginären Teil und die Schwingungsform weicht sonach stark von der zirkularen ab. Einfallendes zirkulares Licht wird somit in dem p-Bereich in zwei Komponenten zerlegt. Im letzteren Bereich ist hingegen der Zähler von

1) W. Voigt, Ann. d. Phys. 1, 389, 1900; H. A. Lorentz, Amsterd. Proc. 12, 321, 1909; K. Försterling, Gött. Nachr. 1913, 611.

der Größenordnung des doppelten von der des Nenners, der untersuchte Quotient von mäßiger Größe; hier ist also $\mathfrak{N}/\mathfrak{P}$ bis auf Größen 2. Ordnung gleich 1. Im s-Bereich pflanzen sich sonach merklich zirkulare Schwingungen fort, eine einfallende zirkulare Schwingung wird sonach beim Durchgang nicht in zwei Komponenten zerlegt.

Ferner ziehen wir den Ausdruck für den komplexen Brechungsindex $\mathfrak{n}$ heran, der einer Richtung ϑ gegen die Kraftlinien entspricht und der in den früheren Größen lautet

$$2\mathfrak{n} = \mathfrak{n}_s(1+\cos^2\vartheta) + \mathfrak{n}_p\sin^2\vartheta \pm \sqrt{(\mathfrak{n}_- - \mathfrak{n}_+)^2\cos^2\vartheta + (\mathfrak{n}_s - \mathfrak{n}_p)^2\sin^4\vartheta}. \tag{5}$$

Wir wenden denselben gleichfalls auf die Bereiche der p- und der s-Komponenten an, während wir ϑ so klein annehmen, daß $\sin\vartheta$ mit ϑ, $\cos\vartheta$ mit Eins vertauscht werden darf.

Im p-Bereich sind $\mathfrak{n}_+$, $\mathfrak{n}_-$, $\mathfrak{n}_s$ als reell zu betrachten, $\mathfrak{n}_p$ ist $= n_p - ik_p$; hier gilt somit

$$2\mathfrak{n} = 2n_s + (n_p - ik_p)\vartheta^2 \pm \sqrt{(n_- - n_+)^2 + (n_s - n_p + ik_p)^2\vartheta^4}; \tag{6}$$

dabei ist das zweite Glied unter dem Wurzelzeichen jedenfalls nicht groß gegen das erste. Daraus folgt, daß für beide Wellen der für die Absorption maßgebende Teil von $2\mathfrak{n}$ von der Größenordnung von $k_p\vartheta^2$ ist.

Im s-Bereiche ist auf der $+$-Seite $\mathfrak{n}_p$ und $\mathfrak{n}_-$ reell, $\mathfrak{n}_s = n_s - ik_s$, $\mathfrak{n}_+ = n_+ - ik_+$, $k_+ = 2k_s$, also

$$2\mathfrak{n} = 2(n_s - ik_s) + n_p\vartheta^2 \pm \sqrt{(n_- - n_+ + ik_+)^2 + (n_s - ik_s - n_p)^2\vartheta^4}. \tag{7}$$

Die beiden Klammerausdrücke sind von gleicher Ordnung, demgemäß ist das zweite Glied sehr klein gegen das erste. Hieraus folgt, daß man schreiben kann

$$2\mathfrak{n} = 2(n_s - ik_s) + n_p\vartheta^2 \pm (n_- - n_+ + ik_+)\left\{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{n_s - ik_s - n_p}{n_- - n_+ + ik_+}\vartheta^2\right)^2\right\}. \tag{8}$$

Für das obere Vorzeichen erhält man sonach das für die Absorption maßgebende imaginäre Glied rechts von der Ordnung $2k_+$, für das untere wird es von der Ordnung $\frac{1}{4}k_+\vartheta^4$. Die eine Welle wird also merklich ebenso absorbiert wie bei rein longitudinaler Fortpflanzung, die andere ganz außerordentlich wenig.

In den vorstehenden Entwicklungen ist nun der Grund erkennbar gemacht, warum bei wenig gegen die Kraftlinien geneigten Beobachtungsrichtungen zwar die p-, aber nicht die s-Komponente des transversalen Effektes auftauchen. Einfallendes zirkular polarisiertes Licht wird im Bereich der s-Komponenten nicht merklich in Komponenten zerlegt; es pflanzt sich unzerlegt fort und wird auf der einen Seite der feldlosen Linie überaus stark absorbiert (was den breiten Absorptionsstreifen liefert), auf der anderen aber unmerklich, viel weniger, wie die Absorption im p-Bereiche ergibt.

Fällt natürliches Licht ein und wird mit einem zirkularem Analysator beobachtet, so gelten dieselben Resultate.

3. Die Anordnung, welche Herr Scherrer bei den Beobachtungen anwandte, war die bei Untersuchung des inversen Zeeman-Effekts übliche. Das natürliche weiße Licht des positiven Kraters einer Bogenlampe passierte als schwach konvergentes Bündel die durchbohrten Pole eines großen Du Bois-Elektromagneten. Zwischen den Polschuhen befand sich die *Na*-Flamme. Da diese sehr dicht sein mußte, wurde eine Knallgasgebläseflamme (Linnemannbrenner) benutzt, die dadurch mit Natrium beschickt wurde, daß man darin ein dünnes Stäbchen leicht schmelzbaren Natronglases verdampfte. Nachdem das Licht einen Zirkularanalysator ($\frac{\lambda}{4}$-Platte oder Fresnelsches Rhomboeder + Nicol) passiert hatte, fiel es auf den Spalt eines großen stigmatischen Gitterspektrographen[1]). Der Zirkularanalysator läßt zirkulares Licht nur einer Umlaufrichtung passieren. Wird z. B. nur links zirkular polarisiertes Licht durchgelassen, so tritt bei eingeschaltetem Magnetfeld von dem D_1-Duplett nur die Komponente kleinerer Frequenz auf, vom D_2-Quadruplett erscheinen analog nur die zwei gegen Rot zu liegenden Komponenten. Es ist bei dieser Untersuchung unbedingt nötig, die einen Komponenten auszulöschen, weil sonst die feinen zu beobachtenden Absorptionsstreifen neben den durch große Dampfdichte sehr verbreiterten normalen Streifen gar nicht wahrgenommen werden können.

Um nun ähnliche Verhältnisse zu erzielen, wie sie bei den ersten Beobachtungen der Herren Zeeman und Winawer vorlagen, wurden zuerst Polschuhe mit runder Bohrung von 7 mm Öffnung angewandt, bei denen Außen- und Innenfläche in einer scharfen Schneide zusammentrafen (Fig. 3). Bei dieser Anordnung traten die neuen Komponenten immer nur in Form von zwei Zipfeln auf, die sich niemals zu einer ununterbrochenen Linie zusammenschlossen (Fig. 4). Der stigmatischen Abbildung zufolge, welche das benutzte Spektroskop liefert, müssen diese Zipfel von Strahlen

1) W. Voigt und H. Hansen, Diese Zeitschr. 13, 217, 1912.

herrühren, die nahe dem schneidenartigen Rande der Polschuhe vorbeigingen, und da das Feld, nach Fig. 1, dort wesentlich inhomogener war, als in der Mitte, wäre das Auftreten einer solchen zweiteiligen Linie zu verstehen.

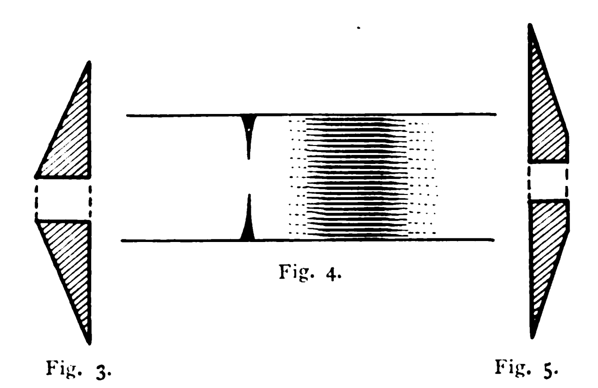


Fig. 4.

Fig. 3. Fig. 5.

Hierauf wurden Versuche mit rund gebohrten Polschuhen gemacht, denen vorn eine ebene Fläche angeschliffen war (Fig. 5). Bei dieser Anordnung konnten die fraglichen Komponenten am besten beobachtet werden. Sie traten bei den verschiedensten Feldstärken und Polabständen äußerst deutlich und intensiv auf. Das Feld scheint bei diesen Polschuhen besonders inhomogen zu sein, wie dies auch aus den Photographien von Corbino[1]) hervorgeht.

Da die Lichtstrahlen leicht konvergent durch das Interferrikum gingen, ist es verständlich, daß hier so gut wie alle streckenweise schief gegen die Kraftlinien verliefen und somit die neuen Streifen durch das ganze Feld gingen.

Endlich kamen die eigentlich zum Magneten gehörigen Polschuhe zur Anwendung, die einen feinen Schlitz von 6 mm Höhe und 0,5 mm Breite bei einer Stirnfläche von 10 mm Durchmesser besitzen. Hier konnten die fraglichen Komponenten bei allen Variationen, die Feldstärke, Polabstand und Dampfdichte zuließen, niemals gefunden werden. Es scheint danach, als ob in der Tat diese Komponenten nur bei inhomogener Feldverteilung auftreten können.

Neuerdings[2]) hat Herr Zeeman die früheren Versuche mit Polschuhen wiederholt, die von Herrn Du Bois[3]) für Beobachtungen in schiefer Richtung gegen die Kraftlinien angegeben sind. Nach der von ihm mitgeteilten Figur, die den Querschnitt schematisch wiedergibt, möchte man glauben, daß wegen der starken Dissymmetrie der Eisenmassen nächst dem Interferrikum auch bei derjenigen Stellung, die für rein longitudinale Beobachtung bestimmt ist, die Kraftlinien schief gegen die Magnetachse und gegen die Richtung der Beobachtung verlaufen, und daß das Auftreten der neuen Komponenten hierauf beruhe.

Göttingen, im Juli 1914.

(Eingegangen 11. September 1914.)

1) O. M. Corbino, Diese Zeitschr. 11, 521, 1910.
2) P. Zeeman, Researches in Magnetooptics, S. 151; Deutsche Ausgabe, S. 161.
3) H. J. E. G. Du Bois, Versl. Akad. Amst. **19**, 397, 1910.

Versuche über die Erzeugung und Messung hochgradiger Vakua.
(Experiments on the production and measurement of high vacua)

Von J. W. Woodrow.

In der vorliegenden Arbeit soll die tatsächliche Ausführung eines empfindlichen absoluten Manometers nach Knudsen beschrieben und dessen Anwendung zur Messung niedriger Drucke erklärt werden. Ferner wird darin über einige zur Erreichung dieser Drucke angewandte Verfahren berichtet.

Einleitung.

Die Theorie eines absoluten Manometers, das von dem zu messenden Gase unabhängig ist, hat Knudsen[1]) entwickelt. Er gibt indessen nur Daten an, um zu zeigen, daß seine Theorie durch das Experiment bestätigt wird, und beschreibt nicht die tatsächliche Ausführung eines solchen Manometers. Einen kurzen Überblick über die Handhabung einer Form des Knudsenschen Manometers hat Angerer[2]) gegeben, doch bin ich bei dem Versuche, einen empfindlichen Apparat nach seinen Angaben zu bauen, auf einige Schwierigkeiten gestoßen. Da nun im hiesigen Institut einige Zeit auf die Konstruktion eines sehr empfindlichen Manometers verwandt worden ist, das zugleich leicht herzustellen und einfach zu handhaben sein sollte, so erschienen mir die Ergebnisse dieser Versuche wertvoll genug, um ihre Veröffentlichung zu rechtfertigen.

Frühere Versuche hatten gelehrt, daß für die Messung sehr niedriger Drucke das ganze Manometer so konstruiert sein muß, daß man es, während es an die Pumpe angeschlossen ist, in einen Ofen bringen und auf eine Temperatur von ungefähr 200° C erhitzen kann. Weiter war es erwünscht, das Volumen des Manometers so klein wie möglich zu machen, und alles nicht unbedingt erforderliche Metall

1) M. Knudsen, Ann. d. Phys. (4) **32**, 809, 1910.
2) E. v. Angerer, Ann. d. Phys. (4) **41**, 10, 1913.



zu vermeiden. Das von Angerer beschriebene Manometer konnte nicht erhitzt werden, ohne Gefahr zu laufen, zu springen, eine Schwierigkeit, die bei dem unten zu beschreibenden Apparat überwunden worden ist.

Beschreibung des Apparates.

Es wurden mehrere verschiedene Manometer von verschiedener Empfindlichkeit konstruiert, so daß sie für verschiedene Drucke Verwendung finden konnen. Ein typisches Manometer zeigen die Fig. 1 u. 2, während Fig. 3 die elektrische Schaltung zeigt. Die Glasstabe GG dienten als Halter für die Metallteile des Apparates. Alle inneren elektrischen Verbindungen und Einstellungen, mit Ausnahme der endgültigen Einstellung, erfolgten, ehe die äußere Glaswandung OO bei SS angeschmolzen wurde. Die Aufhängevorrichtung W war ein 50 mm langes Phosphorbronzeband, das von der Firma W. G. Pye and Co. bezogen und von ihr als No. 0000 bezeichnet worden war. Der bewegliche Flügel VV bestand aus einem rechteckigen Rahmen aus 0,076 mm starkem Aluminium, und zwar waren die Abmessungen des äußeren Rechtecks 30×36 mm, die des inneren 26×30 mm. Die Heizplatten PP waren Platinstreifen von 4 mm Breite, 40 mm Länge und 0,025 mm Dicke. Die Ablenkungen des beweglichen Flügels wurden in der üblichen Weise durch Reflexion eines Lichtstrahls an dem Spiegel M ermittelt. Fig. 2 zeigt einen Querschnitt durch die Mitte der Fig. 1.

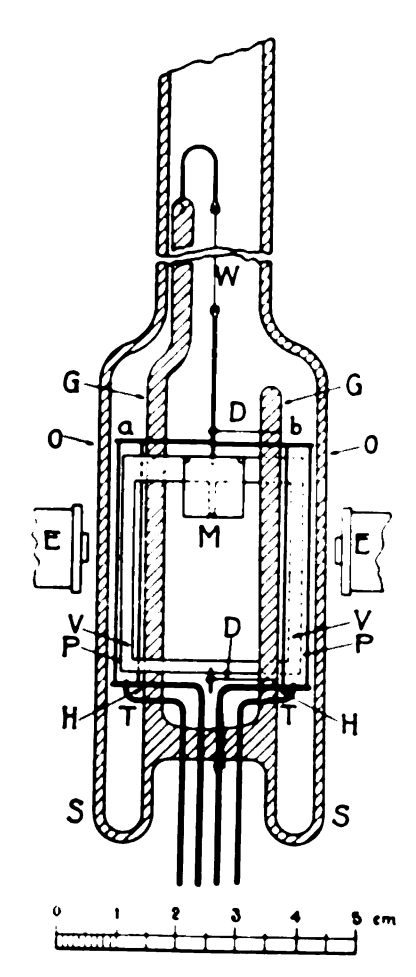


Fig. 1.

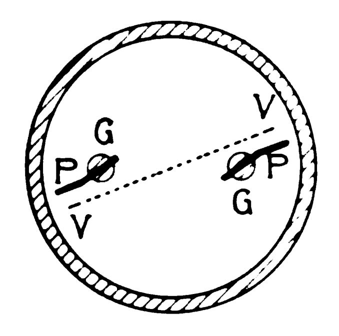


Fig. 2.

Alle Platinverbindungen wurden mittels elektrischer Schweißung hergestellt. Es hatte sich nämlich herausgestellt, daß dieses, besonders beim Erhitzen, weit zuverlässiger ist als die Verwendung irgendwelchen Lotmaterials. Nach einiger Übung gelang es, die dünnen Platin-Heizflügel so an den starken Platindraht anzuschweißen, daß auf der ganzen Breite ein vollkommen kontinuierlicher Kontakt hergestellt wurde. Das Aufhängeband aus Phosphorbronze wurde an beiden Enden in der Weise befestigt, daß es durch drei kleine Löcher gezogen wurde, die in die abgeplatteten Enden des Platin- bzw. Aluminiumdrahtes gebohrt worden waren. Die kleinen Ösen DD waren so angeordnet, daß sie den beweglichen Flügel V trugen, wenn das Manometer nicht gerade zur Vornahme von Ablesungen eingestellt wurde. Hierdurch war das Manometer leicht transportabel, und dadurch, daß es in die umgekehrte Lage gebracht wurde, wenn es an die Molekularpumpe angeschlossen wurde, war die Gefahr eines Bruches der Aufhängung infolge von Schwingungen ausgeschlossen. Ein Manometer von mittlerer Empfindlichkeit wurde so konstruiert, daß es stabil genug war, um bei unmittelbarem Anschluß an die Molekularpumpe benutzt werden zu können. Zu allen Verbindungsteilen des Apparates wurden weite Glasröhren verwendet.

Der von Angerer benutzte bewegliche Flügel bestand aus versilbertem Glimmer; die vorliegende Untersuchung hat indessen gezeigt, daß ein solcher Flügel sehr empfindlich gegen Veränderungen des auf ihn auffallenden Lichtes

ist. Eine gewöhnliche Wolframlampe von 40 Watt, die in 50 cm Abstand angebracht worden war, so daß sie den Flügel beschien, rief einen Ausschlag von 100 mm hervor, wenn der Druck ungefähr 10^{-5} mm Hg betrug. Daß es sich bei dieser Erscheinung nicht um eine direkte Wärmewirkung handelte, wurde dadurch dargetan, daß eine nichtleuchtende Bunsenflamme, die ganz nahe an den Apparat herangebracht wurde, keinen Einfluß hatte, und daß bei einer leuchtenden Flamme der Effekt sogleich zu beobachten war. Wenn der versilberte Glimmer durch Aluminium ersetzt wurde, war der Einfluß eines Lichtwechsels so gering, daß er vernachlässigt werden konnte. Das bewegliche System war durch die Aufhängung elektrisch mit dem geerdeten Ende der Heizstreifen verbunden, und das Ganze war durch einen geerdeten Silberüberzug auf der Außenseite der Glaswandung gegen äußere elektrische Störungen geschützt. Bei einem früheren Versuche befand sich die Versilberung auf der Innenseite der Wandung, doch war diese Anordnung nicht zufriedenstellend, weil es nicht möglich war, die Belegung während der Verbindung mit der Molekularpumpe von Gasen frei zu machen. Das oben genannte Verfahren zum elektrischen Schutz war jedoch gut genug, solange im Innern des Apparates keine Ionisationsquelle vorhanden war; wenn aber das Manometer an eine Ionisierungskammer angeschlossen wurde, wurden die elektrischen Störungen sehr lästig, sobald die Ionisation stark war. Es wurde in diesem Falle kein Versuch gemacht, die Diffusion der Ionen zu verhindern, obgleich dies durch ein passendes Drahtnetz leicht geschehen konnte.

Ein kleiner Elektromagnet, der in Fig. 1 bei E dargestellt ist, diente dazu, den beweglichen Flügel zur Ruhe zu bringen. Dies erwies sich beim Arbeiten mit den empfindlichsten Manometern als durchaus notwendig, denn in einem sehr guten Vakuum ist die Dämpfung so gering, daß der Flügel sich einige Zeit, nachdem er durch eine zufällige Störung in Schwingungen versetzt worden ist, nicht hinreichend beruhigt, um die Ausführung der Ablesungen zu gestatten. Es ist zu beachten, daß der Elektromagnet entweder einen Luftkern oder einen solchen aus gutem, weichem, schwedischem Eisen haben muß. Andernfalls bringt nämlich der remanente Magnetismus einen falschen Nullpunkt zuwege, falls der Aluminiumflügel im geringsten magnetisch ist, was bei den in hiesigen Institut untersuchten Metallproben der Fall war. Es ist klar, daß unter diesen Verhältnissen der Elektromagnet nur zum Dämpfen benutzt werden darf, und daß der erregende Strom während der Ausführung der Beobachtungen abgestellt sein muß.

Es wurden mehrere Verfahren versucht, die Temperatur der Heizstreifen zu bestimmen. Schließlich entschied ich mich für die in Fig. 3

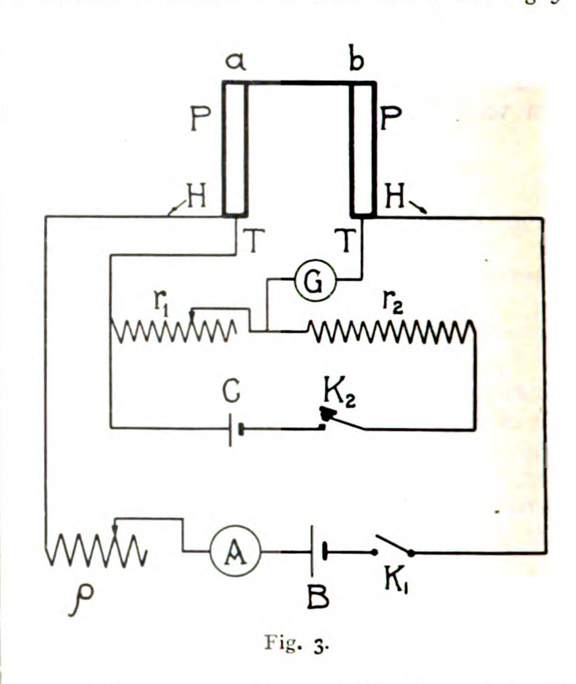


Fig. 3.

schematisch dargestellte als für die, welche die befriedigendsten Ergebnisse lieferte. Die Potentiometerzuleitungen TT wurden durch elektrische Schweißung an die äußersten Enden der Platin-Heizstreifen PP angeschlossen. Die Heizstromstärke wurde durch den veränderlichen Widerstand ϱ geregelt und ihr Wert an dem Amperemeter A abgelesen. Der Widerstand r_2 wurde konstant auf 10,000 Ohm gehalten, und r_1 wurde so lange verändert, bis an dem empfindlichen Galvanometer G eine Abgleichung erreicht wurde. Die Potentiometerbatterie bestand aus einem sorgfältig geeichten Weston-Normalelement, C. Diese Anordnung lieferte ein genaues Verfahren zur Messung des Widerstandes der Platinstreifen PP einschließlich jenes des dicken Platindrahtes ab, und zwar betrug der gesamte Kaltwiderstand 0,17 Ohm. Dieser Kaltwiderstand wurde in der Weise bestimmt, daß die Kurve, welche Widerstand und Heizstrom miteinander verbindet, für konstanten niedrigen Druck gezeichnet und dann rückwärts bis zum Schnittpunkt mit der Widerstandsachse extrapoliert wurde. Wird der Widerstand für kleine Stromstärken gemessen, so kann man den Wert bei der Stromstärke null, also den Kaltwiderstand, sehr genau bestimmen. Eine typische Kurve ist in Figur 4 dargestellt. Der Temperaturkoeffizient des Widerstandes für das

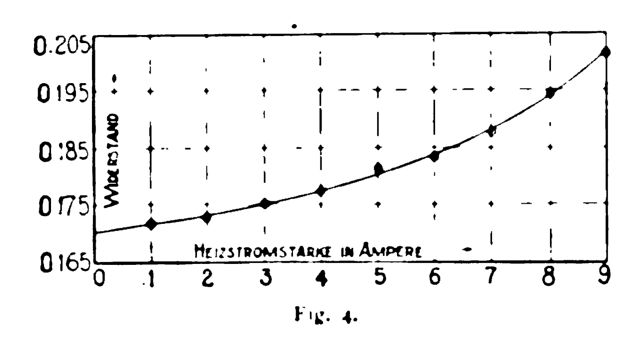


Fig. 4.

Platin, das eine kleine Menge Iridium enthielt, wurde sorgfältig gemessen, und es ergab sich innerhalb des benutzten Temperaturbereiches eine lineare Beziehung. Der Wert des Koeffizienten war $2,35 \times 10^{-3}$ Ohm per Grad Celsius. Mit diesem System kann man die mittlere Temperatur der Heizstreifen mit hinreichender Genauigkeit bestimmen; der Fehler für Temperaturdifferenzen von ungefähr 50° ist dabei kleiner als 4 v. H. Es muß erwähnt werden, daß viele Versuche gemacht worden sind, feine Thermoelemente zu benutzen; es war aber praktisch unmöglich, einen guten Wärmekontakt mit den Heizstreifen herzustellen, der bei Erwärmung bis auf 200° C konstant geblieben wäre.

Berechnung der Konstanten des Manometers.

Nach der von Knudsen angegebenen Theorie wird der Gasdruck im Innern des Manometers durch die Formel

$$P = \frac{2K}{\sqrt{\frac{T_1}{T_2}} - 1},$$

gegeben, wo K der gleichförmige Druck in Dynen auf jedes cm² des beweglichen Flügels ist, und T_1 und T_2 die absoluten Temperaturen der Heizstreifen und des beweglichen Flügels sind. Wenn die Temperaturdifferenz gegenüber der absoluten Temperatur klein ist, können wir die Formel folgendermaßen schreiben:

$$P = 4K \frac{T_2}{T_1 - T_2}.$$

Es ist zu beachten, daß diese Formel von der Natur des zu messenden Gases oder Dampfes unabhängig ist. Die Konstante K ergab sich aus dem Ausschlage, und die Konstanten der Aufhängung wurden in der üblichen Weise aus der Schwingungsdauer des beweglichen Systems und dem errechneten Trägheitsmoment des aufgehängten rechteckigen Rahmens ermittelt. Bei dem Manometer, dessen Abmessungen oben angegeben wurden, betrug die ganze Schwingungszeit 10,0 sec, und das berechnete Trägheitsmoment des beweglichen Flügels war 0,074 g cm². Das ergibt für den Druck:

$$P = 2,9 \times 10^{-5} \frac{T_2}{T_1 - T_2} d \text{ Dynen},$$

oder:

$$P = 2,2 \times 10^{-8} \frac{T_2}{T_1 - T_2} d \text{ mm Hg},$$

wo d der Ausschlag in mm auf der in 1 m Abstand vom Spiegel angebrachten Skala ist. Da es leicht möglich ist, eine Temperaturdifferenz von 100° C zu erhalten, und da man einen Ausschlag von 0,5 mm beobachten kann, so vermag das Manometer einen Druck bis zu 3×10^{-8} mm Hg hinab zu messen.

Es wurde vermutet, daß bei diesen sehr niedrigen Gasdrucken vielleicht der Strahlungsdruck einen im Vergleich zu jenem des Molekulbombardements merklichen Effekt haben könnte. Um einen solchen Effekt aufzuspüren, wurde der Ausschlag bei mehreren verschiedenen Werten der Temperatur der heißen Platinstreifen beobachtet, nachdem ein sehr konstanter Druck erreicht worden war. Wenn der Strahlungsdruck so klein ist, daß er vernachlässigt werden kann, muß zwischen dem Ausschlag und der Temperaturdifferenz eine lineare Beziehung bestehen; wenn dagegen der Strahlungsdruck nicht zu vernachlässigen ist, muß der Ausschlag rascher wachsen. Die nachstehende Tabelle lehrt, daß der Strahlungsdruck bei einem Gasdruck von etwa 10^{-6} mm Hg für Temperaturdifferenzen bis aufwärts zu 85° C keinen merklichen Einfluß hat.

Tabelle I.

Temperaturdifferenz in °C	Ausschlag in mm	Berechneter Druck in 10^{-6} mm Hg
8	4	3.4
20	9	3.1
35	17	3.3
65	28	2,7
83	40	3.2

Messung niedriger Drucke.

Der niedrigste mit einer Gaedeschen Molekularpumpe erhaltene Druck wurde mit einem Manometer besonderer Konstruktion gemessen, und zwar war der Druck 3×10^{-5} mm Hg. Als Vorpumpe diente eine Gaedesche Trommelpumpe, die einen Druck von 0,01 mm Hg lieferte, und die Molekularpumpe wurde mit 8000 Umdrehungen in der Minute betrieben. Das oben genannte Vakuum wurde nach dreistündigem Pumpen erhalten, wobei das Manometer möglichst nahe an die Pumpe angeschlossen war, so daß das ganze Volumen nur aus der Pumpe

und dem gläsernen Verbindungsrohr bestand. In diesem Falle wurden indessen die Glaswände des Manometers nicht erhitzt.

Es ist interessant, das von der Molekularpumpe gelieferte Vakuum mit jenem zu vergleichen, das man erhält, wenn man ein seitliches Ansatzrohr mit Kokosnußkohle in flüssige Luft taucht. Durch das letztere Verfahren wurde der Druck nach etwa 36 Stunden auf 2×10^{-7} mm *Hg* herabgedrückt. Nach Entfernung der flüssigen Luft stieg der Druck auf einen etwas höheren Wert als den beim Abschmelzen des Manometers von der Molekularpumpe gemessenen, nahm dann aber wieder ab und näherte sich langsam dem beim Abschmelzen erhaltenen Werte. Wenn man dagegen die flüssige Luft wieder ersetzt, ehe diese allmähliche Abnahme beginnt, so erreicht das Vakuum sehr rasch den zuvor nach 36 Stunden erhaltenen Wert. Dieser Effekt rührt wahrscheinlich von einer Adsorption an den Glaswänden und den Metallteilen des Apparates her, durch welche die ursprüngliche Wirkung der Kohle und der flüssigen Luft so verlangsamt wird. Wenn die Wände sorgfältig erhitzt werden, während das Manometer an die Pumpe angeschlossen ist, ist diese Erscheinung nicht so ausgeprägt.

Den niedrigsten Druck, den wir gemessen haben, erhielten wir durch Verwendung von Holzkohle und flüssiger Luft in der üblichen Weise unter gleichzeitiger Zuhilfenahme der entluftenden Wirkung eines in ein Seitenrohr eingeschmolzenen und 130 Stunden lang betriebenen Wolframfadens. Der Druck hatte einen Wert von 5×10^{-8} mm *Hg* erreicht, als die Untersuchung durch einen dem Apparat zugestoßenen Unfall ein Ende erreichte.

Wir erhielten einige interessante Angaben über die Wirksamkeit von Gummihahnenfett für die Aufrechterhaltung eines guten Vakuums. Ein System, welches drei Hähne und einen großen Glasschliff enthielt, erreichte unter der Einwirkung von Kokosnußkohle und flüssiger Luft ein Vakuum von 10^{-6} mm *Hg*. Das Vakuum blieb auf diesem Werte mehrere Tage lang konstant, während die Kohle in flüssige Luft eingetaucht blieb. Als jedoch das Rohr mit der Kohle durch Schließen eines der Hähne abgeschaltet wurde, nahm der Druck allmählich, aber sehr langsam zu.

Da das absolute Manometer nach Knudsen den Druck unabhängig von der Natur des Gases mißt, so liefert es ein bequemes Verfahren, die Schnelligkeit zu bestimmen, mit welcher in flüssige Luft getauchte Kokosnußkohle verschiedene Gase beseitigt. Wir haben diesen Effekt an Sauerstoff, Stickstoff und Wasserstoff untersucht, doch war es nicht möglich, einen genauen quantitativen Vergleich anzustellen, weil der Sauerstoff unter der Einwirkung der flüssigen Luft gar zu schnell beseitigt wurde. Man kann indessen aus den Angaben in der Tabelle II eine gewisse Vorstellung von dem Verhältnis zwischen den Schnelligkeiten erhalten. In jedem Einzelfalle wurde der Druck vor dem Einlassen des bekannten Gases auf denselben Wert, nämlich auf $1,5 \times 10^{-6}$ mm *Hg* erniedrigt; dabei wurde die Kokosnußkohle gründlich erhitzt, während sie an die Molekularpumpe angeschlossen war. Zuerst wurde Wasserstoff untersucht, dann Sauerstoff und Stickstoff in der angegebenen Reihenfolge. Die in der ersten Spalte enthaltenen Werte sind die Zeiten, die seit der durch Öffnen des Hahnes hergestellten Verbindung des die Kokosnußkohle enthaltenden Rohres mit dem Manometer verstrichen waren. Beim Sauerstoff wurden die Messungen in der Weise angestellt, daß der Hahn zur Zeit nur einige wenige Sekunden offen gelassen wurde. Auf die Bereitung dieser Gase wurde keine besondere Sorgfalt verwandt; infolgedessen waren sie nicht ganz frei von anderen Gasen und Dämpfen, doch waren sie rein genug, um die Erscheinung deutlich zu zeigen.

Tabelle II.

Wirkungszeit	Druck in 10^{-6} mm Hg für:		
	Wasserstoff	Sauerstoff	Stickstoff
0	485	500	450
5 Sekunden	—	290	—
10 "	—	170	—
1 Minute	460	2	15
5 Minuten	410	1,5	—
20 "	290	—	—
1 Stunde	190	—	5
3 Stunden	135	1,5	—
10 "	135	1,5	5

Research Laboratory of the American Telephone and Telegraph Company and the Western Electric Company, New York City.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 4. September 1914.)

Über den Einfluß von Strukturwirkungen, besonders der Thomsonschen Bildkraft, auf die Elektronenemission der Metalle.

Von Walter Schottky.

Strömen elektrisch geladene Teilchen von einer metallischen Elektrode zur andern durch das Vakuum, so wird ihre Bewegung durch ihre eigene Ladung auf zweierlei Weise modi-



fiziert. Einmal entsteht beim Vorwiegen einer Gattung von Elektrizitätsträgern eine Raumladung, die nach der Poissonschen Gleichung den Potentialverlauf zwischen den Elektroden beeinflußt und dadurch in gewissen Fällen für die Größe des übergehenden Stromes selbst maßgebend wird. Die für diese Vorgänge theoretisch ermittelten Gesetze sind in letzter Zeit durch verschiedene Experimentaluntersuchungen unzweifelhaft bestätigt worden.[1] Andererseits ist schon vor längerer Zeit von P. Lenard[2]) darauf hingewiesen worden, daß in unmittelbarer Nähe der Metallfläche die durch die austretenden Ionen influenzierte entgegengesetzte Ladung, das „elektrische Bild" Sir W. Thomsons auf diese ungemein starke Kraftwirkungen ausüben muß. Quantitative experimentelle Belege für die Existenz dieser Kräfte sind allerdings, soviel ich weiß, bisher noch nicht vorhanden.

Man kann sich nun fragen, ob zwischen den anscheinend so verschiedenartigen Wirkungen der Raumladung und Bildkräfte nicht doch ein Zusammenhang besteht. Und in der Tat: faßt man nicht nur die von dem eigenen Spiegelbild auf das austretende Ion ausgeübten Kräfte ins Auge, sondern auch die Wirkung der Nachbarionen und ihrer Spiegelbilder, so scheint die ganze Raumladungstheorie in der Bildwirkungstheorie aufzugehn; umgekehrt: berücksichtigt man, daß die Kraftlinien der von der Raumladung hervorgerufenen elektrischen Felder in den Metalloberflächen enden, so scheint auch hier das Spiegelungsgesetz erfüllt und die Bildwirkung in den Gleichungen mit inbegriffen zu sein. In Wirklichkeit ist der Raumladungstheorie jedoch das durch die „Bildkraft" bedingte starke Anwachsen des elektrischen Potentials in der Nähe der Leiteroberflächen fremd. Wir sehen sofort, woher das kommt: in der bisherigen Raumladungstheorie ist die Struktur der Elektrizität vernachlässigt worden. Es erhebt sich die Frage: Ist der durch die Struktur der Elektrizität bedingten Thomsonschen Bildkraft ein Einfluß auf die Gestalt der Stromspannungskurve der Entladung zuzuschreiben? Und ferner: Ist die Thomsonsche Bildkraft die einzige Strukturwirkung, die in der bisherigen Raumladungstheorie vernachlässigt ist, oder gibt es noch andere solche Wirkungen und wie äußern sie sich? Wir resümieren: Nicht zwischen Bild- und Raumladungswirkungen besteht ein Gegensatz, sondern zwischen den elektrostatischen Theorien der kontinuierlichen und quantenhaften Elektrizitätsverteilung im Vakuum.

Keine Strukturwirkungen außerhalb der Bildkraftsphäre.

Die folgenden Untersuchungen beziehen sich auf den Fall, in dem wegen der relativ großen ins Vakuum übergeführten Elektrizitätsmengen am ersten Strukturwirkungen zu erwarten sind: den Fall der Emission von Elektronen aus (glühenden) Metallen.

Wir betrachten ein elektrisches Teilchen $\mathfrak{T}$, das sich in mehr als 10^{-4} cm Abstand von den Elektroden befindet. Um den Nachweis zu führen, daß die quantenhafte Struktur der in der Umgebung von $\mathfrak{T}$ vorhandenen Elektrizitätsmenge keinen merklichen Einfluß auf die Bewegung von $\mathfrak{T}$ hat, genügt es, zu zeigen, daß die mittlere Wirkung eines Nachbarteilchens auf $\mathfrak{T}$ um mehrere Zehnerpotenzen kleiner ist als die entsprechende Eigengröße des Teilchens, die durch diese Wirkung geändert wird. Denn es kommen für die Strukturwirkung ja nur die nächstbenachbarten (10 bis 100) Teilchen in Betracht; die Wirkung der weiter entfernten ist auf alle Fälle dieselbe, als wenn die Elektrizität kontinuierlich verteilt wäre.

Aus der Bedingung, daß die kinetische Energie eines Teilchens $\mathfrak{T}$ groß sein muß gegen die Arbeit, die beim mittleren Abstand der anderen Teilchen von $\mathfrak{T}$ gegen das Feld eines Nachbarteilchens geleistet werden müßte, finden wir, wenn es sich um Elektronen in Maxwellscher Verteilung im Vakuum handelt, die Bedingung:

$$3KT \gg \varepsilon^2 \sqrt[3]{\frac{2i}{\varepsilon\sqrt{\frac{2KT}{\pi\mu}}}}.$$

Hierbei bedeutet K die Gaskonstante eines Elektrons, T die abs. Temperatur, ε die Ele-

1) Vgl. I. Langmuir, Diese Zeitschr. 15, 348 u. 516, 1914; W. Schottky, Diese Zeitschr. 15, 526, 624 u. 656, 1914; Ann. d. Phys. 44, 1011, 1914; S. Dushman, Diese Zeitschr. 15, 681, 1914. — Ich möchte das Raumladungsproblem nicht verlassen, ohne vorher eine Bemerkung berichtigt zu haben, die sich in meiner ersten Arbeit über dies Thema (S. 528) findet. Ich habe dort Zweifel geäußert an dem von I. Langmuir aufgestellten Satz, daß das $V^{3/2}$-Gesetz für den Elektronenstrom allgemein bei beliebig gestalteten Elektroden gilt, falls die Anfangsgeschwindigkeit der Elektronen gleich Null gesetzt werden kann. Diese Zweifel werden durch folgenden Hilfssatz widerlegt, auf den Herr Langmuir mich brieflich hinwies: „Die Bahn der mit der Anfangsgeschwindigkeit 0 aus einer Oberfläche konstanten Potentials austretenden Elektronen bleibt ungeändert, wenn die elektrische Kraft im ganzen Raum um den gleichen Bruchteil vergrößert wird". Wenn nun auch im Fall beliebig geformter Elektroden die (in Wirklichkeit vorhandenen) Anfangsgeschwindigkeiten sicher u. U. eine bedeutend größere Rolle spielen, als bei symmetrischen Elektroden, so ist doch demnach der Langmuirsche Satz in der angegebenen Form richtig.

2) Ann. d. Phys. 8, 187, 1902.

mentarladung eines Elektrons in elektrostatischen Einheiten, μ seine Elementarmasse und i den in elst. Einh. gemessenen Strom pro Flächeneinheit, der von der Gesamtheit aller Teilchen getragen wird, die in einer gegebenen Richtung eine positive Komponente haben. Setzen wir für K, ε und μ die bekannten Werte ein und messen zugleich den Strom i in Ampere, so erhalten wir

$$i_{\mathrm{Amp}} \ll 2{,}56 \cdot 10^{10} \left(\frac{T}{2000}\right)^{3^1/_2}. \qquad (1)$$

Diese Bedingung gilt für den Fall des thermischen Gleichgewichts, wo die mittlere Energie der Elektronen (bei gegebener Temperatur) sowie der mittlere Elektronenabstand im Verhältnis zu dem eben definierten Strom i ihren kleinsten Wert haben. Für alle Vorgänge, bei denen die Strömung in einer Richtung die Strömung in der entgegengesetzten Richtung überwiegt, gewährleistet die Bedingung (1) a fortiori die Erfüllung der gestellten Forderung, falls i mit dem von der stärker emittierenden Elektrode ausgehenden Sättigungsstrom pro Flächeneinheit identifiziert wird. Wie bekannt, ist im Raum außerhalb der Bildkraftsphäre die Bedingung (1) stets weitaus erfüllt. Es ergibt sich somit die (schon von verschiedenen Seiten hervorgehobene) Tatsache, daß bei Glühemission von Elektronen Strukturwirkungen in einiger Entfernung von den emittierenden Flächen keine Rolle spielen können. Hier handelte es sich hauptsächlich darum, die Bedingung für das Verschwinden der Strukturwirkung in einer passenden Form aufzustellen, von der wir gleich noch weiteren Gebrauch zu machen haben.

Potential der Thomsonschen Bildkraft.

Wir wenden uns nun zu den Vorgängen in unmittelbarer Nähe der metallischen Oberfläche und betrachten zunächst die Bildkraft eines Elektrons auf sich selbst. Diese ist bekanntlich $= \frac{\varepsilon^2}{4x^2}$, wobei x den Abstand von der (bei den betrachteten Abständen als makroskopisch eben anzusehenden) metallischen Oberfläche bedeutet. Dies Gesetz gilt aber nicht für beliebig kleine x, wo die Kraft unendlich werden würde, sondern bloß bis zu einer gewissen Entfernung x_0; diese Entfernung kann für die verschiedenen Metalle verschieden sein, was nach P. Debye[1]) Unterschiede in den Bildkräften und damit eine Erklärung der Voltadifferenzen im Vakuum ermöglichen würde. Eine Annäherung an das wirkliche Kraftgesetz wird man erhalten, wenn man die Bildkraft bis zu der Entfernung x_0 gleich $\frac{\varepsilon^2}{4x^2}$, für $0 < x < x_0$ konstant gleich $\frac{\varepsilon^2}{4x_0^2}$ setzt; das Potential dieser Kraft zwischen $x = 0$ und ∞, bezogen auf die Einheitsladung ist dann

$$\Delta = \int_0^{x_0} \frac{\varepsilon}{4x_0^2}\,dx + \int_{x_0}^{\infty} \frac{\varepsilon}{4x^2}\,dx \quad \text{oder}$$

$$\Delta = \frac{\varepsilon}{2x_0}. \qquad (2)$$

Wir nehmen an, daß dieses Potential Δ der Größenordnung nach mit dem Potential, das der Austrittsarbeit der Elektronen aus dem Metall entspricht, übereinstimmt. Der Abstand x_0, den wir als „kritischen Abstand" bezeichnen, wird dann bei allen bekannten Substanzen einige Vielfache von 10^{-8} cm betragen. Ferner führen wir noch für einen Abstand $x \sim 10^{-4}$ cm die Bezeichnung x_1 ein; in Abstände von dieser Größenordnung kann man, wie Debye[1]) ausgeführt hat, die äußere Grenze der Thomsonschen Bildkraftsphäre verlegen, d. h. außerhalb von x_1 ruft die Bildwirkung keine merklichen Kräfte mehr hervor. Bei der Untersuchung der gegenseitigen Beeinflussung der Elektronen innerhalb der Bildkraftsphäre werden wir zweckmäßig zwischen Abständen $x > x_0$ und $x < x_0$ des Elektrons $\mathfrak{T}$ von der Metalloberfläche unterscheiden.

Die Bildkraftsphäre außerhalb des kritischen Abstandes.

a) Strukturwirkungen.

Wir betrachten zunächst das Gebiet $x > x_0$. Vernachlässigen wir hier etwaige aus dem Gebiet $x < x_0$ herübergreifende Strukturwirkungen, so läßt sich zeigen, daß die in der Schicht $x_0 < x < x_1$ befindlichen Elektronen auf das Elektron $\mathfrak{T}$ überhaupt keine merkliche Wirkung ausüben können. Wir beweisen das, indem wir in dieser Schicht wieder für die Elektronen Maxwellsche Verteilung annehmen[2]) und die Dichte der Elektronen außerhalb der Bildwirkungssphäre durch den gewöhnlichen Sättigungsstrom für bestimmt halten. Ferner setzen wir bei der Berechnung der Elektronendichte voraus, daß der Potentialanstieg in der betrachteten

1) Ann. d. Phys. 33, 441—489, 1910.

1) l. c.

2) Dabei kann die Dichte der Elektronen wieder nur überschätzt werden; 1. weil die abstoßenden Kräfte der Elektronen aufeinander, die eine Lockerung des Elektronenschwarmes hervorrufen würde, vernachlässigt sind, 2. weil dabei angenommen ist, daß alle Elektronen zum Metall zurückkehren.



Schicht allein durch das Bildpotential $\frac{\varepsilon^2}{4x}$ bestimmt ist; daß die Vernachlässigung anderer Strukturwirkungen berechtigt ist, zeigt die Rechnung selbst, und durch äußere Felder (die wir w. u. einzuführen haben) kann die Dichte der Elektronen innerhalb der Bildkraftsphäre nur unwesentlich verändert werden. Als numerisches Beispiel wählen wir Wolfram, wobei die Langmuirschen Daten zugrunde gelegt werden.

Wir erhalten mit Hilfe der bekannten Sätze über die Abhängigkeit der Elektronendichte vom Potential im thermischen Gleichgewicht, die auch für den Strom i gelten:

$$i = s \cdot e^{\frac{\varepsilon^2}{4x} \cdot \frac{1}{KT}} < s \cdot e^{\frac{\varepsilon^2}{4x_0} \cdot \frac{1}{KT}}, \qquad (3)$$

wobei $s = i_{x=\infty}$ wieder als der gewöhnliche Sättigungsstrom pro Flächeneinheit zu deuten ist. Für $T = 2000$ ergibt dies bei Wolfram $i \sim 5 \cdot 10^5 s$; da s hierbei kleiner als 1 Amp. ist, befinden wir uns demnach für $x > x_0$ noch weit innerhalb des Bereiches, in dem Gl. (1) zutrifft. Und auch bei den höchsten erreichbaren Temperaturen und Sättigungsströmen bürgt Gl. (3) dafür, daß i mehr als 100mal kleiner ist als die durch Gl. (1) geforderte Grenze. Zugleich geht aus dieser Berechnung hervor, daß auch die Spiegelbilder, die von den Elektronen der Schicht $x_0 < x < x_1$ influenziert werden, auf das Elektron $\mathfrak{T}$ keine Strukturwirkungen auszuüben vermögen, da die Abstände dieser Bilder von $\mathfrak{T}$ notwendig noch etwas größer sind als die Abstände der Elektronen selbst.

b. Doppelschichtwirkung.

Zu untersuchen bleibt noch, ob durch Summation der Kraftwirkungen sämtlicher im Gebiet $x_0 < x < x_1$ vorhandenen Elektronen und der von ihnen influenzierten Ladungen eine Änderung der Bildwirkung hervorgerufen wird. Diese Frage ist von der vorigen ganz unabhängig; wissen wir doch, daß in größerer Entfernung von den Elektroden, wo ebenfalls die Wirkung der einzelnen Nachbarelektronen zu vernachlässigen ist, durch eine solche Summation eine „Raumladungswirkung" entsteht, die für den Potentialverlauf und die Größe des übergehenden Stromes von maßgebender Bedeutung sein kann. Wir können uns bei der Berechnung dieser Integralwirkung die Elektrizität homogen verteilt denken, da, wie wir sahen, die Strukturwirkung zu vernachlässigen ist.

Ist ρ die Dichte der negativen Elektrizität im Abstand x, so ist $\rho\, d x$ die Ladungsbelegung der Flächeneinheit der Schicht $d x$. Fassen wir die Ladung dieser Schicht mit der entgegengesetzten, von ihr auf der Metalloberfläche influenzierten Ladung zusammen, so erhalten wir eine elektrische Doppelschicht, die einen Potentialfall $= 4\pi\rho\, x\, d x$ hervorruft. Nun ist, falls Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung herrscht,

$$\rho = 2\sqrt{\frac{\pi\mu}{2KT}}\, i,$$

demnach nach 3)

$$\rho = 2\sqrt{\frac{\pi\mu}{2KT}}\, s\, e^{\alpha\frac{x_0}{x}},$$

wobei $\alpha = \frac{\varepsilon}{4x_0} \cdot \frac{\varepsilon}{KT}$ gesetzt ist.

Der gesamte Potentialsprung II, der durch die in $x_0 < x < x_1$ vorhandenen Ladungen und die von ihnen influenzierten Gegenladungen hervorgerufen wird, ist

$$II = \int_{x_0}^{x_1} 4\pi\rho\, x\, d x = 8\pi\sqrt{\frac{\pi\mu}{2KT}}\, s \int_{x_0}^{x_1} e^{\alpha\frac{x_0}{x}}\, x\, d x.$$

Indem man nacheinander von x_0 bis αx_0, αx_0 bis $\alpha^2 x_0$ usw. integriert, findet man

$$\int_{x_0}^{\alpha^n x_0} e^{\alpha\frac{x_0}{x}}\, x\, d x < \frac{x_0^2}{2}(\alpha^2 - 1)\left\{e^{\alpha} + e\,\alpha^2 + e^{\frac{1}{\alpha}}\alpha^4 + \ldots e^{\frac{1}{\alpha^{n-2}}}\alpha^{2(n-1)}\right\}$$

Setzen wir $T = 2000$, so ergibt sich für Wolfram ($\alpha = 13{,}1$) für $n = 4$

$$II < 2{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ elst. Einh.} < \frac{1}{6000} \text{ A.}$$

$x_1 = \alpha^4 x_0$ ist dann etwa $= 5 \cdot 10^{-4}$ cm; in dieser Entfernung hat die Bildkraft keinen meßbaren Einfluß mehr. Wir finden also, daß bei den gewöhnlichen Glühtemperaturen die elektrische Doppelschicht, die von den innerhalb der Bildkraftsphäre, aber außerhalb des „kritischen Abstands" x_0 vorhandenen Elektronen hervorgerufen wird, überhaupt keinen meßbaren Einfluß auf die Austrittsarbeit hat. Um so weniger kann eine Änderung der Elektronendichte in dieser Schicht auf den Potentialverlauf und Stromübergang von Einfluß sein. Die außerhalb $x = x_1$ vorhandenen Elektronen werden von der gewöhnlichen Raumladungstheorie (die in diesem Gebiet wiederum die Bildkraft vernachlässigen darf) mit erfaßt.

Die Bildkraftsphäre innerhalb des kritischen Abstandes.

Für das Gebiet $0 < x < x_0$ lassen sich unter entsprechenden Voraussetzungen ähnliche Betrachtungen anstellen, doch leidet hier die Rechnung an der Unsicherheit über die wahre Zahl

der freien Elektronen in unmittelbarer Nähe des Metalls[1]) und über die Verteilung der positiven Ladungen an der Metalloberfläche. Ich begnüge mich deshalb hier mit der Angabe, daß, falls, wie zu vermuten, die Zahl der freien Elektronen im Metall kleiner als die Zahl der Atome ist, die mittlere Wirkung der Nachbarelektronen auf das Elektron $\mathfrak{T}$ ebenfalls von etwas niederer Größenordnung ist, als die Thomsonsche Bildkraft und daß, falls die pos. Ladungen in der Oberfläche konzentriert angenommen werden, der Potentialsprung, der durch die in der Schicht $0 < x < x_0$ vorhandenen Elektronen hervorgerufen wird, bei Wolfram ($T = 2000$) weniger als den 300. Teil des Austrittspotentials beträgt.

Für alle übrigen Metalle, deren Glühemission untersucht ist, unterscheiden sich die einzusetzenden Konstanten von denen des Wolframs nicht so weit, um an den vorstehenden Größenordnungsbetrachtungen etwas zu ändern. Die aufgestellten Sätze gelten demnach, falls die Voraussetzungen zutreffen, allgemein. Aber auch etwas abweichende Annahmen über den wahren Verlauf des Bildpotentials und die Verteilung der Elektronen werden daran nichts Wesentliches ändern können.

Superposition von makroskopischer Feldwirkung und Thomsonscher Bildkraft.

Das Ergebnis der bisherigen Betrachtungen können wir folgendermaßen zusammenfassen. Im Bereich der Bildkraftsphäre ($x < 10^{-4}$ cm) spielen bei den erreichbaren Temperaturen und Sättigungsströmen Raumladungs- und Strukturwirkungen der gleichzeitig mit $\mathfrak{T}$ emittierten Elektronen neben der Thomsonschen Bildkraft keine Rolle. Sicher gilt dieser Satz wenigstens bis zu Entfernungen von der Metalloberfläche von etwa $2 \cdot 10^{-8}$ cm; für $x < 2 \cdot 10^{-8}$ cm wäre eine Beeinflussung der Austrittsarbeit eines Elektrons durch die unmittelbar benachbarten gleichzeitig austretenden Elekronen denkbar (womit eine Temperaturabhängigkeit der Austrittarbeit gegeben wäre); doch sind diese Einflüsse vermutlich klein gegen die gesamte Austrittsarbeit. Wird bei konstanter Temperatur das äußere Feld variiert, so bleibt, da der übergehende Strom immer klein ist gegen den wirklich aus der Metalloberfläche austretenden Strom, in dem Gebiet $x < x_0$, wo allein anderweitige Strukturwirkungen in Betracht kommen, die Dichte der Elektronen merklich ungeändert. Es läßt sich also sicher bei konstanter Temperatur für $x > x_0$ das für die Bewegung der Elektronen maßgebende wahre Potential Φ additiv zusammensetzen: 1. aus einem „makroskopischen Potential" Φ_m, dessen Verlauf zwischen den Elektroden durch die Potentiale Φ_{m1} und Φ_{m2} an den Grenzen und durch die Poissonsche Gleichung im Raum bestimmt wird, und 2. aus dem Bildpotential Φ_b, eines Elektrons auf sich selbst, in der Nähe der Metalloberfläche.

$$\Phi = \Phi_m + \Phi_b. \tag{4}$$

Bewirkt nun die Bildkraft einen unveränderlichen Abfall des wahren Potentials Φ in unmittelbarer Nähe der Metalloberfläche oder ist dieser Potentialsprung durch das makroskopische Potential Φ_m zu beeinflussen? Diese Frage, die bisher wohl meist im ersten Sinne beantwortet worden ist, wollen wir jetzt untersuchen.

Der ebenen Metallplatte A stehe eine andere Metallplatte B parallel gegenüber, die stark positiv gegen A geladen ist, so daß zwischen A und B ein Feld entsteht, das die aus A austretenden Elektronen beschleunigt. Der Raumladungseffekt sei gegenüber dem starken angelegten Feld zu vernachlässigen. Es ist dann zwischen den Platten

$$\Phi_m = b x$$

$$\left(x \text{ Abstand von } A, b = \frac{d\Phi_m}{dx}, \ \Phi_m (x = 0) = 0.\right)$$

Betrachten wir ein Gebiet in der Nähe von A, wo $x > x_0$, aber klein gegen den Abstand $\overline{AB}$ ist, so gilt

$$\Phi_s = \frac{\varepsilon}{4x}.$$

Folglich nach (4)

$$\Phi = \frac{\varepsilon}{4x} + bx.$$

Wäre kein äußeres Feld vorhanden $\left(\frac{d\Phi_m}{dx} = 0\right)$, so wäre in einiger Entfernung von A $\Phi = 0$. Das angelegte Feld[1]) bewirkt, daß Φ den Wert 0 überhaupt nicht erreicht; Φ sinkt nur auf einen Minimalwert, um dann wieder anzusteigen. Der Unterschied des sich ergebenden Minimumpotentials M gegen 0 bestimmt den Unterschied der Austrittspotentiale, die mit und ohne Feld zu überwinden sind.

$$\text{Aus } \frac{d\Phi}{dx} = 0 \text{ folgt } x_m = \sqrt{\frac{\varepsilon}{4b}}\,^{2)}$$

$$M = 2\sqrt{\frac{\varepsilon b}{4}} = \sqrt{\varepsilon b}, \tag{5}$$

1) Die Richardsonsche Formel ist bekanntlich nicht sicher genug, um die Zahl der freien Elektronen im Metall selbst zu bestimmen.

1) Von Kontaktpotentialen sehen wir hier der Einfachheit halber ab.

2) Eine Berechnung von x_m für zylindrische Elektroden schon bei J. Jentzsch, Ann. d. Phys. **27**, 152.

oder, wenn wir Voltzählung einführen und $\varepsilon = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ setzen,

$$M_{[illegible]} = 3{,}8 \cdot 10^{-4} \sqrt{\frac{dV}{dx}}. \qquad (6)$$

Man sieht, daß bei Potentialgradienten von Millionen Volt/cm die Austrittsarbeit um etwa $^1/_3$ Volt vermindert wird.

Da Potentialgradienten von dieser Größenordnung unschwer zu erzielen sind, ist durch Gl. 6 die Möglichkeit einer Prüfung der Bildwirkungshypothese gegeben. Zugleich wird es auf diese Weise gelingen, die normale Geschwindigkeitsverteilung der austretenden Elektronen über ein weiteres „Spektralgebiet" hin zu verfolgen. Einen besonders starken Effekt muß man bei der Glühemission von Elektronen durch teilweise Aufhebung der Bildwirkung erwarten, da hier die Zahl der durch die Bildkraft zurückgehaltenen Teilchen als ungeheuer groß gegen die unter gewöhnlichen Umständen austretenden Teilchen anzunehmen ist.

Ist s der in Ampere gemessene Sättigungsstrom (im ganzen oder pro Flächeneinheit), so finden wir, falls durch die austretenden Elektronen das Wärmegleichgewicht nicht merklich gestört wird, den durch den Potentialgradienten $\frac{d\Phi_a}{dx}$ erzwungenen Strom z nach bekannten Sätzen mit Hilfe von (5) und (6) zu:

$$\begin{cases} z = s \cdot e^{[illegible]} = s \cdot e^{[illegible]} \\ z = s \cdot e^{\frac{4{,}4}{T}\sqrt{\frac{d\Phi_a}{dx}}}. \end{cases} \qquad (7)$$

Dieselben Formeln gelten allgemein für symmetrische Elektroden von Abständen $> 10^{-4}$ cm; nur hat man dann unter $\frac{d\Phi_a}{dx}$ bzw. $\frac{dV}{dx}$ speziell den Gradienten des makroskopischen Potentials an der emittierenden Elektrode zu verstehen.

Besteht die emittierende Elektrode aus einem Draht vom Radius r, der von einem Zylinder mit dem Radius R umgeben ist, so ist in unmittelbarer Nähe des Drahtes

$$\frac{dV}{dx} = \frac{V}{r \ln \frac{R}{r}};$$

es wird also

$$z = s \cdot e^{\frac{4{,}4}{T}\sqrt{\frac{V}{r \ln \frac{R}{r}}}}. \qquad (8)$$

1908. Dort wird jedoch r_a nur als „Schichtdicke" gedeutet, die Änderung der Austrittsarbeit durch das Feld, auf die es uns hier gerade ankommt, nicht beachtet.

Vorläufige Versuche über die Aufhebung der Bildwirkung durch starke Felder bei Glühemission.

Zur Prüfung der Gl. (8) erschien es zweckmäßig, einen möglichst dünnen Glühdraht zu wählen, da in diesem Falle durch nicht allzu hohe Potentiale ungemein große Potentialgradienten an der Oberfläche des Drahtes zu erzielen sind. Es wurde also ein Wolframdraht von 0,02 mm Radius (und 2 cm Länge) in eine Glasröhre eingespannt; diese wurde nach I. Langmuirs Angaben[1]) behandelt, und es betrug der beim Abschmelzen gemessene Druck etwa 10^{-5} mm Hg. Durch Verdampfen eines stärkeren Wolframfadens wurde auf der Glasröhre von 8 mm Weite, in die der Faden eingespannt war, ein Wolframniederschlag hergestellt, der als Anode diente. Bei den bisher angestellten Versuchen war leider die Bestäubung noch nicht gleichmäßig erfolgt, so daß nur ein Teil des Fadens von einer leitenden Anode umgeben war. Immerhin genügten die Versuchsverhältnisse, um das Vorhandensein des Effekts in der erwarteten Größenordnung zweifelsfrei zu konstatieren; und da die Fortführung der Versuche vorläufig durch äußere Umstände verhindert ist, möchte ich hier wenigstens kurz über die bisherigen Messungen und Ergebnisse berichten.

Während der Messungen wurde die Röhre in flüssige Luft getaucht; um, entsprechend den Voraussetzungen der Gl. (8), Raumladungswirkungen zu vermeiden, wurde mit schwachen Sättigungsströmen gearbeitet. ($s = 2 \cdot 10^{-7}$ Amp/qcm; $T \sim 1300^0$ abs.; aus s berechnet.) Untersucht wurde der Verlauf der Stromspannungskurve zwischen 10 und 5000 Volt, was Potentialgradienten am Draht von etwa 10^3 bis $5 \cdot 10^5$ Volt/cm entsprach.

Sämtliche Meßreihen zeigten den Effekt durchaus in den erwarteten Größenverhältnissen. Formel (8) liefert für $r = 2 \cdot 10^{-3}$ cm, $R = 0{,}4$ cm, $T = 1300^0$

$$\frac{z}{s} = 10^{0{,}014\sqrt{V}}$$

$$\log \frac{z}{s} = 0{,}014\sqrt{V}.$$

In der Tat: wurden zusammengehörige Werte von log z und $\sqrt{V}$ graphisch aufgetragen, so ergab sich innerhalb der Versuchsfehler, die auf kleine Schwankungen des Heizstromes zurückzuführen waren, eine gerade Linie, deren Steigung bei allen Meßreihen[2]) ober-

1) Diese Zeitschr. 15, 517, 1914.

2) Es wurde gemessen 1. von 0 bis 80, 2. von 0 bis 1020, 3. von 270 bis 1800, 4. von 320 bis 4000, 5. von 600 bis ca. 5000, 6. von 0 bis 80 Volt. Der Strom stieg

halb 100 Volt etwa = 0,0115 gefunden wurde. Die Übereinstimmung mit dem berechneten Wert (0,014) ist so gut, wie man bei der Unvollkommenheit der Anode nur erwarten konnte.

Zusammenfassung der Resultate.

1. Es wird die Strukturwirkung untersucht, die die innerhalb der Bildkraftsphäre angesammelten Elektronen aufeinander ausüben, sowie die Doppelschichtwirkung, die diese Elektronen im ganzen hervorrufen. Beide Wirkungen sind in den meisten Fällen zu vernachlässigen. Die einzige Strukturwirkung von Bedeutung ist die Bildkraft des eigenen Spiegelbildes auf das austretende Elektron.

2. Aus der ungestörten Superposition der Thomsonschen Bildkraft und des äußeren Feldes werden die Gesetze abgeleitet, die gelten müssen, wenn die Bildkraft zum Teil durch hohe Spannungen aufgehoben wird. Für die Elektronenemission eines Glühdrahtes im Hochspannungsfelde wird eine Formel aufgestellt, die der experimentellen Prüfung zugänglich ist.

3. Durch vorläufige Versuche mit einem dünnen Wolframdraht im höchsten Vakuum wird mit Sicherheit festgestellt, daß der erwartete Effekt in der berechneten Größenordnung vorhanden ist.

Die Versuche sollen, sobald sich Gelegenheit bietet, fortgesetzt werden. Die Anwendung der Beziehungen (5) und (6) auf lichtelektrische Erscheinungen ergibt sich von selbst; desgleichen gestattet die Theorie, exakte Formeln für den Elektronenübergang bei sehr kurzen Trennungsstrecken aufzustellen. Doch scheint mir eine Diskussion dieser Formeln nicht angebracht, solange nicht die experimentelle Untersuchung dieser Fragen zu vollständig sichern Gesetzen geführt hat.

bei diesen Messungen bis auf etwa das siebenfache seines normalen Wertes.

Steglitz, d. 27. August 1914.

(Eingegangen 4. September 1914.)

Zur Begründung der elementaren Strahlungstheorie[1]).

(Dritte Mitteilung.)

Von David Hilbert.

Einleitung.

In zwei früheren Mitteilungen[2]) habe ich die elementare Strahlungstheorie nach der axiomatischen Methode behandelt; dies schien mir nötig, da jene Theorie die einzige unter den älteren physikalischen Theorien war, die eine solche Behandlung bis dahin nicht erfahren hatte und innerhalb derer daher sowohl die Begriffsbildungen wie die Beweisführungen an Unklarheiten litten.

Die Ergebnisse meiner bisherigen Untersuchungen habe ich am Schluß meiner zweiten Mitteilung zusammengefaßt: sie bestehen hauptsächlich in der Aufstellung und Diskussion von Axiomen, wie sie für die Beweisbarkeit des Kirchhoffschen Satzes über Emission und Absorption hinreichend bzw. notwendig sind — dabei wurden die optischen Koeffizienten: Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes q, Emissionskoeffizient η und Absorptionskoeffizient α im Raume kontinuierlich variabel angenommen und bei den Definitionen so verfahren, daß der der inneren Reflexion entsprechende Vorgang ausgeschlossen blieb. Daß das letztere Verfahren eine Annäherung an die strengen Folgerungen der elektromagnetischen Lichttheorie darstellt und schon insofern — wie überhaupt das Begriffssystem der elementaren Strahlungstheorie — berechtigt ist, geht insbesondere aus den neuen Untersuchungen von W. Behrens[1]) hervor: es zeigt sich nämlich, daß die in einem kontinuierlich veränderlichen Medium als reflektiert anzusehende Energie von zweiter Ordnung verschwindet, wenn man die Änderungen der optischen Koeffizienten q, η, α von erster Ordnung ansetzt[2]).

---

1) Vorgelegt in der Sitzung der Kgl. Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen vom 13. Juni 1914.

2) Vgl. Göttinger Nachrichten 1912, S. 773 und 1913, S. 409, sowie diese Zeitschr. 13, 1056, 1912 und 14, 592, 1913.

1) Mathematische Annalen 1914.

2) Zu der inzwischen (vgl. diese Zeitschr. 14, 847—850, 1913) erschienenen gegen mich gerichteten Publikation des Herrn E. Pringsheim bemerke ich kurz folgendes: Herr E. Pringsheim sagt darin, ich wäre in meiner zweiten Mitteilung „zu der Absicht einer axiomatischen Darstellung erst nachträglich und weniger aus inneren als aus taktischen Gründen gelangt". Mit dieser Mutmaßung dürfte er allein stehen — wenigstens unter den Gelehrten, die je von meinen wissenschaftlichen Bestrebungen Notiz genommen haben; für diese brauche ich kaum zu bemerken, daß ich lediglich aus Rücksicht auf das physikalische Publikum bei meinem Vortrage und dessen erster Veröffentlichung die Hervorkehrung des axiomatischen Standpunktes wegen seines abstrakten Charakters noch nicht für angebracht gehalten habe. — Aber auch die sachlichen Einwendungen des Herrn E. Pringsheim erscheinen mir in keinem Punkte stichhaltig. So hatte ich selbst darauf hingewiesen, daß in meinen Definitionen und Formeln eine Reihe von Axiomen mitenthalten ist, die ich in den Beweisen benutzte: Herr E. Pringsheim verlangt die Formulierung aller dieser Axiome im einzelnen. Wie aber jeder Kenner axiomatischer Darstellungen weiß, würde die Erfüllung dieser Forderung in dem Rahmen einer kurzen Mitteilung nicht möglich sein. Einer solchen mit allen Kautelen umgebenen axiomatischen Darstellung bedarf es aber auch keineswegs — zumal wenn es sich um die erste derartige Begründung einer physikalischen Disziplin handelt; es genügt vielmehr in diesem Falle vollkommen, wenn die

Die vorliegende Mitteilung hat den Zweck, im Anschluß an meine in den beiden früheren Mitteilungen enthaltenen Entwickelungen und zugleich unter strenger Berücksichtigung der Reflexion **neue und elementare Beweise des Kirchhoffschen Satzes** zu entwickeln und dann vor allem die ebenso wichtige und nötige Frage nach dem Zusammenhange und der **Widerspruchslosigkeit der aufgestellten Axiome** zur Entscheidung zu bringen.

§ 1. Die Axiome der Strahlungstheorie.

Zunächst möchte ich die in meinen beiden vorigen Mitteilungen formulierten Axiome mit einigen geringfügigen Modifikationen hier zusammenstellen.

Für diese ganze vorliegende Untersuchung werde der Kürze halber von vornherein angenommen, daß die drei optischen Koeffizienten: die Größe q, der Absorptionskoeffizient α und der Emissionskoeffizient η allein durch die physikalische Natur der Materie bestimmt und von der Umgebung und der Gruppierung der Körper unabhängig sind[1]. Da die Temperatur überall ein und dieselbe ist, so sind die drei optischen Koeffizienten q, α, η lediglich Funktionen der reduzierten Wellenlänge λ[1]) und der Parameter p desjenigen Parametersystems, durch das wir die physikalische Natur der Materie festgelegt denken.

Hinsichtlich der in meinen beiden früheren Mitteilungen als Fortpflanzungsgeschwindigkeit bezeichneten Größe q ist zu bemerken, daß dieselbe streng genommen nur im Falle wenig absorbierender und emittierender Medien die Bedeutung einer Geschwindigkeit (Phasengeschwindigkeit) besitzt. Vielmehr ist im Gebiete der Strahlungstheorie unter q stets derjenige optische Koeffizient zu verstehen, der etwa im Sinne des bekannten **Fermatschen** Minimalprinzips[2]) den Lichtweg bzw. im Falle zweier homogener Medien die Richtung des gebrochenen Strahles charakterisiert. Nach **M. v. Laue**[3]) wurde der im Falle des Durchtritts eines Strahles von einem homogenen absorbierenden Medium in ein anderes

$$q = \frac{c}{\mathfrak{n}}, \quad \mathfrak{n} = n\left(1 - i\frac{\alpha\lambda}{4\pi}\right)$$

zu nehmen sein; doch kann für die gegenwärtige Untersuchung diese Frage nach der Abhängigkeit der Größe q vom Brechungs- und Absorptionskoeffizient dahin gestellt bleiben.

Neben die Größe q tritt der Begriff der Energiegeschwindigkeit g, die ebenfalls nur von der physikalischen Natur der Materie abhängt und im allgemeinen von q verschieden ausfällt — ein Umstand, der bei der Berechnung der Energiedichte und der absorbierten Energie zu berücksichtigen ist[4]).

Die Axiome[5]) lauten nun:

Axiom A. (Axiom vom Ausgleich der Gesamtenergie.) **Für jedes optische System ist ein Zustand des Gleichgewichts der Strahlung möglich. In diesem Zustande ist die gesamte, aus irgendeinem Volumenelement emittierte Energie aller Farben gleich der gesamten in demselben absorbierten Energie.**

Axiom B. (Axiom vom Ausgleich der Energien jeder einzelnen Farbe.) **Für jedes optische System ist ein Zustand des Gleich-**

Darstellung so beschaffen ist, daß durch dieselbe jeder Leser bei gründlicher Vertiefung in den Stand gesetzt wird, an einer nicht wesentlichen Stelle die logische Schlußkette selbst zu ergänzen. — Ferner bemängelt Herr E. Pringsheim, daß meine Unmöglichkeitsbeweise seiner Meinung nach des physikalischen Sinnes entbehren; er übersieht, daß es sich an der betreffenden Stelle lediglich um den Nachweis der logischen Unabhängigkeit gewisser Axiomensysteme handelt, und dieser Nachweis wird von mir nach einer bewährten Schlußweise völlig streng erbracht. — Eines der merkwürdigsten Ergebnisse meiner ersten Mitteilung besteht darin, daß die Aussage: der Quotient $\frac{q^2\eta}{\alpha}$ hat für jede Stelle eines im thermischen Gleichgewicht befindlichen Systems denselben Wert, auf Grund einer Integralgleichung geschlossen werden kann, ohne daß irgendein Transport der Materie oder eine Veränderung ihrer physikalischen Beschaffenheit zum Beweise vorgenommen wird, was sonst beim Beweise des Kirchhoffschen Satzes stets geschieht. Dieses Ergebnis, das Herr E. Pringsheim völlig mißversteht, habe ich in meiner zweiten Mitteilung noch einmal besonders hervorgehoben mit den Worten: Der Satz, daß der Quotient $\frac{q^2\eta}{\alpha}$ stets eine vom Orte unabhängige Größe ist, bleibt meinem Beweis zufolge dennoch stets gültig, auch wenn wir davon absehen, daß die Größen η, α, q bereits durch die physikalische Beschaffenheit der Materie allein eindeutig bestimmt sind. Meine Behauptung ist zutreffend; aber auch ihre Formulierung ist völlig einwandfrei: denn bei meiner Entwickelung der Begriffe konnten die Größen q, η, α zunächst auch von der Umgebung der Stelle abhängen und diese Abhängigkeit wird erst durch ein besonderes Axiom 3 ausgeschlossen. — Das Unzutreffende in den übrigen kritischen Bemerkungen des Herrn E. Pringsheim erhellt aus den Ausführungen des Textes, vgl. insbesondere S. 888 und Anmerkung 1, 2. Spalte, daselbst.

1) Diese Aussage ist in meiner zweiten Abhandlung besonders als Axiom 3 formuliert worden.

1) Unter λ ist hier, wie in den beiden früheren Mitteilungen der Quotient von Lichtgeschwindigkeit im freien Äther und Schwingungszahl zu verstehen.

2) Vgl. meine erste Mitteilung.

3) Annalen der Physik (4), **32**, 1085, 1910.

4) Diese Unterscheidung zwischen q (Fortpflanzungs- = Phasengeschwindigkeit) und g (Energie- = Gruppengeschwindigkeit) ist in meinen beiden früheren Mitteilungen nicht gemacht worden; die erforderlichen Modifikationen in den Rechnungen sind jedoch geringfügig und werden später im Text dieser Mitteilung angegeben werden.

5) Die hier mit *A*, *B*, *C*, *D* bezeichneten Axiome sind im wesentlichen die Axiome bez. 1, 2, 4, 5 meiner zweiten Mitteilung.

gewichts der Strahlung möglich. In diesem Zustande findet an irgendeiner Stelle der Materie ein Austausch von Strahlungsenergien verschiedener Farbe nicht statt; vielmehr steht die Strahlung jeder Farbe für sich allein im Gleichgewicht.

Axiom C. (Axiom von der physikalischen Natur der Strahlungsdichte.) Für jedes optische System ist ein Zustand des Gleichgewichts der Strahlung möglich. In diesem Zustande ist die Dichte der Strahlungsenergie einer jeden Wellenlänge allein durch die physikalische Beschaffenheit der Materie an der Stelle eindeutig bestimmt, an welcher sich die Materie gerade befindet.

Axiom D. (Axiom vom Vorhandensein gewisser Verschiedenartigkeiten der Stoffe.) Es gibt Stoffe mit solchem Absorptionskoeffizienten α und solcher Größe q, daß der Quotient $\frac{\alpha}{q^2}$ gleich einer willkürlich vorgeschriebenen Funktion der Wellenlänge λ ausfällt.

Das Axiom A ist im wesentlichen der Energiesatz; die Axiome B, C, D enthalten wesentlich die Tatsachen, die bez. von mir[1]), M. Planck[2]) und E. Pringsheim[3]) zur Begründung der Strahlungstheorie herangezogen worden sind.

Wir haben zunächst die Aufgabe, den Inhalt der aufgestellten Axiome zu formulieren.

Zu dem Zwecke betrachten wir den für unsere Untersuchung hinreichend allgemeinen Fall, daß der Raum von lauter optisch homogenen Körpern erfüllt ist; d. h., daß die optischen Koeffizienten q, (g), α, η sich nur auf gewissen diskret liegenden Flächen sprungweise ändern, sonst aber konstant sind.

Nach Formel (6) meiner ersten Mitteilung ergibt sich, wenn von der Reflexion abgesehen und überdies berücksichtigt wird, daß die Energiegeschwindigkeit nicht q, sondern g ist, für die Energiedichte in irgendeinem Punkte O der Wert

$$u = \frac{1}{4\pi q^2 g} \int\int\int \frac{e^{-A}}{S} \eta(xyz)\, dx\, dy\, dz$$

oder wegen Formel (11) meiner ersten Mitteilung

$$u = \frac{1}{4\pi q^2 g} \int \left[\int_0^\infty e^{-\int_0^s \alpha(s)\, ds} \eta(s) q^2(s)\, ds \right] d\chi, \quad (1)$$

1) Vgl. meine erste Mitteilung.

2) Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, I. Abschnitt.

3) Zeitschrift für wissenschaftliche Photographie 1, S. 360, 1903.

wo $d\chi$ das Differential der Kegelöffnung von O aus bezeichnet und die Integration nach s über denjenigen geradlinig gebrochenen Strahlenweg zu erstrecken ist, der von O in der durch $d\chi$ festgelegten Richtung ausgeht.

Um die Formel (1) für die Energiedichte in O auf den Fall zu übertragen, daß Reflexion stattfindet, haben wir nur nötig, das Integral rechter Hand durch die Summe von Integralen über alle diejenigen möglichen Strahlenwege zu ersetzen, die in Folge von Reflexion oder von Brechung und Reflexion an den Trennungsflächen zum Punkte O führen; dabei ist zugleich zu berücksichtigen, daß jedesmal bei der Reflexion des Strahles an einer Trennungsfläche die Energie desselben mit einem gewissen Faktor R und jedesmal bei dem Durchtritt desselben durch die Trennungsfläche mit einem gewissen Faktor D multipliziert werden muß. Alsdann stellt sich die Energiedichte im Punkte O in der Form dar:

$$u = \frac{1}{4\pi q^2 g} \int \left[\Sigma \int_0^\infty P e^{-\int_0^s \alpha(s)\, ds} \eta(s) q^2(s)\, ds \right] d\chi; \quad (2)$$

dabei bezeichnet $d\chi$ das Differential der Kegelöffnung von O aus; die Integration nach s ist über den von O in der durch $d\chi$ festgelegten Richtung ausgehenden, durch Reflexion oder Brechung bestimmten geradlinig gebrochenen Strahlenweg zu erstrecken; P bezeichnet jedesmal das Produkt der dem Durchgang oder der Reflexion entsprechenden Werte von D, R und das Zeichen Σ endlich soll andeuten, daß die Summe über alle möglichen von O in der durch $d\chi$ festgelegten Richtung ausgehenden durch Reflexion und Brechung bestimmten Strahlenwege zu nehmen ist.

Nach Axiom C (Axiom von der physikalischen Natur der Strahlungsdichte) behält der in (2) rechter Hand stehende Ausdruck seinen Wert unverändert, wenn der Punkt O innerhalb desselben Körpers variiert oder die Gruppierung und Natur der den Punkt O nicht enthaltenden Körper beliebig geändert wird.

Ferner lehren die in meiner ersten Mitteilung angestellten Überlegungen, daß aus Axiom C (Axiom vom Ausgleich der Energien jeder einzelnen Farbe) die Gleichung

$$\eta = g \alpha u \quad (2)$$

folgt; setzt man hierin für u den Ausdruck (2) ein, so entsteht eine in η lineare Integralgleichung, die der vollkommene Ausdruck des Axioms B ist.

In demselben Sinne endlich erscheint die Gleichung

$$\int_0^\infty (\eta - g \alpha u)\, d\lambda = 0 \quad (4)$$

als der Ausdruck des Axioms A (Axiom vom Ausgleich der Gesamtenergie).

§ 2. Beweise des Kirchhoffschen Satzes.

Im folgenden sollen auf Grund der aufgestellten Axiome A, B, C, D unter strenger Berücksichtigung der Reflexion elementare Beweise des Kirchhoffschen Satzes entwickelt werden.

Wir verstehen — ähnlich wie gegen Schluß meiner zweiten Mitteilung — unter p einen Parameter des Parametersystems, das die physikalische Natur der Materie festlegt, und betrachten die optischen Koeffizienten q, g, η, α als Funktionen des Parameters p. Sodann nehmen wir an, es sei eine Kugel mit dem Mittelpunkte O und dem Radium r homogen mit Materie erfüllt, deren optische Koeffizienten

$$q = q(p), \quad \eta = \eta(p), \quad \alpha = \alpha(p)$$

seien, während die den Raum außerhalb der Kugel homogen erfüllende Materie durch die Parameterwerte p_* und die optischen Koeffizienten

$$q_* = q(p_*), \quad \eta_* = \eta(p_*), \quad \alpha_* = \alpha(p_*)$$

charakterisiert sein möge.

Die elementare Optik lehrt, daß an der Grenze zweier nicht absorbierender Medien mit dem Brechungsexponent n bei senkrechter Inzidenz für die einfallende Energie E_e und die reflektierte Energie E_r die Relation

$$E_r = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2 E_e$$

gilt. Für absorbierende Medien wird eine allgemeine Formel

$$E_r = M E_e \tag{5}$$

gelten, wo M von q und α abhängt; der genaue Ausdruck für M ist aus den Formeln von M. Born und R. Ladenburg[1]) zu entnehmen: diese Formeln lassen erkennen, daß M folgende zwei Eigenschaften besitzt

a) M ist das Quadrat einer in q und α rationalen Funktion,

b) M ist in den optischen Koeffizienten q, α und q_*, α_* der beiden homogenen Medien symmetrisch gebaut.

Wir setzen nunmehr

$$p_* = p + \varepsilon p_1,$$

wo ε eine Variable, dagegen p_1 eine von Null verschiedene Konstante bedeuten soll, und drücken allgemein durch das Zeichen $\cong$ (kongruent) aus, daß Gleichheit bis auf solche Glieder stattfindet, die in ε von höherer als erster Ordnung sind. Da M wegen seiner Bedeutung (5) für $p = p_*$, d. h. für $\varepsilon = 0$, verschwindet und andererseits wegen der Eigenschaft a) das Quadrat einer in ε rationalen Funktion wird, so muß $M(p, p_*)$ durch ε^2 teilbar sein, d. h. es ist $M(p, p_*) \cong 0$ und folglich wegen (5) auch

$$E_r \cong 0. \tag{6}$$

Die letztere Formel bringt im vorliegenden besonderen Falle die oben bereits erwähnte allgemeine Tatsache zum Ausdruck, daß die reflektierte Energie von zweiter Ordnung verschwindet, wenn man die Differenz der optischen Koeffizienten als erste Ordnung ansieht.

Wenn von der Reflexion abgesehen wird, so finden wir die Energiedichte im Mittelpunkt O der Kugel nach Formel (1), und dieser Ausdruck wird im vorliegenden Falle nach Ausführung der Integration über die Kegelöffnung gleich

$$u = \frac{1}{q^2 g} \int_0^\infty e^{-\int_0^s \alpha(s)\,ds}\, \eta(s)\, q^2(s)\, ds. \tag{7}$$

Da nach den obigen Entwickelungen die an der Kugeloberfläche reflektierte Energie der Kongruenz (6) genügt, so verwandelt sich die Gleichung (7) bei Berücksichtigung der Reflexion in die Kongruenz:

$$u \cong \frac{1}{q^2 g} \int_0^\infty e^{-\int_0^s \alpha(s)\,ds}\, \eta(s)\, q^2(s)\, ds. \tag{8}$$

Nun sind offenbar die von O ausgehenden Strahlen die unendlichen Geraden: wir erhalten daher mit Rücksicht auf die Werte, die q, η, α innerhalb bzw. außerhalb der Kugel annehmen:

$$\int_0^\infty e^{-\int_0^s \alpha(s)\,ds}\, \eta(s)\, q^2(s)\, ds = \int_0^r e^{-\int_0^s \alpha\,ds}\, \eta q^2\, ds + \int_r^\infty e^{-\int_0^r \alpha\,ds - \int_r^s \alpha_*\,ds}\, \eta_* q_*^2\, ds$$

$$= \int_0^r e^{-\alpha s} \eta q^2\, ds + \int_r^\infty e^{-\alpha r - \alpha_*(s-r)} \eta_* q_*^2\, ds$$

$$= \left(1 - e^{-\alpha r}\right) \frac{\eta q^2}{\alpha} + e^{-\alpha r} \frac{\eta_* q_*^2}{\alpha_*}$$

$$= \frac{\eta q^2}{\alpha} + e^{-\alpha r}\left(\frac{\eta_* q_*^2}{\alpha_*} - \frac{\eta q^2}{\alpha}\right).$$

Wegen

$$\frac{\eta_* q_*^2}{\alpha_*} - \frac{\eta q^2}{\alpha} \cong \varepsilon p_1 \frac{d \frac{\eta q^2}{\alpha}}{dp}$$

ergibt sich schließlich aus (8) für den Wert der Strahlungsdichte im Mittelpunkte O

1) Diese Zeitschr. 12, 198, 1911; vgl. auch S. Boguslawski, diese Zeitschr. 13, 393, 1912.

$$u = \frac{\eta}{\alpha g} + \varepsilon p_1 \frac{e^{-\alpha r}}{q^2 g} \frac{d\frac{\eta q^2}{\alpha}}{dp}. \qquad (9)$$

Andererseits geht offenbar die aus Axiom B folgende Gleichung (3) zufolge meiner obigen Ausführungen unter Berücksichtigung der Reflexion in die Kongruenz

$$u \equiv \frac{\eta}{\alpha g}$$

über, und aus dieser folgt wegen (9)

$$\varepsilon p_1 \frac{e^{-\alpha r}}{q^2 g} \frac{d\frac{\eta q^2}{\alpha}}{dp} \equiv 0,$$

d. h. wegen $p_1 \neq 0$,

$$\frac{d\frac{\eta q^2}{\alpha}}{dp} = 0. \qquad (10)$$

Da p ein beliebiger Parameter des Parametersystems ist, das die physikalische Natur der Materie festlegt, so lehrt die Gleichung (10), daß der Quotient $\frac{\eta q^2}{\alpha}$ von den sämtlichen Parametern unabhängig ist und mithin eine von der physikalischen Natur der Materie unabhängige Konstante darstellt. Damit ist der Kirchhoffsche Satz unter Rücksichtnahme auf die Reflexion wesentlich auf Grund des Axioms B (Axiom vom Ausgleich der Energien jeder einzelnen Farbe) bewiesen worden.

Noch einfacher gestaltet sich der Beweis des Kirchhoffschen Satzes auf Grund des Axioms C (Axiom von der physikalischen Natur der Strahlungsdichte). Denn wenn die Energiedichte u im Zustande des thermischen Gleichgewichtes lediglich durch die physikalische Beschaffenheit der Materie an der betreffenden Stelle bestimmt sein soll, so muß der für dieselbe im Sinne der Kongruenz erhaltene Ausdruck (9) rechter Hand vom Kugelradius r unabhängig sein, und dazu ist offenbar notwendig, daß die Gleichung (10) besteht; damit ist der Beweis des Kirchhoffschen Satzes in der gewünschten Weise erbracht.

Die eben dargelegten Beweise des Kirchhoffschen Satzes beruhten auf der Eigenschaft der Reflexion, wie sie in der Formel (6) zum Ausdruck gebracht ist. Der Beweis läßt sich jedoch auch auf Grund einer andern aus (5) unmittelbar folgenden elementaren Eigenschaft der Reflexion führen, nämlich auf Grund des Satzes, daß derjenige Bruchteil der Energie eines Strahles, welcher bei senkrechtem Einfall auf der einen Seite der Trennungsfläche reflektiert wird, genau gleich dem Bruchteil der auf der anderen Seite reflektierten Energie ist; diese Eigenschaft der Reflexion folgt aus (5) vermöge der Eigenschaft b des Ausdruckes M.

Um diesen Beweis zu führen, benutzen wir die Formel (2) zur Berechnung der Energiedichte im Mittelpunkt O unserer Kugel; dabei ist zu berücksichtigen, daß jedesmal bei der Reflexion des Strahles an der inneren Kugelfläche die Energie desselben mit dem Faktor R und jedesmal bei dem Durchtritt desselben durch die Kugeloberfläche von außen nach innen seine Energie mit dem Faktor D multipliziert werden muß.

Da die Summe der durchgehenden und der reflektierten Energie eines Strahles gleich seiner ursprünglichen Energie sein muß, so folgt unter Benutzung des eben genannten elementaren Satzes über die reflektierten Energien zu beiden Seiten einer Trennungsfläche, die Gleichung

$$D + R = 1. \qquad (11)$$

Nach der Formel (2) stellt sich alsdann, wenn noch die Integration über die Kegelöffnung ausgeführt wird, die Energiedichte in der Form dar

$$u = \frac{1}{q^2 g} \Sigma \int_0^\infty P e^{-\int_0^s \alpha(s)\,ds} \eta(s) q^2(s)\,ds, \qquad (12)$$

wo die Summe über alle möglichen von O ausgehenden Strahlenwege zu erstrecken ist und P jedesmal das Produkt der dem Durchgang oder der Reflexion entsprechenden Werte von D, R bedeutet. Die Berechnung dieser Integralsumme gestaltet sich folgendermaßen:

$$\Sigma \int_0^\infty = \int_0^r + D\int_r^\infty + R\int_r^{3r} + RD\int_{3r}^\infty$$

$$+ R^2\int_{3r}^{5r} + R^2 D\int_{5r}^\infty + R^3\int_{5r}^{7r} + R^2 D\int_{7r}^\infty + \ldots;$$

$$\int_0^r = \int_0^r e^{-\alpha s} \eta q^2 ds = -\frac{\eta q^2}{\alpha}\Big[e^{-\alpha s}\Big]_0^r$$

$$= \frac{\eta q^2}{\alpha}(1 - e^{-\alpha r}),$$

$$\int_{mr}^{(m+2)r} = \int_{mr}^{(m+2)r} e^{-\alpha s} \eta q^2 ds = -\frac{\eta q^2}{\alpha}\Big[e^{-\alpha s}\Big]_{mr}^{(m+2)r}$$

$$= \frac{\eta q^2}{\alpha}(1 - e^{-2\alpha r}) e^{-\alpha m r},$$

$$\int_{mr}^\infty = \int_{mr}^\infty e^{-\alpha m r - \alpha_*(s - mr)} \eta_* q^2_* ds$$

$$= \frac{\eta_* q^2_*}{\alpha_*} e^{-\alpha m r}$$

$$\sum \int_0^r = \frac{\eta q^2}{\alpha}(1-e^{-\alpha r})$$

$$+ \frac{\eta q^2}{\alpha} R e^{-\alpha r}(1-e^{-2\alpha r})(1+Re^{-2\alpha r}$$

$$+ R^2 e^{-4\alpha r} + \dots)$$

$$+ \frac{\eta_* q_*^2}{\alpha_*} D e^{-\alpha r}(1+Re^{-2\alpha r}+R^2 e^{-4\alpha r}+\dots)$$

$$= \frac{\eta q^2}{\alpha}\frac{(1-x)(1+Rx)}{1-Rx^2} + \frac{\eta_* q_*^2}{\alpha_*}\frac{Dx}{1-Rx^2}$$

und folglich

$$uq^2 g = \frac{\eta q^2}{\alpha}\frac{(1-x)(1+Rx)}{1-Rx^2} + \frac{\eta_* q_*^2}{\alpha_*}\frac{Dx}{1-Rx^2}; \tag{13}$$

dabei ist zur Abkürzung

$$x = e^{-\alpha r}$$

gesetzt worden.

Wollen wir nunmehr das Axiom C' (Axiom vom Ausgleich der Energien jeder einzelnen Farbe) anwenden, so ist wegen (3)

$$u = \frac{\eta}{g\alpha}$$

und dadurch geht (13) in

$$\frac{\eta q^2}{\alpha}\left\{\frac{(1-x)(1+Rx)}{1-Rx^2} - 1\right\} + \frac{\eta_* q_*^2}{\alpha_*}\frac{Dx}{1-Rx^2} = 0$$

über. Wegen (11) folgt hieraus die zu beweisende Gleichung

$$\frac{\eta q^2}{\alpha} = \frac{\eta_* q_*^2}{\alpha_*}. \tag{14}$$

Andererseits soll nach Axiom C (Axiom von der physikalischen Natur der Strahlungsdichte) im Zustande des thermischen Gleichgewichts die Dichte der Strahlungsenergie allein durch die physikalische Beschaffenheit der Materie an der betreffenden Stelle bestimmt sein; es muß daher der Ausdruck (13) rechter Hand von dem Radius r der Kugel, d. h. von x unabhängig ausfallen. Dazu ist es offenbar notwendig und hinreichend, daß

$$\frac{\eta_* q_*^2}{\alpha_*} D = \frac{\eta q^2}{\alpha}(1-R)$$

wird und wegen (11) folgt hieraus wiederum die zu beweisende Gleichung (14).

Endlich ergibt sich dieselbe Gleichung auch auf Grund der Axiome A (Axiom vom Ausgleich der Gesamtenergie) und D (Axiom vom Vorhandensein gewisser Verschiedenartigkeiten der Stoffe).

Die aus Axiom A folgende Gleichung (4) nimmt unter Benutzung von (13) die Gestalt an

$$\int_0^r \left\{\eta - \eta\frac{(1-x)(1+Rx)}{1-Rx^2} - \frac{\alpha}{q^2}\frac{\eta_* q_*^2}{\alpha_*}\frac{Dx}{1-Rx^2}\right\} d\lambda = 0;$$

für $r = 0$ wird hieraus wegen (11)

$$\int_0^r \left\{\eta - \frac{\alpha}{q^2}\frac{\eta_* q_*^2}{\alpha_*}\right\} d\lambda = 0.$$

Ersetzen wir nunmehr den Stoff mit den optischen Koeffizienten q_*, α_*, η_* durch einen solchen Stoff mit den Koeffizienten $q_{**}, \alpha_{**}, \eta_{**}$ und subtrahieren die entsprechende Gleichung, so entsteht die Gleichung

$$\int_0^r \frac{\alpha}{q^2}\left\{\frac{\eta_* q_*^2}{\alpha_*} - \frac{\eta_{**} q_{**}^2}{\alpha_{**}}\right\} d\lambda = 0$$

und aus dieser folgt nach Axiom D wegen der Willkür der Funktion $\frac{\alpha}{q^2}$ notwendig (14)[1].

§ 3. Strahlungstheorie und elementare Optik.

Wenn auch die eben mitgeteilten einfachen und elementaren Beweise des Kirchhoffschen Satzes an sich allen Anforderungen der Strenge genügen, so bedarf doch noch eine Frage prinzipieller Natur der Behandlung. So lange nämlich nicht feststeht, daß die sämtlichen Axiome eines Axiomensystems untereinander widerspruchslos sind, ist offenbar den Gesetzen der Logik zufolge die Möglichkeit vorhanden, daß auf Grund der Axiome des Systems jede beliebige Behauptung, so z. B. auch eine Behauptung und ihr Gegenteil bewiesen werden könnte. Die auf Grund des Axiomensystems geführten Beweise sind dann zwar richtig, die gefundenen Resultate aber bedeutungslos.

Überblicken wir nun die mannigfaltigen von mir benutzten Axiome A, B, C, D und bedenken, daß einerseits die Möglichkeit des thermischen Gleichgewichts für ein beliebiges materielles System in jedem Falle gefordert worden ist, und andererseits für Brechung und Reflexion auch die elementaren optischen Gesetze gelten sollen, so ist von vornherein keineswegs ersichtlich, warum nicht eine gewisse Gruppierung optisch verschiedenartiger Stoffe im Raume sich finden lassen sollte, bei der die gleichzeitige Befriedigung aller dieser Forderungen unmöglich ist. In diesem Falle wäre ein Teil der angenommenen und abgeleiteten Sätze jedenfalls nicht mathematisch genau formuliert. Die Frage nach der Widerspruchslosigkeit unserer Axiome läuft sonach zugleich darauf hinaus, zu entscheiden, ob und in welchem Sinne die

[1] Wie man sieht, ist hierbei die Heranziehung der Gleichung (11) ein notwendiges Erfordernis für die Durchführbarkeit des Beweises und es wird so offenbar, daß der von Herrn Pringsheim l. c. (Zeitschrift für wissenschaftliche Photographie 1, S. 360, 1903) versuchte Beweis des Kirchhoffschen Satzes unzureichend ist.

Kirchhoffschen Sätze mathematisch genaue Sätze sind.

Um diese Entscheidung herbeizuführen, untersuchen wir zunächst, ob gewisse Sätze über die Energieverteilung auf die einzelnen Strahlen bei Brechung und Reflexion als notwendige Folgerungen unserer Axiome erscheinen. Bei dieser Untersuchung wollen wir aus der elementaren Optik lediglich die in Formel (5) ausgedrückte Tatsache über die reflektierte Energie eines Strahles bei senkrechter Inzidenz annehmen; ferner werde von unseren Axiomen nur Axiom A (Axiom vom Ausgleich der Gesamtenergie) und Axiom D (Axiom vom Vorhandensein gewisser Verschiedenartigkeiten der Stoffe), und zwar letzteres in der folgenden erweiterten Fassung zugrunde gelegt:

Axiom D^* (Axiom vom Vorhandensein optisch beliebig verschiedener Stoffe). Es gibt Stoffe derart, daß für dieselben die Größe q und der Absorptionskoeffizient α gleich willkürlich vorgeschriebenen Funktionen der Wellenlänge λ ausfallen.

Nach § 2 folgt aus (5) und den Axiomen A und D der Kirchhoffsche Satz.

Wir denken uns nun um einen Punkt O als Mittelpunkt eine Kugel, deren Oberfläche um die Stelle M herum ein kleines kreisförmiges Loch mit der Winkelöffnung ω und ebenso um den zu M gegenüber gelegenen Punkt N

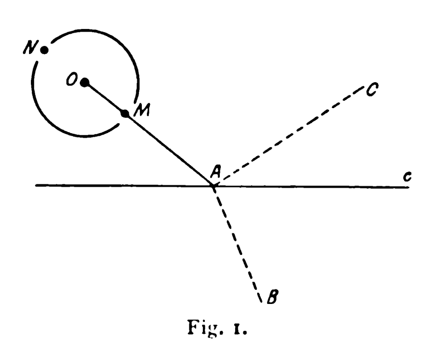


Fig. 1.

herum ein gleich großes kreisförmiges Loch besitzen möge; an allen übrigen Stellen soll die Kugeloberfläche von innen und außen spiegeln. Ferner sei e eine die Kugel nicht treffende Ebene: der durch dieselbe begrenzte und die Kugel enthaltende Halbraum sei von einem Stoffe mit den Koeffizienten q, α, η erfüllt und der den anderen Halbraum erfüllende Stoff habe die Koeffizienten q_*, α_*, η_*. Der Strahl OM treffe die Ebene e in A und werde dort nach B gebrochen und nach C reflektiert. Die Strahlungsdichte u einer bestimmten Wellenlänge in O ist, wie wir gefunden haben, durch Formel (2) bestimmt. Um für einen Strahl durch O, der die spiegelnde Kugelfläche trifft, die innere Integralsumme in (2) zu berechnen, haben wir nur

$$q(s) = q, \quad \eta(s) = \eta, \quad \alpha(s) = \alpha$$

zu nehmen und zu bedenken, daß wegen der totalen Reflexion an der inneren Kugelfläche P stets gleich 1 und der Strahl von unendlicher Länge ist. Für die spiegelnden Teile der Kugeloberfläche ist mithin

$$\left[\quad\right] = \int_0^\infty e^{-\alpha s} \eta q^2 ds = \frac{\eta q^2}{\alpha}. \qquad (15)$$

Den gleichen Wert erhalten wir für diejenige Winkelöffnung, innerhalb deren die durch das Loch der Kugel um N herum laufenden Strahlen liegen. Für die Richtung OM endlich erhalten wir, wenn $OA = l$ gesetzt wird:

$$\left[\quad\right] = \int_0^l e^{-\alpha s} \eta q^2 ds + R \int_0^\infty e^{-\alpha l - \alpha s} \eta q^2 ds$$
$$+ D \int_0^\infty e^{-\alpha l - \alpha_* s} \eta_* q_*^2 ds$$

und mit Benutzung des Kirchhoffschen Satzes (14)

$$\left[\quad\right] = \frac{\eta q^2}{\alpha} \{1 + e^{-\alpha l}(R + D - 1)\}. \qquad (16)$$

Tragen wir die Werte (15) und (16) in (4) ein, so ergibt sich, wenn wir durch die Winkelöffnung ω des Loches in der Kugelfläche dividieren und zur Grenze $\omega = 0$ übergehen

$$\int_0^\infty \eta e^{-\alpha l}(R + D - 1) d\lambda = 0$$

oder, wenn wir

$$\eta = \frac{\alpha}{q^2} k(\lambda)$$

setzen — unter $k(\lambda)$ die universelle Funktion des Kirchhoffschen Satzes verstanden —

$$\int_0^\infty \alpha e^{-\alpha l}(R + D - 1) \frac{k(\lambda)}{q^2} d\lambda = 0. \qquad (17)$$

Nun hängen R, D nur von q, q_*, aber nicht von α[1]); ferner ist α nach Axiom D* (Axiom vom Vorhandensein optisch beliebig verschiedener Stoffe) als eine willkürliche Funktion von λ anzusehen: daher folgt aus (17)

$$R + D = 1, \qquad (18)$$

d. h. die von C und B kommenden nach A gerichteten Strahlen, auf gleiche

1) Diese Voraussetzung trifft sicher für schwach absorbierende Medien zu und in der Tat wird zum Schluß dieses Paragraphen die nachstehende Betrachtung nur auf den Grenzfall eines unendlich wenig emittierenden und absorbierenden Mediums angewandt.

Energie reduziert gedacht, vereinigen sich zu einem Strahle in Richtung AO, der wiederum die gleiche Energie besitzt.

Wir wollen nunmehr mit Hilfe derselben Axiome A und D^*, d. h. wiederum wesentlich aus der Energiegleichung (4), beweisen, daß der Strahl AO ein Strahl natürlichen (unpolarisierten) Lichtes ist. Zu dem Zwecke denken wir uns, wie vorhin um den Punkt O als Mittelpunkt eine Kugel, deren Oberfläche um die Stelle M herum ein kleines kreisförmiges Loch mit der Winkelöffnung ω und ebenso um den zu M vis-à-vis gelegenen Punkt N herum ein gleich großes kreisförmiges Loch besitzen möge; an allen übrigen Stellen soll die Kugeloberfläche von innen und außen spiegeln. Ferner seien e' und e zwei die Kugel nicht treffende Ebenen: der durch dieselben begrenzte und die Kugel enthaltende Raumteil sei von einem Stoffe mit den Koeffizienten q, α, η erfüllt und der den übrigen Raum erfüllende Stoff habe die Koeffizienten q_*, α_*, η_*. Der Strahl OM treffe zunächst die Ebene e' in A', werde dort nach B' gebrochen, während der reflektierte Strahl die Ebene e in A treffen möge und von dort nach B gebrochen und nach C reflektiert werde. Nach Axiom A gilt im Punkt O die Gleichung (4), wobei wir wiederum bei der Summierung, wie sie das Zeichen Σ in (2) andeutet, berücksichtigen müssen, daß bei dem Durchtritt des Strahles in A', die in der Richtung $B'A'O$ erfolgt, der Faktor D' und bei der Reflexion in A' der Faktor R', ferner bei dem Durchtritt in A, die in Richtung $BAA'O$ erfolgt, der Faktor DR' und bei der Reflexion in A der Faktor RR' hinzuzufügen ist. Behandeln wir dann die Energiegleichung (4) wie vorhin, indem wir ihre linke Seite durch ω

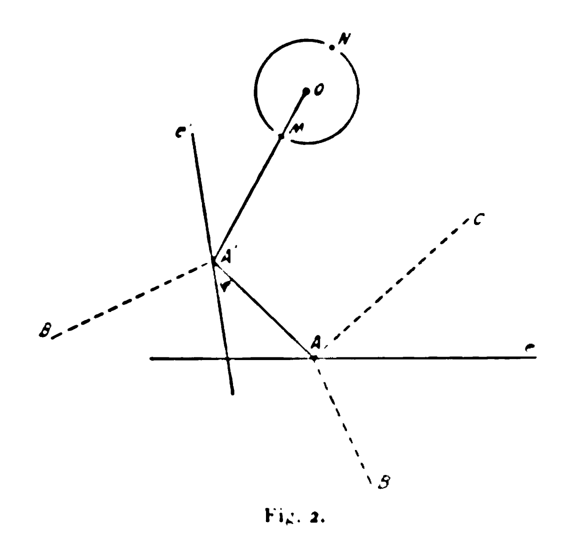


Fig. 2.

dividieren und zur Grenze $\omega = 0$ übergehen, so ergibt sich für $OA' = l'$, $A'A = l$ mit Rücksicht auf (18) die Gleichung

$$\int_0^\infty \eta e^{-\alpha l'}(R' + D' - 1)\,d\lambda = 0$$

und hieraus, wie vorhin:

$$R' + D' = 1. \tag{19}$$

Jetzt denken wir uns die Ebene e und die Punkte A, A' festgehalten, ferner die Ebene e' mit der Kugel um O starr verbunden und drehen das aus der Ebene e' und der Kugel bestehende System um AA' als Achse derart, daß der Einfallswinkel φ unverändert bleibt. Bei der neuen Lage der Ebene e' ist der entsprechende Faktor D' derselbe wie früher, da ja bezüglich des durchgehenden Strahles $B'A'O$ keinerlei Änderung gegen früher eingetreten ist; daher hat wegen (19) auch R' denselben Wert wie früher d. h. die Energie des reflektierten Strahles $A'O$ ist unabhängig von der Orientierung des einfallenden Strahles AA' und damit ist meine Behauptung, daß der letztere keinerlei Polarisation aufweist, d. h. natürlichen Lichtes ist, als richtig erkannt.

Wir denken uns nun den Raum auf der einen Seite der Ebene e von einem Stoffe mit den optischen Koeffizienten q, α, η und auf der anderen Seite von einem Stoffe mit den optischen Koeffizienten q_*, α_*, η_* erfüllt; ferner treffe ein von O ausgehender Strahl die Ebene e im Punkte A und werde dort nach B gebrochen und nach C reflektiert. Halten wir jetzt q, q_* fest und lassen α, α_* und dem Kirchhoffschen Satze entsprechend auch η, η_* gegen Null abnehmen, so verschwindet überall im Endlichen die Energie emittierende und absorbierende Materie, während die von irgendeinem Punkte des gebrochenen bez. reflektierten Strahles ins Unendliche erstreckten Integrale

$$\int_0^\infty e^{-\alpha s}\eta q^2\,ds,\quad \int_0^\infty e^{-\alpha_* s}\eta_* q_*^2\,ds$$

stets denselben Wert k beibehalten.

Durch diese Überlegung gewinnen wir aus dem vorhin Bewiesenen den folgenden Satz:

Satz. Wenn der Raum von zwei durch eine Ebene voneinander getrennten durchsichtigen Medien erfüllt ist und zwei Strahlen natürlichen Lichtes und gleicher Energie von irgendeiner Wellenlänge von beiden Seiten her auf die gemeinsame Trennungsfläche in solchen Richtungen auffallen, daß der eine Strahl nach seinem Durchtritt und der andere nach seiner Reflexion dieselbe Richtung weist, so ist der durch die Vereinigung entstehende Strahl wieder-

um von natürlichem Lichte und der gleichen Energie.

Dieser Satz, den wir als eine Folgerung aus unseren Axiomen der Strahlungstheorie (Axiom A und D*) gefunden haben, gehört dem Gebiet der elementaren Optik an: er ist ein richtiger Satz dieser Wissenschaft, der aus den Fresnelschen Formeln über Reflexion und Brechung in der Tat abgeleitet werden kann. *Unsere Überlegungen haben mithin auf keinerlei Widerspruch gegen die Gesetze der elementaren Optik geführt.*

§ 4. Die Widerspruchslosigkeit der Axiome.

Wir wenden uns nunmehr der Hauptaufgabe dieser Untersuchung zu, nämlich dem Nachweise, daß unsere Axiome weder mit sich selbst noch mit den Gesetzen der Optik in Widerspruch sind.

Zu dem Zwecke führen wir fortan der Kürze halber eine besondere Ausdrucksweise ein. Es sei AB ein aus geradlinigen Stücken zusammengesetzter Linienzug, der ein Strahlenweg ist: wir wollen dann das unter dem Summenzeichen Σ in (2) vorkommende Teilintegral

$$\int_A^B P e^{-\int^s \alpha(s)\,ds} \eta(s) q^2(s)\, ds$$

als die Linearenergie des Strahles AB im Punkte A bezeichnen; ist AB' ein anderer von A ausgehender Strahlenweg, so werde die Summe der Linearenergien der Strahlen AB und AB' als die Linearenergie des aus AB und AB' zusammengesetzten Strahlensystems im Punkte A bezeichnet. Insbesondere hat darnach die Linearenergie eines geradlinigen im homogenen Medium verlaufenden Strahles AB von der Länge l den Wert

$$\int_A^B e^{-\int_A^s \alpha\, ds} \eta q^2 ds = (1 - e^{-\alpha l}) k \qquad (20)$$

und für $l = \infty$ ergibt sich hieraus der Wert k, wie er vorhin (§. 3) bereits benutzt worden ist.

Nunmehr werde zunächst von den bisherigen Axiomen abgesehen; wir legen vielmehr der weiteren Untersuchung lediglich folgende drei Annahmen zugrunde, die im Zustande des optischen Gleichgewichtes für ein beliebiges System von Medien gelten sollen:

Annahme 1: Es gelte Axiom D* (Axiom vom Vorhandensein optisch beliebig verschiedener Stoffe).

Annahme 2: Es gelte der Kirchhoffsche Satz

$$\frac{\eta(\lambda) q^2(\lambda)}{\alpha(\lambda)} = k(\lambda),$$

wo $k(\lambda)$ eine von der Natur des Mediums unabhängige Funktion der Wellenlänge λ ist.

Annahme 3: Das durch Emission erzeugte Licht ist natürliches Licht; wenn zwei Strahlen natürlichen Lichtes und gleicher Linearenergie aus zwei verschiedenen Medien an der Grenze derselben zusammentreffen, so daß der reflektierte Strahl des einen und der gebrochene des anderen einen neuen Strahl bilden, so ist dieser Strahl wiederum von natürlichem Licht und gleicher Linearenergie.

Die Annahme 1 ordnet jedem Funktionenpaar $q(\lambda)$, $\alpha(\lambda)$ einen Stoff zu, der seinerseits dadurch optisch eindeutig charakterisiert ist. Die Annahme 2 bestimmt die zugehörige Funktion $\eta(\lambda)$. Die Annahme 3 entspricht den oben aus unseren Axiomen bewiesenen Folgerungen; sie ist nichts anderes als eine Festsetzung über die bei Reflexion und Brechung stattfindende Energieverteilung: wonach unter gewissen Umständen die Gleichung

$$R + D = 1 \qquad (21)$$

statthat.

Die Annahmen 1 und 2 sind offenbar voneinander unabhängig. Auch die Annahme 3 könnte mit den Annahmen 1 und 2 selbst dann nicht in Widerspruch treten, wenn sie die bedingungslose Gültigkeit der Gleichung (21) aussagen würde. In der formulierten Aussage ist die Annahme 3 auch nach dem oben Gesagten verträglich mit den Gesetzen der Optik und somit erkennen wir, daß die drei Annahmen gewiß weder untereinander noch mit den Gesetzen der Optik in Widerspruch sind.

Es gelingt nunmehr, die sämtlichen Aussagen, die in den Axiomen A, B, C enthalten sind, einschließlich des Bestehens eines optischen Gleichgewichtszustandes als strenge Folgerungen der Annahmen 1, 2 und 3 nachzuweisen.

Um dies einzusehen, fassen wir einen innerhalb des Körpersystems liegenden Punkt O und eine Richtung durch O ins Auge: der von O ausgehende in der bestimmten Richtung verlaufende Strahl spaltet sich, wenn er eine Trennungsfläche zweier Medien trifft, in zwei Strahlen, einen gebrochenen und einen reflektierten, diese wiederum erfahren beim Auftreffen auf eine Trennungsfläche das nämliche Schicksal, u. s. f. Jeder dieser von O in der bestimmten Richtung verlaufenden Strahlenwege s_i ist ein gebrochener von O aus in der bestimmten Richtung beginnender Linienzug; die geraden Stücke dieses Linienzuges s_i mögen von O aus anfangend bzw. mit

$$s_1,\ s_2,\ s_3,\ \ldots$$

bezeichnet werden, und die zugehörigen optischen Koeffizienten auf s_s seien allgemein q_s, a_s, η_s.

Alsdann verstehen wir unter A irgendeine große Zahl und suchen auf jedem der Strahlenwege s je einen Punkt A derart, daß die Größe

$$a_1 s_1 + a_2 s_2 + \cdots + a_n s_n \qquad (22)$$

den Wert A erhält. Die Anzahl der in Betracht kommenden Strahlenwege s ist, wie wir annehmen können, endlich und wächst mit wachsendem A über alle Grenzen.

Wir wollen die gesamte auf den Wegen OA_s im Punkte O erzeugte Linearenergie, d. h. den Wert der Integralsumme

$$\sum_{s=1,2,\ldots} \int_O^{A_s} P e^{-\int_O^s a_s ds} \eta_s q_s^2 ds$$

berechnen.

Zu dem Zweck fassen wir zunächst den Weg OA_1 ins Auge (vgl. Fig. 3 S. 887). Der dem Endpunkte A_1 dieses Weges vorangegangene Knickpunkt sei B_1 und der zweite Weg OA_2 sei ein solcher, der bis B_1 mit OA_1 gemeinsam verläuft und dann in dem geradlinigen Wegstück B_1A_2 endet. Da die Summen (22) für die beiden Wege OA_1 und OA_2 sich in diesem Falle nur durch das letzte Glied voneinander unterscheiden, so müssen, da ja beide Summen den gleichen Wert A haben sollen, auch diese letzten Glieder miteinander übereinstimmen, d. h. es ist

$$a_{1n_1} s_{1n_1} = a_{2n_2} s_{2n_2};$$

wegen (20) ist daher auch die Linearenergie der beiden Strahlenwege B_1A_1 und B_1A_2 die gleiche. Da überdies in beiden Wegstücken B_1A_1 und B_1A_2 das Licht unmittelbar aus der Emission stammt, ohne Brechung oder Reflexion erlitten zu haben, so ist es natürliches Licht. Nach Annahme 3 vereinigen sich daher diese beiden längs B_1A_1 und B_1A_2 erzeugten Strahlen in B_1 zu einem Strahl natürlichen Lichtes von der gleichen Linearenergie

$$(1 - e^{-a_{1n_1} s_{1n_1}})k.$$

Ferner sei C_1 der B_1 vorangegangene Knickpunkt des Weges OA_1; dann herrscht in C_1 vermöge der beiden Strahlenwege $C_1B_1A_1$ und $C_1B_1A_2$ die Linearenergie

$$\left.\begin{aligned} &\int_{C_1}^{B_1} e^{-\int_{C_1}^{s} a_{1n_1-1} ds} \eta_{1n_1-1} q^2_{1n_1-1} ds \\ &+ e^{-a_{1n_1-1} s_{1n_1-1}} (1 - e^{-a_{1n_1} s_{1n_1}})k \\ &= (1 - e^{-a_{1n_1-1} s_{1n_1-1} - a_{1n_1} s_{1n_1}})k. \end{aligned}\right\} \quad (23)$$

Alsdann sei der dritte Weg OA_3 ein solcher, der bis C_1 mit OA_1 und OA_2 gemeinsam verläuft; besteht derselbe von C_1 an aus einem einzigen geradlinigen Wegstücke bis A_3, so ist nach (20) die Linearenergie dieses Wegstückes C_1A_3 in C_1

$$(1 - e^{-a_{3n_3} s_{3n_3}})k \qquad (24)$$

und da andererseits wegen der für (22) gemachten Festsetzung

$$a_{1n_1-1} s_{1n_1-1} + a_{1n_1} s_{1n_1} = a_{3n_3} s_{3n_3}$$

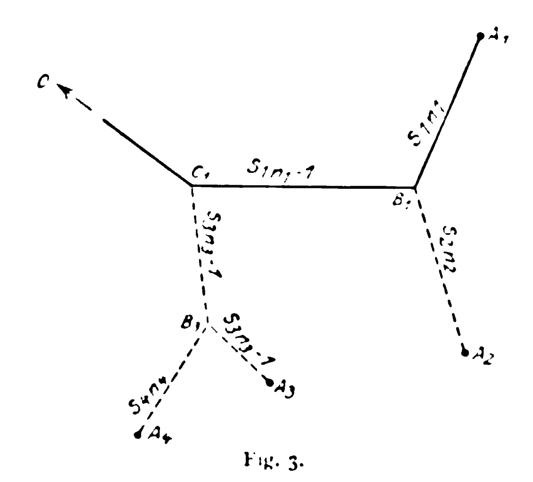


Fig. 3.

ausfällt, so wird diese Linearenergie (24) genau die gleiche wie (23). Da außerdem beide Strahlen nach Annahme 3 von natürlichem Lichte sind, so vereinigen sie sich in C_1 zu einem Strahle, der wiederum nach Annahme 3 natürlichen Lichtes und von der Linearenergie (23) ist. Sollte jedoch der dritte Weg OA_3 von C_1 an noch einen weiteren Knickpunkt B_3 aufweisen, so daß etwa der vierte Weg OA_4 bis B_3 mit OA_3 gemeinsam verliefe, so wenden wir auf diesen letzten Teil des Strahlenweges OA_4 die nämliche Betrachtung wie vorhin auf OA_1 an und erhalten dann, daß die beiden letzten Stücke B_3A_3 und B_3A_4 sich wegen

$$a_{3n_3} s_{3n_3} = a_{4n_4} s_{4n_4}$$

in B_3 zu einem natürlichen Strahl von der Linearenergie (24) vereinigen und demnach in C_1 einen natürlichen Lichtstrahl von der Linearenergie

$$(1 - e^{-a_{3n_3-1} s_{3n_3-1} - a_{3n_3} s_{3n_3}})k \qquad (25)$$

erzeugen. Da wegen der für (22) gemachten Festsetzung nunmehr

$$\begin{aligned} &a_{1n_1-1} s_{1n_1-1} + a_{1n_1} s_{1n_1} \\ &= a_{3n_3-1} s_{3n_3-1} + a_{3n_3} s_{3n_3} \end{aligned}$$

ausfällt, so besitzt jene Linearenergie (25) in C_1 den gleichen Wert (23), wie er im vorigen Falle gefunden worden ist.

Durch Fortsetzung des eingeschlagenen Verfahrens gelangen wir schließlich zu dem



Resultat, daß der auf unseren Wegen OA_i insgesamt erzeugte Strahl in O natürlichen Lichtes ist und dort die Linearenergie

$$(1 - e^{-\alpha_{11}s_{11} - \alpha_{12}s_{12} - \cdots - \alpha_{1n_1}s_{1n_1}})k$$
$$= (1 - e^{-A})k$$

besitzt. Dieser Ausdruck wird im Limes $A = \infty$ gleich k, somit erhalten wir nach (2) für die Energiedichte

$$u = \frac{k}{q^2 g} = \frac{\eta}{\alpha g}.$$

Damit sind die Aussagen der Axiome C und B, mithin auch die des Axioms A als notwendige Folgerungen aus unseren Annahmen 1, 2, 3 erkannt.

Zugleich ergibt sich der Ausdruck für die Helligkeit eines Strahles, wie er in meiner ersten Mitteilung[1]) abgeleitet wurde, wiederum als gültig, womit insbesondere auch unter voller Berücksichtigung der Reflexion die Tatsache erwiesen ist, daß im Zustande des optischen Gleichgewichts *die Helligkeit an jeder Stelle von der Richtung des Strahles unabhängig ausfällt.* Darüber hinaus zeigt noch unsere Untersuchung, daß im Zustande des optischen Gleichgewichtes *an jeder Stelle jeder Strahl ein Strahl natürlichen Lichtes sein muß.*

Im vorstehenden haben wir zugleich erkannt, *daß die sämtlichen in unseren Axiomen A, B, C, D, D* enthaltenen Aussagen einschließlich der Aussage, daß ein optisches Gleichgewicht für jede Gruppierung der Medien stets möglich ist, sowie der Kirchhoffsche Satz und unser Satz von der Zusammensetzung der Energien bei Reflexion und Brechung, ferner die Formeln für die Energiedichte u und die Helligkeit H ein in sich abgeschlossenes System von Sätzen bildet, die in logischem Zusammenhang miteinander stehen und untereinander widerspruchsfrei sowie mit den Gesetzen der elementaren Optik verträglich sind.*

Aber von diesem erkenntnistheoretischen Gewinn abgesehen, hat uns die obige Untersuchung zugleich in anschaulicher Weise vor Augen geführt, *wie es möglich wird, daß im Zustande des optischen Gleichgewichts die von den verschiedenen Stellen im Raum emittierten, teilweise absorbierten und durch Reflexion und Brechung mannigfach polarisierten Strahlen* — deren Menge schon in den einfachsten Beispielen nicht mehr abzählbar ist — *sich gerade zu einem Strahle von der konstanten Linearenergie k (λ) und von natürlichem Lichte vereinigen und daß so schließlich die Unabhängigkeit der Linearenergie eines Strahles von Ort und Richtung zustandekommt:* auf Grund der in Annahme 3 ausgedrückten Tatsache zeigt sich eben, daß im Zustande des optischen Gleichgewichtes ein Strahl beim Übertritt von einem Körper in einen anderen gerade so viel an Linearenergie durch Reflexion auf der einen Seite verliert als ihm durch Reflexion von der anderen Seite zugute kommt und daß zugleich der Austausch dieser beiden Linearenergien unter solchen Polarisationsverhältnissen stattfindet, daß der durchgetretene Strahl wiederum als natürliches Licht erscheint[1]).

Das Axiom D ist eine spezielle Fassung des Axioms D^*. Es liegt andererseits nahe, auch die folgenden von Axiom D verschiedenen speziellen Fassungen des Axioms D^* in Betracht zu ziehen.

Axiom D'. (Axiom vom Vorhandensein beliebig brechbarer Stoffe.) Es gibt Stoffe derart, daß die Größe q gleich einer willkürlich vorgeschriebenen Funktion der Wellenlänge λ ausfällt.

Axiom D''. (Axiom vom Vorhandensein optisch beliebig durchlässiger Stoffe.) Es gibt Stoffe, welche Strahlen von irgendeiner beliebigen Wellenlänge ungebrochen durchlassen, die Strahlen aller anderen Wellenlängen dagegen total reflektieren.

Das Axiom D'' läßt sich auch als Korollar zu Axiom D' ansehen.

Aus Axiom D'' kann mittels des Axioms A das Axiom B (Axiom vom Ausgleich der Energien jeder einzelnen Farbe) abgeleitet werden.

Um dies zu erkennen, denken wir uns einen Punkt O von einer Kugelschale umgeben und diese Kugelschale von einem Stoffe verfertigt, der für die Strahlen von der Wellenlänge λ_0 die in Axiom D'' ausgedrückte Eigenschaft hat. Für die von λ_0 verschiedenen Werte der Wellenlänge λ ergibt sich dann wegen der totalen Reflexion an der inneren Fläche der Kugelschale sofort

$$\Sigma \int_0^\infty P e^{-\int_0^s \alpha(s)\,ds} \eta(s) q^2(s)\,ds = \frac{\eta q^2}{\alpha} = k(\lambda)$$

---

1) Vgl. diese Zeitschrift **13**, 1063, 1912. Neuerdings hat Levi-Civita die Formel für die Helligkeit auf neuem Wege abgeleitet. Rend. d. R. Accademia dei Lincei 1914, S. 12.

1) Eine vollkommenere Bestätigung konnte die von mir in meiner zweiten Mitteilung (Göttinger Nachrichten 1913, S. 410 und Anmerkung 1, sowie diese Zeitschr. **14**. 502, 1913 und Anmerkung 3) ausgesprochene und axiomatisch formulierte Auffassung von der Rolle, die die Reflexion im Zustande des optischen Gleichgewichts spielt, kaum erfahren; ist doch der Fall des kontinuierlich veränderlichen Mediums nichts anderes als ein Grenzfall des von mir hier betrachteten Systems homogener Körper. Die an meiner Bemerkung geübte Kritik von Herrn E. Pringsheim (l. c., diese Zeitschr. **14**, 849, 1913) ist daher sachlich ebenso verfehlt, wie sie der Form nach unangebracht war.

und infolgedessen wird nach (2) für alle diese Werte λ die Strahlungsdichte u gleich $\frac{\eta}{c g}$. Daher erhält für dieselben Werte λ der Integrand (4) den Wert Null und die Gleichung (4) verlangt mithin, daß der Integrand auch für $\lambda = \lambda_0$ verschwindet, d. h. es gilt für $\lambda = \lambda_0$ notwendig

$$\eta = g c u,$$

und da λ_0 ein beliebiger Wert von λ ist, so enthält diese Gleichung die vollständige Aussage des Axioms B für das ursprünglich zugrunde gelegte beliebige optische System.

Wie aus Axiom B der Kirchhoffsche Satz folgt, ist oben (§ 2) gezeigt worden.

(Eingegangen 18. September 1914.)

Ein Beispiel für die Kirchhoffschen Stabgleichungen.

Von Max Karl Grober.

Die Ableitung der Kirchhoffschen Gleichungen für den allgemeinen Fall der Stabbiegung ist im 56. Band 1860 des Crelleschen Journals gegeben[1]). Das Studium dieser Abhandlung ist nicht gerade leicht und ich verweise deshalb auf Loves Darstellung[2]) und besonders auf die von Lorenz[3]), in seinem Lehrbuch der technischen Physik. Hier findet man auch eine Anwendung der Gleichungen auf die Verwindung eines Drahtes zu einer Schraubenlinie. Da Lorenz in der Anmerkung schreibt: „Die Kirchhoffschen Stabgleichungen wurden außerdem noch von Reißner benutzt....", so darf man wohl annehmen, daß in der Litteratur ihre Verwendung selten ist. Hierauf wurde ich von Herrn Reißner aufmerksam gemacht, der mir zugleich einige von ihm begonnene Rechnungen zur weiteren Bearbeitung gab. Es handelt sich um einen an einer Seite eingespannten Balken, an dessen freiem Ende eine Kraft G wirkt; es fragt sich:

Wann kippt dieser Balken aus?

Diese Frage ist von Michell[4]) und Prandtl[5]) unabhängig voneinander fast gleichzeitig unter bestimmten Annahmen gelöst worden. Beide Bearbeitungen gehen von geometrischen Betrachtungen aus, die nach Reißner[6]) überflüssig sind, da sie schon in den Kirchhoffschen Gleichungen vorweggenommen sind und deren „Annäherungsvoraussetzungen undurchsichtig sind." Michell setzt speziell voraus, daß der Quotient aus Torsionsmoment und Biegungsmoment wie „ein kleiner Bruch behandelt werden kann"; das andere Biegungsmoment sei aber dem ersten gleich oder kleiner, jedoch auch noch groß gegen das Torsionsmoment. Ähnliches setzt Prandtl voraus; es seien nämlich „die Ausschläge von vornherein klein gegenüber der Stablänge"; der Quotient der Biegungssteifigkeiten in den beiden senkrechten Richtungen der Hauptachsen sei groß und der Stab soll „schlank genug sein, so daß von dem Einfluß der Schubkraft auf die Durchbiegung abgesehen werden kann."

Die Reißnersche Abhandlung bedient sich nun sogleich der Kirchhoffschen Gleichungen. In diesen sind alle die geometrischen Betrachtungen schon vorher einwandfrei erledigt. Jedoch fehlt bei Reißner die Begründung der Annahme $N_2 = -G$ für endliche Torsionswiderstände, aus der sich mehrere Vernachlässigungen ergeben. Es soll deswegen hier eine Durchführung der Aufgabe ohne jede Vernachlässigung erfolgen.

Wir legen das Koordinatensystem so, daß die Achse des Balkens mit der x-Achse zusammenfalle, die Schwerkraft wirke in der z-Achse und senkrecht dazu stehe die y-Achse; der Balken selbst habe die Länge l und es mögen folgende Abkürzungen gelten:

E = Zugelastizitätsmodul des Stabmaterials,
J_1 = das größere Hauptträgheitsmoment,
J_2 = das kleinere Hauptträgheitsmoment,
$A = J_1 E$ = größere Biegungssteifigkeit,
$B = J_2 E$ = kleinere Biegungssteifigkeit,
C = die Torsionssteifigkeit,
$\varkappa$, λ = Krümmungen der Stabachse in den zu den Hauptträgheitsachsen gehörigen Ebenen,
τ = Verdrehungswinkel für die Länge 1,
G = Gewicht am freien Ende,
N_1 = die von einem Querschnitt auf den benachbarten ausgeübte Kraft in Richtung der ursprünglich wagerechten Hauptachse,
N_2 = dieselbe Kraft in Richtung der ursprünglich senkrechten Hauptträgheitsachse,
T = dieselbe Kraft in der Stabachse.

Mit diesen Bezeichnungen lauten die Kirchhoffschen Gleichungen folgendermaßen:

$$\frac{dN_1}{ds} - N_2\tau + T\lambda = 0, \tag{1}$$

$$\frac{dN_2}{ds} - T\varkappa + N_1\tau = 0, \tag{2}$$

$$\frac{dT}{ds} - N_1\lambda + N_2\varkappa = 0, \tag{3}$$

1) Vgl. auch Kirchhoff, Mechanik. Vorl. 27.
2) Love, Lehrbuch der Elastizität, K. 10, S. 450 ff.
3) Lorenz, Lehrbuch der technischen Physik, Bd. 4.
4) Michell, A. G. M. Phil. Mag. Sept. 1899.
5) Prandtl, Diss. 1899.
6) Reißner, Sitzb. d. Berl. Math. Ges. 3. 53. 1904.

$$A\frac{d\varkappa}{ds}-(B-C)\lambda\tau=N_2, \quad (4)$$

$$B\frac{d\lambda}{ds}-(C-A)\tau\varkappa=-N_1, \quad (5)$$

$$C\frac{d\tau}{ds}-(A-B)\varkappa\lambda=0. \quad (6)$$

Solange der Stab in der Ebene bleibt, sind die Größen τ, λ und $N_1=0$. Wollen wir nun den Fall des Auskippens betrachten, so sind diese Größen als von Null verschieden anzunehmen, jedoch so, daß ihre Produkte und höheren Potenzen vernachlässigt werden können. Dann erhalten wir folgendes Gleichungssystem:

$$\frac{dN_1}{ds}-N_2\tau+T\lambda=0, \quad (7)$$

$$\frac{dN_2}{ds}-T\varkappa \qquad =0, \quad (8)$$

$$\frac{dT}{ds} \qquad +N_2\varkappa=0, \quad (9)$$

$$A\frac{d\varkappa}{ds} \qquad =N_2, \quad (10)$$

$$B\frac{d\lambda}{ds}-(C-A)\tau\varkappa=-N_1, \quad (11)$$

$$C\frac{d\tau}{ds}-(A-B)\varkappa\lambda=0. \quad (12)$$

Nehmen wir an, $\varkappa$ sei irgendwoher bekannt, dann ergibt sich aus (10)

$$N_2=A\frac{d\varkappa}{ds}$$

und somit aus (8)

$$T=\frac{\frac{dN_2}{ds}}{\varkappa}=\frac{A\frac{d^2\varkappa}{ds^2}}{\varkappa},$$

weiter aus (7)

$$\frac{dN_1}{ds}=\tau A\frac{d\varkappa}{ds}-\frac{A}{\varkappa}\cdot\lambda\cdot\frac{d^2\varkappa}{ds^2};$$

aus (12)

$$\lambda=\frac{C}{A-B}\frac{\frac{d\tau}{ds}}{\varkappa} \quad (13)$$

in die vorige Gleichung substituiert;

$$\frac{dN_1}{ds}=\tau\cdot A\frac{d\varkappa}{ds}=\frac{A}{\varkappa^2}\cdot\frac{C}{A-B}\cdot\frac{d\tau}{ds}\cdot\frac{d^2\varkappa}{ds^2}. \quad (14)$$

Differentiere ich nun (11) und substituiere (13) und (14), so ergibt sich

$$\varkappa^2\frac{d^3\tau}{ds^3}-2\varkappa\frac{d\varkappa}{ds}\frac{d^2\tau}{ds^2}-\frac{d\tau}{ds}\left[\varkappa\frac{d^2\varkappa}{ds^2}\left(1+\frac{A}{B}\right)+\right.$$
$$\left.+\frac{(c-A)(A-B)}{B\cdot C}\varkappa^4-2\left(\frac{d\varkappa}{ds}\right)^2\right]+$$
$$+\tau\varkappa^3\frac{d\varkappa}{ds}(2A-)=0. \quad (15)$$

Diese Gleichung gilt für alle möglichen Belastungen. Setze ich z. B. $\varkappa=$ const, so erhalte ich die Gleichung wie ich sie diese Ztschr. 15, 460ff., 1914 behandelt habe, nämlich den Fall, daß am Ende ein Moment wirkt.

Die Naviersche Theorie sagt nun, daß $A\varkappa=Gx$ ist. Ich setze $\frac{A}{G}=\alpha^2$; $[L^2]$[1]). (16)

Diese Gleichung ausgeschrieben, lautet

$$\frac{(1+y'^2)^{3/2}}{y''}=\frac{\alpha^2}{x}$$

und gibt

$$dy=\frac{x^2+2\alpha^2c}{\sqrt{4\alpha^4-(x^2+2\alpha^2c)^2}}dx, \quad (17)$$

somit

$$ds=\sqrt{dx^2+dy^2}=\frac{2\alpha^2dx}{\sqrt{4\alpha^4-(x^2+2\alpha^2c)^2}},$$

und wenn ich (16) $x=\alpha x$ substituiere

$$=\frac{2dx}{\sqrt{\frac{4}{\alpha^4}(1-c^2)-\frac{4c}{\alpha^2}x^2-x^4}}. \quad (18)$$

Diesen Wert hätte ich ohne weiteres aus den Kirchhoffschen Gleichungen ableiten können. Ich sagte oben, daß für das ebene Problem τ, λ und N_1 verschwinden; dann erhalte ich also

aus (2) $\quad \frac{dN_2}{ds}-T\varkappa=0, \quad (19)$

aus (3) $\quad \frac{dT}{ds}+N_2\varkappa=0, \quad (20)$

aus (4) $\quad A\frac{d\varkappa}{ds} \quad =N_2. \quad (21)$

Eliminiere ich $\varkappa$ aus (19) und (20), so erhalte ich

$$N_2dN_2+T_2dT=0,$$
$$N_2^2+T^2=G^2,$$

wie sofort ersichtlich; also kann ich (19) schreiben:

$$\frac{dN_2}{ds}=\varkappa\sqrt{G^2-N_2^2},$$

und mit (21):

$$A\frac{d^2\varkappa}{ds^2}=\varkappa\sqrt{G^2-A\left(\frac{d\varkappa}{ds^2}\right)^2}; \quad (22)$$

mit obiger Bezeichnung

$$\frac{\alpha^2\varkappa''}{\sqrt{1-\alpha^4\varkappa'^2}}=\varkappa.$$

1) $\alpha^2=\frac{A}{G}=\frac{E\cdot J\cdot l}{M\cdot l}=\frac{E\cdot J\cdot l\cdot e}{M\cdot l\cdot e}=$
$=\frac{E\cdot l\cdot e}{\sigma}\backsim\frac{10^6\cdot10^2\cdot10}{10^3}\backsim10^6.$

Durch Multiplikation mit $2x'$ und Integration folgt

$$-\sqrt{1-a^4x'^2} = \frac{a^2x^2}{2} + c.$$

Quadriert und umgeformt, folgt

$$x' = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{a^4}(1-c^2) - \frac{4cx^2}{a^2} - x^4}$$

oder

$$ds = \frac{2dx}{\sqrt{\frac{4}{a^4}(1-c^2) - \frac{4cx^2}{a^2} - x^4}},$$

d. i. der Wert (18). Also

$$ds = \frac{2dx}{\sqrt{\left(\frac{2}{a^2}(1-c) - x^2\right)\left(\frac{2}{a^2}(1+c) + x^2\right)}} = \frac{2dx}{\frac{2}{a^2}\sqrt{1-c^2}\sqrt{\left(1-\frac{x^2}{\frac{2}{a^2}(1-c)}\right)\left(1+\frac{x^2}{\frac{2}{a^2}(1+c)}\right)}}. \quad (18')$$

Nun substituiere ich $ax = z\sqrt{2(1-c)}$:

$$ds = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{1+c}}\,\frac{dz}{\sqrt{(1-z^2)\left(1+\frac{1-c}{1+c}z^2\right)}}.$$

Über den Wert c kann ich aus der Lehre von der elastischen Linie aussagen. Für hier kommen nur in Betracht

$$-1 < c < 1,$$

so daß also $\frac{1-c}{1+c}$ zwischen $+\infty$ und 0 liegt, also gesetzt werden kann $= \mathrm{tg}^2\vartheta$.

Aus $\mathrm{tg}^2\vartheta = \frac{1-c}{1+c}$ folgt $\sin^2\vartheta = \frac{1-c}{2}$, $\cos^2\vartheta = \frac{1+c}{2}$.

Nun ist aber, wenn ich $z = \sin\varphi$ setze:

$$\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{1+c}}\,\frac{d\varphi}{\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\vartheta\sin^2\varphi}} = \cos\vartheta\,\frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{1+c}}\,\frac{d\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\vartheta\sin^2\varphi}} = a\,\frac{d\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\vartheta\sin^2\varphi}}$$

somit

$$\frac{s}{a} = \int\frac{d\varphi}{\sqrt{1-\sin^2\vartheta\sin^2\varphi}}$$

und somit endlich

$$x = \frac{z}{a}\sqrt{2(1-c)} = \frac{\sqrt{2(1-c)}}{a}\,\mathrm{sn}\,\frac{s}{a} = A_1\,\mathrm{sn}\,\frac{s}{a},$$

wobei $A_1 = \frac{\sqrt{2(1-c)}}{a}$ ist. (23)

Für unsere Gleichung (15) brauchen wir nun x^2, xx', xx'', x'^2, ...

Allgemein läßt sich nun diese Gleichung nicht mehr behandeln; da aber $\frac{s}{a}$ eine kleine Zahl ist, nämlich kleiner als 10^{-1}, so konvergiert die Reihe sehr stark. Es ist ja

$$x = A_1\left\{\frac{s}{a} - \frac{s^3}{a^3}\cdot\frac{1+k^2}{3!} + \frac{s^5}{a^5}\cdot\frac{1+14k^2+k^4}{5!} - \ldots\right\}.$$

Berücksichtige ich die Glieder bis $\frac{s^4}{a^4}$ [um den Einfluß der Glieder x^4 und x^3x' zu haben], so lautet unsere Gleichung nach einigen Umformungen

$$\left(s^3 - \frac{s^4}{3a^2}(1+k^2)\right)\frac{d^3\tau}{ds^3} - 2\left(s - \frac{s_2}{a^2}\cdot\frac{2}{b}(1+k^2)\right)\frac{d^2\tau}{ds^2} - \left[Ls^4 + \frac{s^2}{a^2}(1+k^2) - 2\right]\frac{d\tau}{ds} + \tau s^3 M = 0, \quad (24)$$

wobei

$$L = \frac{(C-A)(A-B)}{B\cdot C}\cdot\frac{A_1^2}{a^2} - \frac{7+26k^2+7k^4}{6a^4} + \frac{1+8k^2+k^4}{3a^2}\left(1+\frac{A}{B}\right)$$

und

$$M = \frac{(2A-C)A_1^2}{a^2} \quad \text{ist.}$$

Setzt man nunmehr τ als Potenzreihe von s an, so bestimmen sich die Koeffizienten gliedweise und man erhält

$$\left.\begin{aligned}\tau = c_2s^2\Big[1 &- \frac{2}{3}\frac{(1+k^2)}{a^2N(2)}s^2 + \frac{2}{3}\cdot 4\cdot\frac{(1+k^2)(1+k^2)s^4}{a^4N(4)N(2)} + \frac{(M-2L)s^4}{N(4)} - \ldots\\ &+ c_3s^3\Big[1 - \frac{3(1+k^2)}{a^2N(3)}s^2 + 3\cdot\frac{5}{3}\cdot\frac{(1+k^2)(1+k^2)s^4}{a^4N(5)N(3)} + \frac{(M-3L)s^4}{N(5)} - \ldots\end{aligned}\right\} \quad (25)$$

Zur Bestimmung von c_2 und c_3 haben wir folgende Anfangsbedingungen:

Es ist für

$$s = l \qquad \lambda = 0 \quad \text{und} \quad N_1 = 0;$$

$\lambda = 0$ sagt aber nach (12), daß

$$\tau' = 0 \quad \text{ist.} \quad (26)$$

$N_1 = 0$ bedeutet nach (11)

$$B\frac{d\lambda}{ds} - (C - A)\tau\varkappa = 0,$$

da aber

$$B\frac{d\lambda}{ds} = \frac{BC}{A - B} \cdot \frac{\frac{d^2\tau}{ds^2}\varkappa - \frac{d\tau}{ds}\cdot\frac{d\varkappa}{ds}}{\varkappa^2}$$

ist, so folgt

$$\frac{BC}{A - B}\frac{d^2\tau}{ds^2}\varkappa - (C - A)\tau\varkappa^3 = 0 \text{ für } s = l$$

oder

$$\frac{1}{\varkappa^2}\cdot\frac{BC}{(A - B)(C - A)}\cdot\frac{d^2\tau}{ds^2} - \tau = 0. \qquad (27)$$

Führt man in diese Anfangsbedingungen (26) und (27) den Wert (25) ein, so erhält man zur Bestimmung von c_2 und c_3 zwei homogene Gleichungen, die aussagen, daß c_2 und c_3 im allgemeinen verschwinden. Wird aber die Determinante des Nenners Null, so wird c_2 durch c_3 ausdrückbar. Der sich hieraus ergebende Wert liefert mir dann die Bedingung des Auskippens für den Balken. Diese Bedingung schreibt sich sehr umständlich. Ich werde, sobald dies möglich, einige numerische Fälle berechnen und an Experimenten prüfen.

Zusammenfassung.

Aus den allgemeinen Kirchhoffschen Stabgleichungen läßt sich ohne jede Vernachlässigung die Differentialgleichung aufstellen, für das Kippproblem bei verschiedenen Belastungen (Gleichung 15). Wirkt am Ende des eingespannten Balkens eine Kraft, so gelingt es leicht, die aus der Navierschen Theorie sich ergebende Beziehung zwischen Krümmung und Bogen auch aus den Kirchhoffschen Gleichungen herzuleiten (Identität von 18 und 18'). Wenn auch die Endformeln allgemein geschrieben sehr umständlich aussehen, so ist doch aber das Kippproblem für den Balken im weitesten Sinne erledigt.

(Eingegangen 30. September 1914.)

Ein System von Wellenzahlen im Scandiumspektrum.

Von Emil Paulson.

In einer früheren Arbeit[1]) habe ich auf einige Gesetzmäßigkeiten im Bau der Spektren von Scandium, Yttrium, Lanthan und Lutetium hingewiesen. Diese Grundstoffe bilden, wie bekannt, die erste Reihe in der III. Gruppe des periodischen Systems.

1) Beiträge zur Kenntnis der Linienspektren. Lund 1914.

Eine spätere, mehr eingehende Untersuchung[1]) über das Y-Spektrum hat gezeigt, daß sich eine Gruppe von vier zusammengehörigen Linien vielmals wiederholt. Bezeichnet man mit A die Wellenzahl der ersten Linie jeder Gruppe, so lassen sich die Wellenzahlen B, C und D der übrigen Linien derselben Gruppe auf folgende Weise ausdrücken:

$$\begin{aligned} B &= A + 1846{,}91 & \varDelta_1 &= 1846{,}91 \\ C &= A + 2251{,}69 & \varDelta_2 &= 404{,}78 \\ D &= A + 2456{,}65 & \varDelta_3 &= 204{,}96. \end{aligned}$$

$\varDelta_1$, $\varDelta_2$ und $\varDelta_3$ geben die Differenzen zwischen den Wellenzahlen benachbarter Linien derselben Gruppe an.

Auch für Lutetium[2]) ist das Vorkommen einer ähnlichen Gruppe festgestellt, die jedoch nur viermal, und zwar lückenhaft auftritt, was der Linienarmut dieses Spektrums zugeschrieben werden möchte. Wie oben kann diese Gruppe dargestellt werden durch:

$$\begin{aligned} B &= A + 5571{,}42 & \varDelta_1 &= 5571{,}42 \\ C &= A + 7335{,}75 & \varDelta_2 &= 1764{,}33 \\ D &= A + 9552{,}78 & \varDelta_3 &= 2217{,}03. \end{aligned}$$

Als Fortsetzung dieser Untersuchungen wird hier unten ein System von regelmäßig gelagerten Linien im Scandiumspektrum gegeben. Die zu erwartende Gruppe enthält hier nicht weniger als sieben Linien, deren Darstellung in der früher erwähnten Weise ist:

$$\begin{aligned} B &= A + 158{,}77 & \varDelta_1 &= 158{,}77 \\ C &= A + 474{,}18 & \varDelta_2 &= 315{,}41 \\ D &= A + 577{,}73 & \varDelta_3 &= 103{,}55 \\ E &= A + 717{,}71 & \varDelta_4 &= 139{,}98 \\ F &= A + 2298{,}81 & \varDelta_5 &= 1581{,}10 \\ G &= A + 2380{,}75 & \varDelta_6 &= 81{,}94. \end{aligned}$$

Die Ergebnisse der Untersuchung werden in den zwei nachstehenden Tabellen niedergelegt, zu deren Erläuterung folgende kurze Angaben genügen möchten. I bezeichnet die Intensität der Linien (zumeist möglichst nach Exner und Haschek). In den Kolumnen A, B usw. sind die Wellenzahlen der Linien eingetragen, deren Differenzen unter $\varDelta_1$, $\varDelta_2$ usw. angeführt sind. In Tab. I findet man sämtliche Gruppen, welche drei oder mehr Linien enthalten, während alle Paare in Tab. II gesammelt sind.

Alle gemessenen Bogenlinien, im ganzen 440, wurden bei der Untersuchung aufgenommen. In den obigen Tabellen findet man ungefähr die Hälfte davon (203) wieder und darunter die meisten stärkeren Linien des Spektrums.

1) On the Spectrum of Yttrium. Wird in Astr. Journ. erscheinen.
2) Constant Differences in the Line-Spectra. Astr. Journ. Okt. 1914.

Tabelle I.

I	A	Δ_1 = 158,77	I	B − A + 158,77	Δ_2 = 315,41	I	C − A + 474,18	Δ_3 = 103,55	I	D − A + 577,73	Δ_4 = 139,98	I	E − A + 717,71	Δ_5 = 1581,10	I	F − A + 2298,81	Δ_6 = 81,94	I	G − A + 2380,75
20	27440,08				474,32	10	27024,30	103,47	20	28027,77				1721,04	10	20748,81	82,44	2	20831,25
10	27382,18	158,07	20	27541,15	315,48	10	27856,63	103,44	20	27960,07	140,16	20	28100,23	1581,03	15	29681,26	82,06	10	29763,32
3	27272,03	158,45	15	27431,08				418,87	15	27849,95	139,86	30	27989,81				1063,25	20	29053,06
6	24908,58	159,23	1	25067,81				418,73	1	25486,54				1721,08	2	27207,62	82,05	2	27289,67
20	22646,06	159,06	3	22805,12	315,09	20	23120,21	103,79	8	23224,00									
3	22565,62	158,39	20	22724,01				418,89	20	23142,90	140,31	5	23283,21						
1	21364,33				473,88	1	21838,21	103,89	3	21942,10									
2	21283,48							578,27	4	21861,75							1802,63	1	23664,38
			1	21188,09							558,30	1	21747,08	1580,84	1	23327,92			
1	20658,72				473,85	2	21132,57	103,06	3	21235,63									
1	20447,04	158,68	2	20606,32	315,98	3	20922,30												
			1	18670,59	315,32	2	18991,27				243,88	1	18417,39						
										18462,72	140,13	2	18602,85	1581,00	2	20184,81	81,49	2	20266,30
0	18350,51										717,53	3	17638,68				1062,50	3	15470,45
			1	18296,70				418,83	1	18715,02				1720,00	1	20436,52			
			4	18134,31				418,94	1	18553,25	140,12	3	18693,37						
			0	17081,25							558,25	0	17423,93				1062,74	1	17760,20
0	17662,04							578,15	4	18240,19				1721,16	2	19961,35			
1	16132,45				473,54	0	16605,99							1824,01	1	18430,00			
						2	15922,45	103,10	2	16025,04				1720,27	2	17745,01			
						1	15820,93	103,50	2	15923,50				1721,25	2	17644,84	81,05	3	17726,79
									2	15676,20	139,14	1	15815,40				1063,45	0	17478,85
			1	15532,05	315,53	2	15847,58							1824,76	2	17672,34			
			1	15451,99				418,73	1	15870,72	139,96	5	16010,68	1581,30	3	17591,98	81,71	4	17673,69
						2	14641,06				243,85	1	14885,51	1581,12	2	16466,63			

Mittel:[1]

B − A = 158,77	C − B = 315,48	D − C = 103,51	E − D = 139,95	F − E = 1581,15	G − F = 81,95
	C − A = 474,12	D − B = 418,80	E − C = 243,78	F − D = 1721,12	G − E = 1063,00
		D − A = 577,82	E − B = 558,01	F − C = 1824,54	G − D = 1803,11
			E − A = 717,51	F − B = 2139,86	G − C = 1906,72
				F − A = 2298,88	G − B = 2221,08
					G − A = 2380,64

1) Diese Mittel sind berechnet aus allen bei Kombination entstehenden Differenzen gleicher Art. Die Zahlen in der oberen Zeile sind Mittel dieser Mittel.

Tabelle II.

B—A					
158,77	1	15633,26	158,34	1	15791,60
	1	16593,73	158,45	4	16752,18
	1	19525,15	158,88	0	19684,03
	1	19919,09	159,18	2	20078,27
	1	21198,97	158,65	1	21357,62
C—B					
315,48	1	15616,83	315,37	1	15932,40
	1	18768,59	315,38	3	19083,97
	1	20051,09	315,71	1	20366,80
	2	24539,10	315,75	1	24854,85
C—A					
474,12	1	17758,10	474,11	3	18232,21
	1	20105,19	473,70	0	20578,89
D—C					
103,51	2	17780,68	103,45	1	17884,13
	1	18010,01	103,61	4	18113,62
	1	19566,22	103,60	4	19669,82
	1	20554,98	103,40	1	20658,38
	2	24587,24	103,57	2	24690,81
D—B					
418,89	1	18273,45	418,56	1	18692,01
	2	19191,28	418,83	3	19610,11
	2	20254,03	418,81	2	20672,84
	2	20687,40	419,31	5	21106,71
D—A					
577,82	1	18343,41	577,53	1	18920,04
	1	20379,59	577,43	1	20957,02

E—D					
139,95	2	17490,13	140,18	8	17630,31
	0	17569,90	139,94	1	17709,84
	1	19926,03	139,79	1	20065,82
	1	20487,89	139,68	2	20627,57
	1	22855,48	140,06	2	22995,54
	1	32754,13	140,29	1	32894,42
E—C					
243,78	3	15910,77	243,44	1	16154,21
	0	20901,00	243,33	4	21144,33
E—B					
558,91	1	15473,00	558,55	1	16031,55
	1	17706,07	559,10	1	18265,87
E—A					
717,51	4	15140,32	717,74	10	15858,06
	0	17948,55	717,36	1	18665,91
	1	18840,09	717,71	1	19557,80
	1	29996,97	717,36	3	30714,33
	1	32737,83	717,62	2	33455,45
F—E					
1581,15	2	16964,01	1581,03	3	18545,04
	0	17435,48	1581,31	2	19016,79
	2	18005,56	1580,78	2	19586,34
	2	18918,21	1580,65	1	20498,86
F—D					
1721,12					

F—C					
1824,54	4	15591,87	1825,00	1	17416,87
F—B					
2139,86	0	15878,06	2140,28	0	18018,34
	2	17516,79	2139,92	2	19656,71
F—A					
2298,88	10	28281,42	2298,88	5	30580,30
G—F					
81,95	2	19645,98	81,58	1	19727,56
	3	20662,73	81,92	2	20744,65
G—E					
1663,00	1	16698,08	1662,64	2	18360,72
G—D					
1803,11	1	27339,20	1802,57	1	29141,77
G—C					
1906,72	1	17969,13	1906,72	5	19875,85
	1	18330,13	1906,60	1	20236,73
	1	21036,40	1906,81	3	22903,21
G—B					
2221,98	2	15248,14	2221,24	2	17469,38
	2	20714,74	2222,04	1	22936,78
	5	21122,45	2221,91	1	23347,36
G—A					
2380,64	1	21771,55	2380,59	5	24152,14

Es gibt aber auch Linien, welche auf andere Weise gesetzmäßig zusammenhängen, z. B.

(30)	27989,81	319,64	(20)	24871,91	20,38
(30)	27670,17		(30)	24851,63	
(30)	23178,68	319,92	(30)	25562,17	19,98
(20)	22858,76		(30)	25542,19	
			(10)	29763,32	20,18
			(10)	29743,14	

deren Zusammengehörigkeit wohl nicht bezweifelt werden kann, obwohl die beiden Linien 27981,81 und 29763,32 bereits im früher gegebenen System eingeordnet sind. Es gibt übrigens noch mehrere Linien mit geringerer Intensität, die Paare mit diesen Differenzen bilden. Vielleicht liegen hier Anfänge zu Serien vor. Eine Prüfung der magnetischen Aufspaltung dieser Linien wäre sehr interessant.

Eine weitere Aufgabe besteht nun in der Aufsuchung des Wellenzahlensystems bei Lanthan[1]), um später mögliche Beziehungen der vier verschiedenen Systeme zu entdecken. Die Tatsache, daß sich die Differenzen im allgemeinen mit steigenden Atomgewichten vergrößern, braucht wohl nicht besonders bemerkt werden.

Lund, im September 1914.

(Eingegangen 25. September 1914

1) Zusatz bei der Korrektur: In diesem Spektrum ist später eine Gruppe von 6 Linien, welche sich 17 mal ziemlich vollständig wiederholt, entdeckt worden. Mit früher gebrauchten Bezeichnungeu kann sie folgendermaßen dargestellt werden:

$$B = A + 2977{,}86 \quad \Delta_1 = 2977{,}86$$
$$C = A + 3636{,}86 \quad \Delta_2 = 659{,}00$$
$$D = A + 4333{,}66 \quad \Delta_3 = 696{,}80$$
$$E = A + 5212{,}84 \quad \Delta_4 = 879{,}18$$
$$F = A + 6229{,}16 \quad \Delta_5 = 1016{,}32$$

Näheres hierüber wird in den Ann. d. Phys. veröffentlicht.

Röntgenstrahlung und Ordnungszahlen.

Von A. van den Broek.

In zwei vor kurzem in dieser Zeitschrift (**15**, 753 und 793, 1914) erschienenen Arbeiten: „Über den Zusammenhang zwischen Absorption und Wellenlänge bei Röntgenstrahlen" und „Quanteneffekt im Hochfrequenzspektrum" zeigen Manne Siegbahn resp. A. Landé, daß

$$\frac{\mu}{\sigma} = \frac{c}{(N-1)^{2x}} = A\lambda^x \text{ resp. } \varepsilon = h\nu,$$

wo N die Ordnungszahl der Elemente, A und c Konstanten, und $2x$ sehr nahe gleich 6.

Dazu möchte ich folgende Sätze aus früheren Arbeiten zitieren: „Die charakteristische (Röntgen-)Strahlung hängt ab von M (der Ordnungszahl der Elemente) und nicht von A (dem Atomgewichte). Dies wurde von Mosely (Phil. Mag., Dez. 1913, nicht Mosely und Darwin 1913) nachgewiesen für die Elemente von Kalzium bis Zink, scheint aber für alle zu gelten.

Werden die Logarithmen μ/σ (Al) gegen die von M in ein Koordinatensystem eingezeichnet, so liegen alle Punkte auf einer geraden Linie

für die „K“ — und auf einer zweiten parallelen) für die „L“-Strahlung[1]; siehe Fig.[2]) ...... Die Absorbierbarkeit der charakteristischen Röntgenstrahlung ist ungefähr umgekehrt proportional der sechsten Potenz der Ordnungszahlen (im Mendelejeffschen System[3]). Die Elektronengeschwindigkeit, zur Erzeugung dieser Strahlung notwendig, nach Widdington gleich $10^8 \cdot A$, ist genauer gleich $2.23 \times 10^8 (M-1)$ .... Da $v_K = 2.47 \times 10^{15} (M-1)^2$, (Moseley), können wir x berechnen aus $x m v^2/2 = h v$ und finden $x = 3/4$.

1—3) van den Broek, Nature, Dez. 1913, March 5 und May 7, 1914.

Gorssel (Niederlande), 19. September 1914.

(Eingegangen 30. September 1914.)

Gleitfunken-Beobachtung an Röntgenröhren.

(Aus dem Laboratorium der Veifa Werke, Frankfurt a. M., Direktor Friedrich Dessauer.)

Von B. Winawer u. F. Pfeiffer.

Gelegentlich zu anderen Zwecken angestellter Versuche mit Röntgenröhren gewannen wir durch einen Zufall überaus schöne Bilder von Funkenverzweigungen an der Außenwand einer Röntgenröhre, die wir in den Figuren 1—3 zur Darstellung bringen. Die Versuchsanordnung bestand in folgendem:

Eine sehr harte Röntgenröhre wurde mit den gleichgerichteten Entladungen eines Hochspannungs-Transformators belastet. Die mit dem Deprez-d'Arsonval-Instrument abgelesene Milliamperezahl in der Röntgenröhre betrug etwa 1,5 M.-A. Die Röhre war so hart, daß von Zeit zu Zeit von den Außenarmierungen vereinzelte Funken der Röhrenwand entlang verliefen. Auch Überschläge in der freien Luft und auf benachbarte Gegenstände traten während der Dauer der Beobachtung auf. In etwa 8 cm Entfernung von der Röntgenröhre befand sich eine Spule mit hoher Selbstinduktion. Plötzlich entstand durch einen von der Röhre auf die Spule überschlagenden Funken in der Wicklung der Spule ein Kurzschluß. Durch die hohe Selbstinduktion der Spule bildete sich infolge des Kurzschlusses ein ziemlich kräftiger rußender Flammenbogen, der zum Teil von den Isolationsmaterialien der Spule stammte. Die rußende Flamme trübte die Röhrenwand und nach dem Abstellen fanden wir die abgebildeten Funken, welche selten schöne Verästelungen zeigen. Ein Teil der starken Äste geht aus dem rußigen Beschlag der Röhre heraus und entwickelt sich, die äußere Wandung der Röhre überlaufend, in immer feinere Zweige. Einige Funkenbäumchen wachsen aber auch aus Knickstellen der Röhrenglaswand heraus, d. h. aus solchen Stellen, wo Glastuben an die Kugel angesetzt sind, z. B. an dem Rege-



Fig. 1.

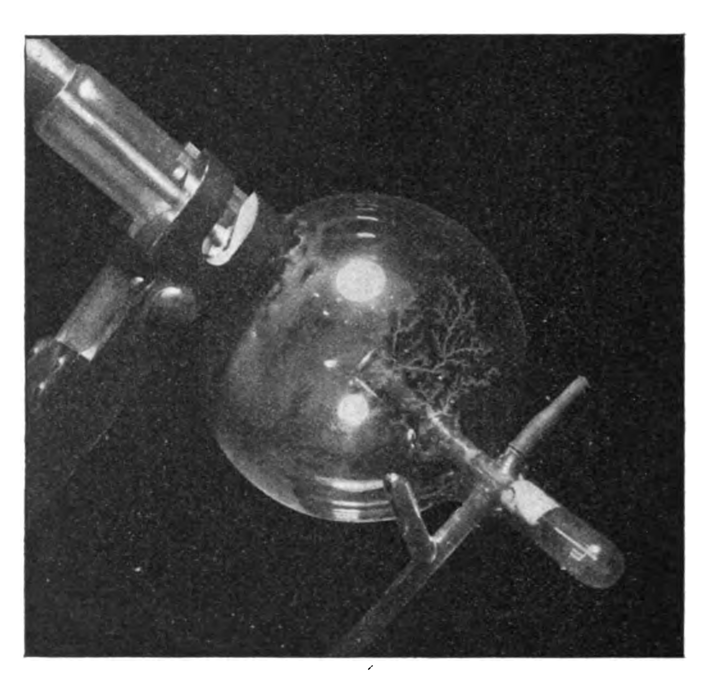


Fig. 2.

nerieransatz oder an dem Ansatz, der die Hilfsanode der Röhre umschließt. Das Phänomen zeigt eine gewisse Ähnlichkeit mit der bekannten Erscheinung der Gleitfunken. (S. z. B. Petersen, Hochspannungstechnik, Stuttgart 1911, S. 35.)

Gleitfunken beobachtet man in der Weise, daß ein gut isolierender Körper, z. B. eine Glasplatte, einseitig metallisch belegt wird und daß etwa auf die Mitte der nicht belegten Seite eine kleine metallische Platte aufgesetzt wird. Lädt man nun die beiden so gegenüberliegenden Metallflächen entgegengesetzt auf, so entsteht zunächst eine „Streifenentladung", die allmählich in ein Gleitbüschel übergeht, aus welchem wiederum der Gleitfunke hervorgeht. Gleitbüschel und Gleitfunken zeigen aber nicht die von uns beobachtete Form bis ins feinste verästelter Bäumchen.

Bei unserem Versuch kann man daran denken, daß die Innenseite der Röhrenkugel den einen der beiden Beläge darstellt, da die Röhre ja während ihres Betriebes im Innern stark

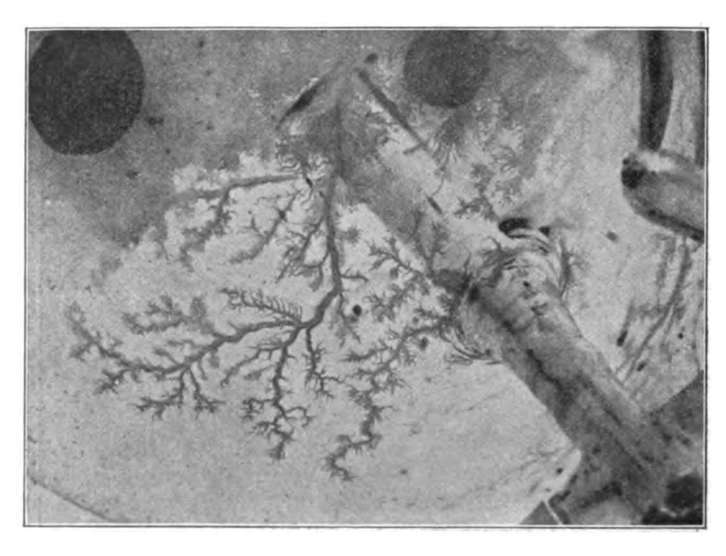


Fig. 3.

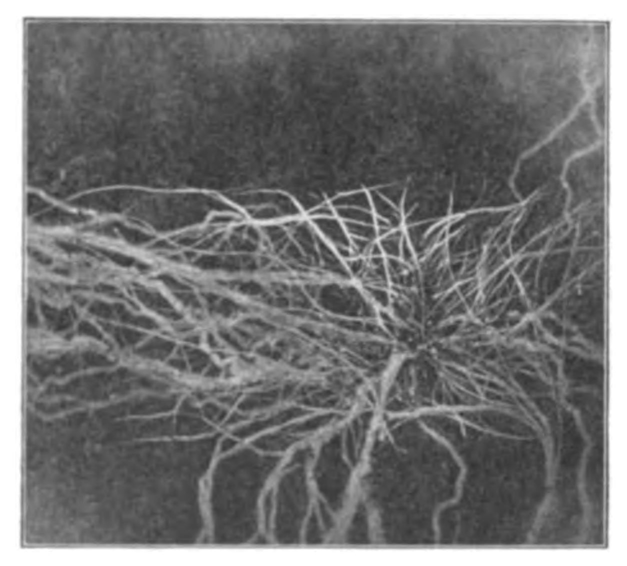


Fig. 4.

ionisiert ist. Als anderer Belag käme die Spule mit ihrer Flamme in Frage und es sieht so aus, wie wenn von der Flamme aus ein Teil der Entladungen eingesetzt hätte. Versuche, das Phänomen an Glasplatten zu wiederholen, führten zu den bereits bekannten Gleitfunkenbildern (Fig. 4).

Frankfurt a. M., den 6. Oktober 1914.

(Eingegangen 8. Oktober 1914.)

BESPRECHUNGEN.

Fritz Seemann, Leitfaden der mineralogischen Bodenanalyse. Nebst Beschreibungen der wichtigsten physikalischen Untersuchungsmethoden am gewachsenen Boden. Mit 30 Textabbildungen, 3 Tafeln und 7 Mineralbestimmungstabellen. gr. 8. 166 S. Wien und Leipzig, Wilhelm Braumüller. 1914. Gebunden M. 5.—

Das Buch entstand aus Vorlesungen, die Verf. an der deutschen landwirtschaftlichen Akademie in Tetschen-Liebwerd hielt und mit Übungen verband, und soll dem Agrikulturchemiker dienen. Verf. erwähnt im Vorwort nicht die Bücher von Mitscherlich, Ramann u. a., sondern nur ein 1887 von F. Steinriede geschriebenes Werk und will diesem gegenüber die kristalloptischen Methoden in den Vordergrund stellen, die chemischen aber beiseite lassen.

Nach einigen Kapiteln über die Entnahme der Bodenprobe, über Wasserkapazität, Porenvolumen, Luftkapazität, Durchlässigkeit sowie über mechanische Schlämmanalyse folgen 20 Seiten über optische Erscheinungen, 16 Seiten über Dichte, Härte usw. sowie chemische Reaktionen; auf 40 Seiten werden die einzelnen bodenbildenden Minerale mineralogisch beschrieben.

Ein Büchlein, das lediglich eine kurze Zusammenstellung bekannter und elementarer Dinge enthält, sollte frei von groben Fehlern sein und eine präzise Ausdrucksweise führen. Da liest man nun aber auf S. 36, die Auslöschung sei nur dann gerade, wenn die Kanten des Mineralkornes bei Auslöschung parallel einem Nicolhauptschnitt lagen (hiernach hätte also ein Spaltungsrhomboeder von Kalkspat auf jeder Rhomboederfläche schiefe Auslöschung!); die Auslöschung tetragonaler, hexagonaler und rhombischer Minerale wird als stets gerade bezeichnet (S. 36); „bei den monoklinen Mineralen trifft man das Maximum der Auslöschungsschiefe in Partikeln parallel der Symmetrieebene" (S. 37). Auf S. 58 u. 59 findet sich der fundamentale Irrtum, daß die Volumina zweier Körner in dem gleichen Verhältnis zueinander ständen wie ihre Durchmesser!

Die Ausdrucksweise kann vielfach nur derjenige verstehen, der die Sache zehnmal besser kennt als der Verf. So heißt es S. 35: „Deshalb treten . . . . . in der Richtung der verschiedenen Elastizitätsachsen Farbenunterschiede auf"; das Absorptionsschema „c > b = a" bedeutet z. B., daß die Intensität der Farbe in der Richtung c größer ist als in der von b und in letzterer gleich der von a"; S. 37: „die Interferenzfarbe ist . . . . umso größer"; S. 40: „die Lage der relativ größten und kleinsten Lichtgeschwindigkeit"; S. 32: „die Richtungen von ω und ε_1 sind jetzt parallel mit den Armen des Fadenkreuzes", usw.

Schließlich ist vor allem der ganze Plan des Buches verfehlt. Die schwierigeren Dinge werden als bekannt vorausgesetzt, die einfacheren auseinandergesetzt. Der Begriff des Gangunterschiedes, die Konstruktion des Nicolschen Prismas und die Handhabung des Polarisationsmikroskops sollen dem Leser bekannt sein, demgegenüber wird ihm klar zu machen versucht, wie er festzustellen hat, „in welcher Richtung der untere Nikol das Licht durchläßt" (S. 35). Auf S. 47 steht in dem achtzeiligen Kapitel über Härte: „Fensterglas hat etwa die Härte 5, ein gutes Messer 6";

was diese beiden Zahlen bedeuten sollen, ist mit keinem Worte auch nur angedeutet.

Kurzum: Wer das Buch versteht, liest es nicht; wer es liest, versteht es nicht! Cui bono? —

Diejenigen meiner mineralogischen Kollegen aber, die dem Buch Klischees geliehen haben, möchte ich bitten, sich künftig das Manuskript zeigen zu lassen, bevor sie ein Buch mit guten Abbildungen schmücken und dadurch empfehlen. Johnsen.

B. Gossner, Kristallberechnung und Kristallzeichnung. Ein Hilfsbuch der Kristallographie mit Betonung der graphischen Verfahren sowie der analytischen und zonalen Beziehungen. gr. 8. IV u. 128 S. mit 1 Tafel und 109 Abbildungen im Text. Leipzig und Berlin, W. Engelmann. 1914. M. 8.—

Das Buch beginnt mit einer ausführlichen Beschreibung der stereographischen und der gnomonischen Projektion von einfachen und von verzwillingten Kristallen, wobei auch die „Netze" von G. Wulff und F. E. Wright sowie die Transporteure von S. Penfield und von A. Hutchinson erläutert werden Nach Ableitung der allgemeinen Gleichungen der Kristallberechnung, wobei auch das von Gauß entdeckte und von Liebisch in die rechnende Kristallographie eingeführte rationale Doppelverhältnis benutzt wird, geht Verf. zur Ermittlung von Winkeln, Achsenverhältnissen und Indizes in den einzelnen sieben Kristallsystemen über, indem er in moderner Weise die stereographische Projektion rechnerisch und graphisch zu Hilfe nimmt. Die Parallelprojektion der Kristalle (Kristallzeichnung) wird sowohl aus Naumanns Konstruktion des Achsenkreuzes als auch besonders aus der stereographischen und der gnomonischen Projektion hergeleitet; letztere Verfahren sind ja dem ersteren ganz allgemein, besonders aber bei der Darstellung von Zwillingen, entschieden vorzuziehen; auch die „Kantentreue" (natürliches Längenverhältnis verschiedener Kanten) ist meist schnell zu erreichen.

Das Gossnersche Buch soll u. a. besonders eine Ergänzung zu einer neuen Auflage von Groths Physikalischer Kristallographie darstellen, in welcher die Kapitel über Kristallberechnung und Kristallzeichnung unterdrückt werden sollen. Diesen Zweck wird es sicherlich vollauf erfüllen. Johnsen.

E. A. Wülfing, Die 32 kristallographischen Symmetrieklassen und ihre einfachen Formen. Zweite, gänzlich umgestaltete und erweiterte Auflage der „tabellarischen Übersicht der einfachen Formen der 32 kristallographischen Symmetriegruppen". 48 S. mit 8 Tafeln, 260 Textfig. Berlin, Gebr. Bornträger. 1914.

In der Einleitung wird das für vorliegenden Zweck fundamentale Rationalitätsgesetz, dann die in dem Folgenden zur Veranschaulichung von Symmetrieeigenschaften benutzte stereographische Projektion dargelegt. Nach Einführung der erfahrungsmäßigen Symmetrieelemente der Kristalle (Symmetrieebene, Symmetrieachse, Symmetriezentrum und Drehspiegelungsachse) entwickelt Wülfing unter Benutzung der regulären Kugelteilung in einer für den Nichtmathematiker plausiblen Weise die Möglichkeit von 32 verschiedenen Symmetrieklassen. Aus einem Minimum von Symmetrieelementen, die irgendeine dieser Klassen definieren, werden die übrigen Elemente der betreffenden Klasse hergeleitet. Der vom Verfasser eingeführte Begriff der „Spiegelungsachse" will mir gegenüber „Achse" und „Drehspiegelungsachse" nicht glücklich erscheinen, denn, während beim Vorhandensein einer Drehspiegelungsachse nur die kombinierten Operationen einer Drehung und einer Spiegelung den Kristall zur Deckung mit ihm selbst bringen, gelingt dieses bei Vorhandensein einer „Spiegelungsachse" sowohl durch eine Drehung allein als auch durch eine Spiegelung allein. Übrigens würde dem Begriff der Drehspiegelungsachse das Wort „Spiegelungsachse" genügen, da dem Begriff „Achse" der Begriff „Drehung" ja a priori anhaftet.

Das „Kristallsystem" würde ich als Gesamtheit derjenigen Symmetrieklassen definieren, deren Kristallarten sich auf gleichsymmetrische (statt „gleichartige") Achsenkreuze beziehen lassen. Die Zweiteilung des hexagonalen Systems im weiteren Sinne in „hexagonales" und in „trigonales" System ist — im Hinblick auf die Raumgitterlehre — vielleicht vorteilhaft durch eine Gliederung in „hexagonales" und in „rhomboedrisches" System zu ersetzen.

Das klar und verständlich geschriebene Werkchen wird gewiß gute Dienste leisten, z. B. dem Physiker und dem Chemiker, der zum besseren Verständnis der röntgenspektrometrischen Kristallanalyse sich mit der Symmetrie der Kristalle vertraut machen will. Johnsen.

W. Scheffer, Wirkungsweise und Gebrauch des Mikroskops. 8. IV u. 116 S. mit 89 Abbildungen und 3 Blendenblättern. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1911. Gebunden 3 M.

Es ist leider noch immer keine Seltenheit, daß ein großer Teil der Leute, die mit einem Mikroskop arbeiten müssen, lediglich die Bedeutung der mechanischen Teile und ein paar Handgriffe kennt, aber von der Bildentstehung und der übrigen Wirkungsweise keine Ahnung hat. Um diesem Dilettantismus entgegen zu arbeiten, hat der Verfasser sein Büchlein geschrieben, das in der Tat zur Belehrung wohl geeignet erscheint. Es sei daher bestens empfohlen. C. Schaefer.

H. v. Sanden, Praktische Analysis. XIX u. 185 S., 30 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1914. Geh. M. 3.60, geb. M. 4.20

Vorliegende Arbeit ist der erste Band eines Handbuchs der angewandten Mathematik, welches von H. E. Timerding herausgegeben wird; man kann dem Herausgeber nur wünschen, daß die übrigen Teile des Handbuchs in dem gleichen Maße brauchbare Mathematik bringen! Nach einer eindringlichen, auch für Physiker und Chemiker durchaus nicht überflüssigen Mahnung zur Abfassung ordentlich geführter Rechnungsprotokolle bespricht Verfasser zunächst eingehend die Hilfsmittel der numerischen Rechnung, die Tabellen, die graphischen Hilfsmittel, Rechenschieber und Rechenmaschinen. Den Hauptteil des Buches bilden ausgewählte, bis zum numerischen Resultat an Beispielen durchgeführte Rechenvorschriften für eine Reihe der wichtigsten Operationen, wie z. B. Auflösung von Gleichungen, Interpolation, Quadratur, harmonische Analyse u. a. Besonderer Wert wird darauf gelegt, daß gezeigt wird, wie bei jeder Rechnung der erreichte Grad der Genauigkeit abgeschätzt wird. G. Rümelin.

A. v. Weinberg, Kinetische Stereochemie der Kohlenstoffverbindungen. gr 8. 107 S. mit 25 Abbildungen. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn. 1914. M. 3.—, gebunden M. 4.—

Die Versuche, sich aus physikalischen Eigenschaften chemischer Verbindungen ein Bild über den Aufbau der Moleküle zu konstruieren, welches über das der gebräuchlichen Strukturformeln hinausreicht, sind alt. Es geschah zum Teil unter Annahme starr gerichteter Valenzkräfte wie bei Baeyers Spannungstheorie und bei dem Kohlenstofftetraeder von van t'Hoff, teils wurde die Valenz als etwas Verschiebbares angesehen, wie von Thiele, Werner u. a. Die neue Hypothese, deren Konsequenzen der Verfasser des vorliegenden Buches durchführt, ist die Annahme, daß die Atome im Molekül sich in steter Bewegung befinden. Es wird versucht, eine Stereochemie unter Annahme stets bewegter Atome — eine kinetische Stereochemie — zu schaffen. Unter Voraussetzung, daß die Atome in ihren Verbindungen sowohl je nach ihrer Lage im Molekül um verschiedene Achsen rotieren, als auch sich zum Teil in vibrierender Bewegung befinden, gelingt es dem Verfasser, für Verbrennungswärme und Molekularrefraktion Werte zu berechnen, die mit den experimentell gefundenen Daten verblüffend übereinstimmen.

Wenn vielleicht auch die Grundannahmen Weinbergs nicht genügend experimentell gesichert scheinen, so ist ein Buch doch zu begrüßen, daß in so angenehmem, elegantem Stil auf wenigen Seiten soviel Anregung bringt und zur Diskussion anregt, indem es eine große Menge Erscheinungen unter einem Gesichtspunkte zusammenzufassen sucht. F. Bulle.

Berichtigung.

Auf Seite 830, Spalte 1, Zeile 23 von unten muß es statt: „polaren Ringen 1 oder 2" heißen: „polaren Ringen 1 oder 3". E. Gehrcke.

Personalien.

Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Darmstadt von neuem Dr. Johann Baerwald, zuletzt Privatdozent an der Universität Heidelberg für Physik, an der Universität Zürich Dr. M. Woltke für Physik, an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn Dr. Albin Kurtenacker für analytische Chemie, an der Technischen Hochschule Wien Professor Dr. Otto Danzer für darstellende und projektive Geometrie.

Ernannt: Der wissenschaftliche Hilfsarbeiter Dr. Paul Viktor Neugebauer zum Observator am Astronomischen Recheninstitut der Universität Berlin.

Vom Lehramt zurück: Der Privatdozent für Chemie an der Universität München Dr. Jean Felix Piccard, der Observator am Astronomischen Recheninstitut der Universität Berlin in Dahlem Professor Dr. Paul Lehmann.

Gestorben: Der Privatdozent für Meßapparate und Meßmethoden der drahtlosen Telegraphie an der Technischen Hochschule Berlin Professor Dr. Bruno Glatzel, der frühere Professor für Chemie an der Landwirtschaftlichen Hochschule Magyar-Ovár (Ungar.-Altenburg) Dr. Josef Nuricsan, der Observator an der Königl. Sternwarte Berlin-Babelsberg Dr. Julius Liebmann, der Professor der Chemie an der K. K. Kunstgewerbeschule Wien Regierungsrat Dr. Friedrich Linke, der ord. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule München Dr. Heinrich Burkhardt, der Kustos an der Sternwarte und Privatdozent für Geophysik und Erdmagnetismus an der Universität München Dr. Friedrich Bidlingmaier, der Herausgeber des Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas Dr. Willem Anne van Dorp in Naarden, der Professor der Chemie an der Vanderbilt University William L. Dudley, der a. o. Professor der Mathematik der Böhmischen Technischen Hochschule Prag Dr. Frantisek Velisek.

Vorlesungsverzeichnis für das Wintersemester 1914/15.

Universität München.

Hartogs: Vorlesung „Determinantentheorie" fällt aus. — **Dingler**: liest nur: Mathematisch-philosophisches Kolloquium, 2. —

Professor Piloty wird event. später ankündigen.

Professor Koch, sowie die Privatdozenten Dr. Schmauß, Bidlingmaier, Pummerer, Meyer, Kalb, Lenz, Piccard lesen nicht.

Akademie Posen.

Spies: Einführung in die Röntgentechnik, 2. — **Könnemann**: Ausgewählte Kapitel aus der Physik der Meteore, Kometen, Fixsterne und Nebelflecke, 1. — (Die physikalischen Vorlesungen wurden eingeschränkt, die chemischen und mathematischen fallen aus.)

Technische Hochschule Stuttgart.

v. Koch: Experimentalphysik: Elektrostatik, Magnetismus, Elektrokinematik, Optik, 4; Theoretische Physik mit mathematischen Ergänzungen zur Experimentalphysik, 2; Übungen im physikalischen Institut (mit Schumm), a) Physikalisches Praktikum, halbtägig, tägl. außer Sonnabend, b) Anleitung zu physikalisch-wissenschaftlichen Arbeiten, tägl.; Handfertigkeits-Praktikum in Physik, für Vorgeschrittene, 2—3; Physikalisches Kolloquium, 2; Meteorologie, ausgewählte Kapitel, 1. — **Veesenmayer**: Grundlagen der Elektrotechnik: Konstruktionen und Anlagen, 2, Übungen, 1; Elektrotechnische Konstruktionselemente (mit Brandegger), 1; Dynamobau I (mit Brandegger), Seminar, 1, Übungen, 6, II, 2; Elektrotechnische Maschinenkonstruktionen (mit Brandegger), 8; Elektrische Betriebe: Elektrische Kraftwerke und Antriebe, 2; Projektieren elektrischer Anlagen (mit Brandegger), Übungen, 4; Übungen in elektrischen Konstruktionen und Anlagen (mit Brandegger), 4. — **Emde**: Grundlagen der Elektrotechnik: Beschreibung des elektromagnetischen Feldes, 2, Übungen, 1; Wechselstromtechnik I, 2, Übungen (mit Spielrein), 8, II, 2, Übungen (mit Spielrein), 4. — **Herrmann**: Elektrische Meßinstrumente und Meßmethoden I, 1, Übungen, 8, II, 1, Übungen, 4; Schwachstromtechnik I, 2, Übungen, 4; Übungen in drahtloser Telegraphie, 4; Grundzüge der Elektrotechnik, 2. —

Gutbier: Anorganische Chemie, 4; Analytische Chemie auf physiko-chemischer Grundlage, 1; Übungen im Laboratorium für anorganische Chemie (mit Schmidt und Huber). — **Küster**: Pharmazeutische Chemie, anorganischer Teil, 2; Chemie der Nahrungsmittel, Genußmittel und Gebrauchsgegenstände, 2; Organisch-chemische Technologie, 2; Übungen im Laboratorium für organische Chemie und Pharmazie (mit Bauer), tägl. außer Sonnabend. — **Grube**: Elektrochemie, 2; Übungen im Laboratorium für Elektrochemie und Technische Chemie. — **Kauffmann**: Farbenchemie unter besonderem Eingehen auf die Chemie mehrkerniger Benzolderivate, 2; Radioaktivität und Elektronik, 1. — **Schmidt**: Analytische Chemie, 2; Einführung in die Stöchiometrie, 1; Chemisches

Seminar, 2. — **Bauer**: Die chemische Untersuchung des Harns mit Übungen, 2; Stereochemie, 1. —

Kutta: Höhere Mathematik II, 5, Übungen, 3, IV, 1, Übungen, 1; Mathematisches Seminar, 2. — **Mehmke**: Darstellende Geometrie (mit Stübler), 3, Übungen, 4; Graphisches Rechnen mit Ergänzungen aus den Gebieten des numerischen und mechanischen Rechnens (mit Stübler), 1, Übungen, 2; Analytische Mechanik (mit Stübler), 3, Übungen, 1; Mathematisches Seminar, 1. — **Haller**: Ebene und sphärische Trigonometrie, 2, Übungen, 2 und 1. — **Stübler**: Niedere Analysis, 4; Elemente der Differential- und Integralrechnung, mit Übungen, 4. — **Wölffing**: Höhere Algebra, 3. — **Kommerell**: Geometrische Transformationen, 2. — **Roth**: Schattenkonstruktionen und Beleuchtungskunde, 4. — **Kriemler**: Technische Mechanik, 6, Übungen, 2. — **v. Hammer**: Ausarbeitung der geodätischen Aufnahmen, 2; Praktische Geometrie (Vermessungskunde) I, 3, Übungen, 6; Geodätische Übungen (mit Heer), 4; Ausgleichungsrechnung: Methode der kleinsten Quadrate, 2; Direkte Zeit- und geographische Ortsbestimmung, mit Übungen, 2. — **Heer**: Plan- und Geländezeichnen, 4. —

Universität Wien.

Nachtrag: Kohl: Grundzüge der elektromagnetischen Lichttheorie, 2. — **Schmidt**: Meteorologie der freien Atmosphäre, 1. — **Radon**: Bilineare und quadratische Formen (einschließlich der Elementarteilertheorie und der Formen von unendlich vielen Variablen), 2. —

Die Herren **Hasenöhrl, Pollak, Wenzel** werden eventuell später ankündigen.

Die Herren **Ehrenhaft, Haschek, Mache, Nabl, Kohlrausch, Schrödinger, Kailan, Zellner** werden nicht lesen.

Technische Hochschule Wien.

Jäger: Physik für Bauingenieure, 3; Ausgewählte Kapitel der Physik, 2; Optik für Geodäten, 2. — **Mache**: Physik für Maschineningenieure und Chemiker, 5. — **Liznar**: Meteorologie und die wichtigsten Lehren der Klimatologie, 2. — **Sahulka**: Elektrotechnik, 4½, Praktische Übungen I (mit Reithoffer), 4; Elektrotechnische Meßkunde, 2. — **Reithoffer**: Enzyklopädie der Elektrotechnik, 2; Elektrische Schwingungen und Wellen, 2. — **N. N.**: Dynamobau, 5½, Konstruktionsübungen, 6; Elektrotechnik, Praktische Übungen II, 4. — **Hochenegg**: Elektrische Arbeitsübertragung, 3; Bau und Betrieb elektrischer Anlagen einschließlich Stromverteilung, 2, Übungen, 4. — **Jüllig**: Elektrische Telegraphie und Eisenbahn-Signalwesen, 2. — **Zelisko**: Die Fernsprechtechnik, 2; Die Telegraphentechnik, 1. —

Bamberger: Allgemeine Experimentalchemie I: Anorganische Chemie, 6, Übungen, tägl. — **Suida**: Allgemeine Experimentalchemie II: Organische Chemie II, 4; Die wichtigsten Kapitel aus der Chemie der aromatischen Verbindungen, 4; Chemische Technologie organischer Stoffe, 5, Übungen, tägl. außer Sonnabend. — **Vortmann**: Analytische Chemie, 4, Übungen, tägl. — **Moser**: Qualitative chemische Analyse, 2. — **v. Jüptner**: Theoretische und physikalische Chemie II, 2, Übungen, 4; Chemische Technologie anorganischer Stoffe, 5, Übungen, tägl. außer Sonnabend; Technische Feuerungen, 5. — **Praetorius**: Physikalisch-chemisches Messen und Rechnen, 1. — **Lafar**: Chemie der Nahrungs- und Genußmittel, 2. — **Böck**: Chemie der synthetischen organischen Arzneimittel, 2. — **Klimont**: Chemie der hydroaromatischen Verbindungen und Terpene, 2. — **Paweck**: Technische Elektrochemie, 3. — **Ulzer**: Technische Analyse organischer Stoffe, 2. — **Eder**: Photochemie und angewandte Photographie, 1; Photographisches Praktikum, 4. — **Abel**: Katalyse, 2. — **Strache**: Beleuchtungsindustrie, 2, Übungen, 4. — **Erban**: Chemische Textilindustrie I, 2. — **Ruß**: Neuere Verfahren der anorganisch-chemischen Großindustrie, 1½. — **Strunz**: Geschichte der Naturwissenschaften und der Naturbetrachtung in der Renaissance und Neuzeit I, 2; Geschichte der Chemie und Alchemie, 2, Übungen, 2. —

Zsigmondy: Mathematik I, für Maschineningenieure, 5, Korrepetitionen, 2. — **Rothe**: Mathematik I, für Bauingenieure, 5; Ausgewählte Kapitel aus der höheren Mathematik, 2. — **Czuber**: Mathematik II, 5, Korrepetitionen, nach Vereinbarung; Wahrscheinlichkeitsrechnung, 3. — **Suppantschitsch**: Elemente der höheren Mathematik, 4, Übungen, 1. — **N. N.**: Enzyklopädie der Mathematik, 3. — **Tauber**: Versicherungsmathematik I, 4, II, 2. — **Förster**: Politische Arithmetik, 2. — **Blaschke**: Einführung in die mathematische Statistik, 3. — **Müller**: Darstellende Geometrie und konstruktives Zeichnen für Bauingenieure, 5, Konstruktionsübungen, 6, Seminar, 2; Konstruktive Behandlung der Schraub- und Schiebflächen, 2, Konstruktionsübungen, 2. — **Schmid**: Darstellende Geometrie und konstruktives Zeichnen für Maschineningenieure, 4, Konstruktionsübungen, 6; Projektive Geometrie I, 3, Konstruktionsübungen, 2. — **Lackner**: Liniengeometrie, 2. — **Wieghardt**: Mechanik I: Mechanik der starren und flüssigen Körper, für Bauingenieure, 5, Übungen, 2. — **Jung**: Mechanik I: Mechanik der starren und flüssigen Körper für Maschineningenieure, 5, Übungen, 2. — **Kirsch**: Mechanik II: Elastizitäts- und Festigkeitslehre, mit Übungen, 5. — **Girtler**: Enzyklopädie der Mechanik, 5. — **Leon**: Ausgewählte Kapitel der Festigkeitslehre und Materialprüfung, 1½; Analytische Mechanik des elastischen festen Körpers, 1½. — **Pollack**: Elemente der niederen Geodäsie, 4. — **Dolezal**: Niedere Geodäsie, 7½, Übungen für Bauingenieure, 5; Photographische Meßkunst: Photometrie, 1½, Übungen, 2; Geodätisches Seminar, 2. — **Dokulil**: Übungen zur niederen Geodäsie für Geodäten, 5; Geodätisches Zeichnen: Situationszeichnen, 4; Technik des Katasterwesens, 2, Übungen, 2½; Technische Terrainlehre, 1½. — **Schumann**: Höhere Geodäsie, 2; Ausgewählte Kapitel aus höherer Geodäsie, 1; Übungen im Beobachten und Rechnen, 3. —

Angebote.

Für die Redaktion verantwortlich i. V. Privatdozent Dr. Max Born in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.

Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 22. — 1. Dezember 1914. — 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 23 am 1. Dezember 1914

INHALT:

Dem Andenken der im Kriege gefallenen deutschen Physiker.

Karl Baedeker (Jena).

Es war am 31. Juli, als ich aus meinem Hörsaal trat und zu dem auf dem Korridor stehenden Kollegen Baedeker sagte: So, jetzt ist wieder einmal ein Semester zu Ende! Er aber hatte noch eine Vorlesungsstunde vor sich und gestand mir, wie ungern er dahinein ginge, seine Gedanken weilten ganz woanders. In der Tat war ja die Mobilmachung stündlich zu erwarten, und längst hatte er, der Artillerie-Oberleutnant, den Befehl in der Tasche, am ersten Mobilmachungstage sich in Halberstadt einzufinden. Ich drückte ihm die Hand und sagte mit größerer äußerer als innerer Sicherheit: Auf Wiedersehen! Eine Woche darauf war er schon als Ordonnanzoffizier beim Stabe der 14. Infanteriebrigade an der Seite seines Generals bei dem Sturme auf Lüttich gefallen, als erstes Kampfesopfer der Stadt und Universität Jena; war der Gattin der Gatte, den beiden Kindern der Vater entrissen. Noch am 5. August hatte er über die erbitternde Teilnahme der belgischen Zivilbevölkerung am Kampfe berichtet und auf den bevorstehenden Sturm auf das Fort Fléron hingewiesen. Am Morgen des 6. August, noch in der Dunkelheit, brach die Brigade auf und wurde alsbald vom heftigsten Feuer empfangen. In einem Augenblicke der Ermattung des Angriffs sprengte der General mit seinem Ordonnanzoffizier vor: ein Granatschuß tötete beide. Sie fanden mit fünf anderen Offizieren ihr Grab in



K. Baedeker

einem Garten der Ortschaft Rétinne, acht Kilometer östlich von Lüttich. Die Trauer um den fein besaiteten, liebenswerten Kollegen war so allgemein, daß man einige Tage mehr von seinem Tode als von dem Fortgange des Krieges sprach, und das will viel sagen.

Als Sohn des Verlagsbuchhändlers Fritz Baedeker, Herausgebers der Reisebücher, am 3. Febr. 1877 in Leipzig geboren, hat der Dahingegangene nur ein Alter von 37 Jahren erreicht und doch in dieser Zeit auch der physikalischen Wissenschaft, der er sich bald zuwandte, wertvolle Dienste geleistet. Nach dem Abgange vom Gymnasium studierte er in Genf, Heidelberg, München und Göttingen, promovierte 1900 bei Nernst, arbeitete bei Wiener, W. Wien und Des Coudres und war Assistent bei König in Greifswald. 1907 habilitierte er sich in Jena, wo er 1910 zum außerordentlichen Professor ernannt wurde. Von der physikalischen Chemie ausgegangen, kam er bald auf Spezialprobleme der metallischen Leitung und der Thermoelektrizität, und es gelang ihm hier merkwürdige Beziehungen und Anomalien aufzufinden. Durch sein Buch „Die elektrischen Erscheinungen in metallischen Leitern" hat er bewiesen, wie gut er es auch verstand, einen Überblick über ein größeres Gebiet zu gewinnen und andere davon Nutzen ziehen zu lassen. Als akademischer Lehrer hat er seinen Platz in mehr als normaler Weise ausgefüllt; insbesondere hat er sich der Aufgabe, das Hauptkolleg über Experimentalphysik durch ein kleineres mit komplizierteren Demonstrationen für Fortgeschrittene zu ergänzen, in vortrefflicher Weise und mit gutem Erfolge entledigt. Wie er seinen Lehrberuf auffaßte, bezeugt u. a. der Abschiedsbrief eines Studenten, der ihm für die immer gleiche Hingabe an seine Schüler dankt, „deren Förderung er sich habe angelegen sein lassen, selbstlos und unbekümmert um sein Prestige, allein im Interesse der Wissenschaft".

Wir wollen nicht die, in jetziger Zeit doppelt widersinnige Phrase wiederholen, sein Tod schaffe eine unausfüllbare Lücke; es wäre schlimm um unser Vaterland bestellt, wenn dem so wäre. Aber gerade daran, daß dem nicht so ist, daß namentlich unsere Wissenschaft und unser Hochschulwesen gefestigt genug sind, um selbst nach schwersten Verlusten wieder aufzuleben und neu zu erblühen, daran hat auch Baedeker zu seinem Teile ein köstliches Verdienst, und so hat er seine Kraft zweimal dem Vaterlande nutzbar gemacht: im Leben und im Tode. Dem Menschen aber werden wir, unterstützt durch das Bild seiner vornehmen Persönlichkeit, gern und dauernd unser Gedenken weihen.

Jena, Oktober 1914.

Felix Auerbach.

Georg Fuhrmann (Berlin).

Der verdienstvolle Leiter der physikalischen Abteilung der „Deutschen Versuchsanstalt für Luftfahrt" in Adlershof bei Berlin, Dr. phil. Georg Fuhrmann hat am 4. September in der Gegend von Antwerpen den Tod auf dem Schlachtfelde gefunden.

Georg Fuhrmann ist am 27. Dezember 1883 zu Hannover geboren, erwarb sich an der „Leibnizschule" dortselbst das

Zeugnis der Reife und bezog im Herbst 1902 die Technische Hochschule in Hannover, um Elektrotechnik zu studieren. Nachdem er im Anfang des Jahres 1907 das Diplomexamen abgelegt hatte, siedelte er als Assistent des Unterzeichneten nach Göttingen über; dort war er zunächst mit Vorarbeiten für das Projekt einer „Modellversuchsanstalt für Luftfahrt" betraut, hat dann die Pläne bearbeitet, hernach die Bauaufsicht geführt, ferner die Apparate für die innere Einrichtung der Anstalt konstruiert, sie in Gang gebracht und justiert. Nach Fertigstellung der Anstalt war er — mit einer Unterbrechung durch Ableistung seines Militärdienstjahres — bis zum Herbst 1912 als Beobachter an der Anstalt tätig.





Aus dieser Tätigkeit, der er mit feinem Verständnis und hingebender Gewissenhaftigkeit oblag, sind eine Reihe von Veröffentlichungen hervorgegangen, deren wichtigste seine inhaltsreiche Dissertation „Theoretische und experimentelle Untersuchungen an Ballonmodellen" ist (veröffentlicht im Jahrbuch der Motorluftschiff-Studiengesellschaft 1911/12). In dieser Dissertation sind für eine Reihe von Körperformen, wie sie bei Lenkluftschiffen üblich sind, die Potentialströmungen einer reibungslosen Flüssigkeit berechnet, ferner ist an Modellen, die den berechneten Formen entsprechen, die Druckverteilung in strömender Luft beobachtet und mit der theoretisch berechneten Druckverteilung verglichen, wobei sich eine überraschend große Übereinstimmung ergibt. Ferner sind die Luftwiderstände der Modelle bei verschiedenen Luftgeschwindigkeiten gemessen.

Von anderen Publikationen sind hauptsächlich die „Mitteilungen der Göttinger Modellversuchsanstalt" in der Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt zu erwähnen, von denen die folgenden von ihm stammen:

Nr. 3. Widerstands- und Druckmessungen an Ballonmodellen I. 1910, S. 130.

Nr. 4. Verhalten von Ballonkörpern bei Schrägstellung. 1910, S. 161.

Nr. 8. Widerstands- und Druckmessungen an Ballonmodellen II. 1911, S. 165.

Nr. 12. Untersuchungen an einem Propellermodell. 1913, S. 89.

Während seiner Göttinger Zeit und auch später noch hat sich Fuhrmann auch als Referent betätigt, so bearbeitete er längere Zeit das Gebiet Aerodynamik und Luftschiffahrt für die Beiblätter der Annalen der Physik.

Seinen Publikationen gleichzustellen sind die mannigfachen Apparate und Meßgeräte, die er konstruiert hat, und die von seiner hervorragenden Begabung für feinmechanische Konstruktionen Zeugnis ablegen.

Im Herbst 1912 wurde er an die neugegründete Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt in Adlershof berufen, in der er bald die Leitung der physikalischen Abteilung übertragen erhielt. Seine dortige Tätigkeit, die sich aufs schönste zu entfalten begonnen hatte, wurde jäh unterbrochen durch den Krieg, aus dem er nicht mehr zurückkehren sollte!

Dem kenntnisreichen und fast zu bescheidenen, immer liebenswürdigen Manne waren alle zugetan, die mit ihm zu tun hatten. Sein Tod, aufs lebhafteste betrauert von allen seinen Mitarbeitern, bedeutet einen schweren Verlust für das flugtechnische Versuchswesen. Seine Arbeiten werden ihm ein dauerndes Andenken sichern. L. Prandtl.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über den Zusammenhang zwischen dem Joule-Thomson-Effekt, der spezifischen Wärme und der Zustandsgleichung.

Von Rudolph Plank.

Die Drosselversuche, welche Joule und Thomson[1]) vor mehr als 50 Jahren mit Luft und anderen Gasen ausführten, sind schon oft als Ausgangspunkt für thermodynamische Berechnungen aller Art gewählt worden. Die Schlußfolgerungen, die sich aus solchen Berechnungen ergeben, haben sich als überaus fruchtbar erwiesen und sowohl in der Wissenschaft, wie auch in der Technik volle Anerkennung gefunden. Das charakteristische Merkmal für den Drosselprozeß ist bekanntlich die Unveränderlichkeit des Wärmeinhalts i[2]), welcher sich aus der Summe der inneren Energie u und des Produktes APv zusammensetzt, wenn $A = \frac{1}{427}$ das mechanische Wärmeäquivalent, P den Druck in kg pro qm und v das spezifische Volumen in cbm pro kg bedeutet. Es ist also beim Drosseln

$$i = u + APv = \text{konst.}$$

Joule und Thomson haben die Ergebnisse ihrer Versuche in die Form

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{a}{T^2} \tag{1}$$

gekleidet, wobei T die absolute Temperatur bedeutet und a eine Konstante sein soll.

1) Thomson-Joule, Phil. Trans. 1862, S. 579.
2) i ist eins der von Gibbs eingeführten thermodynamischen Potentiale.

Auf den Zusammenhang zwischen der Größe $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i$ und anderen kalorischen und thermischen Größen hat Thomson (Lord Kelvin) selbst hingewiesen und die außerordentlich wichtige Beziehung

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{A}{c_p}\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v\right] = \frac{AT^2}{c_p}\left(\frac{\partial \frac{v}{T}}{\partial T}\right)_p \tag{2}$$

abgeleitet. Unter der vereinfachenden Annahme, daß die spezifische Wärme bei konstantem Druck c_p konstant ist, wodurch naturgemäß der Gültigkeitsbereich der Schlußfolgerungen entsprechend eingeschränkt wird, hat Thomson aus den Gleichungen (1) und (2) durch einfache Integration die Zustandsgleichung

$$v = \frac{RT}{P} - \frac{ac_p}{3AT^2} \tag{3}$$

abgeleitet, in welcher $R = \frac{848}{\mu}$ die Gaskonstante und μ das Molekulargewicht bedeutet. Die Zustandsgleichung (3) enthält das Volumen nur in erster Potenz, eignet sich also vorzüglich zur Berechnung von v aus den Werten von Druck und Temperatur, die der Beobachtung leichter zugänglich sind, ferner enthält Gl. (3) im Korrektionsglied nur die Temperatur, so daß an Einfachheit nichts zu wünschen übrig bleibt. In einer früheren Abhandlung[1]) habe ich gezeigt, daß Gl. (3) die spezifischen Volumina des Stickstoffes bis an die Sättigungsgrenze für Drucke von 0,1 bis 4 Atmosphären mit unübertrefflicher Genauigkeit wiedergibt.

1) Diese Zeitschr. 11, 633, 1910.

Aus der Verbindung der Gl. (1) und (2)

$$A\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v\right] = c_p \frac{a}{T^2} \qquad (4)$$

hat N. Schiller[1]) unter der allgemeinen Voraussetzung, daß c_p nicht konstant, sondern eine Funktion vom Druck und von der Temperatur ist, für c_p die Lösung

$$c_p = T^2 \cdot F(T^3 - 3aP)$$

gefunden. Bezeichnet man die spezifische Wärme bei unendlicher Verdünnung, also im Grenzfalle für $P = 0$ mit c^0_p, so wird

$$c_p = c^0_p\left(1 - \frac{3aP}{T^3}\right)^{-\frac{2}{3}}.$$

Mit diesem Wert von c_p erhält man aus Gl. (4) die Zustandsgleichung

$$v = \frac{RT}{P} - \frac{c^0_p T}{3AP}\left[1 - \left(1 - \frac{3aP}{T^3}\right)^{\frac{1}{3}}\right] \qquad (5)$$

die theoretisch genauer ist als Gl. (3) und in die letztere übergeht, wenn man in erster Annäherung

$$\left(1 - \frac{3aP}{T^3}\right)^{\frac{1}{3}} = 1 - \frac{aP}{T^3}$$

setzt.

So weit reichten die Konsequenzen, die aus den Drosselversuchen von Joule und Thomson in bezug auf die spezifische Wärme c_p und auf die Zustandsgleichung gezogen werden konnten.

Es hat sich jedoch gezeigt, daß die Gl. (1), (3) und (5) selbst in einem beschränkten Druck- und Temperaturgebiet die Gesetzmäßigkeiten nicht für alle Körper richtig wiederzugeben imstande sind; insbesondere fällt der Exponent der Temperatur im Nenner der rechten Seite der Gl. (1) und (3) für verschiedene Stoffe sehr verschieden aus. Callendar[2]) bringt in einer ausgezeichneten Abhandlung in dem allgemeineren Ansatz

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{a}{T^n} \qquad (1\,a)$$

und der daraus resultierenden angenäherten Zustandsgleichung

$$v = \frac{RT}{P} - \frac{a c^0_p}{(n+1) A T^n} \qquad (3\,a)$$

den Exponenten n mit dem Verhältnis $x = \frac{c^0_p}{c^0_v}$ der spezifischen Wärmen c^0_p und c^0_v im vollkommenen Gaszustand (bei unendlicher Verdünnung) in Verbindung und setzt

$$n = \frac{c^0_v}{AR} = \frac{1}{x-1}. \qquad (6)$$

Setzt man die Abhängigkeit von x von der Atomzahl im Molekül nach der Maxwellschen Theorie als richtig voraus, so ergibt sich:

für einatomige Gase $n = 1{,}5$
„ zweiatomige „ $n = 2{,}5$
„ dreiatomige „ $n = 3{,}5$ usw.

steigend um die Einheit für jedes weitere Atom im Molekül.

Die angeführten Zahlen scheinen mit den tatsächlichen Werten des Exponenten n nur annähernd übereinzustimmen, doch tritt die Tendenz, daß n mit wachsender Atomzahl zunimmt, klar hervor; so setzt Callendar[1]) selbst für den dreiatomigen Wasserdampf $n = \frac{10}{3} = 3{,}33$ statt 3,5. Denselben Wert benutzte Mollier[2]); die von ihm verwendete Zustandsgleichung lautet:

$$v - v' = \frac{RT}{P} - C\left(\frac{273}{T}\right)^{n}, \qquad (7)$$

wobei C eine Konstante bedeutet. Gl. (7) unterscheidet sich von (3a) nur durch das sehr kleine Zusatzglied v', welches bei allen praktischen Rechnungen vernachlässigt werden kann. Das Zusatzglied v' hat dieselbe Bedeutung, wie das Kovolumen in der van der Waalsschen Zustandsgleichung. Mollier setzt v' gleich dem Volumen des flüssigen Wassers bei Zimmertemperatur. Da für Wasserdampf erfahrungsgemäß $x = 1{,}3$ ist, so wird mit $n = \frac{10}{3}$ die Gl. (6) erfüllt.

R. Linde[3]), auf dessen Zustandsgleichung weiter unten eingegangen werden soll, setzt $n = 3$, betont jedoch auf Seite 68, daß sich der Anschluß der Gleichung an die Versuchswerte nicht verschlechtert, wenn $n = 3{,}5$ gesetzt wird und dabei gleichzeitig eine andere Konstante in seiner Gleichung verändert wird. Er zieht den Exponenten $n = 3$ vor, um die Zahlenrechnungen nicht durch Einführung eines gebrochenen Exponenten zu erschweren.

Für zweiatomige Gase, also auch für Luft, würde die Annahme von Callendar auf den Wert $n = 2{,}5$ führen, während Joule und

1) N. Schiller, Journ. d. russ. phys.-chem. Ges. **22**, 110, 1890 und Wied. Ann. **40**, 149, 1890; vgl. auch M. Planck, Vorles. über Thermodynamik, 2. Aufl., S. 123.

2) Callendar, Proc. Roy. Soc. **67**, 266, 1900.

1) Callendar, Encyclop. Brit. Artikel, „Thermodynamics" und „Vaporisation".

2) Mollier, Neue Tabellen und Diagramme für Wasserdampf, bei J. Springer 1906.

3) R. Linde, Die thermischen Eigenschaften des gesättigten und überhitzten Wasserdampfes. Mitteil. über Forsch.-Arbeiten, herausg. vom Verein deutsch. Ing. **21**, 57, 1905.

Thomson für Luft aus ihren Versuchen $n = 2$ fanden. Es sei bemerkt, daß die Versuche der beiden Forscher nur innerhalb ziemlich enger Temperaturgrenzen (zwischen 4^0 und etwa 100^0 C) ausgeführt wurden und bei den höheren Temperaturen eine nicht unbedeutende Streuung aufweisen[1]).

Neuere Versuche von Bradley und Hale[2]), die bei Temperaturen von 0^0 bis -100^0 C vorgenommen wurden, lassen deutlich erkennen (vgl. die Tabelle auf S. 283 der Originalarbeit a. a. O.), daß besonders bei tiefen Temperaturen der Exponent $n = 2$ nicht mehr ausreicht und durch einen höheren ersetzt werden muß. Besonders kennzeichnend dafür, daß dem Exponenten $n = 2$ im Ansatz von Joule und Thomson keinerlei universelle Bedeutung beizumessen ist, ist der von Rose-Innes[3]) erbrachte Nachweis, daß die Beobachtungen beider Forscher sich ebensogut durch die Formel

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{\alpha}{T} - \beta$$

mit 2 Konstanten α und β darstellen lassen. Auf diese Formel werden wir weiter unten noch zurückkommen.

Eine zweite wesentliche Unvollkommenheit der Formel (1) ist darin zu erblicken, daß die Abkühlung bei der Drosselung sich unabhängig vom (mittleren) Drosseldruck ergibt. Joule und Thomson steigerten bei ihren Versuchen den Druck nur bis ca. 6 Atmosphären und fanden, daß die gesamte Abkühlung dem Druckabfalle proportional ist, was aus Gl. (1) unmittelbar folgt. Über den Einfluß der absoluten Höhe des Druckes konnten die genannten Forscher im engen untersuchten Druckgebiet nichts aussagen. Die Erfahrungen an Lindeschen Luftverflüssigungsmaschinen lehrten jedoch, daß es nutzlos ist, den Druck über ein bestimmtes Maß zu erhöhen, woraus man schließen muß, daß der Kühleffekt mit zunehmendem Druck sinken muß. In der Tat fand Kester[4]) daß Kohlensäure von Zimmertemperatur bis zu 40 Atm. bei der Drosselung der Gleichung

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = a - bP \tag{8}$$

genügt. Im Gegensatz dazu hatte Natanson[5]) bei Kohlensäure von 20^0 eine Zunahme der Abkühlung mit dem Druck, der bis 25 Atm. gesteigert wurde, nach der Formel

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = a_1 + b_1 P \tag{8a}$$

festgestellt. Vogel[1]) führt die Ergebnisse Natansons auf Versuchsfehler zurück; bei eigenen Versuchen mit Luft und Sauerstoff, die bei $+10^0$ C und bei Drucken bis zu 150 Atm. durchgeführt wurden, wobei der Druck stets um 6 Atm. abgedrosselt wurde, findet Vogel im Einklang mit Kester

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{a - bP}{T^2}, \tag{9}$$

wobei er also innerhalb enger Temperaturgrenzen die Reduktion im umgekehrten Verhältnis zum Quadrat der absoluten Temperatur, wie in Gl. (1) als zulässig erachtet. Mißt man den Druck in kg pro qcm (technische Atmosphäre), so ergeben sich, reduziert auf 0^0 C, folgende Zahlenwerte für a und b:

Luft: $a = 0{,}268 \cdot (273)^2$; $b = 0{,}00086 \cdot (273)^2$

Sauerstoff: $a = 0{,}313 \cdot (273)^2$; $b = 0{,}00085 \cdot (273)^2$.

Den Einfluß der absoluten Höhe des Druckes auf die Abkühlung haben in neuerer Zeit noch Dalton[2]) sowie Bradley und Hale[3]) studiert. Beide Forscher haben nicht die Größe $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i$, sondern die endliche Abkühlung $\triangle T$ beim Abdrosseln von einem Druck P_1 auf 1 Atm. gemessen. Die Berechnungen von Dalton für Wasserstoff auf Grund der Zustandsgleichung von Kamerlingh-Onnes sowie die Versuche mit Luft bei 0^0 C und bei Drucken bis $P_1 =$ 42 Atm., haben ergeben, daß sich die Abkühlung $\triangle T$ in der Form

$$\triangle T = A(P_1 - 1) + B(P_1^2 - 1) + C(P_1^3 - 1) + \ldots\ldots$$

schreiben läßt, wobei für Luft die ersten 2 Terme rechts ausreichen. Die Faktoren A, B, C usw. sind dabei Funktionen der Temperatur (Anfangstemperatur T_1). Für $T_1 = 273^0$ findet Dalton für Luft, wenn der Druck in kg pro qcm gemessen wird

$$A = 0{,}264; \qquad B = -0{,}000195.$$

Bradley und Hale haben den Druck P_1 bis auf 204 Atm. gesteigert und die Anfangs-

1) Vgl. W. Schüle, Techn. Thermodynamik, II. Bd. S. 64, 1914.

2) Bradley u. Hale, The nozzle expansion of air at high pressure, Phys. Rev. **29**, 258, 1909.

3) Rose-Innes, Phil. Mag. **45**, 227, 1898.

4) Kester, Der Joule-Thomson-Effekt in Kohlensäure, diese Zeitschr. **6**, 44, 1905.

5) Natanson, Über die Abkühlung der Kohlensäure. Wied. Ann. **31**, 502, 1887.

1) Vogel, Über die Temperaturänderung von Luft und Sauerstoff usw. Diss. München und Mitteil. über Forsch.-Arbeiten d. Ver. d. Ing. **108/109**, S. 1, 1911.

2) J. P. Dalton, Communications, Leiden, **109**a, **109**c, 1909.

3) Bradley u. Hale, a. a. O.

temperatur T_1 zwischen 0 und -100^0 C verändert. Sie finden, daß etwa drei Viertel ihrer zahlreichen Beobachtungswerte sich annähernd durch die Gleichung

$$\triangle T = \left[A_0(P_1 - 1) - B_0(P_1 - 1)^2\right]\left(\frac{273}{T_1}\right)^2$$

wiedergeben lassen, wobei A_0 und B_0 Konstanten sind. Die Druckfunktion läßt sich ohne weiteres in die vorher mitgeteilte Daltonsche Form überführen; man erhält

$$\triangle T = \left[(A_0 + 2B_0)(P_1 - 1) - \right.$$
$$\left. - B_0(P_1^2 - 1)\right]\left(\frac{273}{T_1}\right)^2.$$

Bradley und Hale finden, daß obige Gleichung ihre Versuchswerte bei tiefen Temperaturen (von etwa -60^0 abwärts) nicht wiederzugeben vermag. Wie wir schon erwähnt hatten, wird besonders der Exponent der Temperatur merklich größer als 2. Die Verfasser geben a. a. O. auf S. 284 zwei Formeln an, welche beide recht komplizierte Druck- und Temperaturfunktionen darstellen, dafür aber die Gesamtheit ihrer Versuchszahlen genau enthalten. Auf eine Wiedergabe dieser Formeln wird hier verzichtet, da sie sich infolge ihres komplizierten Aufbaus zur praktischen Berechnung des Kühleffekts nicht eignen und auch nur einen rein empirischen Charakter haben.

Auch bei Wasserdampf hat es sich herausgestellt, daß der einfache Ansatz nach Gl. (1) bzw. (1a) nicht mehr genügt.

So zeigte R. Linde[1]), daß sich die Drosselversuche, die Grindley[2]) und Griessmann[3]) mit Wasserdampf durchgeführt haben, mit befriedigender Genauigkeit durch die Gleichung

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{a}{(1 + bP)T^3} \qquad (10)$$

wiedergeben lassen. Dabei ist die Abhängigkeit von der Temperatur mit Rücksicht auf das kleine untersuchte Temperaturgebiet nur eine angenäherte.

Es sei noch bemerkt, daß sich aus der van der Waalsschen Zustandsgleichung eine Veränderlichkeit des Ausdruckes $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i$ mit Druck und Temperatur ergibt[4]) und zwar nimmt dieser Ausdruck mit wachsendem Druck ab, solange die reduzierte Temperatur $\Theta > 2$ ist, also z. B. bei Luft von Zimmertemperatur. Dagegen für $\Theta < 2$ nimmt der Kühleffekt mit wachsendem Druck zu und dann nach Durchschreiten eines Maximalwertes wieder ab. Das Maximum tritt unter einem Druck auf, der, besonders bei tiefen Temperaturen, nicht viel verschieden ist vom kritischen Druck. Danach würde sich für Kohlensäure bei Zimmertemperatur ($\Theta \sim 1$) in der Tat eine Zunahme des Kühleffektes mit wachsendem Druck ergeben, wie es die Gl. (8a) von Natanson erkennen läßt. Ein ähnliches Verhalten müßte nach der van der Waalsschen Gleichung auch Wasserdampf im technisch wichtigen Gebiet im Gegensatz zu Gl. (10) aufweisen. Über den wahren Sachverhalt können jedoch nur eingehende Versuche entscheiden. Zahlenmäßig sind die aus der van der Waalsschen Zustandsgleichung berechneten Werte von $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i$ in genügender Übereinstimmung mit den Messungen von Vogel.

Aus den angeführten Gründen ist es einleuchtend, daß man ein viel weiteres Druck- und Temperaturgebiet umfassen können wird, wenn man an Stelle der Gl. (1) von dem viel allgemeineren Ansatz

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{\varphi(P)}{T^n} \qquad (11)$$

ausgeht, wobei $\varphi(P)$ eine ganz beliebige Funktion des Druckes darstellt. Es soll nun gezeigt werden, welcher Ausdruck sich daraus für die spezifische Wärme c_p ergibt und welche Form die Zustandsgleichung annimmt. Aus Gründen, die sofort einzusehen sein werden, setzen wir in Gl. (11) $\varphi(P) = \frac{df(P)}{dP} = f'(P)$ also

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{f'(P)}{T^n} \qquad (11a)$$

oder in Verbindung mit Gl. (2)

$$A\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v\right] = \frac{c_p f'(P)}{T^n}.$$

Durch Differentiation nach der Temperatur erhält man:

$$AT\frac{\partial^2 v}{\partial T^2} = \frac{f'(P)}{T^n}\left(\frac{\partial c_p}{\partial T}\right)_p - \frac{nf'(P)}{T^{n+1}}c_p.$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich mit Hilfe der bekannten Beziehung

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial P}\right)_T = -AT\left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_p$$

folgende partielle Differentialgleichung für c_p:

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial P}\right)_T + \frac{f'(P)}{T^n}\left(\frac{\partial c_p}{\partial T}\right)_p - \frac{nf'(P)}{T^{n+1}}c_p = 0.$$

1) a. a. O. S. 86.

2) Grindley, An experimental investigation usw. Phil. Trans. of the Royal Soc., London, 194, 1, 1900.

3) Grießmann, Mitteil. üb. Forsch.-Arb. d. Ver. d. Ing. 13, 1, 1904.

4) Vgl. hierüber besonders Schüle, Techn. Thermodynamik, II. Bd., S. 61—67, 1914.

Man kann sich leicht davon überzeugen, daß das allgemeine Integral dieser Differentialgleichung lautet

$$c_p = T^n \cdot F\left\{T^{n+1} - (n+1)\left[f(P) - f(0)\right]\right\}^{1)}.$$

Die noch unbekannte Funktion F bestimmt sich dadurch, daß im Grenzfall für $P = 0$ die spezifische Wärme den Wert c^0_p annimmt, der dem idealen Gaszustand entspricht. Nehmen wir zunächst an, daß c^0_p konstant ist, so erhält man

$$c^0_p = T^n \cdot F(T^{n+1})$$

und daraus

$$F(T^{n+1}) = c^0_p (T^{n+1})^{-\frac{n}{n+1}}$$

und damit

$$c_p = c^0_p T^n \left\{T^{n+1} - (n+1)\left[f(P) - f(0)\right]\right\}^{-\frac{n}{n+1}} =$$

$$= c^0_p \left\{1 - \frac{n+1}{T^{n+1}}\left[f(P) - f(0)\right]\right\}^{-\frac{n}{n+1}}. \quad (12)$$

Neben diesem genauen Wert von c_p wird für nicht übermäßig hohe Drucke und in genügender Entfernung vom gesättigten Dampfzustand der Näherungswert

$$c_p = c^0_p \left\{1 + \frac{n}{T^{n+1}}\left[f(P) - f(0)\right]\right\} \quad (12a)$$

genügen.

Wenn c^0_p nicht konstant ist, sondern, wie die neueren Forschungen ergeben haben, mit der Temperatur, wenn auch langsam, wächst, so kann man setzen

$$c^0_p = k_1 + k_2 T. \quad (13)$$

Es wird dann

$$F(T^{n+1}) = \frac{k_1 + k_2 T}{T^n} = \frac{k_1 + k_2 (T^{n+1})^{\frac{1}{n+1}}}{(T^{n+1})^{\frac{n}{n+1}}}$$

und an Stelle von Gl. (12)

$$c_p = \frac{k_1}{\left\{1 - \frac{n+1}{T^{n+1}}\left[f(P) - f(0)\right]\right\}^{\frac{n}{n+1}}} + \frac{k_2 T}{\left\{1 - \frac{n+1}{T^{n+1}}\left[f(P) - f(0)\right]\right\}^{\frac{n-1}{n+1}}}.$$

Der entsprechende Näherungswert ist

$$c_p = k_1 + k_2 T + \frac{k_1 n [f(P) - f(0)]}{T^{n+1}} + \frac{k_2 (n-1)[f(P) - f(0)]}{T^n}.$$

Da k_2 nur ein sehr kleiner Wert ist, so kann man das letzte Glied unbedenklich streichen und mit gleicher Berechtigung könnte man im vorletzten Glied an die Stelle von k_1 den Wert c^0_p setzen.

Es wird dann analog Gl. (12)

$$c_p = c^0_p + \frac{k_1 n [f(P) - f(0)]}{T^{n+1}} = \backsim$$

$$= \backsim c^0_p \left\{1 + \frac{n}{T^{n+1}}\left[f(P) - f(0)\right]\right\} \quad (12b)$$

Der Einfluß des Druckes auf die spezifische Wärme hängt von der Form der Funktion $f(P)$ ab. Was den Einfluß der Temperatur anbetrifft, so erkennt man, daß bei relativ tiefen Temperaturen, also in der Nähe des gesättigten Dampfzustandes, die spezifische Wärme mit wachsender Temperatur abnimmt und sich dem Werte c^0_p nähert; da nun aber c^0_p selbst wieder mit der Temperatur wächst, so müssen die Isobaren der spezifischen Wärme offenbar ein Minimum aufweisen, was in vollem Einklang mit den neuesten Messungen steht[1]). Die Lage der Minimalwerte läßt sich für jeden beliebigen Druck leicht finden, wenn man Gl. (12b) nach T differenziert und das Resultat gleich Null setzt; es wird mit Rücksicht auf Gl. (13)

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial T}\right)_P = k_2 - \frac{k_1 n (n+1)[f(P) - f(0)]}{T^{n+2}} = 0$$

und daraus

$$f(P) - f(0) = \frac{k_2 T^{n+2}}{k_1 n (n+1)}.$$

Setzt man diesen Wert in Gl. (12b) ein, so findet man den geometrischen Ort aller Minimalwerte von c_p:

$$c_{p\,\text{min.}} = k_1 + \frac{n+2}{n+1} k_2 T. \quad (14)$$

Alle Minimalwerte liegen also im c_p/T-Diagramm auf einer geraden Linie, die etwas steiler verläuft als die Gerade der c^0_p-Werte nach Gl. (13).

Kehren wir nun wieder zur genauen Gl. (12) zurück und suchen die aus derselben in Verbindung mit Gl. (2) resultierende Form der Zustandsgleichung. Durch Integration der Gl. (2) bei veränderlichem c_p ergibt sich:

1) Diese Lösung ergibt sich zwanglos, wenn man in vorstehender Differentialgleichung an Stelle von c_p eine neue Veränderliche $x = \frac{c_p}{T^n}$ einführt.

1) Vgl. Knoblauch u. Jakob, Über die Abhängigkeit der spez. Wärme des Wasserdampfs von Druck und Temperatur. Mitt. üb. Forsch.-Arb. d. Ver. d. Ing. 35/36, 109, 1906.

$$\frac{v}{T} = \Psi(P) + \frac{1}{A}\int \frac{c_p}{T^2}\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i dT.$$

Die Funktion $\Psi(P)$ wird dadurch ermittelt, daß im Grenzfall für ideale Gase einerseits $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = 0$ und anderseits $\frac{v}{T} = \frac{R}{P}$ wird; daraus folgt

$$\Psi(P) = \frac{R}{P}.$$

Ferner erhält man aus den Gl. (11a) und (12):

$$\int \frac{c_p}{T^2}\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i dT = c^0_p f'(P)\int \left\{1 - \frac{n+1}{T^{n+1}}[f(P)-f(0)]\right\}^{-\frac{n}{n+1}} \cdot \frac{dT}{T^{n+2}} =$$

$$= \frac{c^0_p f'(P)}{(n+1)[f(P)-f(0)]}\left[\left\{1 - \frac{n+1}{T^{n+1}}[f(P)-f(0)]\right\}^{\frac{1}{n+1}} + K\right],$$

wobei K eine Integrationskonstante bedeutet. Der Wert derselben ergibt sich aus der Überlegung, daß das Integral auf der linken Seite der obigen Gleichung verschwindet, wenn $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = 0$ wird, d. h. wenn keine Abweichungen von den Gesetzen der idealen Gase mehr nachzuweisen sind. Dann muß aber auch nach Gl. (11a) $f'(P)$ für jeden Wert von P verschwinden und damit wird auch

$$f(P) = \int f'(P)\,dP = 0$$

für alle Werte von P einschließlich $P = 0$. Der Wert in der großen eckigen Klammer auf der rechten Seite der Gleichung reduziert sich dann auf $1 + K$, während der davorstehende Bruch $\frac{f'(P)}{f(P)-f(0)}$ einen unbestimmten Wert erhält, im allgemeinen aber durchaus endlich bleiben kann. Es folgt daraus für die Integrationskonstante K der Wert

$$K = -1,$$

so daß wir die Zustandsgleichung in der Form erhalten

$$v = \frac{RT}{P} - \frac{c^0_p}{A(n+1)} \cdot \frac{T f'(P)}{[f(P)-f(0)]}\left[1 - \left\{1 - \frac{n+1}{T^{n+1}}[f(P)-f(0)]\right\}^{\frac{1}{n+1}}\right] \quad (15).$$

Diese genaue Zustandsgleichung ist für zahlenmäßige Rechnungen nicht sehr handlich. Man erhält auch hier sehr bequeme Annäherungswerte durch die Reihenentwicklung

$$\left\{1 - \frac{n+1}{T^{n+1}}[f(P)-f(0)]\right\}^{\frac{1}{n+1}} = 1 - \frac{[f(P)-f(0)]}{T^{n+1}} - \frac{n}{2}\frac{[f(P)-f(0)]^2}{T^{2n+2}} - \dots$$

In erster Annäherung findet man daraus

$$v = \frac{RT}{P} - \frac{c^0_p}{A(n+1)}\frac{f'(P)}{T^n}. \quad (15a)$$

Diese einfache Form wird schon in den meisten Fällen vollkommen ausreichen. Sie läßt sich auf dem vorerwähnten Wege aus der Näherungsgleichung (12a) direkt ableiten. Der Gültigkeitsbereich der Gl. (15a) ist dabei aber viel ausgedehnter, als er es für Gl. (12a) ist.

In zweiter Annäherung findet man

$$v = \frac{RT}{P} - \frac{c^0_p}{A(n+1)}\frac{f'(P)}{T^n} - \frac{c^0_p\, n}{2A(n+1)}\frac{f'(P)[f(P)-f(0)]}{T^{2n+1}}. \quad (15b)$$

Es ist noch interessant, zu prüfen, welcher Ausdruck sich für $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i$ ergibt, wenn man ihn rückwärts aus der angenäherten Gl. (15a) berechnet. Es wird mit Gl. (2) und (15a)

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{AT^2}{c_p}\left(\frac{\partial\left(\frac{v}{T}\right)}{\partial T}\right)_P = \frac{c^0_p}{c_p}\cdot\frac{f'(P)}{T^n} \quad (16)$$

an Stelle des früheren Ansatzes Gl. (11a). Dieser Ausdruck scheint von allgemeinerer Bedeutung zu sein. In genügender Entfernung vom Sättigungszustand ist c_p nur sehr wenig verschieden von c^0_p und Gl. (16) weicht kaum von (11a) ab. Die Drosselung im Dampfzustand unterscheidet sich daher von der Drosselung im Gaszustand dadurch, daß der Kühleffekt mit dem Verhältnis der spezifischen Wärmen $\frac{c^0_p}{c_p}$ zu multiplizieren ist, welches immer kleiner ist als 1. Zu dem gleichen Schluß gelangte ich bereits in einer früheren Arbeit[1]). Neuerdings hat W. Schüle[2]) gezeigt, daß sich diese Gesetzmäßigkeit auch aus der van der Waalsschen Zustandsgleichung herleiten läßt. Geht man nun von Gl. (16) aus, so sind die Gl. (12a) und (15a) nicht mehr Näherungsgleichungen, sondern sie gelten nunmehr genau.

1) Diese Zeitschr. 11, 633, 1910.
2) W. Schüle, a. a. O., S. 67.

Unter diesem Gesichtspunkt kann man jetzt aber an Stelle von Gl. (16) von der noch viel allgemeineren Gleichung

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{c^0_p}{c_p}\left[\frac{f'_1(P)}{T^n} + \frac{f'_2(P)}{T^m}\right] \qquad (17)^{1)}$$

ausgehen und die sich daraus ergebenden Ausdrücke für die Zustandsgleichung und die spezifische Wärme ermitteln. Gl. (17) wird imstande sein, die Temperaturänderung bei der Drosselung in einem noch weit größeren Bereich wiederzugeben als Gl. (11a). Sie bietet auch noch den Vorteil, daß sie tatsächlich eine Inversionskurve liefert, d. h. einen geometrischen Ort von Punkten im P/T-Diagramm, für welche $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i$ und damit die Temperaturänderung beim Drosseln verschwindet (Nullkurve). Die Gleichung dieser Kurve lautet $\frac{f'_1(P)}{f'_2(P)} = T^{n-m}$. Gleichungen von der Form (11a) liefern stets nur einen Inversionspunkt, was der Erfahrung widerspricht.

Aus Gl. (17) findet man ohne jede Schwierigkeit

$$v = \frac{RT}{P} - \frac{c^0_p f'_1(P)}{A(n+1)T^n} - \frac{c^0_p f'_2(P)}{A(m+1)T^m} \qquad (18)$$

und

$$c_p = c^0_p\left\{1 + \frac{n}{T^{n+1}}\left[f_1(P) - f_1(0)\right] + \right.$$
$$\left. + \frac{m}{T^{m+1}}\left[f_2(P) - f_2(0)\right]\right\}. \qquad (19)$$

Im speziellen Fall könnte nun $m = 0$ und $f_2'(P) = \beta =$ konst. werden. Die Zustandsgleichung lautet dann

$$v = \frac{RT}{P} - \frac{c^0_p f'_1(P)}{A(n+1)T^n} - \frac{c^0_p \cdot \beta}{A}. \qquad (18a)$$

Dabei hat das Glied $\frac{c^0_p \beta}{A}$ offenbar die Dimension und die Bedeutung eines spezifischen Volumens; es wird bis auf das Vorzeichen identisch sein mit dem Kovolumen bzw. mit der Größe v' in Gl. (7). Aus der Beziehung

$$v' = -\frac{c^0_p \beta}{A}$$

läßt sich β berechnen. Man findet z. B. für Wasserdampf mit $v' = 0{,}001$ cbm pro kg, $A = \frac{1}{427}$, $c^0_p = 0{,}477$, $\beta = -4{,}91 \cdot 10^{-6}$, wenn der Druck in Gl. (17) in kg pro qm gemessen wird bzw. $\beta = -0{,}0491$ für den Druck in kg pro qcm. Man erkennt, daß β jedenfalls nur eine kleine stets negative Größe sein kann. Tritt also in der eckigen Klammer der Gl. (17) eine Konstante als Summand auf, so läßt sie sich aus dem angegebenen Zusammenhang mit der Zustandsgleichung leicht annähernd berechnen.

Rose-Innes[1]) zeigte, daß sich die Versuche von Joule und Thomson mit Luft, Kohlensäure und Wasserstoff durch die Gleichung

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{\alpha}{T} - \beta \qquad (17a)$$

zum Teil noch besser darstellen lassen als durch Gl. (1).

Da die Versuche von Joule und Thomson bei relativ hohen Temperaturen und niedrigen Drucken durchgeführt waren, so kann man für sie unbedenklich $c_p = c^0_p$ setzen und erkennt, daß dann die vorstehende Gleichung ein Spezialfall der Gl. (17) ist. Es soll nun gezeigt werden, daß Gl. (17a) mit den von Rose-Innes angegebenen Zahlenwerten für α und β im prinzipiellen Widerspruch mit der Zustandsgleichung steht. Greifen wir zum Beweis die Versuche mit Kohlensäure heraus. Wir sahen, daß die Konstante β den Wert $\beta = \frac{Av'}{c^0_p}$ haben muß. Dabei ist v' ungefähr gleich dem dritten Teil des kritischen Volumens, also für Kohlensäure $v' = 0{,}00072$ cbm/kg, während $c^0_p = 0{,}21$ wird. Daraus folgt:

$$\beta = 0{,}0804 \cdot 10^{-4}.$$

Rose-Innes setzt in Gl. (17a) $\alpha = 0{,}0757$ und $\beta = 1{,}442 \cdot 10^{-4}$, bezogen auf den Druck in kg pro qcm. Man sieht, daß β viel zu groß ist.

Es muß allerdings zugegeben werden, daß Gl. (1) die Versuchswerte für Kohlensäure sehr unbefriedigend wiedergibt. Man kann jedoch einen fast vollkommenen Anschluß an die Versuche erreichen, wenn man in Gl. (1) einfach den Exponenten der Temperatur erhöht, wie es auch für Wasserdampf geschehen ist. Da Kohlensäure ebenfalls dreiatomig ist, so war zu erwarten, daß der Exponent $n = 2$ zu klein sein wird. Ich finde, daß man mit $n = 2{,}55$ einen ausgezeichneten Anschluß an die Versuche erhält durch die Formel

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = 1{,}347 \cdot 10^{-4}\left(\frac{273}{T}\right)^{2{,}55}. \qquad (17b)$$

Will man jedoch die Darstellungsform (17a) beibehalten, um damit in der Zustandsgleichung das Kovolumen zum Ausdruck zu bringen, so

---

1) An Stelle von 2 Funktionen könnte man in Gl. (17) auch 3 und noch mehr Funktionen einsetzen, ohne den Aufbau der Gl. (18) und (19) zu verändern.

1) Rose-Innes, Phil. Mag., Serie 5, **45**, 227, 1898.

werden die Versuche ebenso vollständig durch die Formel

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = 1{,}426 \cdot 10^{-4} \left(\frac{273}{T}\right)^{2{,}35} - 0{,}080 \cdot 10^{-4} \quad (17c)$$

dargestellt, ohne daß bezüglich der Größe β ein innerer Widerspruch auftritt. Die Beiwerte 10^{-4} in (17b) und (17c) fallen fort, wenn man den Druck in kg pro qcm ausdrückt.

Nachstehende Tabelle zeigt den Vergleich der verschiedenen Formeln für Kohlensäure mit den Versuchszahlen[1].

t	T	$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i \cdot 10^4$				
°C	°C	gemessen	n. Gl. (1)	n. Gl. (17a)	n. Gl. (17b)	n. Gl. (17c)
0	273.0	1.314	1.314	1.332	1.317	1.315
7.4	280.4	1.205	1.277	1.260	1.258	1.250
35.6	308.6	0.957	1.051	1.010	0.957	0.960
54.0	327.0	0.854	0.935	0.874	0.851	0.853
93.5	366.5	0.625	0.744	0.625	0.639	0.634
97.5	370.5	0.610	0.721	0.602	0.618	0.610

Obgleich die 3 letzten Formeln im Versuchsbereich fast übereinstimmende Werte ergeben, so findet man bei weitergehenden Extrapolationen doch bedeutende Abweichungen. So ergibt sich die Inversationstemperatur, d. h. diejenige Temperatur, für die $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i$ verschwindet, aus Gl. (17a) zu $T_i = 525^0$ und aus Gl. (17c) zu $T_i = 930^0$. Der Versuch mußte entscheiden, welcher Wert richtiger ist.

Auch die Versuchswerte für Luft und Wasserstoff von Joule und Thomson lassen sich nach entsprechender Wahl der Konstanten α und n sehr gut durch Gleichungen von der Form (17c) wiedergeben, wobei man für β den seiner physikalischen Bedeutung entsprechenden Wert $\frac{A v'}{c_p^0}$ einführen kann. Die Einführung von β bedingt stets eine Verringerung des Exponenten gegenüber seinem Wert für $\beta = 0$.

Für Wasserstoff versagt bekanntlich die Gl. (1) vollständig, da sich für diesen Körper zwischen $t = 0$ und $t = 100^0$ eine mit zunehmender Temperatur wachsende Erwärmung ergibt.

Mit Gl. (18a) wird man imstande sein, ein viel größeres Druck- und Temperaturgebiet zu umfassen als mit der Gl. (3a) bzw. (7). Nehmen wir als Beispiel den technisch wichtigsten Fall und zwar Wasserdampf an. Callendar und Mollier haben a. a. O. hierfür die Zustandsgleichung (7) verwendet, die bis zu Drucken von etwa 20 Atmosphären selbst das Volumen des trocken gesättigten Wasserdampfes, welches wir mit v'' bezeichnen wollen, sehr genau wiedergibt. Mit Gl. (6) geht (18a) über in die Form

$$v - v' = \frac{RT}{P} - \frac{Rf(P)}{T^n}, \quad (18b)$$

so daß in Gl. (7) $f(P) = \frac{C}{R} \cdot 273^n = \text{const}$ und $n = \frac{10}{3}$ gesetzt ist. Dabei ist für Wasserdampf die Gaskonstante $R = \frac{848}{\mu} = 47$ ($\mu = 18{,}02$ ist das Molekulargewicht) und nach Mollier $v' = 0{,}001$ und $C = 0{,}075$.

Betrachtet man nun aber $f(P)$ nicht als Konstante, sondern führt in das Korrektionsglied auch den Druck ein, so wird das am einfachsten durch den Ansatz

$$Rf(P) = (C_1 + C_2 P)\, 273^n$$

geschehen können. Dann folgt aus (18b):

$$v - v' = \frac{RT}{P} - (C_1 + C_2 P)\left(\frac{273}{T}\right)^n. \quad (20)$$

Für v', R und n wollen wir dieselben Werte beibehalten wie oben, weil diese drei Größen eine bestimmte physikalische Bedeutung haben. Es bleibt dann noch übrig die zwei Konstanten C_1 und C_2, die rein empirisch sind, so zu wählen, daß die Versuchswerte in möglichst weiten Grenzen genau wiedergegeben werden. Als Grundlage hierfür wurde von einer sehr gründlichen Zusammenstellung von Schüle[1]) Gebrauch gemacht, welcher die Sättigungsvolumina des Wasserdampfs, unter Berücksichtigung aller Erfahrungswerte und unter Zuhilfenahme von Ausgleichverfahren sowie des Gesetzes von der geraden Mittellinie von Cailletet und Mathias, bis an den kritischen Punkt angegeben hat. In unmittelbarer Nähe des kritischen Punktes dürfte den Schüleschen Werten von v'' immerhin noch einige Unsicherheit anhaften, da die Experimentalforschung in diesem Bereich noch gänzlich unzureichend ist.

Wählt man in Gl. (20) die Konstanten

$$C_1 = 0{,}068, \qquad C_2 = -5 \cdot 10^{-8},$$

so erkennt man aus folgender Tabelle, inwieweit die Werte von v'' nach Gl. (20) sowie nach Gl. (7) mit denjenigen von Schüle übereinstimmen.

1) Die Zahlen der ersten 5 Spalten sind dem Artikel von Rose-Innes a. a. O. entnommen. Die Drucke sind von Zoll Quecksilbersäule auf kg pro qcm umgerechnet.

1) W. Schüle, Die Eigenschaften des Wasserdampfs nach den neuesten Versuchen. Zeitschr. d. Ver. D. Ing. S. 1506, 1911.

t	T	$P\cdot 10^{-4}$	v''			Abweichungen in Proz. d. Werte n. Gl. (20) gegen Schüle
°C	°C	kg/qcm	nach Mollier Gl. (7)	nach Gl. (20)	nach Schüle[1])	
50	323	0,125	12,091	12,102	12,02	+ 0,68
75	348	0,392	4,1353	4,1430	4,123	+ 0,49
100	373	1,033	1,6702	1,6728	1,674	— 0,07
125	398	2,371	0,7681	0,7697	0,771	— 0,17
150	423	4,868	0,3917	0,3931	0,3926	+ 0,13
175	448	9,131	0,2171	0,2177	0,2170	+ 0,32
200	473	15,84	0,1288	0,1291	0,1287	+ 0,31
225	498	25,97	(0,0810)	0,0802	0,0801	+ 0,12
250	523	40,48	(0,05315)	0,05163	0,0519	— 0,52
275	548	60,50	(0,03618)	0,03389	0,0342	— 0,90
300	573	87,41	(0,02551)	0,02243	0,0224	+ 0,13
325	598	122,66	(0,01842)	0,01444	0,0145	— 0,41
350	623	168,1	(0,01363)	0,00871	0,00870	+ 0,11
360	633	189,6	(0,01210)	0,00672	0,00667	+ 0,75
370	643	213,7	(0,01085)	(0,00512)	0,00474	+ 8,02
374	647	224,2	(0,01035)	(0,00387)	0,00290	+33,5

Während also Gl. (7) nur bis zu einem Sättigungsdruck von etwa 20 kg pro qcm angewendet werden darf, gibt Gl. (20) die Sättigungsvolumina v'' bis über 190 kg pro qcm, also in einem ca. 10mal größeren Druckbereich wieder, und zwar mit einem Fehler, der durchweg unterhalb 1 Proz. bleibt und im Mittel weniger als 0,4 Proz. beträgt. Hinsichtlich der Sättigungstemperatur reicht die Übereinstimmung der Werte von v'' nach unserer Gl. (20) mit denen Schüles bis $t = 360^0$ also bis 14^0 vor dem kritischen Punkt. Zwischen 360^0 und 374^0 wachsen dann allerdings die Abweichungen sehr schnell an, so daß im kritischen Punkt selbst der Wert nach Gl. (20) denjenigen von Schüle um $^1/_3$ übersteigt. Wie aber bereits erwähnt, sind auch die Werte von Schüle in unmittelbarer Nähe des kritischen Punktes nicht absolut sicher. Der von Battelli angegebene Wert $v_k = 0{,}004812$ ist wohl zweifellos zu hoch und der von Nadejdin $v_k = 0{,}00233$ zu tief; dagegen sei noch auf folgende Berechnung von v_k hingewiesen. Setzt man $\frac{R\cdot T_k}{P_k} = 0{,}01357 = v_0$, so fanden Ramsay und Young im Mittel für viele untersuchten Stoffe $\frac{v_0}{v_k} = 3{,}75$, also in unserem Falle

$$v_k = \frac{v_0}{3{,}75} = \frac{0{,}01357}{3{,}75} = 0{,}00362.$$

Die kinetische Theorie von O. E. Meyer führt nach Heilborn[1]) auf den Wert $\frac{v_0}{v_k} = \frac{8}{3}\sqrt{2} = 3{,}77$, der mit dem oberen fast vollkommen übereinstimmt. Einen sehr nahe liegenden Wert und zwar $\frac{v_0}{v_k} = \frac{1}{2}e^2 = 3{,}695$ (e = Basis der natürlichen Logarithmen) findet Dieterici[1]) aus seiner Zustandsgleichung; daraus folgt für uns $v_k = 0{,}00367$. Diese Zahlen kommen, wie die vorstehende Tabelle zeigt, unserem aus Gl. (20) berechneten Wert von $v_k = 0{,}00387$ bedeutend näher als dem Wert $v_k = 0{,}00290$ von Schüle. Bei derartigen Betrachtungen ist allerdings äußerste Vorsicht geboten, da bei Wasserdampf Polymerisationserscheinungen auftreten (Bildung von Molekülkomplexen), die eine Veränderung des Wertes von $\frac{v_0}{v_k}$ verursachen können. In der Tat sind von Young und Thomas für dieses Verhältnis Werte von 4 bis 4,5 für Alkohole und sogar der Wert 5 für Essigsäure beobachtet. Dadurch würde sich das kritische Volumen des Wasserdampfs wieder dem Schüleschen Werte nähern[2]).

Die vorstehenden Betrachtungen haben gezeigt, daß eine sehr einfache Verallgemeinerung der Gl. (7), die darin besteht, daß man eine Konstante durch eine lineare Druckfunktion ersetzt, den Gültigkeitsbereich der Gleichung außerordentlich erweitert. Die Gl. (20) entspricht in ihrem Aufbau fast vollkommen der von R. Linde[3]) angegebenen Zustandsgleichung

$$v = \frac{RT}{P} - (1 + BP)\left[C\left(\frac{373}{T}\right)^n - D\right], \quad (21)$$

welche sich nur durch das kleine Korrektionsglied BDP unterscheidet. Wie schon erwähnt, setzt Linde $n = 3$ statt $\frac{10}{3}$. Auf Seite 68 a. a. O. betont Linde, daß die Gleichung die Versuche gerade so gut wiedergibt, wenn man n bis 3,5 erhöht und dafür D im Verhältnis zu C verkleinert. Die Zahlenwerte der übrigen Koeffizienten sind allerdings in der Lindeschen Gleichung von den unsrigen verschieden. Linde setzt

$$R = 47{,}1, \quad B = 0{,}000002, \quad C = 0{,}031,$$
$$D = 0{,}0052, \quad n = 3.$$

Wenden wir uns nun zur Berechnung der spezifischen Wärme auf Grund der Gl. (20). Mit Hilfe der Beziehung

$$\left(\frac{\partial c_p}{\partial P}\right)_T = -AT\left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_P$$

1) Heilborn, Archives des sciences physiques et naturelles, Genf, (3), 26, 1891.

1) Dieterici, diese Zeitschr. 1, 73, 1899/1900.

2) Das kritische Volumen des Wassers hat auch noch H. N. Davis mit Hilfe der „geradlinigen Mittellinie" bestimmt. (Notes on certain thermal properties of steam, Proc. Amer. Acad. of Arts and Sciences 45, 268, 1909/10.) Er findet, daß die Mittellinie nicht genau geradlinig verläuft, sondern oberhalb 120^0 durch die Gleichung

$$\frac{1}{v} = 0{,}4552 - 0{,}0004757\,(t-160) - 0{,}000000685\,(t-160)^2 \text{ g/cm}^3$$

dargestellt werden kann. Daraus findet Davis $v_k = 3{,}04$ cm³/g = 0,00304 m³/kg, indem er $t_k = 365^0$ C einsetzt. Mit dem neueren Wert $t_k = 374^0$ findet man $v_k = 0{,}00311$ m³/kg.

3) a. a. O.

findet man

$$c_p = c^0_p + \frac{An(n+1)}{T}\left(\frac{273}{T}\right)^n P\left(C_1 + \frac{C_2}{2}P\right)$$

und mit Gl. (6)

$$c_p = c^0_p\left[1 + \frac{n}{R}\left(\frac{273}{T}\right)^n \frac{P}{T}\left(C_1 + \frac{C_2}{2}P\right)\right] = c^0_p\left(1 + \frac{\Delta c_p}{c^0_p}\right); \qquad (22)$$

dabei ist Δc_p eine abgekürzte Bezeichnung, deren Bedeutung aus (22) hervorgeht.

Den nach Gl. (22) berechneten c_p-Werten haften die gleichen Fehler an, die man bei der Berechnung von c_p aus den Gleichungen (7) und (21) erhält. Eine gute Übereinstimmung mit den Messungen[1]) ergibt sich nur in einiger Entfernung von der Sättigung und für nicht zu hohe Drucke. Für trocken gesättigten Dampf ist die Übereinstimmung am schlechtesten und zwar sind die berechneten Werte systematisch zu klein, z. B. bei 4 kg/qcm um 2 Proz., bei 16 kg/qcm bereits um 22 Proz. Eine Begründung dieser Tatsache für alle Zustandsgleichungen von der Form der Gl. (15a) gab Jakob[2]); die Erklärung liegt darin, daß man bei der Bestimmung von c_p aus v das an sich unsichere Korrektionsglied von v zweimal nach T differenzieren muß. Daß die Fehler der nach Gl. (22) bestimmten c_p-Werte besonders für trocken gesättigten Dampf mit wachsendem Druck rasch zunehmen müssen, geht schon daraus hervor, daß c_p im kritischen Punkt unendlich groß werden muß, während Gl. (22) dafür einen durchaus endlichen Wert liefert. Es sei hervorgehoben, daß von dem zuletzt angeführten Gesichtspunkt die früher angegebene Gl. (12) viel besser geeignet zu sein scheint die tatsächlichen c_p-Werte richtig wiederzugeben. Soll im kritischen Punkt $c_p = \infty$ werden, so braucht in Gl. (12) die Funktion $f(P)$ nur der Bedingung

$$f(P_k) = f(0) + \frac{T_k^{n+1}}{n+1}$$

zu genügen.

Zum Schluß sei noch die aus Gl. (20) sich ergebende Abkühlung bei der Drosselung berechnet; es wird mit Gl. (6):

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{AT^2}{c_p}\left(\frac{\partial \frac{v}{T}}{\partial T}\right)_P = \frac{c^0_p}{c_p}\left[\frac{C_1 + C_2 P}{R}\left(\frac{273}{T}\right)^n - \frac{Av'}{c^0_p}\right].$$

Der Einfluß des Druckes ist hieraus nicht deutlich zu erkennen, da mit wachsendem P sowohl der Zähler wie auch der Nenner wegen Gl. (22) zunimmt. Für nicht zu hohe Drucke kann man sich aber sofort ein Bild über den Einfluß des Druckes machen, wenn man in obenstehender Gleichung v' vernachlässigt und mit Gl. (22) setzt

$$\frac{c^0_p}{c_p} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta c_p}{c^0_p}} \sim 1 - \frac{\Delta c_p}{c^0_p} = 1 - \frac{n}{R}\left(\frac{273}{T}\right)^n \frac{P}{T}\left(C_1 + \frac{C_2}{2}P\right).$$

Kombiniert man die beiden letzten Gleichungen und vernachlässigt dabei das sehr kleine Glied mit dem Koeffizienten C_1^2, so erhält man schließlich

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i = \frac{C_1}{R}\left(\frac{273}{T}\right)^n - \frac{P}{R}\left(\frac{273}{T}\right)^n\left[\frac{nC_1^2}{RT}\left(\frac{273}{T}\right)^n + \frac{3C_1C_2 n}{2RT}\left(\frac{273}{T}\right)^n P - C_2\right]$$

Aus dieser Gleichung läßt sich der Einfluß des Druckes deutlich erkennen. So lange der in der eckigen Klammer auf der rechten Seite stehende Term positiv ist, nimmt der Kühleffekt $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i$ mit wachsendem Druck ab, wird der Term negativ, so steigt mit dem Druck auch der Kühleffekt.

Zu jedem Druck gehört also eine bestimmte Temperatur, bei welcher der Druckeinfluß auf den Kühleffekt sein Vorzeichen wechselt. Die zugehörigen Wertepaare, die wir mit P' und T' bezeichnen wollen, ergeben sich aus der Beziehung

$$P' = \frac{C_2 R T'\left(\frac{T'}{273}\right)^n - nC_1^2}{\frac{3}{2}C_1 C_2 n}. \qquad (23)$$

In folgender Tabelle sind die Wertepaare eingetragen, die man für Wasserdampf mit den angegebenen Konstanten erhält. Ist bei einer bestimmten Temperatur P' größer als es Gl. (23) ergibt, so nimmt mit zunehmendem Druck der Kühleffekt $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_i$ ab. Aus der Tabelle erkennt man, daß das für $t < 296^0$, also fast für das ganze technisch wichtige Temperaturgebiet, stets der Fall ist.

t' °C	T' °C	$P' \cdot 10^{-4}$ kg/qcm
296	569	0
300	573	0.35
310	583	1,0
320	593	1.7
340	613	3.4
360	633	5.2
380	653	7.4
400	673	9.8
450	723	16,8

1) Vgl. Knoblauch u. Jakob, a. a. O.

2) Jakob, Die spez. Wärme und das spez. Volumen des Wasserdampfs usw. Zeitschr. d. Ver. D. Ing. S. 1980. 1912.

Die vorstehenden Betrachtungen haben den mathematischen Zusammenhang zwischen dem verallgemeinerten Joule-Thomson-Effekt der spezifischen Wärme und der Zustandsgleichung gezeigt.

Man erkennt, daß hierbei die Zustandsgleichung in allen ihren Formen Gl. (3), (3a), (5), (7), (15), (15a), (15b), (18), (18a), (18b) und (20) das spezifische Volumen stets nur in erster Potenz enthält, wodurch sie für zahlenmäßige Berechnungen besonders geeignet erscheint. Da man den Druck und die Temperatur experimentell viel leichter bestimmen kann als das spezifische Volumen (ganz besonders gilt das, mit Rücksicht auf die Erscheinung der Oberflächenkondensation, für das Volumen von trocken gesättigtem Dampf), so muß die Zustandsgleichung möglichst so gebaut sein, daß sich aus ihr das Volumen leicht berechnen läßt. Auch alle thermischen Größen, in denen partielle Differentialquotienten des Volumens vorkommen, lassen sich aus den erwähnten Gleichungen ohne Schwierigkeit bestimmen.

An allgemeiner Bedeutung stehen diese Gleichungen naturgemäß hinter denjenigen von van der Waals, Clausius u. a. zurück, da sie keiner kinetischen Deutung fähig sind und mehr auf empirischer Grundlage beruhen; dagegen sind sie für exakte Berechnungen in engeren Bereichen sowohl hinsichtlich der zahlenmäßigen Übereinstimmung, wie auch wegen der einfacheren Handhabung vorzuziehen. Die technische Thermodynamik macht von einigen dieser Gleichungen bereits in ausgedehntem Maße Gebrauch.

Die Durchführung möglichst genauer Drosselversuche mit den wichtigsten Gasen und Dämpfen bei verschiedenen Drucken und Temperaturen kann wesentlich zur weiteren Klärung der thermischen Eigenschaften dieser Körper beitragen.

Danzig-Langfuhr, Technische Hochschule.

(Eingegangen 24. September 1914.)

Der Drehimpuls des Lichtes.

Von Max Abraham.

J. H. Poynting[1]) hat die Hypothese aufgestellt, daß dem zirkularpolarisierten Lichte ein Drehimpuls um eine der Strahlrichtung parallele Achse zukomme. Versteht man unter $\mathfrak{y}$ den auf die Volumeinheit des Strahlungsfeldes bezogenen Drehimpuls, so ist $c|\mathfrak{y}|$ der Betrag des mit der Lichtwelle durch die Flächeneinheit senkrecht hindurchtretenden Drehimpulses; er gibt die Drehkraft an, welche das zirkularpolarisierte Licht auf die Flächeneinheit einer schwarzen Fläche ausübt, auf die es senkrecht auftrifft. Nach Poynting soll nun sein

$$c|\mathfrak{y}| = \psi \frac{\lambda}{2\pi}, \tag{1}$$

wenn ψ die Energiedichte, λ die Wellenlänge des zirkularpolarisierten Lichtes bedeuten. Wie Poynting bemerkt, entziehen sich diese Drehkräfte durch ihre Kleinheit der Beobachtung.

Dennoch verdient die Poyntingsche Hypothese wohl eine Erörterung. Freilich dürfte sie kaum mit den Grundbegriffen der herrschenden Optik vereinbar sein; denn während man sonst dem Lichtstrahle, als Vektor des Energiestromes und des Impulses, lediglich polare Eigenschaften zuschreibt, würde ihm nach Poynting außerdem der axiale Vektor des Drehimpulses zuzuordnen sein. Axiale Eigenschaften des Strahlvektors sind indessen bisher in der Optik nirgends hervorgetreten.

H. Busch[1]) hat kürzlich die Poyntingsche Annahme energetisch zu begründen versucht. Man denke sich ein System (etwa ein Elektron, das Kreisschwingungen ausführt), welches, mit der Winkelgeschwindigkeit $\mathfrak{u}$ gleichförmig rotierend, zirkular polarisiertes Licht aussendet. In der Zeiteinheit strahle es den Drehimpuls $\mathfrak{Y}$, die Energie W aus. Da $-\mathfrak{Y}$ das Drehmoment der Reaktionskräfte der Strahlung, $-W$ die Arbeitsleistung dieses Drehmomentes angibt, so folgt aus der Energiegleichung

$$(\mathfrak{Y}\mathfrak{u}) = W, \tag{2}$$

oder, da der Betrag von $\mathfrak{u}$ ist

$$u = \frac{2\pi c}{\lambda},$$

$$\mathfrak{Y}_u = \frac{W}{u} = \frac{W\lambda}{2\pi c}. \tag{2a}$$

Es ist also die auf die Drehachse des strahlenden Systemes bezügliche Komponente des ausgestrahlten Drehimpulses proportional dem Produkte von ausgestrahlter Energie und Wellenlänge.

Überträgt man nun diese für die Gesamtwerte des Drehimpulses und der Energie gültige Beziehung hypothetisch auf die Beiträge der einzelnen Volumelemente des Strahlungsfeldes, so erhält man

$$\mathfrak{y}_u = \psi \frac{\lambda}{2\pi c}. \tag{2b}$$

Für Strahlung parallel der Drehachse (d. h. senkrecht zur Ebene der Kreisschwingung des

1) J. H. Poynting, Proc. Roy. Soc. (A.) **82**, 565, 1909.

1) H. Busch, diese Zeitschrift **15**, 455, 1914.

Elektrons ergibt sich so die Poyntingsche Formel (1); das in dieser Richtung emittierte Licht ist zirkular polarisiert.

In anderen Richtungen sendet das im Kreise umlaufende Elektron elliptisch polarisiertes Licht aus. Die Formel (2b) wurde eine mit der Energiegleichung verträgliche Verteilung des Drehimpulses im Strahlungsfelde darstellen. Nimmt man an, was wohl im Sinne der Poyntingschen Auffassung ist, daß auch im elliptisch polarisierten Lichte die Achse des Drehimpulses in die Strahlrichtung falle, so gilt

$$\mathfrak{d}_n = \mathfrak{d} \cos \vartheta,$$

wo ϑ der Winkel zwischen der Achse der emittierenden Kreisschwingung und der Richtung des emittierten Strahles ist. Es folgt dann aus (2b)

$$c\,\mathfrak{d} = \psi \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{1}{\cos \vartheta}. \tag{2c}$$

Mit wachsendem ϑ entfernt sich die Schwingungsellipse des entsandten Lichtes mehr und mehr von der Kreisform, um für $\vartheta = \frac{\pi}{2}$ in eine Gerade überzugehen. Dabei würde nach (2c) die Dichte des Drehimpulses wachsen, und für $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, wo das Licht linear polarisiert ist, unendlich werden. Diese Folgerung erscheint als unzulässig; sie zeigt, daß die in (2b) enthaltene Annahme über die Verteilung des Drehimpulses über das Strahlungsfeld auf Schwierigkeiten führt, und nicht zur Begründung der Poyntingschen Vorstellungen dienen kann. Gewiß sind noch viele andere, mit der Energiegleichung (2a) verträgliche Annahmen über die Verteilung des Drehimpulses denkbar. Doch steht der Nachweis aus, daß unter diesen Annahmen sich eine befindet, welche es erlaubt, den Poyntingschen Ansatz (1) in plausibler Weise auf elliptisch polarisiertes Licht zu übertragen.

H. Busch deutet übrigens den gleichzeitig polaren und axialen Charakter des Strahlvektors im Sinne der Emissionstheorie[1]) des Lichtes, indem er sich Lichtteilchen denkt, die, längs der Strahlrichtung fliegend, gleichzeitig um diese rotieren.

Im folgenden soll das Problem auf Grund der elektromagnetischen Strahlungstheorie behandelt werden. Diese Theorie setzt die Impulsdichte ($\mathfrak{g}$) dem Strahlvektor ($\mathfrak{S}$) proportional:

$$\mathfrak{g} = \frac{\mathfrak{S}}{c^2} = \frac{1}{4\pi c}[\mathfrak{E}\mathfrak{H}]. \tag{3}$$

Bekanntlich war es gerade Poynting, der die Bedeutung des dann nach ihm benannten Vektors $\mathfrak{S}$ für die Energieströmung im elektromagnetischen Felde aufdeckte. Doch entging es seltsamerweise diesem Forscher, daß nach der Elektronentheorie der nämliche Vektor für den Impuls und das Impulsmoment der Lichtwellen maßgebend ist. Er hätte sonst seine wertvollen Untersuchungen über die Mechanik des Lichtdruckes zwanglos an die elektromagnetische Strahlungstheorie anschliessen können. Daß auch aus dieser Theorie sich Drehkräfte des Lichtes auf doppeltbrechende Kristalle ergeben, ist von mir[1]) und, auf anderem Wege, von P. S. Epstein[2]) vor kurzem dargetan worden.

In der elektromagnetischen Theorie der Strahlung ist das Impulsmoment vollständig bestimmt, wenn die Verteilung des Impulses gegeben ist[3]). Ist $\mathfrak{g}$ die Impulsdichte im Punkte P, und $\mathfrak{r}$ der Fahrstrahl OP, so ist in P die Dichte des auf O bezogenen Impulsmomentes

$$\mathfrak{d} = [\mathfrak{r}\mathfrak{g}]. \tag{4}$$

Ein besonderes, dem Drehimpulse der oben erwähnten rotierenden Lichtteilchen vergleichbares Impulsmoment tritt in der elektromagnetischen Lichttheorie nicht auf. Der gesamte Drehimpuls des Feldes ist demnach

$$\mathfrak{D} = \int dv [\mathfrak{r}\mathfrak{g}]. \tag{4a}$$

Er hängt im allgemeinen von der Wahl des Bezugspunktes O ab. Nur dann, wenn der gesamte Impuls des Feldes

$$\mathfrak{G} = \int dv\,\mathfrak{g}$$

gleich null ist, wird das resultierende Impulsmoment $\mathfrak{D}$ von der Wahl des Bezugspunktes O unabhängig. Ein Beispiel hierfür liefert das Strahlungsfeld einer ruhenden Lichtquelle; sein Impuls ist gleich null, während eine bewegte Lichtquelle einen von Null verschiedenen Impuls ausstrahlt. Es empfiehlt sich, den Ort der ruhenden Lichtquelle selbst als Bezugspunkt zu

1) H. Busch, l. c. S. 457. Am Schlusse dieser Note spielt der Autor auf die Beziehung zwischen Lichtgeschwindigkeit und Schwerepotential an, welche in den von Einstein und mir entwickelten Gravitationstheorien gilt, und deutet sie im Sinne der Emissionstheorie des Lichtes. Doch stimmt die Emissionstheorie, wie ich in meiner ersten Note bereits bemerkt habe (diese Zeitschrift **13**, 2, 1912), zwar in ihrer Aussage über die Krümmung der Lichtstrahlen mit jenen Theorien überein, aber nicht hinsichtlich des Sinnes der Geschwindigkeitsänderung. Jene ergeben eine Abnahme der Lichtgeschwindigkeit bei abnehmendem Schwerepotential, d. h. bei Fortpflanzung im Sinne der Schwerkraft; nach der Emissionstheorie dagegen würde die Geschwindigkeit der Lichtteilchen bei abnehmendem Schwerepotential zunehmen.

1) M. Abraham, Ann. d. Phys. (4) **44**, 537, 1914.
2) P. S. Epstein, Ann. d. Phys. (4) **44**, 593, 1914.
3) Vgl. M. Abraham, Theorie der Elektrizität II, § 5.

wählen, und von ihm aus den Fahrstrahl $\mathfrak{r}$ zu ziehen. Die Gl. (3) und (4) ergeben, auf Grund bekannter Rechnungsregeln:

$$\mathfrak{y} = \frac{1}{4\pi c}\left[\mathfrak{r}\,[\mathfrak{E}\mathfrak{H}]\right] = \frac{1}{4\pi c}\{\mathfrak{E}(\mathfrak{r}\mathfrak{H}) - \mathfrak{H}(\mathfrak{r}\mathfrak{E})\}. \quad (4b)$$

Nun verschwindet aber, wie wir unten (in Gl. 6b) zeigen werden, die radiale Komponente des magnetischen Vektors $\mathfrak{H}$, so daß man erhält

$$\mathfrak{y} = -\frac{1}{4\pi c}\mathfrak{H}\,(\mathfrak{r}\mathfrak{E}). \quad (4c)$$

Zum Impulsmoment des Lichtes liefern also die Volumelemente des Strahlungsfeldes Beiträge, welche dem magnetischen Vektor $\mathfrak{H}$ parallel sind. Dieses Ergebnis ist insofern plausibel, als $\mathfrak{H}$, ebenso wie $\mathfrak{y}$, ein axialer Vektor ist.

Der elektrische Vektor $\mathfrak{E}$ hat (s. Gl. 6c unten) eine radiale Komponente, die freilich mit wachsendem r wie r^{-2} abnimmt, während die zum Fahrstrahl senkrechten Komponenten von $\mathfrak{E}$ wie r^{-1} abnehmen. Mit wachsender Entfernung von der Lichtquelle werden somit die Lichtwellen transversal, der Impuls wird parallel dem Fahrstrahl; es könnte darum nach (4) scheinen, als ob der Drehimpuls der Wellenzone gleich null sei. Doch sieht man, daß dem nicht so ist, wenn man die Ordnung der fraglichen Größen bestimmt; wenn auch die longitudinale Komponente von $\mathfrak{E}$ von der Ordnung r^{-2} ist, so ist doch das skalare Produkt von $\mathfrak{r}$ und $\mathfrak{E}$ von der Ordnung r^{-1}, ebenso wie $\mathfrak{H}$. Aus (4c) folgt demnach, daß die Dichte des Impulsmomentes, ebenso wie die Dichten des Impulses und der Energie, von der Ordnung r^{-2} ist. Einer Kugelwelle von endlicher Energie kommt somit ein endliches Impulsmoment in bezug auf das Zentrum zu. Man berechnet es, indem man den Ausdruck (4c) über die Kugelwelle integriert. Wie wir zeigen werden, strahlt ein umlaufendes Elektron einen endlichen Drehimpuls aus, welcher der Energiegleichung (2) Genüge leistet. Die der elektromagnetischen Theorie entsprechende Verteilung des Drehimpulses über die Kugel ist indessen, wie wir sehen werden, von der in (2b) angegebenen durchaus verschieden.

Das als Punktladung anzusehende negative Elektron $(-e)$ möge um die ruhende positive Ladung $(+e)$ periodische Schwingungen von beliebiger Form ausführen. Es sei $\mathfrak{s}$ der von der positiven Ladung zur negativen weisende Fahrstrahl; dann ist

$$\mathfrak{p} = -e\,\mathfrak{s} \quad (5)$$

das jeweilige elektrische Moment des von den beiden Ladungen gebildeten Dipols, und man hat

$$\mathfrak{p}' = \frac{d\mathfrak{p}}{dt} = -e\mathfrak{v}, \quad (5a)$$

$$\mathfrak{p}'' = \frac{d^2\mathfrak{p}}{dt^2} = -e\dot{\mathfrak{v}}. \quad (5b)$$

Ein solcher elementarer Dipol stellt das einfachste Modell einer Lichtquelle dar. Sein Feld ergibt sich aus der Hertzschen Lösung[1]):

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E} &= \nabla\,\mathrm{div}\left\{\frac{\mathfrak{p}\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r}\right\} - \frac{1}{c^2}\frac{\mathfrak{p}''\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r}, \\ \mathfrak{H} &= \frac{1}{c}\,\mathrm{curl}\left\{\frac{\mathfrak{p}'\left(t-\frac{r}{c}\right)}{r}\right\}. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Nach Ausführung der angedeuteten Differentiationen werden für die Feldstärken die Formeln erhalten:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E} = \frac{1}{c^2 r}\left\{\frac{\mathfrak{r}(\mathfrak{r}\mathfrak{p}'')}{r^2} - \mathfrak{p}''\right\} + \frac{1}{cr^2}\left\{\frac{3\mathfrak{r}(\mathfrak{r}\mathfrak{p}')}{r^2} - \mathfrak{p}'\right\} \\ + \frac{1}{r^3}\left\{\frac{3\mathfrak{r}(\mathfrak{r}\mathfrak{p})}{r^2} - \mathfrak{p}\right\}, \end{aligned}\right\} \quad (6a)$$

$$\mathfrak{H} = \frac{1}{c^2 r}\left[\mathfrak{p}'', \frac{\mathfrak{r}}{r}\right] + \frac{1}{cr^2}\left[\mathfrak{p}', \frac{\mathfrak{r}}{r}\right]. \quad (6b)$$

Selbstverständlich sind für das Feld, welches zur Zeit $\mathfrak{E}$ auf der Kugelwelle vom Radius r herrscht, die Werte des Dipolmomentes $\mathfrak{p}$ und seiner Ableitungen zur Zeit $t - \frac{r}{c}$ maßgebend.

Aus (6b) geht hervor, daß in der Tat, wie bei der Ableitung von (4c) vorweggenommen wurde, der magnetische Vektor $\mathfrak{H}$ überall senkrecht zum Fahrstrahl weist. Hingegen hat nach (6a) $\mathfrak{E}$ eine radiale Komponente, und es wird

$$(\mathfrak{r}\mathfrak{E}) = \frac{2}{cr}\left(\frac{\mathfrak{r}}{r}\mathfrak{p}'\right) + \frac{2}{r^2}\left(\frac{\mathfrak{r}}{r}\mathfrak{p}\right). \quad (6c)$$

Durch Einsetzen von (6b, c) in (4c) erhält man die Dichte des Impulsmomentes in ihrer Abhängigkeit vom Orte im Strahlungsfelde.

Wir wollen uns indessen auf die Betrachtung der Wellenzone beschränken, und demgemäß in den Ausdrücken (6b, c) nur die ersten, zu r^{-1} proportionalen Terme beibehalten, die zweiten, zu r^{-2} proportionalen dagegen streichen. Dann wird die Dichte des Impulsmomentes, nach (4c):

$$\mathfrak{y} = \frac{1}{2\pi c^4 r^4}(\mathfrak{r}\mathfrak{p}')[\mathfrak{r}\mathfrak{p}''], \quad (7)$$

oder, gemäß (5a, b)

$$\mathfrak{y} = \frac{e^2}{2\pi c^4 r^4}(\mathfrak{r}\mathfrak{v})[\mathfrak{r}\dot{\mathfrak{v}}], \quad (7a)$$

1) Vgl. M. Abraham, Theorie der Elektrizität, Bd. I, 4. Aufl., S. 342, Gl. 241a, b.

wo $\mathfrak{v}$ bzw. $\dot{\mathfrak{v}}$ die Geschwindigkeit bzw. Beschleunigung des Elektrons zur Zeit $t - \frac{r}{c}$ bedeuten. Das schwingende Elektron strahlt demnach weder parallel seiner Beschleunigung, noch senkrecht zu seiner Geschwindigkeit einen Drehimpuls aus. Schwingt es z. B. in einer Ebene, so sendet es senkrecht zu dieser Ebene keinen Drehimpuls aus. Eine Kreisschwingung emittiert den größten Drehimpuls parallel der Bewegungsrichtung; denn die beiden zu $\mathfrak{v}$ parallelen Fahrstrahlen sind gleichzeitig senkrecht zu $\dot{\mathfrak{v}}$, so daß für sie sowohl das skalare Produkt in (7a), als auch der Betrag des vektoriellen Produktes ihren Maximalwert annehmen.

Wir wollen jetzt den gesamten, vom Elektron im Zeitelemente dt' entsandten Drehimpuls berechnen. Er ist zur Zeit t in einer Kugelschicht vom Radius $r = c(t - t')$ und von der Dicke $dr = c\,dt'$ enthalten. Wenn $(t - t')$ und somit r hinreichend groß sind, so gibt (7a) den Drehimpuls der Volumeinheit an. Es wird demnach der Drehimpuls der Kugelschicht

$$d\mathfrak{D} = c\,dt'\,r^2 \int d\omega\,\mathfrak{n} = dt'\,\frac{e^2}{2\pi c^3 r^2} \int d\omega\,(\mathfrak{r}\dot{\mathfrak{v}})\,[\mathfrak{r}\mathfrak{v}], \tag{8}$$

wenn $d\omega$ den körperlichen Winkel bedeutet, unter welchem das betreffende Element der Kugelwelle vom Zentrum aus gesehen wird. Es ist bekanntlich

$$\begin{cases} \int d\omega\,x^2 = \int d\omega\,y^2 = \int d\omega\,z^2 = \frac{4\pi}{3} r^2, \\ \int d\omega\,xy = \int d\omega\,yz = \int d\omega\,zx = 0. \end{cases} \tag{8a}$$

Ferner kann man, da der Vektor $\dot{\mathfrak{v}}$ vom Aufpunkt unabhängig ist, setzen

$$\int d\omega\,(\mathfrak{r}\dot{\mathfrak{v}})\,[\mathfrak{r}\mathfrak{v}] = \left[\int d\omega\,\mathfrak{r}\,(\mathfrak{r}\dot{\mathfrak{v}}),\ \mathfrak{v}\right]. \tag{8b}$$

Dabei ergibt sich mit Rücksicht auf (8a):

$$\int d\omega\,\mathfrak{r}\,(\mathfrak{r}\dot{\mathfrak{v}}) = \int d\omega\,(x\mathfrak{i} + y\mathfrak{j} + z\mathfrak{k})(x\dot{\mathfrak{v}}_x + y\dot{\mathfrak{v}}_y + z\dot{\mathfrak{v}}_z) = \frac{4\pi r^2}{3}(\dot{\mathfrak{v}}_x\mathfrak{i} + \dot{\mathfrak{v}}_y\mathfrak{j} + \dot{\mathfrak{v}}_z\mathfrak{k}) = \frac{4\pi r^2}{3}\dot{\mathfrak{v}}, \tag{8c}$$

und es folgt, gemäß (8, 8b, c)

$$\frac{d\mathfrak{D}}{dt'} = \frac{2e^2}{3c^3}[\mathfrak{v}\dot{\mathfrak{v}}]. \tag{9}$$

Dies ist der in der Sekunde vom schwingenden Elektron entsandte elektromagnetische Drehimpuls.

Wir können den erhaltenen Ausdruck geometrisch deuten, indem wir den Geschwindigkeitsvektor $\mathfrak{v}$ als Fahrstrahl auftragen, d. h. den Hodographen der Bewegung des Elektrons konstruieren. Die Fläche, welche der Fahrstrahl des Hodographen in der Zeiteinheit beschreibt, ist

$$\frac{d\mathfrak{a}}{dt'} = \frac{1}{2}[\mathfrak{v}\dot{\mathfrak{v}}]. \tag{9a}$$

Es ist also, wie der Vergleich von (9) und (9a) lehrt, die Drehimpulsstrahlung des Elektrons der Flächengeschwindigkeit des Hodographen seiner Bewegung proportional:

$$\frac{d\mathfrak{D}}{dt'} = \frac{4}{3}\frac{e^2}{c^3}\frac{d\mathfrak{a}}{dt'}. \tag{9b}$$

Nach der Zeit integrierend, erhält man

$$\mathfrak{D} = \frac{4}{3}\frac{e^2}{c^3}\mathfrak{a}, \tag{10}$$

wenn $\mathfrak{D}$ der während des Zeitintervalles τ emittierte Drehimpuls ist, und $\mathfrak{a}$ die in der gleichen Zeit vom Radiusvektor des Hodographen bestrichene Fläche:

$$\mathfrak{a} = \int_0^\tau dt' \cdot \frac{1}{2}[\mathfrak{v}\dot{\mathfrak{v}}]. \tag{10a}$$

Eine geradlinige Elektronenschwingung entsendet demnach keinen Drehimpuls. Ein elliptisch oder zirkular schwingendes Elektron entsendet während eines Umlaufs einen Drehimpuls, der dem Betrage nach dem Inhalte des vom Hodographen berandeten ebenen Flächenstückes gleich ist, und durch einen jenem Flächenstücke zuzuordnenden axialen Vektor gekennzeichnet ist. Beschreibt z. B. das Elektron einen Kreis vom Radius s, so ist der Hodograph der Bewegung ein Kreis vom Radius su. Folglich ist

$$\mathfrak{a} = \pi s^2 u^2$$

der Flächeninhalt des Hodographen, und somit, nach (10)

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}_u = \frac{4\pi}{3}\frac{e^2}{c^3}s^2 u^2 \tag{11}$$

der Betrag des während eines Umlaufs entsandten Drehimpulses. Andererseits ist die während der Umlaufszeit τ entsandte Energie[1])

$$W = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\dot{\mathfrak{v}}^2\tau, \text{ oder, da}$$

$$\dot{\mathfrak{v}} = u^2 s,\quad \tau = \frac{2\pi}{u},$$

$$W = \frac{4\pi}{3}\frac{e^2}{c^3}s^2 u^3. \tag{11a}$$

Die Werte (11) und (11a) der Drehimpuls- und Energie-Strahlung erfüllen die Energiegleichung (2a):

$$\mathfrak{D}_u = \frac{W}{u} = \frac{W\tau}{2\pi} = \frac{W\lambda}{2\pi c}. \tag{11b}$$

1) M. Abraham, Theorie der Elektrizität II, § 9, Gl. (55).

Die von der elektromagnetischen Strahlungstheorie postulierte Verteilung (7a) des Impulsmomentes über die Kugelwelle genügt also dem Energieprinzip; sie entspricht aber keineswegs der in Gl. (2b) enthaltenen Annahme.

Der während eines vollständigen Umlaufs entsandte Drehimpuls

$$\mathfrak{Y} = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\int_0^\tau dt' \left[\mathfrak{v}\,\dot{\mathfrak{v}}\right] \tag{12}$$

hängt übrigens mit der am Elektron angreifenden Reaktionskraft der Strahlung[1])

$$\mathfrak{K}^s = \frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\ddot{\mathfrak{v}} \tag{12a}$$

durch die Beziehung zusammen

$$\mathfrak{Y} = -\int_0^\tau dt' \left[\mathfrak{s}\,\mathfrak{K}^s\right]. \tag{12b}$$

In der Tat, wenn man (12) durch partielle Integration umformt, und bedenkt, daß $\mathfrak{s}$ und $\dot{\mathfrak{v}}$ nach der Zeit τ zu ihren Anfangswerten zurückkehren, so wird

$$\mathfrak{Y} = -\frac{2}{3}\frac{e^2}{c^3}\int_0^\tau dt' \left[\mathfrak{s}\,\ddot{\mathfrak{v}}\right].$$

Die Relation (12b) besagt: Der während eines ganzen Umlaufs entsandte Drehimpuls ist entgegengesetzt gleich dem Zeitintegrale des Momentes der Reaktionskraft der Strahlung in bezug auf einen festen Bezugspunkt.

1) M. Abraham, Theorie der Elektrizität II, § 9, Gl. (58).

Mailand, den 9. Oktober 1914.

(Eingegangen 16. Oktober 1914.)

Magnetische Zerlegung der Spektrallinien und Temperatur.

(Auszug aus der Amsterdamer Dissertation des Verfassers.)

Von H. R. Woltjer.

(Mit Tafel XV.)

1. Die Frage, ob ein Einfluß der Temperatur auf den Zeemaneffekt bestehe, ist noch nicht ganz gelöst. J. Becquerel[1]) behauptet ganz bestimmt, daß bei den selektiv absorbierenden Kristallen die magnetische Spaltung vollkommen unabhängig von der Temperatur sei. Nach den Untersuchungen von H. du Bois[1]) aber scheint bei dem Rubin die Größe des Zeemaneffektes abzunehmen durch Erhitzung. Bei den Dämpfen und Gasen läßt die Voigtsche Auffassung[2]) der schönen Theorie von Ritz über den Ursprung der Spektrallinien die Möglichkeit eines derartigen Einflusses zu, wenngleich er auch keine notwendige Folgerung der Theorie zu sein braucht, wie aus den Arbeiten von Cotton[3]) und Körner[4]) hervorgeht. Versuche im Göttinger Institut, angestellt durch Körner[5]) an den D_1-Linien des Funkens und des Linnemannbrenners und während meiner Versuche publiziert, gaben gleich große Aufspaltungen. Die Methode von Wood und Zeeman[6]), feine Absorptionslinien für Untersuchung in starken Magnetfeldern zu erhalten, gestattet aber die Anwendung größerer Temperaturunterschiede. Folgende Untersuchung beabsichtigt einen Beitrag zu liefern zur Lösung der genannten Frage unter Zuhilfenahme der Methode von Wood und Zeeman, während die Untersuchung sich auch erstreckt auf die D_2-Linie, wo bemerkenswerte Intensitätserscheinungen auftreten.

2. Glasröhrchen von einigen Millimetern ä. D. wurden gefüllt mit einem kleinen Stückchen metallischen Natriums, an der Gaedepumpe abgesogen und zugeschmolzen. Sollten sie in sehr starkem Felde, bei kleiner Poldistanz, gebraucht werden, so wurden sie vor dem Anschmelzen an der Gaedepumpe in der Mitte etwas verjüngt. Sie wurden elektrisch erhitzt, indem auf einer dünnen Asbestunterlage eine Platinspirale gewunden wurde und diese mit Asbest zugedeckt. An der Stelle zwischen den Polen lief der Platindraht parallel der Achse des Röhrchens und wurde der Asbest weggenommen. An den Enden des parallelen Stückes und des Röhrchens wurde die Spirale mit Kupferdrähtchen gut befestigt, um sie nicht durch die Kräfte, welche das Magnetfeld auf den Erwärmungsstrom ausübt, von ihrer Stelle ziehen zu lassen. Sollte auch die Temperatur des erhitzten Natriums bestimmt werden, so gab ich den Röhrchen die Form, welche Fig. 1 zeigt. In die schmale, von unten offene Röhre wurden die durch sehr enge gläserne Röhrchen isolierten Schenkel eines Thermoelementes (*Pt-PtRh*) gebracht, das durch die P. T. Reichsanstalt geeicht war; die Lötstelle ist bei B; bei A war das Natrium. Die EMK. wurde gemessen mit einem Millivoltmeter von Siemens

1) u. a. C. R. **145**, 413, 1907.

1) Arch. Néerl. (3) **1**, 209, 1912.
2) Ann. d. Phys. **36**, 873, 1911.
3) Le Radium, **8**, 363, 1911; **8**, 449, 1911.
4) Ber. d. D. Phys. Ges. **15**, 69, 1913 und Diss. Berlin 1913.
5) Inaug.-Diss. Göttingen 1913.
6) Diese Zeitschrift **14**, 405, 1913.

& Halske. Bei 300° war die EMK. 2,19 Millivolt, bei 400° 3,13. Die niedrigste Temperatur, wobei noch Absorption wahrgenommen wurde, war 250° C. Die Linien waren dann aber zu schmal, um photographiert werden zu können. Meistens wurde bei 300° oder höher beobachtet. Später wurde nicht immer aufs neue die Temperatur gemessen, da eine genaue Bestimmung für meine Zwecke unnötig war.

Erhitzt wurde das Röhrchen zuerst mit Wechselstrom, später immer mit Gleichstrom. Wenn es nur gut festgebunden ist, wird es nicht aus dem Magnetfelde gezogen, namentlich wenn man dem Erwärmungsstrom nicht zu schnell die nötige Intensität gibt, während Wechselstrom

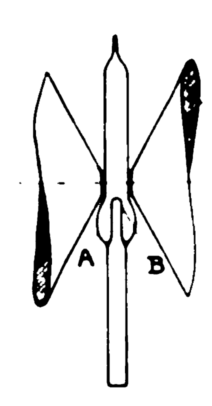


Fig. 1.

den Nachteil hat, die Erwärmungsspirale im Magnetfelde in Schwingungen zu versetzen, die stärker werden, nachdem sie den Asbest mehr loswühlen und die endlich das Röhrchen aus der richtigen Stellung bringen.

3. Nach dieser Methode kann man die D-Linien samt ihren magnetischen Komponenten sehr fein und scharf in Absorption erhalten[1]. Eine Bogenlampe war Lichtquelle. Die Röhrchen kann man in der Mitte auf 2 bis 3 mm verjüngen, so daß sie auch in starkem Felde gebraucht werden können. Bei diesen sehr engen Röhrchen stößt man freilich oft auf die Schwierigkeit, daß beim Erhitzen das Natrium in dem engen Teile nicht nur gegenüber den Stirnflächen der Pole kondensiert, sondern auch auf dem Lichtweg. Durch geeignete Wahl der Menge Natriums und durch allmähliches Erhitzen kann man diesem Übel meistens zuvorkommen. Die Expositionszeiten der mit diesen Röhrchen angestellten Versuche variierten mit der Dicke von 20 Minuten bis zu einer Stunde.

4. Der Zeemaneffekt der Absorptions-D-Linien dieser Röhrchen wurde verglichen mit

1) Woltjer und Zeeman, diese Zeitschrift **14**, 914, 1913.

dem der Gas-Sauerstoff-, später der Azetylen-Sauerstoff-Flamme. Die Flamme wurde gefärbt mit einer Kochsalzlösung mittels eines Zerstäubers nach der Methode, zuerst durch Gouy angewandt und später verbessert durch Brotherus und Iwanow[1], nur für diesen Fall zweckmäßig etwas vereinfacht, wie in der Dissertation näher angegeben. Der Zerstäuber wurde angeblasen durch einen Luftstrom, herkömmlich von einer Wasserstrahldruckpumpe. Der mit Salzlösung beladene Luftstrom wurde ringsum dem Brenner zugeführt durch die Ansatzrohre eines Apparates, der, wie Fig. 2 zeigt, aus zwei

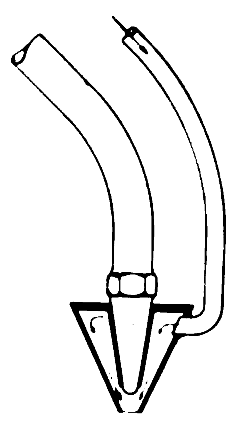


Fig. 2.

von unten geschlossenen kupfernen Kegelmänteln besteht und auf den Brenner gesetzt werden kann.

Es war mir gestattet das große, für Prof. Zeeman von Rowland geteilte Gitter zu gebrauchen (55000 Linien, Krümmungsradius 6,25 m, geritzte Oberfläche 14 cm), stigmatisch aufgestellt nach der Rungeschen Methode mit Hohlspiegel (R = 5,6 m) als Kollimator. In der zweiten Ordnung wurde in der Normale beobachtet. Die Abstände der Spektrallinien sind dann bekanntlich den Wellenlängenunterschieden proportional. Außerdem ist die Abbildung stigmatisch und sehr lichtstark. Die Dispersion ist dann freilich nicht sehr groß: 1 mm in der Brennebene entsprach 2,26 A.-E. Die Dispersion auf Kosten der Helligkeit mittels einer negativen Linse zu vergrößern, wurde versucht, aber zeigte sich der bedingten größeren Expositionszeiten wegen nicht erwünscht.

Der Spalt des Kollimators wurde meistens 0,03 mm, bisweilen 0,025 mm genommen. Die Spaltweite beeinflußt sehr die Reinheit des Spektrums, wie namentlich aus Schusters Ar-

1) Diese Zeitschrift **13**, 1112, 1912.

beiten[1]) hervorgeht. Ist P die Reinheit des Spektrums, R das Auflösungsvermögen, p der Reinheitsfaktor, b die wirkliche, b_n die normale Breite des Spaltes, f die Brennweite und D die Öffnung des Kollimatorspiegels, dann gelten die Beziehungen: $P = pR, b_n = \frac{\lambda f}{4D}$, und Schuster gibt in einer Tabelle die Werte von p als Funktion von $\frac{b}{b_n}$. Für die D-Linien ist bei obigem Spektroskop $b_n = 0{,}00315$ mm, $\frac{b}{b_n} = 9{,}5$ und aus den von Schuster berechneten Werten folgt durch graphische Interpolation $p = 0{,}38$. Da $R = 110000$ ist (2. Ordnung, 55000 Linien), ist $P = 42000$. Die Intensität des Spektrums ist dann nach Schuster 0,9 der maximalen. Eine Schätzung der Reinheit kann man auch machen auf Grund des Umstandes, daß, wenn paralleles Licht auf den Spalt fällt und das zentrale Maximum des Beugungsbildes gerade den Kollimator bedeckt, die Spaltweite $8 \times b_n$ ist.

Mittelst eines Kalkspates und eines Spaltes wurde nur das senkrecht zu dem Magnetfelde schwingende Licht auf dem Spektroskop zugelassen.

Auf derselben Panchromatic-B-Platte von Wratten & Wainwright wurden zuerst die D-Linien in der Sauerstoffazetylen-Flamme, dann die des Röhrchens und dann wieder zum Kontrollezweck die der Flamme photographiert. Die Abstände der Spektrallinien wurden mit einem Zeißkomparator in 10^{-3} mm ausgemessen.

Der Elektromagnet war ein großer du Boismagnet neuesten Modells mit Wasserkühlung. Die Stirnflächen der Polschuhe waren rechteckig, 15×5 mm, die Längsseiten waren dem Lichtwege parallel. Die Poldistanz wechselte von 3 bis 4 mm. In dieser Weise war das Feld in der Richtung des Lichtweges genügend homogen (s. u.), während die kurze vertikale Dimension es ermöglichte, den nicht direkt erhitzten Teil des Röhrchens sehr kurz zu machen.

5. Es wurde beabsichtigt, die drei Spektren in gleich starkem Magnetfelde zu photographieren. Zuerst hielt ich es für genügend, die Poldistanz und den magnetisierenden Strom ungeändert zu lassen. Daß dies nicht immer genügend sei, zeigte sich bei verschiedenen Versuchen. Die Feldstärke nahm oft während der Versuche ab, wie das folgende Beispiel zeigt. Numerieren wir die s-Komponenten von D_1 1 und 4, von D_2 1, 2, 5 und 6 (von Rot nach Violett), so fand ich für die Abstände in 10^{-3} mm:

	D_1	D_2		Mitte 1 und 4 von D_1 bis Mitte 2 und 5 von D_2
	1—4	1—6	2—5	
Flamme . .	621,9	772,0	465,6	2653,5
Röhre . . .	612,5	761,9	458,1	2654,5
Flamme . .	602,2	752,8	452,8	2654,0

Die letzte Spalte ist zur Kontrolle aufgenommen. War die Ursache, wodurch die Zerlegungen bei der Flamme in beiden Fällen nicht gleich groß sind, in dem Spektroskop zu suchen, z. B. die Kassette stände nicht immer genau an derselben Stelle, so könnten die in der letzten Spalte aufgenommenen Zahlen nicht gleich sein. Der Magnetstrom war 17,5 Amp. und wurde innerhalb 1, ausnahmsweise 2 v. H. konstant erhalten. Die Feldstärke war ca. 32000 Gauß. Die Abnahme war 3 v. H.

Ein spezieller Versuch, wobei ich je nach 25 Minuten die Zerlegung der D-Linien der Flamme photographierte und ausmaß, gab bei einem Magnetstrom von 22,5 Amp. während $1^3/_4$ Stunden eine Abnahme der Feldstärke von 4 Proz. Ein ähnlicher Versuch, aber jetzt mit einem Voltmeter zu den Polklemmen des Magneten, gab die Resultate, welche in Fig. 3 graphisch dargestellt sind. Die Abszissen stellen die Zeit dar in Minuten, die Ordinaten der oberen Kurve die relative Feldstärke (am Ende des Versuches in willkürlichem Maße 1000 genommen), die der unteren Kurve den Widerstand des Elektromagneten in Ohm. Durch die Joulesche Wärme nimmt zuerst der Widerstand zu. Es scheint aber ein Isolationsfehler Ursache zu sein, daß der Widerstand dann abnimmt. Nach ungefähr zwei Stunden wird er zugleich mit der Feldstärke — wie zu erwarten war — konstant. Bei den definitiven Aufnahmen wurde darum immer nicht nur die Stärke des Magnetstromes, sondern auch der Widerstand kontrolliert und erst nachdem der stationäre Zustand eingetreten war, mit Photographieren angefangen.

6. Ich lasse jetzt die Resultate zweier definitiven Aufnahmen folgen:

Auf der einen Platte stehen vier Aufnahmen, gewonnen bei einer Poldistanz von 3,6 mm, einem Magnetstrom von 20 Amp. und einer Feldstärke von 32900 Gauß.

a) Oxyazetylen-Flamme, b) Röhre, c) und d) Oxyazetylen-Flamme. Bei a) und d) war der Spalt des Spektroskopes (0,025 mm) etwas enger als bei b) und c) (0,03 mm). Auf jeder Aufnahme stehen auch Absorptionslinien an der ursprünglichen Stelle: die D-Linien, die immer

1) Astrophysical Journal 21, 197, 1905. Siehe auch Zeeman, Magneto-optische Untersuchungen S. 7.

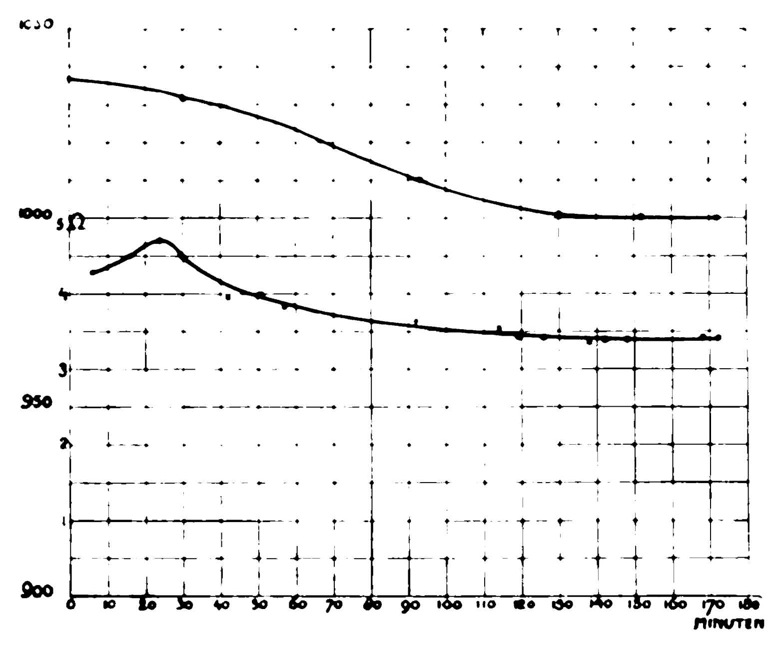


Fig. 3.

in der Bogenlampe anwesend sind. Die Abstände benachbarter Linien in 10^{-3} mm sind aufgenommen in folgender Tabelle:

	$1-D_1$	D_1-4	$4-1$	$1-2$	$2-D_2$	D_2-5	$5-6$
a	322.0	313.1	1041.1	153.1	230.7	238.7	161.2
b	315.7	310.4	1043.7	155.8	233.3	243.0	162.4
c	323.0	312.7	1042.2	151.7	238.2	237.4	165.2
d	322.8	310.9	1044.0	154.2	238.7	239.1	158.3

Aus diesen Daten lassen sich die Zerlegungen berechnen; und zur Kontrolle berechnete ich auch den Abstand der Mitte von 1 und 4 von D_1 zu der Mitte von 2 und 5 von D_2:

	D_1	D_2		„Mittel“
	1—4	1—6	2—5	D_1-D_2
a	635.1	703.1	478.4	2054.3
b)	635.1	703.5	477.2	2053.7
c	636.7	705.5	475.6	2053.1
d)	633.7	700.3	477.8	2054.0

Auf der anderen Platte stehen 3 Aufnahmen, alle mit derselben Spaltweite. a) und c) Oxyazetylen-Flamme, b) Röhre, Feldstärke 32840 Gauß. Die Ergebnisse der Messungen sind:

	$1-D_1$	D_1-4	$4-1$	$1-2$	$2-D_2$	D_2-5	$5-6$
a)	320.1	310.6	1046.3	154.5	237.0	236.4	150.6
b)	321.8	310.5	1043.2	156.0	234.1	240.4	160.5
c	324.0	310.4	1045.0	149.7	239.0	238.7	160.7

	D_1	D_2		„Mittel“
	1—4	1—6	2—5	D_1-D_2
a)	636.7	788.4	474.3	2056.3
b	638.3	791.0	474.5	2055.6
c)	634.4	788.8	478.4	2054.2

Vergleichen wir die Zerlegungen in der Flamme und in der Röhre miteinander, dann finden wir also bei der ersten Platte:

	D_1	D_2	
	1—4	1—6	2—5
Flamme Mittel a), c) und d)	635.2	703.0	477.3
Röhre b)	635.1	703.5	477.2

und bei der anderen, da die Feldstärke etwas kleiner war:

	D_1	D_2	
	1—4	1—6	2—5
Flamme Mittel a) u. c)	635,6	788,6	476,3
Röhre b)	638,3	791,0	474,5

Bei der ersten Platte ist die Übereinstimmung vorzüglich, bei der anderen sind die Differenzen höher, bis 0,4 Proz., sie liegen aber noch innerhalb möglicher Beobachtungsfehler. Wir können also folgern, daß die Zerlegungen gleich groß sind.

7. Aus den Tabellen geht hervor, daß ein Unterschied besteht in der Lage der magneti-

schen Komponenten. Bei der Röhre sind sie in bezug auf die Lage bei der Flamme nach den Seiten der kürzeren Wellenlängen verschoben (und wie in der Dissertation auf Grund der Tabellen ausgeführt wird), bei D_1 im Mittel $5,9 \times 10^{-3}$ mm, bei D_2 $4,6 \times 10^{-3}$ mm und da 1 mm 2,26 A.-E. entspricht, bei D_1 13×10^{-3} A.-E. und bei D_2 10×10^{-3} A.-E. Die Ursache ist die Druckdifferenz in der Flamme und in der evakuierten Röhre. Nach Humphreys und Mohler[1]) werden viele Spektrallinien durch Druckvermehrung nach Rot, durch Druckverminderung nach Violett verschoben. Maßgebend ist der Totaldruck, nicht der Partialdruck des leuchtenden Dampfes. Aus den Daten von Humphreys folgt für die Verschiebung pro Atmosphäre bei D_1 12×10^{-3} A.-E. und bei D_2 13×10^{-3} A.-E.. Richtung und Größe der tatsächlich wahrgenommenen Verschiebung stimmen also ganz mit der gegebenen Erklärung.

8. Fehler konnten entstehen, wenn das Magnetfeld nicht genügend homogen war oder wenn die Flamme und das Röhrchen sich nicht im homogenen Teile des Feldes befanden. Bei der Flamme ist der absorbierende Teil nicht scharf begrenzt. Findet die Absorption hauptsächlich in dem Mantel statt, dann kann auch, wenn der mittlere Teil der Flamme im homogenen Felde steht, ein zu kleiner Wert für die magnetische Zerlegung gefunden werden. Darum wurden nicht nur die Flamme und das Röhrchen immer sorgfältig in die Mitte des Feldes gestellt, sondern auch die Dimensionen der letzteren mit Rücksicht auf die Homogenität gewählt, wie oben angegeben. Die örtliche Konstanz dem Lichtwege entlang wurde in folgender Weise kontrolliert: Eine Quecksilbervakuumröhre wurde mit der Kapillare horizontal zwischen den Polen gehangen. Das in vertikaler Richtung ausgesandte Licht wurde durch einen Spiegel in horizontaler Richtung reflektiert und fiel durch eine Linse auf den Spalt des Spektroskops. Eine Blende ließ nur dort Licht auf den Spalt fallen, wo derjenige Teil der Kapillare, der sich gerade zwischen den Polen befand, abgebildet wurde. In dem auf der photographischen Platte entstandenen stigmatischen Bilde des Tripletts Hg 5770 wurde die Distanz der Außenkomponenten an verschiedenen Stellen gemessen. Welche Punkte des Feldes den Endpunkten des Tripletts zugeordnet sind, kann man erschließen aus dem Bilde, durch die Linse auf den Spalt geformt. Sind diese Punkte bekannt, dann kann man jedem Punkte des Tripletts einen Punkt des Feldes zuordnen und die Feldstärke als Funktion des Ortes bestimmen. Das Ergebnis war, daß bei einer Poldistanz von 4,2 mm, den rechteckigen Stirnflächen von 15×4 mm und einem Strome von 20 Amp., die Feldstärke im Abstande von 4 mm nur 0,3 v. H. abgenommen hatte und im Abstande von 5 mm 0,7 v. H. Wenn die Flamme mitten im Felde stand, war also die Feldstärke einem Abstande von 8 mm entlang innerhalb 0,3 v. H. konstant. Bei obigen Aufnahmen war der Fall noch etwas günstiger, da die Poldistanz kleiner war.

In vertikaler Richtung änderte sich die Feldstärke schnell. Darum wurde mittelst der Blende unmittelbar vor dem Spalt, nur von Punkten, die weniger als ca. 1 mm ober und unterhalb der Mitte des Feldes lagen, Licht auf das Gitter zugelassen und die photographische Platte der Mitte der Linien entlang ausgemessen. Es wurden also wirklich die Zerlegungen in der Flamme und in der Röhre in gleich starken Feldern verglichen.

Auf die Temperatur des Gitters wurde besonders geachtet. Die Widerstände der Ströme für Magnet und Bogenlampe und die Bogenlampe selber verursachten oft merkliche Temperaturerhöhungen während der Versuche. Das Gitter dehnt sich aus und ändert seine Lage[1]) und folglich ändern sich auch Dispersion und Auflösungsvermögen. Die Abstände von Linien, die so nahe aneinander liegen wie die magnetischen Komponenten einer Spektrallinie, werden durch kleine Änderung in Dispersion nicht merklich beeinflußt; wohl aber können die Linien, besonders da sie in Absorption wahrgenommen werden, verwaschen werden, wie auch durch die Änderung im Auflösungsvermögen. Es wurde darum die Gittertemperatur immer kontrolliert mittels eines an der Hinterseite aufgehängten Thermometers, und die Expositionszeiten wurden nicht zu lange genommen. Bei der einen Aufnahme war die Temperaturzunahme während der ganzen Dauer des Versuches (2 Stunden) $0,2^0$ und also während der Röhrenaufnahme (40 Minuten) höchstens ungefähr $0,07^0$; bei der anderen während der Röhrenaufnahme $0,8^0$.

9. Auch wurden die Zerlegungen in Absorption durch die Oxyazetylen-Flamme und in Emission bei den elektrischen Funken verglichen. Die Funkenlinien wurden erregt nach der von Beck beschriebenen Methode[2]): Kohlestäbchen, getaucht in eine Schmelze von $NaNO_3$ und $AgNO_3$, mit dieser Änderung, daß die Stäbchen, nachdem sie in der Schmelze gewesen waren, mit destilliertem Wasser extrahiert wurden, um das nicht reduzierte Salz, das bei der Legierung

1) Astrophys. Journ. **6**, 169, 1897.

1) Oswald Holtz, Messungen im Bogen- u. Funkenspektrum des Kalziums nach den internationalen Normalen. Zeitschr. f. wiss. Photogr. **12**, 101, 1913.

2) Ann. d. Phys. **39**, 926, 1912.



war, wegzunehmen; geschah dies nicht, so waren die Linien immer breit und selbst umgekehrt. Von der einzigen verwendbaren Platte, die ich bei diesem Teil meiner Untersuchung machen konnte, habe ich einen Kontaktabdruck gemacht, diesen und das Original gemessen, und die Mittelwerte genommen, um unabhängig zu sein von der Differenz im Aussehen des Absorptions- und Emissionsspektrums. Die Außenkomponenten von D_2 waren zu schwach. Die Zerlegung fand ich bei D_1 7 pro Mille, bei D_2 6 pro Mille kleiner als in der Flamme. Es kann sein, daß der Funken nicht im homogenen Teil des Feldes übergesprungen ist — die Poldistanz war etwas größer als bei den andern Aufnahmen, das Feld also weniger homogen; die Messungen sind aber auch weniger genau, da die Funkenlinien nicht so scharf sind als die Absorptionslinien in der Röhre.

10. In einer früheren Mitteilung von Woltjer und Zeeman[1] ist schon aufmerksam gemacht auf den Unterschied im Intensitätsverhältnisse der äußeren und der inneren s-Komponenten von D_2 bei der Flamme und der Röhre. Die Außen- und Innenkomponenten haben bei der Röhre nahezu gleiche Intensität, während bei der Flamme und auch bei den Funken der Unterschied beträchtlich ist. Freilich sind sie auch bei der Röhre nicht genau gleich stark. Auch sieht man, wenn man durch allmähliches Erhitzen der Röhre die Linien zum Vorschein kommen läßt, zuerst die Innenkomponenten erscheinen, bald danach die Außenkomponenten. Jedenfalls ist aber der Unterschied mit der Flamme auffallend, sowohl bei Röhrchen mit größerem wie mit kleinerem Durchmesser als dem der Flamme (siehe Tafel XV, Fig. 1). Die Erscheinung wird also nicht verursacht durch Unterschied in den Längen des Lichtweges. Das Verhältnis der Stärken von Außen- und Innenkomponenten von D_2 scheint bei Flamme und Röhre verschieden zu sein. Die Erscheinung ist darum interessant, da nach der Voigtschen Theorie über die anormalen Zeemaneffekte der Spektrallinien vom D-Typus „Parameter, die bei einzelnen (mehrfachen) Linien wesentlich die Intensitätsverhältnisse zwischen den Zeemankomponenten bestimmen, in Systemen gekoppelter verschiedener Linien eine große Rolle bei der Bestimmung der geometrischen Verhältnisse der Zeemaneffekte spielen"[2]) und die Abstände der Komponenten in „starkem" Felde beeinflußt werden durch das genannte Intensitätsverhältnis in „schwachem" Felde. Ist dieses abhängig von der Temperatur, dann also auch die Lage der Komponenten in „starkem" Felde.

1) Diese Zeitschr. **14**, 914, 1913.
2) Ann. d. Phys. **41**, 420, 1913.

11. Die mitgeteilten Wahrnehmungen zeigen auch deutlich den Einfluß der Koppelung der D-Linien. Nehmen wir die Mittelwerte der Aufnahmen a, c und d auf der zuerst beschriebenen Platte, dann finden wir für die Abstände der senkrechten Komponenten von den ursprünglichen Linien bei

$$D_1 \qquad -322{,}9,\ +312{,}3$$
$$D_2\ -363{,}0,\ -238{,}9,\ +238{,}4,\ +400{,}0$$
(+ nach Violett, — nach Rot).

Wie man sieht, ist der geometrische Schwerpunkt bei D_1 nach Rot verschoben; bei D_2 liegt die Mitte der Innenkomponenten an der Stelle der ursprünglichen Linie, die Mitte der Außenkomponenten ist nach Violett verschoben. Der Abstand der nach D_1 zugewandten Komponenten ist dadurch kleiner als der Abstand der anderen (siehe Tafel XV, Fig. 2).

Nach den Untersuchungen von Paschen und Back[1]) über anomale Zeemaneffekte und von Back[2]) über die Na-Linie 3303 bieten meine letzteren Wahrnehmungen natürlich prinzipiell nichts Neues. In Feldern von ca. 35000 C.G.S. ist besonders die Eindruckung des Sextetts von D_2 visuell sehr gut wahrnehmbar, sowie auch der Intensitätsunterschied in den Außenkomponenten von D_2. Vor dem Erscheinen meiner Dissertation hatte Herr Paschen Herrn Voigt „brieflich mitgeteilt, daß er nach Entdeckung der Koppelungswirkungen . . . . auch an dem Duplett Na. 5896 o Andeutungen von Veränderungen gleicher Art gefunden hat"[3]). Neuerdings hat auch Herr Popow[4]) diese Erscheinungen quantitativ verfolgt. Die Absicht in meiner Dissertation war nur nebenbei zu zeigen, daß diese Erscheinungen qualitativ und quantitativ mit der Voigtschen Theorie in Übereinstimmung sind insoweit als die Genauigkeit der Messungen geht.

Bezeichnen wir mit $3\mu_2$ den Abstand der D-Linien (alle „Abstände" werden gemessen in Frequenzen), mit μ_n den normalen Abstand im Sinne der Lorentzschen Theorie, mit $\beta = \frac{\mu_n}{3\mu_2}$, dann gibt die Voigtsche Rechnung für die Abstände der Komponenten zu den ursprünglichen Linien[5]):

$$D_1 \begin{cases} 1\ \mu_-' = -\frac{4}{3}\mu_n - 2\mu_2\left(\frac{1}{3}\beta^2 + \frac{1}{9}\beta^3\right) \\ 4\ \mu_+' = +\frac{4}{3}\mu_n - 2\mu_2\left(\frac{1}{3}\beta^2 - \frac{1}{9}\beta^3\right) \end{cases}$$

1) Ann. d. Phys. **39**, 897, 1912.
2) Ann. d. Phys. **39**, 926, 1912.
3) Ann. d. Phys. **43**, 1130, 1914.
4) Diese Zeitschr. **15**, 756, 1914.
5) Ann. d. Phys. **42**, 210, 1913.

$$D_2 \begin{cases} 1 \; \mu_-''' = -\frac{5}{3}\mu_n + 2\mu_2\left(\frac{1}{3}\beta^2 + \frac{1}{9}\beta^3\right) \\ 2 \; \mu_-'' = -\frac{3}{3}\mu_n \\ 5 \; \mu_+'' = +\frac{3}{3}\mu_n \\ 6 \; \mu_+''' = +\frac{5}{3}\mu_n + 2\mu_2\left(\frac{1}{3}\beta^2 - \frac{1}{9}\beta^3\right) \end{cases}$$

Ist β sehr klein, also in schwachen Feldern, dann haben die eingeklammerten Terme, die den Koppelungseinfluß zeigen, keinen merklichen Effekt und gilt die Regel von Runge und Paschen strenge. Auf den Abständen symmetrisch gelegener Komponenten ist der Effekt von der dritten Ordnung und, da β bei meinen Versuchen 0,09 ist, unmerkbar. Wenn ich dann auch aus den Abständen an Linien 1 und 4 von D_1, 1 und 6, und 2 und 5 von D_2 μ_n berechne und aus diesen 3 Werten das Mittel nehme, finde ich bei der Flamme und der Röhre Zahlen, die weniger als 1 Proz. verschieden sind. Weiter habe ich aus den Beziehungen $\mu_+'' - \mu_-'' = 2\mu_n$ und $(\mu_+''' - \mu_-''') + (\mu_+' - \mu_-') = 6\mu_n$, und den aus den genannten Werten für μ_+'', μ_-'', usw. μ_n, β und dann weiter die Lagen der Komponenten mit und ohne Koppelung berechnet. Für β finde ich 0,09. In der folgenden Tabelle sieht man, wie deutlich der Einfluß der Koppelung ist und wie gut die Übereinstimmung mit der Theorie:

		Berechnet ohne Koppelung	Koppelungsterme	Berechnet mit Koppelung	Beobachtet
D_1	1	— 318,2	— 4,8	— 323,0	— 322,9
	4	+ 318,2	— 4,6	+ 313,6	+ 312,3
D_2	1	— 397,0	+ 4,8	— 392,2	— 393,0
	2	— 238,2	0	— 238,2	— 238,9
	5	+ 238,2	0	+ 238,2	+ 238,4
	6	+ 397,0	+ 4,6	+ 401,6	+ 400,0

Zusammenfassung: Die Methode von Wood und Zeeman, feine Absorptionslinien für Untersuchungen in starken Magnetfeldern zu erhalten, wird angewandt zur Vergleichung der magnetischen Zerlegung der D-Linien bei niedriger (Vakuumröhre von ab 300° C) und höherer (Oxyazetylen-Flamme und elektrischem Funken) Temperatur. Die Größe der Zerlegung ist innerhalb der Beobachtungsfehler (einige wenige pro Mille) dieselbe. Im Intensitätsverhältnis der äußeren und inneren senkrechten Komponenten von D_2 scheint ein Unterschied zu bestehen. Das Beobachtungsmaterial wird auch noch angewandt zur Demonstration der Koppelung zwischen den D-Linien.

Auch an dieser Stelle möchte ich Herrn Prof. Dr. P. Zeeman meinen herzlichen Dank sagen für die Anregung zu dieser Arbeit und für das ermutigende Interesse, das er dem Verfasser stets dabei gezeigt.

Amsterdam, Oktober 1914.

(Eingegangen 16. Oktober 1914.)

Über Adsorbierung und Fällung der Radioelemente.

Von Fritz Paneth.

1. Bei der Erforschung der chemischen Natur der Radioelemente, die zunächst nur durch die Art ihrer Strahlung und Größe ihrer Zerfallskonstanten charakterisiert waren, wurde meist in der Weise vorgegangen, daß in der aktiven Lösung verschiedene bekannte Elemente gefällt wurden; fiel das betreffende Radioelement mit dem Niederschlag aus, so betrachtete man das als einen Beweis dafür, daß das Radioelement und das gefällte Element ähnliche chemische Eigenschaften besäßen. Ein solcher Schluß ist gerechtfertigt, wenn beide Elemente annähernd in gleicher Menge vorhanden sind, begegnet aber den schwerstwiegenden Bedenken, wenn die Konzentration des einen Stoffes — wie es bei den Radioelementen oft der Fall ist — um mehrere Zehnerpotenzen hinter der des andern zurückbleibt. Es fehlte nicht an Stimmen, welche diese Einwände geltend machten, aber skeptische Äußerungen, wie z. B. die von Godlewski[1]), daß wir über die chemischen Eigenschaften der kurzlebigen Radioelemente nicht das geringste aussagen könnten, fanden, so begründet sie waren, wenig Berücksichtigung und der Erfolg gab tatsächlich denen, welche sich durch theoretische Bedenken nicht abschrecken ließen, recht. Dies können wir heute, wo uns die chemischen Eigenschaften aller Radioelemente — namentlich durch die Aufdeckung ihrer Beziehungen zum periodischen System — mit Sicherheit bekannt sind, als erwiesen betrachten.

Hierdurch entsteht aber das neue Problem, wie es denn kommt, daß die Radioelemente in so extremen Verdünnungen ein so wohl definiertes chemisches Verhalten zeigen[2]), oder, schärfer formuliert, wie es möglich ist, daß ein Element von einem Reagens ausgefällt wird, bevor die Ionenkonzentration das Löslichkeitsprodukt erreicht hat[3]).

1) T. Godlewski, Jahrb. der Radioaktivität u. Elektronik 3, 134 f., 1906.

2) F. Soddy, The Chemistry of the Radio-Elements (London 1911), p. 26.

3) K. Fajans und P. Beer, Ber. d. Deutsch. chem. Ges. 46, 3494, 1913; F. Paneth, Kolloid-Zeitschrift 13, 302, 1913.

2. Es war von verschiedenen Seiten die Befurchtung ausgesprochen worden[1], daß bei den geringen Konzentrationen die chemischen Beziehungen noch besonders durch **Adsorptionserscheinungen** verwirrt werden mußten. Doch ließen einzelne Literaturangaben das Bestehen einer Gesetzmaßigkeit gerade in den Adsorptionsvorgangen vermuten[2], und von diesem Gedanken ausgehend haben K. Horovitz und der Autor[3]) die Adsorbierung verschiedener Radioelemente durch eine großere Zahl schwer loslicher Salze und Oxyde untersucht. Sie fanden dabei die Regel, daß **jene Radioelemente gut adsorbiert werden, deren analoge Verbindung in dem betreffenden Losungsmittel schwer loslich ist;** unter analoger Verbindung ist hierbei die Verbindung des Radioelements mit dem elektronegativen Bestandteil des Adsorbens verstanden. Zur Erlauterung seien ein paar Zahlenangaben aus der Arbeit zitiert:

Adsorbens	Losungsmittel	Adsorbierte Menge (in Prozenten der ursprunglich vorhandenen)	
$BaSO_4$	1 10 n HCl	81 % Thorium B,	32 % Thor. C
	1 10 n KOH	20 „	64 „
	1 10 n NH_3	100 „	86 „
Cr_2O_3	1 10 n HCl	25 „	60 „
$AgBr$	1 n HBr	81 „	34 „
$BaSO_4$	1 n HCl	88 % Radium	
Cr_2O_3	1 n HCl	0 „	
$AgCl$	1 n HCl	0 „	

Man erkennt leicht in den angefuhrten Zahlen die oben erwahnte Gesetzmaßigkeit: das Sulfat des Thorium B (isotop mit Blei) ist weder in Sauren noch in Ammoniak, wohl aber in Kalilauge loslich, das des Thorium C (isotop mit Wismut) ist dagegen in Sauren leicht, in Ammoniak und Kalilauge aber nicht löslich; Wismut neigt viel mehr als Blei zu hydrolytischer Spaltung und Bildung schwer loslicher Oxysalze; Bleibromid ist schwer, Wismutbromid leicht löslich; Radium endlich bildet ein in Sauren unlösliches Sulfat, dagegen ein leicht losliches Hydroxyd und Chlorid.

Das Bestehen dieser Regel bot eine Möglichkeit, gerade durch Zurückfuhrung auf Adsorptionswirkung zu erklaren, warum man aus dem Mitausfallen mit einem fremden Element Schlusse auf die chemische Natur des Radioelements ziehen durfte; „wir können uns den Vorgang der Ausfallung von Radioelementen so denken, daß der gebildete Niederschlag nur auf jene Radioelemente als kraftiges Adsorbens wirkt, deren analoge Verbindung unter den gegebenen Verhaltnissen schwer loslich wäre; der Effekt ist ganz der gleiche, als ob das zugesetzte Reagens das Radioelement direkt fällen würde." Worauf aber diese, von der chemischen Natur so abhangige Adsorption beruht, ist unerklärt. So viel ist sicher, daß eine Begründung durch Anderungen der Oberflachenspannung, die sich bei vielen Adsorptionsvorgangen als aussichtsreich erwiesen hat[1]), hier keinen Erfolg verspricht; denn es ist unter anderem eine notwendige Folge dieser Theorie, daß die Reihenfolge der Adsorptionswirkung zweier Adsorbentien für zwei verschiedene Stoffe die gleiche sein muß; wir sahen aber oben, daß z. B. $BaSO_4$ mehr Thorium B, Cr_2O_3 mehr Thorium C adsorbiert. Wenn die erwahnte Regel, die sich auch für Polonium und bei einer betrachtlichen Zahl verschiedener Adsorbentien und Lösungsmittel als gultig erwiesen hat, in ihrer Formulierung das Wesen der Sache trifft, mussen wir versuchen, diese Adsorptionen direkt auf die verschiedene Loslichkeit der Stoffe zurückzuführen.

Ein wichtiger Punkt sei zunächst erwähnt: die Versuche sprechen dafür, daß die **chemische Natur des Adsorbens** in erster Linie für die Starke der Wirkung maßgebend ist, nicht die Ionen im Losungsmittel. Die Vermutung, daß ein Salz umso leichter adsorbiert wird, je näher zum Sattigungszustand es sich befindet[2]), durfte nicht zutreffen; sonst mußten Oxyde in Schwefelsaure viel mehr Thorium B und Aktinium X (isotop mit Radium) adsorbieren als in Salzsäure, was durch Versuche widerlegt wurde, und Thorium C hätte keinen Grund, besonders stark von Oxyden festgehalten zu werden. Es bleibt demnach nur die Vermutung, daß das Adsorbens die spezifische Wirkung hervorruft. Es soll im folgenden gezeigt werden, daß es möglich ist, eine Erklarung dafür zu geben, wenn man berücksichtigt, welche Rolle bei diesen Konzentrationen **der kinetische Austausch der Atome an der Oberfläche des Adsorbens** spielen muß.

3. Zur Deutung der **Adsorbierung von Radioelementen an isotopen Adsorbentien** brauchen wir keine speziellere Hypothese. Wir wissen, daß z. B. beim Schütteln von $PbSO_4$ in einer Lösung von Thorium B beständig Pb-Atome in Lösung gehen (teilweise an SO_4 gebunden, teilweise dissoziiert) und andere aus der Lösung sich an der festen Phase niederschlagen. Bei der vollkommenen Vertretbarkeit der Isotopen in allen chemischen Beziehungen werden

1) z. B. F. Soddy, loc. cit. p. 25.
2) F. Paneth, loc. cit S. 304f.
3) Mitteil. aus d. Institut f. Radiumforschung. LXIII. (wird in nachster Zeit auch in der Zeitschr. f. physik. Chemie erscheinen).

1) Siehe darüber besonders H. Freundlich, Kapillarchemie (Leipzig 1909), 143ff.
2) K. Fajans und P. Beer, loc. cit. S. 3496.



unter den zurückwandernden *Pb*-Atomen sich auch *ThB*-Atome befinden und bei genügend langem Schütteln muß das Verhältnis *ThB*:*Pb* in der Lösung und in der Schicht, die an dem Austausche teilnimmt — und die wir uns zunächst scharf begrenzt als die oberste Molekülschicht des Adsorbens vorstellen wollen — dasselbe sein. Wenn wir mit radioaktiven Messungsmethoden die Veränderung der Lösung untersuchen, werden wir finden, daß die Lösung an Thorium *B* verarmt ist, mit andern Worten, daß Thorium *B* adsorbiert wurde, und wenn wir nichts vom Isotopismus von *ThB* und Blei wüßten, wäre der Mechanismus dieser Adsorption für uns nicht klarer als der irgendeiner andern. Die Adsorption wird umso stärker sein, je größer die Zahl der *Pb*-Atome in der Oberflächenschicht gegenüber den *Pb*-Atomen in der Lösung ist, also ceteris paribus je schwerer löslich das Adsorbens ist. Obwohl also $PbSO_4$ in Lösung geht und wir demnach, wenn wir die Blei-Isotopen gemeinsam betrachten, keine Adsorption, sondern eine Bereicherung der Lösung an Blei-Isotopen konstatieren müssen, wird *ThB* beträchtlich adsorbiert. In 1/10 n-Salpetersäure verschwanden 46 Proz. *ThB* aus der Lösung[1]). Die Adsorbierung ist noch stärker, wenn das Adsorbens noch weniger löslich ist; Bleichromat adsorbierte in 1/1000 n-Salpetersäure 70 Proz.[2]).

Es sollen, weil gerade der Fall der Adsorbierung von Isotopen theoretisch so durchsichtig ist, hierüber noch Versuche in verschiedener Richtung angestellt werden; es muß z. B. möglich sein, die Zahl der Atome der festen Phase, die an dem Austausch teilnehmen, mit ziemlicher Genauigkeit zu bestimmen; also auch, unter der Voraussetzung, daß sie alle an der Oberfläche liegen, die Ausdehnung dieser Oberfläche, was für andere Adsorptionsversuche, bei denen diese Berechnung nicht ausführbar ist, Wert hätte. Ob der Austausch sich nur auf die Oberfläche erstreckt, wird vielleicht durch Versuche über die Geschwindigkeit der Adsorption zu entscheiden sein. Über die Abhängigkeit der adsorbierten Menge von der Konzentration läßt sich voraussagen, daß bei den kurzlebigen Radioelementen, deren Menge gegenüber der Menge des in Lösung gegangenen Adsorbens verschwindet, Proportionalität zu finden sein muß. Z. B. lautet bei der Adsorbierung von *ThB* oder einem andern Bleiisotopen an einem Bleisalz die Formel für den Gleichgewichtszustand (immer unter der Voraussetzung, daß die Mischungsschicht scharf begrenzt ist und unter Vernachlässigung der geringen Löslichkeitsverminderung des Adsorbens durch Zusatz des Isotopen)

$$\frac{\text{Isotop}_{\text{ads.}}}{\text{Isotop}_{\text{gel.}}} = \frac{Pb_{\text{Grenzfläche}}}{Pb_{\text{gel.}} + \text{Isotop}_{\text{gel.}} + \text{Isotop}_{\text{ads.}}}$$

Unter $Pb_{\text{Grenzfläche}}$ ist die Zahl der *Pb*-Atome der festen Phase, die an dem Austausch teilnehmen, unter $Pb_{\text{gel.}}$ die Zahl der in gesättigter Lösung des Adsorbens vorhandenen *Pb*-Atome verstanden. Man sieht, daß das Verhältnis des adsorbierten Teiles des Radioelements zu dem in Lösung verbleibenden konstant ist, wenn seine Menge gegenüber der Löslichkeit des Adsorbens zu vernachlässigen ist; die adsorbierte Menge ist also proportional der Konzentration; bei größeren Mengen der Isotopen (mit *ThB* nicht ausführbar, wohl aber prinzipiell mit Radium *G*)[1]) steigt die adsorbierte Menge langsamer als die Konzentration, folgt also qualitativ dem Verlauf der bekannten Adsorptionsisotherme, und wird endlich in dem extremen Fall, daß die Löslichkeit des Adsorbens klein ist gegenüber dem zugesetzten Isotopen, unabhängig von der Konzentration; die ganze Grenzschicht besteht dann praktisch nur aus dem Isotopen[2]).

4. Wenn wir auf die Adsorbierung nicht isotoper Elemente übergehen, müssen wir uns bestimmte Vorstellungen über die Kräfte machen, welche die kleinsten Teilchen des Kristalls zusammenhalten. Daß sie mit den chemischen Kräften nahe verwandt seien, ist schon öfters von verschiedenen Seiten ausgesprochen worden[3]); in jüngster Zeit ist es namentlich durch die Untersuchung der Röntgenspektren möglich gewesen, sich eine zuverlässige Vorstellung von der Anordnung der Atome im Gitter der Kristalle zu verschaffen und die erhaltenen Resultate sind eine starke Stütze für die Auffassung, daß diese Anordnung durch die Natur der chemischen

1) Die Versuchsbedingungen waren die gleichen wie die in der zitierten Arbeit von Horovitz und Paneth gewählten.

2) Bleisuperoxyd adsorbiert trotz seiner Unlöslichkeit nur etwa 26 Proz. *ThB*; zwischen den zweiwertigen *ThB*-Atomen und den vierwertigen Bleiatomen findet kein unmittelbarer Austausch statt und die Aufladung der *ThB*-Ionen erfolgt, wenn sie überhaupt stattfindet, mit zu geringer Geschwindigkeit. Gerade zur Feststellung dieser Tatsachen sind solche Versuche von Wert.

1) Reines Radium *G* (Atomgewicht 206·0) wurde kürzlich von O. Hönigschmid und St. Horovitz in kristallisierten Uranerzen aufgefunden (Sitzungsber. d. Akad. d. Wissenschaften in Wien, 15. Okt. 1914).

2) Auf den Vergleich der hier geltenden Adsorptionsisotherme mit den Adsorptionstheorien, welche ebenfalls zur Annahme eines Maximums der Adsorption führen, soll an dieser Stelle nicht eingegangen werden.

3) Siehe z. B. die Zitate aus älteren Autoren bei O. Lehmann, Molekularphysik (Leipzig 1889), besonders aber W. Nernst, Kinetische Theorie fester Körper. (In den „Mathem. Vorlesungen an d. Universität Göttingen". VI. [Leipzig 1914], S. 64ff.).

Valenzen bedingt ist. Es sei nur an das schlagendste Beispiel, das Kristallgitter des Diamants, erinnert[1]).

In unserem Fall interessieren uns mehr die Kräfte, die den Zusammenhalt kristallisierter chemischer Verbindungen, nicht der einfachen Elemente bewirken. Bekanntlich ließ sich bei $NaCl$ zeigen[2]), daß die Na- und Cl-Atome im Kristall getrennt liegen, daß sie also auch im festen Zustand wie in Lösung „dissoziiert" sind in dem Sinn, daß nicht zu einem bestimmten Na ein bestimmtes Cl gehört. Was das Lösungsgleichgewicht betrifft, erscheint es darum nicht recht begründet, anzunehmen — wie es bei Elektrolyten jetzt allgemein geschieht[3]) —, daß die feste Phase nur im Gleichgewicht steht mit den undissoziierten Molekülen in der Lösung, die ihrerseits mit den dissoziierten nach der Beziehung des Massenwirkungsgesetzes im Gleichgewicht sind. Man mußte sich den Lösungsvorgang so vorstellen, daß sich erst die Na- und Cl-Atome zu undissoziierten Molekülen vereinigen, und der dem Dissoziationsgrad entsprechende Bruchteil hierauf unter dem Einfluß des Lösungsmittels wieder dissoziiert. Man kann aber natürlich, statt zu sagen, Sättigung ist erreicht, wenn die Konzentration des undissoziierten Anteils den Wert c_0 erreicht hat, ebensogut das Produkt $c_1 \cdot c_2$ als maßgebende Größe einführen, wobei c_1 und c_2 die Konzentration der Na- und Cl-Ionen bedeutet und $c_1 \cdot c_2 = k \cdot c_0$; wenn nachgewiesen ist, daß die Moleküle schon im festen Zustand dissoziiert sind, dürfte die letztere Annahme die einfachere Vorstellung vom Mechanismus des Vorganges ermöglichen. Wir wollen sie bei unsern folgenden Überlegungen zugrunde legen, doch sei betont, daß nichts Wesentliches an den Resultaten geändert wird, wenn kein direkter Austausch von Ionen zwischen Lösung und fester Phase angenommen wird, da ja ein beständiger Austausch zwischen den Atomen dissoziierter und undissoziierter Moleküle stattfindet und daher auch unter der alten Annahme nach entsprechend langer Zeit vollständige Vermischung eintreten muß.

Wesentlich für unsere weitern Überlegungen und, wie es scheint, notwendig zur Erklärung der gefundenen Regel ist nur, daß wir — neben der selbstverständlichen Annahme des kinetischen Austausches zwischen Lösung und Oberfläche der festen Phase — dem elektropositiven und elektronegativen Bestandteil der Salze auch im festen Zustand gesonderte Valenzen zuschreiben und die Schwerlöslichkeit eines Niederschlags auf das feste Zusammenhalten dieser Valenzen zurückführen[1]). Das heißt also, daß wir z. B. im Fall des $BaSO_4$ annehmen, daß die Valenzen der SO_4-Gruppe eines Moleküls nicht ganz durch die Valenzen eines benachbarten Ba abgesättigt sind, sondern die Fähigkeit haben, noch andere Ba-Atome — die selbst wieder mit SO_4-Gruppen verbunden sein können — festzuhalten; und daß eben in dieser „Streuung" der Valenzen, ihrer Aufteilung auf verschiedene Ba-Atome, der Grund des Zusammenhaltens des festen $BaSO_4$ beruht. Ob die Ba-Atome und die SO_4-Gruppen im Kristallgitter gesonderte Plätze einnehmen, oder ob die undissoziierten Moleküle (in ähnlicher Weise wie die Wernerschen Nebenvalenzen) die konträren Bestandteile der benachbarten Moleküle zu binden vermögen[2]), ist für unsere Frage belanglos; in Anbetracht der schon erwähnten Ergebnisse der Röntgenspektrographie des $NaCl$ und verwandter Salze aber und besonders mit Rücksicht auf die Sicherheit, mit der A. Johnsen[3]) bei der Diskussion des Massengitters des Kalkspats zum Resultat kam, daß je ein C- und drei O-Atome räumlich und physikalisch enger zusammen gehören als die übrigen Atome, wird man wohl geneigt sein, auch bei allen ähnlich zusammengesetzten Elektrolyten die erste Möglichkeit anzunehmen. Wenn die erwähnten Valenzen sich fest aneinander ketten, wenn sie eine größere Neigung zu gegenseitiger Absättigung haben, als zum Eingehen einer Verbindung mit den Wassermolekülen, dann haben wir ein schwer lösliches Salz vor uns; oder umgekehrt, aus der Tatsache, daß $BaSO_4$ schwer löslich ist, schließen wir, daß Ba-Atome Neigung besitzen, sich an SO_4-Gruppen anzulagern.

Wenn wir nun — um auf die oben erwähnten Adsorptions-Versuche zurückzukommen — ebenso auch den Grund der Schwerlöslichkeit

1) W. H. Bragg and W. L. Bragg, Proc. Roy. Soc. 89, 277, 1913.

2) W. L. Bragg, Proc. Roy. Soc. 89, 248, 1913 und 89, 468, 1914.

3) In den ersten Arbeiten über dieses Gebiet wurde die Frage entweder nicht näher diskutiert (W. Nernst, Zeitschr. f. physik. Chemie 4, 372, 1889) oder ausgesprochen, daß es unbekannt ist, „was in der Lösung das Gleichgewicht mit dem ungelösten Körper hält" (A. Noyes, ebenda, 6, 242, 1890).

1) Dieselbe Annahme dürfte übrigens notwendig sein, wenn man für die Erscheinung, daß das schwerer lösliche von zwei isomorphen Salzen sich bei noch so geringer Konzentration in den Kristallen anreichert, wie z. B. $RaCl_2$ im $BaCl_2$, eine molekulartheoretische Vorstellung entwickeln will.

2) A. Werner (Neuere Anschauungen auf dem Gebiet der anorg. Chemie [Braunschweig 1913], S. 65) hebt ausdrücklich die Tatsache hervor, daß „die Absättigung von Nebenvalenzen im besonderen durch solche Elemente erfolgt, deren Hauptvalenzbindungen mit dem betreffenden Element bevorzugt oder durch Beständigkeit ausgezeichnet sind."

3) A. Johnsen, diese Zeitschr. 15, 712, 1914.

des $PbSO_4$ in dem Zusammenhalten der *Pb*-Atome und SO_4-Gruppen sehen, ist es ganz verständlich, warum Thorium *B* von $BaSO_4$ so stark adsorbiert wird. Beim Schütteln tritt ein reger Austausch der *Ba*-Atome ein; solche, die aus der Lösung auf die Oberfläche des Adsorbens auftreffen, werden von den SO_4-Gruppen festgehalten, während andere gleichzeitig in Lösung gehen. Wenn nun ein *ThB* oder *Pb*-Atom auftrifft, wird es in derselben Weise fixiert, denn entsprechend der Schwerlöslichkeit des $PbSO_4$ werden *Pb*-Atome gerade so wie *Ba*-Atome von den Valenzen der SO_4-Gruppen festgehalten; auftreffende *ThC*-Atome dagegen werden leicht wieder in die Lösung zurückwandern, entsprechend der Löslichkeit des Wismutsulfats in 1/10 n-Salpetersäure. Maßgebend für den Grad der Adsorption ist also tatsächlich die Löslichkeit der analogen Verbindung. Sollte diese geringer sein als die des Adsorbens, so ist zu erwarten, daß das betreffende Radioelement noch stärker adsorbiert wird als ein mit dem Adsorbens isotopes Element, im umgekehrten Fall schwächer. Eine nähere Diskussion dieser Verhältnisse soll ebenso wie die der Adsorbierung von Isotopen an anderer Stelle gegeben werden.

5. Dieselben Kräfte, die wir hier als maßgebend für die Adsorbierung erkannt haben[1]), werden natürlich auch bei der Bildung eines Niederschlags ins Spiel kommen; Thorium *B* fällt ebenso aus, wenn Barium, wie wenn das isotope Blei als Sulfat gefällt wird. In diesem speziellen Fall handelt es sich um isomorphe Verbindungen, und daß solche einander vertreten, ist ja lange bekannt; als neues Faktum, das aus den Versuchen mit Radioelementen[1]) folgt, kommt aber hinzu, daß bei diesen Verdünnungen Isomorphie nicht notwendig, sondern Schwerlöslichkeit der analogen Verbindung die Bedingung ist, um ein Element auch unterhalb seines Löslichkeitsprodukts zum Mitausfallen mit einem andern Element zu veranlassen[2]). Dies erscheint — unter der Annahme der erwähnten Kräfte — vollkommen verständlich, da der Begriff der Isomorphie ja durchaus nicht scharf ist; nicht absolute Gleichheit der Kristallform gilt für die Bildung von Mischkristallen als erforderlich, nur große Ähnlichkeit (nach andern noch mehr ein gleich großes Volumen der Kristallelemente); es darf keine starke Störung der Kristallstruktur bewirkt werden. So geringe Mengen, wie sie bei den Radioelementen vorliegen, können aber offenbar von jedem Kristall aufgenommen werden; die Vertretbarkeit ist hier nicht mehr an Isomorphie gebunden[3]), wenn sie auch wahrscheinlich noch dadurch begünstigt wird.

Es gibt Vertretbarkeit verschiedener Grade: Die vollkommene Vertretbarkeit der Atome einer Art, die für alle physikalischen und chemischen Vorgänge besteht, die Vertretbarkeit isotoper Atome, die bei allen „Elektronenreaktionen", also in der ganzen Chemie und Elektrochemie und manchen Gebieten der Physik Geltung hat, und gelegentliche Vertretbarkeit bei einzelnen chemischen oder physikalischen Vorgängen, die z. B. im Fall der Kristallbildung dann auftritt, wenn die reinen Verbindungen in Mengenverhältnis, Löslichkeit und Kristallform gewisse Bedingungen erfüllen. In je engeren Gebieten die Vertretbarkeit Geltung beansprucht, desto weniger ist sie auf eine bestimmte Gruppe chemischer Atome beschränkt. Nun ist durch das Löslichkeitsprodukt in seiner einfachen Formulierung die Grenze für die Fällbarkeit eines Elementes nur dann eindeutig festgelegt, wenn bloß Atome einer Art vorhanden sind; sowie eine Vertretbarkeit der Atome dieses Elements mit denen eines andern, isotopen oder nicht isotopen, vorliegt, ist die Behauptung nicht mehr richtig, daß vor Erreichung der Konzentration des Löslichkeitsproduktes das betreffende Element nicht gefällt werden könne. Bei Isotopen ist als Ionenkonzentration im Löslichkeitsprodukt einfach die Summe der isotopen Ionen einzusetzen[4]); die

1) Es ist anzunehmen, daß die Valenzen zum Teil frei über die Kristallfläche hinausragen und F. Haber warf gelegentlich einer Diskussion (Zeitschr. f. Elektrochemie **20**, 521, 1914) die Frage auf, ob wir „als die Grunderscheinung der Adsorption bei den festen kristallisierten Stoffen nicht die Absättigung der Affinitäten betrachten sollen, welche von den in der Oberfläche gelegenen Atomen in den Nachbarraum hinausgehen." Für unser Problem dürfte diese Hypothese keinen Vorteil bieten; denn wenn das Löslichkeitsprodukt des zu adsorbierenden Stoffes noch nicht erreicht ist, könnte sich jedenfalls keine zusammenhängende Schicht auf der Oberfläche des Kristalls ablagern, und wenn wir bedenken, daß qualitativ die Adsorption an isotopen und nicht isotopen Adsorbentien ganz gleich verläuft und bei ersteren nur der kinetische Austausch, nicht aber das Ansetzen neuer Atome die Adsorption erklären kann, werden wir wohl am besten auch für die Entstehung nicht zusammenhängender Oberflächenschichten bloß den kinetischen Austausch zur Erklärung heranziehen. Ihn zu vernachlässigen, ist jedenfalls nicht gestattet und sowie wir ihn berücksichtigen, können wir die Kristallfläche ja nicht mehr als starre Ebene mit herausragenden Valenzen ansehen. Anders liegt der Fall bei Kolloiden, die in mancher Beziehung den übersättigten Lösungen vergleichbar sind, und hier wird die Beachtung der herausragenden Valenzen vielleicht notwendig sein.

1) Siehe K. Fajans und P. Beer, loc. cit.

2) Dazu kommt noch, daß wir es bei Fällungen ja nicht mit wohl ausgebildeten Kristallen zu tun haben und sich hier die Fähigkeit, die analoge schwerlösliche Verbindung eines nicht isomorphen Elementes mitzureißen, wahrscheinlich bis in die Konzentrationen der gewöhnlichen analytischen Chemie erstreckt. Es wird von Interesse sein, diesen Punkt näher zu untersuchen.

3) Vgl. W. Nernst, Theor. Chemie, 6. Aufl. (Stuttgart 1909), S. 182.

4) G. v. Hevesy u. F. Paneth, diese Ztschr. **15**, 797, 1914.

anderen Falle von Vertretbarkeit sind komplizierter und bisher ist wohl nur der isomorpher Moleküle näher betrachtet worden. Das Verhalten der Radioelemente bei Adsorptionen und Fällungen läßt aber erkennen, daß bei extrem geringer Konzentration des mitzureißenden Stoffes die oben zuletzt erwähnte Art von Vertretbarkeit viel häufiger gilt, als wenn beide Stoffe in Konzentrationen derselben Größenordnung vorliegen und daß für so geringe Mengen von Kationen keine Ähnlichkeit mit dem elektropositiven Bestandteil eines Niederschlags, sondern nur Affinität zum elektronegativen erforderlich ist, um sie weit unterhalb der Konzentration des Löslichkeitsprodukts an die feste Phase zu binden.

Zusammenfassung.

Es wird gezeigt, daß man von Adsorptionsversuchen ausgehend zu einem Verständnis der Fällungsreaktionen der Radioelemente gelangen kann.

Bei Adsorptionen ist die Gesetzmäßigkeit gefunden worden, daß Salze jene Radioelemente gut adsorbieren, deren analoge Verbindung — die Verbindung mit dem elektronegativen Bestandteil des Adsorbens — in dem betreffenden Lösungsmittel schwer löslich ist; dies spricht für die Anschauung, daß dem Anion und Kation auch im festen Zustand gesonderte Valenzen zukommen und die Schwerlöslichkeit eines Niederschlags auf das feste Zusammenhalten dieser Valenzen zurückzuführen ist.

Unter Berücksichtigung des kinetischen Austausches von Atomen, der an der Oberfläche des Adsorbens stattfinden muß, genügt diese Annahme zur Erklärung der Adsorptionsregel; und auf dieselbe Ursache läßt sich auch die bekannte auffallende Erscheinung zurückführen, daß Radioelemente weit unterhalb der Konzentrationen ihrer Löslichkeitsprodukte gefällt werden können.

Wien, Institut für Radiumforschung[1]).

1 Vgl. Mitteilungen aus d. Inst. f. Radiumforschung LXXIV.

(Eingegangen 23. Oktober 1914.)

PHYSIKALISCHE TECHNIK.

Präzisions-Demonstrations-Meß-Rheostat aus der Göttinger Rheostaten- und Schalttafelfabrik Gebr. Ruhstrat, Göttingen.

Dieser Präzisions-Demonstrations-Meß-Rheostat kann stets an Stelle eines Stöpselrheostaten verwendet werden, so z. B. zum Messen von unbekannten Widerständen, zum Bestimmen von Zersetzungsspannungen und von elektromotorischen Kräften von Elementen und Konzentrationsketten nach den verschiedenen Methoden (Kompensationsmethode nach Poggendorff, Du-Bois Reymond und nach der Methode von Fechner). Auch als Vergleichswiderstand bei Widerstandsmessungen nach der Brückenmethode wird der Rheostat mit Vorteil verwandt. In diesem Falle muß die Meßbrücke abgenommen werden, um alsdann Rheostat und Meßdraht getrennt voneinander benutzen zu können. Auch als Vorschaltwiderstand vor Galvanometer zum Verändern des Meßbereiches des Instrumentes eignet sich der Apparat vorzüglich; kurz überall da, wo es darauf ankommt, genaue Ohmwerte zu messen und weithin sichtbar zu machen.

Der Widerstand besteht aus 3 Dekaden von Einzelrheostaten mit der patentierten, induktions- und kapazitätsfreien Ruhstrat-Kreuzwicklung, die an der Rückseite in vertikalen Reihen übersichtlich angeordnet sind und folgende Ohmwerte besitzen.

I. Dekade:

100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000 Ohm.

II. Dekade:

10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 Ohm.

III. Dekade:

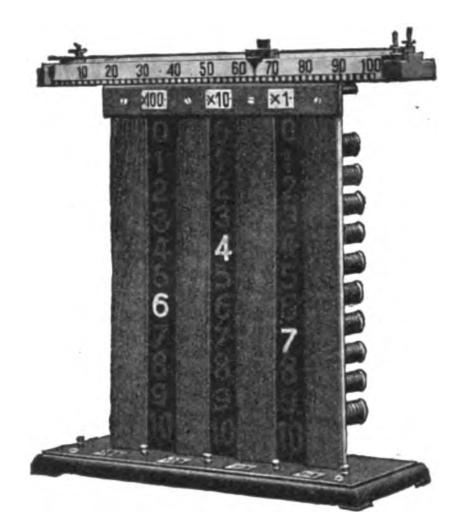
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 Ohm.

Vermittels dreier Schiebereinrichtungen kann ein jeder dieser Einzelrheostaten eingeschaltet werden.

Die 3 Dekaden können mit Hilfe der auf dem Grundbrett angebrachten, isolierten Anschlußklemmen beliebig in Serie oder einzeln benutzt werden. Die Widerstandsspulen sind offen an der Rückseite montiert, so daß die Schaltung der patentierten Kreuzwicklung bequem demonstriert werden kann.

Die Ohmwerte der 3 Dekaden sind auf 3 vertikalen Glasskalen angegeben; diese sind schwarz hinterlegt, und nur die Ziffern von 0—10 sind durchsichtig, so daß dieselben, wenn der Schieber, an dem eine weiße Scheibe von der Größe der Skalenziffer angebracht ist, auf dem betr. Widerstand steht, die entsprechenden Zahlen auf der Vorderseite hell und deutlich erkennbar werden, während die übrigen Zahlen nicht sichtbar sind.

Auf der Rückseite des Rheostaten befinden sich gleichfalls 3 Skalen, auf denen die durch den Schieber eingeschalteten Widerstandswerte angegeben sind, so daß der Dozent die betreffenden Ohmwerte gleichfalls ablesen kann.



Auf diesen Demonstrationsrheostaten kann ein Demonstrations-Meßdraht von 500 mm Länge und 1 Ohm Gesamtwiderstand auch noch nachträglich bequem aufgesetzt werden und dieser steht alsdann gleichfalls in Verbindung mit 2 isolierten Anschlußklemmen auf der Grundplatte des Apparates. Dieser Meßdraht besitzt Millimeter- und Ohmskala, welch letztere gestattet, die zu messenden Werte direkt in Ohm abzulesen. Auf der vorderen, dem Hörer zugewandten Seite ist außerdem noch eine 100teilige, weithin sichtbare Skala angebracht, vor welcher ein, mit dem Schieber fest verbundener Zeiger bewegt werden kann.

Der Gesamtwiderstand des kompletten Demonstrations-Meßrheostaten beträgt also 1111 Ohm.

Da die Spulen abgeglichen und mit der induktions- und kapazitätsfreien Ruhstrat-Kreuzwicklung versehen sind, ist es möglich, sämtliche Ohmwerte von wenigen Hundertel Ohm bis 1111 Ohm genau zu messen und einem großen Auditorium sichtbar zu machen.

In der folgenden Tabelle sind die Stromstärken angegeben, mit welchen der Rheostat belastet werden kann.

Ohm	Ampere
1—3	2,5
4—6	1,2
7—9	1,0
10—30	0,8
40—60	0,7
70—90	0,5
100—300	0,4
400—600	0,3
700—1000	0,1

Der Gefälldraht hält dauernd 2 Ampere aus, ohne Schaden zu nehmen.

Gewicht des Rheostaten: 7,3 kg netto.

Größe des Rheostaten: 550×500×200 mm.

Gewicht des Meßdrahtes mit Millimeter-Ohm- und weithin sichtbarer Skala 1,8 kg netto.

Größe des Meßdrahtes 560×110×65 mm.

(Eingegangen 20. Oktober 1914.)

BESPRECHUNGEN.

J. Stark, Elektrische Spektralanalyse chemischer Atome. 138 S. mit 4 Tafeln und 19 Textfiguren. Leipzig, S. Hirzel. 1914. Geheftet 5 M., gebunden 6 M.

Als erster Band einer von Hirzel herausgegebenen „Physikalischen Bibliothek" ist vor kurzem das vorliegende Buch erschienen, in dem J. Stark zusammenfassend über seine Entdeckung der elektrischen Aufspaltung der Spektrallinien berichtet. Es ist in der kurzen Zeit seit Starks erster Mitteilung bereits eine reiche Literatur dieses neuen und fruchtbaren Gebietes entstanden und man wird deshalb mit Freude eine Darstellung aller bisher gewonnenen Resultate aus der Feder des Entdeckers begrüßen, um so mehr, wenn sie wie die vorliegende nicht nur eine überaus klare und übersichtliche referierende Besprechung der einschlägigen Arbeiten liefert, sondern auch eine Menge wertvoller experimental-technischer Hinweise und zu weiterer Forschung anregender spekulativ-theoretischer Betrachtungen enthält. Wie der Verfasser in der Einleitung ausführt, „will die Schrift nicht eine vollendete Wissenschaft vortragen, sondern nur dem Werden einer Wissenschaft förderlich sein. Sie hat ihren Zweck erreicht, wenn sie einerseits einen Überblick über die letzten Fortschritte der Atomdynamik, andererseits Anregung zu neuen experimentellen und theoretischen Untersuchungen gibt".

Das erste Kapitel „Vorbereitende Untersuchungen" enthält eine kurze Übersicht über die Eigenschaften der Kanalstrahlen; im letzten Abschnitt kommt der Verfasser auch auf die von ihm früher gefundene, leider wenig bekannte Erscheinung der teilweisen Polarisation der bewegten Intensität im Kanalstrahlenspektrum zu sprechen, zu deren genauerer Untersuchung dieser erneute Hinweis vielleicht eine Anregung geben wird. Das zweite Kapitel „Methoden" gibt eine Beschreibung der experimentellen Anordnungen zum Studium der elektrischen Aufspaltung im Längs- und Quereffekt, an die sich eine ausführliche Mitteilung über die verschiedenen Möglichkeiten anschließt, Kanalstrahlen auch anderer Elemente als der unter gewöhnlichen Verhältnissen praktikablen (z. B. der Alkalien und

einiger Metalle herzustellen. Die zwei folgenden Kapitel beschäftigen sich dann eingehend mit dem eigentlichen Thema, nämlich mit den Besprechungen der zahlreichen Einzelbeobachtungen und — was vor allem wertvoll ist — mit einem Versuch, diese auf Grund des bereits vorliegenden Materials unter allgemeine Gesichtspunkte zusammenzufassen und Gesetzmäßigkeiten aus ihnen zu abstrahieren: dadurch wird am besten deutlich, in welcher Richtung sich die weitere Forschung zu bewegen haben wird. Daß in diesen Kapiteln wie auch im folgenden vorgreifend auch manches aus noch nicht publizierten oder noch nicht abgeschlossenen Arbeiten des Aachener Instituts mitgeteilt wird, dürfte nur von Vorteil sein für die Vollständigkeit des Gebotenen. Im einzelnen ist die Verteilung des Stoffes die, daß im dritten Kapitel „Abstand und Intensitätsverhältnis der elektrischen Komponenten einer Linie in Abhängigkeit von der Feldstärke" die Gesetzmäßigkeiten der Grobzerlegung behandelt werden, im Zusammenhang damit steht die Behandlung der Frage nach der Schärfe der Komponenten in Abhängigkeit von der Feldstärke, über die einige vorläufige Resultate mitgeteilt werden und auf deren Bedeutung für die Theorie der Leuchterregung hingewiesen wird. Die Ausführungen über die Grobzerlegung werden zunächst fortgesetzt im nächsten, vierten Kapitel „Elektrische Analyse von Linien derselben Serie und verschiedener Elemente", vor allem in der durch die Überschrift gekennzeichneten Richtung. Außerdem werden nun die Feinzerlegungen der H- und He-Linien und endlich die Beobachtungen an Elementen von größerem Atomgewicht und an einigen Banden des Stickstoffs sowie am Viellinienspektrum des Wasserstoffs besprochen.

Damit ist die Besprechung der experimentellen Literatur, soweit es sich direkt um den Starkeffekt handelt, erledigt. Der Inhalt des nun folgenden Kapitels „Verwandte Erscheinungen" dürfte auch von allgemeinerem Interesse sein. Gestützt auf das im vorhergehenden mitgeteilte Material, in erster Linie auf die Seriengesetze der Aufspaltung, zeigt der Verfasser, wie manche bisher nur schwer verständliche Tatsachen aus anderen Gebieten der Physik durch die elektrische Aufspaltung eine plausible Erklärung finden können. In erster Linie sind hier zu erwähnen die Verbreiterung und die Verschiebung der Spektrallinien durch Druck, deren Ursache der Verfasser in einer Aufspaltung durch die elektrischen Atomfelder sieht; auch für die Spektroskopie der Sonne ergeben sich interessante Anwendungen und Perspektiven von dem neu gewonnenen Standpunkt aus. In demselben Kapitel haben endlich noch zwei Abschnitte Platz gefunden, die bereits zum Thema „Theoretische Untersuchungen" des letzten (VI.) Kapitels überleiten. Es ist das eine Besprechung von W. Wiens letzter Arbeit über die der elektrischen analoge Aufspaltung im magnetischen Feld, die auf die Gültigkeit der klassischen Elektrodynamik auch für das Atominnere hinweist und Vorschläge zur Untersuchung der gleichzeitigen Einwirkung eines magnetischen und elektrischen Feldes auf das Atom, aus denen sich Folgerungen über die Freiheitsgrade der lichtschwingenden Elektronen ziehen lassen.

Das letzte Kapitel beschäftigt sich, wie bereits bemerkt, mit der Theorie des Starkeffektes. Seine Entdeckung eröffnet einen neuen Weg zum Innern des Atoms und bietet gänzlich neuartige Einblicke in dessen Struktur. So ist es nicht verwunderlich, daß sich die Theoretiker sofort auf dieses neue Gebiet gestürzt und in zahlreichen Arbeiten mit mehr oder minder Erfolg eine Erklärung versucht haben. Stark bespricht zunächst die Theorien, die eine Erklärung vom Standpunkt der klassischen Elektrodynamik versuchen und vergleicht die von ihnen gelieferten Resultate mit der Erfahrung, ein Vergleich, der leider recht wenig günstig ausfallen muß. Es wäre hier vielleicht am Platz gewesen, nicht nur eine Kritik auf Grund eines derartigen Vergleiches zu geben, sondern auch auf die großen prinzipiellen Schwierigkeiten hinzuweisen, die allen Atommodellen mit nichtlinearem Kraftgesetz bei der Erklärung scharfer Spektrallinien und Spektren ohne die höheren harmonischen Schwingungen entgegenstehen. Wenn diese Schwierigkeiten nun auch bei der zweiten Art von Theorien — jenen die sich an die Ideen von Planck und Bohr anschließen — wegfallen, so sind auch diese Theorien, wie der Verfasser mit aller Bestimmtheit betont, mit großer Vorsicht aufzunehmen. Der Verfasser weist mit Recht darauf hin, daß insbesondere die Feinzerlegung darauf hindeutet, daß im Atom, insbesondere im H-Atom, im allgemeinen mehrere Serienelektronen vorhanden sind. Sehr hübsch formuliert der Verfasser die Bedenken mit den Worten „wer von dem Wasserstoffatom eine Einfachheit der Struktur erwartet ... der wird mit Unbehagen auf die Feinzerlegung der H-Serienlinien blicken und vielleicht den Versuch machen, seine bereits liebgewordene Idee hinter der Wolke einer unbestimmten Hypothese zu verstecken".

Eingesprengt in die Besprechung der theoretischen Literatur finden sich in diesem Kapitel auch manche eigene theoretische Überlegungen des Verfassers mitgeteilt, die nur skizzenhaft entworfen einer strengeren Kritik vielleicht nicht standhalten, die aber als Arbeitshypothesen von großem heuristischen Wert sein können.

Ein Verzeichnis aller einschlägigen Arbeiten beschließt das Buch, das sicherlich jeder nur mit Genuß lesen und auch der mit dem Thema bereits Vertraute mit reicher Anregung aus der Hand legen wird.

R. Seeliger.

R. W. Wood, Optique physique. Ouvrage traduit de l'anglais d'après la deuxième édition par H. Vigneron et H. Labrousti. 2 volumes. gr. 8. Tome I: Optique ondulatoire. VIII u. 433 S. m. 262 Figuren im Text und 5 Tafeln. 1913. Fr. 16.—. Tome II: Étude des radiations. 477 S. mit 145 Abbildungen im Text und 5 Tafeln. Fr. 18.—. Paris, Librairie Gauthier-Villars.

Die zweite Auflage von Woods Optik liegt hiermit in französischer Übersetzung vor. Da das Buch bisher in dieser Zeitschrift noch nicht besprochen ist, mag mit wenig Worten auf die Eigenart dieses Werkes wenigstens hingewiesen sein. Der Inhalt ist ähnlich angeordnet wie in dem bekannten Buche von P. Drude, nur ist der geometrischen Optik keine besondere Abteilung eingeräumt, sondern die wichtigsten ihrer Sätze sind gelegentlich in den Kapiteln über Reflexion und Brechung mitbesprochen. Dem ersten Band entspricht demnach etwa der Inhalt des Drudeschen Buches bis zu dem Kapitel über Polarisation des Lichtes. Der zweite Band beginnt dann mit der Darstellung der Maxwellschen Gleichungen, um darauf sogleich die Behandlung der Dispersions- und Absorptionstheorie auf Grund der Hypothese mitschwingender Teilchen zu bringen. Daran schließt sich sodann die Metalloptik, die optisch-aktiven Körper, die Magneto- und Elektrooptik. Die Fluoreszenz- und Phosphoreszenzerscheinungen werden eingehend dargestellt sowie, nach

einem Kapitel über die Gesetze der Strahlung, auch die Diffusions- und Resonanzerscheinungen. Die Optik bewegter Medien bildet den Schluß. Der französischen Ausgabe ist ein Anhang über die neueren Untersuchungen des Verfassers über die Absorptions- und Resonanzerscheinungen am Quecksilber und Natriumdampf beigefügt.

Die Darstellung der mathematischen Theorie der optischen Erscheinungen ist von der in Drudes Lehrbuch nicht sehr verschieden. Aber nicht hier liegt der Schwerpunkt der Woodschen Darstellungsweise. Fast durchweg nämlich werden mit Hilfe plausibler Vorstellungen und Hypothesen zumeist durch geometrische Überlegungen fast ohne Rechnung die zu erwartenden Erscheinungen abgeleitet und mit dem Experiment verglichen. Dann folgt die Ableitung aus den Differentialgleichungen. Obwohl die mathematische Theorie keineswegs vernachlässigt ist, liegt doch wohl der größere Reiz des Woodschen Buches in den übrigen Abschnitten, weil man hier dem Verfasser auf seinen Wegen, welche ihm schon zu so vielen schönen Entdeckungen geführt haben, zu folgen glaubt.

Die meisten der mitgeteilten Experimente sollen in qualitativer Hinsicht möglichst schlagend die Folgerungen der vorgetragenen Anschauungen bestätigen, wenn auch die Beschreibung der Meßmethoden nicht vernachlässigt wird. Die experimentellen Anordnungen werden nicht nur schematisch, sondern mit allen Details wiedergegeben, so daß der Leser alle zur Nachahmung nötigen Daten zur Hand hat. So findet man z. B. im ersten Bande Anordnungen zur Demonstration der anomalen Dispersion, oder zur Sichtbarmachung und photographischen Aufnahme der Ausbreitung der Schallwellen bei Reflexion usw.; denn der Verfasser benutzt die Analogie zwischen Licht- und Schallwellen, um an der Hand der so erlangten Aufnahmen bei akustischen Wellen die analoge Ausbreitung der Lichtwellen vor Augen zu führen. Überhaupt werden, wo immer angängig, die Resultate der Experimente durch Reproduktion der dabei gewonnenen Photogramme direkt sichtbar gemacht. Im zweiten Bande werden die Abschnitte über Absorption, Fluoreszenz und Resonanz besonderes Interesse finden, da der Verfasser durch seine Entdeckungen diese Gebiete besonders gefördert hat. K. Försterling.

D. A. Goldhammer, Dispersion und Absorption des Lichtes in ruhenden isotropen Körpern. Theorie und ihre Folgerungen. 8. VI. u. 144 S. mit 28 Figuren. Leipzig, B. G. Teubner. 1913. M. 3.60, geb. M. 4.—

Der Verfasser gibt eine Darstellung der Dispersionstheorie auf Grund der elektromagnetischen Lichttheorie. Für das Zustandekommen der Dispersion werden elektrische Resonatoren, welche in den Körpern enthalten sein sollen, verantwortlich gemacht. Über die Natur dieser Vorgänge werden spezielle Annahmen nach Möglichkeit vermieden. Die Wechselwirkung der einzelnen Resonatoren wird nicht vernachlässigt und nach dem Vorgange von H. A. Lorentz und M. Planck in Rechnung gesetzt. Die Darstellung dieser Theorie sowie die Diskussion an möglichst einfach gewählten Beispielen nimmt etwa das erste Drittel des Buches in Anspruch. Hierauf folgt die Vergleichung der entwickelten Formeln mit dem vorliegenden Beobachtungsmaterial, sowie eine Gegenüberstellung mit den Resultaten der „alten“, ohne Wechselwirkung der Resonatoren operierenden Theorie. Es ergibt sich, daß beide Theorien gleich gut die Beobachtung darstellen, solange es sich um die Dispersion einer (absorbierenden oder durchsichtigen) Substanz unter konstanten physikalischen Bedingungen handelt. Eine erhebliche Überlegenheit der neuen Theorie tritt zutage bei der Anwendung auf die Änderung des Brechungsindex bei Variation der Dichte und bei Mischungen verschiedener Stoffe, wo die „alte“ Theorie zum Teil ganz versagt, die neue aber noch ziemlich gute Übereinstimmung liefert. Auch bei chemischen Umwandlungen wird häufig die spezifische Refraktion aus den Indizes der Komponenten, wenn auch nur sehr roh, angenähert berechnet. Allerdings fallen auch nach der „neuen“ Theorie berechnete Werte gänzlich falsch aus. Aber zuweilen sind auch die experimentellen Daten, auf welche sich die Berechnung stützt, sehr unsicher. Der Verfasser meint, daß doch aus den angegebenen Zahlen gefolgert werden könne, daß die Eigenschwingungen der Elemente beim Eingehen von Verbindungen in vielen Fällen keine Änderung erleiden. Inwieweit diese Ansicht zutrifft, mag dahingestellt bleiben, jedenfalls kommt Loria in seinem Buche über „Die Lichtbrechung in Gasen“ zu dem entgegengesetzten Resultat.

In einem Schlußkapitel werden dann die allgemeinen Ansätze durch die Einführung der Elektronentheorie spezialisiert. K. Försterling.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Bern Dr. J. Abelin für organische Chemie, speziell für Chemie der Fettkörper, an der Universität Kiel Dr. Paul Horrmann für pharmazeutische Chemie.

Ernannt: Der Privatdozent für Chemie an der Universität Wien Dr. Adolf Franke zum a. o. Professor an derselben Hochschule.

Gestorben: Der a. o. Professor und Leiter des Instituts für Radiumkunde an der Bergakademie Freiberg Dr. Fritz L. Kohlrausch, der Herausgeber der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, Direktor der Oberrealschule auf dem Uhlenhorst bei Hamburg Professor Dr. Ernst Grimsehl, der Privatdozent für mathematische Physik an der Technischen Hochschule Zürich Dr. Emil Cherbuliez.

Angebote.

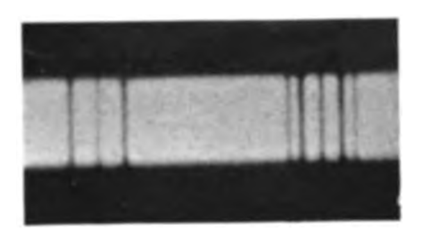
Für die Redaktion verantwortlich i. V. Privatdozent Dr. Max Born in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Magnetische Komponenten der *D*-Linien.



a

in Vakuumröhre
äußere Komponenten und
D-Linien des Bogens).



b

in Azetylen-Sauerstofflamme
äußere Komponenten und
D-Linien des Bogens).

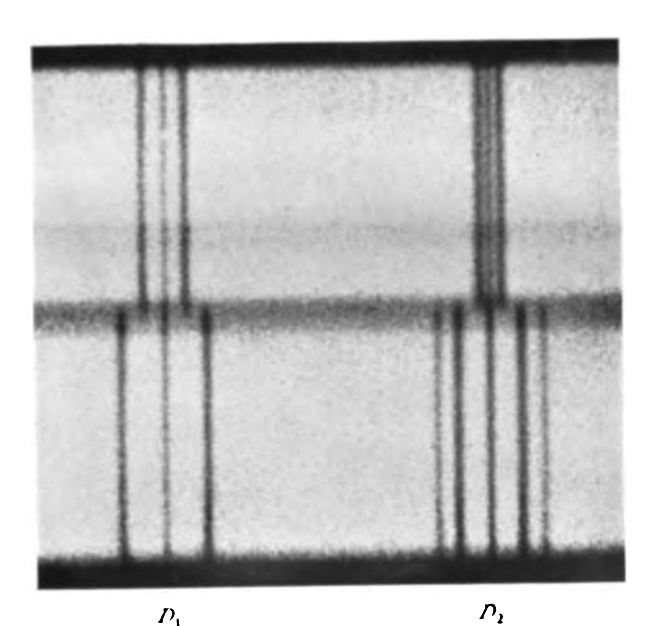


c

im elektrischen Funken
(alle Komponenten).



Fig. 1.



Magnetische Spaltung in starken Feldern.

Fig. 2.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 23/24. 15. Dezember 1914. 15. Jahrgang.

Redaktionsschluß für No. 1 am 17. Dezember 1914.

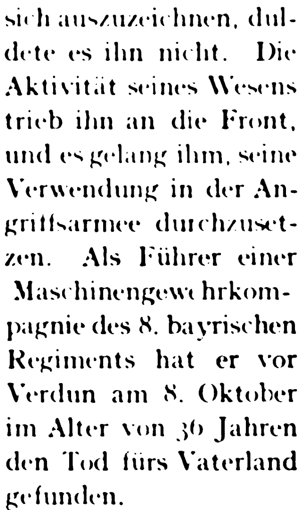
INHALT:

Dem Andenken der im Kriege gefallenen deutschen Physiker.

Bruno Glatzel (Berlin).

Daß uns der Krieg die Besten nimmt und dadurch unserer Kultur besonders tiefe Wunden schlägt, ist nicht nur ein geflügeltes Trostwort für die Hinterbliebenen, sondern eine schmerzliche, innerlich begründete Wahrheit. Wer im Berufsleben seine ganze Persönlichkeit einsetzt, um die erstrebten Ziele zu erreichen, sucht auch im Felde die vordersten Reihen und damit die Gefahr. Der Privatdozent an der Technischen Hochschule zu Berlin, Professor Dr. **Bruno Glatzel**, der zumal durch seine funkentelegraphischen und fernphotographischen Untersuchungen weit über die Fachkreise hinaus bekannt geworden ist, gehörte als Oberleutnant der Reserve der bayrischen Armee an und war bei Beginn des Krieges der Besatzung von





Metz zugewiesen worden. Im Festungsdienste aber, wo die Gelegenheit fehlte, sich auszuzeichnen, duldete es ihn nicht. Die Aktivität seines Wesens trieb ihn an die Front, und es gelang ihm, seine Verwendung in der Angriffsarmee durchzusetzen. Als Führer einer Maschinengewehrkompagnie des 8. bayrischen Regiments hat er vor Verdun am 8. Oktober im Alter von 36 Jahren den Tod fürs Vaterland gefunden.

Der auf Tätigkeit und Vorwärtsdringen gerichtete Sinn, den er im Tode bewährt hat, ist für den Verstorbenen charakteristisch. Schon während seiner Gymnasialzeit hat er, wohl angeregt durch seinen Vater, den jüngst verstorbenen Direktor des Dorotheenstädtischen Realgymnasiums in Berlin, eifrig gebastelt und me-

chanische Fertigkeiten erworben, die er während einer praktischen Lehrzeit in der Charlottenburger mechanisch-technischen Versuchsanstalt zu höherer Kunst entwickelte. Den Studenten der Physik und Mathematik macht alsbald E. Wiedemann in Erlangen zu seinem Assistenten, der Untersuchungen auf dem ultravioletten Strahlgebiet erfolgreich durchführt und daraufhin den Doktorgrad erwirbt. Aber erst ergänzende elektrotechnische Studien, eine mehrjährige Tätigkeit als Elektroingenieur der Maschinenfabrik Carl Flohr und eine längere Studienreise durch England und Schottland führten ihn den Arbeitsgebieten zu, auf denen er seinen wissenschaftlichen Ruf begründen sollte. Zunächst als Assistenten, seit 1908 als Privatdozenten der Physik an der Technischen Hochschule zu Berlin, dessen Vorlesungen über drahtlose Telegraphie auch in das Programm der Militärtechnischen Akademie aufgenommen wurden, sehen wir ihn eine ununterbrochene Reihe von wissenschaftlichen Abhandlungen veröffentlichen, die überwiegend den gleich eingangs erwähnten Forschungsgebieten angehören und die um ihrer exakten Methoden und ihrer bestimmten, auch praktisch wertvollen Ergebnisse willen ihn unter den jüngeren Physikern in die erste Reihe rückten. Seine Messungen in Schwingungskreisen, seine Untersuchung der Quecksilberfunkenstrecke, sein Verfahren zur Erzeugung von Hochfrequenzströmen und nicht zuletzt seine Forschungen über die Eigenschaften, besonders die photoelektrische Trägheit, des Selens, legen Zeugnis ab von seiner hohen experimentellen Gestaltungskraft. Wie er jede ihm gestellte Aufgabe mit Energie anfaßte, so zeitigte auch seine Beziehung zur Militärtechnischen Akademie erfreuliche Früchte. Sie zeigen sich in der kinematographischen Aufnahme ballistischer Vorgänge und in der Untersuchung über die Ausströmung von Gasen bei hohen Anfangsdrucken, Arbeiten, die Glatzel in Gemeinschaft mit Prof. C. Cranz ausgeführt hat.

Wie unermüdlich Glatzel tätig war, wird durch die Tatsache bewiesen, daß er neben seiner wissenschaftlichen Forschungsarbeit noch Zeit und Kraft fand, der Technik wertvolle Dienste zu leisten. So ruhte er nicht eher, als bis er, ein geschickter und sachkundiger Mitarbeiter von Prof. A. Korn, die Fernphotographie zu ihrer jetzigen Vollkommenheit ausgebildet hatte. Zugleich ist er Beirat technischer Unternehmungen, fungiert als Ingenieur für drahtlose Telegraphie in der Firma C. Lorenz Akt.-Ges., leitet die Berliner fernphotographische Station des Berliner Lokal-Anzeigers und entwickelt eine umfangreiche Lehrtätigkeit neben der Hochschule an der städtischen ersten Handwerkerschule in Berlin. Dabei waren die Lehraufträge ihm nicht etwa Nebensache. Wer Vorträge von ihm gehört hat, kennt seine energische, ruhige, eindringliche Art; auch sind aus seinem lebhaften Lehrbedürfnis seine Demonstrationsversuche über Wechselstromvorgänge, seine volkstümlichen Darstellungen in der Woche, im Helios, in „Aus der Natur" und in „Die Naturwissenschaften", vor allem aber das zusammen mit Prof. A. Korn bearbeitete Handbuch der Phototelegraphie und Telautographie hervorgegangen. Mitten aus diesem rüstigen Schaffen heraus, das ihn noch in den Schützengräben vor Verdun mit wissenschaftlichen und technischen Fragen beschäftigt sein ließ, hat ihn der Tod gerissen. Ein von rastloser Arbeit erfülltes, von wissenschaftlichem Schwunge getragenes und von technischer Erfindungsfreude angeregtes Leben ist mit ihm dahingegangen.

P. Johannesson.



ORIGINALMITTEILUNGEN.

Zur Frage der isotopen Elemente.

Von K. Fajans.

In einer kürzlich erschienenen interessanten Abhandlung[1]) benutzen G. v. Hevesy und F. Paneth den Begriff der Vertretbarkeit isotoper Elemente, der zu irrtümlichen Vorstellungen über die wahren Beziehungen zwischen den Isotopen Veranlassung geben konnte. Ich möchte deshalb im folgenden die einfache Theorie des chemischen und elektrochemischen Verhaltens der Isotopen entwickeln, die ohne Hinzuziehung eines solchen Begriffes imstande ist alle auf diesem Gebiete bekannten Erscheinungen zu erklären.

1. Löslichkeit der Salze der Isotopen.

Den Kernpunkt der Lehre von den Plejaden bildet die Annahme, daß es Elemente gibt, die bei verschiedenem Atomgewicht und verschiedenen radioaktiven Eigenschaften das gleiche[2]) chemische Verhalten zeigen. Diese Auffassung stützte sich hauptsächlich auf die Tatsache, daß es nicht möglich war, aus einem Gemisch der Isotopen die einzelnen Bestandteile durch chemische Methoden zu isolieren.

Um zu zeigen, welche Schlüsse über die Eigenschaften der Isotopen man aus solchen Trennungsversuchen ziehen kann, sei folgendes Beispiel angeführt. Man hat vielfach versucht zwei Isotopen durch fraktionierte Kristallisation ihrer Salze zu trennen. Man fand aber immer, daß bei Gemischen der verschiedensten ursprünglichen Zusammensetzung nach der Kristallisation das Verhältnis der Isotopen in der festen und flüssigen Phase stets das gleiche ist, wie im ursprünglichen Gemisch. Dies läßt sich nur[3]) dann erklären, wenn man folgende Annahmen macht:

1. Die molare Löslichkeit der Salze der Isotopen ist gleich;

2. alle einander entsprechenden Salze der Isotopen sind im festen Zustande in allen Verhältnissen ineinander löslich, d. h. sie bilden eine lückenlose Mischkristallreihe;

3. die molare Löslichkeit der Mischkristalle ist gleich der der reinen Komponenten.

Aus diesen Annahmen folgte dann auf Grund der von Roozeboom[1]) entwickelten thermodynamischen Theorie der Löslichkeit der Mischkristalle unmittelbar, daß im Gleichgewicht zwischen Mischkristallen und Lösung das Verhältnis der Isotopen zueinander in den zwei Phasen gleich sein muß, d. h., daß die Isotopen durch fraktionierte Kristallisation nicht getrennt werden können.

Man ist jetzt in der Lage derartige Schlüsse direkt experimentell zu prüfen, seitdem es in Bestätigung der Folgerungen von Fajans und von Soddy gezeigt wurde[2]), daß das aus Uranmineralien durch die für Blei üblichen Methoden gewinnbare und in seinem ganzen chemischen Verhalten dem Blei völlig gleichende Element ein anderes Atomgewicht als das gewöhnliche Blei hat. Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß dieses in größeren Mengen zugängliche Uranblei ein neues Glied der Bleiplejade in beträchtlichen Konzentrationen enthält, und man ist somit im Stande die Eigenschaften der isotopen Bleisorten direkt mit gewöhnlichen physikalischen und chemischen Methoden miteinander zu vergleichen.

Entsprechende Untersuchungen wurden im hiesigen Institut durch die Prüfung der oben angegebenen Theorie der Löslichkeit der Salze von Isotopen eingeleitet. Von den bisher mit J. Fischler erzielten Resultaten sei folgendes erwähnt. Es wurde die Löslichkeit der Nitrate von zwei Bleisorten verglichen: eines Uranbleies vom Atomgewicht 206,59 und des gewöhnlichen Bleies (207,15). Innerhalb der Fehlergrenzen (kleiner als 1 pro Mille[3])) haben sich die molaren Löslichkeiten der zwei Nitrate als gleich erwiesen.

Auf eine besonders wichtige Konsequenz der

1) Diese Zeitschr. **15**, 707, 1914, Ber. d. D. chem. Ges. **47**, 2784, vgl. auch Wien Ber. **122**, IIA, 1037, 1913.

2) Die Frage, ob die chemischen Eigenschaften der Isotopen völlig identisch oder nur außerordentlich ähnlich sind, ist für die folgende Betrachtung belanglos. Es genügt die Feststellung, daß etwa bestehende Unterschiede experimentell nicht nachweisbar sind.

3) Die von v. Hevesy und Paneth erwähnten Adsorptionserscheinungen lassen sich zur Erklärung der Untrennbarkeit der Isotopen bei Kristallisation oder Fällung ihrer Salze nicht heranziehen, wie schon aus der Form der Adsorptionsgleichung folgt, besonders aber nicht in den Fällen, wo die zwei Isotopen in Konzentrationen gleicher Größenordnung auftreten, wie im Falle mancher Ionium-Thoriumpräparate und der Bleisorten.

1) Zeitschr. f. physikal. Chem. **8**, 504, 1891.

2) Th. Richards u. M. Lembert, Zeitschr. f. anorgan. Chemie **88**, 429, 1914; K. Fajans, Zeitschr. f. Elektrochem. **14**, 449, 1914; O. Hönigschmid, ebenda S. 452; M. Curie, Compt. rend. **158**, 1676, 1914.

3) An der Erhöhung der Genauigkeit wird aus folgendem Grunde noch gearbeitet. Die gleiche molare Löslichkeit der Salze der Isotopen bedingt wegen ihres verschiedenen Molekulargewichts eine verschiedene Dichte der gesättigten Lösung. Wir hoffen auf dieser Grundlage eine sehr einfache und genaue Methode zur relativen Atomgewichtsbestimmung der Isotopen ausarbeiten zu können.



obigen Annahmen sei hier noch hingewiesen. Bringt man eine gesättigte Lösung der Salze der Isotopen in Berührung mit einem Mischkristall, in welchem die Isotopen in anderem Verhältnis als in der flüssigen Lösung sich befinden, so muß ein Austausch stattfinden, bis das Verhältnis der Isotopen in den beiden Phasen gleich geworden ist; erst dann befinden sie sich im Gleichgewicht. Die Einstellung des Gleichgewichtes wird allerdings eine lange Zeit beanspruchen: wenn auch der Ausgleich in der Berührungsfläche fest—flüssig schnell erfolgt, so ist die Erreichung des Gleichgewichtes nur auf dem Wege der langsamen Diffusion in der festen Lösung möglich.

2. Die Isotopen sind thermodynamisch verschieden.

Die oben angedeutete Theorie des Verhaltens der Gemische von Isotopen unterscheidet sich in einem wesentlichen Punkte von der von v. Hevesy und Paneth vertretenen Auffassung. Wir haben die einander entsprechenden Salze zweier Isotopen als zwei unabhängige Stoffe behandelt, die gleiche chemische Eigenschaften (Löslichkeit) besitzen. Die von den genannten Autoren postulierte „Vertretbarkeit" setzt aber mehr als die Gleichheit der chemischen Eigenschaften zweier Stoffe voraus. Das ergibt sich am deutlichsten aus dem Wege, den die Autoren einschlagen, um diese „Vertretbarkeit" zu beweisen. Sie sagen „bei elektrochemischen Vorgängen ist ein Potentialsprung definiert durch die Ionenkonzentration des betreffenden Metalles. Wenn nun zwei Elemente (A und B) vertretbar sind, so muß der Zusatz der Ionen des Elementes B zu denen von A dieselbe Wirkung auf einen Potentialsprung ausüben, als ob das Element A auf die Ionenkonzentration $(A+B)$ erhöht worden wäre". Diese Auffassung ist identisch mit der Annahme, daß ein Gemisch zweier Isotopen chemisch als ein Stoff zu betrachten ist. Denn handelt es sich um zwei Stoffe, so hat nach der elektrochemischen Theorie z. B. metallisches Radium D gegen eine Bleilösung ebensowenig eine bestimmte Potentialdifferenz wie metallisches Zink gegen eine Kadmiumlösung.

Es gibt ein einfaches thermodynamisches Kriterium[1]), das prinzipiell die Frage zu entscheiden vermag, ob für die chemische Massenwirkung ein Gemisch zweier Isotopen als ein oder als zwei Stoffe anzusehen ist: ist die Vermischung zweier Isotopen durch Diffusion (im gasförmigen oder gelösten Zustande) mit Abnahme der freien Energie verbunden, so haben

1) Vgl. M. Planck, Vorlesungen über Thermodynamik S. 220, 1911.

wir es mit zwei Stoffen zu tun, findet dabei keine Änderung der freien Energie statt, so sind sie als ein Stoff zu betrachten.[1])

Um dieses Kriterium auf die Isotopen anwenden zu können, mußte zuerst geprüft werden, ob sie sich freiwillig durch Diffusion mischen, eine Frage, die zwar vom Standpunkte der kinetischen Theorie von vornherein in bejahendem Sinne entschieden wird, jedoch experimentell im Falle der Isotopen noch nicht untersucht wurde.

Zu diesem Zweck führte ich folgenden Diffusionsversuch aus, bei dem eine von K. Jablczynski[2]) beschriebene Anordnung benutzt wurde: zwei Lösungen (je 150 ccm) befinden sich in einem Gefäß nebeneinander, getrennt durch ein vertikales Diaphragma aus Zigarettenpapier. Die erste Lösung enthielt zu Anfang des Versuches Bleichlorid in einer Konzentration 1:140 n., die zweite war 1:1400 n. in bezug auf Bleichlorid und enthielt das Chlorid des Thorium B (Glied der Bleiplejade, Atomgewicht 212) in einer Konzentration ca. 10^{-14} n. Der Versuch sollte nun zeigen, ob das Thorium B aus der Lösung 2 in die Lösung 1 zu diffundieren vermag, trotzdem die Konzentration an Bleiisotopen in der Lösung 1 anfänglich 10mal größer war als in der Lösung 2. Es wurden von Zeit zu Zeit Proben von 5 ccm aus den möglichst weit vom Diaphragma entfernten Teilen der beiden Lösungen abpipettiert, eingedampft und sowohl die Aktivität des Thorium B (im Gleichgewicht mit Thorium C) als der Gehalt an Bleichlorid (durch Wägung) bestimmt. Es zeigte sich, daß in demselben Maße, wie das Bleichlorid aus Lösung 1 in die Lösung 2 überging, das Thorium B in der umgekehrten Richtung diffundierte. Nach drei Tagen war die Konzentration beider Stoffe im ganzen System nahezu ausgeglichen. Da bei der gewählten Versuchsanordnung Störungen durch Konvektionsströme ausgeschlossen waren[3]), beweist dieser Versuch eindeutig, daß sich die Isotopen in ihrer osmotischen Betätigung nicht beeinflussen, und daß sie sich freiwillig durch Diffusion mischen.

Zur Beantwortung der Frage, ob dieser Diffusionsvorgang mit Abnahme der freien Energie verbunden ist, kann man sich wegen

1) v. Hevesy und Paneth erwähnen dieses thermodynamische Kriterium und geben zu, daß „von diesem allgemeinsten Standpunkt aus betrachtet, isotope Elemente nicht identisch sind". Sie übersehen indessen, daß mit dieser thermodynamischen Ungleichheit ihre Auffassung, die Isotopen „erscheinen chemisch als ein und dasselbe Element" im Widerspruch steht, wie im folgenden gezeigt wird.

2) Journ. chim. phys. 7, 117, 1909.

3) Zum Unterschied von den Versuchen von Jablczynski wurden die Lösungen nicht gerührt.

der Gleichheit der chemischen Eigenschaften der Isotopen der üblichen Hilfsmittel, wie halbdurchlässige Wände oder Lösungsmittel, die die zwei Stoffe in verschiedenem Grade lösen, nicht bedienen. Durch folgende Anordnung, die das verschiedene Atomgewicht der Isotopen ausnutzt, — Herr Dr. M. Polanyi hatte die Freundlichkeit mich darauf aufmerksam zu machen — läßt sich indessen der entsprechende Beweis führen.

Zwei Isotopen oder ihre Salze befinden sich in demselben Lösungsmittel gelöst in zwei übereinander liegenden Abteilungen eines Kastens, die durch eine nur für das Lösungsmittel, nicht aber für die gelösten Stoffe durchlässige bewegliche Wand getrennt sind. Das Gleichgewicht stellt sich in diesem System ein, wenn der osmotische Druck in den beiden Abteilungen gleich geworden ist, wobei die Dichten der zwei Lösungen wegen des verschiedenen Molekulargewichtes der gelösten Stoffe verschieden sein werden. Es sei angenommen, daß die dichtere Lösung in der unteren Abteilung sich befindet. Der Kasten soll nun in seinem Schwerpunkt drehbar aufgehängt sein. Entfernt man die trennende Wand (deren Gewicht kann vernachlässigt werden), so verteilen sich, wie soeben gezeigt wurde, die Isotopen gleichmäßig in der ganzen Lösung, der Schwerpunkt des Systems steigt und man kann beim Umkippenlassen des Kastens Arbeit gewinnen. **Die freiwillige Vermischung der Isotopen ist also mit der Abnahme von freier Energie verbunden und man muß deshalb die Isotopen als thermodynamisch verschiedene Stoffe betrachten.**

3. Elektrochemisches Verhalten der Isotopen.

Mit diesem Resultat läßt sich die von v. Hevesy und Paneth gegebene Deutung ihrer Versuche nicht vereinbaren. Nach diesen Autoren soll ja z. B. metallisches Radium D, in eine Bleilösung gebracht, einen bestimmten Potentialsprung geben. In Wirklichkeit ist ein solches System zunächst elektrochemisch undefiniert. Denn da in der Lösung keine Ionen des Radium D sich befinden, wird dieses Metall ein großes Bestreben haben in Lösung zu gehen, das nach dem Obigen durch die Anwesenheit der Bleiionen nicht beeinflußt wird. Das Radium D der Elektrode wird deshalb ein negatives Potential gegenüber der Lösung annehmen. Andererseits aber werden die Bleiionen der Lösung wegen der ursprünglichen Abwesenheit von Blei in dem Metall ein großes Bestreben haben sich zu entladen, was zu einer negativen Aufladung der Lösung gegenüber dem sich in kleiner Menge ausscheidenden Metall führt. Dieser Zustand kann natürlich nicht bestehen bleiben, und es entsteht ein kurzgeschlossenes galvanisches Element, dessen Anode das metallische Radium D und Kathode das metallische Blei bildet. Der Strom des Elementes, also auch der Vorgang $RaD + Pb^{**} = Pb + RaD^{**}$ wird solange andauern bis der Potentialsprung Pb/Pb^{**} gleich geworden ist dem von RaD/RaD^{**}[1]). Man kann leicht folgern, wann dieser Zustand eintreten wird, und auch das bisherige experimentelle Material über das elektrochemische Verhalten der Isotopen verstehen, wenn man folgende drei Annahmen macht.

1. **Die Normalpotentiale der reinen isotopen Metalle sind gleich.** Für diese Annahme sprechen außer älteren Versuchen besonders die von Z. Klemensiewicz[2]). Er fand, daß durch fraktioniertes Ausschütteln des Amalgams von Blei und Thorium B mit einer salpetersauren Merkurinitratlösung eine Verschiebung des Mischungsverhältnisses dieser Isotopen nicht erreicht werden kann, und schloß, daß, wenn zwischen ihren Normalpotentialen ein Unterschied bestehen sollte, er höchstens $2 \cdot 10^{-5}$ Volt betragen könne.

2. **Die Isotopen sind auch in metallischem Zustande in allen Verhältnissen ineinander löslich.** Diese Annahme läßt sich augenblicklich noch nicht direkt beweisen[3]), indessen spricht für sie die Tatsache[4]), daß im allgemeinen Metalle, die einander chemisch nahe stehen, Neigung zur Bildung fester Lösungen zeigen.

3. **Die Lösungstension jeder Komponente der festen Lösung ist genau proportional ihrer Konzentration in der festen Lösung.**

Auf Grund dieser Annahmen ergibt sich folgende Bedingung für den stabilen Zustand der oben behandelten Potentialsprungbildung. Die zwei isotopen Metalle (RaD und Pb) bilden eine feste Lösung, so daß ihre Lösungstension von deren Konzentration (x und $1-x$) in der festen Lösung abhängt. Es ist also

$$E_1 = \frac{RT}{nF} \ln \frac{xC}{c_1}$$

und

$$E_2 = \frac{RT}{nF} \ln \frac{(1-x)C}{c_2},$$

wo das auf die reinen Metalle sich beziehende C

1) Vgl. M. Le Blanc, Lehrbuch der Elektrochemie, S. 173, 1911.

2) C. R. 158, 1899, 1914.

3) Durch die Aufnahme des Schmelzdiagramms der zwei Bleisorten wird sie sich prüfen lassen.

4) Vgl. G. Tamman, Zeitschr. f. Elektrochem. **14**, 789, 1908.

für beide Isotopen gleich ist und c_1 und c_2 die Ionenkonzentrationen in der Lösung angeben. Nun gilt nach dem Obigen für den stationären Zustand $E_1 = E_2$, woraus folgt

$$\frac{x}{1-x} = \frac{c_1}{c_2}, \qquad (1)$$

d. h., das Verhältnis der Konzentrationen der Isotopen muß in dem Metall gleich dem in der Lösung sein.

Es läßt sich ähnlich wie im Falle der Diffusion zeigen, daß dieser freiwillige Austausch der Isotopen zwischen Metall und Lösung mit Abnahme der freien Energie verbunden ist. Daraus folgt unmittelbar, daß ein Metall A gegen die Lösung der Ionen des mit ihm isotopen Elementes B keine bestimmte Potentialdifferenz hat.

Da die Bedingung (1) bei allen[1]) elektrochemischen Vorgängen erfüllt sein muß, können die Isotopen auf elektrochemischem Wege nicht getrennt werden. Dies wird durch die Erfahrung bestätigt[2]). Nun ist wegen (1)

$$\frac{c_1}{c_1 + c_2} = \frac{x}{1},$$

woraus folgt

$$E_1 = E_2 = \frac{RT}{nF} \ln \frac{C}{c_1 + c_2}, \qquad (2)$$

d. h. eine Legierung zeigt gegen die Lösung eines Gemisches von Isotopen den gleichen Potentialsprung, wie jede der reinen Komponente gegen eine Lösung ihrer Ionen, wenn letztere in einer Konzentration sich befinden, die gleich der Summe der Konzentrationen der Ionen der beiden Isotopen im Falle der Legierung ist.

Der von der Theorie geforderte Austausch der Isotopen zwischen Metall und Lösung für den Fall, daß deren Konzentrationen in den zwei Phasen der Bedingung (1) nicht entsprechen, kann für flüssige Amalgamelektroden durch die Versuche von Klemensiewicz (l. c.) als nachgewiesen gelten. Bei festen Metallen wird ein entsprechender Nachweis etwas schwieriger durchzuführen sein, weil ja für die definierte Potentialbildung der Austausch nur in einer sehr dünnen äußeren Schicht des Metalles stattzufinden braucht und die Diffusion aus dem Innern der festen Lösung lange Zeit in Anspruch nimmt.

1) Mögliche Ausnahmen vgl. 4b.
2) W. Metzener, Ber. d. D. chem. Ges. **46**, 982, 1913; F. Paneth und G. v. Hevesy, Wien. Ber. **122** (II A), 998, 1913; A. Fleck, J. Chem. Soc. **103**, 1052, 1913.

4. Deutung der Versuche von v. Hevesy und Paneth.

Es seien nun die von v. Hevesy und Paneth als Beweis für die elektrochemische „Vertretbarkeit" der Isotopen angeführten Versuche vom Standpunkte der obigen Betrachtungen diskutiert.

a) Zersetzungsspannung von Radioelementen. Es wird gezeigt, daß das zur Wismutplejade gehörende Radium E aus einer 10^{-9} n-Lösung durch Elektrolyse erst dann in größeren Mengen ausgeschieden wird, wenn der Potentialsprung Metall/Lösung $-0{,}24$ Volt (gegen die Kalomel-Elektrode) beträgt. Ist indessen die gleich konzentrierte Lösung des Radium E 10^{-4} n. in bezug auf Wismutnitrat, so findet die flotte Abscheidung des Radium E schon bei $-0{,}14$ Volt statt. Derselbe Effekt wäre zu erwarten, wenn die Lösung 10^{-4} n. in bezug auf Radium E statt auf Wismut wäre, so daß es den Anschein hat, als ob der Potentialsprung RaE-Metall/Lösung nur von der Gesamtkonzentration der Wismutisotopen in der Lösung abhängen würde. In Wirklichkeit rührt aber diese Verschiebung der Zersetzungsspannung daher, daß die Beschaffenheit des sich ausscheidenden Metalls in den zwei Versuchen eine andere ist. Bei der wismutfreien Lösung wird das reine Radium E abgeschieden, während bei der wismuthaltigen eine feste Lösung von Radium E in Wismut zur Ausscheidung kommt, in der das Verhältnis der zwei Bestandteile nach dem Obigen gleich dem in der Lösung, also 10^{-5} zu 1 ist. Das metallische Radium E befindet sich also in sehr verdünntem Zustand und seine Lösungstension ist 10^5mal kleiner als die des reinen Metalls. Es ist klar, daß dies auf die Zersetzungsspannung dieselbe Wirkung hat, als ob das reine Metall sich aus einer 10^5mal konzentrierteren Lösung von Radium E abscheiden würde[1]). — Bei dieser Überlegung ist vorausgesetzt worden, daß das aus wismutfreier Lösung in äußerst kleiner Menge sich abscheidende Radium E elektrochemisch wie massives Wismut sich verhält. In Wirklichkeit wird dies wohl kaum streng zutreffen, denn eine einfache Rechnung zeigt, daß wenn das ganze, in den 25 ccm der 10^{-9} n-Lösung vorhandene Radium E auf der Kathode (Oberfläche 1 qcm) abgeschieden wird, das Metall in einatomiger Schicht (Radius des Atoms 10^{-8} cm) nur ca. $^1/_{200}$ der Oberfläche bedeckt. Das Vor-

1) Nach dieser Auffassung müßte die Beeinflussung der Zersetzungsspannung eines Radiumelementes nicht nur durch Zusatz des Hauptelementes seiner Plejade (vgl. K. Fajans und P. Beer, Ber. d. D. chem. Ges. **46**, 3486, 1913) bewirkt werden, sondern auch durch irgendein anderes Element, mit dem das Radiumelement in metallischem Zustand feste Lösungen zu bilden vermag.

handensein einer wenn auch unscharfen Zersetzungsspannung und die ungefähre Übereinstimmung der Zahlenwerte mit der Theorie scheint aber zu zeigen, daß das Verhalten einer solchen Schicht von dem des massiven Metalls nicht weit entfernt ist. Vielleicht erfolgt die Abscheidung in größeren Anhäufungen der Atome an einzelnen Stellen der Oberfläche der Metallelektrode.

b Abscheidung unterhalb der Zersetzungsspannung. Die Verfolgung dieser Erscheinung mit Hilfe der Radioelemente könnte von großem Wert für die Aufklärung der Beschaffenheit und des elektrochemischen Verhaltens unzusammenhängender Metallschichten sein[1]. Nach der üblichen Vorstellung findet unterhalb der Zersetzungsspannung die Abscheidung nur soweit statt, bis das in unzusammenhängender Schicht abgeschiedene Metall den Bruchteil k der Lösungstension des massiven Metalls erlangt, bei welchen $E = \frac{RT}{nF}\ln\frac{kC}{c}$ gerade dem an der Elektrode herrschenden Potentialsprung gleich wird. Würde man nun die bei verschiedenen Werten von E sich abscheidenden Mengen des Radioelementes bestimmen, so könnte man erfahren, in welcher Weise k von dieser Menge abhängt. Was nun die uns hier besonders interessierende Abscheidung von Gemischen von Isotopen anbelangt, so ist es klar, daß falls man unterhalb der Zersetzungsspannung nicht mit zusammenhängenden Schichten zu tun hat, sondern mit auf der Oberfläche der Metallelektrode zerstreuten Atomen, von der Bildung fester Lösungen zwischen den Isotopen nicht die Rede sein kann. Die Isotopen müssen deshalb in ihrer Abscheidung voneinander unabhängig sein. Mit dieser Forderung scheint ein Versuch von v. Hevesy und Paneth (vgl. S. 803) in Übereinstimmung zu sein. Sie fanden, daß die Menge des sich anodisch abscheidenden Thorium B aus einer $5\cdot 10^{-12}$ n-Lösung bei $+0.4$ Volt unabhängig ist davon, ob mit bleifreier oder mit 10^{-7} n. Bleilösung gearbeitet wird. Die noch offene Frage, ob bei diesen Abscheidungen die Isotopen untrennbar sind, hängt davon ab, ob k der ausgeschiedenen Menge proportional ist[2]).

Dieser Deutung der Abscheidung unterhalb der Zersetzungsspannung scheint die Tatsache zu widersprechen, daß, wie v. Hevesy und Paneth zeigen, durch höhere Bleikonzentrationen (10^{-5} bis 10^{-3} n) die Abscheidung von Thorium B stark herabgesetzt wird. Man hat aber bei diesen Versuchen wahrscheinlich nicht mehr mit Gleichgewichtszuständen zu tun; denn wie die Autoren bemerken, vermag die bei diesen Konzentrationen angewandte Stromstärke während der Versuchszeit nur einen ganz verschwindenden Bruchteil der vorhandenen Bleiionen zur Ausfällung zu bringen. Es wäre verfrüht, eine erschöpfende Erklärung dieser Erscheinungen zu versuchen, ehe nicht ein ausgedehnteres unter obigen Gesichtspunkten gesammeltes experimentelles Material vorliegt.

c) Direkte Messung einer *RaD*-Superoxydkette. Diese besonders interessanten Versuche zeigen, daß ein mit Bleisuperoxyd bedeckter Draht in eine *RaD*-Lösung getaucht, das gleiche Potential gibt, wie ein mit *RaD*-Superoxyd bedeckter Draht in derselben Lösung. Weiterhin wird besonders großes Gewicht auf die Feststellung gelegt, „daß der Zusatz von Bleiionen zur *RaD*-Nitratlösung auf den Potentialsprung des *RaD*-Superoxyds vollkommen dieselbe Wirkung ausübt, die nach der Nernstschen Theorie die *RaD*-Ionen (und nur diese) haben sollten". Wie schon früher auseinandergesetzt, sind diese Folgerungen nicht stichhaltig, denn wegen der selbständigen osmotischen Betätigung der Isotopen besitzt Bleisuperoxyd gegenüber einer *RaD*-Lösung keine definierte Potentialdifferenz. Diese wertvollen Versuche lassen sich aber ungezwungen durch die Annahme erklären, daß nach dem Eintauchen von Bleisuperoxyd in eine *RaD*-Lösung oder von *RaD*-Superoxyd in eine Bleilösung zuerst ein Austausch von Blei- und *RaD*-Atomen zwischen Elektrode und Elektrolyt stattfindet, bis die Potentialsprünge der beiden Komponenten gleich geworden sind. Nun zeigen die Versuche, daß der sich einstellende Potentialsprung der festen Lösung in Übereinstimmung mit der Gleichung (2) bei gegebener Gesamtkonzentration der Lösung an Bleiisotopen derselbe ist, unabhängig davon, ob das Superoxyd ursprünglich aus dem einen oder dem anderen Element besteht. Sie sprechen deshalb zugunsten der dieser Gleichung zugrunde liegenden Annahmen, nämlich, daß die beiden reinen Superoxyde gegen die Lösungen der entsprechenden Ionen (innerhalb der Versuchsfehler von mehreren Millivolt) gleiche Potentiale besitzen und daß die Superoxyde in festem Zustande in allen Verhältnissen ineinander löslich sind. Es wird wohl möglich sein, in diesem Falle den von der Theorie geforderten Austausch[1]) der Isotopen zwischen den zwei

1) A. Overbeck, Wied. Ann. 31, 337, 1887.

2) Vgl. dazu K. F. Herzfeld, diese Zeitschr. 14, 29, 1913.

1) Möglicherweise hängt mit diesem Austausch die von v. Hevesy und Paneth erwähnte Erscheinung zusammen, daß bei den *RaD*-Superoxydelektroden die Einstellung des konstanten Elektrodenpotentials einige Zeit erfordert.

Phasen nachzuweisen. Dann wird als Hauptresultat dieser Versuche die Bestätigung der Gleichungen (1) und (2) anzusehen sein. Die von v. Hevesy und Paneth erstrebte Entscheidung der Frage, ob die chemischen Eigenschaften der Isotopen völlig identisch oder nur außerordentlich ähnlich sind, vermögen indessen diese Versuche ebensowenig herbeizuführen, als andere auf diesem Gebiete vorliegenden Erfahrungen.

Schlußfolgerungen.

1. Den obigen Betrachtungen wurde die Voraussetzung zugrunde gelegt, daß sowohl die Isotopen als Elemente, wie auch alle einander entsprechenden Verbindungen der Isotopen in festem Zustande ineinander in allen Verhältnissen löslich sind.

2. Daraus und auf Grund der teilweise experimentell schon gut begründeten Annahme, daß die chemischen Eigenschaften (Normalpotential, molare Löslichkeit) der Isotopen und ihrer Verbindungen gleich sind, läßt sich das Verhalten der Gemische von Isotopen bei elektrochemischen Vorgängen oder bei Kristallisationen ihrer Salze ohne weiteres ableiten.

3. Das Hauptresultat ist, daß bei den genannten Vorgängen[1]) im Gleichgewicht zwischen mehreren Phasen die Mengen der Isotopen in allen Phasen in gleichem Verhältnis zueinander stehen müssen, woraus die Untrennbarkeit der Isotopen folgt.

4. Es wird im Falle des Thorium B und des Bleies gezeigt, daß die Isotopen sich freiwillig durch Diffusion mischen. Es wird also die osmotische Betätigung eines Elementes durch die Anwesenheit seiner Isotopen nicht beeinflußt.

5. Eine von M. Polányi angestellte Überlegung beweist, daß bei dieser Vermischung eine Abnahme der freien Energie stattfindet.

6. Daraus folgt, daß die Isotopen in ihrer chemischen Massenwirkung als unabhängige Bestandteile zu betrachten sind. Streng genommen darf man also das Massenwirkungsgesetz, die Nernstsche Formel usw. nur auf jedes Plejadenglied getrennt anwenden.

7. Wenn die Bedingungen 1 und 3 erfüllt sind, kommt man allerdings zu richtigen Resultaten, wenn man bei Anwendung der genannten Formeln ein Gemisch von Isotopen als ein Element betrachtet und als seine Konzentration in jeder Phase die Summe der Konzentrationen aller Isotopen ansieht, wie z. B. die Gleichung (2) zeigt.

8. Diese algebraische Übereinstimmung berechtigt indessen durchaus nicht zu dem Schlusse, daß die Isotopen völlig vertretbar sind. Dies wäre nur dann der Fall, wenn es möglich wäre, in einem im Gleichgewicht befindlichen System einen Teil der Atome eines Elementes durch Atome seiner Isotopen in einer Phase zu ersetzen, ohne dabei die Zusammensetzung der anderen Phasen zu ändern. Da dies nach 3. nicht möglich ist, so liegt auch zur Änderung des Begriffes der chemischen Individualität kein Grund vor.

Karlsruhe i. B., Institut für physikalische Chemie der Technischen Hochschule.

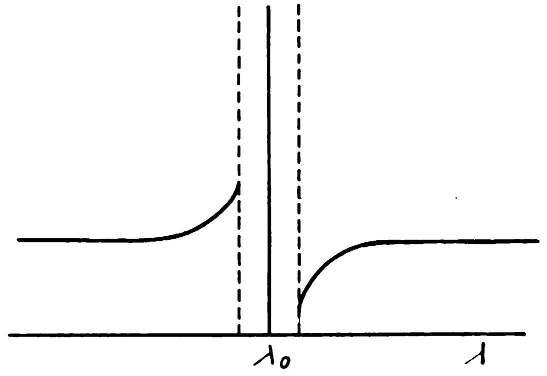
(Eingegangen 4. November 1914.)

1) Auf andere Erscheinungen soll erst näher eingegangen werden, nachdem ein genaues experimentelles Material gesammelt ist.

Zur Theorie der Lippmannschen Farbenphotographie[1]).

Von K. Försterling.

Die folgenden Betrachtungen bilden eine Ergänzung zu meinen früheren Arbeiten über dieses Thema. Sie beziehen sich in erster Linie auf einige Versuche von Herrn Kirillow[2]), welche sich auf die Phase des Lichtes, welches eine Lippmannplatte durchsetzt hat, und ihre Abhängigkeit von der Wellenlänge beziehen. In den Gang eines Strahles der Jaminschen Interferentialrefraktometer-Anordnung wurde eine Lippmannplatte, welche mit monochromatischem Licht (λ_0) aufgenommen war, eingeschaltet; zum Schluß wurde das Licht spektral zerlegt. Die schwarzen Interferenzstreifen zeigten dann nahe bei $\lambda = \lambda_0$ die in der Figur dargestellten



Ausbiegungen. Die Geschwindigkeit des Lichtes in der Lippmannplatte scheint also in der Nähe von λ_0 eine anormale Dispersion zu haben. Ganz nahe bei $\lambda = \lambda_0$ verbot die geringe Intensität die Feststellung des Verlaufs der Streifen. Wir werden unsere Entwicklungen also ebenfalls

1) Nachtrag zu meinen Abhandlungen: diese Zeitschr. 14, 265, 1913; 15, 225, 1914.

2) E. Kirillow, Journ. d. russ. phys.-chem. Gesellsch. 43, Phys. J. 405, 1911.



auf solche Stellen des Spektrums beschränken dürfen, welche nicht in der ganz unmittelbaren Nachbarschaft von λ_0 liegen.

Denn für $\lambda = \lambda_0$ haben wir nur bei Voraussetzung eines nicht verschwindenden r' (d. h., daß die Intensität der periodischen Schwärzungen von der Glasseite her allmählich abnimmt) unsere Annäherungsmethode verwerten können; bei rein periodischen Schwankungen der Dielektrizitätskonstante versagt sie in der unmittelbaren Nähe von λ_0. Wie es nach den Mikrophotogrammen von H. Lehmann den Anschein hat, ist diese Voraussetzung in vielen Fällen berechtigt, namentlich wenn es sich um Aufnahmen von Naturfarben handelt. Andererseits kommen doch Fälle vor, bei denen r' verschwindend klein sein muß. So gibt z. B. Wood in seiner Physikalischen Optik an, Photogramme mit 250 Lamellen bei Belichtung mit der grünen Quecksilberlinie erhalten zu haben. In diesem Falle sind die optischen Eigenschaften der Platte mit unserer Annäherung bei λ_0 nicht abzuleiten. Daher mag hier eine Bemerkung Platz finden, wie man vielleicht von der Größenordnung der reflektierten Amplitude eine Vorstellung erhalten kann.

Die strenge Gleichung für ψ ist bei Voraussetzung senkrechter Inzidenz:

$$-i\nu\frac{q(z)}{\xi_0} = -2i\nu\xi_0\psi(z)\left\{1+\frac{\psi(z)}{2}\right\}+\frac{d\psi(z)}{dz}.$$

Wir wollen nun annehmen, wir kennten $\psi(z)$ in Annäherung; so werden wir für ein hinreichend kleines Intervall der Schicht in dem Faktor $\{1+\psi(z)\}$ für ψ einen komplexen Mittelwert ψ setzen können. Wenn

$$q(z) = A\left\{1-\frac{1}{2}\left(e^{+i\nu_0 z}+e^{-i\nu_0 z}\right)\right\}$$

ist, so wird:

$$\psi(z) = \frac{A}{n_2^2}+\frac{2\pi}{\lambda}A\left\{\frac{e^{+\frac{4\pi i z}{\lambda_0}}}{4\pi\left(\frac{1+\psi/2}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)}-\frac{e^{-\frac{4\pi i z}{\lambda_0}}}{4\pi\left(\frac{1+\psi/2}{\lambda}+\frac{1}{\lambda_0}\right)}\right\}$$

und für $\lambda = \lambda_0$ wird:

$$\psi_-(z) = \frac{A}{n_2^2}+\frac{2\pi}{\lambda}A\left\{\frac{e^{+\frac{4\pi i z}{\lambda_0}}}{2\pi\psi/\lambda}-\frac{e^{-\frac{4\pi i z}{\lambda_0}}}{4\pi\left(2/\lambda_0+\frac{\psi/2}{\lambda_0}\right)}\right\}$$

also ψ_- jedenfalls von der Ordnung $\sqrt{A}$.

Während also bei hinreichend großem r' die reflektierte Amplitude proportional der bei der Belichtung vorhandenen Intensität ist, entspricht (bis auf Glieder höherer Ordnung) im Grenzfall rein periodischer Variationen von ε die reflektierte Amplitude der belichtenden Amplitude. Die Farbenwiedergabe ist also in diesem Fall in dieser Hinsicht getreu. Wie erwähnt, zeigen aber gerade Mischfarbenaufnahmen, bei denen eine genaue Proportionalität von $\mathfrak{R}^2$ mit J erwünscht wäre, ein ziemlich grosses r', gehören also zum ersten Fall.

Wir wenden uns nunmehr zu den Beobachtungen des Herrn Kirillow; wir wollen — wohl entsprechend den Tatsachen — annehmen, daß seine mit monochromatischem Licht hergestellten Platten sehr viele Lamellen und damit verschwindendes r' besaßen, und auf die Diskussion in allernächster Nähe von λ_0 verzichten, zumal hier die Beobachtungen fehlen.

Unter der Annahme kleiner q und ψ hatten wir für die durchgegangene Amplitude gefunden:

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{E}\,e^{-i\nu\int n(z)\,dz},$$

wobei

$$n(z) = \sqrt{\varepsilon(z)}.$$

In dieser Annäherung zeigt sich keine irgend welche Besonderheit bei $\lambda = \lambda_0$. Indessen war bei den Platten von Herrn Kirillow die Annahme kleiner ψ sicher recht schlecht erfüllt. Es war nämlich im Maximum ungefähr:

$$I_r/I_2 = \frac{1}{4}\psi_1^2 = 0{,}75$$

und demgemäß werden Glieder von der Ordnung ψ^2 auch in einiger Entfernung von λ_0 bei der Beobachtung des durchgegangenen Lichtes sicher noch eine beobachtbare Wirkung gehabt haben. Wir werden fragen, ob die Berücksichtigung dieser Glieder das Verhalten der Platten erklärt.

Wir beschränken uns auf senkrechte Inzidenz und erhalten:

$$\mathfrak{D} = \frac{1+\frac{1}{2}\psi_1'+\frac{1}{2}\psi_2'}{1+\frac{1}{2}\psi_1+\frac{1}{2}\psi_2'+\frac{1}{4}\psi_1\psi_2'}\,e^{-i\nu\int_{z_1'}^{z_2'}\xi_0(1+\psi_-(z))\,dz}\,\mathfrak{E}.$$

Hierbei ist ψ in ähnlicher Weise wie es bei der Betrachtung des reflektierten Lichtes geschehen ist, bis auf quadratische Glieder zu berechnen.

Wir werden wieder

$$\sqrt{\varepsilon(z)} = \xi_0\left(1+\frac{1}{2}\frac{q(z)}{\xi_0^2}-\frac{1}{8}\frac{q^2(z)}{\xi_0^4}\right) = n(z)$$

setzen. Nun ist



$$-\frac{1}{2} i\nu \frac{\varphi(z)}{\xi_0} = -i\nu\xi_0\psi_-(z) + \frac{1}{2}\frac{d\psi}{dz} - i\nu\zeta_0\frac{\psi_-^2(z)}{2}$$

$$+\frac{1}{8} i\nu\frac{\varphi^2(z)}{\xi_0^3} = -\frac{1}{2}\psi_-(z)\frac{d\psi_-(z)}{dz} + \frac{1}{8i\nu\xi_0}\left(\frac{d\psi}{dz}\right)^2 + i\nu\xi_0\frac{\psi_-^2(z)}{2}.$$

Daher findet man für den Exponenten:

$$-i\nu\int_1^2 n(z)dz + \frac{1}{2}\psi\Big|_1^2 + \frac{1}{4}\psi^2\Big|_1^2 - \frac{1}{8i\nu\xi_0}\int_1^2\left(\frac{d\psi}{dz}\right)^2 dz,$$

und in unserer Annäherung wird:

$$\mathfrak{D} = Pc^{-i\nu\int_{z_1}^{z_2}\left(n(z) + \frac{\Delta^2\xi}{4}\frac{1/\lambda_0^2}{1/\lambda^2 - 1/\lambda_0^2}\right)dz},$$

wobei

$$P = \frac{1 + \frac{1}{2}\psi_1' + \frac{1}{2}\psi_2'}{1 + \frac{1}{2}\psi_1 + \frac{1}{2}\psi_2' + \frac{1}{4}\psi_1\psi_2'} e^{-\frac{\Delta^2}{24\lambda\lambda_0}\left(\frac{e^{+8\pi i l/\lambda_0}}{(1/\lambda - 1/\lambda_0)^2} + \frac{e^{-8\pi i l/\lambda_0}}{(1/\lambda + 1/\lambda_0)^2}\right) + \psi_-\Big|_1^2 + \psi_-^2\Big|_1^2},$$

wenn l die Dicke der Schicht bedeutet.

Da ψ und ψ^2 sich aus einer Konstanten + einem periodischen Gliede zusammensetzen, so bleibt P ungeändert, wenn man die Schicht um hl/λ_0 (h eine ganze Zahl) ändert; P hängt nur von der Phase, mit der die lamellare Struktur beginnt und aufhört, ab. Es repräsentiert also eine Art Oberflächenwirkung. Auch P wird in der Nähe von λ_0 einen anormalen Verlauf zeigen; aber so lange die Glieder mit den relativ großen Faktoren $(1/\lambda - 1/\lambda_0)^2$ überwiegen, wird die Phase zu beiden Seiten von λ_0 in demselben Sinne geändert erscheinen.

Indem man an Platten mit sehr zahlreichen Lamellen beobachtet, kann man die Wirkung der Exponentialgröße gegenüber P beliebig steigern. Im Gegensatz zu dem Ergebnis der ersten Annäherung, welche die reziproke Geschwindigkeit zu $\sqrt{\varepsilon(z)}$ ergab und damit einen normalen Verlauf der Geschwindigkeit in der Abhängigkeit von λ, erhalten wir jetzt:

$$\sqrt{\varepsilon(z)} + \frac{2\Delta^2}{\xi_0^2}\frac{1/\lambda_0^2}{1/\lambda^2 - 1/\lambda_0^2}.$$

Der zweite Term stimmt nahezu mit den entsprechenden Ausdrücken der Dispersionstheorie im durchsichtigen Gebiet überein. Er verlangt durchaus denselben Verlauf der Dispersionskurven, wie ihn Herr Kirillow beobachtet hat; insbesondere müssen die Ausbiegungen der Interferenzstreifen zu beiden Seiten von λ_0 nach der entgegengesetzten Seite erfolgen wie es der beobachteten Figur tatsächlich entspricht.

Danzig-Langfuhr, 12. November 1914.

(Eingegangen 16. November 1914.)

Versuche mit sehr harten X-Strahlen.

Aus dem Laboratorium der Veifa-Werke (Direktor Friedrich Dessauer) Frankfurt a/M.

Vorbemerkung von Friedrich Dessauer.

Zunächst verweise ich auf meine vorläufige Mitteilung über radiumähnliche X-Strahlung in dieser Zeitschrift **15**, 739, 1914.

Es ist bekannt und geht aus den früheren Arbeiten meines Instituts hervor, daß wir unsere Ziele nach medizinischen Problemen orientieren. Denn der medizinischen Auswertung physikalischer Erkenntnisse ist unser Laboratorium gewidmet. Das Grundproblem der folgenden Arbeiten ist kein geringeres als die Heilung des Krebses. Auf welche Weise diese Aufgabe uns zu unseren Versuchen zwang, muß an anderer Stelle nachgelesen werden[1]).

In der nunmehr geplanten Artikelserie sollen die hauptsächlichen hier oder gemeinsam mit befreundeten Universitätsinstituten gemachten Untersuchungen veröffentlicht werden, soweit sie physikalisch interessieren. Gemäß der bei mir eingeführten Arbeitsmethode der gemeinsamen Beratung bedeutet die Publikation einer Arbeit durch einen von uns nicht, daß er sie allein ausgeführt hat, in den meisten Fällen aber, daß er einen wichtigen Anteil an ihr hat.

Absorption der sehr harten X-Strahlen von B. Winawer.

Es ist vor kurzem darauf hingewiesen worden[2]), daß in einer stark evakuierten „harten“

1) Vgl. Dessauer: Homogenstrahlungslehre „Strahlentherapie“, Heft 1, Band V, 1914, ferner das Buch: Radium, Mesothorium und harte X-Strahlung 1914 (dess. Verf.), Verlag Otto Nemnich, Leipzig.

2) F. Dessauer, diese Zeitschr. **15**, 739, 1914.

Röntgenröhre bei passender Erregung eine ultra-penetrante X-Strahlung auftritt, deren Durchdringungsvermögen nicht mehr weit von dem der harten Gamma-Strahlung entfernt ist. Ich habe anläßlich einer größeren Arbeit die Absorption dieser im folgenden mit $X\gamma$ bezeichneten Strahlen in verschiedenen Metallen näher untersucht. Die Versuche zeigten, daß die $X\gamma$-Strahlung sich besonders gut zum Studium der Absorption und der hier vorkommenden Gesetzmäßigkeiten eignet, denn sie bildet ein enges Spektralgebiet, welches sich durch passende Filter beinahe vollkommen abtrennen läßt. Einen Beweis dafür liefern folgende Beobachtungen.

Filtrierte man die Strahlung einer harten Röntgenröhre (es wurden ca. 30 Röhren untersucht) durch 1 mm Blei, so zeigte sie einen Massenabsorptions-Koeffizienten[1]) $\frac{\mu}{\varrho}$ in Aluminium gleich (im Mittel) 0,15. Wurde die Strahlung noch weiter filtriert, über 2 bis 3 mm Blei, so änderte sich der Koeffizient nicht mehr wesentlich. Auch eine Steigerung der Erregung, die in weiten Grenzen variiert wurde, sowie Härtung der Röhre blieben ohne Einfluß.

Untersuchte man dagegen eine weichere Röhre, so konnte man feststellen, daß sogar bei der stärksten Erregung ihre Strahlung das 1 mm Blei gar nicht zu durchdringen vermag und daß nur in besonderen Fällen (bei den Röhren, die wir als weich-hart bezeichneten) durch Steigerung der Belastung eine penetrante Strahlung wahrnehmbar wird, die, auch durch 1 mm Blei filtriert, intensiv bleibt. Ihr Koeffizient $\frac{\mu}{\varrho}$ für Aluminium ist dann aber wieder 0,15 (im Mittel) und ändert sich wenig bei weiterer Filtration.

Es wird danach in jedem Falle aus dem Röntgenspektrum der Röhre durch 1 mm Blei ein kurzwelliger Teil ausgesondert, welcher einen beinahe konstanten und von weiterer Filtration sowie von der Erregung unabhängigen Absorptionskoeffizienten aufweist, also ein annähernd homogenes Strahlenbündel.

Auf dieses Strahlenbündel beziehen sich die weiter unten angegebenen Messungen. Die Untersuchung geschah mit Hilfe eines Blattelektroskops, wie es von **Rutherford** für die γ-Messungen der Radiumpräparate vorgeschlagen wurde. Die Ionisierungskammer bildete ein Messingkasten von 1 Liter Inhalt, der innen mit Blei (4 mm dick) ausgekleidet war, um die Sekundärstrahlung abzuhalten. In der Vertikalachse des Kastens befand sich ein mit Bernstein isolierter Stift, an welchem das Aluminiumblättchen angeklebt war. Die der Röhre zugewandte Vorderwand des Kastens trug kein Blei und bestand nur aus 1 mm dickem Messingblech. Vor diese Wand wurden die verschiedenen Meßfilter in Schichtdicken von 1—10 mm (Plattengröße 15×15 cm) gestellt. Bei den Versuchen mit sehr teuren Elementen, wie Platin und Gold, wurde als Schirm ein dickes Bleiblech (5 mm) benutzt, in dem sich ein Fenster von 2,5×2,5 cm befand. Das Fenster wurde mit Platin bzw. Gold verdeckt. Das 5 mm dicke Blei läßt von der $X\gamma$-Strahlung keine meßbare Intensität durch, so daß nur die Strahlen, welche durch das Fenster einfielen, in die Ionisierungskammer eindringen konnten. Ein größeres Fenster (5×5 cm) benutzte man für die Metalle, welche nur in diesen Dimensionen zur Verfügung standen (z. B. Wismut, Graphit, Magnesium, bei späteren Versuchen auch Platin und Gold). Die Röntgenröhre selbst war durch Blei oder Bleiglas so abgeschirmt, daß die Strahlen nur in einem Bündel zum Meßapparat gelangen konnten.

Die Entladung des Elektroskops beobachtete man durch ein im Abstand von $1\frac{1}{2}$—2 m aufgestelltes Fernrohr.

Gemessen wurde die Absorption in folgenden Elementen: Kohle (Graphit), Aluminium, Magnesium, Eisen, Kupfer, Antimon, Zink, Kadmium, Silber, Zinn, Platin, Gold, Blei, Wismut.

Jede Messung erforderte etwa 20 bis 30 Einzelbeobachtungen: Es wurde die Zeit festgestellt, in welcher das Blättchen des Elektroskops einen bestimmten Skalenteil durchwandert, einmal, wenn das Meßfilter vor die Wand des Elektroskops gestellt ist und dann, wenn das Meßfilter weggenommen wird. Der Koeffizient ergibt sich aus der Beziehung:

$$I = I_0 e^{-\mu d}. \qquad (1)$$

(I_0 und I die Intensität oder die reziproke Zeit vor und nach der Einschaltung des Meßfilters, d Schichtdicke des Meßfilters, μ der Absorptionskoeffizient[1]).

Bei den stark absorbierenden Elementen, wie Gold und Platin, wurde auch ein anderes Verfahren angewandt. Man stellte sich aus Zink, welches sorgfältig auf seine Absorption

1) Um Verwechslungen zu vermeiden, bezeichnen wir im folgenden den Absorptionskoeffizienten μ, dividiert durch die Dichte ϱ des Materials, also den Ausdruck $\frac{\mu}{\varrho}$, als Massenabsorptions-Koeffizienten.

1) Der Normalrückgang war so klein, daß er gegenüber anderen Fehlerquellen meistens zu vernachlässigen war.



untersucht worden war, ein Meßfilter her, dessen Schichtdicke man so abgepaßt hatte, daß sie dem Platin- bzw. Goldfilter äquivalent war, d. h. die Intensität der Strahlung auf beinahe denselben Betrag reduzierte. Der Koeffizient ergab sich dann aus der Beziehung

$$(\mu \cdot d)_{Pt} - (\mu \cdot d)_{Zn} = \lg \left(\frac{I_{Zn}}{I_{Pt}}\right) \cdot \frac{1}{\lg e}$$

(μ der Absorptionskoeffizient, d Schichtdicke, I Intensität, e Basis der Logarithmen).

Die Formel ist aus der Beziehung (1) leicht abzuleiten.

Die für die Koeffizienten gefundenen Zahlen (Mittelwerte aus drei bis fünf unabhängigen Versuchsreihen), sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

1 Element	2 Dichte ϱ	3 Abs.-Koeff. μ in cm^{-1}	4 $\frac{\mu}{\varrho}$	5 Ordnungszahl des Elementes	6 Atomgewicht	7 Bemerkungen
1. Graphit	2,25	0,18	0,08	6	12,0	1. Gruppe
2. Magnesium	1,7	0,33	0,19	12	24,3	
3. Aluminium	2,7	0,39	0,15	13	27,1	$\frac{\mu}{\varrho}$ (Mittel) = 0,14
4. Eisen	7,8	3,4	0,44	26	55,8	2. Gruppe
5. Kupfer	8,9	5,4	0,61	29	63,6	
6. Zink	7,1	4,9	0,66	30	65,4	$\frac{\mu}{\varrho}$ (Mittel) = 0,57
7. Silber	10,5	19,4	1,85	47	107,9	3. Gruppe
8. Kadmium	8,6	14,4	1,67	48	112,4	
9. Zinn	7,3	13,7	1,88	50	119,0	$\frac{\mu}{\varrho}$ (Mittel) = 1,85
10. Antimon	6,6	13,1	1,98	51	120,2	
11. **Platin**	**21,4**	**77,0**	**3,6**	**76**	**195,2**	4. Gruppe
12. Gold	19,2	61,2	3,17	79	197,2	
13. **Blei**	**11,3**	**29,6**	**2,62**	**82**	**207,1**	$\frac{\mu}{\varrho}$ (Mittel) = 3,2
14. Wismut	9,8	32,3	3,3	83	208,0	

In der Kolumne 2 sind die Dichten, in 3 die Absorptionskoeffizienten in cm^{-1} angegeben. Der Vergleich der beiden Kolumnen zeigt, daß der Absorptionskoeffizient im allgemeinen mit der Dichte des Materials steigt, wie das für Röntgenstrahlen und auch für die γ-Strahlung längst festgestellt wurde. Doch zeigen die Zahlen keinen regelmäßigen Gang. Zink und Zinn unterscheiden sich z. B. nur wenig in der Dichte (7,1 und 7,3). Die Koeffizienten μ sind dagegen weit voneinander entfernt (4,9 für Zink und 13,7 für Zinn).

Viel deutlicher und ausgeprägter wird der Gang der Zahlen, wenn man für jedes Element seinen Massenabsorptionskoeffizienten $\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)$ berechnet (Kolumne 4 und 7. In der letzteren sind benachbarte Elemente in Gruppen vereinigt und für jede Gruppe der Mittelwert für $\frac{\mu}{\varrho}$ angegeben.)

Die Größe $\frac{\mu}{\varrho}$ ist für die harte γ-Strahlung der Radiumpräparate mit geringen Abweichungen konstant für alle Materialien und gleich 0,04[1]).

1) Vgl. die Tabelle in Rutherford, „Radioaktive Substanzen".

Für die $X\gamma$-Strahlung ist, wie die Kolumnen 4 und 7 zeigen, $\frac{\mu}{\varrho}$ variabel, und zwar ist ein deutliches Anwachsen dieses Koeffizienten feststellbar. Für Aluminium ist $\frac{\mu}{\varrho} = 0,15$, für Gold $= 3,2$. Ein Vergleich der Kolumnen 4 und 5 lehrt, daß der Massenabsorptions-Koeffizient $\frac{\mu}{\varrho}$ stetig mit der Ordnungszahl (oder auch mit dem Atomgewicht) des untersuchten Elementes wächst.

Die Tabelle zeigt den Wert $\frac{\mu}{\varrho}$ für Platin nur unwesentlich größer als den entsprechenden für das benachbarte Gold oder Wismut. Bei den besonders angestellten Versuchen erwies sich, daß auch diese kleine Abweichung nicht auf Selektivität zurückzuführen ist. Es gelang neuerdings eine Röhre herzustellen, welche die ultraharte Strahlung $\left(\frac{\mu}{\varrho}\right.$ für Aluminium $= 0,15\left.\right)$ aussendet, trotzdem die Antikathode kein Platin enthält. Eine mit dieser Röhre ausgeführte Messung ergab für das Verhältnis der Koeffizienten den Wert

$$\frac{\frac{\mu}{\varrho}_{Pt}}{\frac{\mu}{\varrho}_{Pb}} = 1,10$$

fast genau denselben, wie in dem Falle der Platinantikathode[1].

In der Gruppe der Schwermetalle stellt auch Blei einen besonderen Fall dar. Der Wert $\frac{\mu}{\varrho}$ für Blei ist anormal klein (2,6 gegen 3,2 als Mittel für die 4. Gruppe, Kolumne 7). Die Abweichung erklärt sich durch den Umstand, daß auch bei dieser Messung Blei als Hauptfilter verwendet wurde. Es tritt hier wahrscheinlich die Erscheinung zu Tage, welche auch bei der γ-Strahlung beobachtet wird: Der Absorptionskoeffizient im Blei nimmt stark ab, wenn die Strahlung durch dasselbe Metall vorfiltriert war.

Eine Versuchsreihe, bei welcher nicht Blei, sondern Silber und Zinn (2 mm Schichtdicke) als Hauptfilter benutzt wurden, ergab für das Verhältnis der spezifischen Absorptionskoeffizienten

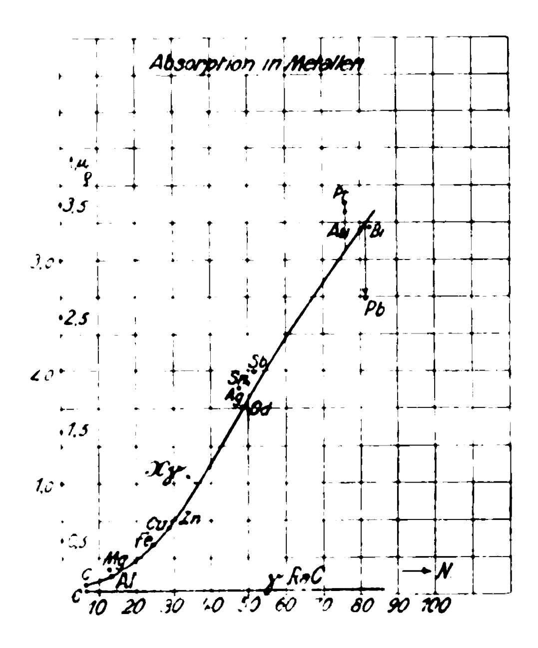
$$\frac{\frac{\mu}{\varrho}_{Pt}}{\frac{\mu}{\varrho}_{Ag}} = 1,06 \quad \text{und} \quad \frac{\frac{\mu}{\varrho}_{Pt}}{\frac{\mu}{\varrho}_{Bi}} = 0,97,$$

also einen Wert, der dem stetigen Gang der Kurve entspricht.

In der nebenstehenden Kurve sind die Ordnungszahlen der untersuchten Metalle als Abszissen, die Werte von $\frac{\mu}{\varrho}$ als Ordinaten aufgetragen. Die Kurve verläuft im untersuchten Gebiet von Wismut bis Eisen fast gradlinig, biegt aber bei den leichteren Elementen (*Al*, *Mg*, *C*) um und scheint sich der Linie für die γ-Strahlung des Radiums *C* zu nähern. Die Kurve ist derjenigen, welche von Benoist für ein anderes Gebiet des Röntgenspektrums gefunden wurde, vollkommen analog[2].

Es ist zu betonen, daß man eine ganz ähnliche Kurve bekommt, wenn man statt der Ordnungszahlen die Atom- oder auch die Molekulargewichte als Abszissen aufträgt.

In einer interessanten Arbeit von Siegbahn[3] ist bereits nachgewiesen, daß für die



Röntgenstrahlen, unabhängig von der Wellenlänge, die Beziehung gilt

$$\frac{\frac{\mu}{\varrho}_1}{\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)_2} = \frac{A_1}{A_2}.$$

$\frac{\mu}{\varrho}$, 1 und 2 sind die Massenabsorptions-Koeffizienten zweier Elemente, A_1 und A_2 Konstanten, welche mit der Ordnungszahl des Elementes wachsen. Nach der Formel wachsen also auch die Massenabsorptions-Koeffizienten mit der Ordnungszahl der Elemente. Die für die Absorption der Xγ-Strahlen gefundenen Werte bestätigen die Siegbahnsche Formel. Nur für das Verhältnis der konstanten *A* bekommt man andere Zahlen, als die von Siegbahn angegebenen.

Für die Praxis, besonders mit Rücksicht auf die therapeutische Anwendung der Xγ-Strahlung, scheint eine andere Folgerung aus den angegebenen Resultaten von Belang zu sein.

Der Unterschied in der Absorption der Xγ- und der γ-Strahlung in einem Element wird, wie die Tabellen und Kurven zeigen, desto kleiner, je niedriger die Ordnungszahl des Elementes und sein spezifisches Gewicht ist. Für Zinn z. B. ist

$$\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)_{Sn} = 1,9 \text{ bei } X\gamma\text{-Strahlen}$$
$$= 0,04 \text{ bei } \gamma\text{-Strahlen des } RaC.$$

Für Aluminium sind die entsprechenden Werte $\frac{\mu}{\varrho}$ = 0,15 bzw. 0,04, also bedeutend weniger voneinander entfernt.

1 Auch Iridium, welches ich neuerdings untersuchte, ergab einen Massenabsorptions-Koeffizienten $\frac{\mu}{\varrho}$ = 3,6, also seinem Atomgewicht entsprechend, genau den gleichen wie Platin (Atomgewicht des Ir = 193,1, des Pt = 195,2).

2 Vgl. J. J. Thomson, Elektrizitäts-Durchgang in Gasen, S. 202.

3) Diese Zeitschr. 15, 753, 1914.



Schreitet man zu noch leichteren Stoffen, zu denen, welche im menschlichen Gewebe vorkommen, so wird der Unterschied noch kleiner (für Wasser z. B. ergab eine Messungsreihe $\left(\frac{\mu}{\varrho}\right) = 0{,}12$). Die Durchdringungsfähigkeit der $X\gamma$- und der γ-Strahlen unterscheidet sich hier verhältnismäßig wenig voneinander[1]). Dagegen bleibt die $X\gamma$-Strahlung auf die Differenzen in der Dichte empfindlicher, ihre Intensität (vom Ausgangspunkt und ohne Berücksichtigung der Absorption gerechnet) übersteigt bei weitem diejenige der Radiumpräparate.

Zusammenfassung.

Die Absorption der harten ($X\gamma$) Röntgenstrahlen in verschiedenen Elementen (Metallen) ist in der vorliegenden Arbeit untersucht worden.

Der Massenabsorptions-Koeffizient dieser Strahlung $\left(\frac{\mu}{\varrho}\right)$ wächst stetig mit der Ordnungszahl (dem Atomgewicht) des Elementes von 0,14 für Aluminium bis zu 3,2 für Gold. Die leichteren Elemente absorbieren die $X\gamma$-Strahlung verhältnismäßig schwach. Für Aluminium, Magnesium, Graphit nähert sich die Durchdringungsfähigkeit der $X\gamma$-Strahlen derjenigen der harten γ-Strahlen der Radiumpräparate.

$$\left(\frac{\mu}{\varrho} = 0{,}14 \text{ bei } X\gamma\text{-Strahlen} \atop = 0{,}04 \text{ bei } \gamma\text{-Strahlen}\right).$$

Bei den schweren Elementen wird der Unterschied in der Durchdringungsfähigkeit der beiden Strahlungsarten sehr groß, er wächst mit der Ordnungszahl des Elementes.

Die nähere Untersuchung der hier angeschnittenen Fragen sei einer besonderen Arbeit von Herrn F. Pfeiffer vorbehalten, der mir auch bei Ausführung vorliegender Versuche in dankenswerter Weise behilflich war.

1) Versuche von Cermak, zitiert in der Arbeit von Bumm (Berlin), in der Münchner med. Wochenschrift 1914, Nr. 29, S. 1601.

(Eingegangen 13. November 1914.)

Zur Theorie der Helligkeitsschwankungen.

Von A. Landé.

In einer Diskussion zwischen A. Einstein und W. Ritz[1]) über die Freiheitsgrade der Hohlraumstrahlung handelte es sich um folgendes Paradoxon: Einerseits ist die Zahl der Freiheitsgrade eines Hohlraums V nach der Jeansschen Abzählung der elektromagnetisch möglichen Eigenschwingungen gleich

$$dZ = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V d\nu, \quad Z = \int_0^\infty \frac{dZ}{d\nu} d\nu = \infty. \qquad \text{(a)}$$

Nimmt man aber andrerseits an, die Strahlung werde hervorgerufen durch die Emission von N innerhalb der Wand befindlichen Elektronen, so wird der Strahlungszustand im Innern durch die $3N$ Zustandsvariablen der N Elektronen nach der Theorie der retardierten Potentiale vollständig bestimmt sein, so daß als Zahl der Freiheitsgrade

$$Z = 3N \qquad \text{(b)}$$

anzusetzen ist. Die Lösung des Paradoxons, daß, auch wenn elektrische Felder nur von Elektronenbewegungen hervorgerufen werden sollen, doch in einem spiegelnden Hohlraum noch beliebige Felder überlagert werden dürfen, deren Dasein auf frühere sehr oft gespiegelte Elektronenimpulse geschoben wird, scheint nicht den wesentlichen Punkt zu treffen. Denn, wie im folgenden gezeigt werden soll, ist die von N Elektronen emittierte Strahlung, bereits wenn sie in den freien Raum hinein gesandt wird, Schwankungsgesetzen unterworfen, welche, nach dem bekannten engen Zusammenhang zwischen Schwankungen und Zahl der Freiheitsgrade, auf den Jeansschen Ausdruck (a) hinweisen, speziell also unabhängig von der Zahl N sind. Wir werden dabei Beziehungen ableiten, welche eng mit den Resultaten M. v. Laues in seiner Arbeit „Über die Freiheitsgrade von Strahlenbündeln"[1]) zusammenhängen.

§ 1. In der Entfernung 1 vom Beobachtungspunkt o befinden sich N monochromatische Lichtzentren (Atome), welche in o eine mittlere Helligkeit $\bar{J}$ hervorbringen. Dieselbe mittlere Helligkeit $\bar{J}$ wird in o erregt durch Nr^2 Zentren derselben Art, welche sich in der Entfernung r von o befinden. Intensitätsschwankungen um $\bar{J}$ werden aus zwei Gründen vorkommen:

1. Befindet sich jedes der Nr^2 Atome im Verlaufe der langen Zeit T nur a-mal je eine Zeit τ im leuchtenden Zustand, und hängt die Verteilung der a Leuchtzeiten τ über die gesamte Zeit T bei jedem Atom vom Zufall ab, so wechselt fortwährend die Zahl der gleichzeitig leuchtenden Atome. Je größer aber der Mittelwert dieser Zahl ist, umso geringer

1) W. Ritz, diese Zeitschr. **9**, 903, 1908; **10**, 224, 1909; A. Einstein, diese Zeitschr. **10**, 185, 1909; Einstein u. Ritz, diese Zeitschr. **10**, 323, 1909.

1) M. v. Laue, Ann. d. Phys. **44**, 1197, 1914.



werden die relativen Schwankungen um diesen Mittelwert sein. Wird also die mittlere Helligkeit J im Beobachtungspunkt o einmal durch eine kleine Lichtquelle in geringer Entfernung, ein zweites Mal durch eine große Lichtquelle derselben Art in großer Entfernung hervorgebracht, so werden die in o beobachteten Helligkeitsschwankungen um den Mittelwert J im zweiten Fall klein gegenüber denen im ersten Fall sein und im Grenzfall überhaupt verschwinden.

2. Schwankungen einer zweiten Art entstehen dadurch, daß die leuchtenden Zentren Phasendifferenzen besitzen, welche nach den Gesetzen des Zufalls wechseln, so daß die in o beobachtete Intensität J durch Interferenz bald größer, bald kleiner als J wird. Es soll zunächst gezeigt werden, daß die Größe dieser Schwankungen im Nullpunkt unabhängig von der Zahl der die mittlere Intensität J hervorbringenden Zentren ist, im Gegensatz zu den Schwankungen der ersten Art.

§ 2. Es seien, unter Vernachlässigung der im Grenzfall unendlich kleinen Schwankungen 1. Art, in jedem Augenblick genau n Atome im leuchtenden Zustand. Die Emission möge durch n monochromatische lineare Oszillatoren besorgt werden, welche plötzlich ihre Schwingungsrichtung, Phase und Amplitude ändern können. Alle sollen in einem kleinen Kegel um die z-Achse liegen. Dann erzeugt der $x$te Oszillator in o ein elektrisches Feld, dessen Komponente nach der zu z senkrechten Polarisationsrichtung x gleich

$$\mathfrak{E}_x = \frac{A_x \alpha_x}{z_x} e^{i\delta_x}$$

ist. z_x gibt die Entfernung, A_x die Amplitude, δ_x die Phase des $x$ten Oszillators an; δ_x liegt mit gleicher Wahrscheinlichkeit zwischen o und 2π, jeder Wert A_x besitze die Wahrscheinlichkeit $w(A)$, so daß $\int dw(A) = 1$, und $A = \int A\,dw$. Der Faktor α_x ist gleich der Projektion eines in der Schwingungsrichtung des emittierenden linearen Oszillators gezogenen Einheitsvektors auf die Polarisationsrichtung x; die Wahrscheinlichkeit, daß diese Projektion zwischen den Werten α und $\alpha + d\alpha$ $(0 < \alpha < 1)$ liegt, ist bekanntlich gleich $d\alpha$, unabhängig von der Größe von α; daher ist z. B. $\overline{\alpha^2} = \int_0^1 \alpha^2 d\alpha = \frac{1}{3}$. Es wird also die gesamte elektrische Kraft in o

$$\mathfrak{E}_t = \sum_1^n \frac{A_x \alpha_x}{z_x} e^{i\delta_x}.$$

Die in o erzeugte Intensität ist dann

$$J = |\mathfrak{E}_t|^2 = \left|\sum_1^n \frac{A_x \alpha_x}{z_x} e^{i\delta_x}\right|^2. \tag{1}$$

Schreibt man zur Abkürzung der beiden reellen Größen

$$\left.\begin{aligned} J_0 &= \frac{1}{3}\sum_1^n \left(\frac{A_x}{z_x}\right)^2, \\ R &= \left|\sum_1^n \frac{A_x \alpha_x}{z_x} e^{i\delta_x}\right| = |\mathfrak{E}_t|, \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

so wird

$$R^2 = J = \frac{J}{J_0} \cdot J_0 = \frac{J}{J_0} \cdot \frac{1}{3}\sum_1^n \left(\frac{A_x}{z_x}\right)^2. \tag{3}$$

Es wird gefragt nach der Wahrscheinlichkeit eines Wertes J/J_0 bis $J + dJ/J_0$, d. h. wegen (1) nach der Wahrscheinlichkeit, daß die geometrische Summe der in der komplexen Ebene gezogenen n Vektoren $\frac{A_x \alpha_x}{z_x} e^{i\delta_x}$ $(x = 1, 2, \ldots n)$ ihren Endpunkt in einem Kreisring um den Nullpunkt hat, dessen Radien sich aus (3)

$$\left.\begin{aligned} R^2 &= \frac{J}{J_0} \cdot \frac{1}{3}\sum_1^n \left(\frac{A_x}{z_x}\right)^2 \\ &\text{und} \\ R^2 + dR^2 &= \frac{J + dJ}{J_0} \cdot \frac{1}{3}\sum_1^n \left(\frac{A_x}{z_x}\right)^2 \end{aligned}\right| \tag{4}$$

bestimmen. (A_x, α_x, z_x sind reell.)

§ 3. Zur Berechnung dieser Wahrscheinlichkeit benutzen wir folgenden Satz[1]): Hat man n komplexe Größen $\zeta_x = \xi_x + i\eta_x$ $(x = 1, 2, \ldots n)$, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß

$$\Sigma \xi_x - \Sigma \bar{\xi}_x \text{ zwischen } X \text{ und } X + dX,$$

und zugleich

$$\Sigma \eta_x - \Sigma \bar{\eta}_x \text{ zwischen } Y \text{ und } Y + dY$$

liegt, für große n näherungsweise gleich

$$dW = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mathfrak{A}\mathfrak{C} - \mathfrak{B}^2}} \cdot e^{-\frac{\mathfrak{C}X^2 - 2\mathfrak{B}XY + \mathfrak{A}Y^2}{2\mathfrak{A}\mathfrak{C} - \mathfrak{B}^2}} \cdot dX\,dY. \tag{5}$$

Dabei bedeutet $\bar{\xi}_x$ den Mittelwert von ξ_x, d. h. $\bar{\xi}_x = \int \xi_x dw$ usw. Ferner ist darin

$$\mathfrak{A} = \sum_1^n \overline{(\xi_x - \bar{\xi}_x)^2}, \qquad \mathfrak{C} = \sum_1^n \overline{(\eta_x - \bar{\eta}_x)^2},$$

$$\mathfrak{B} = \sum_1^n \overline{(\xi_x - \bar{\xi}_x)(\eta_x - \bar{\eta}_x)}.$$

1 Markoff, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Leipzig 1912, § 33.

Im vorliegenden Fall ist $\xi_\varkappa + i\,\eta_\varkappa = \frac{A_\varkappa \alpha_\varkappa}{z_\varkappa}(\cos\delta_\varkappa + i\sin\delta_\varkappa)$, wobei $\frac{A^\varkappa}{z_\varkappa}$, $\alpha_\varkappa$ und $\delta_\varkappa$ voneinander unabhängige Größen sind. Daher ist hier

$$\overline{\xi_\varkappa} = \overline{\left(\frac{A_\varkappa \alpha_\varkappa}{z_\varkappa}\cos\delta_\varkappa\right)} = \overline{\left(\frac{A_\varkappa}{z_\varkappa}\right)} \cdot \overline{\alpha_\varkappa} \cdot \overline{\cos\delta_\varkappa} = 0,$$

$$\overline{\eta_\varkappa} = 0,$$

$$\overline{\xi_\varkappa^2} = \overline{\left(\frac{A_\varkappa \alpha_\varkappa}{z_\varkappa}\cos\delta_\varkappa\right)^2} = \overline{\left(\frac{A_\varkappa}{z_\varkappa}\right)^2} \cdot \overline{\alpha_\varkappa^2} \cdot \overline{\cos^2\delta_\varkappa} = \overline{\left(\frac{A_\varkappa}{z_\varkappa}\right)^2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2},$$

$$\overline{\eta_\varkappa^2} = \overline{\left(\frac{A_\varkappa}{z_\varkappa}\right)^2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2},$$

$$\overline{(\xi_\varkappa \eta_\varkappa)} = \overline{\left(\frac{A_\varkappa^2 \alpha_\varkappa^2}{z_\varkappa^2}\sin\delta_\varkappa\cos\delta_\varkappa\right)} = \overline{\left(\frac{A_\varkappa^2}{z_\varkappa^2}\right)} \cdot \overline{\alpha_\varkappa^2} \cdot \overline{\sin\delta_\varkappa\cos\delta_\varkappa} = 0.$$

Also wird hier

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{6} \cdot \sum \overline{\left(\frac{A_\varkappa}{z_\varkappa}\right)^2} = \mathfrak{C}, \quad \mathfrak{B} = 0$$

und die Wahrscheinlichkeit, daß

$$R = \sum_1^n \frac{A_\varkappa \alpha_\varkappa}{z_\varkappa} e^{i\delta_\varkappa}$$

in das Gebiet $dX\,dY$ fällt, ist nach (5)

$$dW = \frac{3}{\pi \Sigma \overline{(A_\varkappa/z_\varkappa)^2}} e^{-3(X^2+Y^2)\,\Sigma \overline{\left(\frac{A_\varkappa}{z_\varkappa}\right)^2}}.$$

Einführung von Polarkoordinaten R, Θ gibt

$$X^2 + Y^2 = R^2,$$

$$dX\,dY = R\,d\Theta\,dR = \frac{1}{2} \cdot d\Theta \cdot dR^2$$

$$dW = e^{-3R^2\,\Sigma \overline{\left(\frac{A_\varkappa}{z_\varkappa}\right)^2}} \cdot \frac{d\Theta}{2\pi} \cdot d\left(3R^2/\Sigma \overline{\left(\frac{A_\varkappa}{z_\varkappa}\right)^2}\right).$$

Integration über Θ und Einführung von (3) ergibt für die in (4) gesuchte Wahrscheinlichkeit:

$$dW = e^{-J/J_0} \cdot d(J/J_0). \qquad (6)$$

Zugleich findet sich J_0 als Mittelwert von J:

$$\overline{J} = \int_0^\infty J\,dW = J_0 \qquad (7)$$

Wir haben also gefunden[1]): die Wahrscheinlichkeit einer Schwankung $J - \overline{J}$ im Beobachtungspunkt o hängt nur von der Größe der mittleren Helligkeit $\overline{J}$ ab, nicht von der Art, wie diese mittlere Helligkeit hervorgebracht wird; sie ist also unabhängig von der Zahl n[1]) (im Gegensatz zu den Schwankungen 1. Art, § 1), dem Abstand z und der Amplitude A der emittierenden Oszillatoren.

Liegen die leuchtenden Atome von o aus gesehen in einem kleinen Kegel $d\Omega$ um die z-Achse mit o als Spitze, so kann man dieses Resultat auch so aussprechen:

Für die Schwankungen im Punkt o ist nur die „mittlere Helligkeit des beleuchtenden Kegels" maßgebend, d. h. die mittlere Helligkeit beim Beobachten in der Richtung $d\Omega$, nicht aber die Zahl, Amplitude und Entfernung der Lichtzentren, welche diese mittlere Helligkeit hervorrufen.

Sind daher die leuchtenden Atome auf irgendeiner den Nullpunkt ganz umschließenden Schale mit gleichmäßiger Dichte verteilt, so daß von o aus gesehen die leuchtende Hülle überall gleich hell erscheint, so wird man in o und auch in jedem andern Punkt P im Innern dieses „Hohlraums" nicht nur die gleiche mittlere Intensität, sondern auch gleich große Schwankungen erhalten, und es ist die Größe dieser Schwankungen unabhängig von der Zahl der die Hülle bildenden Atome, von der Gestalt und Größe des Hohlraums und von der Lage des Beobachtungspunktes in ihm (allein auf Grund retardierter Potentiale, ohne Berücksichtigung von Spiegelungen).

§ 4. Auch der zeitliche Ablauf der Schwankungen kann nicht von der Zahl der emittierenden Teilchen abhängen. Nehmen wir nämlich zunächst an, daß sämtliche Oszillatoren im gleichen Moment $t = 0$ und dann immer nach Intervallen τ alle gleichzeitig ihre Phasen wechseln, so werden in dem Beobachtungspunkt o im Verlauf der Zeit T nacheinander $Z = \frac{T}{\tau}$ verschiedene voneinander unabhängige Momentanintensitäten $J_1 J_2 \ldots J_Z$ auftreten. Bedeutet $\overline{E(T)}$ die während T im Mittel am Beobachtungspunkt pro Flächeneinheit durchgestrahlte Energie, $E(T)$ aber den tatsächlichen Betrag der Durchstrahlung während T, so ist

$$\frac{E - \overline{E}}{\overline{E}} = \sum_{p=1}^{Z} \frac{J_p}{\overline{J}} - Z \cdot \frac{\overline{J}}{\overline{J}}.$$

1) Herr Prof. v. Laue machte mich freundlichst darauf aufmerksam, daß ein der Gl. (6) analoges Resultat für Schallquellen bereits von Lord Rayleigh abgeleitet wurde, freilich auf ganz anderm Wege. Vgl. Rayleigh, Theory of Sound § 42a.

1) Genauer: Für großes n existiert ein bestimmter Grenzwert für diese Größe. Man überzeugt sich aber leicht, daß bereits für $n = 50$ die genauen Werte diesem Grenzwert ungeheuer nahe kommen, daß es also gleichgültig ist, ob man 50 oder 10^{50} Oszillatoren hat, so daß in diesem Sinne von einer Unabhängigkeit des Resultats von n gesprochen werden darf.

Da nun $J/\bar J$ mit der Wahrscheinlichkeit

$$dW = e^{-J/\bar J} dJ/\bar J$$

vorkommt (Gl. 6), ergibt sich (vgl. Markoff l. c. § 16):

Die Wahrscheinlichkeit, daß die relative Schwankung des gesamten während T stattfindenden Energietransports zwischen den Werten

$$\frac{E-\bar E}{\bar E} \quad \text{und} \quad \frac{E-\bar E}{\bar E} + d\,\frac{E-\bar E}{\bar E}$$

liegt, ist für große Z näherungsweise

$$dW\left(\frac{E-\bar E}{\bar E}\right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-\left(\frac{E-\bar E}{\bar E}\right)^2 \frac{Z}{2}} d\left(\frac{E-\bar E}{\bar E}\sqrt{\frac{Z}{2}}\right).$$

Daraus ergibt sich das mittlere Schwankungsquadrat

$$\overline{\left(\frac{E-\bar E}{\bar E}\right)^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{E-\bar E}{\bar E}\right)^2 dW = \frac{1}{Z} = \frac{\tau}{T}. \quad (8)$$

Geben wir jetzt die Beschränkung, daß sämtliche Oszillatoren immer alle zur gleichen Zeit ihre Phase wechseln, auf, so ändert sich in obiger Betrachtung nur, daß die Z Intensitäten $J_1 J_2 \ldots J_Z$ jetzt nicht mehr plötzlich nach Zeitintervallen τ einander ablösen, sondern daß ein allmählicher Übergang von J_1 auf J_2 auf $\ldots J_Z$ stattfindet; denn zur Zeit $t = \frac{\tau}{p}$ werden[1]) von N Oszillatoren bereits $\frac{N}{p}$ eine andere Phase, dagegen $N\left(1-\frac{1}{p}\right)$ noch die gleiche Phase wie zu $t=0$ haben. Gl. (8) gilt also nach wie vor, und wir bemerken, daß auch der zeitliche Ablauf der Intensitätsschwankungen von der Zahl der Oszillatoren unabhängig ist.

§ 5. Bis jetzt hatten wir nur diejenigen Schwankungen betrachtet, welche n in Richtung der z-Achse gelegene Oszillatoren in dem einen Punkt o hervorbringen. Beleuchten die n Atome ein ganzes Flächenstück, welches um den Nullpunkt senkrecht zur z-Richtung gelegt ist, so werden zwischen zwei verschiedenen Punkten (ξ, η) dieser Fläche fortwährend wechselnde örtliche Intensitätsunterschiede auftreten. Wir fragen nach dem mittleren Quadrat des Intensitätsunterschiedes $J(\xi, \eta) - J(o)$ an den zwei Punkten (ξ, η) und o der Fläche $z=0$ im Verhältnis zu der an beiden Punkten gleichen mittleren Intensität $\bar J$, d. h. wir suchen

$$\Delta^2 = \overline{\left(\frac{J(\xi, \eta) - J(o)}{\bar J}\right)^2}.$$

[1]) Unter Vernachlässigung der Schwankungen erster Art (§ 1).

Die Berechnung von Δ^2 werden wir auf zwei Weisen ausführen: einmal unter der Annahme, daß für beide Punkte unabhängig voneinander das Wahrscheinlichkeitsgesetz (6) gilt, das zweite Mal direkt mit Hilfe retardierter Potentiale, indem wir hier berücksichtigen, daß die Erregung in o und (ξ, η) gleichzeitig von denselben Oszillatoren hervorgerufen wird, also in gewisser Weise voneinander abhängig ist; wir werden daher zunächst bei der zweiten Methode einen andern (kleineren) Wert für Δ^2 erhalten, dessen Größe von der Entfernung o bis (ξ, η) abhängt. Überschreitet aber $(\xi\eta)$ eine bestimmte kritische Entfernung von o, so werden wir denselben Wert für Δ^2 wie bei der ersten Rechnungsart finden, und dürfen dann behaupten, daß die Erregung in überkritischer Entfernung von o im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung als unabhängig von der Erregung in o anzusehen ist. Aus der Größe der kritischen Entfernung werden wir eine Einteilung der beleuchteten Fläche in Elementargebiete ableiten, deren Zahl übereinstimmt mit der von M. v. Laue (l. c.) auf anderm Wege erhaltenen Zahl der Freiheitsgrade eines auf der Fläche mündenden Strahlenbündels.

§ 6. Wir berechnen zunächst Δ^2 unter der Voraussetzung vollständiger Unabhängigkeit von $J(o)$ und $J(\xi\eta)$. Die Wahrscheinlichkeit, daß $J(o)$ in das Intervall dJ_0 und zugleich $J(\xi\eta)$ in das Intervall $dJ(\xi\eta)$ fällt, ist dann nach (6)

$$dW = e^{-\frac{J(o)+J(\xi\eta)}{\bar J}} \cdot d\left(\frac{J(o)}{\bar J}\right) d\left(\frac{J(\xi\eta)}{\bar J}\right).$$

Führen wir als neue Variable ein

$$\frac{J(o)+J(\xi\eta)}{\bar J} = \Gamma$$

$$\frac{J(o)-J(\xi\eta)}{\bar J} = \Delta,$$

also

$$\frac{J(o)}{\bar J} = \frac{\Gamma+\Delta}{2}, \qquad \frac{J(\xi\eta)}{\bar J} = \frac{\Gamma-\Delta}{2},$$

so wird

$$dW = e^{-\Gamma} \frac{1}{2} d\Gamma\, d\Delta,$$

also die Wahrscheinlichkeit, daß

$$\frac{J(o)-J(\xi\eta)}{\bar J}$$

zwischen Δ und $\Delta + d\Delta$ liegt, während Γ alle möglichen Werte annimmt, nämlich zwischen Δ und ∞ variiert ($J > 0$), gleich

$$\frac{1}{2} d\Delta \int_\Delta^\infty e^{-\Gamma} d\Gamma = \frac{1}{2} e^{-\Delta} d\Delta;$$

und es wird die Wahrscheinlichkeit, daß

$$\left|\frac{J(0) - J(\xi\eta)}{J}\right|$$

zwischen Δ und $\Delta + d\Delta$ liegt, doppelt so groß, gleich $e^{-\Delta} d\Delta$. Daher findet sich schließlich

$$\overline{\Delta^2} = \int_0^\infty \Delta^2 e^{-\Delta} d\Delta = 2. \tag{9}$$

§ 7. Nun berechnen wir $\overline{\Delta^2}$ nach der zweiten Methode (§ 5). Wir behandeln das Problem in der Ebene $y = 0$; die Erweiterung auf den Raum geschieht später ohne Schwierigkeit. Die n Lichtzentren mögen sich, von o aus gesehen, alle innerhalb eines kleinen Öffnungswinkels Ω um die z-Achse befinden (siehe Fig. 1), die

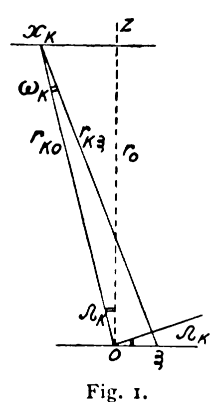


Fig. 1.

Koordinaten des $\varkappa$ten Oszillators seien $z = r_0$, $x = x_\varkappa$, seine Entfernungen von den Beobachtungspunkten o und ξ seien $r_{\varkappa 0}$ und $r_{\varkappa\xi}$. Für kein Atom ist $x_\varkappa$ größer als der Maximalbetrag $X = r_0 \cdot \Omega$. Dann ist die Intensität in o bzw. in ξ nach § 2 gleich

$$J_0 = \left|\frac{A_\varkappa \alpha_\varkappa}{r_{\varkappa 0}} e^{i(\delta_\varkappa + k r_{\varkappa 0})}\right|^2,$$

$$J(\xi) = \left|\frac{A_\varkappa \alpha_\varkappa}{r_{\varkappa\xi}} e^{i(\delta_\varkappa + r_{\varkappa\xi})}\right|^2,$$

wobei $A_\varkappa \alpha_\varkappa e^{i\delta_\varkappa}$ für jedes der n Atome einen andern von Zeit zu Zeit sich unregelmäßig ändernden Wert hat, der aber nur vom Atom $\varkappa$, nicht vom Beobachtungspunkt abhängt. Im Nenner dürfen bei kleinem Ω $r_{\varkappa 0}$ und $r_{\varkappa\xi}$ durch r_0 ersetzt werden. Im Exponenten ist, weil dort r als Faktor von $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ auftritt, in erster Näherung

$$r_{\varkappa\xi} = r_{\varkappa 0} + \Omega_\varkappa \xi = r_{\varkappa 0} + \frac{x_\varkappa}{r_0} \cdot \xi$$

zu setzen, falls $\Omega_\varkappa$ den kleinen Winkel zwischen $r_{\varkappa 0}$ und r_0 bedeutet.

Daher wird

$$J(0) = \left|\frac{A_\varkappa \alpha_\varkappa}{r_0} e^{i\delta_\varkappa} \cdot e^{i k r_{\varkappa 0}}\right|^2,$$

$$J(\xi) = \left|\frac{A_\varkappa \alpha_\varkappa}{r_0} e^{i\delta_\varkappa} e^{i k r_{0\varkappa}} \cdot e^{i k x_\varkappa \xi : r_0}\right|^2.$$

Machen wir die Annahme, daß die n Atome in gleichen Abständen σ auf der Geraden $z = r_0$ angeordnet sind, so daß $x_\varkappa = \varkappa \cdot \sigma$, $X = n \cdot \sigma$ wird, und kürzen ab

$$\left.\begin{array}{l} \alpha = \dfrac{k\sigma\xi}{r_0} = \dfrac{2\pi\sigma\xi}{\lambda r_0}, \quad D_\varkappa = \dfrac{A_\varkappa \alpha_\varkappa}{r_0} e^{i r \varkappa_0} e^{i\delta_\varkappa}, \end{array}\right\} \tag{10}$$

so wird

$$\Delta = \frac{J(0) - J(\xi)}{J} = \frac{\left|\sum_1^n D_\varkappa\right|^2 - \left|\sum_1^\varkappa D_\varkappa e^{i\alpha\varkappa}\right|^2}{\left|\sum_1^\varkappa D_\varkappa\right|^2}.$$

Bedeutet ferner $\bar{\varrho}$ den konjugierten Wert von ϱ, so wird daraus

$$\Delta = \frac{(\Sigma D_\varkappa)(\Sigma \bar{D}_\varkappa) - (\Sigma D_\varkappa e^{i\alpha\varkappa})(\Sigma \bar{D}_\varkappa e^{-i\alpha\varkappa})}{(\Sigma D_\varkappa)(\Sigma \bar{D}_\varkappa)},$$

$$\Delta = \frac{\sum_1^n \sum_1^n D_\varkappa \bar{D}_l (1 - e^{i\alpha(\varkappa - l)})}{(\Sigma\Sigma D_\varkappa \bar{D}_l)}.$$

Nun nimmt aber in $D_\varkappa$ (10) der absolute Betrag $\frac{A_\varkappa \alpha_\varkappa}{r_0}$ und in $D_\varkappa \bar{D}_l$ der Betrag

$$\frac{A_\varkappa A_l \alpha_\varkappa \alpha_l}{r_0^2}$$

unabhängig von den übrigen Faktoren nach bestimmten Wahrscheinlichkeitsgesetzen alle möglichen positiven Werte an. Es darf daher bei der Mittelwertsbildung

$$\overline{\Delta^2} = \overline{[\Sigma\Sigma D_\varkappa \bar{D}_l (1 - e^{i\alpha(\varkappa - l)})]^2} : \overline{[\Sigma\Sigma D_\varkappa \bar{D}_l]^2}$$

im Zähler und Nenner der Faktor $\left(\frac{A_\varkappa A_l \alpha_\varkappa \alpha_l}{r_0^2}\right)^2$ vor das Summenzeichen gestellt werden und hebt sich dann weg. Daher wird mit Benutzung der Abkürzung $\varphi_\varkappa = k r_{\varkappa 0} + \delta_\varkappa$

$$\left.\begin{array}{l} \overline{\Delta^2} = \overline{[\Sigma\Sigma e^{i(\varphi_\varkappa - \varphi_l)} (1 - e^{i\alpha(\varkappa - l)})]^2} \\ \quad : \overline{[\Sigma\Sigma e^{i(\varphi_\varkappa - \varphi_l)}]^2}, \end{array}\right\} \tag{11}$$

wobei jedes $\varphi_\varkappa$ unabhängig von den übrigen jeden Wert zwischen 0 und 2π mit gleicher Wahrscheinlichkeit annimmt.

Im Nenner von (11) kann man schreiben

$$\sum_1^n \sum_1^n e^{i(\varphi_\varkappa - \varphi_l)} = \frac{1}{2} \sum_1^n \sum_1^n (e^{i(\varphi_\varkappa - \varphi_l)} + e^{-i(\varphi_\varkappa - \varphi_l)})$$

$$= \sum_1^n \sum_1^n \cos(\varphi_\varkappa - \varphi_l),$$

$$\overline{\Sigma\Sigma e^{i(\varphi_\varkappa - \varphi_l)}} = \sum_1^n \cos(\varphi_\varkappa - \varphi_\varkappa) = n,$$

$$\overline{\left[\Sigma\Sigma e^{i(\varphi_\varkappa - \varphi_l)}\right]^2} = n^2. \tag{12}$$

Im Zähler von (11) kann man schreiben

$$\sum_\varkappa\sum_l e^{i(\varphi_\varkappa-\varphi_l)} - \sum_\varkappa\sum_l e^{i(\varphi_\varkappa+\alpha\varkappa-\varphi_l-\alpha l)} =$$

$$\sum_\varkappa\sum_l \cos(\varphi_\varkappa-\varphi_l) - \sum_\varkappa\sum_l \cos(\varphi_\varkappa+\alpha\varkappa-\varphi_l-\alpha l)$$

$$(\sum\sum)^2 = [\sum_\varkappa\sum_l \cos(\varphi_\varkappa-\varphi_l)]^2 + [\sum_\varkappa\sum_l \cos(\varphi_\varkappa + \alpha\varkappa - \varphi_l - \alpha l)]^2 - 2\sum_\varkappa\sum_l\sum_p\sum_q \cos(\varphi_\varkappa-\varphi_l+\varphi_p-\varphi_q+\alpha p-\alpha q).$$

Führt man ein $\psi_{\varkappa l} = \varphi_\varkappa - \varphi_l = -\psi_{l\varkappa}$ und $\psi_{\varkappa\varkappa} = 0$ so wird

$$(\sum\sum)^2 = [\sum\sum\cos\psi_{\varkappa l}]^2 + [\sum\sum\cos(\psi_{\varkappa l} + \alpha\varkappa - \alpha l)]^2 - 2\sum\sum\sum\sum\cos(\psi_{\varkappa l}+\psi_{pq}+\alpha(p-q)).$$

Bei der Mittelwertsbildung $\overline{(\sum\sum)^2}$ bleiben im ersten Quadrat nur die Glieder $\varkappa = l$ stehen ($\cos\psi_{\varkappa\varkappa} = 1$), ebenso im zweiten Quadrat; im doppelten Produkt bleiben nur die Glieder mit

$$\varkappa = q,\ l = p,\ \psi_{\varkappa l} + \psi_{pq} = 0$$

stehen. Also wird

$$\overline{(\sum\sum)^2} = n^2 + n^2 - 2\{\cos(1\alpha+\psi_{21}+\psi_{12}) + \cos(1\alpha+\psi_{32}+\psi_{23}) + \cdots + \cos(2\alpha+\psi_{31}+\psi_{13}) + \cos(2\alpha+\psi_{42}+\psi_{24}) + \cdots + \cdots\}$$

$$\overline{(\sum\sum)^2} = 2n^2 - 2\{(n-1)\cos 1\alpha + (n-2)\cos 2\alpha + \cdots + 1\cos(n-1)\alpha\}$$

$$= 2n^2 - 2n\sum_1^{n-1}\cos\varkappa\alpha + 2\sum\varkappa\cos\varkappa\alpha$$

$$= 2n^2 - 2n\sum_1^{n-1}\cos\varkappa\alpha + 2\frac{\partial}{\partial\alpha}\sum_1^{n-1}\sin\varkappa\alpha.$$

Darin ist nach bekannten Formeln:

$$\sum_1^{n-1}\cos\varkappa\alpha = \frac{1}{2\sin\frac{\alpha}{2}}\left(\sin n\alpha - \sin\frac{\alpha}{2}\right),$$

$$\sum_1^{n-1}\sin\varkappa\alpha = \frac{1}{2\sin\frac{\alpha}{2}}\left(-\cos n\alpha + \cos\frac{\alpha}{2}\right).$$

Man erhält daher

$$\overline{(\sum\sum)^2} = 2n^2 - \frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} + \cos\alpha n\cdot\frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}} - \frac{\cos^2\frac{\alpha}{2}}{\sin^2\frac{\alpha}{2}}$$

Einführung von $H = n\alpha$ ergibt

$$\overline{(\sum\sum)^2} = 2n^2 - \frac{\cos H/2n}{\sin H/2n} + \cos H\cdot\frac{\cos H/2n}{\sin^2 H/2n} - \frac{\cos^2 H/2n}{\sin^2 H/2n}.$$

Nun gehen wir zur Grenze $\lim n = \infty$ bei festem $H = n\alpha$ über:

$$\overline{(\sum\sum)^2} = 2n^2 - \frac{2n}{H} + \cos H\cdot\frac{4n^2}{H^2} - \frac{4n^2}{H^2}$$

und erhalten schließlich bei Division durch den Nenner n^2 (12)

$$\overline{\Delta^2} = 2 - \frac{4}{H^2}(1 - \cos H) \tag{13}$$

worin nach (10)

$$H = n\alpha = \frac{n\sigma\xi}{r_0}\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{X\xi}{r_0}\frac{2\pi}{\lambda} = \Omega\xi\frac{2\pi}{\lambda} = \omega X\frac{2\pi}{\lambda}. \tag{14}$$

Dabei war X die Größe der von den leuchtenden Atomen $x_\varkappa = \varkappa\cdot\sigma$ erfüllten Strecke, $X = n\cdot\sigma$ auf der Geraden $z = r_0$, Ω der Winkel, unter dem die Strecke vom Beobachtungspunkt o aus gesehen wird. ξ die Entfernung zwischen den beiden Beobachtungspunkten o und ξ auf der Geraden $z = 0$, ω der Winkel, unter dem die Strecke oξ von der Lichtquelle aus erscheint; $\overline{\Delta^2}$ bedeutete das mittlere Quadrat des relativen Intensitätsunterschiedes zwischen den zwei Punkten o und ξ, und ist hier als Funktion von X, ω, λ bzw. ξ, Ω, λ gefunden. In § 6 hatten wir für $\overline{\Delta^2}$ unter der Voraussetzung, daß die Erregungen in o und ξ voneinander unabhängig seien, den Wert $\overline{\Delta^2} = 2$ gefunden. Wir vergleichen damit die graphische Darstellung von $\overline{\Delta^2}(H)$ aus Gl. (13) (Fig. 2).

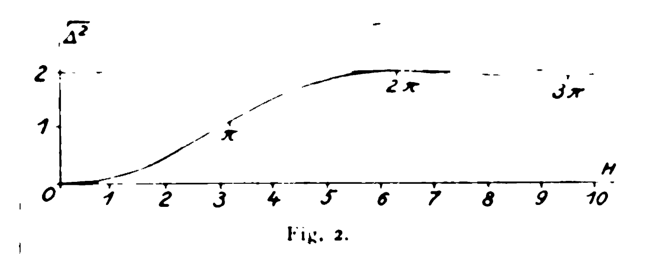


Fig. 2.

Bei $H = 0$ ist $\overline{\Delta^2} = 0$, d. h. zwei sehr benachbarte Punkte der beleuchteten Fläche werden in jedem Augenblick nahezu gleich stark erleuchtet. Bei $H = 2\pi$, d. h. nach (14) bei

$$\frac{X\xi}{r_0\lambda} = \frac{\Omega\xi}{\lambda} = \frac{\omega X}{\lambda} = 1 \tag{17}$$

erreicht $\overline{\Delta^2}$ zum erstenmal den Wert 2, als seien die Schwankungen in $\xi = \frac{r_0\lambda}{X}$ und o voneinander unabhängig, und im weiteren Verlauf der Kurve entfernt sich $\overline{\Delta^2}(H)$ nur noch minimal von dem Wert 2. (Die nächste größte relative Abweichung beträgt 0,04 : 1 bei $H \cong 3\pi$, die übernächste nur 0,0016 : 1 bei $H \cong 5\pi$). Wir wollen zunächst einmal von dieser Abweichung absehen und so tun, als bliebe $\overline{\Delta^2}$ auch für $H > 2\pi$ immer genau auf dem Wert 2. Dann können wir das Resultat so aussprechen:

Die Intensitätsschwankungen in Punkten ξ der Graden $z = 0$, welche erhellt wird von einer im Abstand r_0 parallel laufenden leuchtenden Linie, sind im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung als unabhängig anzusehen von den Schwankungen in o, wenn die Entfernung o bis ξ größer als $\frac{\lambda}{\Omega}$ ist.

$\frac{\lambda}{\Omega}$ ist aber nach der elementaren Beugungstheorie gerade der Abstand je zweier Intensitätsminima, welche ein Spalt der Breite $X = r_0 \cdot \Omega$ im Abstand r_0 auf der Fläche $z = 0$ entwirft. Gehen wir zum räumlichen Problem über, so können wir ohne weiteres schließen, daß das System der dunklen Streifen, welche eine Beugungsöffnung auf einer Fläche entwirft, zugleich die Fläche in Elementargebiete einteilt, innerhalb deren diejenigen Helligkeitsschwankungen als kohärent betrachtet werden müssen, welche eine an die Stelle der Beugungsöffnung gesetzte gleich große Lichtquelle hervorbringt. Dieses Resultat hängt aufs engste zusammen mit dem von M. v. Laue auf anderem Wege erhaltenen Ergebnis, daß die Zahl der Freiheitsgrade eines Strahlenbündels von der räumlichen Öffnung Ω^2, welches auf der Fläche ξ^2 mündet, gleich $\left(\frac{\xi\Omega}{\lambda}\right)^2$ ist.

Die Erregungen in zwei Punkten, die um mehr als $\xi = \frac{\lambda}{\Omega}$ voneinander entfernt liegen, sind nach unsrer Betrachtungsweise mittels retardierter Potentiale streng genommen nicht voneinander unabhängig (Fig. 2). Nur in gewisser Annäherung wird, von $\xi \sim \frac{\lambda}{\Omega}$ an, die Abhängigkeit der Schwankungen unmerkbar. Dagegen zeigt unser Resultat, daß die Größe der Schwankungen von der Zahl n der leuchtenden Atome unabhängig bleibt, im Gegensatz zu der gewöhnlich auftretenden Abnahme der relativen Schwankung mit zunehmender Zahl der beteiligten unabhängigen Systeme.

Göttingen, November 1914.

(Eingegangen 5. Dezember 1914.)

Ein optischer Weg zur Größenbestimmung mikroskopisch nicht mehr meßbarer Einzelpartikel[1].

Von Felix Ehrenhaft.

Im Jahre 1909 und in den folgenden habe ich eine Methode zur Erforschung verschiedener physikalischer Erscheinungen an einzelnen an der Grenze der optischen Wahrnehmbarkeit gelegenen Partikeln angegeben und im speziellen zur Bestimmung ihrer Größe, elektrischen Ladung, ferner zur Messung des auf diese Partikeln ausgeübten Lichtdruckes usw. angewandt.

Die Methode beruht im Prinzipe auf der Messung jener Endgeschwindigkeit $\mathfrak{v}$, welche ein solches Teilchen (Kügelchen) unter dem Einflusse einer Kraft p im widerstehenden Mittel annimmt. Diese Kraft p kann entweder die Gravitationskraft oder sie kann elektrischen, magnetischen Ursprunges, sie kann der Lichtdruck[1]) usw. oder auch die Resultierende solcher Kräfte sein.

Die Beziehung zwischen der wirkenden Kraft und der gleichförmigen Endgeschwindigkeit, die das Partikel unter dem Einflusse dieser Kraft im widerstehenden Mittel annimmt, enthält die Beweglichkeit B — den reziproken Widerstand — des Partikels. Es ist nämlich

$$p = \frac{\mathfrak{v}}{B}.$$

Die Kenntnis von B ist daher für alle weiteren Schlüsse unerläßlich.

Bisher erfolgte ihre Bestimmung auf zwei verschiedenen unabhängigen Wegen.

Auf dem ersten, dem klassischen Wege, definiert man dieselbe auf Grund des Stokesschen Widerstandsgesetzes; in der Folge zog ich für so kleine Kugeln im Gase zur Definition der Beweglichkeit die Cunninghamschen Korrekturen heran[2]). Unter Voraussetzung der Kugelgestalt und der Dichte der Partikeln erhält man auf diesem Wege den Radius derselben. Es bleibt dabei ein Spielraum offen, innerhalb dessen eine dezidierte Entscheidung zwischen den Cunninghamschen Widerstandsgesetzen $f = 0$ und $f = 1$ zu fällen ist.

Auf dem zweiten Wege[3]) definiert man die Beweglichkeit auf Grund des Einsteinschen Gesetzes aus der Brownschen Bewegung der

1) Diese sowie die nachfolgende Abhandlung war Ende Juli 1914 im I. physikalischen Institute der Universität Wien fertiggestellt worden und war ursprünglich für die Comptes rendus hebdomadaires, Paris, bestimmt gewesen.

1) In Ergänzung meiner Mitteilung über den Lichtdruck (diese Zeitschrift **15**, 608, 1914) möchte ich noch bemerken, daß ich unter gewissen Umständen auch Partikeln beobachtet habe, die sich entgegen der Richtung der auf sie wirkenden Strahlung bewegen. Die ausführliche Publikation dieser überraschenden Erscheinung, welche nur auf Reaktionskräfte, hervorgerufen durch die Strahlung, zurückgeführt werden kann, muß ich, durch die Ereignisse verhindert, auf einen späteren Zeitpunkt verschieben.

2) Vgl. F. Ehrenhaft, Wiener Akademieberichte **119**, 860, 1910; ferner Ann. d. Phys. **44**, 677ff., 1914; Wiener Akademieberichte 1914, Bd. 123 (IIa), S. 83.

3) Vgl. E. Weiss, Wiener Akademieberichte **120** (IIa), 1129; F. Ehrenhaft, Ann. d. Phys. **44**, 687 usw.; Wiener Akademieberichte 1914, Bd. 123 (IIa), S. 95 usw.

Teilchen. Hierbei macht die Theorie Einsteins vorteilhafterweise von Form und Dichte der Partikeln unabhängig.

Dieser Weg führt aber, wie ich a. a. O. gezeigt habe, in dieser Größenordnung auf zu kleine Werte der Beweglichkeit und daher bei Kügelchen bekannter Dichte auf zu große Radien[1]).

Um nun die vorerwähnte Entscheidung bei den Widerstandsgesetzen zu treffen, und um ferner die erwähnte Abweichung vom Einsteinschen Gesetz genauer festzustellen, habe ich nunmehr einen dritten auf optischer Grundlage beruhenden und daher von den bisherigen Methoden ganz unabhängigen Weg zur Bestimmung des Partikelradius der Kügelchen, die wegen ihrer Kleinheit einer direkten mikroskopischen Messung nicht mehr zugänglich sind, betreten.

Im Jahre 1903[2]) habe ich den mittleren Radius von in Flüssigkeiten suspendierten Metallpartikeln unter Zugrundelegung der Theorie der elektromagnetischen Schwingungen vollkommen leitender Kugeln unter der Annahme berechnet, daß die Wellenlänge des Absorptionsmaximums mit dem Eigentone der elektromagnetischen Schwingungen dieser Metallkügelchen zusammenfalle und weiters auch darauf hingewiesen, daß eine genaue Theorie die spezifischen optischen Konstanten des Materials der das Licht absorbierenden Kugeln berücksichtigen muß. Gustav Mie[3]) hat dies nun in interessanter Weise durchgeführt und gezeigt, daß für die hier in Betracht kommenden Größen in genügender Annäherung für die Farbe des von den Partikeln in zum einfallenden Strahle senkrechter Richtung zerstreuten Lichtes die erste elektrische Schwingung, die sogenannte Rayleighsche Strahlung charakteristisch wird. Berechnen wir nun unter Benutzung der dort angeführten optischen Konstanten die Rayleighsche Strahlung für Goldkügelchen im Gase für die in Betracht kommenden Größen (Radius $3{,}5-9{,}6\cdot 10^{-6}$ cm) und tragen wir die doppelte Intensität geteilt durch den zugehörigen Radius des Kügelchens als Funktion der Wellenlänge auf, so erhalten wir nachfolgende Figur 1[4]).

1 Diese Abweichungen sind ohne Belang für die von mir gezogenen Schlüsse hinsichtlich der Existenz von die hypothetische Elektronenladung unterschreitenden Elektrizitätsmengen.

2 F. Ehrenhaft, Sitzber. der kais. Akad. der Wiss. in Wien 112 (IIa), März 1903, S. 181ff., 114 (IIa), Juli 1905, S. 1115ff.; Ann. d. Phys. 12, 489, 1903; diese Zeitschr. 5, 387, 1904.

3 G. Mie, Ann. d. Phys. 25, 377ff., 1908.

4) Ich danke den Herren F. Schönberger und F. Zerner für die Unterstützung in der Durchführung der numerischen Rechnungen.

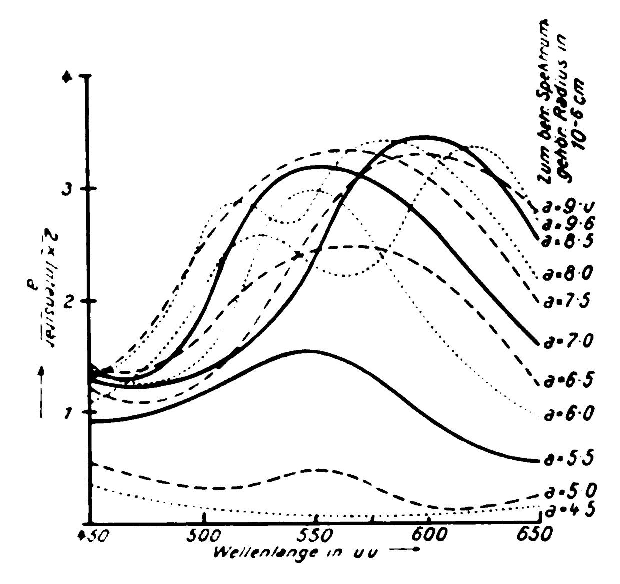


Fig. 1.

Aus Fig. 1 entnimmt man, daß Goldkügelchen vom Radius $8{,}5\cdot 10^{-6}$ cm orangefarbiges Licht ausstrahlen, solche vom Radius $8{,}0\cdot 10^{-6}$ cm gelbes, vom Radius $6{,}5-7{,}5\cdot 10^{-6}$ cm gelbes Licht mit einem Stich ins Grüne usw.; schließlich zerstreuen Kügelchen vom Radius $4-5\cdot 10^{-6}$ cm grünes Licht mit schwachgelbem Stich; tatsächlich lassen sich Farbenabstufungen, wie ich in l. c. mitgeteilt habe[1], an Goldkügelchen und Kügelchen anderer Metalle im Gase feststellen. Neuerdings hat D. Konstantinowsky[2]) diese Beobachtungen sehr vervollständigt, indem er durch Anwendung einer intensiveren Beleuchtung noch Partikeln sichtbar machte, deren Farbe bei kleinsten Goldteilchen grün, bei Quecksilber azurblau war, in Übereinstimmung mit der Theorie, die blaue Goldkügelchen in dieser Größenordnung nicht erwarten läßt. Es sind bei Partikeln bestimmter Farben die zugehörigen Fallgeschwindigkeiten registriert.

Ein quantitativer Vergleich der aus der vorentwickelten optischen Theorie und der aus den Widerstandsgesetzen sich ergebenden Wert für den Radius dieser Partikeln ist in folgender Tabelle und in Fig. 2 ausgeführt.

In der Tabelle finden wir die beobachtete Farbe der Partikel in der ersten, die gemessenen Fallgeschwindigkeiten in der zweiten, in der dritten Kolonne jene Radien angeführt, die sich aus der Farbe zufolge der vorangeführten Be-

1) l. c. Annalen, S. 801; Wiener Berichte S. 88.

2) D. Konstantinowsky, Anzeiger Nr. XVIII der Wiener Akademie der Wissenschaften, 9. Juli 1914; Wiener Berichte Bd. 123 IIa, 1914; Annalen der Physik 1915.

Farbe des vom Partikel zerstreuten Lichtes	Gemessene Fallgeschwindigkeit in 10^{-4} cm/sec	Radius a in 10^{-6} cm gerechnet aus			
		der Farbe des zerstreuten Lichtes	der Stokes-Cunninghamschen Formel $f=0$	der Stokes-Cunninghamschen Formel $f=1$	der Einsteinschen Theorie der Brownschen Bewegung
Orange	38 36	8,5—9,6	9,3 8,7	6,9 6,4	14 16
Gelb mit schwach-grünem Strich	24	6—7,5	6,9	4,9	8,3
Grün	11*) 11 9*)	4—5	3,8*) 3,8 3,3*)	2,5*) 2,5 2,1*)	— — —

*) Mangels einer genügenden Anzahl von Werten konnte hier die mittlere Fallgeschwindigkeit nicht auf die wahre korrigiert werden, so daß die zugehörigen Radien um 10—20 Proz. zu niedrig sind. Vgl. D. Konstantinowsky, l. c., Wiener Berichte und Annalen der Physik; Kapitel über anzubringende Korrekturen.

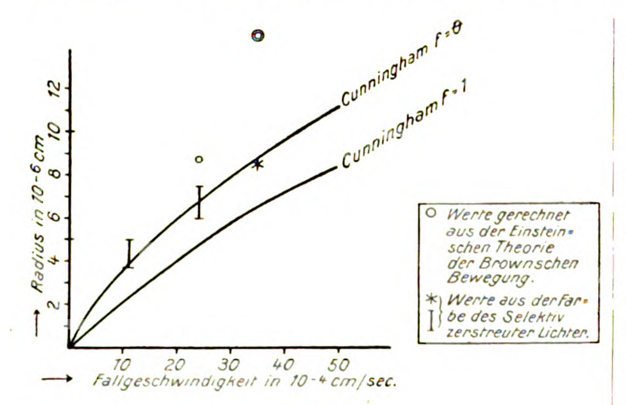


Fig. 2.

rechnung bestimmen, in der vierten bzw. fünften Kolonne folgen die aus der mittleren Fallgeschwindigkeit zufolge der Widerstandsgesetze (Cunningham $f=0$ bzw. $f=1$) ermittelten Radien, in der sechsten jener Radien, die unter Zugrundelegung der Theorie der Brownschen Bewegung nach Einstein resultieren.

Man erhält in der vorliegenden Größenordnung, d. i. für Radien von 10^{-6} cm eine ausgezeichnete Übereinstimmung der Radiengrößen nach der hier entwickelten optischen Methode berechnet mit denjenigen, welche das Gesetz von Cunningham $f=0$ ergibt, das uns bereits aus den an größeren Partikeln auf rein mechanischer Basis ausgeführten Versuchen von M. Knudsen und S. Weber[1]) und Mc Keehan[2]) als das zutreffendere nahegelegt war. Diese Übereinstimmung beweist erneuert Kugelgestalt und metallischen Charakter der nach meiner Methode hergestellten Edelmetallteilchen. Sie erweist auch die Notwendigkeit der in l. c. vorgeschlagenen Modifikation des Einsteinschen Gesetzes für Partikeln dieser Größenordnung. Ferner geht daraus hervor, daß in meinen seit 1909 erscheinenden Abhandlungen, betreffend die elektrischen Ladungen der Teilchen einer Suspension in Gasen, die nach Cunningham $f=0$ berechneten Werte als die zuverlässigen anzusehen sind[1]).

1) M. Knudsen u. S. Weber, Ann. d. Phys. **36**, 981, 1911.
2) L. W. Mc Keehan, diese Zeitschr. **12**, 707, 1911.

Auf diese Weise ist es also möglich, die Größe einer Kugel optisch-kontrastreichen Materiales aus der Farbe des von dieser selektiv abgebeugten Lichtes gerade noch in jenen Dimensionen, die mikroskopisch nicht mehr auflösbar und meßbar sind, zu bestimmen. Da die Fallgeschwindigkeit eines solchen Teilchens meßbar ist, folgt aus dieser auch seine Beweglichkeit[2]).

Da also jetzt zwei auf ganz verschiedenen Voraussetzungen fußende Methoden, einesteils eine mechanische, anderenteils eine optische auf die untereinander vollkommen übereinstimmende Festlegung der Größen submikroskopischer Einzelteilchen führt, ist nunmehr die präzise Messung von solch kleinen auf diese Partikeln wirkenden Kräften (elektrischer, magnetischer Natur, des Lichtdruckes usw.) weiteren Schwierigkeiten entzogen und damit wäre das Fundament für die Erforschung der Physik der Materiepartikeln von der Größe mehrerer Millionstel Zentimeter geschaffen.

1) Vgl. z. B. Ann. d. Phys. **44**, 693, 1914, Tabelle 1, 6. Kolonne; Wiener Berichte, 1914, Bd. 123 (IIa), S. 104, 6. Kolonne.
2) Nach der eingangs erwähnten Gleichung folgt

$$B = \frac{v_{Fall}}{\frac{4}{3} a^3 \pi s g}.$$

Aus dem I. physikalischen Institute der k. k. Wiener Universität.

Preßburg (Ungarn), November 1914.

(Eingegangen 16. November 1914.)

Über die Unveränderlichkeit der Massen kleiner Quecksilberkügelchen bei intensiver Bestrahlung[1].

(Bemerkungen zu der Notiz der Herren A. Schidlof und A. Karpowicz in den Comptes rendus T. 158, Juni 1914, p. 1092.)

Von Felix Ehrenhaft.

Durch meine an verschiedenen Stellen veröffentlichten Mikrophotographien[2] kleiner Metallkugelchen sowie erneuert durch die vorhergehende Mitteilung in dieser Zeitschrift ist der metallische Charakter und die metallische Oberfläche der nach meiner Methode hergestellten Partikeln außer Frage gestellt. Trotzdem zwingen mich die in den C. R. veröffentlichten Argumentationen der Herren A. Schidlof und A. Karpowicz nochmals auf diesen Punkt zurückzukommen.

Zunächst möchte ich bemerken, daß die Beobachtung der genannten Autoren, daß kleine Quecksilbertropfchen bei Bestrahlung selbst in von Quecksilberdampf gesättigter Atmosphäre verdampfen, isoliert dasteht. Denn abgesehen von meinen Versuchen und denjenigen von D. Konstantinowsky[3]), der meine Zerstäubungsart angewendet hat, haben weder R. A. Millikan[4]) noch A. Joffé[5], welche, wie die Herren Schidloff-Karpowicz das Quecksilber auf mechanischem Wege zerstäubten, eine derartige Erscheinung bemerkt. Der äußerst geringe Sättigungsdruck dieser Substanz läßt die von den Autoren angegebene Deutung ihrer Versuche umso erstaunlicher erscheinen, als solche Verdampfung sich sogar bei den wesentlich flüchtigeren Flüssigkeitströpfchen z. B. des von K. Przibram[6]) beobachteten umfangreichen Materials in keiner die Versuche störenden Weise bemerkbar machte. Um in dieser Frage weitere Aufklärung zu erhalten, hat Dr. C. Schweiger, Assistent am hierortigen Institute, Quecksilberkugeln in der von A. Schidlof und A. Karpowicz untersuchten Größenordnung[7]) mikrophotographiert, und zwar vor (Bild 1) und nach Bild 2) halbstündiger Bestrahlung mit dem vermöge des Abbeschen Kondensors konzentrierten Lichte einer Bogenlampe, das eine 3 cm dicke Wasserkühlung passiert hatte. Wie aus den beigegebenen Photographien[1]) ersichtlich ist, haben sich die *Hg*-Kugeln durch die Bestrahlung nicht geändert[2].

Quecksilberkugeln.

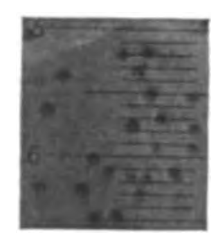


Fig. 1.
Vor der Bestrahlung



Fig. 2.
Nach 1/2 stünd. Bestrahlg.

1 Teil des Okularmaßstabes $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ cm.

Aus allen diesen Gründen muß ich die Meinung dieser Autoren zurückweisen, daß die von mir in reinsten inerten getrockneten Gasen erzeugten und photographierten „Quecksilberkugelchen" nicht tatsächlich aus Quecksilber bestehen. Es muß vielmehr für diese Tröpfchen die Anwendung der Cunninghamschen Gesetze unter Verwendung metallischer Dichte sichere Resultate ergeben.

Wenn auch, wie in der vorhergehenden Studie aufs neue gezeigt wurde, die Einsteinsche Theorie der Brownschen Bewegung bei der Berechnung der Ladungen zu große Werte ergibt, so muß ich die unter Annahme der Gültigkeit dieser Theorie berechneten Unterschreitungen des Elektronenwertes, die, wie die genannten Autoren selbst anführen, ohne Voraussetzungen über Form und Dichte der Teilchen erhalten wurden, als absolut sichergestellt bezeichnen. Denn der von den Autoren geäußerte Gedanke, ob nicht die Änderung der Ladung zum Teil nur scheinbar sei und auf Massenänderung der Kügelchen

1) Diese Note wurde im Juli 1914 fertig gestellt und war ursprünglich für die C. R. Paris bestimmt gewesen.

2) F. Ehrenhaft, Sitzungsber. der kais. Akad. der Wiss. in Wien 123 (IIa), Januar 1914, S. 53 ff., Taf. II–IV; C. R. t. 158, p. 1072, 14. April 1914; Ann. d. Phys. **44**, 1914, Taf. XIII u. XIV.

3) D. Konstantinowsky, Anzeiger Nr. XVIII der Wiener Akademie der Wissenschaften, 9. Juli 1914; Wiener Berichte, Bd. **123** (IIa), 1914; Ann. d. Phys. 1915.

4) R. A. Millikan, Phys. Rev. **32**, 4, 380.

5) A. Joffé, Sitzungsber. der Königl. Bayr. Akad. der Wiss. Februar 1913.

6) K. Przibram, Sitzungsber. der kais. Akad. der Wiss. in Wien 121 (IIa), S. 949.

7) Nach den eigenen Angaben der Herren entziehen sich Quecksilbertröpfchen der von mir untersuchten Größenordnung bei der von den Herren verwendeten Optik überhaupt der Sichtbarkeit. Die Autoren untersuchten elektrische Ladungen von *Hg*-Tropfen einer höheren Größenordnung (vgl. F. Ehrenhaft, Wiener Berichte 1914, Bd. 123, S. 113).

1) Die Ursache, daß diese *Hg*-Kugeln im photographischen Bilde nicht ebenso scharf erscheinen wie die a. a. O. von mir veröffentlichten Mikrophotographien ist in dem Umstande zu finden, daß vorliegende Photographien bloß mit einem möglichst stark auflösenden Trockensystem (ohne Deckglas verwendbar) ausgeführt werden mußten, um die eventuelle Verdampfung des *Hg* zu ermöglichen, die bei Einbettung der *Hg*-Tröpfchen in Immersionsöl nicht stattfinden konnte.

2) Verdampfte Quecksilbertröpfchen und im Lichtbogen zerrissene sind in ihrem physikalischen Verhalten voneinander nicht zu unterscheiden (vgl. auch J. Roux, Ann. de chim. et de phys. VIII, t. XXIX, p. 69 und A. Joffé).

zurückzuführen wäre, widerlegt sich ganz präzise aus den von mir bereits veröffentlichten Zahlen[1]). Denn 1. bleibt die mittlere Fallgeschwindigkeit eines Tröpfchens an sich konstant (Konstanz der Geschwindigkeitsmittel); 2. bleibt auch nach erfolgter Umladung des Kügelchens die mittlere Fallgeschwindigkeit desselben Kügelchens vollkommen ungeändert, so daß auch bei erfolgter Umladung die Unveränderlichkeit der Masse erwiesen ist (vgl. z. B. Nr. IX, l. c., S. 144, Fallgeschwindigkeit vor der Umladung 0,01287, nach der Umladung 0,01275 cm pro Sekunde usw.). 3. Die Grenzspannungen, welche Steig- und Fallbewegung einleiten, bleiben bei wiederholter Messung derselben Ladung auch nach langer Zeit genau dieselben. 4. Es lassen sich direkt, ohne Umladungen heranzuziehen, Unterschreitungen des Elementarquantums selbst unter Zugrundelegung der Theorie der Brownschen Bewegung erweisen. Es sind also zum Nachweise der Ladungen, die das Elektron unterschreiten, die Umladungen nicht notwendig. 5. Es wurden Ladungen, die selbst nach der Theorie der Brownschen Bewegung gerechnet, viel kleiner sind als das Elektron nicht nur an Quecksilber, sondern auch an Goldkügelchen direkt ohne Umladung gemessen, an einem Materiale, bei dem Verdampfung wohl ausgeschlossen ist.[2])

Um ein Bedenken der Herren zu klären, mache ich darauf aufmerksam, daß ich nicht den Absolutwert der Ladung des Elektrons zu bestimmen beabsichtigte, sondern lediglich auf Grund der größten mit modernen Hilfsmitteln bisher möglichen Präzision meiner Apparatur und zufolge meiner langjährigen Erfahrung in der Beobachtung so kleiner Objekte den zwingenden Nachweis erbracht haben wollte, daß es Ladungen gibt, welche bedeutend kleiner sind als die von andern Forschern als kleinste und als Elektronenladung bezeichneten.

Es kann daher in den Bemerkungen der Herren A. Schidlof und A. Karpowicz kein Argument gegen meine Schlußfolgerungen, betreffend die Existenz von Ladungen, die nicht mehr in die Größenordnung des hypothetischen Elektrons fallen, sowie gegen die übrigen von mir gezogenen Schlüsse über das physikalische Verhalten von Partikeln dieser Größenordnung erblickt werden.

1) l. c., Sitzungsber. der kais. Akad. der Wiss. zu Wien 1914.
2) D. Konstantinowsky, l. c.

Aus dem I. physikalischen Institut der Wiener Universität.

Preßburg (Ungarn), November 1914.

(Eingegangen 16. November 1914.)

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Pavia Dr. E. Bompiani für analytische Geometrie, an der Universität Padua Dr. A. Comesatti für Geometrie, an der Universität Rom Dr. U. Crudeli für mathematische Physik, an der Universität Turin Dr. M. Picone für mathematische Analysis, an der Universität Pisa Dr. E. Rosati für projektive Geometrie, an der Universität Padua Dr. A. Tonolo für mathematische Analysis, an der Technischen Hochschule Zürich Ing. D. Korda für angewandte drahtlose Telegraphie und Hochfrequenzmaschinen.

Ernannt: Dr. N. Bohr zum Dozenten der Mathematik an der Universität Manchester, Dr. C. E. Brooks zum a.o. Professor der Mathematik an der Universität von Kalifornien in Berkeley, Dr. W. H. Bussey zum a.o. Professor der Mathematik an der Universität Minneapolis, Dr. C. G. Darwin zum Dozenten der Mathematik an Christ's College in Cambridge, Professor Dr. L. L. Dines von der Universität von Arizona in Tucson zum a.o. Professor der Mathematik an der Universität von Saskatchewan, Dr. F. W. Dyson, Royal astronomer von Großbritannien, zum Halley Lecturer an der Universität Oxford, Dr. W. F. Holman zum a.o. Professor der Mathematik an der Universität Minneapolis, Dr. T. M. Putmann zum a.o. Professor der Mathematik an der Universität Berkeley, Professor Dr. Artur Schönflies an der Akademie für Sozial- und Handelswissenschaften in Frankfurt a M. zum ord. Professor der Mathematik an der Universität daselbst, Dr. H. L. Slobin zum a.o. Professor der Mathematik an der Universität Minneapolis, Dr. G. P. Thomson zum Lecturer der Mathematik am Corpus Christi College in Cambridge, Professor Dr. L. Tonelli zum Professor der Analysis an der Universität Parma, Dr. K. P. Williams zum a.o. Professor der Mathematik an der Universität Bloomington, der Lektor für Physiologische Chemie in Oxford Dr. Walter Ramsden zum Johnston-Professor für Chemie an der Universität Liverpool, Dr. Alfred Stewart von der Queens University in Belfast zum Lektor für physikalische Chemie an der Universität Glasgow (als Nachfolger von Prof. Soddy), der Lektor für theoretische Physik, Hydrodynamik und mathematische Chemie an der Universität Groningen Dr. L. S. Ornstein zum ord. Professor für theoretische Physik und theoretische Mechanik an der Universität Utrecht.

Auszeichnungen: Die Royal Society in London verlieh die Copley-Medaille an Sir Joseph Thomson für seine Entdeckungen auf physikalischem Gebiete, die Rumford-Medaille Lord Rayleigh für seine zahlreichen optischen Arbeiten, die Davy-Medaille Prof. William Jackson Pope für seine stereochemischen Arbeiten und seine Untersuchungen über die Beziehungen zwischen Kristallform und chemischer Konstitution und die Hughes-Medaille Prof. John S. Townsend für seine Studien über das elektrische Verhalten von Gasen.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Chemie an der Universität Münster Geh. Regierungsrat Dr. Heinrich Salkowski (für Ende des Wintersemesters), der ord. Professor der Differential- und Integralrechnung an der Universität Athen Dr. Johannes N. Hatzidakis (unter Ernennung zum Ehrenprofessor).

Gestorben: Am 28. November 1914 der emer. ord. Professor der Physik an der Universität Münster Wirkl. Geh. Rat Dr. Wilhelm Hittorf, am 29. Oktober 1914 der ord. Professor der höheren Geometrie an der Universität Palermo Dr. Giovanni Battista Guccia, im November der Professor der Astronomie an der Universität Upsala Dr. Nils Christofer Dunér, der Privatdozent für Chemische Atomistik und Chemie der Gase an der Technischen Hochschule Berlin Professor Dr. F. W. Hinrichsen, der Physiker und Meteorologe Dr. Alexander Lippmann, Geschäftsführer des Physikalisch-meteorologischen Observatoriums in Ohrdruf (vgl. 15, 423, 1914).

Für die Redaktion verantwortlich i. V. Privatdozent Dr. Max Born in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

